

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

FACULTAD DE CIENCIAS

DETERMINACIÓN DEL VaR DE LIQUIDEZ EN UNA INSTITUCIÓN FINANCIERA UTILIZANDO LA TEORÍA DE VALORES EXTREMOS

**PROYECTO PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERA EN
CIENCIAS ECONÓMICAS Y FINANCIERAS**

TATIANA ELIZABETH SARANGO SÁNCHEZ
tatianasarango@yahoo.com

DIRECTOR: Ing. PAÚL CASALIGLLA
paulwicage@gmail.com
CO-DIRECTORA: Ing. MARCELA GUACHAMÍN
marcela.guachamin@epn.edu.ec

Quito, Junio del 2013

DECLARACIÓN

Yo, Tatiana Elizabeth Sarango Sánchez, declaro bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de mi autoría, que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional y que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración cedo mis derechos de propiedad intelectual correspondientes a este trabajo, a la Escuela Politécnica Nacional, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normatividad institucional vigente.

Tatiana Elizabeth Sarango Sánchez

CERTIFICACIÓN

Certificamos que el presente trabajo fue desarrollado por Tatiana Elizabeth Sarango Sánchez, bajo nuestra supervisión.

Ing. Paúl Casaliglla
DIRECTOR DEL PROYECTO

Ing. Marcela Guachamín
CO-DIRECTORA DEL PROYECTO

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a **DIOS**, por darme la oportunidad de culminar con satisfacción mi carrera estudiantil obtenida en la prestigiosa, Escuela Politécnica Nacional, lo cual me enorgullece de ser parte, y por no limitar a sus estudiantes a demostrar todas sus capacidades.

Expreso mis más sinceros agradecimientos, a mi amigo y Directos de Tesis, Ing. Paúl Casaliglla, por ser mi guía en el deseo de investigar, y por brindarme su colaboración en el desarrollo de este estudio.

Tatiana

DEDICATORIA

Este trabajo dedico al Creador, mis padres Mauro y Ligia por su gran ejemplo de vida y guiarme por el camino del bien mediante sus valiosos consejos en todo momento y a mi familia que siempre está conmigo.

Al Ing. Paúl Casaliglla por ser un amigo incondicional.

Tatiana

CONTENIDO

DECLARACIÓN	i
CERTIFICACIÓN	ii
AGRADECIMIENTO	iii
DEDICATORIA	iv
CONTENIDO	1
RESUMEN	5
PRESENTACIÓN	6
CAPÍTULO 1. ACUERDOS DE BASILEA Y NORMATIVA DEL ECUADOR	8
1.1 INTRODUCCIÓN	8
1.2 ACUERDO DE BASILEA III	9
1.2.1 PILARES DEL ACUERDO.....	10
1.2.1.1 Mayor calidad y transparencia de la base de capital	10
1.2.1.1.1 Indicadores propuestos por el Comité de Basilea	12
1.2.1.2 Gestión y supervisión del riesgo	14
1.2.1.2.1 Principios para Bancos.....	14
1.2.1.2.2 Principios para Supervisores.....	15
1.2.1.3 Disciplina de Mercado	15
1.2.2 PRINCIPIOS SOBRE BUEN GOBIERNO CORPORATIVO EN LA GESTION DEL RIESGO DE LIQUIDEZ.....	16
1.3 NORMATIVA ECUATORIANA.....	23
1.3.1 GESTION Y CONTROL INTEGRAL DE RIESGO	23
1.3.1.1 Principales definiciones.....	24
1.3.1.2 Tipos de riesgo	24
1.3.1.2.1 Riesgo de crédito.....	25
1.3.1.2.2 Riesgo de mercado	25
1.3.1.2.3 Riesgo de tasa de interés	25
1.3.1.2.4 Riesgo de tipo de cambio	26
1.3.1.2.5 Riesgo de liquidez.....	26
1.3.1.2.6 Riesgo operativo.....	26
1.3.1.2.7 Riesgo legal.....	26

1.3.1.2.8	Riesgo de reputación.....	27
1.3.2	LIQUIDEZ ESTRUCTURAL.....	27
CAPÍTULO 2. VALOR EN RIESGO (VaR).....		30
2.1	DEFINICIÓN.....	30
2.1.1.	DEFINICIÓN ANALÍTICA.....	30
2.2	VENTAJAS DEL VaR.....	31
2.3	LIMITACIONES DEL VaR.....	32
2.4	METODOLOGÍAS PARA EL CÁLCULO DEL VaR.....	33
2.4.1	MÉTODO PARAMÉTRICO O MÉTODO ANALÍTICO.....	34
2.4.1.1	Ventajas del VaR Paramétrico.....	35
2.4.1.2	Desventajas del VaR Paramétrico.....	36
2.4.2	MÉTODO NO PARAMETRICO O DE SIMULACIÓN.....	36
2.4.2.1	Método de Simulación Histórica.....	36
2.4.2.1.1	Ventajas de la Simulación Histórica.....	38
2.4.2.1.2	Desventajas de la Simulación Histórica.....	38
2.4.2.2	Método de Simulación de Monte Carlo.....	39
2.4.2.2.1	Ventajas de Simulación de Monte Carlo.....	40
2.4.2.2.2	Desventajas.....	40
2.4.3	COMPARACION DE METODOS PARA EL CALCULO VaR.....	40
CAPÍTULO 3.BACK Y STRESS TESTING VALOR EN RIESGO.....		42
3.1	BACKTESTING VaR.....	42
3.1.1	TEST DE KUPIEC.....	42
3.1.2	TEST DE TUFF.....	43
3.1.3	MARCO REGULADOR.....	44
3.1.4	PRUEBA DE CRISTOFFERSEN.....	45
3.1.5	TEST DE KUPIEC AVANZADO.....	47
3.2	STRESS TESTING VaR.....	48
3.2.1	CRITERIOS DEFINICIÓN DE ESCENARIOS.....	48
3.2.2	METODOLOGÍA.....	49
CAPÍTULO 4. TEORÍA DE VALORES EXTREMOS.....		50
4.1	DISTRIBUCIÓN ASINTÓTICA DEL MÁXIMO DE UN CONJUNTO DE VARIABLES ALEATORIAS.....	51
4.1.1	TEOREMA DE TIPOS EXTREMOS.....	52

4.1.1.1	Distribución Fréchet.....	53
4.1.1.2	Distribución Weibull.....	53
4.1.1.3	Distribución Gumbel.....	53
4.2	DISTRIBUCIÓN GENERALIZADA DE VALORES EXTREMOS.....	54
4.3	COLAS DE LA DISTRIBUCIÓN ORIGINAL Y DOMINIOS DE ATRACCIÓN.....	55
4.3.1	APROXIMACIÓN DE POISSON.....	55
4.4	TÉCNICAS DE ESTIMACIÓN.....	56
4.4.1	EL PROBLEMA DE LA SELECCIÓN DEL UMBRAL.....	57
4.4.1.1	Gráfico de la media de los excesos.....	57
4.4.1.2	Estimador de Hill.....	58
4.5	CÁLCULO DEL VaR.....	59
4.6	VENTAJAS.....	60
4.7	UTILIDAD.....	60
CAPÍTULO 5. APLICACIÓN.....		62
5.1	VaR DE MONTE CARLO.....	62
5.2	EVALUACIÓN VALOR EN RIESGO.....	63
5.2.1	EVALUACIÓN VaR CALCULADO CON EL 95% DE CONFIANZA.....	64
5.2.1.1	Test de Kupiec.....	64
5.2.1.2	Test de Tuff.....	65
5.2.1.3	Marco Regulador.....	65
5.2.1.4	Prueba de Cristoffersen.....	66
5.2.1.5	Test de Kupiec Avanzado.....	67
5.2.2	EVALUACIÓN VaR CALCULADO CON EL 99% DE CONFIANZA.....	68
5.2.2.1	Test de Kupiec.....	68
5.2.2.2	Test de Tuff.....	68
5.2.2.3	Marco Regulador.....	69
5.2.2.4	Prueba de Cristoffersen.....	69
5.2.2.5	Test de Kupiec Avanzado.....	71
5.2.3	RESUMEN EVALUACIÓN VaR.....	71
5.3	STRESS TESTING VaR.....	72
5.3.1	DEFINICIÓN DE ESCENARIOS.....	72
5.3.2	VOLATILIDAD DE LOS ESCENARIOS DE ESTRÉS.....	75
5.3.2.1	Volatilidad Escenario 1.....	75

5.3.2.2	Volatilidad Escenario 2	76
5.3.2.3	Volatilidad Escenario 3	76
5.3.2.4	Volatilidad Escenario 4	77
5.3.3	STRESS TESTING DEL VaR	78
5.4	APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE VALORES EXTREMOS AL CÁLCULO DEL VaR 80	
5.4.1	ESTIMACIÓN DE LOS ÍNDICES DE COLA	80
5.4.2	CÁLCULO DEL VaR	82
5.4.3	ANÁLISIS COMPARATIVO ENTRE LA ESTIMACIÓN NORMAL DEL VaR Y LA PROPUESTA POR LA TEORÍA DE VALORES EXTREMOS	83
5.5	ANÁLISIS FINANCIERO - ECONÓMICO	84
	CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	88
6.1	CONCLUSIONES	88
6.2	RECOMENDACIONES	89
	ANEXO A	92
A.1	LEY DÉBIL DE LOS GRANDES NUMEROS	92
A.2	LEY FUERTE DE LOS GRANDES NUMEROS	93
	ANEXO B	94
B.1	QUIEBRE ESTRUCTURAL	94
B.1.1	TEST DE CHOW	94
B.1.2	TEST DE CHOW - PREDICTIVO	95
B.1.3	CONTRASTE DE WALD	96
B.1.4	RATIOS DE VEROSIMILITUD	96
B.1.5	TEST DEL MULTIPLICADOR DE LAGRANGE	97
B.1.6	TEST DE ESTIMACIONES RECURSIVAS	97
B.1.6.1	Prueba CUSUM	99
B.1.6.2	Prueba CUSUM S-Q	100
	ÍNDICE DE TABLAS Y FIGURAS	101
	TABLAS	101
	FIGURAS	102

RESUMEN

Algunos de los modelos que se han desarrollado y que se han aprobado por los organismos de control, como son el Comité de Basilea y la Superintendencia de Bancos y Seguros, para la cuantificación de la volatilidad de los flujos de efectivo o depósitos, no abarcan el total comportamiento volátil del mercado. Es así que en la presente investigación el modelo analizado, que es el VaR (Valor en Riesgo), presenta debilidades en su forma de cálculo. Se determina que el mismo, no cumple pruebas de stress a pesar de ser validado a través de un conjunto de test (Backtesting). Se concluye que el mismo no abarca comportamientos inestables del mercado, ya que se comprueba que el modelo tradicional del cálculo del VaR no representa lo que ocurre en la realidad, como es por ejemplo la distribución Normal de la serie de Retornos de los Depósitos. De aquí la importancia de combinar metodologías estadístico-matemáticas, el VaR con la teoría de Valores Extremos, con el único objetivo de obtener resultados que abarquen escenarios atípicos (pérdidas con escenarios extremos), garantizando a las instituciones financieras la previsión con respecto a estos escenarios.

PRESENTACIÓN

En los últimos años, la masiva circulación de capital dentro de la economía del país ocasionada principalmente por el excedente en el precio del petróleo ha provocado que las instituciones financieras realicen diferentes estrategias para lograr captar mayor cantidad de capital y colocarlo en forma de créditos dentro de la economía. Los agentes económicos se deciden por la mejor prestación y como efecto de este comportamiento, se observa una enorme volatilidad en los mercados financieros o inestabilidad en los flujos de efectivo o depósitos. Las instituciones financieras, al captar dinero a través de depósitos, asumen diferentes clases de obligaciones con sus prestatarios, como garantizar la devolución de su dinero en el instante que lo requiera y en la totalidad del pedido.

Aquí la importancia de cuantificar la volatilidad de los depósitos para garantizar la confianza de los consumidores. Cuando las retiradas de depósitos son superiores a la demanda esperada de liquidez, se produce una externalidad negativa que afecta al banco que experimenta la escasez de efectivo, y por ende puede incurrir en rumores de quiebra y como resultado sufrir una corrida de capitales, es decir, la inestabilidad de la organización.

Como se menciona, el Riesgo de Liquidez de una institución financiera es sumamente sensible e importante. El mecanismo de las organizaciones para disponer de capital inmediato requerido para cumplir sus obligaciones con sus depositantes es a través de un requerimiento mínimo de liquidez, que el Comité de Basilea exige sea calculado en función del Valor en Riesgo (VaR). El VaR es un modelo interno de cada entidad financiera que es utilizado para evaluar el riesgo de liquidez. Este requerimiento mínimo en cierta parte surge porque los bancos no pueden exigir a sus contrapartes (deudores) el pago inmediato de sus créditos que por lo general son a medio y largo plazo, o no puede incurrir en alternativas de financiamiento costosas o en ventas de activos a bajo precio. Debido a su importancia, el VaR debe ser estimado utilizando metodologías cuyos resultados se aproximen a la realidad, por un lado, su subestimación provocará problemas de iliquidez a la institución, por otro, la sobrestimación podrá incurrir en costos de

oportunidad. Las metodologías tradicionales utilizadas en esta cuantificación se basan, en su gran mayoría, de supuestos que en la realidad no se cumplen, y a pesar de satisfacer con una significancia aceptable sus proyecciones, es necesario que los pronósticos ganen mayor certeza, lo cual motiva a la aplicación de nuevas técnicas para su modelamiento y proyección.

CAPÍTULO 1. ACUERDOS DE BASILEA Y NORMATIVA DEL ECUADOR

1.1 INTRODUCCIÓN

El Comité de Basilea tiene su origen en la crisis financiera originada por el cierre del Bankhaus Herstatt (Colonia, Alemania) en 1974. Como consecuencia del cierre intempestivo de este banco, la liquidación y compensación de un número considerable de operaciones internacionales quedó sin realizarse, las mismas que casi conducen al colapso del sistema de pagos norteamericano y del sistema financiero internacional.

El Comité de Basilea estuvo conformado en sus inicios por los gobernadores de los Bancos Centrales del G10¹ y con el afán de restaurar la confianza y estabilidad del sistema financiero internacional, expidieron un comunicado en septiembre de 1974 transmitiendo un mensaje de respaldo total a la liquidez del sistema de pagos internacionales. Este comité mantiene su sede en Basilea, Suiza, en las oficinas del Banco de Pagos Internacionales; y se ha caracterizado por su informalidad legal y procedimental.

En el país, la crisis financiera del periodo de 1998-1999 que afectó a las entidades bancarias, evidenció la necesidad de implementar programas que permitan fortalecer la supervisión de éstas (función ejercida por la Superintendencia de Bancos y Seguros del Ecuador), además de la importancia en la aplicación de normas sobre regulación bancaria aconsejadas principalmente por el comité de Basilea.

Después de la crisis se comprobó que las instituciones financieras no cumplían con los principios básicos de gestión de riesgos financieros, por esta razón, la Junta Bancaria con el apoyo de organismos multilaterales de crédito adoptaron la aplicación de las Normas de Basilea, que son una guía para armonizar políticas y procedimientos que faciliten la coordinación en el sistema de control eficaz de la

¹G10 es el grupo de países que accedieron a participar en el Acuerdo General de Préstamos (GAB). Los países miembros son Bélgica, Canadá, Francia, Italia, Japón, los Países Bajos, el Reino Unido y los Estados Unidos en la actualidad están conformando, Suecia y Suiza).

banca, teniendo como objetivo el asegurar que los entes financieros midan, vigilen y controlen adecuadamente los riesgos financieros, como una garantía de solvencia y de confianza.

Uno de los lineamientos emprendidos para fortalecer el sistema financiero ecuatoriano fue el de trabajar con las Normas de Basilea y el objetivo que se persigue en la aplicación de esta normativa, es el de poder atenuar las consecuencias de crisis bancarias y sus efectos sobre el sistema financiero.

1.2 ACUERDO DE BASILEA III

La crisis financiera internacional reciente puso de manifiesto que los niveles de capital en el sistema financiero eran insuficientes, debido a que los sectores bancarios de numerosos países habían acumulado un apalancamiento excesivo dentro y fuera de balance, lo que sumado a niveles insuficientes de liquidez ocasionó que los bancos no sean capaces de absorber las pérdidas sistemáticas sufridas, con lo cual la crisis se vio agravada por un proceso de desapalancamiento² pro cíclico. En este punto de la crisis, el mercado dejó de confiar en la solvencia y la liquidez de las entidades bancarias. Estas deficiencias rápidamente se transmitieron al resto del sistema financiero y a la economía real produciendo una reducción de la liquidez y del crédito disponible.

Las medidas planteadas en Basilea III³ están orientadas, entre otras cosas a exigir mayor capital y de mejor calidad; demandar directamente a las entidades bancarias más capital a través de requerimientos mayores con respecto a algunos riesgos y exposiciones, e indirectamente a través de un ratio de endeudamiento y de colchones de capital para usar en situaciones de crisis; establecer requerimientos mínimos de liquidez a corto y largo plazo, con lo cual se obliga a una transformación de los pasivos y activos bancarios para conseguir un mejor encaje

² Es la medida de la relación entre deuda y rentabilidad que se mueven en la misma dirección que la economía.

³El Comité de Basilea acordó el marco de Basilea III en septiembre del 2009 y se publicaron las propuestas concretas, vía documentos consultivos, en diciembre del 2009.

de los plazos de vencimiento de unos a otros; y, fijar un ratio máximo de endeudamiento.

1.2.1 PILARES DEL ACUERDO

Para lograr fortalecer la solvencia del sistema financiero, Basilea III se basa en un marco que contempla tres Pilares:

Definición más estricta de Capital: Busca una mejora en la calidad del capital para que la empresa posea una mejor capacidad de absorber pérdidas.

Gestión y Supervisión del Riesgo: Se basa en un conjunto integral de Principios para el buen gobierno, diseño, aplicación y supervisión de pruebas de tensión.

Disciplina del Mercado: Propone a los bancos ofrecer información clara, completa y puntual sobre su exposición al riesgo, su base de capital, sus estados financieros, sus prácticas remunerativas, etc., con el objetivo de promover una disciplina de mercado más eficaz.

1.2.1.1 Mayor calidad y transparencia de la base de capital

La crisis internacional de 2007⁴ reveló las incoherencias en la definición de capital y la carencia en la divulgación de la información, por lo cual no pudo permitir al mercado evaluar y comparar la calidad del capital entre las diferentes instituciones.

La transición de Basilea II a Basilea III ha significado algunas mejoras al pilar I, dando principalmente mayor protagonismo al capital ordinario o básico (componente de mayor calidad). En cuanto a los niveles de capital, estas son sus principales diferencias:

⁴La crisis financiera internacional tiene su comienzo en agosto de 2007 lo cual tuvo un fuerte impacto en la economía real de los principales países, sumado a esto una serie de cambios de gran trascendencia en sus sistemas financieros.

El capital de Nivel 1 incluirá el capital ordinario, utilidades retenidas y otros instrumentos que tengan capacidad de absorber pérdidas mientras la institución aún es solvente, con el objetivo de mantener capital de alta calidad.

El capital de Nivel 2 continuará absorbiendo pérdidas cuando la institución sea insolvente y tenga que liquidarse; consistirá básicamente de deuda subordinada.

El capital de Nivel 3 será eliminado.

Además de tener mejor capital, es importante que las instituciones financieras tengan más capital para que mejore su capacidad de absorber pérdidas, por esta razón, los cambios propuestos en Basilea III son:

1. Elevar el requerimiento mínimo de capital ordinario de 2% a 4.5%.
2. El requerimiento mínimo de capital de Nivel 1 elevar de 4% a 6%.
3. Los bancos deberán de mantener un colchón de conservación de capital por encima del requerimiento mínimo obligatorio.
4. Además, se acordó la creación de un colchón anti cíclico que se sumará al colchón de conservación.
5. También está en discusión la incorporación de cargas adicionales por riesgo sistémico.

La acumulación en el sistema bancario de niveles de apalancamiento excesivo, tanto dentro como fuera de balance, obligó a introducir un coeficiente de apalancamiento que tiene como objetivo reducir el apalancamiento del sector bancario, ayudando a mitigar el riesgo de procesos de desapalancamiento que pueden dañar el sistema financiero, además introducir medidas de salvaguardia frente al riesgo de modelos y errores de medición.

El coeficiente de apalancamiento se calcula de la siguiente forma:

$$\frac{\text{Capital de nivel 1}}{\text{Activos totales sin ponderar por riesgo + Exposiciones fuera de Balance + Derivados}} \geq 3\%$$

El comité ha diseñado este coeficiente como un complemento creíble al requerimiento basado en riesgo.

1.2.1.1.1 Indicadores propuestos por el Comité de Basilea

El comité de Basilea ha propuesto dos indicadores para reforzar la resistencia, manejo y medición de la liquidez de los bancos ante situaciones de stress.

Ratio de Cobertura de Liquidez

El ratio de cobertura de liquidez tiene como objetivo tomar en consideración los activos disponibles plenamente líquidos y de alta calidad para hacer frente a las salidas netas de efectivo que puedan producirse en escenarios de tensión a corto plazo (30 días). Este escenario incluye situaciones como son: caída significativa en la calidad crediticia de la institución, pérdida parcial de depósitos o de financiamiento mayorista, restricción en las líneas de financiamiento y restricción en líneas de crédito garantizadas.

$$\text{Ratio de Cobertura de Liquidez} = \frac{\text{Stock de activos líquidos de alta calidad}}{\text{Total de salida de activos líquidos durante 30 días}} > 100\%$$

Para ser calificado como “activo líquido de elevada calidad deben ser líquido en un escenario de stress y ser fácilmente convertido en dinero con poca o nula pérdida de valor”⁵. Las características que los activos deben cumplir para ser catalogado como de alta calidad son las siguientes:

- Bajo riesgo de crédito y mercado.
- Su valuación debe ser sencilla y precisa.
- Debe tener una baja correlación con activos riesgosos.
- Debe tener mercado reconocido

⁵XI Jornada Anual de Riesgos , Basilea III Impactos ,España , Junio 2012

Activos líquidos de la más alta calidad incluyen: efectivo, reservas del Banco Central que pueden ser utilizadas en momentos de estrés, títulos gubernamentales (o garantizados por los gobiernos), títulos de los bancos centrales, obligaciones del FMI, el BIS y bancos de desarrollo multilateral (como el BID). Por otro lado, están los activos líquidos que solamente pueden representar el 40% del total del stock y a los que se aplicará un recorte de valoración mínimo del 15%.

