

ESCUELA POLITECNICA NACIONAL
FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA

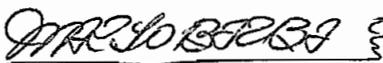
RECONOCIMIENTO Y METODO EXPERIMENTAL DE SIMULACION DE
SUELOS NO-HOMOGENOS PARA EL DISEÑO DE PUESTAS A TIERRA

TESIS PREVIA A LA OBTENCION DEL TITULO DE INGENIERO
ELECTRICO, ESPECIALIZACION POTENCIA

MARCO ANTONIO TORRES NAVARRO

QUITO, AGOSTO 1.980

CERTIFICO QUE EL PRESENTE TRABAJO
DE TESIS HA SIDO REALIZADO EN SU
TOTALIDAD POR EL SEÑOR MARCO ANTO
NIO TORRES NAVARRO.

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'MARIO BARBA C.', is written over a horizontal line.

Ing. MARIO BARBA C.
DIRECTOR DE TESIS

A G R A D E C I M I E N T O

MI ETERNA GRATITUD PARA CON EL:

- Ing. MARIO BARBA
- Ing. PAUL AYORA
- Ing. FAUSTO AVILES
- Ing. EFRAIN DEL PINO
- Ing. LUIS TACO
- DEPARTAMENTO DE FISICA

A MIS PADRES

A LA MEMORIA DE MI TIA

A MI ESPOSA

C O N T E N I D O

	<u>Página No</u>
I.- Introducción	
I.1.- Prologo	1
I.2.- Generalidades.....	1
I.3.- Alcance del Estudio.....	4
I.4.- Justificación	4
II.- El suelo como elemento de conexión eléctrica y de Referencias.	
II.1.- Generalidades	7
II.2.- Clasificación de los suelos	8
II.3.- Métodos para el estudio de suelos y clasificación....	12
II.3.a.-Métodos convencionales de medición de resistividad - de suelo.....	12
.-Dispositivo General.....	14
.-Dispositivos electródicos-lineales.....	15
.-Métodos de las líneas equipotenciales.....	17

C O N T E N I D O

Página No.

II.3.b.-	Métodos especiales de Medi ción de resistividad de sue los.....	21
.-	Herramienta de cable.....	21
.-	Herramienta rotatoria	22
.-	Reflexión y Refracción.....	24
III.-	Consideraciones para terre- nos homogéneos y no homegé- neos.	
III.1.-	Resistividad	28
III.2.-	Resistividad aparente.....	29
.-	Determinación de terrenos - homogéneos y no homogéneos.	31
.-	Valores de resistividades - de materiales típicos.....	35
.-	Recomendaciones para la me- dida de resistividad.....	37
III.3.-	Medida de la resistencia de la malla o electrodo de pue- ta a tierra ya empotrado en el terreno.....	38
III.4.-	Métodos de medida.....	44
III.4.a.-	Método de triangulación....	44

C O N T E N I D O

	<u>Página No.</u>
III.4.b.- Método de relación....	47
III.4.c.- Método de la caída - de potencial.....	50
.- Métodos prácticos y recomendaciones.....	53
IV.- El Modelo y sus Pruebas	
IV.1.- Introducción	58
IV.2.- Elementos del modelo	58
IV.3.- Método	65
IV.4.- Formulaci3n matemática	68
IV.5.- Escala	75
IV.6.- Errores	76
V.1.- Estratifcaci3n horizon <u>tal</u>	
V.1.1.- Generalidades.....	84
V.1.2.- Clasificaci3n.....	85
V.1.2.a.-Una capa; Formulaci3n- matemática.....	87
V.1.2.b.-Dos capas; Formulaci3n matemática.....	88
.-Métodos usuales para - reconocer Dos capas..	92
.-Método de reflexi3n pa ra dos capas.....	98

C O N T E N I D O

	<u>Página No.</u>
V.1.2.c.- Tres capas; Formula <u>ción</u> ,atemática.....	102
V.2.- Estratif <u>icación</u> Verti <u>cal</u> .	
V.2.1.- Generalidades.....	106
V.2.2.- Clasificación.....	106
V.2.2.a.- Caso Primero; Formu <u>lación</u> matemática...	108
V.2.2.b.- Caso Segundo; Formu <u>lación</u> matemática...	110
V.3.- Estratif <u>icaciones</u> es <u>peciales</u>	
V.3.1.- Generalidades.....	
V.3.2.- Clasificación.....	111
V.3.2.a.- Caso primero.	112
V.3.2.b.- Caso segundo.....	113
Relación con el método	116
VI.- Conclusiones y Recomen <u>daciones</u>	140
BIBLIOGRAFIA	146

A P E N D I C E S

	<u>Página No.</u>
A1 .- Forma mecánica del estudio del subsuelo.....	149
A2 .- Formato para graficar la - resistividad aparente.....	151
A3 .- El Potencial espontáneo...	142
A4 .- Mediciones de Resistividad del electrolito en el expe- rimento.....	154
A5 .- Gráficos de algunas curvas equipotenciales.....	154
A6 .- Sobre los programas en el computador Tetronix 4051..	155
A7 .- Formulación matemática ge- neral para varios tipos de subsuelos.....	165
A8 .- Valores de velocidades de- ondas.....	176
A9 .- Curvas patrón para varios tipos de suelos.....	177

I.1.-

P R O L O G O

La presente tesis, que tratará sobre el reconocimiento y método experimental de simulación de suelos NO -HOMOGENEOS para el diseño de puestas a tierra, es como una continuación y complemento necesario de estudios e inquietudes ya iniciados.

Dentro de varios criterios que se han tomado en cuenta en estudios anteriores, que constan como Bibliografía de la presente tesis, se ha podido establecer una idea bien clara lo que constituye una malla a tierra, cuales son sus objetivos y funciones.

Con toda intención, este trabajo evita repetir cualquier punto ya tratado en casos anteriores y lo único que pretende es abarcar puntos que no han sido analizados para tener un conocimiento real de todo el fenómeno en forma conjunta.

I.2.-

GENERALIDADES

A lo largo de todo un sistema eléctrico de potencia y como ejemplo en S/E , se encontrarán diversos componentes que están directamente conectados a tierra.

U
rra, es decir que intencionalmente mediante un circu
to eléctrico (equipo) se conecta a tierra o a un cuer
po conductor de dimensiones relativamente grandes que
hace las veces de tierra. (igual potencial)

Esto de poner a tierra un equipo tiene sus razones ya sean de operación, servicio y de protección.

El sistema de tierra también provee un camino de descarga para pararrayos y aparatos similares. Un camino de baja impedancia para corrientes de falla a tierra debe ser provisto para asegurar prontamente la acción de relés y otros aparatos de protección.

Para realizar la conexión a tierra se usa una ma
lla de tierra, que es un sistema de electrodos formados por conductores desnudos interconectados y enterrados, de manera de proporcionar una puesta a tierra común a los equipos y estructuras metálicas de una instalación.

Como ya se ha dicho la malla a tierra tiene que ir enterrada (empotrada en la tierra) a una cierta -

profundidad, y será la portadora de las corrientes de falla.

Bajo condiciones de falla, la circulación de corriente a tierra dará lugar a gradientes de potencial dentro y alrededor de una S/E en caso particular. La grandiente de potencial es la gradiente del gráfico - potencial, como función de la distancia a lo largo de una trayectoria especificada.

La forma como disipa la malla de tierra estas corrientes de falla dependerán exclusivamente del diseño de la malla y del terreno donde se encuentra empujada.

El terreno influencia en cuanto a su propia resistividad para disipar con mayor o menor dificultad dichas corrientes.

En realidad pueden presentarse dos tipos de terrenos en lo que tiene que ver la resistividad propia. Los terrenos homogéneos se caracterizan por tener una sola resistividad, mientras que los no-homogéneos tienen algunas resistividades en una misma área. En el presente trabajo nos ocuparemos exclusivamente de suelos no homogéneos.

I.3.-

ALCANCE DEL ESTUDIO

Objetivo.- El estudio tiene por objeto, fijar los -
criterios y métodos a seguirse para recono-
cer las estructuras del subsuelo.

Luego se experimentará en la cuba electrolítica (Lab. de Alta Tensión R 24) valiéndonos de una serie de modelos que representan la variedad de estratos. Los - resultados obtenidos servirán para poder afirmar si - es válido o no el método de simulación.

Sin embargo hay que tomar en cuenta que se trata de un estudio experimental, lo que implica mayor comprensión de los fenómenos que intervienen.

I.4.-

JUSTIFICACION

La influencia del suelo es muy notable en el di-
seño de mallas de puestas a tierra y aún más cuando -
se trata de suelos no-homogéneos o sea aquellos que -
poseen varios estratos en diversas configuraciones.

Esta influencia del subsuelo en el diseño de ma-
llas de puesta a tierra, nos ha motivado para hacer -
un estudio y fijar algunos criterios para reconocer -

el tipo del terreno. Lógicamente que esto sería materia del Ing. Geólogo, empero el Ing. Eléctrico que tiene que diseñar la malla, debe reconocer y tener criterios en este campo, para exigir al Ing. Geólogo algunos datos.

La experimentación se justifica por que la existencia de terrenos no-homogéneos es muy general y el planteamiento matemático es difícil, siendo este un método muy aproximado a la realidad.

Se justifica también por ser un eslabón de otras pequeñas investigaciones con estudios que se están realizando en simulaciones de otros componentes del Sistema Eléctrico de Potencia.

Es lógico pensar que si la zona elegida tiene varias capas o estratos será mejor buscar un lugar más uniforme en su suelo, pero si no hay la posibilidad de cambiar el lugar, tocará analizar el comportamiento de dichos estratos.

Puede también presentarse el caso de encontrarnos con diferentes estratos de espesores pequeños, entonces sería mejor limpiar la primera capa con maquina pesada, esto sería cuando están dispuestos en forma horizontal los estratos. Pero cuando se tiene dis

puestos en forma vertical o especial, y no hay como limpiar lo mejor sería ver el comportamiento del suelo simulado en forma experimental.

APORTES Y LIMITACIONES.- En realidad en el presente trabajo se ha expuesto cuidadosamente algunas consideraciones teóricas, con el fin de tener criterios para reconocer algunos tipos de estratificaciones, para luego pasar al campo experimental donde se sacarán resultados que permitirán emitir conclusiones y recomendaciones, las mismas que servirán como aporte a futuras inquietudes.

En la parte experimental, existirán factores fuera de nuestro alcance que no permitirán un fácil desenvolvimiento ni un correcto razonamiento para la deducción de principios generales.

Además de estos factores que influyen, hay que admitir que la capacidad del Laboratorio de Alta-Tensión en equipo de precisión para estos casos, es muy reducida, limitándonos el grado de exactitud en los resultados.

II.- EL SUELO COMO ELEMENTO DE CONEXION ELECTRICA Y DE REFERENCIA.