Este conjunto de activos líquidos están formados por valores emitidos o garantizados por gobiernos, sector público con ponderación de riesgo del 20%, y bonos corporativos y garantizados que satisfagan una serie de condiciones. De ninguna manera pueden haber sido emitidos por una institución financiera ni por ninguna de sus entidades afiliadas (en el caso de los bonos corporativos).

Los títulos deben tener mínimo una calificación de AA— por parte de una agencia de calificación del riesgo de crédito reconocida y deben ser negociados en mercados efectivos de gran tamaño, profundos y con un reducido nivel de concentración.

La salida de activos líquidos se define como las salidas acumuladas esperadas menos los ingresos esperados acumulados considerados en el periodo de stress.

Los activos líquidos que se esperan que salgan en los 30 días son:

- Salida parcial de depósitos a la vista (al menos 5 - 10%).
- Salida de depósitos a plazo dependiendo de su disponibilidad.
- Salida parcial del fondeo al por mayor sin garantía .
- Salida parcial de fondeo con garantía.

Ratio de Fondeo Neto Estable

“Este ratio mide el volumen de fuentes de obtención de fondos estables a largo plazo en relación con los perfiles de liquidez de los activos de la entidad, a lo que habría que añadir las contingencias de financiación provenientes de compromisos fuera de balance, establece un monto mínimo de fondeo estable (bajo estrés) en

base de las características de liquidez de los activos (y otras actividades) con un horizonte temporal de un año.⁶

El Ratio de Fondeo Neto Estable busca asegurar que los bancos financien activos a largo plazo con cierta participación de pasivos estables, mitigando así la dependencia excesiva del fondeo institucional durante épocas tranquilas.

$$\text{Ratio de Fondeo Neto Estable} = \frac{\text{Monto de Fondeo estable disponible}}{\text{Monto de fondeo requerido}} > 100\%$$

El numerador del ratio está explicado por la cantidad de financiación que puede considerarse estable con un horizonte de un año: se calcula aplicando determinados porcentajes a las diversas fuentes, tales como el capital (100%), o los depósitos a menos de un año (85% ó 70%, según su estabilidad esperada). Para el denominador se hace un cálculo similar con todos los activos, dentro y fuera de balance, aunque en este caso los factores de conversión son más bien los objetivos de financiación estable que desearía el regulador para cada clase de activos a fin de afrontar escenarios de tensión.

1.2.1.2 Gestión y supervisión del riesgo

El Comité de Basilea publicó un conjunto integral de principios para el buen gobierno, diseño y aplicación de los programas de pruebas de tensión, los cuales se dan a conocer a continuación.

1.2.1.2.1 Principios para Bancos

Los bancos deberán utilizar un programa de pruebas de tensión que promuevan la identificación y control del riesgo y mejore la gestión del capital y de la liquidez.

⁶Basurto J., Solvencia y Liquidez de las Entidades de Crédito Basilea III y otras Iniciativas Regulatorias, España, 2010

El banco deberá mantener y actualizar periódicamente su marco de pruebas de tensión y las mismas deberán cubrir una serie de riesgos, además de diversos escenarios, incluidos los de tipo prospectivo e intentar contemplar las interacciones en el conjunto del sistema y los efectos de retroalimentación.

1.2.1.2.2 Principios para Supervisores

Los supervisores⁷ deberán realizar exhaustivas evaluaciones periódicas del programa de pruebas de stress o tensión de cada banco.

Los supervisores deberán exigir a los directivos del banco la adopción de medidas correctivas si se identifican deficiencias importantes en el programa de pruebas de tensión.

Los supervisores deberán evaluar y, en caso necesario, cuestionar el alcance y la severidad de los escenarios de tensión aplicados al conjunto de la entidad.

Los supervisores deberán incluir los resultados de las pruebas de tensión del banco al examinar la evaluación interna del capital del banco y su gestión del riesgo de liquidez.

Los supervisores deberán considerar la realización de pruebas de tensión basadas en escenarios comunes.

Los supervisores deberán entablar un diálogo constructivo con otras autoridades públicas y con el sector bancario para identificar vulnerabilidades sistémicas.

1.2.1.3 Disciplina de Mercado

El Comité exige a los bancos divulgar todos los elementos de su base de capital, las deducciones aplicadas y una completa conciliación con los estados financieros.

⁷Son los organismos de control definidos por cada país y su función principal es monitorear que los bancos operen por encima de los coeficientes mínimos de capital.

Propone a los bancos ofrecer información clara, completa y puntual sobre sus prácticas remunerativas, con el objetivo de promover una disciplina de mercado más eficaz.

1.2.2 PRINCIPIOS SOBRE BUEN GOBIERNO CORPORATIVO EN LA GESTIÓN DEL RIESGO DE LIQUIDEZ

Liquidez desde el punto de vista bancario se define como la capacidad de un banco para financiar aumentos de su volumen de activos y para cumplir sus obligaciones de pago al vencimiento sin incurrir en pérdidas.

La gestión del riesgo de liquidez toma importancia porque la falta de liquidez de una sola institución puede repercutir en todo el sistema. En reconocimiento de esto, el Comité de Basilea publicó una versión actualizada del documento Principios para una adecuada Gestión y Supervisión del Riesgo de Liquidez con el fin de reflejar la evolución de los mercados financieros y recoger las lecciones aprendidas de la inestabilidad de éstos.

A continuación se detalla cada principio con su respectivo análisis a los efectos de su aplicación al sistema financiero local.

Principio 1: El banco es responsable de la buena gestión del riesgo de liquidez. El banco deberá introducir un firme marco de gestión del riesgo de liquidez, con el cual debe garantizar que la entidad mantiene liquidez suficiente, además incluir un colchón de activos.

Principio 2: El banco deberá establecer con claridad una tolerancia al riesgo de liquidez adecuada a su estrategia de negocio y a su papel en el sistema financiero. La institución debe establecer un nivel de tolerancia al riesgo al cual está vinculado el negocio y a su papel que desempeña en el sistema financiero.

Principio 3: La Alta Dirección deberá desarrollar estrategias, políticas y prácticas para gestionar el riesgo de liquidez con arreglo a su tolerancia al riesgo y para garantizar que el banco mantiene suficiente liquidez. Al menos una vez al año el Consejo de Administración deberá examinar y aprobar las mismas.

Este principio plantea exhaustivamente todos aquellos aspectos que la institución debe tomar en cuenta para asegurarse una adecuada gestión del riesgo de liquidez.

Entre ellos se incluyen:

1. Formular estrategias, políticas y prácticas de gestión de liquidez.
2. La Alta Dirección debe comunicar a toda la organización la estrategia de liquidez.
3. Traducir dichas estrategias a pautas operativas claras de gestión.
4. Conocer la interrelación con los demás riesgos.
5. Establecer controles internos que aseguren una adecuada gestión del riesgo.
6. Vigilar las tendencias del mercado y estar alerta a posibles acontecimientos que puedan generar problemas de liquidez.
7. Realizar informes periódicos sobre la posición de liquidez e informar rápidamente en caso de existir problemas.

Cuando una institución realice actividades bancarias y no bancarias implica que está expuesta a diferentes tipos de riesgo de liquidez: que deben ser monitoreada en la gestión de este riesgo.

Principio 4: El banco deberá incluir los costos, beneficios y riesgos de liquidez en los procesos de formación interna de precios, medición de resultados y aprobación de nuevos productos.

La institución debe tener en cuenta el precio de la liquidez y considerarla en el precio de sus productos.

Principio 5: El banco deberá contar con un adecuado proceso de identificación, medición, vigilancia, control y monitoreo del riesgo de liquidez. Este proceso deberá incluir un marco robusto que ofrezca una proyección completa de los flujos de caja

resultantes de los activos, pasivos y partidas fuera de balance para una serie de horizontes temporales⁸ relevantes.

Se establecen una serie de aspectos generales en los que las instituciones financieras deben enmarcar el proceso de medición, vigilancia y control del riesgo de liquidez, como la consideración de las interacciones entre el riesgo de liquidez de fondos y de mercado, y asegurarse que los activos sean valorados con prudencia. Respecto a los horizontes temporales en los cuales es preciso vigilar y controlar el riesgo de liquidez, se debe considerar escenarios, en condiciones normales y bajo condiciones que alteren la capacidad de la institución de generar flujos de caja.

Principio 6: El banco deberá vigilar y controlar de forma activa las exposiciones al riesgo de liquidez y las necesidades de financiación dentro de cada entidad jurídica, línea de negocio y divisa, así como entre éstas, teniendo en cuenta las limitaciones de índole jurídica, regulatoria y operativa a la capacidad de transferir liquidez.

En este principio se establece que se deberán determinar necesidades de liquidez y límites a este riesgo a nivel de cada entidad jurídica o filial en el extranjero, así como a nivel de grupo, identificando las restricciones a las transferencias de liquidez dentro del mismo.

Principio 7: El banco deberá establecer una estrategia de financiación que ofrezca una eficaz diversificación de las fuentes y plazos de vencimiento de la financiación. Asimismo, deberá mantener una presencia continua en los mercados de financiación elegidos y estrechas relaciones con los proveedores de fondos, a fin de promover una eficaz diversificación de las fuentes de financiación. El banco deberá calibrar periódicamente su capacidad para obtener con presteza fondos de cada fuente. Además, deberá identificar los principales factores que afectan a su capacidad de captar fondos, vigilándolos estrechamente para asegurarse de la vigencia de las estimaciones sobre su capacidad para obtener financiación.

⁸El horizonte temporal se define como la predisposición temporal que se tiene para cumplir los objetivos financieros. Además a mayor horizonte temporal, se puede invertir en fondos más volátiles y, a menor horizonte temporal, se puede invertir en fondos menos volátiles.

El principio plantea la fijación de límites a la concentración en cuanto a las fuentes plazos de financiamiento. Respecto a este principio, se considera que si bien es deseable una diversificación de las fuentes de financiamiento, la fijación de límites por concentración es algo más discutible. Cada banco aprovecha sus potencialidades para acceder a determinados segmentos del mercado y, de cierta forma, concentrar su financiamiento en su cliente objetivo.

Principio 8: El banco deberá gestionar de forma activa sus posiciones y riesgos de liquidez intradía a fin de cumplir puntualmente con sus obligaciones de pago y liquidación, tanto en circunstancias normales como en situaciones de tensión, contribuyendo así al fluido funcionamiento de los sistemas de pagos y liquidación.

En este principio se destaca la importancia de la gestión intradiaria de la liquidez como forma de prevenir posibles problemas para la propia institución, terceros o contrapartes lo que podría perturbar el fluido funcionamiento del sistema de pagos. En la gestión diaria es importante poder priorizar aquellas obligaciones con límite temporal específico y críticas.

Principio 10: El banco deberá realizar pruebas de tensión⁹ periódicas que contemplen una gama de escenarios de tensión a corto y más largo plazo, propios de la institución y para el conjunto del mercado (tanto individual como combinadamente), con el fin de identificar fuentes de posibles tensiones de liquidez y garantizar que las exposiciones existentes en cada momento guarden relación con la tolerancia al riesgo de liquidez establecida por el banco. El banco deberá utilizar los resultados de las pruebas de tensión para ajustar sus estrategias, políticas y posiciones de gestión del riesgo de liquidez y para desarrollar planes de contingencia eficaces.

Las pruebas de tensión y los planes de contingencia se encuentran relacionados, así como los indicadores de alerta temprana que menciona el principio 5.

⁹Pruebas de Tensión (Stress Test, ST), cuantifica de forma inmediata los posibles efectos de una situación adversa sobre los balances del banco y sus posibles implicadas en el sistema financiero.

El principio establece que las pruebas de tensión deben realizarse sobre la posición de liquidez tanto del grupo bancario consolidado como de las distintas entidades y líneas de negocio que lo conforman.

Los escenarios deberían incluir los principales riesgos de liquidez de fondos y de mercado a los que se encuentra expuesto el banco (este vínculo tiene especial importancia en instituciones con fuerte presencia en determinados mercados de financiación o muy dependientes de ellos).

En las pruebas de tensión, a su vez, deberían reflejar los plazos de tiempo necesarios en los ciclos de liquidación de los activos a realizar.

Principio 11: Plan de Contingencia. El banco deberá disponer de un plan formal de financiación contingente (CFP) que establezca con claridad las estrategias a adoptar ante un déficit de liquidez durante situaciones de emergencia. El CFP deberá definir las políticas que permitan gestionar una serie de situaciones de tensión, establecer líneas de responsabilidad claras e incluir procedimientos nítidos de activación y refuerzo del plan. El CFP debe también someterse actualizaciones y contrastes periódicos a fin de garantizar que su operativa sea robusta.

El plan de contingencia debe ser consistente con los indicadores de alerta temprana (principio 5) y las pruebas de tensión (principio 10).

Aunque en el principio no se hace referencia explícita, sería conveniente que se estableciera en el Plan de Contingencia algún indicador de alerta temprana que determine cuándo el plan comienza a ejecutarse. Es decir, cuando la institución se encuentra dentro de una situación de stress.

Otro aspecto importante que debe estar previsto en el plan de contingencia, es identificar la forma en que se maneja la información en situaciones de crisis de liquidez.

Deben estar procedimientos claros donde se definan responsables y sus funciones, además de contar con un plan de comunicación que asegure que la misma fluya de forma clara, coherente y frecuente entre agentes internos y externos (supervisores y operadores) que refuercen la confianza general del banco.

Principio 12: El banco deberá mantener un colchón de activos líquidos de alta calidad y libres de cargas como seguro frente a una serie de escenarios de tensiones de liquidez, incluidos los que implican la pérdida o el deterioro de fuentes de financiación. No deberá existir ningún obstáculo de índole jurídica, regulatoria u operativa que impida utilizar estos activos para obtener financiación.

Es fundamental para la capacidad de adaptación del banco a tensiones de liquidez la disponibilidad de un adecuado colchón de activos de calidad y libre de cargas.

Se destaca que para cubrirse de eventos de mayor gravedad el banco deberá constituir un núcleo de activos más líquidos, como el efectivo y la deuda pública de alta calidad o instrumentos análogos.

Es importante que este colchón de activos líquidos sea independiente del sistema de encaje que se utiliza con fines de política monetaria. A su vez, debe estar en consonancia con la tolerancia al riesgo establecida por el banco.

Principio 13: El banco deberá difundir información al público de forma periódica a fin de que los participantes en el mercado puedan mantener una opinión informada sobre la idoneidad de su marco de gestión del riesgo de liquidez y de su posición de liquidez.

Las instituciones financieras deberán difundir información suficiente como para permitir a las partes implicadas mantener una opinión informada sobre la capacidad de la institución para satisfacer sus necesidades de liquidez. Esto mejora la transparencia, facilita la valoración y reduce la incertidumbre, reforzando así la disciplina de mercado. La información sobre liquidez deberá incluir datos cuantitativos y cualitativos

Principio 14: Periódicamente, los supervisores deberán realizar una evaluación completa del marco general de gestión del riesgo de liquidez del banco y de su posición de liquidez, a fin de determinar si ofrecen suficiente capacidad de adaptación a las tensiones de liquidez atendiendo al papel desempeñado por el banco dentro del sistema financiero.

En primer lugar, los supervisores deberán exigir que los supervisados tengan estrategias, políticas y procedimientos robustos de gestión del riesgo de liquidez, que además tengan un volumen de liquidez suficiente como seguro frente a tensiones. Esto en el marco del apetito de riesgo de la institución, de forma tal que la gestión del riesgo de liquidez sea consistente con su modelo de negocio y su papel en el sistema financiero.

Durante el proceso de supervisión del riesgo de liquidez de los diferentes bancos, las autoridades supervisoras deberán considerar las características y los riesgos de las entidades bancarias de sus jurisdicciones, así como factores propios del contexto local, como el marco jurídico y la estructura del mercado.

Principio 15: Los supervisores deberán complementar sus evaluaciones periódicas del marco de gestión del riesgo de liquidez y de las posiciones de liquidez del banco mediante el examen de una combinación de informes internos, informes de supervisión prudencial e información procedente del mercado

Respecto a este punto se entiende que los sistemas de información deben estar diseñados para tener información con una periodicidad diaria. En las épocas de crisis, el supervisor y el prestamista en última instancia (Banco Central) quiere tener información con esa periodicidad. En tiempos normales, la periodicidad puede ser mensual.

Es importante que los supervisores realicen pruebas de tensión de carácter sistémico, dado que se considera que son los que mejor pueden realizar ese tipo de pruebas de tensión. Las pruebas de tensión idiosincráticas deben permanecer en el ámbito de cada banco en particular.

Principio 16: Los supervisores deberán intervenir para exigir al banco una eficaz y puntual adopción de medidas correctoras de las deficiencias detectadas en sus procesos de gestión del riesgo de liquidez o en suposición de liquidez.

Las acciones que puede tomar el supervisor varían según el riesgo que signifique dicha debilidad.

Principio 17: Los supervisores deberán establecer canales de comunicación con otros supervisores y autoridades públicas competentes, tales como bancos centrales, tanto dentro como fuera de sus jurisdicciones nacionales, con el fin de promover una cooperación eficaz en materia de supervisión y vigilancia de la gestión del riesgo de liquidez. Esta comunicación deberá ser periódica en condiciones normales, incrementándose oportunamente la escala y frecuencia del intercambio de información durante periodos de tensión.

Este principio concluye que los supervisores deben estar alertas a los acontecimientos de los sistemas financieros y los factores de riesgo a nivel internacional.

1.3 NORMATIVA ECUATORIANA

El boom petrolero que se presentó a finales de la década de los 70 originó un crecimiento económico y un desarrollo bancario importante en estos años. Sin embargo, la grave crisis que afrontó el país en los años ochenta, reveló la fragilidad del sistema bancario y de la economía en general, por lo que fue necesario plantear un reordenamiento al sistema financiero.

La reforma al Sistema Financiero empezó en 1989 y concluyó con la promulgación de Ley General de Instituciones del Sistema Financiero el 12 mayo de 1994. Esta reforma cambió las prácticas de supervisión interventora por principios de supervisión prudencial y de autorregulación conforme a las recomendaciones emitidas por el Primer Acuerdo de Capital¹⁰ emitido por el Comité de Basilea.

1.3.1 GESTION Y CONTROL INTEGRAL DE RIESGO

De acuerdo a las recomendaciones de Basilea No JB-2004-631 del 22 de enero del 2004, la Junta Bancaria emitió la norma relacionada con La gestión integral y control de riesgos, en la cual se expone administrar los riesgos en los cuales

¹⁰Primer Acuerdo de Capital o Basilea I fue publicado en 1988 en Basilea Suiza, por el Comité de Basilea, este acuerdo contenía un conjunto de recomendaciones para establecer un capital mínimo que debía tener una entidad bancaria en función de los riesgos que afrontaba.

pueden incurrir las instituciones financieras conforme su objeto social a través de un proceso formal que permita su identificación, medición, control y monitoreo; además, deben establecer esquemas eficientes y efectivos.

La administración integral de riesgos es parte de la estrategia institucional y del proceso de toma de decisiones.

1.3.1.1 Principales definiciones

Riesgo. *“Es la posibilidad de que se produzca un hecho generador de pérdidas que afecten el valor económico de las instituciones”.*¹¹ El riesgo es producto de la incertidumbre que existe sobre el valor de los activos financieros, ante movimientos adversos de los factores que determinan su precio; a mayor incertidumbre mayor riesgo. El riesgo está presente en prácticamente todas las actividades comerciales de una organización de servicios financieros.

Administración de riesgos. Es el proceso mediante el cual las instituciones del sistema financiero identifican, miden, controlan, mitigan y monitorean los riesgos inherentes al negocio, con el objeto de definir el perfil de riesgo, el grado de exposición que la institución está dispuesta a asumir en el desarrollo del negocio y los mecanismos de cobertura, para proteger los recursos propios y de terceros que se encuentran bajo su control y administración.

En esta normativa se reconoce los siguientes tipos de riesgo que serán estudiados por la administración de riesgos.

1.3.1.2 Tipos de riesgo

Los tipos de riesgos financieros se dividen de acuerdo a su cuantificación y a su tipología. Es así que tenemos riesgos cuantificables y no cuantificables, discrecionales y no discrecionales. Los riesgos no cuantificables se diferencian de los primeros debido a que no existe información estadística para su cuantificación,

¹¹ Normativa Ecuatoriana de la Gestión y administración de Riesgos, Superintendencia de Bancos y Seguros del Ecuador, 2004

lo contrario con los riesgos cuantificables. La diferencia entre riesgo discrecional y no discrecional, es que los primeros son resultantes de la toma de una posición de riesgo, en cambio, los segundos son resultantes de fallas o deficiencias en los controles internos y de eventualidades externas.

1.3.1.2.1 Riesgo de crédito

Es la posibilidad de pérdida debido al incumplimiento del prestatario o la contraparte en operaciones directas, indirectas o de derivados que conlleva el no pago, el pago parcial o la falta de oportunidad en el pago de las obligaciones pactadas. El riesgo de crédito hace referencia a la incertidumbre asociada al rendimiento de la inversión debido a la posibilidad de que la institución no pueda hacer frente a sus obligaciones financieras.

1.3.1.2.2 Riesgo de mercado

Es la contingencia de que una institución del sistema financiero incurra en pérdidas debido a variaciones en el precio de mercado de un activo financiero, como resultado de las posiciones que mantenga dentro y fuera de balance. El Riesgo de Mercado tiene su origen en los cambios no anticipados por los agentes de los factores fundamentales que determinan el precio actual. Afecta los activos que se negocian en mercados dotados de liquidez: acciones, bonos, divisas, mercancías y derivados. Los factores de riesgo que más frecuentemente afectan al riesgo de mercado se detallan a continuación.

1.3.1.2.3 Riesgo de tasa de interés

Es la posibilidad de que las instituciones del sistema financiero asuman pérdidas como consecuencia de movimientos adversos en las tasas de interés pactadas, cuyo efecto dependerá de la estructura de activos, pasivos y contingentes. Este riesgo surge cuando existe un descalce de las tasas de activos y pasivos,

variaciones adversas en costos y rendimientos, finalmente cuando existe la incapacidad de trasladar variaciones de tasas de mercado.