II.1.- Generalidades.- Como ya se analizó en el Capítulo anterior, todas las partes constitutivas de un Sistema Eléctrico de Potencia, están puestas a tierra, con el objeto de dar mejor servicio o para proteger al sistema. Cualquier variedad de puestas a tierra (electrodo o malla) tienen que ir empotrados en el suelo de forma intencional para establecer un potencial de referencia, proveer un camino de descarga para pararrayos (aparatos similares) y brindar un retorno a tierra para la conexión de tierra de los generadores y transformadores en estrella.

Es allí la importancia del comportamiento del suelo con todas sus características en estudios y diseños de mallas de puestas a tierra.

Dentro de las características que interesan para estos casos, se encuentra principalmente la ubicación geográfica del suelo en estudio, por que influenciará notablemente en su constitución. Esta ubicación geográfica dará a la ligera algunos datos como constitución del subsuelo (ordinario, pedregosos o rocosos) grado de humedad atmosférica producida por el medio ,

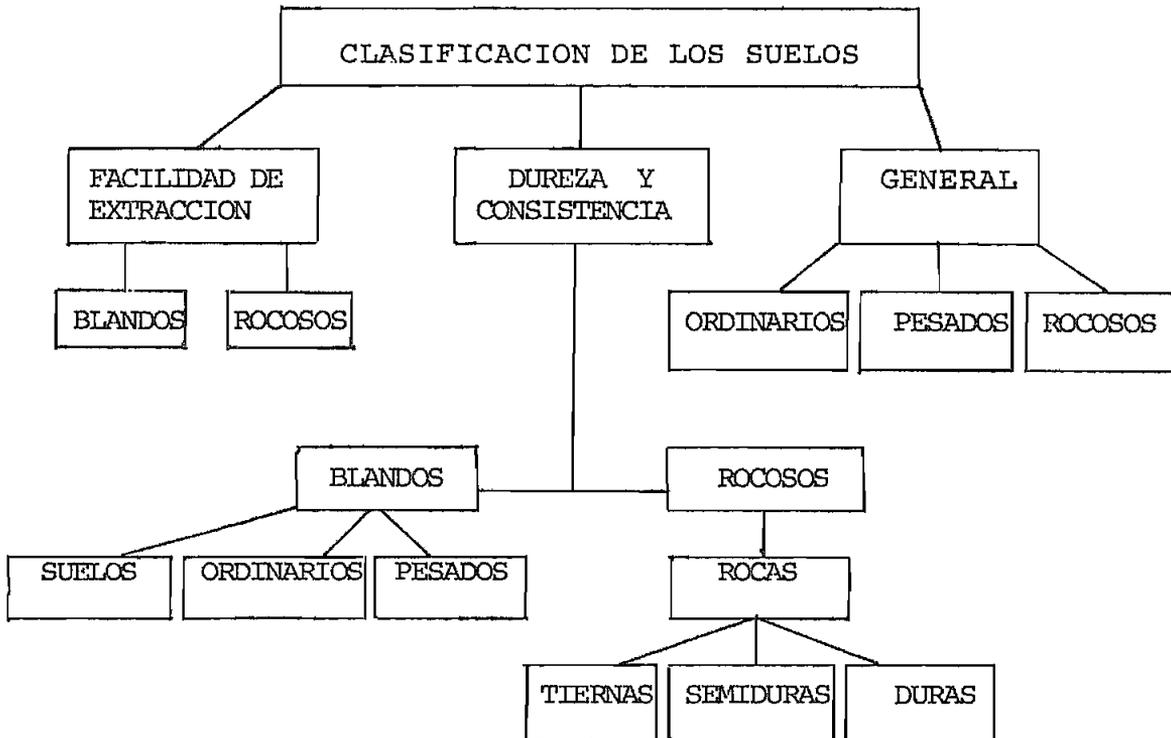
compactación características eléctricas, etc.

Es precisamente las características eléctricas - las que nos interesan, puesto que en caso de falla, la corriente se despejará en el terreno de una forma especial, dependiendo esta forma de la resistividad de dicho terreno.

II.2.-

CLASIFICACION DE LOS SUELOS

El cuadro siguiente nos resume la clasificación de los suelos. (R 16)



En forma más explicativa, describimos otra clasificación de los suelos de acuerdo a otros factores.

a.- FACILIDADES DE EXTRACCION.- Es función de la dureza y el grado de consistencia o cohesión del terreno es decir la naturaleza del terreno depende del sistema de trabajo a emplear.

a.1.- TERRENOS BLANDOS.- Son los que pueden ser excavados a mano o mecánicamente al hacer penetrar un elemento cortante a simple presión. Por ejemplo el zapapico que al ser introducido en el terreno deja en condición de ser recogidos con la pala, el terreno removido.

a.2.- TERRENOS ROCOSOS.- Estos para su extracción han de romperse, dislocarse o desagregarse ya sea por medio de explosivos o por medios mecánicos. Por ejemplo la desagregación hecha con barrenos deja en condiciones de ser recogido con la pala.

b.- POR LA DUREZA Y CONSISTENCIA.-

b.1.- TERRENOS BLANDOS.-

b.1.1.- SUELOS.- Tierra vegetal seca, arena seca, gravilla fina.

b.1.2.- ORDINARIOS.- Tierra vegetal húmeda, tierra grasa mezclada con arena húmeda, arena arcillosa compacta, grava gruesa.

b.1.3.- PESADOS.- Tierra gruesa con piedras, tierra arcillosa, grava arcillosa compacta, arcilla marga, escombreras disgregadas.

b.2.- TERRENOS ROCOSOS.-

b.2.1.- ROCAS TIERNAS.- Arenas aglutinadas, calizas blandas, cretas , pizarra compacta.

b.2.2.- ROCAS SEMIDURAS.- Yeso, gras, granizo.

b.2.3.- ROCAS DURAS.- Caliza dura, mármoles, - granito.

b.2.4.- ROCAS MUY DURAS.- Granitos compactos, cuarzos.

C.- General.- Es una clasificación muy sencilla y de fácil entendimiento.

C.1.- Suelos ordinarios.- Tierra vegetal, terrenos arenosos.

C.2.- Pesados o Arcillosos.- Pedregosos

C.3.- Rocosos.

Cada tipo de terreno se caracteriza por su propio valor de resistividad, la misma que se puede encontrar por varios métodos que se describirán a continuación.

Entre ellos se encuentran los métodos eléctricos, basados en hacer el análisis de las propiedades conductoras al paso de una corriente eléctrica a través del suelo. (R2)

Existen gran variedad de estos métodos eléctricos que se les han denominado por el nombre de quién hizo el estudio, por el arreglo geométrico o por el número de electrodos que intervienen.

Esta gran variedad de métodos eléctricos, se les suele denominar configuraciones electródicas o dispositivos electródicos, los mismos que se caracterizan por tener dos circuitos básicos independientes que son de:

- 1.- Corriente.- Por donde entra y sale la corriente -
suele tomar los nombres de corriente,
emisión o de alimentación.
- 2.- Potencial.- Donde se mide la diferencia de poten-
cial suele tomar los nombres de poten-
cial, de recepción y de medición.

II.3.-

CLASIFICACION DE LOS METODOS

METODOS ESTATICOS.- Se basan en detección y medida pre-
cisa de las distorsiones que pro-
ducen, sobre algún campo heterogéneo.

METODOS DINAMICOS.- Aquí se mide relaciones que varían
con el tiempo.

METODOS DE RELAJACION.- Son métodos eléctricos que -
pueden considerarse interme-
dios entre estáticos y dinámicos.

Cada uno de estos métodos tiene su propio campo de a-
plicación, sus limitaciones y sus propias ventajas e-
inconvenientes. (R21)

II.3.a.- METODOS CONVENCIONALES DE MEDICION DE RESISTIVIDAD -
DEL SUELO.

METODO DEL RESISTIVIMETRO.- Este es el más común que-
se utiliza y es igual al-
método general que se describe más adelante. La úni-

ca diferencia que existe entre los dos, es que en el método del Resistivímetro se usa un instrumento especial que da directamente el valor de la resistencia - en ohms que se multiplica a una escala de X1, X10, X100, X1000 y sigue el principio de funcionamiento de un puente, mientras que el método general usa un voltímetro y amperímetro por separado.

Con el método presente , la resistividad del terreno se determina clavando 4 electrodos (varillas de 1 centímetro de diámetro máximo, de material resistente - con terminales para poder unir con los conductores y con una cabeza para ser golpeados e introducidos en el suelo, espaciados entre sí unos 10 m., sobre su recta. Si al aplicar una corriente I entre los electrodos extremos, y se determina un potencial V entre los electrodos centrales resulta.

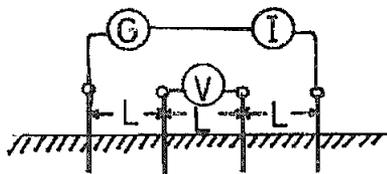


Fig.2.1.-

$$\rho = 2\pi L \frac{V}{I}$$

L = Distancia entre electrodos.

V = Potencial en voltios.

I = Corriente de Amperios.

Las medidas de resistividad deben ser efectuados preferentemente en los períodos de condiciones climatológicas más críticas. (R14)

DISPOSITIVO GENERAL.- Se lo llama así por ser el más conocido dentro de esta, serie de estudios para medir la resistividad ρ . (R1 - R8)

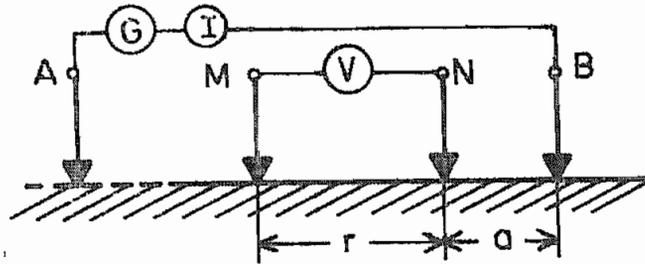


Fig.2.2.

- Los electrodos M y N miden la caída de tensión que a parece entre ellos.
- El electrodo B que cierra el circuito de A (están - conectados a un generador) se supone lo suficiente - mente alejada de los demás para que no influya en - las medidas.