1.3.1.2.4 Riesgo de tipo de cambio

Es el impacto sobre las utilidades y el patrimonio de la institución controlada por variaciones en el tipo de cambio y cuyo impacto dependerá de las posiciones netas que mantenga una institución controlada, en cada una de las monedas con las que opera.

1.3.1.2.5 Riesgo de liquidez

Es la contingencia de pérdida que se manifiesta por la incapacidad de la institución del sistema financiero para enfrentar una escasez de fondos y cumplir sus obligaciones, y que determina la necesidad de conseguir recursos alternativos, o de realizar activos en condiciones desfavorables.

1.3.1.2.6 Riesgo operativo

Es la posibilidad de que se produzcan pérdidas debido a eventos originados en fallas o insuficiencia de procesos, personas, sistemas internos, tecnología, y en la presencia de eventos externos imprevistos. Incluye el riesgo legal pero excluye los riesgos sistémico y de reputación. Incluye errores cometidos por el personal o por los sistemas utilizados para la operación cotidiana. Una de las características principales es que no son riesgos que se asumen a cambio de una recompensa asociada. El riesgo operacional está presente en todos los procesos y no sólo en algunas áreas.

1.3.1.2.7 Riesgo legal

Es la probabilidad de que una institución del sistema financiero sufra pérdidas directas o indirectas; de que sus activos se encuentren expuestos a situaciones de

mayor vulnerabilidad; de que sus pasivos y contingentes puedan verse incrementados más allá de los niveles esperados, o de que el desarrollo de sus operaciones enfrente la eventualidad de ser afectado negativamente, debido a error, negligencia, impericia, imprudencia o dolo, que deriven de la inobservancia, incorrecta o inoportuna aplicación de disposiciones legales o normativas. Este riesgo surge cuando existe un incumplimiento con las leyes o derechos y obligaciones legales.

1.3.1.2.8 Riesgo de reputación

Es la posibilidad de que una institución del sistema financiero se encuentre afectada por cualquier evento externo como puede ser vinculación con negocios ilícitos, fallas internas hechas públicas que afecte al prestigio de la entidad.

1.3.2 LIQUIDEZ ESTRUCTURAL

La relación entre los activos más líquidos y los pasivos de exigibilidad en el corto plazo se denomina Índice Estructural de Liquidez que estará reflejado en dos niveles que se denominan de primera línea y de segunda línea.

Se denomina activos líquidos de primera línea al activo compuesto por los títulos representativos de deuda soberana (emitidos en moneda extranjera), con una calificación global para uso internacional, con grado de inversión igual o superior “AA”¹².

Se denomina activos líquidos de segunda aquellos que tiene incluidos los títulos representativos de la titularización de la cartera hipotecaria de vivienda propia emitidos por entidades del exterior, con una calificación AAA¹³, otorgada por las calificadoras de riesgos. Para el caso de emisiones efectuadas por las instituciones del sistema financiero ecuatoriano, deberán contar con similar calificación que sea

¹²Calificaciones de emisiones de muy alta calidad crediticia, los factores protección son muy fuertes, riesgo modesto alta calidad de crédito.

¹³Calificaciones de emisiones de alta, con el mejor grado de inversión. Los bonos del tesoro son referenciales

otorgada por las firmas calificadoras de riesgo autorizadas por la Superintendencia de Bancos y Seguros.

El Índice Estructural de Liquidez de primera línea deberá ser siempre mayor a dos (2) veces la volatilidad promedio ponderada de las principales fuentes de fondeo de cada institución; y, el Índice Estructural de Liquidez de segunda línea deberá ser siempre mayor a dos punto cinco (2.5) veces la volatilidad promedio ponderada de las principales fuentes de fondeo de cada institución.

Adicionalmente, los activos líquidos de segunda línea no podrán ser menores del 50% de los cien (100) mayores depositantes que mantenga la institución con plazos hasta de noventa (90) días, de tal manera que el Índice Estructural de Liquidez mínimo que deberá mantener la institución será el valor mayor de la relación entre los activos líquidos requeridos para cubrir la volatilidad de dos punto cinco (2.5) veces o el monto necesario para cubrir el 50% de sus mayores captaciones con plazos hasta de noventa (90) días, sobre sus pasivos exigibles de corto plazo.

El cálculo del requerimiento de liquidez dado por el 50% de los cien (100) mayores depositantes que mantenga la institución con plazos hasta de noventa (90) días, es susceptible de ser ajustado por parte de las instituciones financieras si así lo requieren, a cuyo efecto desarrollarán sus propias metodologías para determinar los niveles de concentración de sus depositantes, considerando aspectos como el tamaño y el número de clientes particulares con los que cuentan.

Entre las metodologías a ser adoptadas se pueden citar como ejemplos los Índices de Herfindal Hirschman; Índice de Entropía de Theil; o, el Índice de Hanna y Kay.

Las metodologías deben estar sustentadas en estudios que permitan evidenciar su validez y aplicabilidad, así como contar con sustentos estadísticos y matemáticos suficientes que demuestren la confiabilidad de los resultados obtenidos.

Aquellas instituciones que opten por desarrollar su propia metodología de medición de los niveles de concentración, deben contar con un esquema eficiente y efectivo para administrar el riesgo de liquidez; tener estrategias, políticas, procesos y

procedimientos de administración integral de riesgos, así como un seguimiento de la correcta ejecución de los mismos.

En forma previa a la aplicación de las metodologías propuestas, las entidades controladas deberán remitirlas a la Superintendencia de Bancos y Seguros para su correspondiente evaluación

El requerimiento de liquidez no podrá exceder del 100% de la volatilidad de sus fuentes de fondeo¹⁴. Para el cálculo de la volatilidad para la liquidez estructural se utilizarán las variaciones porcentuales de los saldos de los últimos noventa (90) días, con un intervalo de treinta (30) días, para cada una de las fuentes de fondeo. A las variaciones calculadas según el método anterior, se aplicará el logaritmo natural; posteriormente se obtendrá la desviación estándar de la serie.

¹⁴ Se define como las fuentes donde una institución financiera obtiene recursos monetarios para poder cumplir su función de colocarlos en activos financieros productivos.

CAPÍTULO 2. VALOR EN RIESGO (VaR)

La valoración del VaR proviene de la necesidad de cuantificar, con un determinado nivel de significancia, el monto de pérdida de un portafolio en un periodo determinado de tiempo como consecuencia de los precios de mercado.

2.1 DEFINICIÓN

El Valor en Riesgo (VaR por su nombre en inglés) se define como la máxima pérdida esperada en condiciones normales en el valor de un activo o un portafolio de instrumentos financieros¹⁵ dado cierto nivel de confianza en un determinado periodo de tiempo. Los factores que se encuentran involucrados en el cálculo del valor en riesgo, corresponden a la fórmula estandarizada propuesta por Basilea II. El VaR responde la pregunta ¿Cuánto puedo perder con una probabilidad dada en un horizonte de tiempo determinado?

$$VaR = \alpha \cdot \sigma \cdot W \cdot \sqrt{d}$$

Dónde: α Nivel de confianza del modelo,
 σ Desviación estándar del precio de la posición,
 W Precio de la posición y;
 d , Horizonte de análisis.

2.1.1. DEFINICIÓN ANÁLITICA

El VaR se define por el límite superior de la integral de la función de retornos esperados $r(s)$ tal que:

$$\int_{-\infty}^{E[r]-VaR} r(s) ds = \alpha$$

¹⁵ Un instrumento financiero es un pasivo comerciable de cualquier tipo, ya sea dinero en efectivo; evidencia de propiedad en alguna entidad; o un derecho contractual a recibir o entregar o cualquier otro documento financiero con fuerza legal.

Donde: $E[r]$ Retorno esperado,

$E[r]=0$ con lo cual la solución a la expresión se transforma.

$$\int_{-\infty}^{-VaR} r(s) ds = \alpha$$

A continuación se describe los parámetros utilizados para el cálculo del Var.

Nivel de Confianza

El nivel de confianza es una probabilidad que se denota por $(1- \alpha)$ y es la región donde se encuentran los valores que son compatibles con la hipótesis nula. Los valores más utilizados para α son 10%, 5% y 1%, resultando los niveles de confianza al 90%, 95% y 99%, respectivamente.

Horizonte Temporal

Indica el intervalo de tiempo que se está contemplando para el cálculo, es decir, el intervalo de tiempo en el que se podría observar una pérdida igual o mayor que el VaR el cual puede ser un día, una semana, un mes, etc. El plazo dependerá tanto de las características del inversor como de la posición.

Se debe tener en cuenta que mientras más largo sea el horizonte de tiempo, mayor será el rango de fluctuación de los precios de los activos que conforman el portafolio y, en consecuencia, el potencial de pérdidas también será mayor.

2.2 VENTAJAS DEL VaR

Las principales ventajas que caracterizan el VaR son las siguientes:

- El VaR es una medida de riesgo universal, ya que este puede ser aplicada cualquier tipo de activo o fuente de riesgo.
- El VaR es simple, posee una fácil interpretación.

- VaR es completo, resume en un solo número, en unidades monetarias, todas las posibles fuentes de riesgo de mercado existentes en un portafolio.
- La mayor ventaja del VAR probablemente, recae en la imposición de una metodología estructurada de registro y valoración de las posiciones, identificación de los factores de riesgo y de los flujos esperados de la cartera en dichos factores de riesgo identificados.
- Unas de las propiedades importantes del procedimiento de estimación del VaR no tiene en cuenta la cola y por tal motivo no se ve afectado por las pérdidas representadas por colas muy alta.
- El VaR se estima con modelos paramétricos, por ejemplo, el VaR basado en el supuesto de distribución normal es muy conocido en finanzas, modelos de simulación como Histórica o Monte Carlo o mediante el uso de aproximaciones basadas en la expansión de Taylor¹⁶ de segundo orden.

2.3 LIMITACIONES DEL VaR

La principal limitación del VaR se da al realizar el cálculo, debido a que deja de lado los valores de la cola y los puntos atípicos¹⁷ que se pueden dar al momento del tratamiento de los datos, a continuación se detallan sus limitaciones.

- El resultado obtenido depende estrechamente de la información que se utilizó para calcular los modelos.
- VaR es una buena medida de riesgo de pérdidas bajo condiciones normales de comportamiento de los mercados, pero falla significativamente en condiciones de crisis.
- El empleo de un intervalo de confianza supone dejar de lado los casos no contemplados en el VaR, ejemplo la máxima pérdida en un día con un 95% de los casos supone no contemplar que ocurre en el otro 5% de los días. Esto puede causar un sesgo cuando el VaR sea un elemento de decisión.

¹⁶La serie de Taylor es una serie funcional y surge de una ecuación en la cual se puede encontrar una solución aproximada a una función.

¹⁷Son observaciones que están numéricamente distantes del resto de los datos.

- La cuantificación del VaR, por si sola, no es una herramienta suficiente para controlar el riesgo de liquidez, debe ser complementado por una definición y un control de límites eficiente y una validación de la estimación del riesgo realizada.
- El VaR es un concepto, no una metodología, por lo que la interpretación de la estimación de riesgo obtenido y la evaluación de su calidad exige conocer las características concretas del cálculo realizado, las hipótesis y parámetros utilizados.
- La cuantificación del VaR, por si sola, no es una herramienta suficiente para controlar riesgo de liquidez debe ser complementada por una definición y un control de límites eficientes, como lo es un análisis del riesgo asumido en condiciones extremas de mercado y una validación continua de la estimación del riesgo realizada
- El VaR no es una medida coherente de riesgo debido a que no siempre cumple la propiedad de subadictividad: $VaR(X+Y) \leq VaR(X) + VaR(Y)$
- El VaR es una función discontinua¹⁸ y no convexa¹⁹ para distribuciones discretas.

2.4 METODOLOGÍAS PARA EL CÁLCULO DEL VaR

Los métodos para calcular el VaR pueden clasificarse en Paramétricos (donde se supone una distribución de los datos) y No Paramétricos (basados en datos históricos, que no suponen ninguna distribución).

El método No Paramétrico o de Simulación se subdivide en los siguientes:

1. Método de Simulación Histórica. Esta metodología utiliza los rendimientos históricos de los precios de los activos para realizar el cálculo del VaR.
2. Metodología de Simulación de Monte Carlo. Para el Cálculo del VaR utiliza la simulación de rendimientos mediante números aleatorios.

¹⁸Una función es discontinua si tiene puntos en los cuales existe una pequeña variación de la variable independiente produciendo un salto en los valores de la variable dependiente.

¹⁹ Es aquél donde es posible unir la distancia entre un punto y otro en línea recta, sin salirse del mismo

2.4.1 MÉTODO PARAMÉTRICO O MÉTODO ANALÍTICO

El método paramétrico tiene como característica el supuesto de que los rendimientos de los activos se distribuyen de acuerdo con una curva de densidad de probabilidad, que generalmente es la normal.

Existen diferentes metodologías para calcular el VaR de forma paramétrica, el caso más simple resulta cuando se asume que la distribución de pérdidas y ganancias es sigue una distribución normal $N(\mu, \sigma^2)$.

$$P[r_t \geq VaR] = P\left[\frac{r_t - \mu}{\sigma} \geq \frac{VaR - \mu}{\sigma}\right] = 1 - \alpha$$

$$\frac{VaR - \mu}{\sigma} = \varphi^{-1}(\alpha) \equiv z_\alpha$$

$$\Rightarrow VaR = \mu + \sigma z_\alpha$$

Donde:

φ^{-1} Función inversa de la distribución normal acumulada.

z_α α – ésimo cuantil de una distribución normal estándar.

El VaR Paramétrico de un portafolio puede ser estimado usando la siguiente expresión.

$$VaR_{t+1} = F(\alpha) \sigma_{t+1}$$

Donde:

σ_{t+1} Desviación estandar disponible en el periodo t.

$F(\alpha)$ Cuantil de la distribución normal estandar.

Para el cálculo de un periodo de tiempo arbitrario t se hace uso de la siguiente relación para la volatilidad.

$$\sigma_t = \sigma_{1día} \sqrt{t}$$

La forma mas simple de determinar σ_{t+1} es mediante el promedio movil ponderado²⁰ exponencialmente, implica que la varianza del periodo siguiente es calculada como un promedio ponderado de la varianza actual y el rendimiento actual al cuadrado.

$$\sigma_{t+1}^2 = \lambda\sigma_t^2 + (1 - \lambda)z_t^2$$

Donde:

λ factor de decaimiento que asigna la influencia en la volatilidad actual de la volatilidad actual de la varianza del periodo anterior.

Los pasos a seguir para el cálculo del VAR paramétrico, basado en volatilidades y correlaciones, se resume en los detallados a continuación.

1. Debe calcularse el valor actual de cada posición.
2. Para la obtención del VAR de una posición a dicho valor deben aplicarse las volatilidades de mercado de los distintos instrumentos.
3. Es habitual partir del dato de volatilidad anual y, sin embargo, calcular el VAR diario. Para ello, se obtiene la volatilidad diaria, habitualmente dividiendo la anual entre la raíz cuadrada del número de días hábiles en el año²¹.
4. A continuación, se asigna el intervalo de confianza multiplicando la volatilidad diaria por el múltiplo que corresponda según el intervalo de confianza elegido.
5. Por último, para el cálculo del VAR de una cartera, debe aplicarse la matriz de correlación de los distintos instrumentos.

2.4.1.1 Ventajas del VaR Paramétrico

Las ventajas del Método Paramétrico están en la rapidez de su cálculo, además de esto se detallan las ventajas de este método.

1. Es fácil y rápido de calcular.

²⁰Implica seleccionar diferentes pesos para cada valor de datos y luego calcular un promedio ponderado de los valores de los n datos más recientes.

²¹Los días hábiles anuales son 252 días.

2. Es un modelo que hace fuertes suposiciones acerca del comportamiento financiero de los activos.
3. Las variaciones de los precios de los precios del mercado financiero están distribuidos normalmente.
4. Se obtiene mucha información al proyectar las características de distribuciones estadísticas sobre los datos empleados.

2.4.1.2 Desventajas del VaR Paramétrico

La principal desventaja de esta aproximación reside en la falsedad de información extraída y calculada en el caso de que los datos no se ajusten adecuadamente a la distribución que se emplea.

2.4.2 MÉTODO NO PARAMETRICO O DE SIMULACIÓN

Esta metodología se basa en incluir la serie histórica de los retornos de cada activo, sin importar el comportamiento de estos entre los métodos no paramétricos se encuentran:

1. Método de Simulación Histórica
2. Método de Simulación de Monte Carlo

2.4.2.1 Método de Simulación Histórica

La Simulación Histórica es una aproximación simple que requiere de relativamente pocos supuestos acerca de la distribución estadística de los factores de mercado y de los retornos del portafolio, en este caso no se asume que la serie siga alguna distribución paramétrica en particular, el VaR es calculado como el α -ésimo percentil de la distribución empírica de pérdidas y ganancias.

A pesar de que se emplean los cambios realmente ocurridos en los factores de mercado, las ganancias y pérdidas del portafolio son hipotéticas ya que el portafolio actual no fue el que se tenía en cada uno de los N períodos pasados.

Esta metodología se fundamenta en regresar en el tiempo para poder aplicar ponderaciones actuales a una serie de tiempo de rendimientos históricos, “se tiene como hipótesis que el pasado es un buen indicador del riesgo futuro y permite pronosticar el riesgo que estará expuesto el portafolio en el futuro”²².

Los parámetros a utilizarse para el cálculo del VaR por Simulación Histórica son:

1. Series históricas de precios, tipos de interés, tipo de cambio, etc., de todos los factores de riesgo relevante al caso.
2. Periodo muestral. El cual queda a criterio del analista (Se recomienda que sea superior a un año para poder capturar la mayor variedad de eventos posibles).
3. Descripción de los instrumentos que componen la cartera actual de la institución financiera en función de los factores de riesgo determinados y modelos de valoración de los mismos para los diferentes escenarios de precios.

Los pasos a seguir para el cálculo del VAR mediante la Simulación Histórica, se detallan a continuación.

1. Seleccionar un periodo del pasado, del cual exista información de saldos o precios de cada uno de los factores de riesgo del portafolio.
2. Calcular los rendimientos en cada periodo. Se utiliza para realizar este cálculo las tasas de variación continuas:

$$\text{Rendimiento}_t = \text{Ln} \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right)$$

Donde:

P_t Valor de la serie en el instante t .

3. Simular escenarios de niveles de los factores de riesgo al horizonte de tiempo que se desea calcular el VaR.

²²Nota técnica N°2005-01, Valor en Riesgo: El método de Simulación Histórica, Agosto del 2005

4. Revaluar el portafolio con los nuevos factores de riesgo
5. Determinar la distribución de pérdidas y ganancias
6. Calcular el VaR como el percentil correspondiente al nivel de confianza deseado.

El período muestral seleccionado juega un rol muy importante en la exactitud del modelo mientras más corto sea, se estará dando mayor peso al pasado reciente, con desestimación de las situaciones extremas del mercado. Por esta razón, se recomienda que se incluyan épocas de inestabilidad en los mercados financieros que puedan permitir el análisis de las pérdidas que habría experimentado el portafolio bajo dichas circunstancias.

2.4.2.1.1 Ventajas de la Simulación Histórica

1. Evita la imposición de supuestos acerca de la distribución de los retornos.
2. Resulta fácil de implementar.
3. La simulación histórica no asume una distribución para los retornos. Por su parte, este método es considerablemente más rápido en términos de cálculo que el de Monte Carlo, debido a que el número de escenarios se limita al número de observaciones pasadas (en función del período muestral).

2.4.2.1.2 Desventajas de la Simulación Histórica

1. La simulación histórica supone que la distribución no cambia en el tiempo y por lo tanto es sensible al tamaño de la muestra seleccionado.
2. La inclusión o exclusión de datos dentro de la simulación puede cambiar los resultados del VaR.
3. Deficiente capacidad de pronóstico de retornos extremos debido a la posible ausencia de información acerca de este tipo de realizaciones.
4. El carácter discreto de las observaciones impide encontrar percentiles específicos.

5. No proporciona ninguna información con respecto a la correlación con los factores de riesgo como es la volatilidad de los retornos.

2.4.2.2 Método de Simulación de Monte Carlo

Estima el VaR simulando todos los escenarios posibles y reevalúa sus posiciones en el portafolio. Al igual que la simulación histórica se usa para activos lineales y no lineales, la diferencia es que cambia la metodología de cómo se generan los escenarios.

Las simulaciones Monte Carlo²³ cubren un amplio rango de valores posibles en variables aleatorias y de gran importancia para las correlaciones. Por tanto este método es similar al método de simulación histórica, excepto en que los cambios hipotéticos en los precios para el activo se crean mediante extracciones aleatorias de un proceso estocástico pre especificado en lugar de muestreados de los datos históricos.

El VaR mediante la simulación de Monte Carlo utiliza números aleatorios para simular las variaciones de las variables con las que se calcula el precio de la cartera. Se puede resumir esta metodología en los siguientes pasos:

1. Identificar las series históricas de precios.
2. Calcular los rendimientos diarios con el logaritmo neperiano del cociente de los precios.
3. Calcular la frecuencia acumulada de los rendimientos en la serie histórica tomada.
4. Generar tantos números aleatorios como simulaciones se quiera realizar.
5. Cada número aleatorio representa una frecuencia acumulada que está asignada a un rendimiento en concreto
6. Utilizar ese rendimiento para calcular la variación de los precios
7. Calcular la serie de pérdidas y ganancias con los precios simulados

²³Usada por Boyle (1977) para valuar opciones

8. Calcular el percentil adecuado que represente el Valor en Riesgo.

2.4.2.2.1 Ventajas de Simulación de Monte Carlo

1. Se puede utilizar cualquier distribución de probabilidad para los factores de riesgo.
2. Permite modelar cualquier portafolio compuesto por instrumentos no lineales.
3. Basa sus cálculos en la proyección de los posibles acontecimientos futuros y no solo en la información histórica.
4. Flexibilidad para evaluar el riesgo de portafolio cuyos retornos son necesariamente asimétricos.
5. Por su flexibilidad, el análisis de Monte Carlo es el método más poderoso para cuantificar el VaR.
6. Tiene el potencial para considerar un amplio rango de riesgos incluyendo el riesgo precio, riesgo de volatilidad y el riesgo de crédito.
7. Puede incorporar variaciones en el tiempo en la volatilidad colas amplias y escenarios extremos.