I = Se mide entre B y A

ΔV = Se mide entre M y N

ρ_a = Resistividad aparente

k = kte que depende de la geometría del dispositivo-electrónico.

$$\rho_a = k \frac{\Delta V}{I}$$

$$\Delta V = \frac{\rho I}{2\pi} \left[\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{AN} + \frac{1}{BN} \right]$$

$$\rho_a = \frac{2\pi \cdot \Delta V}{I \left[\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{AN} + \frac{1}{BN} \right]}$$

de donde se deduce que:
$$K = \frac{2\pi}{\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{AN} + \frac{1}{BN}}$$

DISPOSITIVOS ELECTRODICOS LINEALES.- Basándonos en el dispositivo anterior deducimos este dispositivo que tiene gran importancia por lo que muchos investigadores le dieron varias formas e interpretaciones. (R 20)

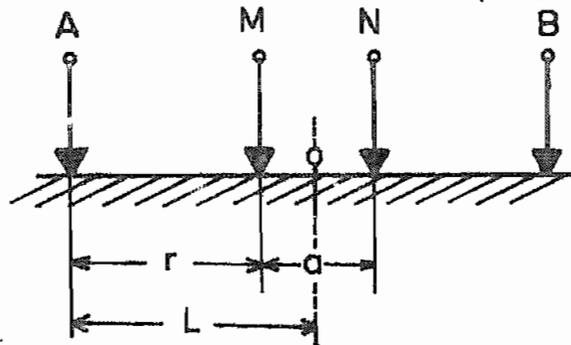


Fig.2.3.-

- Si se cumple las siguientes relaciones se dice que es un dispositivo simétrico

$$OM = ON$$

$$OA = OB$$

De aquí se deduce que:

$$P = \pi \frac{r(r+a)}{a} \cdot \frac{\Delta V}{I}$$

- Si se cumple: $AM = MN = NB$

o sea : $r = a$ resulta lo que se suele denominar dispositivo WENNER. Por consiguiente

$$P_a = 2\pi a \cdot \frac{\Delta V}{I}$$

donde $K = 2\pi a$

- Si se cumple: $OA = OB = L$

La expresión del primer caso de este dispositivo será:

$$\rho_a = \pi \left[L^2 - \frac{a^2}{4} \right] \frac{\Delta V}{I a}$$

fórmula general para dispositivos lineales simétricos.

- Si se cumple: $MN = a$

$$\begin{aligned} a &\rightarrow 0 \\ \rho_a &= \lim_{a \rightarrow 0} \pi \left[L^2 - \frac{a^2}{4} \right] \frac{\Delta V}{I a} \\ &= \frac{\pi L^2}{I} \lim_{a \rightarrow 0} \frac{\Delta V}{a} \\ &= \pi L^2 \frac{E}{I} \end{aligned}$$

esto porque el $\lim_{a \rightarrow 0} \frac{\Delta V}{a} = \text{grad del potencial}$

o sea el campo eléctrico E .

Este método es el de Schlumberger.

Aquí aparece un pequeño error, por que los desarrollos teóricos se establecen suponiendo que lo que medimos realmente es el campo Eléctrico E , el cual en la práctica se toma: $\frac{\Delta V}{a}$

es decir teóricamente tenemos: $\rho_a = \pi L^2 \frac{\Delta V}{I a}$
y en práctica es: $\rho_a = \pi L^2 \frac{\Delta V}{I a}$

Este error proviene cuando despreciamos el término $\frac{a^2}{4}$

de donde se deduce que: $K = \frac{2\pi}{\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{AN} + \frac{1}{BN}}$

DISPOSITIVOS ELECTRODINAMICOS LINEALES.- Basándonos en el dispositivo anterior deducimos este dispositivo que tiene gran importancia por lo que muchos investigadores le dieron varias formas e interpretaciones. (R 20)

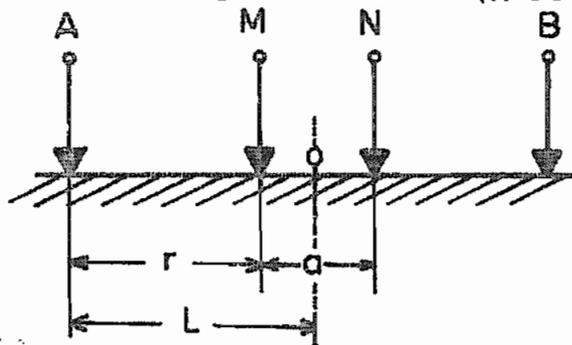


Fig.2.3.-

- Si se cumple las siguientes relaciones se dice que es un dispositivo simétrico

$$OM = ON$$

$$OA = OB$$

De aquí se deduce que:

$$P = \pi \frac{r(r+a)}{a} \frac{\Delta V}{I}$$

- Si se cumple: $AM = MN = NB$

o sea : $r = a$ resulta lo que se suele denominar dispositivo WENNER. Por consiguiente

$$P_a = 2\pi a \frac{\Delta V}{I}$$

donde $K = 2\pi a$

Los valores que se suelen usar como normas son:

$$MN \leq \frac{AB}{5}$$

$$MN = a$$

$$AO = L = OB$$

$$AB = 2 L$$

Por lo que si sacamos el error relativo - tendremos que:

$$\text{Error relativo} \leq \frac{L^2 - \left[L^2 - \frac{d^2}{4} \right]}{L^2} = \left[\frac{d}{2L} \right]^2 = 4 \%$$

Así se puede ver que el error introducido es muy pequeño que realmente no influye mucho. (R 20)

METODO DE LAS LINEAS EQUIPOTENCIALES.- Un flujo de corriente a través del suelo existirá entre dos o más electrodos, cuando aplicamos voltaje exterior a dichos electrodos. (R22)

Es lógico que existirán anomalías de potencial y la existencia de flujo de corriente, cuando el suelo tiene cierta composición química y cierta concentración de electrolitos disueltos en el agua del suelo donde están los electrodos. Esto pasa cuando las diferentes partes de una masa mineral están en con

tacto con disoluciones de composición distinta, tienen lugar reacciones químicas que dan por resultado diferentes presiones de disolución en perspectivas y superficies de contacto. Las diferencias en las presiones de disolución engendran diferencias de potencial que originan un flujo de corriente en el suelo.

Las corrientes telúricas que son corrientes naturales en el suelo de extensión global, que circulan por la corteza terrestre, dan también lugar a diferencias de potencial que, a veces, son difíciles de separar de los potenciales electroquímicos.

En los últimos años, se ha desarrollado algunos métodos pero sin embargo, de todos los métodos que exigen corrientes artificiales, la técnica de líneas equipotenciales es la más sencilla.

TEORIA DEL METODO DE LINEAS EQUIPOTENCIALES.- En el suelo se introduce dos o más electrodos y se aplica desde el exterior un voltaje.

De un electrodo a otro existirá un flujo -

de corriente a través del suelo.

Las líneas de flujo serán bien regulares , el medio por donde pasa la corriente es homogéneo en sus propiedades eléctricas, en un plano horizontal, si métricas con respecto a la línea que une los electro dos.

En caso contrario cuando la presencia de las líneas de flujo de corriente son muy irregulares y distorcionadas nos demuestran la existencia de una masa interna con una cierta conductividad y si ésta es alta, atraerá las líneas de flujo o si es baja rechazará a las mismas. (R 23)

Dentro de todos los conceptos de las líneas equipotenciales, vale tomar en cuenta el principio general de que las líneas de flujo son siempre perpendiculares a las líneas de igual potencial como se aprecia en la fig. 2.4.a.-

En la fig. 2.4.a. se puede ver claramente como se distribuye el potencial eléctrico en el suelo. - Los Electrodos A y B tienen una tensión exterior aplicad

da y se encuentran distanciados a una cierta longitud.

La fig. 2.4.b representa la intersección del plano horizontal que pasa por A y B, con una familia de tales superficies; cada trazo se denomina curvas equipotencial.

La variación o la distorsión de las curvas equipotenciales es como consecuencia de la irregularidad en las líneas de flujo y esto se hace presente en medios no homogéneos. (R23)

Estos métodos de las líneas equipotenciales sirve para la localización de diferentes estratos hasta una profundidad que no exceda de 15 m.

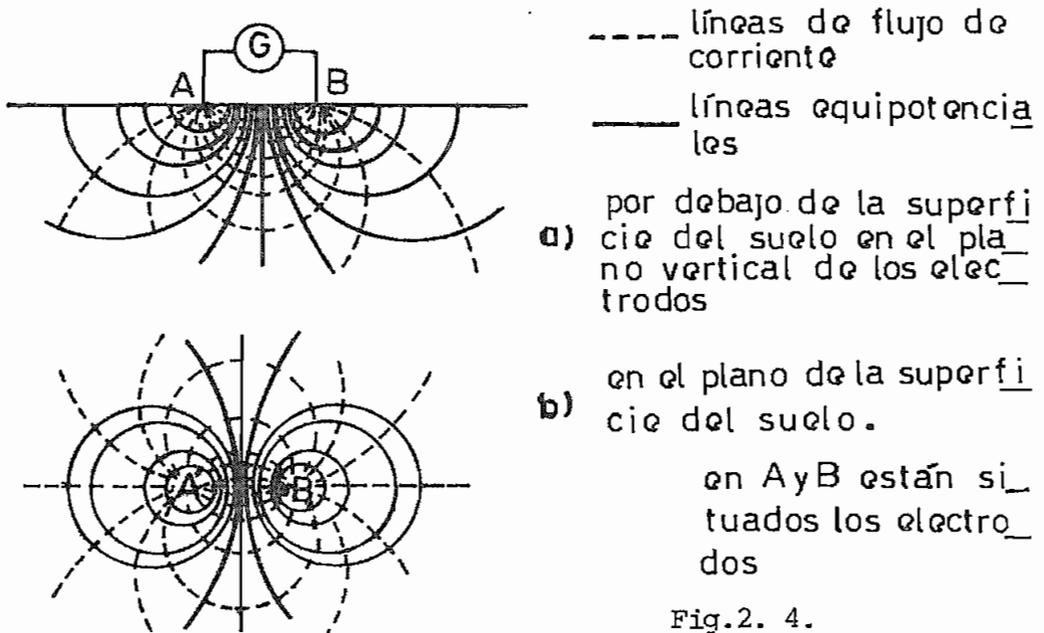


Fig.2. 4.

Estos métodos explicados, son los más usuales, para el estudio eléctrico del subsuelo o lo que se llama sondaje eléctrico.

Para el objetivo, el método más usual es de Shumberger, empero tiene una desventaja cuando aumenta la longitud de la línea aparecen las corrientes artificiales (industriales, parásitas, telúricas).

II.3.b.-MÉTODOS ESPECIALES DE MEDICION DE RESISTIVIDAD DE SUELOS.

Se basan en tomar muestras con equipos de perforación y analizarles en Laboratorio. (R 8)

MUESTRA DE HERRAMIENTA DE CABLE.- Es el método clásico. El equipo de barrenar (muestreo) provisto de cable (o equipo estándar, como se lo llama a veces) hace agujero mediante el rítmico levantamiento y caída de una barrena (trépano) de forma de cincel adaptada a una pesada varilla (barra de carga) suspendida del extremo de un cable.

Los golpes repetidos de la barrena fracturan y muelen todo lo que va encontrando a su paso y, a intervalos, se saca la barrena y reemplaza por una cuchara retirando periódicamente del fondo de la perforación el escombros. Las muestras se toman del material recogido por la cuchara, se colocan en bolsas y se rotulan adecuadamente.