2.4.2.2.2 Desventajas

1. Este método requiere de una gran capacidad de cálculo.
2. Es muy monótono ya que para cada escenario debe realizarse el cálculo.
3. Este método es el más caro de implementar en términos de infraestructura de sistema y desarrollo intelectual.

2.4.3 COMPARACION DE METODOS PARA EL CALCULO VaR

La elección del método depende ampliamente de la composición del portafolio. Al utilizar el método paramétrico, es relativamente fácil de cuantificar y no es muy propenso al riesgo de modelo (ocasionado por supuestos o cálculos defectuosos).

En los métodos no paramétricos, la simulación histórica también es relativamente fácil de implementar y utiliza una evaluación completa y real de todos los valores. Sin embargo, no puede considerar la variación del tiempo en el riesgo y, como el modelo Paramétrico, puede quedarse corto para eventos extremos.

El enfoque Monte Carlo puede aliviar todas estas dificultades técnicas. Puede incorporar posiciones no lineales, distribuciones no normales, parámetros implícitos e, incluso, escenarios definidos por el usuario. No obstante, el precio a pagar por esta flexibilidad es muy grande. Los requerimientos de cómputo y datos están verdaderamente muy lejos de los otros dos enfoques, el riesgo de modelo cobra mucha importancia y el valor en riesgo pierde su faceta intuitiva.

El Modelo de Monte Carlo modela las variaciones en los factores de riesgo más bien que los cambios en los activos individuales. La Simulación Monte Carlo es útil debido a que el número de factores de riesgo es mucho más pequeño que el número de activos que uno desearía modelar y debido a su flexibilidad, que permite alterar la distribución de probabilidad cuando sea necesario.

CAPÍTULO 3.BACK Y STRESS TESTING VALOR EN RIESGO

3.1 BACKTESTING VaR

El Backtesting es un procedimiento estadístico para validar la calidad y precisión de un determinado modelo, en este caso el VaR, donde los valores reales son sistemáticamente comparados con sus correspondientes estimaciones. En el proceso de backtesting, estadísticamente se puede determinar si la frecuencia de excepciones en un intervalo de tiempo está en línea con el nivel de confianza seleccionado y si estas son independientes. Además, permite identificar si se está sobrevalorando o subvaluando el riesgo. Esta verificación está fundamentada en comprobar cuál es el porcentaje de pérdidas de la muestra que exceden al VaR para el próximo periodo.

“Teóricamente este porcentaje debería ser igual al nivel de significancia, que corresponde al nivel de cobertura del modelo”²⁴. Este valor nos indicará la cobertura del VaR, que debería ser igual a cobertura deseada. Cuando es inferior a cobertura deseada, aparentemente el VaR está sobrevalorando el riesgo.

Existen distintas técnicas posibles para hacer backtesting. Estas técnicas continúan evolucionando, al mismo tiempo que siguen desarrollándose los modelos cuya calidad se pretende evaluar. A continuación se detallan las pruebas más utilizadas para la validación del VaR.

3.1.1 TEST DE KUPIEC

Evalúa la hipótesis nula que la probabilidad de excepciones sea igual a $1-\alpha$ (complemento del nivel de confianza). Se define la hipótesis nula como:

$$H_0: p = \hat{p} = \frac{x}{T}$$

²⁴ Sistema Integral de Administración de Riesgos, Siargaf 4.0, Costa Rica, 2008

Dónde: x es el número de excepciones y,

T es el número de observaciones incluidas en el backtesting.

Esta hipótesis es contrastada a través de una prueba de razón de verosimilitud de la forma:

$$LR_{POF} = -2\ln\left(\frac{(1-p)^{T-x}p^x}{\left[1 - \left(\frac{x}{T}\right)\right]^{T-x} \left(\frac{x}{T}\right)^x}\right)$$

En la cual, el estadístico LR_{POF} sigue asintóticamente una distribución Chi cuadrado con un grado de libertad.

Se rechaza la hipótesis nula (modelo no consistente) si el estadístico LR_{POF} es mayor que su valor correspondiente de la tabla Chi cuadrado.

El test de Kupiec dispone de una debilidad, su resultado depende del tiempo donde fue realizado el test.

3.1.2 TEST DE TUFF

El Test de Tuff presenta una generalización del Test de Kupiec que es determinada por el tiempo en la que se da el primer fracaso Kupiec. Esta prueba mide el tiempo (v) para que se produzca la primera excepción y se basa en supuestos similares al test de Kupiec. Se define la hipótesis nula como:

$$H_0: p = \hat{p} = \frac{1}{v}$$

La prueba estadística es una razón de verosimilitud. Esta hipótesis nula es contrastada a través de una prueba de la siguiente forma:

$$LR_{TUFF} = -2\ln\left(\frac{p(1-p)^{v-1}}{\left(\frac{1}{v}\right)\left(1 - \frac{1}{v}\right)^{v-1}}\right)$$

Donde: LR_{TUFF} sigue asintóticamente una distribución Chi cuadrado.

Se rechaza H_0 (modelo no es consistente) si el estadístico calculado es superior al valor de la distribución Chi-Cuadrado con un grado de libertad.

3.1.3 MARCO REGULADOR

Técnica de Backtesting que sigue los lineamientos del Comité de Basilea. Se basa en considerar que la ocurrencia de una excepción en determinado día es independiente del resultado de cualquier otro. Se determina que la probabilidad de excepciones sigue una distribución binomial. Para la metodología, se utiliza los resultados del último año (real y proyección), contabilizando el número de excepciones. Se establece tres regiones, las cuales determinan el grado de consistencia o no del modelo de la siguiente manera:

Tabla 3.1. Áreas de Aceptación Marco Regulador al 95% de confianza

Área	Núm. Excepciones Anuales	Resultado
Zona Verde	≤ 4 excepciones	Consistencia
Zona Amarilla	5–9 excepciones	Incertidumbre
Zona Roja	≥ 10 excepciones	No Consistencia

Fuente: Comité de Basilea. **Elaboración:** Propia

De tal manera que si el número de excepciones son hasta cuatro en el año, el modelo es consistente, y así sucesivamente. Cabe mencionar que el nivel de confianza y días utilizados para definir las regiones anteriormente mencionadas son 99% y 250, respectivamente.

Si se desea cambiar las regiones para adaptar a otro nivel de confianza, la zona amarilla comienza en el punto donde la probabilidad acumulada iguala o supera el 95%, y la zona roja en el punto donde la probabilidad acumulada iguala o supera el 99.99%.

Tabla 3.2. Áreas de Aceptación Marco Regulator al 95% de confianza

Zona	Número de excepciones	Incremento Factor multiplicativo	Probabilidades acumuladas
Zona Verde	0	0%	8,11%
	1	0%	28,58%
	2	0%	54,32%
	3	0%	75,81%
	4	0%	89,22%
Zona Amarilla	5	40%	95,88%
	6	50%	98,63%
	7	65%	99,60%
	8	75%	99,89%
	9	85%	99,97%
Zona Roja	10 o más	100%	99,99%

Fuente: Comité de Basilea. **Elaboración:** Propia

Se recuerda que el Requerimiento Mínimo de Capital es el máximo valor entre el VaR en el instante t o su promedio de los últimos 60 días por un factor multiplicativo (que es igual a 3). Si el modelo cae en las zonas amarilla o verde, el factor multiplicativo debe ser aumentado de acuerdo al número de excepciones como se muestra en la tabla anterior. Es por esto, que el requerimiento mínimo de capital es bien la estimación del VaR en zona verde, o la estimación del VaR más una cantidad adicional (factor multiplicativo) de capital en el resto de las zonas.

3.1.4 PRUEBA DE CRISTOFFERSEN

Añade una prueba estadística para la independencia de excepciones al test de Kupiec. La prueba examina si la probabilidad de una excepción en un día depende de los resultados del día anterior.

Se construye un indicador si el valor real excede al VaR de la siguiente manera:

$$I_t = \begin{cases} 1 & \text{si es excepción} \\ 0 & \text{caso contrario} \end{cases}$$

Se define la siguiente tabla de contingencia, donde n_{ij} es el número de días cuando ocurrió la condición j dado que la condición i ocurrió en el día anterior.

	$I_{t-1} = 0$	$I_{t-1} = 1$	
$I_t = 0$	n_{00}	n_{10}	$n_{00} + n_{10}$
$I_t = 1$	n_{01}	n_{11}	$n_{01} + n_{11}$
	$n_{00} + n_{01}$	$n_{10} + n_{11}$	N

Se definen las siguientes probabilidades:

$$\pi_0 = \frac{n_{01}}{n_{00} + n_{01}}$$

$$\pi_1 = \frac{n_{11}}{n_{10} + n_{11}}$$

$$\pi = \frac{n_{01} + n_{11}}{n_{00} + n_{01} + n_{10} + n_{11}}$$

Donde π_0 es la probabilidad de que una excepción pueda ocurrir en el tiempo t sin que haya ocurrido en el día anterior y π_1 es la probabilidad de que una excepción en el tiempo $t-1$ pueda ser seguida por otra excepción en el día t

Si el modelo es consistente, entonces una excepción no debería depender si se produjo o no excepciones en días anteriores. Por tal razón se plantea la hipótesis nula:

$$H_0: \pi_0 = \pi_1$$

La prueba de independencia de las excepciones es la razón de verosimilitud siguiente:

$$LR_{ind} = -2\ln\left(\frac{(1 - \pi)^{n_{00}+n_{10}}\pi^{n_{01}+n_{11}}}{(1 - \pi_0)^{n_{00}}\pi_0^{n_{01}}(1 - \pi_1)^{n_{10}}\pi_1^{n_{11}}}\right)$$

Al combinar este estadístico con el de Kupiec, se obtiene un test que además de examinar que la tasa de excepciones sea correcta prueba que exista una independencia entre excepciones.

Esta hipótesis nula es contrastada a través de una prueba de razón de verosimilitud de la forma:

$$LR_{CC} = LR_{POF} + LR_{ind}$$

Donde LR_{CC} sigue también una distribución Chi cuadrado, esta vez, con dos grados de libertad. Como los casos anteriores, se rechaza la hipótesis nula (modelo consistente) si:

$$LR_{CC} > X^2$$

3.1.5 TEST DE KUPIEC AVANZADO

A diferencia del método de Cristoffersen, este test no considera únicamente la dependencia de las observaciones entre dos días sucesivos. Potencialmente capta las formas más generales de dependencia. Se generaliza la el test de Kupiec de la siguiente forma (que mide el tiempo hasta la primera excepción para medir el tiempo entre dos excepciones)

$$LR_i = -2\ln\left(\frac{p(1-p)^{v_i-1}}{\left(\frac{1}{v_i}\right)\left(1-\frac{1}{v_i}\right)^{v_i-1}}\right)$$

Donde v_i es el tiempo entre la excepción i e $i - 1$. Se calcula este estadístico para cada una de las excepciones. El estadístico de independencia es el siguiente:

$$LR_{ind} = \sum_{i=2}^n \left[-2\ln\left(\frac{p(1-p)^{v_i-1}}{\left(\frac{1}{v_i}\right)\left(1-\frac{1}{v_i}\right)^{v_i-1}}\right) \right] - 2\ln\left(\frac{p(1-p)^{v-1}}{\left(\frac{1}{v}\right)\left(1-\frac{1}{v}\right)^{v-1}}\right)$$

Similarmente al test de Christoffersen, el test de independencia es combinado con el test de Kupiec. Con lo cual, se logra medir la cobertura y la independencia, de la siguiente manera:

$$LR_{mix} = LR_{POF} + LR_{ind}$$

En este caso, el estadístico se distribuye asintóticamente con una distribución Chi cuadrado con $n + 1$ grados de libertad. Como en los casos anteriores, se rechazará la hipótesis nula si el estadístico es mayor al valor de la distribución Chi cuadrado.

3.2 STRESS TESTING VaR

Es un conjunto de análisis, técnicas y acciones encaminadas a medir la vulnerabilidad de entidades, sistemas y modelos en el caso de sucesión de circunstancias excepcionales.

El stress testing del VaR consiste principalmente en la re-estimación del VaR utilizando como información la volatilidad de escenarios identificados, los cuales se caracterizan por poseer una alta volatilidad en los rendimientos.

3.2.1 CRITERIOS DEFINICIÓN DE ESCENARIOS

La esencia del stress testing es la creación de los escenarios definidos por el usuario, los mismos que son utilizados en las estimaciones de las pérdidas que se pueden generar por los escenarios. Para determinar los escenarios, se enlista los principales eventos que deberían ser analizados:

1. Considerar eventos que han ocurrido pero que no disponen de alta probabilidad de ocurrencia (días atípicos, alta volatilidad).
2. Considerar eventos que no han ocurrido pero que podrían suceder (movimientos de tasas de interés, tipos de cambio, precio de acciones, etc.)
3. Considerar eventos importantes que no hayan sido tomados en cuenta para el actual cálculo del VaR, pero que han ocurrido (diferentes muestras).
4. Considerar eventos que puedan ocasionar cambios estructurales (caída de mercado de capitales, crisis argentina en el 2001, crisis mexicana en 1994, etc.).

5. Eventos hipotéticos con sus consecuencias (terremotos, ataques terroristas, guerra internacional, etc.)

3.2.2 METODOLOGÍA

Se recuerda que para la generación de precios aleatorios en la metodología de Monte Carlo se utiliza la expresión del movimiento geométrico browniano²⁵, la cual se expresa de la siguiente manera:

$$P_t = P_{t-1} \cdot e^{\sigma \cdot Z_\alpha \cdot \sqrt{t}}$$

Donde: P_{t-1} es el precio actual del stock

σ es la volatilidad de la posición asociada con el escenario de stress.

Z_α es el cuantil de la distribución Normal Estándar, con α el nivel de confianza, y;

\sqrt{t} es el factor de ajuste para transformar la volatilidad diaria en otros horizontes de tiempo.

En el VaR de Portafolio, al tratarse de más de un título, se debe considerar también el cambio de correlación entre stocks. En este caso, la factorización de Cholesky se realiza a la matriz de correlaciones identificada en los escenarios, con lo cual la generación de precios aleatorios queda de la siguiente manera:

$$P_{i,t} = P_{i,t-1} \cdot e^{\sigma_i \cdot \varepsilon_{i,\alpha} \cdot \sqrt{t}}$$

Donde:

$\varepsilon_{i,\alpha}$ es el cuantil de la distribución normal correlacionada (transformada), es decir,

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{1,\alpha} \\ \vdots \\ \varepsilon_{n,\alpha} \end{bmatrix} = A_{n \times n} \cdot \begin{bmatrix} Z_{1,\alpha} \\ \vdots \\ Z_{n,\alpha} \end{bmatrix} \text{ con } A_{n \times n} \text{ la matriz de Cholesky.}$$

²⁵ Este proceso se utiliza frecuentemente en los modelos financieros para describir la evolución de los precios a lo largo del tiempo.

CAPÍTULO 4. TEORÍA DE VALORES EXTREMOS

La Teoría de los Valores Extremos es una rama de la teoría de la probabilidad que se centra en explicar valores extremos a través de una serie de modelos o distribuciones naturales. Históricamente, la Teoría de Valores Extremos se remonta a los comienzos de 1709, cuando Nicolás Bernoulli planteó el problema de la distancia media máxima desde el origen de “n” puntos distribuidos aleatoriamente en una línea recta de distancia fija. Fréchet en 1927, identificó una distribución límite posible para valores máximos.

En la actualidad, el marco de aplicación de esta teoría es extenso. En particular, en el campo de la Economía y Finanzas tienen su auge a fines de la década de los noventa y se ha desarrollado estadísticamente en las últimas dos décadas. Esta teoría es ampliamente usada en la gestión financiera del riesgo, con la que se define el peor caso que puede ocurrir teniendo en cuenta la periodicidad de ocurrencia.

Con la aplicación de la Teoría de Valores Extremos, Basilea busca proporcionar medidas de reducción del riesgo pidiendo a las instituciones financieras que calculen el VaR (Valor en Riesgo) para percentiles altos y mantener suficiente capital económico para afrontar eventos de baja probabilidad.

La medida de riesgo como es el VaR, puede tener un hecho poco frecuente o raro, por lo cual se debe tener en cuenta un punto importante al aplicar la Teoría de Valores Extremos (EVT) como es la consideración de la incertidumbre. Se puede afirmar que la EVT no predice el futuro sino que nos da información sobre fenómenos extraordinarios en un espacio de incertidumbre.

Además la EVT no solo genera modelos para la muestra que se está utilizando, también puede ser utilizada para extrapolar la probabilidad de un evento aún más extremo que queda fuera de toda muestra posible, es decir, eventos altamente improbables y los cuales tienen tres características importantes:

1. Son impredecibles.
2. Llevan un impacto masivo.

3. Tienen un gran costo cuando suceden; es decir, son eventos de muy baja probabilidad y de alto impacto, entre los cuales podemos mencionar grandes caídas en las bolsas de valores o crisis financieras.

Por tal razón los rendimientos excesivos o pérdidas descomunales en un activo o portafolio, requieren de una modelación más adecuada para entender el comportamiento de dichos eventos y su aspecto sobre las variables a analizarse. Esto se logra con el uso de distribuciones de valores extremos.

“Hay dos clases de modelos para valores extremos: los modelos más tradicionales conocidos como modelos block máxima que son modelos para muestras grandes de observaciones idénticamente distribuidas; y un grupo moderno de modelos que se conocen como excesos de umbral considerados lo más útiles para aplicaciones prácticas, debido a su uso más eficiente de los datos sobre los resultados extremos”²⁶.

4.1 DISTRIBUCIÓN ASINTÓTICA DEL MÁXIMO DE UN CONJUNTO DE VARIABLES ALEATORIAS.

Se tiene un conjunto de variables aleatorias no degeneradas, independientes e idénticamente distribuidas $(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$ con función desconocida F y estadísticos de orden $X_{1:n} \geq X_{2:n} \geq \dots X_{n:n}$ con la distribución de máximo, $X_{1:n}$ que esta definida por:

$$F_{1:n}(\sigma) = Pr[X_{1:n} \leq \sigma] = Pr[\max(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n) \leq \sigma] = F(x)^n$$

Esta expresión ayuda a determinar la distribución de las variables aleatorias que en un comienzo son desconocidas, sin embargo, su uso es limitado. Para dar tratamiento, se utiliza como alternativa el Teorema del Limite Central²⁷, el cual

²⁶La teoría de valor extremo y el riesgo operacional: Una Aplicación en una Entidad Financiera, Murillo J, Medellín, 2009.

²⁷Se tiene un grupo numeroso de variables independientes y todas ellas siguen el mismo modelo de distribución (cualquiera que sea), la suma de ellas se distribuye según una distribución normal.

consiste en estudiar la distribución asintótica del máximo de un conjunto de variables aleatorias.

Matemáticamente, estamos interesados en buscar las constantes de normalización $c_n > 0$ y $d_n \in \mathbb{R}$ que satisfagan que $c_n(X_{1:n} - d_n)$ tienda en Ley a alguna variable no degenerada, con lo cual surge la siguiente inquietud ¿cuáles son estas distribuciones límite y bajo qué condiciones convergen hacia una distribución concreta? La EVT ayuda a responder esta pregunta, afirmando que si existe la constante de normalización, únicamente existen tres tipos de distribuciones límite.

4.1.1 TEOREMA DE TIPOS EXTREMOS

Sea $\{X_n\}$ una sucesión de variables aleatorias *i. i. d.*²⁸ con función de distribución F y $X_{1:n} \geq X_{2:n} \geq \dots \geq X_{n:n}$ sus estadísticos de orden. Si existen las constantes de normalización $c_n > 0$ y $d_n \in \mathbb{R}$ tal que $c_n(X_{1:n} - d_n)$ converga en límite a G , siendo G una variable aleatoria límite no degenerada, entonces G pertenece a alguno de los siguientes tipos de valores extremos:

$$\text{Fréchet} \quad G_{1:\alpha}(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \exp(-x^{-\alpha}) & x > 0 \end{cases}$$

$$\text{Weibull} \quad G_{2:\alpha}(x) = \begin{cases} \exp[-(-x)^\alpha] & x \leq 0 \\ 0 & x > 0 \end{cases}$$

$$\text{Gumbel} \quad G_{3:\alpha}(x) = \exp[-\exp(-x)] \quad x \in \mathbb{R}$$

Donde α es el índice de la cola de la distribución.

Este teorema define que la distribución límite no degenerada de una sucesión de variables aleatorias es alguna de las tres mencionadas anteriormente. Este resultado no depende crucialmente de la verificación del supuesto de independencia e igualdad de distribución de las variables sino que es generalizable con leves modificaciones a sucesiones independientes.

²⁸ Independiente, idénticamente distribuidas

4.1.1.1 Distribución Fréchet

“La función de distribución de Fréchet acotada por la izquierda, es decir, sólo tiene en cuenta los valores positivos es la más importante en aplicaciones a las finanzas”.²⁹ Bajo esta distribución la cola decrece de manera potencial. Matemáticamente se expresa de la siguiente manera:

$$P[X < x] = \begin{cases} 0 & x < \mu \\ \exp\left\{-\left[\frac{x - \mu}{\sigma}\right]^{-\xi}\right\} & x \geq \mu \end{cases}$$

Donde μ y $\sigma > 0$ son parámetros de localización y escala, respectivamente. μ mide la tendencia central y σ es una medida de dispersión. Estos parámetros están relacionados, pero distintos de la media y desviación estándar.

Se puede interpretar que las probabilidades para valores elevados de la variable aleatoria decrecen más lentamente que en el caso de cualquier función exponencial.

4.1.1.2 Distribución Weibull

La distribución de Weibull es acotada por la derecha para valores positivos. En este último tipo, la cola permanece finita, es decir, no existe cola.

$$P[X < x] = \begin{cases} \exp\left\{-\left[\frac{x - \mu}{\sigma}\right]^{\xi}\right\} & x \leq \mu \\ 0 & x \geq \mu \end{cases}$$

Donde μ , $\sigma > 0$, y $\xi > 0$, son parámetros de localización, escala y de forma, respectivamente. El parámetro ξ es el índice del extremo, el cual nos da una indicación de la forma o pesadez del extremo de la distribución.

4.1.1.3 Distribución Gumbel

Distribución ilimitada por los dos extremos, es una función doble exponencial. Bajo esta distribución, la cola decrece de forma exponencial.

²⁹ Ponencias XIV Reunión, Una aplicación de la Teoría de Valores Extremos al Cálculo en Riesgo, J. Aranda, España, 2000.

Esta ley es la más apropiada para ajustar los valores extremos de distribuciones iniciales caracterizadas por colas factibles de ser aproximadas por exponenciales. Su expresión matemática es la siguiente:

$$[X < x] = \exp\{-e^{(x-\mu)/\sigma}\}$$

Las tres distribuciones se representan como miembros de una sola familia de distribuciones generalizadas propuestas por Jenkinson (1955) y conocidas como Distribuciones Generalizadas de Valores Extremos.

4.2 DISTRIBUCIÓN GENERALIZADA DE VALORES EXTREMOS

La distribución de valores extremos generalizada es la ley que ajusta los máximos de observaciones adecuadamente y surge a partir del desarrollo de Teorema de Fisher y Tippet de 1928.

Se tiene una variable aleatoria de pérdida X y que dicha variable es independiente e idénticamente distribuida, con distribución desconocida $F(x) = \text{Prob}(X \leq x)$

Se desea estimar los riesgos extremos asociados con la distribución de X , se define la distribución generalizada de valores extremos como:

$$G_{\xi, \mu, \sigma} = \begin{cases} \exp\left(-\left(1 + \xi \frac{(x - \mu)}{\sigma}\right)^{-\frac{1}{\xi}}\right) & \xi \neq 0 \\ \exp\left(-\exp\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)\right) & \xi = 0 \end{cases}$$

Donde x satisface la condición $\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right) > 0$; $\xi \in \mathbb{R}$ y $\sigma > 0$

Esta ecuación tiene tres casos especiales:

1. Si $\xi > 0$, la ecuación se convierte en la distribución Fréchet. Este tipo de distribución es particularmente útil para rendimientos financieros porque estos muestran típicamente extremos muy pesados en su distribución, como en las distribuciones Lévy, t-student, Pareto. Generalmente se encuentran que las

estimaciones de ξ para datos de rendimientos financieros son positivos, pero menores a 0.35.

2. Si $\xi = 0$, la ecuación se convierte en la distribución Gumbel. Este caso se aplica cuando el extremo de $F(x)$ tiene extremos exponenciales. Estos son relativamente extremos semejantes a los de la distribución normal o log-normal.

3. Si $\xi < 0$, la ecuación se convierte en la distribución Weibull. Este caso se aplica cuando el extremo de $F(x)$ tiene los extremos más ligeros que la normal. Por esta razón, la distribución Weibull no es particularmente útil para modelar rendimientos financieros, porque las series de rendimientos financieros empíricos no son tan ligeros en los extremos.

4.3 COLAS DE LA DISTRIBUCIÓN ORIGINAL Y DOMINIOS DE ATRACCIÓN

El aporte del Teorema de Tipos Extremos es que ayuda a encontrar una distribución del máximo de los rendimientos. Ahora bien, este resultado sobre la distribución asintótica del máximo aparentemente parece que tiene poco que ver con nuestro objetivo original: estimar el VaR, un cuantil extremo de una distribución de rendimientos, no de su máximo.

Sin embargo existe una estrecha relación entre la distribución asintótica del máximo y el comportamiento en la cola de la distribución original. Intuitivamente parece claro, el máximo es un suceso que, por definición, pertenece a la cola derecha de la distribución y, por tanto, la distribución asintótica del máximo debería estar estrechamente relacionada con la distribución de la variable aleatoria original cuando nos situamos en su cola.

4.3.1 APROXIMACIÓN DE POISSON

Sea $\{X_n\}$ una sucesión de variables aleatorias *i. i. d.* con función de distribución F . Sea $0 \leq \tau \leq \infty$ y supongamos que existe una sucesión (no decreciente) de números reales $\{X_n\}$ tal que se verifica

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n [1 - F(u_n)] = \tau$$

Donde $1 - F(u_n)$ de ser extremadamente pequeño con lo cual se puede afirmar que se está en la cola de la distribución original, entonces se dice que podemos utilizar lo siguiente:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} Pr [X_{n:n} \leq u_n] = \exp(-\tau)$$

Nótese que, a partir de esta aproximación, tomando adecuadamente el valor de τ para cada x , podemos llegar fácilmente al Teorema de Tipos Extremos.

La aproximación de Poisson no hace más que justificar la intuición anterior sobre la relación entre la cola y el máximo, ya que si se cumple la penúltima ecuación, $1 - F(u_n)$ ha de ser extremadamente pequeña, lo cual implica que estamos en la cola de la distribución original y, por tanto, en ese caso y solo en ese caso, podemos pasar a última ecuación. Precisamente esta relación entre la cola y el máximo, unida al Teorema de Tipos Extremos permite caracterizar los dominios de atracción de los tres tipos de valores extremos a partir del comportamiento en la cola de la distribución original.

4.4 TÉCNICAS DE ESTIMACIÓN

Desde el punto de vista histórico se plantean dos métodos para la estimación del índice de la cola de un tipo extremo: Estimación Paramétrica planteada por Gumbel (1958), Estimación de Dominio Máximo de Atracción (MDA) que parte de los artículos de Pickands (1975) y Hill (1975); ésta última estimación es utilizada en el campo financiero.

Las técnicas de estimación MDA parten del supuesto de que se dispone de un conjunto de variables aleatorias $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$, no degeneradas, independientes e idénticamente distribuidas según una función de distribución, F , desconocida que pertenece al dominio máximo de atracción de algún tipo extremo y con estadísticos de orden $X_{1:n} \geq X_{2:n} \geq \dots \geq X_{n:n}$

Mediante la aplicación de alguna de las propiedades asintóticas derivadas de la pertenencia a los dominios máximos de atracción, estas técnicas consiguen

obtener una versión paramétrica o semiparamétrica de la distribución original, válida para los mayores valores de la variable, a partir de la cual realizar la estimación del índice de cola.

4.4.1 EL PROBLEMA DE LA SELECCIÓN DEL UMBRAL

En la estimación por la teoría de Valores Extremos, radica en la selección del umbral. Un umbral muy bajo garantiza una serie de máximos con un mayor número de observaciones; sin embargo, el resultado del teorema de tipos extremos no es válido en este caso, lo que lleva a una estimación sesgada. Por otro lado, un umbral demasiado alto genera pocos excesos, lo que conlleva a una gran varianza en la estimación.

Sea $\{R_t, t \in \mathbb{Z}\}$ una serie de tiempo estrictamente estacionaria de n observaciones, la cual representa las pérdidas de un activo. La serie de excesos sobre un umbral dado u está definido por:

$$Z = \{R_t: R_t > u\}$$

y el número de excesos sobre u , N_n , está dado por:

$$N_n = \text{card}\{i: i = 1, 2, \dots, n; R_t > u\}$$

Donde $\text{card}\{A\}$ representa el número cardinal del conjunto A .

La selección del umbral puede llevarse a cabo identificando u o escogiendo N_n . Existen varias metodologías para identificar el umbral, las cuales se basan en métodos gráficos y técnicas paramétricas.

4.4.1.1 Gráfico de la media de los excesos.

Esta metodología se basa en el análisis gráfico del tipo de relación existente entre u y $e(u)$, donde $e(u) = E(X - u | X > u)$. Para ello se utiliza el promedio muestral de la serie de excesos sobre un umbral \bar{u} , como estimador del valor esperado de los excesos, definido como:

$$\widehat{e(\bar{u})} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{N_n} (r_{(i)} - \bar{u})$$

Donde $r_{(1)}, r_{(2)}, \dots, r_{(N_n)}$ son las N_n observaciones mayores que \bar{u} , $\bar{u} < r_{max}$ y r_{max} corresponde a la observación más grande de la muestra. A partir de este estimador de la media de los excesos, se analiza la tendencia de la gráfica de las parejas ordenadas $(\bar{u}, \widehat{e(\bar{u})})$. Si $G_{\xi, \mu}$ es una aproximación válida de F para un umbral dado u^* , gráfico de la media de los excesos debe ser aproximadamente lineal alrededor de u^* , lo que permite establecer intervalos a partir de los que se puede seleccionar el umbral. Además, si la distribución de la serie bajo análisis tiene colas pesadas y su primer momento es finito, $0 < \xi < 1$, la pendiente del gráfico, $\xi/1 - \xi$, de ser positiva.

4.4.1.2 Estimador de Hill

Una metodología alterna utilizada para la selección del umbral se basa en el estimado de Hill³⁰, aplicable para distribuciones que pertenezcan al tipo Fréchet. El estimador de Hill es utilizado para estimar el índice del extremo de la distribución o ξ . Este estimador se aplica directamente a las observaciones ordenadas de las perdidas originales de un índice accionario. Denotemos a esas observaciones ordenadas desde la más alta a la más baja por medio de $R_1, R_2, R_3 \dots, R_n$, entonces el estimador Hill lo calculamos de la siguiente manera:

$$\xi_{m,n}^H = \left(\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \ln R_{i:n} - \ln R_{m:n} \right)^{-1}$$

Siendo m el número de estadísticos de orden que entran a formar parte de la estimación.

El estimador de Hill es, bajo ciertas condiciones sobre n y m , débilmente consistente, fuertemente consistente.

$$\sqrt{m}(\widehat{\xi_{m:n}^H} - \xi) \xrightarrow{L} N(0, \xi^2)$$

Es crucial destacar que no se utilizan todas las observaciones disponibles en la muestra para estimar el índice de cola sino únicamente las m superiores

³⁰Embrechts (1997) muestran varios métodos para obtener el estimador de Hill. Beirlant (2004), también obtienen el estimador de Hill mediante punto de vista de cuantiles.

surgiendo, así, el principal problema de estos métodos de estimación: la elección de m . Si lo analizamos desde un punto de vista ligado a la inferencia, podemos hacer la siguiente reflexión informal, para un tamaño de muestra fijo:

- Por una parte nos interesa elegir un m lo suficientemente alto como para que, al incrementarse el número de datos con el que realizamos la estimación, se consiga que la distribución y varianza del estimador se acerquen lo más posible a sus versiones asintóticas.
- Pero, por otra parte, también interesa elegir un m suficientemente bajo, ya que un m demasiado alto implica salirnos del conjunto de observaciones que, presumiblemente, cumplen las condiciones de la estimación.

Existe por ende, una relación entre varianza y sesgo. El objetivo fundamental de cualquier técnica de selección de m es establecer un equilibrio adecuado entre ambas fuerzas.

4.5 CÁLCULO DEL VaR

Una vez estimado el índice de cola de la distribución de la serie de rendimientos (factores de riesgo), el último paso para calcular el VaR es construir la versión estimada de la cola de dicha distribución.

Se puede demostrar que con los resultados anteriores, que la cola de distribución vendrá dada por:

$$\widehat{F}(x) = 1 - \frac{m}{n} \left(\frac{x}{x_{m:n}} \right)^{\xi_{m,n}^H}$$

Y por tanto, la expresión del cuantil de orden $p, p \approx 1$, será

$$\widehat{x}_p = 1 - x_{m:n} \left(\frac{n}{m} (1 - p) \right)^{1/\xi_{m,n}^H}$$

Siendo muy importante destacar, aún a riesgo de ser reiterativos, que esta expresión solo es válida para calcular cuantiles extremos de la distribución original

y, en ningún caso, se puede tomar como una expresión general de los cuantiles de dicha distribución.

En definitiva, si nuestras variables son los rendimientos de los factores de riesgo de una determinada cartera, la expresión anterior permite, disponiendo de una estimación del índice de cola, calcular los cuantiles extremos de dicha distribución y, por tanto, utilizando cualquier modelo que relacione los rendimientos de los factores de riesgo con el valor de la cartera, calcular el VaR.

4.6 VENTAJAS

En definitiva, la Teoría del Valor Extremo facilita, en primer lugar, el ajuste de un modelo a la cola de la distribución del riesgo y en segundo, el cálculo correcto de las medidas clave para optimizar la toma de decisiones.

Selección de los datos extremos está dado por la selección de un umbral, el cual por lo general es escogido por experiencia, lo que permite agregarle un valor real a los casos que se estén analizando y no que se trabaje con una especie de caja negra donde simplemente se introducen datos y se esperan por resultados, sin importar la naturaleza de los mismos y como estos se comportan en la realidad.

Sin embargo, al momento de escoger el umbral es prudente tener sumo cuidado ya que si se escoge un umbral demasiado alto, se pueden perder datos importantes al momento de analizarlos y si por el contrario se escoge un umbral muy bajo, la media y la varianza necesarias para el análisis de los datos puede no ser el adecuado, y el problema radicaría principalmente con la varianza ya que esta puede ser muy grande y los resultados pueden ser igualmente los no adecuados y por ende no son confiables para su análisis.

4.7 UTILIDAD

La teoría de valores extremos se utiliza para describir el comportamiento en puntos muy alejados de la media en una distribución. El suponer normalidad (por

ejemplo en VaR) en series financieras lleva a errores muy altos, pues en valores extremos la normal está muy por debajo de las distribuciones reales, induciendo a subvaluar los riesgos extremos

CAPÍTULO 5. APLICACIÓN

El quinto capítulo constituye la parte principal del enfoque práctico de esta investigación. La población de estudio incluye la cuenta 21 (Depósitos) de una institución financiera, serie conformada por información diaria de los saldos contables. Para realizar el backtesting, se evaluará el Valor en Riesgo (VaR) de Monte Carlo de 252 días como lo recomienda Basilea, correspondiente a todos los días laborables de 2012. En el stress testing se utilizarán dos enfoques para la definición de los escenarios extremos: Escenarios Históricos de crisis y Escenarios Estilizados. Por último, se aplicará la técnica basada en la Teoría de Valores Extremos a efectos de calcular el VaR.

5.1 VaR DE MONTE CARLO

Para la cuantificación del Valor en Riesgo (VaR) se utilizó la metodología de Monte Carlo, el cual se realiza con 10.000 simulaciones. Se considera las observaciones diarias del último año (252) para el cálculo de la volatilidad de los retornos cuya cuantificación se realiza con el método EWMA (Media móvil exponencial ponderada) con un lambda = 0,94 de acuerdo a lo sugerido por J.P. Morgan, como lo establece la siguiente fórmula:

$$\sigma_t^2 = (1 - \lambda) \sum_{t=1}^n \lambda^{t-1} (R_t - \bar{R})^2$$

Donde: σ_t^2 es la volatilidad en el instante t,

$R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$ con P_t el valor del portafolio en el instante t,

λ es el factor de decaimiento ($0 < \lambda < 1$)

Con esta ecuación, se logra ponderar con mayor peso las observaciones más actuales, lo que garantiza que la desviación capture el comportamiento volátil más reciente. Para la generación de precios, se utiliza el modelo de pricing que consiste

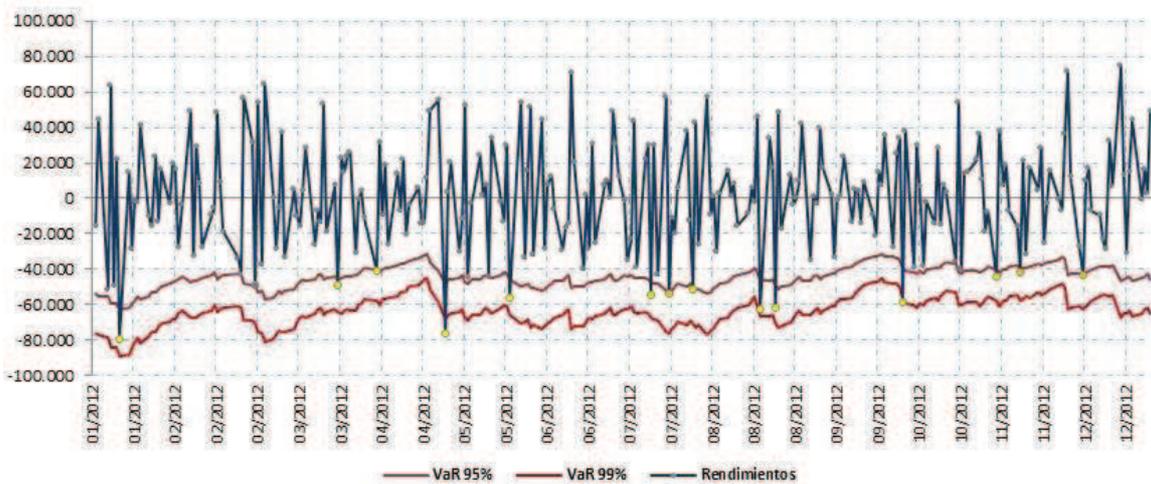
en transformar los retornos obtenidos mediante el modelo del movimiento geométrico browniano, es decir, de acuerdo a la siguiente expresión:

$$P_t = P_0 e^{(\sigma \cdot R_t \cdot \sqrt{t})}$$

Donde: P_0 es el valor del portafolio actual,
 P_t es el valor del portafolio estimado,
 σ es la volatilidad calculada con el método EWMA,
 R_t es el retorno estimado; y,
 t es el tiempo.

En la Figura 5.1 se puede observar la serie de rendimientos calculados con el logaritmo neperiano, y el VaR calculado al 95 y 99% de confianza para el 2012 de acuerdo a lo mencionado anteriormente.

Figura 5.1. Serie de Rendimientos y de VaR al 95 y 99% de confianza



Fuente: Elaboración propia a partir de la información proporcionada por la Institución Financiera.

5.2 EVALUACIÓN VALOR EN RIESGO

Para proseguir con la evaluación del modelo VaR de Monte Carlo, se considera la siguiente información que fue utilizada para la validación:

x_{95} = número de excepciones con 95% de confianza = 15

x_{99} = número de excepciones con 99% de confianza = 2

T = número de observaciones = 251

v_{95} = tiempo transcurrido hasta obtener el primer fracaso (excepción) al 95% de confianza = 6

v_{99} = tiempo transcurrido hasta obtener el primer fracaso (excepción) al 99% de confianza = 81

Las excepciones son aquellas pérdidas que fueron superiores al valor calculado por el VaR. Se presenta a continuación los cálculos respectivos para cada método.

5.2.1 EVALUACIÓN VaR CALCULADO CON EL 95% DE CONFIANZA

5.2.1.1 Test de Kupiec

$H_0: p = \hat{p} = \frac{x}{T}$ (Modelo Consistente)

$$LR_{POF} = -2 \ln \left(\frac{(1-p)^{T-x} p^x}{\left[1 - \left(\frac{x}{T}\right)\right]^{T-x} \left(\frac{x}{T}\right)^x} \right)$$

$$LR_{POF} = -2 \ln \left(\frac{(1-0.05)^{251-15} 0.05^{15}}{\left[1 - \left(\frac{15}{251}\right)\right]^{251-15} \left(\frac{15}{251}\right)^{15}} \right)$$

$$LR_{POF} = 0.475$$

$$\chi_1^2 = 3.841$$

No se rechaza H_0 , ya que $LR_{POF} < \chi_1^2$. En otras palabras se acepta la consistencia del modelo.

5.2.1.2 Test de Tuff

$$H_0: p = \hat{p} = \frac{1}{v} \text{ (Modelo Consistente)}$$

$$LR_{TUFF} = -2\ln\left(\frac{p(1-p)^{v-1}}{\left(\frac{1}{v}\right)\left(1-\frac{1}{v}\right)^{v-1}}\right)$$

$$LR_{TUFF} = -2\ln\left(\frac{0.05(1-0.05)^{15-1}}{\left(\frac{1}{15}\right)\left(1-\frac{1}{15}\right)^{15-1}}\right)$$

$$LR_{TUFF} = 1.097$$

$$\chi_1^2 = 3.841$$

Se acepta H_0 ya que $LR_{TUFF} < \chi_1^2$

Se concluye que el modelo es consistente

5.2.1.3 Marco Regulator

Para seguir los lineamientos propuestos por el Comité de Basilea, se prosiguió a construir la tabla de decisión utilizando una distribución binomial con 251 observaciones y en este caso 95% de confianza. Se establece tres regiones, las cuales determinan el grado de consistencia o no del modelo de la siguiente manera:

Tabla 5.1. Tabla de decisión Marco Regulator al 95% de confianza

Área	Núm. Excepciones Anuales	Resultado
Zona Verde	≤ 19 excepciones	Modelo Consistente
Zona Amarilla	20 – 27 excepciones	No existe seguridad de Consistencia
Zona Roja	≥ 28 excepciones	Problema de Consistencia

Fuente: Elaboración propia.

Se acepta la hipótesis nula, es decir, el modelo es consistente ya que el número de excepciones es 15 y se encuentra contenido en la zona Verde.

5.2.1.4 Prueba de Cristoffersen

Se prosigue a construir la tabla de contingencia, tal como se explica en la página 46:

	$I_{t-1} = 0$	$I_{t-1} = 1$	
$I_t = 0$	220	15	235
$I_t = 1$	15	0	15
	235	15	250

Donde 220 son las veces que en dos días consecutivos no ocurrieron excepciones; 15, el número de días que en el instante t fueron excepciones dado que en el instante t-1 no ocurrió la misma característica, y viceversa; y 0 el número de veces que ocurrieron dos excepciones consecutivas.

Se definen las siguientes probabilidades:

$$\pi_0 = \frac{n_{01}}{n_{00} + n_{01}} = \frac{15}{220 + 15} = 0.063$$

$$\pi_1 = \frac{n_{11}}{n_{10} + n_{11}} = \frac{0}{15 + 0} = 0$$

$$\pi = \frac{n_{01} + n_{11}}{n_{00} + n_{01} + n_{10} + n_{11}} = \frac{15 + 0}{220 + 15 + 15 + 0} = 0.060$$

$$H_0: \pi_0 = \pi_1$$

$$LR_{ind} = -2 \ln \left(\frac{(1 - \pi)^{n_{00} + n_{10}} \pi^{n_{01} + n_{11}}}{(1 - \pi_0)^{n_{00}} \pi_0^{n_{01}} (1 - \pi_1)^{n_{10}} \pi_1^{n_{11}}} \right)$$

$$LR_{ind} = -2 \ln \left(\frac{(1 - 0.060)^{220+15} 0.060^{15+0}}{(1 - 0.060)^{220} 0.060^{15} (1 - 0)^0 0^0} \right)$$

$$LR_{ind} = 1.916$$

$$LR_{CC} = LR_{POF} + LR_{ind}$$

$$LR_{CC} = 0.475 + 1.916$$

$$LR_{CC} = 2.393$$

$$\chi_2^2 = 5.992$$

Se acepta H_0 ya que $LR_{CC} < \chi_2^2$

Se concluye que el modelo es consistente.