Este método es bastante elemental, que si bien es cierto nos da datos sobre que tipos de materiales con tiene el subsuelo, en cambio no se conoce como se for man las capas o estratos si son paralelos a la superficie o si tienen una cierta inclinación respecto a ella. Ver Apendice A1

MUESTRAS CON HERRAMIENTAS ROTATORIA

Este es el método usado en años recientes. La perforación se realiza con una broca cortadora rotatoria de modelos variables, montada en el extremo de la columna de tubo de barrenar. La rotación de la mesa giratoria en la superficie hace dar vueltas a este tubo, o riginando que la broca unida a él corte los estratos. A medida que avanza la horadación se van añadiendo secciones de tubo de barrenar al extremo superior de la columna. En perforación de formaciones blandas, se pueden perforar hasta cientos de metros sin cambiar de broca y solo deteniéndose para agregar otras secciones de tubo (para el caso que nos ocupa bastará una o dos decenas de metros).

Para el caso de perforaciones de agua o de petróleo se deja el tubo ya como una instación y mediante un ingreso de agua a presión desde el exterior se sa-

ca todo el material que contiene el tubo para así dejar libre y facilitar la salida del elemento (agua - petróleo). (R23)

Para casos que lo único que se pretende es conocer la estructura del subsuelo, saber de que material está formado y saber como están distribuidos los mismos, lo que se hace es sacar los lingotes (término - que se denomina a los tubos de barrenar que están llenos de material del subsuelo.)

Estos lingotes se sacan al exterior y por medio de presión se los abre y allí se puede observar los materiales que componen el subsuelo y la distribución de ellos.

Este método es el más aconsejable para nuestro caso, por que tales muestras proporcionan datos litológicos localizados con exactitud, así como material para efectuar análisis de porosidad, permeabilidad y contenido de fluidos. Ver Apendice A1.

OTROS METODOS.- Existen en la actualidad métodos muy modernos como es el caso de sondas perforadoras que tienen electrodos con la disposición Schlumber y con la relación conocida se saca resistividad del terreno a varias alturas; así también exis-

te métodos como el de reflexión y refracción de ondas elásticas.

TEORIA DE LA REFLEXION Y REFRACCION

Este método se basa en una analogía con la reflexión y refracción óptica y consiste en estudiar el subsuelo, observando las reflexiones y refracciones de las ondas sísmicas que envuelven los estratos del subsuelo. (R 23)

Se basa en aprovechar las características del subsuelo (de los estratos) y se hace pasar una onda la misma que llega a una estación registradora después de chocar con estratos de otras características y reflejarse.

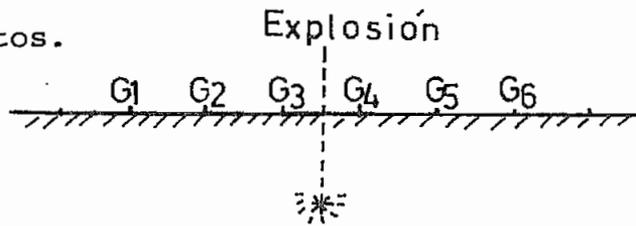
Para el uso de este método se sugiere estos pasos:

- 1) Hacer agujero. Allí colocar carga de dinamita (1 libra para 100 m.).
- 2) Colocar los detectores (geófonos) en línea recta y conectarlos con cable a los aparatos. El número de geófonos es libre y su espaciamiento igual (10m). Para distinguirles poner banderas.
- 3) Los aparatos colocar en el centro del sistema de de

tectores.

- 4) Antes de la explosión tomar precauciones.
- 5) Con una diferencia de 0.001 seg. llegan las señales, después de la explosión.

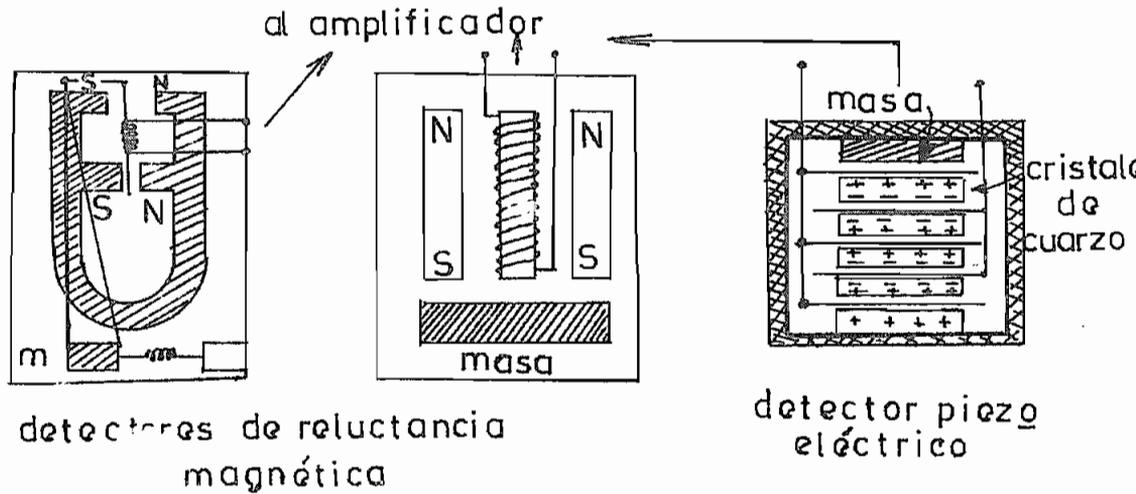
Las vibraciones causadas por la explosión y por las ondas reflejadas en el subsuelo producen en el detector un movimiento que cambia el campo magnético y este induce un voltaje que se amplifica, luego va a un aparato de fotografía donde se producen todos los movimientos.



Para entender este método se describirán los aparatos e instrumentos necesarios.

GEOFONO O DETECTOR.- Es un aparato que deja un registro permanente y es apropiado para el registro de ondas de corto período (en este caso producidas por la explosión de la dinamita). Estos instrumentos son pequeños (largo 6 a 10 , ancho 3-5 y 10 altura cm.) y son de varias clases. Actualmente los electrónicos son los más usuales por ser muy sensibles.

001899



Para el caso a) la lámina en forma de espiral y sujeta lateralmente es como armadura. El imán permanente está a una distancia pequeña de esta armadura (lleva envuelta una bobina). Un pequeño movimiento de la lámina cambia el campo magnético, cortando las líneas de fuerza de la bobina e induciendo una corriente eléctrica que va al amplificador. Mide la velocidad del movimiento.

Para el caso b). La masa móvil descansa sobre una serie de placas de cuarzo (separadas entre sí por una lámina de estaño para recoger la carga). Cualquier movimiento cambia la posición de los cristales y la presión entre ellos lo que hace cambiar el voltaje entre placas.

AMPLIFICADORES.- Amplifica la señal y filtra para se-

leccionar las frecuencias apropiadas para estos casos.

MARCADORES DE TIEMPO.- Son del orden de 0.01 segundos.

APARATO FOTOGRAFICO.- Basandose en una señal eléctrica éste deja pasar ciertas señales, las mismas que van revelando un papel fotográfico.

III.- CONSIDERACIONES PARA TERRENOS HOMOGENEOS Y NO-HOMO-
GENEOS.

III.1.- LA RESISTIVIDAD

La resistividad de un material es numéricamente igual a la resistencia en corriente continua entre las caras opuestas paralelas de una porción de material de longitud y sección uniforme. (R18)

La resistividad del suelo es función de la humedad, de la presencia de sustancias químicas como sales, ácidos, álcalis, etc., al igual que las variaciones de temperatura del suelo.

En el momento de falla, la corriente desarrollará un calor dentro del volumen del suelo, resultando así una elevación de la temperatura de éste.

La subida inicial de temperatura del suelo dará lugar a un crecimiento de la resistividad del suelo. Si el suelo se mantiene a una elevada temperatura por un apreciable tiempo, el suelo empezará a secarse y, con el decrecimiento en el contenido de la humedad se dará lugar a un aumento de la resistividad del suelo.

El aumento de la temperatura cerca a la superficie del electrodo, será dependiente de numerosos -

factores no determinables por lecturas y que por medio de cálculos son muy dificultosos. Sin embargo por experiencias se ha logrado ver para un suelo cuya resistividad es $10000 \Omega \cdot m$, una conductividad térmica asumida de $1 \times 10^{-12} \text{ watt/cm}^3/\text{°C}$. y si se considera un electrodo esférico de diámetro 1 m., se ha encontrado que para una corriente de 10 A., el tiempo requerido, a subir del suelo a la superficie de la esfera a 100°C , sería del orden de 17 días. Pero si la corriente es de 110 A., esta temperatura sería alcanzada en 1 hora.

El valor de la resistividad es un parámetro para el diseño de mallas de puesta a tierra y si es alto facilita para que una persona pueda sufrir una descarga con mayor gravedad. (R24)

Para encontrar el valor de la resistividad de un suelo, existen algunos métodos.

El método general (II.3) es el más usual.

III.2.-RESISTIVIDAD APARENTE

Consideremos dos casos de terreno. El terreno homogéneo (a) y el no homogéneo (b).

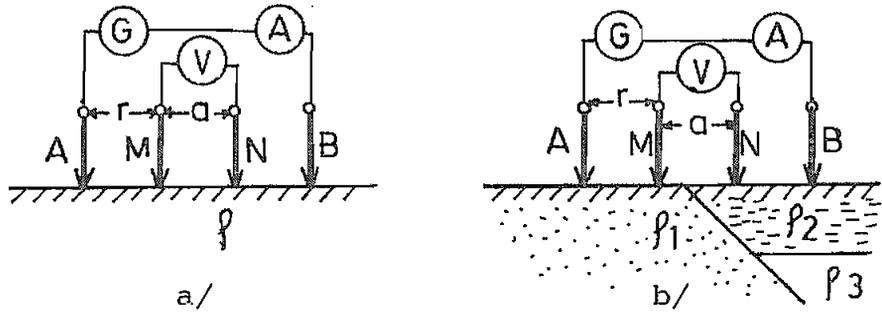


Fig. 3.1.

En los dos terrenos realizamos mediciones de resistividad con el método general (II.3), para el caso a/ tendremos el valor de resistividad y para el caso b/ también tendremos otro valor de resistividad. Hay que tomar en cuenta que el valor medido en el caso a/ será confiable por la existencia de una sola resistividad (característica propia de terrenos homogéneos), mientras que el caso b/ el valor medido será función del resto de resistividades (el suelo no homogéneo tiene varias capas homogéneas c/u con su resistividad propia).

El valor en b/ no será el promedio, ni el máximo ni el mínimo, será si función de todas las resistividades y de la distancia r y a .

Esta nueva resistividad se lo llama la resistividad aparente y es la variable experimental que expresa los resultados de las mediciones en los métodos de prospección eléctrica y es la que se toma como base para cualquier tipo de interpretación. (R19) En el Capítulo V.- se analizará el valor para cada-caso.

DETERMINACION DE TERRENOS HOMOGENEOS Y NO HOMOGENEOS .-

En la superficie de la tierra los suelos se encuentran distribuídos de varias formas.

La variabilidad de las resistividades en un - mismo terreno, nos da como resultado una característica del mismo y esto es la homogeneidad y la no homogeneidad. Es decir si nosotros en un mismo terreno realizamos con un método eléctrico mediciones y los resultados de las resistividades varían bruscamente al variar algún parámetro (distancias de los-electrodos), se dice que es un suelo no-homogéneo;- mientras que si hacemos la misma operación y no varian bruscamente las resistividades, decimos que el suelo es homogéneo. (R11) (R 21)

Estas variaciones de las resistividades pueden

verse afectadas por la presencia anterior o posterior a la medición, por fundiciones o construcciones de concreto.

Es el caso que dentro de la S/E podemos encontrar fundiciones de concreto, que servirán para sostener las estructuras metálicas de la S/E. Es entonces importante también conocer las características conductivas del concreto, puesto que en ciertos casos las partes metálicas que contiene el hormigón pueden proporcionar una adecuada puesta a tierra o ayudar mucho a ella.

El concreto normal seco tiene un rango para su resistividad entre 10.000 - 50.000 (Ω - m); mientras que el concreto normal en suelos va entre 100-240 (Ω - m)

Es de gran importancia la humedad contenida en el concreto ya que influye en la capacidad de conducción de éste.

Así se tiene que la resistividad de un concreto con un 4% de humedad es 100 veces menor que la resistividad de un concreto con 1% de humedad.

Ya hemos dicho que los parámetros que intervienen en la resistividad del suelo son la humedad y la temperatura más directamente, es lógico que también influye la compactación y la calidad del terreno, entre otros.

En vista de todas estas circunstancias, Albrecht ha desarrollado la siguiente ecuación: (R20)

$$\rho = \frac{1.3. \times 10^4}{(0.73 W^2 + 1) (1+0.03 t)} \quad [\Omega\text{-m}]$$

W = es la humedad del suelo en % de peso.

t = es la temperatura en °C

Si relacionamos dos resistividades con esta ecuación tenemos que:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(0.73 W_1^2 + 1) (1 + 0.03 t_1)}{(0.73 W_2^2 + 1) (1 + 0.03 t_2)}$$

donde ρ_1 = es la resistividad en el momento uno

ρ_2 = es la resistividad en el momento dos.

Hay que tomar en cuenta que la temperatura es más constante en las profundidades.

Después de la exposición de estos métodos - para medir la ρ del suelo, he aquí algunos cuadros en los que se tienen dichos valores con los datos de resistividades se pueden distinguir los tipos de terreno.

Según las normas VDE o 100, § 20 N, las resistencias específicas o resistividades son:

CLASE DE TERRENO	ρ [Ω -m]
Terreno pantanoso	30
Terreno fangoso arcilloso y de cultivo	100
Arena húmeda	200
Grava húmeda	500
Arena o grava seca	1000
Terreno Rocoso	3000

RESISTIVIDADES DE MATERIALES TÍPICOS (R8)

MATERIAL	RESISTIVIDAD (ρ en Ω -cm)
Aire	
(en la superficie terrestre) _____	$2 \times 10^6 - 5 \times 10^7$
Agua - Destilada _____	2×10^7
- de mina _____	$40 - 6 \times 10^4$
- de mar _____	21
- de vertiente _____	0.5 - 1
Pirita _____	0.1
Grafito _____	0.03
Sal impura _____	$3 \times 10^3 - 5 \times 10^3$
Granito _____	10^8
Pizarra _____	$6.4 \times 10^4 - 6.5 \times 10^6$
Arena ferruginosa _____	7×10^5
Arena petrolífera _____	$4 \times 10^2 - 2.2 \times 10^4$
Cobre - puro _____	1.7×10^{-6}
- nativo (mineral) _____	0.1
Hierro - puro _____	10^{-5}
- meteorítico _____	3×10^{-6}
Azufre _____	$10^{14} - 10^{17}$
Magnetita _____	0.008 - 0.5
Arcilla y tierra de labor _____	$10^2 - 10^6$

A manera de información, para el Sistema Nacional de transmisión, se midieron las resistividades en los terrenos de cada una de las S/E del sistema, utilizando un instrumento Biddle 25-40-J de 4 electrodos, cuyos resultados son:

SUBESTACION	CONDICION DEL TERRENO AL HACER MEDICION.	RESISTIVIDAD [Ω -m]		
		MAX	MEDIO	TOMADA PARA EL DISEÑO.
Santa Rosa	húmedo	83	60	150 (1)
Santo Domingo	húmedo	875	700	800 (1)
Quevedo	seco	49	34	100 (1)
Pascuales	muy seco	76	39	100 (1)
DE OTROS LUGARES		VALOR DE ρ [Ω -m]		
Casa de máquinas Paute I Etapa		2000		
Patio de maniobras Paute I - Etapa		1100		
Grava húmeda		3000		
Agua		400 (2)		
Cemento (hormigón)		30 (2)		

1) Los valores de la resistividad del terreno se han incrementado. La única finalidad de incrementar estos valores son el brindar un factor de seguridad.

2) Estos valores sirven para el cálculo (diseño) en canales de descarga, tuberías de presión, conductores de malla de tierra empotrados en concreto y en lugares remojados con agua.

RECOMENDACIONES PARA LA MEDIDA.- En el apéndice No.

se puede ver la distribución electródica de Wenner. La cuerda que sobra debe ser amarrada (hecha nudo) para tener valores confiables.

Los aparatos y pilas preferible colocarles sobre aislantes alejados de la tierra (sillas si es factible). Se varía la distancia "a" y se va midiendo la ρ para evitar la inducción de la línea AB sobre la MN en los momentos de apertura y cierre del circuito de emisión, ambas líneas deben estar separadas por una distancia no menor de $\overline{AB}/100$. Una vez clavados y conectados los electrodos de corriente, se deben manejar éstos con guantes de goma. Se sugiere evitar la presencia de personas o animales en la proximidad de los electrodos, esto es únicamente para proteger la exactitud de los valores. Se recomienda usar incrementos constantes de "a" en progresión geométrica para facilitar la escala en el trazo de la curva (formato-

apéndice No. A2).

Como regla los franceses usan la relación 1.41 y los rusos 1.5 como razón de dicha progresión. Las distancias más usuales de MN son: 1,10,50,100 m. y las de $\frac{AB}{2}$ son hasta de 100 m. (R 20)

Para distancias grandes de AB el valor de voltaje tarda (porque el campo eléctrico tarda en establecerse). Entonces las lecturas no deben hacerse porque son valores no confiables.

El tiempo que se debe esperar se calcula por la fórmula. (R2)

$$te = 1.98 \sigma \frac{\overline{AB}}{2}$$

donde te= tiempo de espera
(en milisegundos)

σ = conductancia total
de las capas.

si no se conoce σ

$$te = 0.63 \frac{\overline{AB}^2}{\rho_a}$$

$\frac{AB}{2}$ distancia de un electrodo de corriente al origen

ρ_a = resistividad media aparentemente medida.

(segundos)

III.3.-

MEDIDA DE LA RESISTENCIA DE LA MALLA O ELECTRODO DE PUESTA A TIERRA YA EMPOTRADO EN EL SUELO.

En la Referencia R 24, existe un cuadro en donde se tiene tipo de electrodo y la respectiva fórmula matemática para calcular el valor de la Resistencia de dicho electrodo empotrado en el suelo de una cierta resistividad. Esto es más matemático, pero si seguimos un correcto y adecuado montaje de la malla con sus respectivas interconexiones, veremos que este valor calculado matemáticamente con el medido se diferencian en un cierto valor. Por ello, es esencial que la resistencia de la conexión a tierra sea medida con exactitud para poder valorar y tener en cuenta su influencia. La Resistencia del elemento de puesta a tierra ya enterrado, deberá tener una resistencia tal que en cualquier época del año la corriente de falla a tierra sea capaz de producir la operación de los elementos de protección.

El valor de la Resistencia de la malla de puesta a tierra es de gran importancia para todos los diseños y por eso vale la pena analizar de una forma muy especial con enorme atención, para evitar cualquier falla del diseño que puede presentarse.

Según la resistencia de la instalación de tierra se pueden clasificar las mallas de tierra en dos tipos:

- 1) Menor de 1 Ohmio
- 2) Mayor de 1 Ohmio

Para el caso 1) todo se reúne en una sola malla y para el 2) se pueden separar las mallas, todo dependiendo de las características de la instalación a tierra.

La malla debe presentar la más baja resistencia ante el paso de una corriente de falla que debe soportar durante un tiempo de 30 segundos o menos y debe la malla distribuir el potencial de la forma más uniforme posible en la superficie que cubre.

La Resistencia de la malla de tierra depende también del número de conductores que posee, los mismos que tienen una sección de acuerdo a la corriente de falla que deben soportar. Estos conductores están tomados en cuenta con sus características en el diseño misma de malla (Ver R 4).

En todo tipo de instalación, todo elemento Metalico debe estar unido a la malla de tierra sólidamente con elementos anticorrosivos y de buena unión eléctrica, - inclusive la cerca o cerramiento de la Sub-estación.

Todos estos elementos que estan unidos a la malla de tierra vienen a cambiar el valor de la Resistencia de ésta.

El valor máximo de la resistencia aceptable para una malla será tal que para la corriente de cortocircuito máximo, la elevación de potencial sea infe-rior a 2.000 (V).

Solo se considera definitivo el valor de la Resistencia medido en el terreno, una vez instalada la malla.

El valor de la Resistencia de puesta a tierra, es función también de la Potencia de corto circuito- del sistema. Cuando más baja sea la Potencia de corto circuito del sistema, más alta puede ser la resistencia de la malla de tierra.

La medición de la Resistencia de las tomas a - tierra es necesaria tanto al inaugurar el servicio como posteriormente, a intervalos periódicos, para -

determinar la bondad y la permanencia de la toma a tierra. Se debe medir la resistencia de la toma antes de inaugurar el servicio para tener conocimiento real de este parámetro y garantizar la seguridad cuando entre en servicio; lo mismo se debe hacer en ciertos períodos por que puede darse el caso de que en condiciones extremas la temperatura del suelo pueda ser elevada sobre el punto de ebullición, dando lugar a un secado rápido del suelo y debido a las pérdidas de humedad, el suelo junto al electrodo tomará un alto valor de resistividad y si la corriente continúa fluyendo, la región inmediata que rodea al electrodo puede volverse caso totalmente no conductora.

En tal caso, la Resistencia de la conexión a tierra se volverá muy alta con una consecuente pérdida en efectividad de la conexión a tierra, es decir en este caso ya no existe ya no permanece la toma a tierra.