5.2.1.5 Test de Kupiec Avanzado

$$v_1 = 6$$

$$v_2 = 50$$

$$v_3 = 9$$

$$v_4 = 16$$

$$v_5 = 11$$

$$v_6 = 5$$

$$v_7 = 34$$

$$v_8 = 4$$

$$v_9 = 6$$

$$v_{10} = 16$$

$$v_{11} = 3$$

$$v_{12} = 31$$

$$v_{13} = 22$$

$$v_{14} = 6$$

$$v_{15} = 15$$

$$LR_{ind} = \sum_{i=2}^n \left[-2 \ln \left(\frac{p(1-p)^{v_i-1}}{\left(\frac{1}{v_i}\right) \left(1 - \frac{1}{v_i}\right)^{v_i-1}} \right) \right] - 2 \ln \left(\frac{p(1-p)^{v-1}}{\left(\frac{1}{v}\right) \left(1 - \frac{1}{v}\right)^{v-1}} \right)$$

$$LR_{ind} = 11.706$$

$$LR_{mix} = LR_{POF} + LR_{ind}$$

$$LR_{mix} = 0.475 + 11.706$$

$$LR_{mix} = 12.181$$

$$\chi_{16}^2 = 26.296$$

Se acepta H_0 ya que $LR_{mix} < \chi_{16}^2$, es decir, que el modelo es consistente.

5.2.2 EVALUACIÓN VaR CALCULADO CON EL 99% DE CONFIANZA

5.2.2.1 Test de Kupiec

$$H_0: p = \hat{p} = \frac{x}{T} (\text{Modelo Consistente})$$

$$LR_{POF} = -2 \ln \left(\frac{(1-p)^{T-x} p^x}{\left[1 - \left(\frac{x}{T}\right)\right]^{T-x} \left(\frac{x}{T}\right)^x} \right)$$

$$LR_{POF} = -2 \ln \left(\frac{(1-0.01)^{251-2} 0.01^2}{\left[1 - \left(\frac{2}{251}\right)\right]^{251-2} \left(\frac{2}{251}\right)^2} \right)$$

$$LR_{POF} = 0.112$$

$$\chi_1^2 = 6.634$$

No se rechaza H_0 , ya que $LR_{POF} < \chi_1^2$. En otras palabras se acepta la consistencia del modelo.

5.2.2.2 Test de Tuff

$$H_0: p = \hat{p} = \frac{1}{v} (\text{Modelo Consistente})$$

$$LR_{TUFF} = -2 \ln \left(\frac{p(1-p)^{v-1}}{\left(\frac{1}{v}\right) \left(1 - \frac{1}{v}\right)^{v-1}} \right)$$

$$LR_{TUFF} = -2 \ln \left(\frac{0.01(1-0.01)^{81-1}}{\left(\frac{1}{81}\right) \left(1 - \frac{1}{81}\right)^{81-1}} \right)$$

$$LR_{TUFF} = 0.041$$

$$\chi_1^2 = 3.841$$

Se acepta H_0 ya que $LR_{TUFF} < \chi_1^2$

Se concluye que el modelo es consistente

5.2.2.3 Marco Regulador

Para seguir los lineamientos propuestos por el Comité de Basilea, se prosiguió a construir la tabla de decisión utilizando una distribución binomial con 251 observaciones y en este caso 99% de confianza. Se establece tres regiones, las cuales determinan el grado de consistencia o no del modelo de la siguiente manera:

Tabla 5.2. Tabla de decisión Marco Regulador al 99% de confianza

Área	Núm. Excepciones Anuales	Resultado
Zona Verde	≤ 5 excepciones	Modelo Consistente
Zona Amarilla	6 – 9 excepciones	No existe seguridad de Consistencia
Zona Roja	≥ 10 excepciones	Problema de Consistencia

Fuente: Elaboración propia a partir de la información proporcionada por la Institución Financiera.

Se acepta la hipótesis nula, es decir, el modelo es consistente ya que el número de excepciones es 2 (contenido en la zona Verde).

5.2.2.4 Prueba de Cristoffersen

Se prosigue a construir la tabla de contingencia como se indicó en la página 46.

	$I_{t-1} = 0$	$I_{t-1} = 1$	
$I_t = 0$	246	2	248
$I_t = 1$	2	0	2
	248	2	250

Donde 246 son las veces que en dos días consecutivos no ocurrieron excepciones; 2, el número de días que en el instante t fueron excepciones dado que en el instante t-1 no ocurrió la misma característica, y viceversa; y 0 el número de veces que ocurrieron dos excepciones consecutivas.

Se definen las siguientes probabilidades:

$$\pi_0 = \frac{n_{01}}{n_{00} + n_{01}} = \frac{2}{246 + 2} = 0.008$$

$$\pi_1 = \frac{n_{11}}{n_{10} + n_{11}} = \frac{0}{0 + 2} = 0$$

$$\pi = \frac{n_{01} + n_{11}}{n_{00} + n_{01} + n_{10} + n_{11}} = \frac{2 + 0}{246 + 2 + 2 + 0} = 0.008$$

$$H_0: \pi_0 = \pi_1$$

$$LR_{ind} = -2 \ln \left(\frac{(1 - \pi)^{n_{00} + n_{10}} \pi^{n_{01} + n_{11}}}{(1 - \pi_0)^{n_{00}} \pi_0^{n_{01}} (1 - \pi_1)^{n_{10}} \pi_1^{n_{11}}} \right)$$

$$LR_{ind} = -2 \ln \left(\frac{(1 - 0.008)^{246+2} 0.008^{2+0}}{(1 - 0.008)^{246} 0.008^2 (1 - 0)^0 0^0} \right)$$

$$LR_{ind} = 0.032$$

$$LR_{CC} = LR_{POF} + LR_{ind}$$

$$LR_{CC} = 0.112 + 0.032$$

$$LR_{CC} = 0.144$$

$$\chi_2^2 = 9.210$$

Se acepta H_0 ya que $LR_{CC} < \chi_2^2$

Se concluye que el modelo es consistente

5.2.2.5 Test de Kupiec Avanzado

$$v_1 = 81$$

$$v_2 = 110$$

$$LR_{ind} = \sum_{i=2}^n \left[-2 \ln \left(\frac{p(1-p)^{v_i-1}}{\left(\frac{1}{v_i}\right) \left(1 - \frac{1}{v_i}\right)^{v_i-1}} \right) \right] - 2 \ln \left(\frac{p(1-p)^{v-1}}{\left(\frac{1}{v}\right) \left(1 - \frac{1}{v}\right)^{v-1}} \right)$$

$$LR_{ind} = 0.051$$

$$LR_{mix} = LR_{POF} + LR_{ind}$$

$$LR_{mix} = 0.112 + 0.051$$

$$LR_{mix} = 0.163$$

$$\chi_2^2 = 11.344$$

Se acepta H_0 ya que $LR_{mix} < \chi_2^2$

Se concluye que el modelo es consistente

5.2.3 RESUMEN EVALUACIÓN VaR

Como se definió anteriormente, para evaluar el ajuste del modelo VaR se utilizó un conjunto de pruebas basadas en la frecuencia e independencia de excepciones. Como se observa en la tabla 5.3, el VaR satisface el conjunto de pruebas definidas anteriormente tanto al 95 como al 99% de confianza.

Tabla 5.3. Resumen Evaluación del VaR al 95 y 99% de confianza

Tipo de Test	Test	Portafolio Inversiones					
		95% de Confianza			99% de Confianza		
		Indicador	Límite	Resultado	Indicador	Límite	Resultado
Frecuencia	Kupiec	0.48	3.84	✓	0.11	6.63	✓
Frecuencia	Tuff	1.10	3.84	✓	0.04	6.63	✓
Frecuencia	Marco Regulador	15	19	✓	2	5	✓
Independencia	Cristoffersen	2.39	5.99	✓	0.14	9.21	✓
Independencia	Kupiec Avanzado	12.18	18.31	✓	0.16	11.34	✓

Fuente: Elaboración propia a partir de la información proporcionada por la Institución Financiera.

Esto da a entender, que la calidad, bondad de ajuste y robustez del modelo VaR es el adecuado; sin olvidarse que, su evaluación corresponde a periodos en condiciones normales.

Un punto importante que se desprende de la aplicación, es que a medida que aumenta el nivel de confianza usado en la validación, la cantidad de excepciones se reduce. Lo que en otras palabras significa que un VaR calculado al 99% de confianza es más conservador que realizarlo al 95%.

5.3 STRESS TESTING VaR

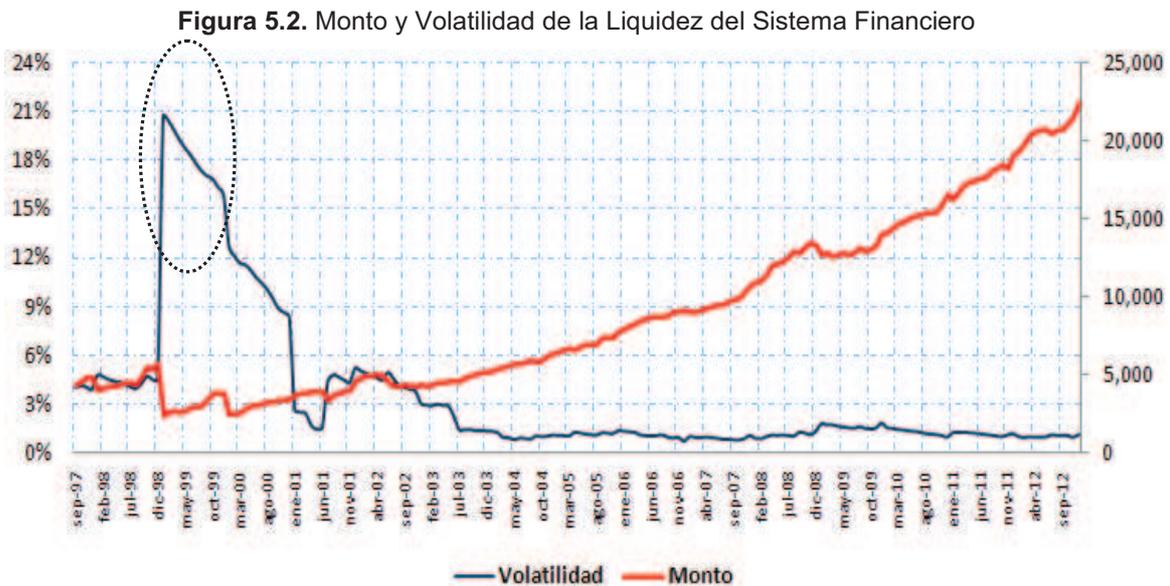
Para la definición de los escenarios utilizados en el Stress Testing se utilizarán dos enfoques: Escenarios Históricos de crisis y Escenarios Estilizados. El Stress Testing consiste principalmente en utilizar la volatilidad de los retornos de los precios de los títulos en períodos de alta volatilidad (escenarios) en la re-estimación del VaR. La bibliografía menciona que por evidencia empírica se considera que la correlación entre activos de un portafolio no se mantiene constante en el tiempo, sobre todo en períodos de crisis, es decir, la correlación utilizada para estresar el VaR debería ser la calculada en los horizontes de tiempo donde fueron definidos los escenarios. Sin embargo, en esta aplicación se considera únicamente como factor para la re-estimación del VaR a la desviación, más no la correlación. Esto se debe a que la cuenta contable que se está analizando en conjunto es las Obligaciones con el Público (21) y no a su subdivisión.

5.3.1 DEFINICIÓN DE ESCENARIOS

Como se mencionó anteriormente, para la selección de escenarios se utilizará el enfoque de Escenarios Históricos de Crisis y Escenarios Estilizados. Para el primer enfoque se calcula la volatilidad del portafolio y para el segundo se realiza un análisis de sensibilidad a movimientos de la tasa de interés pasiva. La volatilidad es calculada con el método EWMA (Media móvil exponencial ponderada) con un $\lambda = 0,94$ de acuerdo a J.P. Morgan.

De este análisis, son seleccionados los períodos caracterizados por poseer alta volatilidad. De aquí se ha escogido los siguientes:

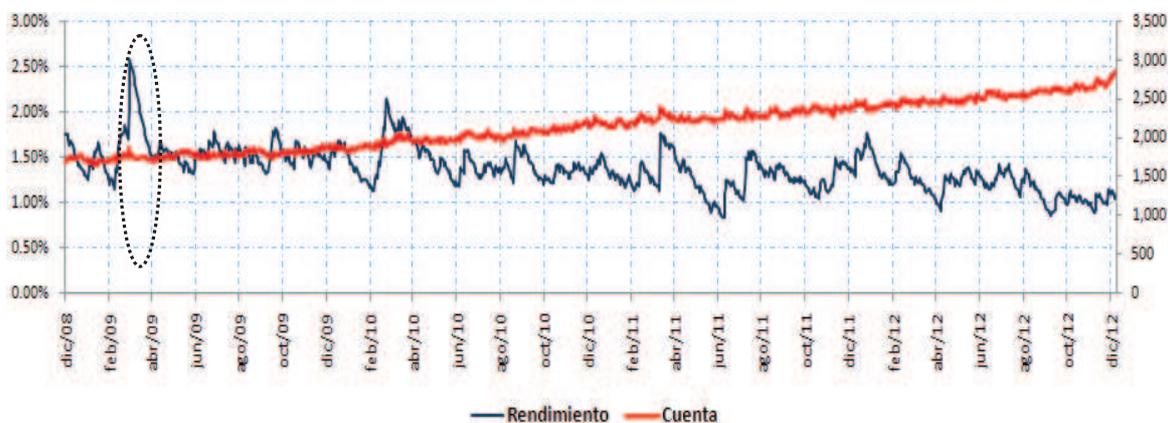
- **Escenario 1:** Período de 1999. Corresponde a la Crisis Ecuatoriana como consecuencia de la devaluación de la moneda, el feriado y la crisis bancaria, tal como se observa en la figura 5.2. Es el principal escenario de estrés que ha ocurrido en las últimas décadas y cuyo resultado fue la adopción del dólar como moneda de circulación, eliminando o desapareciendo al Sucre. Cabe mencionar que el análisis para este escenario utiliza datos mensuales de la liquidez del Sistema Financiero ecuatoriano, ya que no se disponen de datos diarios para este horizonte de tiempo.



Fuente: Elaboración propia a partir de la información proporcionada por la S.B.S.

- **Escenario 2:** Período comprendido entre el 15 al 29 de marzo de 2009. Corresponde posiblemente a un efecto (mínusculo) de contagio de la crisis de los Estados Unidos cuya secuela se evidenció a lo largo del 2009 con mayor impacto, como se puede observar en la figura 5.3.

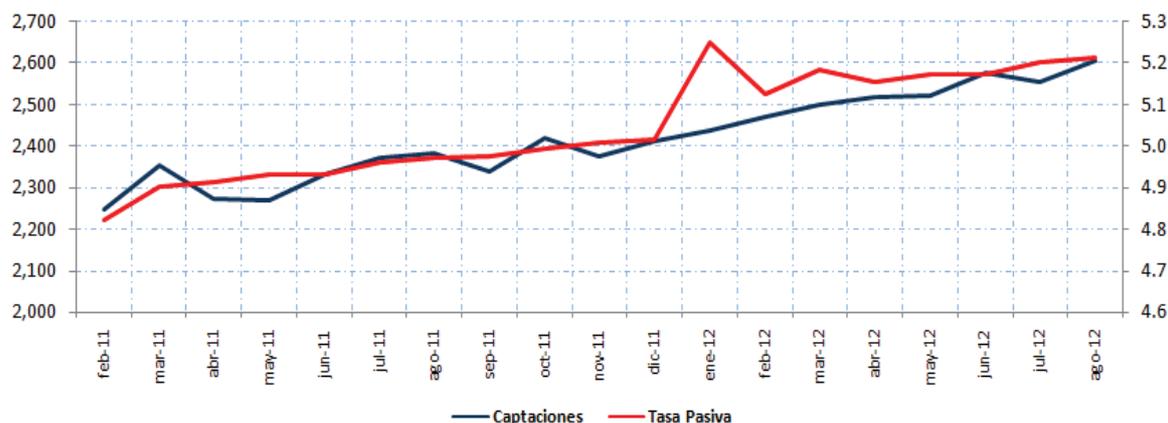
Figura 5.3. Serie del Valor del Portafolio y de su Rendimiento



Fuente: Elaboración propia a partir de la información proporcionada por la Institución Financiera.

Para la definición de otros escenarios, se realizó un análisis de sensibilidad de la liquidez a cambios en la tasa de interés. En la figura 5.4 se puede observar la evolución de las captaciones y de la tasa pasiva referencial y como sus comportamientos son semejantes.

Figura 5.4. Evolución de las Captaciones y de la Tasa Pasiva Referencial



Fuente: Elaboración propia a partir de la información proporcionada por la Institución Financiera.

Con el análisis de sensibilidad, se determinó que a movimientos de 10 puntos básicos en la tasa de interés pasiva, las captaciones cambian aproximadamente en 324 millones. Con este resultado, se logra determinar los siguientes escenarios.

- **Escenario 3:** Disminución máxima histórica de la tasa de Interés Pasiva (28 puntos básicos), que representa \$908 millones de disminución en los niveles de captaciones.
- **Escenario 4:** Disminución de la tasa de interés Pasiva en 40 puntos básicos que representan 1.299 millones de disminución en los niveles de captaciones.

5.3.2 VOLATILIDAD DE LOS ESCENARIOS DE ESTRÉS

El Stress Testing se basa en re-calcular la Liquidez en Riesgo usando las altas volatilidades que han sido cuantificadas en la definición de escenarios.

5.3.2.1 Volatilidad Escenario 1

Para el primer escenario, será preciso realizar un análisis comparativo entre el crecimiento de la volatilidad en el escenario versus la obtenida en el periodo de estudio. Como se observa en la tabla 5.4, la volatilidad en el periodo de estrés es 17 veces más grande que la cuantificada en el periodo de estudio.

Tabla 5.4. Análisis de Crecimiento de la Volatilidad de la Liquidez en el S.F.

	Periodo	Volat. Promedio	Crecim. en Veces
Escenario de Estrés	1999	0.182	
Periodo de Estudio	2012	0.010	17.04

Fuente: Elaboración propia a partir de la información proporcionada por la S.B.S.

Con este factor, se determina que la volatilidad de la institución financiera analizada para el escenario 1 es de 0.206, tal como lo muestra la siguiente tabla. Esta será utilizada para la re-estimación del VaR.

Tabla 5.5. Volatilidad de la Liquidez de la Institución estudiada en el 1er. Escenario

	Periodo	Volat. Promedio	Crecim. Veces	Volat.Escenario
Periodo de Estudio	2012	0.012	17.04	0.206

Fuente: Elaboración propia.

5.3.2.2 Volatilidad Escenario 2

A diferencia del primer escenario, en éste no será necesario realizar un análisis comparativo, la volatilidad utilizada para la re-estimación del VaR será la cuantificada en el horizonte de definición del escenario, tal como se muestra en la tabla 5.6.

Tabla 5.6. Volatilidad de la Liquidez de la Institución estudiada en el 2do. Escenario.

	Periodo	Volat. Promedio	Volat. Estrés
Escenario de Estrés	Marzo 2009	0.025	
Periodo de Estudio	2012	0.012	0.025

Fuente: Elaboración propia.

Con este factor, se determina que la volatilidad de la institución financiera analizada para el segundo escenario es de 0.025.

5.3.2.3 Volatilidad Escenario 3

El enfoque de este escenario es simular el impacto en las Captaciones a movimientos adversos en la tasa pasiva. Para este escenario, se considera la máxima disminución histórica que ha experimentado ésta; y cuyo impacto representa, en monto, aproximadamente \$908 millones.

Para determinar la volatilidad, hay que identificar correctamente el horizonte de tiempo en el cual se debe reducir el monto de \$908 millones, ya que el impacto (consecuencia de la disminución de la tasa pasiva) no es de forma inmediata, sino más bien sostenida en un tiempo determinado. Para esto, se cuantificó el promedio diario de las salidas de capital en los últimos 5 años, siendo este de \$23 millones; con lo que se concluye que se necesitan 39 días para evidenciar sostenidamente la disminución en el nivel de Captaciones. Sin embargo, ya que existen salidas diarias de capital superior a este umbral (\$23 millones), se realiza el ejercicio considerando los siguientes horizontes de tiempo:

Tabla 5.7. Horizontes de Tiempo para el 3er. Escenario.

	Tiempo	Impacto Diario
Escenario 3.1	39 días	\$23.3 millones
Escenario 3.2	22 días	\$41.3 millones
Escenario 3.3	8 días	\$113.5 millones

Fuente: Elaboración propia.

En el escenario 3.1 se consideran los 39 días calculados a partir del promedio de las salidas de capital, para el escenario 3.2 se considera los 22 días hábiles que en promedio existen en un mes calendario; y, para el escenario 3.3 se consideran 8 días; los cuales son calculados considerando la máxima salida histórica de capital en estos últimos 5 años que representa alrededor de \$118 millones. Con estas observaciones, se obtienen las siguientes volatilidades:

Tabla 5.8. Volatilidad de la Liquidez de la Institución estudiada en el 3er. Escenario.

	Periodo	Volat. Escenario	Volat. Estrés
Escenario 3.1	Nov-Dic 2012	0.010	0.034
Escenario 3.2	Dic 2012	0.011	0.068
Escenario 3.3	Dic 2012 (última semana)	0.011	0.089

Fuente: Elaboración propia.

5.3.2.4 Volatilidad Escenario 4

Al igual que el tercer escenario, el presente se basa en simular el impacto en las Captaciones a movimientos adversos en la tasa pasiva, es decir, en 40 puntos básicos, que representan en alrededor \$1299 millones.

Para este caso, siguiendo la misma metodología que el anterior escenario, se concluye que se necesitan 56(en base al promedio de salidas de capital) y 11 días (calculados a partir de la salida máxima de capital) para evidenciar sostenidamente la disminución en el nivel de Captaciones, tal como lo muestra la tabla 5.9, con lo cual se cuantifica la volatilidad que es utilizada para re-estimación del VaR y que se presenta en la tabla 5.10.

Tabla 5.9. Horizontes de Tiempo para el 4to. Escenario.

	Tiempo	Impacto Diario
Escenario 4.1	56 días	\$23,1 millones
Escenario 4.2	22 días	\$59.0 millones
Escenario 4.3	11 días	\$118.5 millones

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 5.10. Volatilidad de la Liquidez de la Institución estudiada en el 4to. Escenario.