La medición de la resistencia de una toma de tierra con respecto a la tierra absoluta o tierra remota (se lo llama también tierra de referencia) es muy difícil, y todos los resultados son solamente aproximados, con diferente grados de precisión. (R14)

Tierra.- Se lo define como tal a cualquier componente conductor o terminal que por razón de su conexión está básicamente al mismo potencial que el suelo o tierra. (R24)

Tierra de referencia.- Es un punto o área de la tierra distante, tal que la resistencia mutua con el electrodo malla o sistema en consideración sea cero. (R24)

A la tierra remota se le asigna el potencial cero. A igual que la resistividad se han descrito en las referencias citadas, pero a pesar de eso también analizaremos en forma más amplia y práctica.

Para la medición de la resistencia de tierra, existen varios métodos cada una de los cuales tiene su importancia y su grado de aplicación limitado, coincidiendo en todos una corriente de prueba que varía de acuerdo a los aparatos detectores. La resistencia depende de la forma del conductor, electrodo o malla enterrado, porque es ella la que condiciona la distribución de las líneas de corriente en las proximidades de la toma el momento de falla.

La relación de la diferencia de potencial existe entre el electrodo de toma de tierra y un pun-

to cualquiera con la corriente que circula es la resistencia de toma de tierra.

III.4.-

MÉTODOS DE MEDIDA

III.4.a.- Método de Triangulación

Se lo llama también como el método de los 3 puntos - por estar constituido por dos tomas de tierra auxiliares y la toma que deseamos medir. (R26)

El método consiste en tomar de dos en dos las tres barras y medir la relación existente entre ellos (si son 3 barras habrá 3 Resistencias entre si ver fig. No.3.2.). Las mediciones pueden hacerse por el sistema Amperímetro y voltímetro o mediante un puente adecuado.

Para obtener resultados precisos, las resistencias de las tomas auxiliares deberían ser del mismo orden de magnitud que la toma que se desea medir y el lado del triángulo equilátero (tomado por 3 electrodos) - debe ser por lo menos 20 m.

Este método es muy usual para medir la resistencia de las tomas de tierra de las bases de torres, de estacas de tierra aisladas o de pequeñas instalaciones de tomas de tierra. En cambio no es muy aconsejable usar para medir Resistencias de tierras bajas.

Para usar este método hay que tener precauciones en dimensionar el cableado para el paso de una determinada corriente que será función de la fuente que se use que puede ser de a.c. o c.c. .

En el caso de usar fuente c.c. se realiza n - mediciones con un sentido de polaridad, luego se cambia la polaridad y se hacen m medidas, se saca el término medio y será este valor el que tiene el rango más amplio de precisión.

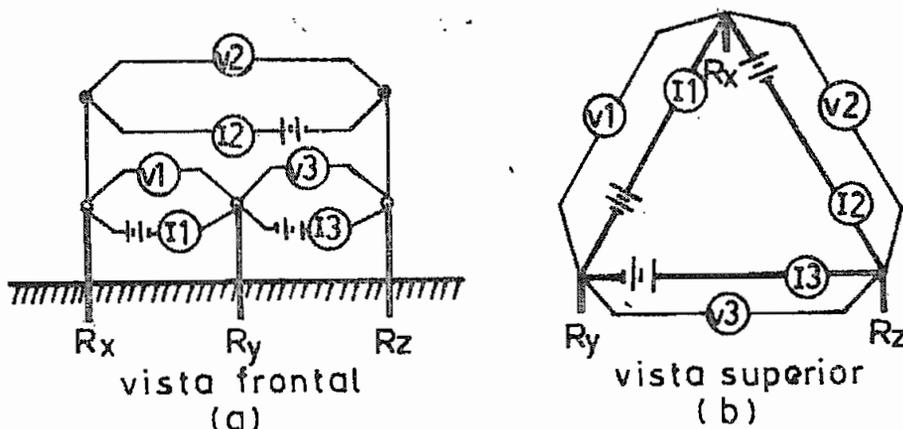


Fig.3.2.

R_x = Electrodo cuya resistencia se desea medir.

R_y y R_z = Electrodos auxiliares cuya resistencia debe oscilar en el valor de R_x que se espera obtener en esta medición.

la Fig. b) puede ser estructurada mediante la relación de Ohm.:

$$R = \frac{V}{I}$$

$$R_1 = \frac{V_1}{I_1} ; R_2 = \frac{V_2}{I_2} ; R_3 = \frac{V_3}{I_3}$$

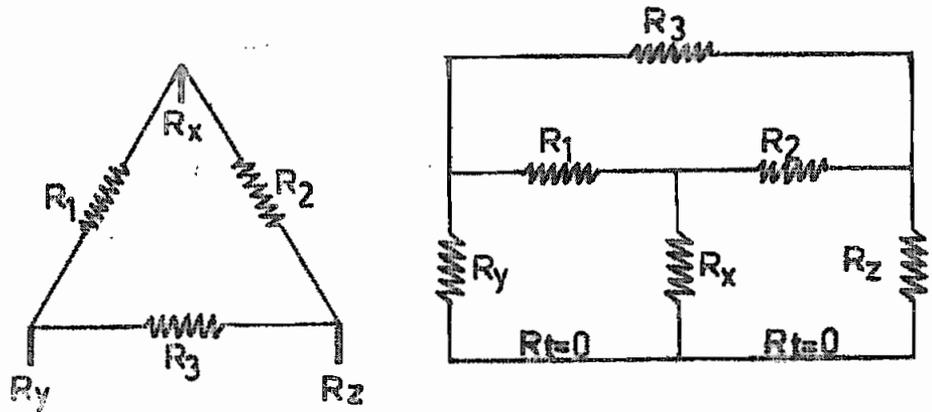


Fig. 3.3.

Como los electrodos auxiliares de Resistencia - R_y , R_z y el electrodo de puesta a tierra de resistencia R_x están conectados a tierra (un mismo potencial) tenemos el siguiente circuito equivalente suponiendo que la resistencia del suelo es nulo:

- 1) $R_1 = R_x + R_y$ de 1) $R_y = R_1 - R_x$
- 2) $R_2 = R_x + R_z$ de , $R_z = R_2 - R_x$
- 3) $R_3 = R_y + R_z$

Estos valores reemplazamos en 3)

$$R_3 = (R_1 - R_x) + (R_2 - R_x)$$

$$R_3 = R_1 - R_x + R_2 - R_x$$

$$R_3 = R_1 + R_2 - 2 R_x$$

$$R_3 - R_1 - R_2 = -2 R_x$$

$$2 R_x = R_1 + R_2 - R_3$$

$$R_x = \frac{(R_1 + R_2 - R_3)}{2}$$

la limitación de este método, es que la resistencia de los electrodos auxiliares esten cerca al valor de la resistencia del electrodo de puesta a tierra, que se espera obtener en esta medida, para lo cual después de haber encontrado R_x vale la pena encontrar los valores de R_y y R_z para comparar con el valor R_x . y ver si en valor son cercanos.

$$\text{Entonces: } R_y = \frac{R_1 + R_3 - R_2}{2}$$

$$R_z = \frac{R_2 + R_3 - R_1}{2}$$

III.4.b.- METODO DE LA RELACION.- En estos métodos de relación se mide con un puente la resistencia R_x de la toma de tierra (a medir) en serie con otra toma auxiliar, para la prueba. Seguidamente se usa un potenciómetro de hilo graduado y se conecta los extremos del hilo a las dos tierras anteriores y el cursor a una segunda toma auxiliar de prueba. (R18)

Si la Resistencia total del hilo es r_1 y r_2 es la resistencia entre el cursor y la resistencia que

se desea medir R_x tendremos: $R_x = \frac{r_1}{r_2}$

A este método se lo llama también el método del Groundo - meter y es muy usual, pero no muy confiable en casos de re - sistencias pequeñas extendidas en grandes superficies.

En este método se hace dos medias sucesivas

- 1) Se mide la resistencia total de R_x con R_y conectado un puente de Wheatstone entre los puntos A y B (switches) abiertos) $R_1 = R_x + R_y$.
- 2) Se cierran los switches y se busca el punto de balance sobre un potenciómetro

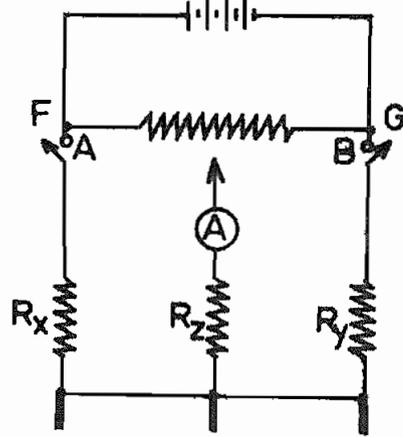


Fig. 3.4.

FG que tiene sus extremos conectados a las dos barras anteriores y el contacto central conectado a través de un Amperímetro sensible a la tercera barra.

El punto de balance fija la razón de las resistencias de la barra que se desea medir

$$R_x \cdot R_B = R_y \cdot R_A$$

$$\frac{R_x}{R_A} = \frac{R_y}{R_B} \Rightarrow \frac{R_x}{R_A} = \frac{R_x + R_y}{R_B + R_A}$$

$$R_x = \frac{R_1 \cdot R_A}{R_A + R_B}$$

$$R_x = \frac{(R_x + R_y) R_A}{R_A + R_B}$$

En la actualidad existen aparatos para medir directamente la Resistencia de puesta a tierra de un determinado electrodo, y uno de ellos es el que existe en el Laboratorio de Alta Tensión de la Escuela Politécnica Nacional.

Este instrumento que se lo denomina Ground Ohmer o Megger Groud tester, da los valores directos y ofrece los mismos resultados que el sistema voltímetro-amperímetro, pero estos aparatos son diseñados para compensar las pérdidas en los cables de conexión.

El principio de funcionamiento de este instrumento de medida, se basa en el siguiente diagrama que es prácticamente un puente.

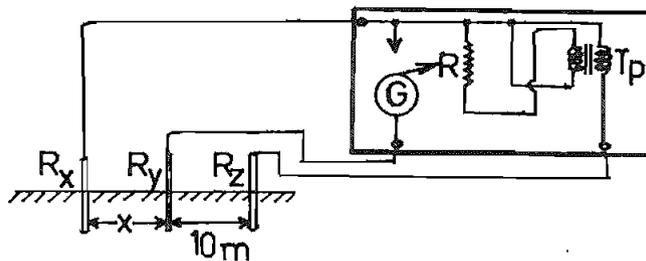


Fig. 3.5.

Tp = transformador de potencia relación 1:1

G1 = Generador de C.A.

Ex = Resistencia del electrodo de puesta a tierra
(buscado)

Ry } Resistencias de electrodos auxiliares
Rz }
(no importa su valor)

III.4.c. METODO DE LA CAIDA DE POTENCIAL

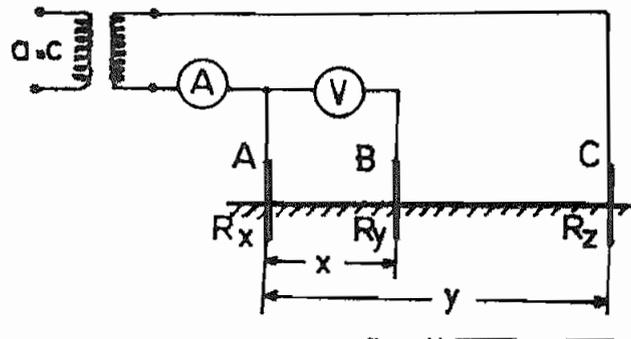


Fig. 3.6.

R_x = Resistencia del electrodo de puesta a tierra buscada.

R_y y R_z = Resistencia de los electrodos auxiliares.

A = Electrodo de puesta a tierra

B y C = Electrodos auxiliares.

En la fig.3.6. se puede ver como se hace circular corriente alterna entre la tierra R_x y una tierra fija de prueba R_z , que puede consistir en una o más estacas hincadas.

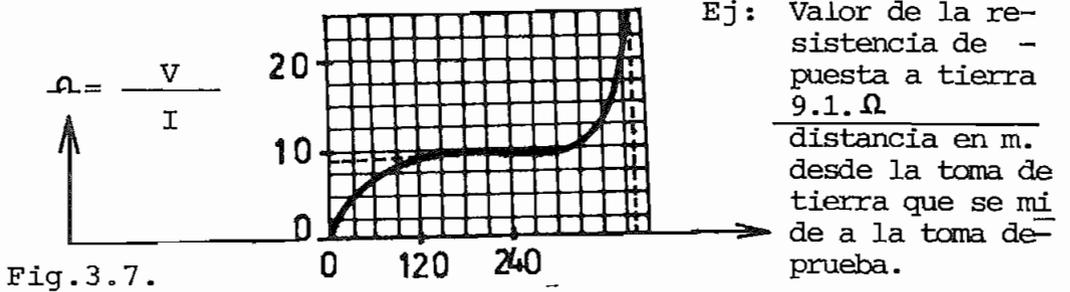
El electrodo B debe estar entre los electrodos A y C a una distancia elegida.

Un voltímetro de alta resistencia se conecta entre la tierra R_x , y una toma de tierra auxiliar móvil R_y .

Esta toma Ry, se mueve a lo largo de la línea Rx y Rz, y se toman lecturas simultáneas de voltaje y de corriente.

Con los valores $\frac{V}{I}$ en ohmios se hace una curva - (parecida a la de la Fig.3.7). La resistencia de puesta a tierra buscada, será el valor de la resistencia - (en la curva trazada) en cuya parte la curva toma la forma plana o el valor que corresponde al punto de inflexión. (R14)

El siguiente gráfico es el resultado del proceso descrito y allí se puede ver el valor buscado.



Entonces se inyecta una corriente al electrodo de puesta a tierra que se quiere medir su resistencia - y usando otros electrodos auxiliares se ha podido sacar la relación necesaria para encontrar nuestra incógnita.

Las resistencias de estos electrodos auxiliares - no afecta en alto grado al resultado de la medición, - puesto que se usa un voltímetro de alta resistencia interna, - por lo que se pueden despreciar las resisten - -

cias de los electrodos auxiliares Ry y Rz.

Para tener un valor confiable es necesario hacer mediciones variando en dos o tres posiciones el electrodo B cuya resistencia es Ry.

Este sistema o método está expuesto a errores considerables en caso de existir corrientes errantes o internas del suelo llamadas también telúricas.

Las corrientes telúricas o naturales falsean los potenciales producidos en el terreno por el circuito emisor. Se cree o se atribuye la existencia de estas corrientes perturbadoras a un origen natural (polarización espontánea, corrientes telúricas) o bien artificial (ferrocarriles eléctricos, instalaciones industriales o mineras etc.)

De estas perturbaciones o corrientes parásitas, las debidas a la polarización espontánea (ver apendice No. A.3.) y a actividades industriales tienen carácter local, por lo que solo se presentan en ciertas zonas, mientras que las corrientes telúricas se hallan presentes en todas partes de la tierra.

El modo de eleminar estas perturbaciones parásitas depende de si son de tensión alterna o constante.

En el primer caso, si su frecuencia es al menos de algunas decenas de Hz., debe colocarse a la entrada

del instrumento de medida un filtro de pasa bajos que reduzca la amplitud de estas perturbaciones parásitas a valores despreciables frente al incremento de tensión. Para la supresión de perturbaciones parásitas de valor constante o casi constante se usa el método universalmente conocido como el del dispositivo de compensación, que en esencia consiste en una pila y un divisor de tensión que tiene dos regulaciones gruesa y fina para equilibrar estas perturbaciones. (R1)

Ha aparecido recientemente un nuevo método para el mismo objetivo y consiste esencialmente en muestrear periódicamente en valor estas perturbaciones parásitas y producir una tensión igual y opuesta que lo anule, todo ello efectuando automáticamente por medio de circuitos electrónicos apropiados. Parece que este sistema es muy eficaz en general, salvo en la proximidad de instalaciones industriales de funcionamiento irregular, tales como talleres de soldadura eléctrica, maquinaria minera para extracción, etc.

MÉTODOS PRACTICOS.- Existen en la Bibliografía de la técnica moderna, curvas que facilitan conocer estos parámetros buscados, lógicamente -

que poseen un margen de error y consecuentemente un índice de confiabilidad en los mismos. (R4)

Luego de haber analizado el suelo como tal con sus propiedades conductoras y los parámetros en el diseño de la malla, podemos concluir algunas ideas que beneficiarán para tener una gran seguridad en el sistema de puesta a tierra.

- Cuando se tiene una resistividad del terreno alto, se puede reducir este valor poniendo tierra vegetal si el terreno es rocoso.

- Otra forma de reducir la resistividad, es colocando en partes cercanas del patio de la S/E unas franjas de césped o jardín, que como es lógico serán regados con agua, lo que permitirá mantener el

suelo húmedo.

- También en la actualidad se suele dejar ductos o tubería del exterior al interior de la malla y se coloca una cierta cantidad de agua en c/u de ellos para el mismo fin que el caso anterior.
- Colocando una capa de unos 10 cm. de roca triturada (grava) sobre el patio de la S/E, se logra también estos resultados, puesto que la grava retarda la evaporación de la humedad del terreno. (R5)
Esta capa debe rodear a la S/E por lo menos 1m., - más allá de la cerca.
- Se suele colocar una cierta cantidad de sulfato de cobre cerca de la toma a tierra. Como ejemplo tenemos para un electrodo (barra Copperweld) de tierra de longitud 2.5 m., se hace dos perforaciones de 30.48 cm., a unos 35.5 cm., de profundidad a una distancia de 45.5 cm., a 60 cm., a cada lado del electrodo (R14)

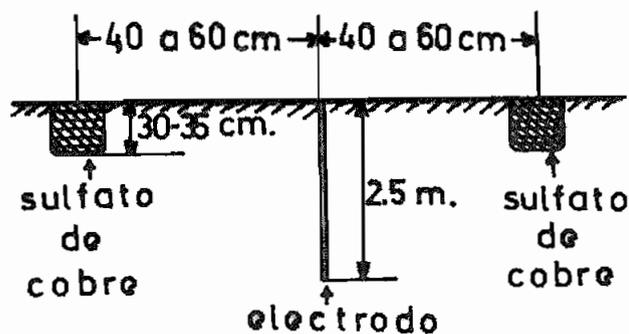


Fig. 3.8.

Otras soluciones químicas también se suelen colocar en lugar del sulfato de cobre y son:

Sulfato de magnesio, roca de sal (más económica), carbonato de sodio, carbón molido (de uso doméstico). Estos compuestos tienen el riesgo de producir una corrosión en la malla.

- En la actualidad existen compuestos químicos como la Bentonita que se coloca en forma de solución acuosa activada con una sonda. Esta solución puede ser introducida en todo tipo de terreno, incluso en rocas con grietas. La solución que se pone es del 10 al 15% en peso. Es decir en un litro de agua se disuelve 100 gramos de dicha substancia. Se perfora el orificio y se vierte 0.5 m^3 de solución y luego de llenar queda lista la perforación para colocar el electrodo.
- Se recomienda una medición periódica de la malla y hacer allí un tratamiento del suelo.
- Si se ha hecho todo lo posible para bajar el valor de la resistividad y todavía no se logra disminuir la resistencia de puesta a tierra de la malla, se aconseja aumentar el número de mallas unitarias.

Sin embargo un incremento en el número de mallas u nitarias, mayor de 64, prácticamente no da reducción alguna en la resistencia de la malla a tierra.

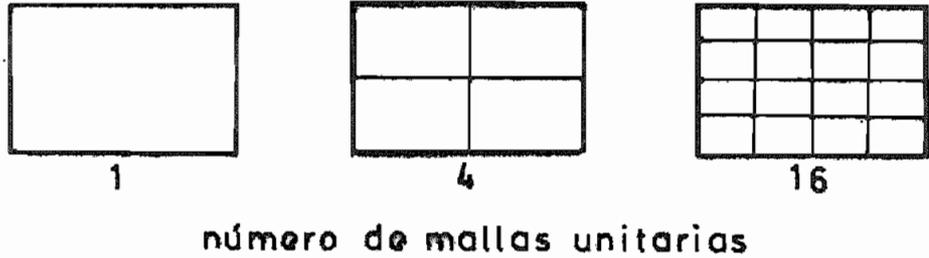


Fig.3.9.

En el caso de un solo electrodo (1 varilla copper-weld) se aumentará su longitud.

IV.- EL MODELO Y SUS PRUEBAS

IV.1.-INTRODUCCION.- Mediante el uso de algunos modelos a escala, trataremos de ver que factible es simular los suelos no-homogéneos con algunas formas más comunes de distribución de sus estratos.

La simulación se basa en relacionar áreas o volúmenes para relacionar valores de resistividad.

IV.2.- ELEMENTOS DEL MODELO

Usaremos la mayor parte de los elementos que se usó en (R25)

Cuba electrolítica.- Cuba de madera, forrada en su interior con vidrio. Las dimensiones de la cuba son 1 x 1 x 0.5-m.

En este recipiente irán alojados el bloque de parafina y el agua.

Parafina.- Este material facilita el moldeo del bloque y sirve para limitar áreas y dar varias formas.

Es un elemento que estará en contacto directo -

con el agua y por sus propiedades bién definidas como elemento no miscible nos proporcionará grandes ventajas.

Existen algunos elementos no miscibles con el agua (ver siguiente cuadro), empero sus características reactivas presentan riesgos en la seguridad del personal que está trabajando con ellos, como es el caso de la gasolina que es inflamable; no es fácil encontrar la cantidad suficiente como es el tetracloruro de carbono y es económicamente caro como el caso del Benceno.

La parafina es una substancia insoluble en el agua, es soluble en éter, tiene un punto de fusión entre 40° y 60°C. No es muy reactivo por eso se lo llama hidrocarburo alifático saturado.