	Periodo	Volat. Escenario	Volat. Estrés
Escenario 4.1	Oct-Dic 2012	0.010	0.054
Escenario 4.2	Dic 2012	0.011	0.086
Escenario 4.3	Dic 2012 (dos últimas sem)	0.011	0.142

Fuente: Elaboración propia.

5.3.3 STRESS TESTING DEL VaR

Como se mencionó en el cálculo del VaR de Monte Carlo, se recuerda que el VaR es basado en la generación de precios aleatorios de acuerdo a la ecuación:

$$P_t = P_{t-1} \cdot e^{\sigma \cdot R_t \cdot \sqrt{t}}$$

Donde P_t es la posición simulada con horizonte \sqrt{t} ,

P_{t-1} es la posición actual en dólares,

R_t es el retorno estimado,

σ es la volatilidad diaria de la posición; y,

\sqrt{t} es un factor de ajuste que transforma la volatilidad diaria en otros horizontes de tiempo

Para el stress testing, el valor que se debe variar con respecto al cálculo normal del VaR es el valor de la volatilidad diaria, de acuerdo a las definiciones mencionadas anteriormente.

En la tabla 5.11 se muestra el VaR estresado para cada escenario de crisis, utilizando para el cálculo 10.000 simulaciones. Cabe mencionar que el horizonte temporal es un día y la pérdida cuantificada es para el 28 de diciembre de 2012.

Tabla 5.11. Stress-testing VaR correspondiente al 28 de diciembre de 2012.

En millones de dólares		VaR Stressado							
Nivel Confianza	VaR Normal	Esc 1	Esc 2	Esc 3.1	Esc 3.2	Esc 3.3	Esc 4.1	Esc 4.2	Esc 4.3
95%	-50.5	-820.93	-114.94	-155.18	-302.00	-388.69	-242.53	-376.49	-594.74
99%	-69.9	-1,072.01	-158.25	-213.07	-410.36	-524.84	-330.95	-508.82	-790.70

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 5.12. Aumento Pérdida Escenarios de Stress.

En millones de dólares		Aumento Pérdida Stress							
Nivel Confianza	VaR Normal	Esc 1	Esc 2	Esc 3.1	Esc 3.2	Esc 3.3	Esc 4.1	Esc 4.2	Esc 4.3
95%	-50.5	↓ -770.44	↑ -64.45	↑ -104.69	↑ -251.51	⇒ -338.20	↑ -192.04	⇒ -326.00	↓ -544.24
99%	-69.9	↓ -1,002.12	↑ -88.36	↑ -143.18	↑ -340.46	⇒ -454.95	↑ -261.06	⇒ -438.92	↓ -720.81

Fuente: Elaboración propia.

De esta manera, se pretende conocer el posible cambio en el valor del portafolio y determinar el nivel de riesgo que se está expuesto en esta clase de eventos. Se observa que el escenario de estrés de mayor impacto es el primero, incrementando la pérdida hasta en más de \$1.000 millones. Es lógico, ya que este es un escenario de crisis ocurrido sin precedentes, en el cual quebraron un alto porcentaje de bancos. Usualmente, estos cálculos sirven para complementar las medidas de riesgo para obtener un análisis completo de medición de riesgo de liquidez. Sin embargo, al calcular la sobreestimación promedio del VaR tanto al 95 como al 99% de confianza; se encuentra que ésta es de 50 y 66 millones respectivamente, y como las pérdidas en estos escenarios son superiores a estos niveles, nos da indicios que la medición del riesgo de liquidez no está siendo completa, y que la institución estudiada no está preparada frente a cualquier hecho atípico en el mercado.

Es por esta razón, que se plantea la construcción del VaR de liquidez utilizando la Teoría de Valores Extremos como complemento de medición del riesgo de liquidez.

5.4 APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE VALORES EXTREMOS AL CÁLCULO DEL VaR

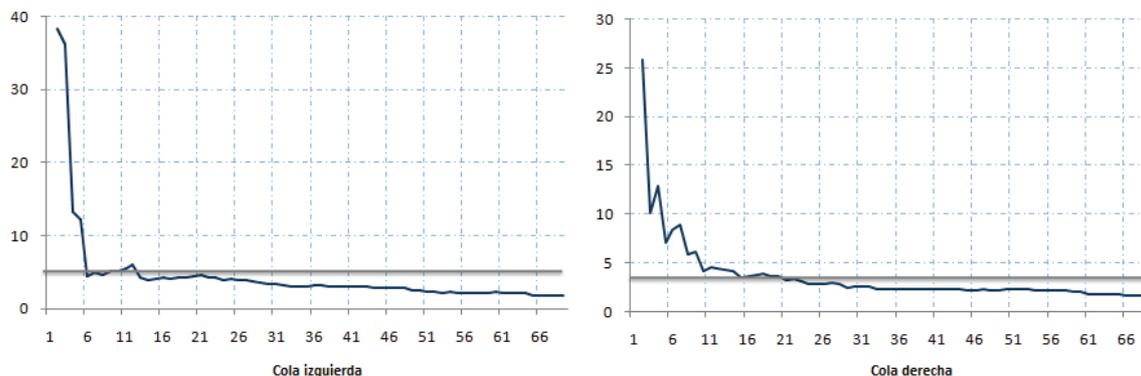
En esta parte de la investigación, se aplican los desarrollos explicados anteriormente al cálculo del VaR de liquidez de una institución financiera. La muestra original consiste en los stocks diarios de liquidez (Cuenta 21) tomados desde 5 de enero al 27 de diciembre de 2012, teniendo en total 252 observaciones. La serie del factor de riesgo es la serie de rendimientos (tasa de variación diaria).

5.4.1 ESTIMACIÓN DE LOS ÍNDICES DE COLA

Se prosigue a realizar el análisis de colas de la distribución de rendimientos por separado, evitando así el supuesto de que la distribución es simétrica. Por lo mencionado, se divide la muestra original de rendimientos en dos submuestras de acuerdo al signo de la observación: positiva y negativa; conformadas por 123 y 128 valores respectivamente.

Ante el problema de la estimación del índice de cola en la identificación de dónde comienza exactamente la cola de la distribución y ante la inexistencia de un procedimiento bien fundamentado de selección del m óptimo, se ha optado por utilizar el gráfico de Hill. Para esta cuantificación, se ha utilizado los primeros 69 estadísticos de orden de cada cola, los cuales se presentan en las Figuras siguientes.

Figura 5.5. Gráficos de Hill para ambas colas.



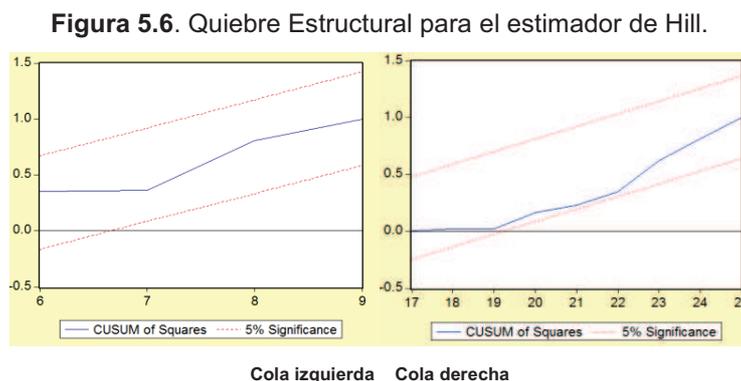
Fuente: Elaboración propia.

Se destaca que las estimaciones índices de cola para los valores m relevantes son claramente positivas, dando en alguna forma verosimilitud³¹, además de poseer una fuerte leptocurtosis³². Esto ayuda a determinar que la distribución pertenece al dominio máximo de atracción del tipo Frechet.

En el gráfico se puede observar que cuando m es bajo, el estimador presenta fuertes oscilaciones (consecuencia del escaso número de estadísticos de orden que entran al cálculo), conforme se incorporan más observaciones, éste se estabiliza en zonas (presumiblemente) en las cuales se produce el deseado equilibrio entre sesgo y varianza.

Se utilizó la metodología de Quiebres Estructurales implementada en el software EViews para determinar las zonas estables de los gráficos de Hill de ambas colas. Referirse al anexo para encontrar mayor detalle sobre la misma. Los resultados se presentan en la figura 5.6, en los cuales se puede observar que para la cola izquierda, la primera zona relativamente estable se encuentra entre el 6to y 11vo estadístico de orden; mientras que para la cola derecha, la región estable está entre el 16vo y 21vo estadístico de orden. Dentro de estas zonas delimitadas, los promedios de los estimadores de Hill corresponden a 4.99 y 3.62, respectivamente.

Debido que es necesario, para el cálculo del índice de cola, la identificación de un valor concreto de m , se prosigue a la selección de éste considerando a aquel con estimador más cercano al valor del promedio de la región seleccionada.



Fuente: Elaboración propia.

³¹Función de los parámetros de un modelo estadístico que permite realizar inferencias acerca de su valor a partir de un conjunto de observaciones.

³²Situación en la cual las colas de la distribución son más gruesas de lo que deberían ser.

Con este criterio, son seleccionados $m_1 = 7$ y $m_2 = 19$ para las colas izquierda y derecha, respectivamente.

Tabla 5.13. Estimación del Estadístico de Orden Óptimo.

Valores estimados	Cola izquierda	Cola derecha
n	123	128
m	7	19
$x_{n:m}$	0.02	0.02
$\widehat{\alpha}_{n:m}$	4.98	3.61

Fuente: Elaboración propia.

5.4.2 CÁLCULO DEL VaR

Cuantificadas los índices de cola, se prosigue a determinar los cuantiles extremos de la distribución del factor de riesgo, estimaciones que son necesarias para la estimación del VaR, estos resultados son presentados en la tabla 5.14.

Se observa que el cuantil de la cola izquierda, es superior al de la cola derecha, lo que hace pensar que la distribución de la fuente de riesgo, es decir, de los rendimientos no es simétrica. La estimación del VaR utilizando la Teoría de Valores Extremos será simplemente la multiplicación del cuantil (de la cola izquierda) por el valor del portafolio, para los niveles de confianza 95 y 99%. Se presentan los resultados obtenidos en la tabla 5.15.

Tabla 5.14. Estimación del Índice de Cola.

N. de Confianza	Cola izquierda	Cola derecha
Estimación Normal		
95%	-1.76%	1.76%
99%	-2.43%	2.43%
Estimación bajo TVE		
95%	-3.34%	1.92%
99%	-3.66%	2.66%

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 5.15. Estimación del VaR con la Teoría de Valores Extremos (En Millones).

N. de Confianza	Cola izquierda	Cola derecha
<i>Estimación Normal</i>		
95%	-50.49	50.49
99%	-69.89	69.89
<i>Estimación bajo TVE</i>		
95%	-96.17	55.28
99%	-105.29	76.38

Fuente: Elaboración propia.

5.4.3 ANÁLISIS COMPARATIVO ENTRE LA ESTIMACIÓN NORMAL DEL VaR Y LA PROPUESTA POR LA TEORÍA DE VALORES EXTREMOS.

La relevancia del análisis es comparar los resultados obtenidos por la Teoría de Valores Extremos con la estimación normal. Se observa que para el mismo portafolio, al utilizar el supuesto de normalidad en la serie de rendimientos se está infravalorando en casi el 100% el riesgo de liquidez, evidenciando la importancia que tienen los sucesos extremos y poco probables en el cálculo de una medida de riesgo.

Como se observa en la tabla 5.16, con la cuantificación del VaR bajo la Teoría de Valores Extremos; la pérdida estimada aumenta en promedio \$ 40 MM con respecto al cálculo normal, considerando los dos niveles de confianza calculados.

Tabla 5.16. Análisis Comparativo (En Millones).

Nivel de Confianza	Estimación Normal	Estimación bajo TVE	Aumento Pérdida
95%	-50.49	-96.17	-45.68
99%	-69.89	-105.29	-35.40

Fuente: Elaboración propia.

De esta manera, la institución financiera estará en alguna forma y en algún grado cubierta a movimientos atípicos adversos de las fuentes de fondeo, y podrá utilizar

este indicador como gestión de riesgo de liquidez. Sin embargo, para tomar la decisión de implantar o no este indicador, ésta deberá basarse en un análisis financiero del impacto de considerar este indicador, el cual se presenta en el siguiente tratado.

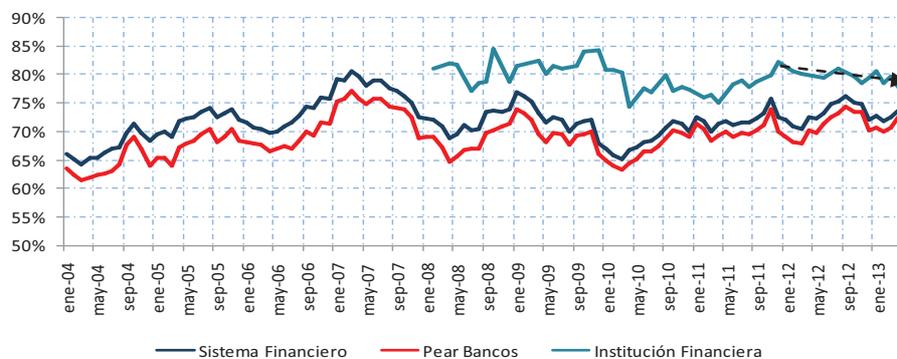
5.5 ANÁLISIS FINANCIERO - ECONÓMICO

En el presente apartado se procede a realizar un estudio económico financiero de la implementación de esta metodología como medida de riesgo de liquidez, lo que permitirá conocer a la Institución Financiera analizada la factibilidad económica de aplicar o no este indicador.

El principal negocio de las instituciones bancarias es la intermediación financiera, que consiste en captar dinero y colocarlo en forma de créditos. Por lo tanto, el presente análisis consiste en determinar el impacto económico que tendrá la entidad bancaria si se considera este indicador.

Como se mencionó en el apartado anterior, el riesgo de liquidez se encuentra infravalorado en alrededor \$40 millones de dólares al considerar la metodología de la Valores Extremos en su cálculo. Esto quiere decir, que la entidad bancaria deberá tener disponible esta cantidad (adicional al monto calculado con la estimación normal) para cubrir posibles salidas de dinero. En otras palabras, no podrá disponer de este valor para colocarlo en forma de créditos.

Figura 5.7. Intermediación Financiera.

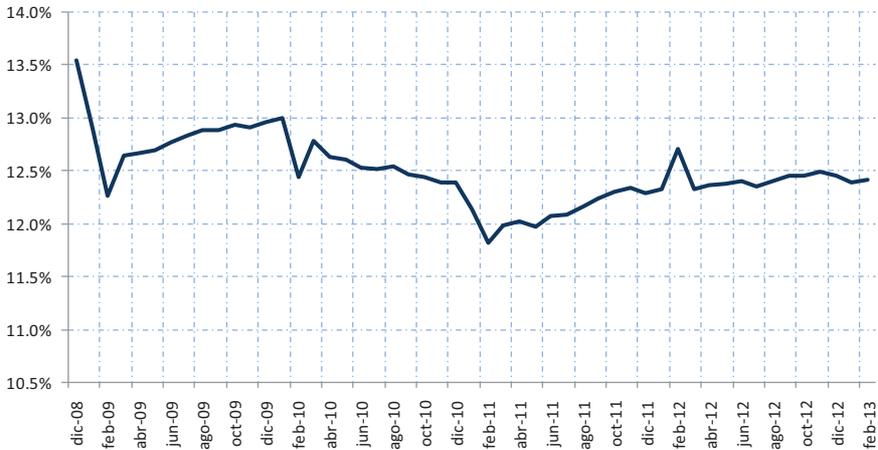


Fuente: Elaboración propia a partir de la información de la S.B.S.

En la figura 5.7 se observa la evolución histórica de la tasa de intermediación, tanto para el sistema financiero, el par de bancos (bancos similares al analizado) y la entidad estudiada, y mide el porcentaje de cada dólar captado que se coloca en forma de crédito. De aquí, se obtiene que a lo largo del 2012 y 2013, en promedio, la intermediación financiera es del 80% para la institución analizada, con una tendencia a disminuir este indicador, es decir, de cada dólar captado, 80 centavos son destinados a crédito. Esto ayuda a cuantificar la cantidad que verdaderamente dejará de colocar la entidad financiera como crédito, es decir, alrededor del 80% de los \$40 millones, que representan \$32 millones (mensuales) en crédito.

Este monto (\$32 MM), significan cerca de \$4 millones mensuales que el banco dejará de obtener por concepto de Intereses de Cartera de Crédito al aplicarse, sobre este valor, la tasa activa promedio ponderada (con respecto al plazo) cuya media es de 12.4% en el 2012 y 2013 tal como se puede observar en la figura 5.8.

Figura 5.8. Tasa Activa Promedio Ponderada.



Fuente: Elaboración propia a partir de la información de la Entidad Financiera.

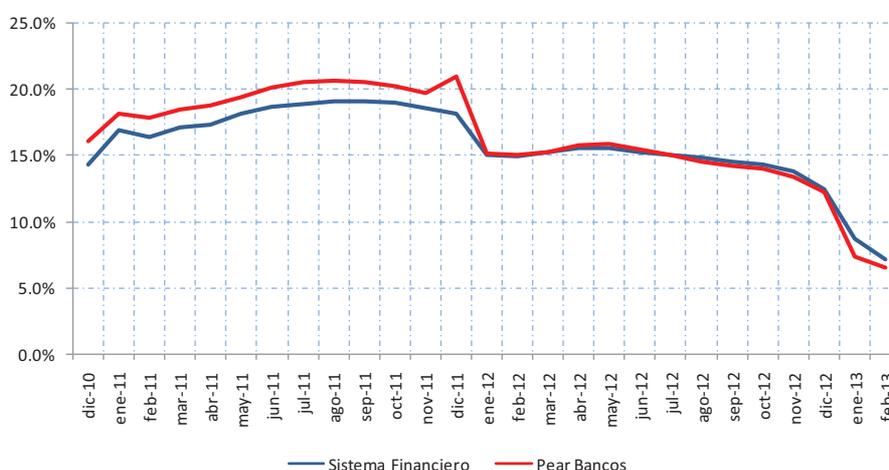
Esto corresponde a la cuantificación de los ingresos que la entidad financiera dejaría de percibir por la aplicación de esta metodología. En relación a los egresos, el único valor que se debería considerar para su cuantificación corresponde a las provisiones de cartera, ya que los márgenes de intermediación (honorarios, gastos de personal, servicios varios, etc.) se mantendrían. En cuanto a la provisión, la

entidad bancaria históricamente ha mantenido niveles de alrededor del 1.7% del valor de la cartera, cuya cuantificación se realiza por modelos internos ajenos a esta investigación.

Por tal razón, los egresos que el banco dejaría de tener por la no colocación de \$32 millones es de aproximadamente \$544 mil dólares mensuales.

Con esta cuantificación, la Pérdida financiera por implementar este indicador de riesgo de liquidez es de \$3.4 millones mensuales.

Figura 5.9. Rentabilidad.



Fuente: Elaboración propia a partir de la información de la S.B.S.

Ahora, al verificar este impacto sobre la Rentabilidad (ROE: Resultados / Patrimonio) del banco analizado, se determina que la misma disminuye en aproximadamente 0.56% de su valor mensual, lo que corresponde a obtener un ROE igual a 7.81%; el mismo que se encuentra por encima del mismo indicador del sistema financiero global (7.12%) o del grupo de bancos de similares características (6.49%), tal como lo muestra la figura 5.9. Adicional, se debe mencionar que la planificación estratégica de la institución, es obtener un ROE a final del año de al menos el 6.5%; muy por debajo de las conseguidas en los años anterior y que es consecuencia de las regulaciones para el presente año por parte del actual gobierno.

En conclusión, al determinar que la Rentabilidad se verá afectada dentro de los parámetros establecidos, la entidad financiera podrá decidir considerar este indicador como medida de riesgo de liquidez, el cual le proporciona mayor cobertura en el caso de eventos o sucesos de baja probabilidad pero de mayor impacto.

CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1 CONCLUSIONES

- El backtesting realizado al VaR calculado comúnmente con la metodología de Monte Carlo, tanto al 95 como al 99% de confianza, cumple y satisface todas las pruebas de frecuencia e independencia de excepciones (pérdidas estimadas inferiores a las pérdidas reales), por lo cual se concluye que el mismo es consistente. Por lo cual, bastaría su cuantificación para la estimación de la máxima salida de capital en condiciones normales.
- En la evaluación del modelo VaR a través de pruebas de stress, se evidencia la necesidad de construir medidas que recojan comportamientos atípicos para una adecuada gestión del riesgo de Liquidez. Se determina que el escenario de mayor impacto en el nivel del portafolio analizado es la simulación de los efectos de una crisis como la de 1999, que de ninguna manera está recogido este comportamiento en el cálculo regular del VaR.
- El VaR cuantificado con la metodología de Valores Extremos determina que el riesgo de liquidez está infravalorado en más del 50% de su valor, en comparación con la estimación normal tanto al 95 como al 99% de confianza. Es así, que la máxima salida de capital, en promedio, aumenta en alrededor de \$40 millones, evidenciando la importancia que tienen los sucesos extremos y poco probables en el cálculo de una medida de riesgo.
- Al considerar el indicador dentro de la gestión de riesgo de liquidez, éste no afecta considerablemente a la Rentabilidad de la entidad financiera, ya que se verá afectada en 0.56% de su valor original. En términos de Riesgo y Rendimiento, la entidad financiera estará cubierta en más del 50% de su riesgo medido normalmente y su establecimiento no evidencia un impacto muy fuerte.
- Estos resultados podrán ser evaluados por la institución financiera para el establecimiento de esta medición dentro de la administración y gestión de Riesgo de Liquidez.

6.2 RECOMENDACIONES

- Se recomienda que las instituciones financieras implementen sobre sus estrategias de identificación, medición, control, monitoreo y mitigación de Riesgo de Liquidez, un conjunto de pruebas de validación y stress para una buena evaluación de la consistencia del modelo. La metodología presentada, combina desarrollos estadísticos adecuados, que puede servir de referente para una implementación efectiva de la administración del Riesgo de Liquidez.
- Se sugiere que para una mejor cobertura de riesgo por parte de las instituciones financieras, se aplique el VaR utilizando medidas que combinen metodologías más robustas, específicamente la Teoría de Valores Extremos,

BIBLIOGRAFÍA

- AGUIRRE A., *Estimación del Valor en Riesgo mediante Modelos de Heterocedasticidad Condicional y Teoría de valores Extremos*, Tesis de Posgrado, México, 2010.
- ALONSO J., *Introducción al cálculo del Valor en Riesgo*, Colombia, 2005.
- ARANDA J., *Una aplicación de la Teoría de Valores Extremos al cálculo del VaR*, Universidad de Murcia, 2000.
- BALZAROTTI V., DEL CANTO A., DELFINER M., *Backtesting: Funcionamiento de los requisitos de capital por riesgo de mercado del BCRA*, Banco Central de la República de Argentina, Nota Técnica, 2010.
- CASTILLO E., *Estadística de Valores Extremos distribuciones Asintóticas*, Universidad de Cantabria, 1998.
- COMITE DE SUPERVISIÓN BANCARIA DE BASILEA, *El Nuevo Acuerdo de Capital de Basilea*, Banco de Pagos Internacionales, 2003.
- COMITÉ DE SUPERVISIÓN BANCARIA DE BASILEA, *Basilea III: Marco Regulator Global para reforzar los bancos y sistemas bancarios*, Documento de Consulta, 2011.
- CHRISTOFFERSEN P., HAHN J. y INOUE A., *Testing and Comparing Value-at-Risk Measures*, Journal of Empirical Finance, Vol. 8, 2001.
- CUEVAS G., *Teoría de Valores Extremos Empleada en la Gestión de Riesgo Financiero*, Tesis de Pregrado, Universidad de Chile, 2011.
- DELFINER M., GUTIERREZ M., *Aplicación de la teoría de valores extremos al gerenciamiento del riesgo*, Banco Central de la República de Argentina, 2001.
- GONZÁLES C., GÍMENO R., *Evaluación de las metodologías para medir el valor en Riesgo*, Servicio de estudios Banco de España, 2003.
- GUAL J., *Los requisitos de capital de Basilea III y su impacto en el sector bancario*, Documentos de Economía “la Caixa”, 2011.

- JEREZ M., SOTOCA S., *Variable Cualitativas en el Modelo de Regresión*, Universidad Complutense de Madrid, 2008.
- JOHNSON C., *Métodos alternativos de evaluación del riesgo para portafolios de inversión*, Universidad de los Andes Colombia, 2005.
- MASCAREÑAS J., *Introducción al VaR*, Universidad Complutense de Madrid, 2008.
- MELO L., BECERRA O., *Medidas de Riesgo, Características y técnicas de medición una aplicación del VaR y el ES a la tasa interbancaria de Colombia*, Gerencia Técnica Banco de la República de Colombia, 2004.
- OLMO J., *Aplicaciones de la Teoría de Valores Extremos a la Gestión del Riesgo*, Tesis Doctoral Universidad Carlos III de Madrid, 2005.
- PEREA J., *Tratamiento Econométrico del cambio Estructural*, Tesis Doctoral instituto L.R.KLEIN.
- RAMIREZ E., RAMIREZ P., *Valor en riesgo: Modelos Económicos contra Metodologías Tradicionales*, Vol.XXII, Núm. 51, Universidad Autónoma Metropolitana, Azcapotzalco México, 2007.
- RODRÍGUEZ A., *Administración de riesgos financieros riesgo de mercado y liquidez*, Ernst & Young, México, 2007.
- SAN LUCAS A., SALCEDO A., *La normativa de Basilea y su papel dentro de las reformas introducidas en el sistema financiero ecuatoriano*, Documento de Consulta, 2004.
- VELIN M., *Estudio del Riesgo Financiero considerando riesgos extremos y fluctuaciones estocásticas para un portafolio de inversiones*. Tesis de Pregrado, Escuela Politécnica Nacional, 2008.
- VILLALÓN J., *Enfoques diferentes para medir Valor en Riesgo (VaR) y su comparación. Aplicaciones*, Universidad de Valladolid, (2009).

ANEXO A

A.1 LEY DÉBIL DE LOS GRANDES NUMEROS.

Dada una sucesión de variables aleatorias x_1, x_2, \dots, x_n independientes, idénticamente distribuidas y con distribución normal F , entonces para $S = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ y cualquier valor $\varepsilon > 0$, se obtiene que:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{S_n}{n} - \mu\right| \geq \varepsilon\right) = 0$$

O de forma equivalente

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{S_n}{n} - \mu\right| < \varepsilon\right) = 1$$

Para un valor alto de n , los valores individuales X_i tienen menos influencia sobre la media, es decir, que la secuencia de variables aleatorias se estabiliza en torno a la media a medida que n tiende a infinito. Esto implica que la media muestral tiende hacia la esperanza de la variable aleatoria, a medida que n tiende a infinito:

$$\bar{x}_n \xrightarrow{P} E[X], n \rightarrow \infty$$

Demostración

$$\text{Var}\left(\frac{S_n}{n}\right) = \frac{n\sigma^2}{n^2} = \frac{\sigma^2}{n}$$

$$E\left(\frac{S_n}{n}\right) = \frac{n\mu}{n} = \mu$$

Utilizando la desigualdad de Chebyshev se obtiene:

$$P\left(\left|\frac{S_n}{n} - \mu\right| \geq \varepsilon\right) \leq \frac{\sigma^2}{n\varepsilon^2}$$

Entonces:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{S_n}{n} - \mu\right| \geq \varepsilon\right) = 0$$

O de forma equivalente:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{S_n}{n} - \mu\right| < \varepsilon\right) = 1$$

A.2 LEY FUERTE DE LOS GRANDES NUMEROS.

El objetivo es similar al de la sección anterior. La única diferencia es que se considera convergencia casi segura en lugar de convergencia en probabilidad. Es decir,

Sea x_1, x_2, \dots, x_n una sucesión de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas, entonces:

$$\frac{S_n}{n} \xrightarrow{CS} \mu$$

ANEXO B

B.1 QUIEBRE ESTRUCTURAL

En economía, un cambio estructural hace referencia a una transformación de largo plazo en la estructura fundamental de algún componente de una variable económica, siendo el más común el cambio de la tendencia de la curva.

La identificación del cambio estructural puede llevarse a cabo de distintos modos, los cuales están clasificados en dos grupos de estrategias analíticas las cuales se detallan a continuación:

Contrastes basados en la comparación de modelos restringidos y no restringidos:

- Test CHOW
- Contraste WALD
- Ratios de Verosimilitud
- Test del Multiplicador de Lagrange

Contrastes basados en estimaciones recursivas

- CUSUM
- CUSUM –SQ

B.1.1 TEST DE CHOW

La prueba de Chow desarrollada 1960, este test no busca cambios estructurales en la muestra sino que confirma o desmiente una sospecha previa de cambio estructural por parte del modelador.

La forma de operar para realizar el contraste es sencilla; para el caso de un único punto de cambio estructural.

Se divide a la muestra total de tamaño “n” en dos sub muestras que determina el punto de corte de tamaños “ n_1 ” y “ n_2 ” respectivamente. Además del modelo inicialmente estimado (el originalmente estimado para el total de la muestra) se

estiman ahora dos modelos más, uno en cada una de las dos submuestras identificadas.

De cada una de estas dos nuevas estimaciones parciales se obtendrá, evidentemente, un conjunto de parámetros diferentes así como unos errores de estimación diferentes.

Utilizando los errores de la estimación original y de las dos estimaciones parciales se elabora el siguiente contraste, cuya hipótesis nula será que los dos conjuntos de parámetros (los derivados de los sub-modelos de la distinta sub-muestra) son iguales:

$$F_{(k, n_1+n_2-2k)} = \frac{(e'e - (e'_1e_1 + e'_2e_2))/k}{(e'_1e_1 + e'_2e_2)/(n_1 + n_2 - 2k)}$$

Donde $e'e$ es la suma cuadrática residual para el modelo global estimado con n observaciones, e'_1e_1 es la suma cuadrática residual para el modelo estimado en la primera submuestra de tamaño " n_1 " y e'_2e_2 es la suma cuadrática residual para el modelo estimado en la segunda submuestra de tamaño " n_2 ".

Las principales limitaciones para este contraste son:

Sólo detecta cambios de estructura bruscos, que puedan asociarse de hecho a puntos de ruptura en la muestra.

Para su aplicación, se debe conocer previamente el punto de ruptura, es decir, no es un contraste con capacidad para detectar cambio de estructura, sino para confirmar la sospecha de su existencia en un determinado punto.

B.1.2 TEST DE CHOW - PREDICTIVO

Se aplica cuando el punto de quiebre es cercano al final del periodo muestral y no se cuenta con información suficiente para estimar el segundo modelo. Compara la suma de cuadrados del modelo restringido estimado con toda la muestra con la suma de cuadrados del modelo estimado con la primera parte.

H_0 : No hay cambio estructural

$$F = \frac{[SCE(T) - SCE(T_1)]/T_2}{SCE(T_1)/(T_1 - k)} \approx F_{(T_2, T_1 - k)}$$

B.1.3 CONTRASTE DE WALD

Está basado en la distancia $(\tilde{u} - u_R)$ o la distancia $(\tilde{u} - u_0)$ y se denota como:

$$\begin{aligned} W &= \sqrt{T}(\tilde{u} - u_0) \left[\widetilde{Var} \sqrt{T}(\tilde{u} - u_0) \right]^{-1} \sqrt{T}(\tilde{u} - u_0) = \sqrt{T}(\tilde{u} - u_0) \left[\frac{I(\tilde{u})}{T} \right] \sqrt{T}(\tilde{u} - u_0) \\ &= (\tilde{u} - u_0) I(\tilde{u})(\tilde{u} - u_0) \end{aligned}$$

Asintóticamente y bajo la hipótesis nula este estadístico se distribuye como una X^2 con un grado de libertad.

La forma de operar con este estadístico es la siguiente: se fija un tamaño de error tipo 1, $\varepsilon = \varepsilon_0$ se busca en las tablas el correspondiente punto crítico $x_{\varepsilon_0}^2$, la región crítica del contraste se determina como:

$$W > x_{\varepsilon_0}^2$$

Para el caso general el contraste toma la forma siguiente:

$$W = (R\tilde{\theta} - q) [RI\tilde{\theta}^{-1}R]^{-1} (R\tilde{\theta} - q)$$

Bajo H_0 , W sigue una distribución X^2 con r grados de libertad.

B.1.4 RATIOS DE VEROSIMILITUD

El contraste está basado en la distancia $l(\tilde{u}) - l(\tilde{u}_R)$. La distribución de este estadístico puede obtenerse fácilmente tras tomar una expansión de Taylor a partir de la expresión $\sqrt{T}(\tilde{u} - u_0)$. Se escribe como.

$$LR = [l(\tilde{u}) - l(\tilde{u}_R)] \sim x^2$$

La región Crítica del contraste se determina como

$$LR > x_{\epsilon_0}^2$$

Para el caso general, el contraste de la Razón de Verosimilitud es:

$$LR = 2[l(\check{\theta}) - l(\check{\theta}_R)]$$

Bajo H_0 sigue una distribución x^2 con r grados de libertad.

B.1.5 TEST DEL MULTIPLICADOR DE LAGRANGE

Este contraste se basa en la distancia $d(\check{u}_R) - d(\check{u})$, y teniendo en cuenta que $d(\check{u}_R) = 0$, simplemente la distribución anterior significa lo distante que $d(\check{u}_R)$ está de cero, y se tiene que:

$$LM = T^{-1/2}d(\check{u}_R) \left[\widehat{Var} (T^{-1/2}d(\check{u}_R)) \right]^{-1} T^{-1/2}d(\check{u}_R) = d(\check{u}_R)I(\check{u}_R)^{-1} d(\check{u}_R)$$

Asintóticamente y bajo la hipótesis nula este estadístico se distribuye como una X^2 con un grado de libertad.

La región Crítica del contraste es:

$$LM > x_{\epsilon_0}^2$$

Para el caso general el contraste de los Multiplicadores de Lagrange es:

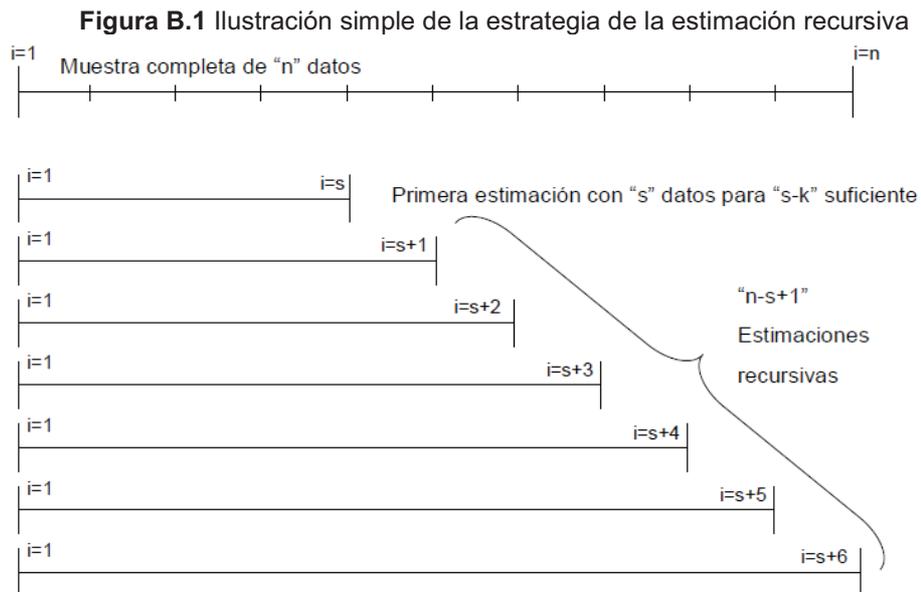
$$LM = d(\check{\theta}_R)' I(\check{\theta}_R)^{-1} d(\check{\theta}_R)$$

LM bajo H_0 sigue una distribución X^2 con r grados de libertad.

B.1.6 TEST DE ESTIMACIONES RECURSIVAS

Esta familia de contrastes se apoya en la estrategia de realizar estimaciones recursivas de un mismo modelo comparando una estimación inicial realizada

sobre una muestra de tamaño mínimo de datos con estimaciones sucesivamente en las que se van incorporando progresivamente el resto de observaciones muestrales hasta agotar el conjunto de datos disponibles, tal y como se muestra en la siguiente ilustración:



Fuente: Hipótesis Estructurales, Universidad Autónoma de Madrid.

La idea del procedimiento es sencilla: en la medida en que la estructura cambie notablemente alterándose los valores de los coeficientes del modelo, los resultados obtenidos en las estimaciones recursivas deben variar notablemente, bien en sus parámetros, en los residuos promedio obtenidos en cada uno de ellos, o bien en ambos.

No obstante, junto a las medidas gráficas puede elaborarse alguna medida cuantitativa que nos permita contrastar si las variaciones en las estimaciones recursivas son suficientemente amplias. Esta es la utilidad de los conocidos contrastes CUSUM, CUSUM-SQ en cuyo desarrollo y aplicación no vamos a detenernos pero cuya utilización es sencilla: todos estos contrastes se construyen a partir de la suma, debidamente estandarizada, de los residuos recursivos expresados en términos promedio.

B.1.6.1 Prueba CUSUM

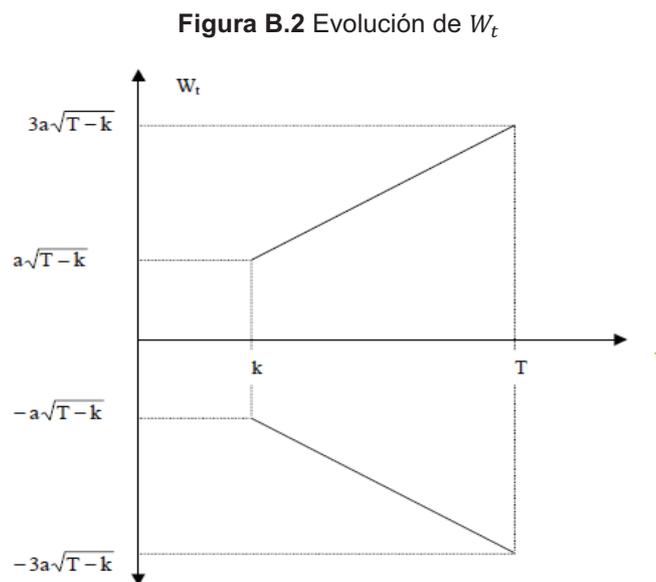
Desarrollada por Brow, Durbin y Evans (1975) es un estadístico de prueba que utiliza los errores de la regresión recursivamente, se basa en la suma acumulada de los residuos normalizados.

$$W_t = \sum_{r=k+1}^t \frac{w_r}{\hat{\sigma}}$$

$$\text{Donde } \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{T-k} \sum_{r=k+1}^T (w_r - \bar{w})^2 \quad \bar{w} = \frac{1}{T-k} \sum_{r=k+1}^T w_r$$

Bajo H_0 (ausencia de quiebre estructural), $E(W_t) = 0$, $Var(W_t) \approx t - k$

El contraste se lleva a cabo mediante el análisis gráfico de la evolución de W_t viene dado de la siguiente forma.



Fuente: Hipótesis Estructurales, Universidad Autónoma de Madrid.

La idea es calcular el modelo de regresión por MCO, agregando 1 observación y obtener los residuales, este procedimiento se repite hasta completar el tamaño de la muestra, si la gráfica de los residuos permanece dentro de la banda, indica estabilidad.

Esta prueba es débil en el sentido de que si los errores muestran signos contrarios se podrían compensar.

B.1.6.2 Prueba CUSUM S-Q

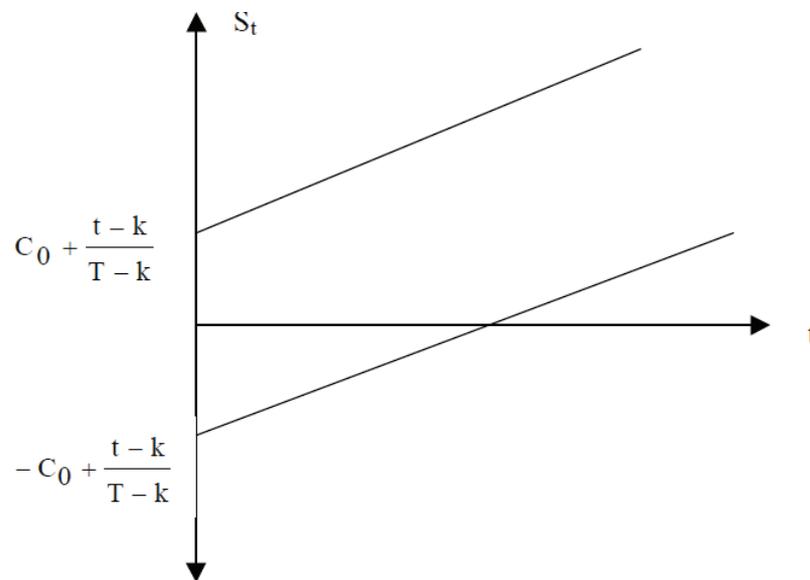
Esta prueba se basa en la suma acumulada de los residuos normalizados al cuadrado.

$$S_t = \frac{\sum_{r=k}^t w_r}{\sum_{r=k}^T w_r^2}$$

Bajo $H_0, E(S_t) \approx \frac{t-k}{T-k}$

El contraste consiste en dibujar la serie S_t con sus correspondientes bandas de confianza $E(S_t) \pm C_0$ donde C_0 es una constante que depende de T y k

Figura B.3 Serie S_t entre las bandas de confianza



Fuente: Hipótesis Estructurales, Universidad Autónoma de Madrid.

Si S_t no sale de las bandas, no se rechaza H_0

ÍNDICE DE TABLAS Y FIGURAS

TABLAS

TABLA 3.1 Área de aceptación Marco Regular al 95% de Confianza.....	42
TABLA 3.2 Área de aceptación Marco Regular al 99% de Confianza.....	44
TABLA 5.1 Tabla de decisión Marco Regulador al 95% de Confianza.....	65
TABLA 5.2 Tabla de decisión Marco Regulador al 99% de Confianza.....	69
TABLA 5.3 Resumen Evaluación del VaR al 95 y 99% de Confianza.....	71
TABLA 5.4 Análisis de Crecimiento de la Volatilidad de la Liquidez en el S.F....	75
TABLA 5.5 Volatilidad de la Liquidez de la institución estudiada en el 1er Escenario	75
TABLA 5.6 Volatilidad de la Liquidez de la institución estudiada en el 2do Escenario.....	76
TABLA 5.7 Horizontes de Tiempo para el 3er Escenario.....	77
TABLA 5.8 Volatilidad de la Liquidez de la institución estudiada en el 3er Escenario.....	77
TABLA 5.9 Horizontes de Tiempo para el 4to Escenario.....	78
TABLA 5.10 Volatilidad de la Liquidez de la institución estudiada en el 4to Escenario.....	78
TABLA 5.11 Stress testing VaR correspondiente al 28 de diciembre de 2012...	79
TABLA 5.12 Aumento pérdida escenarios de stress.....	79
TABLA 5.13 Estimación del Estadístico de Orden Óptimo.....	82
TABLA 5.14 Estimación del Índice de Cola.....	82
TABLA 5.15 Estimación del VaR con la Teoría de Valores Extremos.....	83
TABLA 5.16 Análisis comparativo de las dos metodologías.....	83

FIGURAS

FIGURA 5.1 Serie de Rendimientos y de VaR al 95 y 99% de Confianza.....	63
FIGURA 5.2 Monto y volatilidad de la liquidez del Sistema Financiero.....	73
FIGURA 5.3 Serie del Valor del Portafolio y de su Rendimiento.....	74
FIGURA 5.4 Evolución de las Captaciones y de la Tasa Pasiva Referencial..	75
FIGURA 5.5 Gráficos de Hill para ambas colas.....	80
FIGURA 5.6 Quiebre estructural para el estimador de Hill.....	81
FIGURA 5.7 Intermediación Financiera.....	84
FIGURA 5.8 Tasa Activa Promedio Ponderada	85
FIGURA 5.9 Rentabilidad.....	86
FIGURA B.1 Ilustración simple de la estrategia de la estimación recursiva....	94
FIGURA B.2 Evolución de suma acumulada de los residuos normalizados...	95
FIGURA B.3 Bandas de confianza para la suma acumulada de residuos normalizados.....	96