La parafina tiene las siguientes características: (R27)

Rigidez dieléctrica	=	20 - 30	$\frac{\text{KV}}{\text{m-m}}$
Densidad	=	0.4 - 0.9	$\frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$

$$\text{resistividad} = 3 \times 10^{18} \Omega - \text{cm}$$

CUADRO DE LIQUIDOS NO MISCIBLES CON SUS
RESPECTIVAS DENSIDADES

* Tetracloruro de carbono	+	Agua
1.592 $\frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$		0.99823 $\frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$

Benceno	+	Agua *
0.879 $\frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$		

gasolina	+	Agua *
0.68 - 0.72 $\frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$		

Sileno	+	Agua *
0.866 $\frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$		

Aceite	+	Agua
--------	---	------

(la densidad del aceite depende del tipo de aceite)

* este líquido por tener mayor densidad que el otro, se precipita al fondo del recipiente.

La parafina también es un elemento costoso y bastante difícil de encontrar en el mercado, en la cantidad que se requiere para nuestro caso.

Es así por ejemplo, para modelar un bloque de dimensiones 50 x 50 x 22 centímetros (largo, ancho y altura) se ha requerido un quintal de parafina, que debe ser fundida y puesta en un modelo para que tome forma, lo que constituye un trabajo bastante difícil, por la mano de obra, por el peso que dificulta el traslado y la colocación dentro de la cuba. Por esta situación se analizaron alternativas y se eligió la de construir cajones abiertos y de madera contrachapada que han sido sellados todas sus esquinas con Epoxy aislante para evitar la entrada del agua en su interior lo que alteraría el campo eléctrico con el electrolito. Estos cajones de madera (la madera es aislante) han sido pintados con pintura de caucho para evitar que el agua que entre de la cuba moje sus paredes y altere las propiedades, luego han sido estos cajones revestidos con una fina película de parafina, que aisla definitivamente del agua y evita filtraciones.

Agua.- se usa agua potable cuyas propiedades son:

$$\text{densidad a } 20^{\circ}\text{C} = 0.99823 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$$

$$\text{tensión Superficial} = 72.8 \times 10^{-3} \frac{\text{New}}{\text{m}}$$

$$\text{viscosidad a } 20^{\circ}\text{C} = 1004 \times 10^{-6} \frac{\text{Kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

El agua nos servirá para representar las áreas y mediante la relación de áreas representaremos las resistividades.

El agua tiene una resistividad propia y se ha sacado por el método de Wenner algunos valores a diferentes profundidades y separación de electrodos. (ver apéndice A4).

Electrodos.- Los electrodos se han fabricado con varillas de cobre que se usan para aporte en soldas eléctricas y se han niquelado para evitar la corrosión con el agua y el efecto de la polarización.

La varilla tiene un radio de 2.86 m.m..

A continuación varios tipos de electrodos:

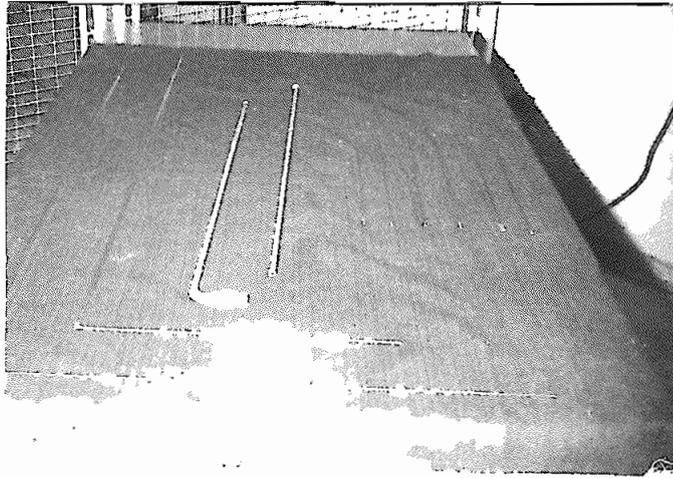


Fig. 4.1.

Sonda.- Es un tubo de vidrio graduado en centímetros que está sellado en sus terminales y en su interior existe un alambre de cobre No. 10 A. W.G., el terminal superior irá conectado al circuito de la fig. No. 4.5, mientras que el inferior es una punta de carbono que detecta la tensión y transmite al alambre y al equipo (voltímetro digital).

(R25)

Dispositivo de separación.- Se encuentra justamente en la interfase. Es un dispositivo de madera con perforaciones donde están alojadas pequeñas varillas que limitan las áreas y orientan las líneas equipotenciales.

Aparatos de medida.- De acuerdo al esquema de la fig. se usa una fuente de a.c. 110 - 115 V., para llevarlo a un estabilizador automático de voltaje, cuyas características son:

Marca	ISOTRONIC	Modelo	500 S
Entrada	95-135 V.	salida	100 V.
	50 - 60 Hz		500 V.A.
	7. A.		

Se usa el estabilizador, con el fin de evitar fluctuaciones en el valor del voltaje, que pueden ser ocasionadas por conexión de cualquier tipo de carga.

Otro aparato importante de medida que se ha utilizado es el multímetro digital que nos servirá como voltímetro - Amperímetro, y tiene las siguientes características:

Marca:	Hewlett - Packard
Año:	1.976 U.S.A.
Modelo:	3435 A.
A.C. Voltímetro:	Impedancia interna $R = 5 \text{ M}\Omega$
	Capacitancia paralela 50 pf.

Sensibilidad: 100 uv en 200 mv

A.C. Amperímetro: máxima entrada: 2 A hasta 250 v.-
de frente.

sensibilidad: 100 m A en 200 u A.

IV.3.-

M E T O D O

La parte interna de la cuba se le divide en -
dos: la primera donde va alojado el bloque de para-
fina y la segunda la que acupará el agua (ver fig.-
No.4.2) el volumen que ocupará la parafina deberá -
ser proporcional al volumen que acupara el agua.

Las caras laterales del bloque de parafina que
están en contacto con el agua está rodeado de vari-
llas uniformes de alambre galvanizado con el fin de
limitar las áreas y evitar los efectos de esquina.

(ver fotografías)

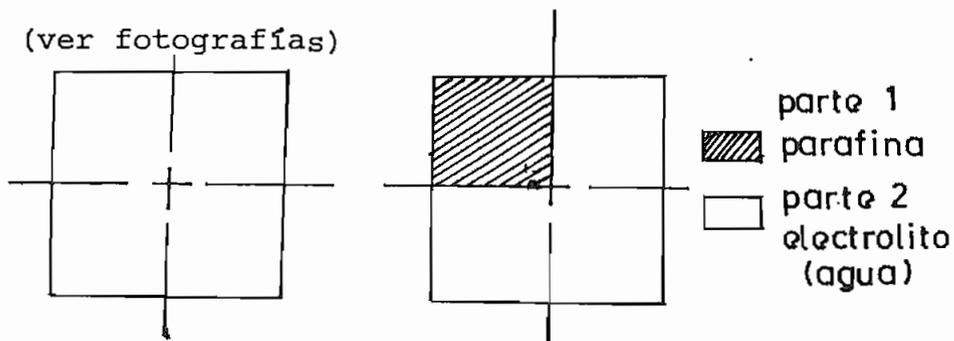


Fig. 4.2. Disposición de la cuba electrolíti-
ca.

La segunda parte será dividida en dos áreas para nuestro fin como se puede ver la fig.4.2.

Los electrodos de prueba se han ido colocando en turno, en un determinado punto y mediante la sonda usando el circuito que se detalla en la Fig.4.5. se han sacado valores de voltaje del campo cerca de la interfase.

El objetivo principal de sacar estos valores cerca y en la interfase y con la mayor aproximación posible para no incurrir en errores, es para poder observar como se ha enunciado, el principio de refracción de las líneas equipotenciales, cuando éstas pasan de un medio a otro medio caracterizados por sus valores de resistividades.

Luego de tener esos valores de voltajes del campo eléctrico aplicado, gracias al uso del computador TETRONIX 4051, se han introducido dichos valores, se han interpolado usando un programa digital y luego en el mismo computador se han grafizado las líneas equipotenciales.

Esto de interpolar y grafizar las líneas equipotenciales en el Computador, nos da gran facilidad para nuestros intereses y evita cálculos tediosos que se realizarían normalmente si no tuviéramos el computador.

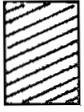
Por consiguiente en cada modelo se sacarán estas curvas en el Computador (ver apéndice A5) y en base de estas curvas, se puede calcular la relación de las tangentes de los ángulos de incidencia y refracción de las líneas equipotenciales. Esta relación de las tangentes, es igual a la relación de resistividades simuladas, como lo demuestra la analogía formulada matemáticamente.

CODIFICACION.- Como ya se han dicho para saber la relación de resistividades que se está simulando, ha sido necesario sacar unas curvas en el Computador, las mismas que tienen una nomenclatura. Esta nomenclatura se interpreta de la siguiente manera:

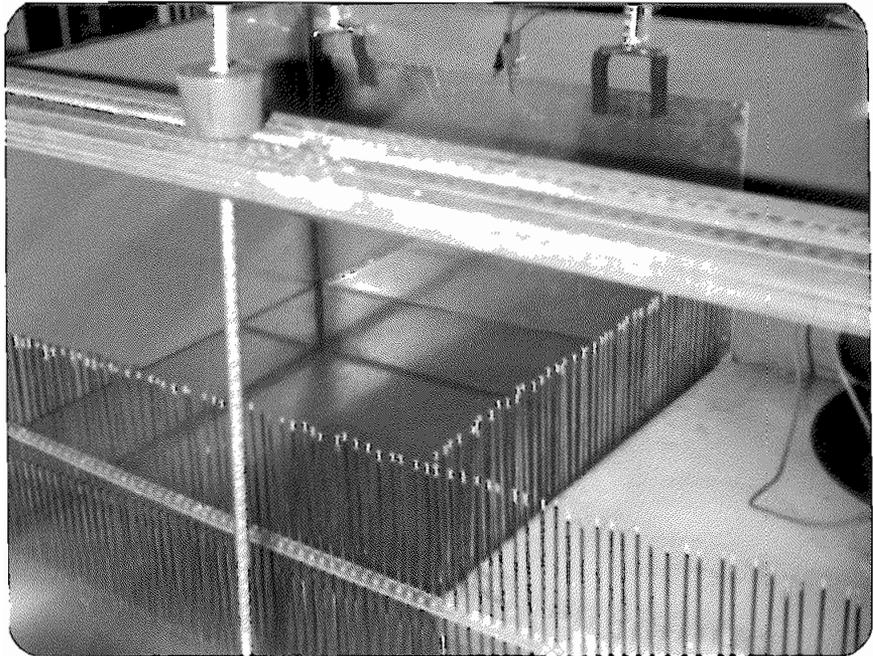
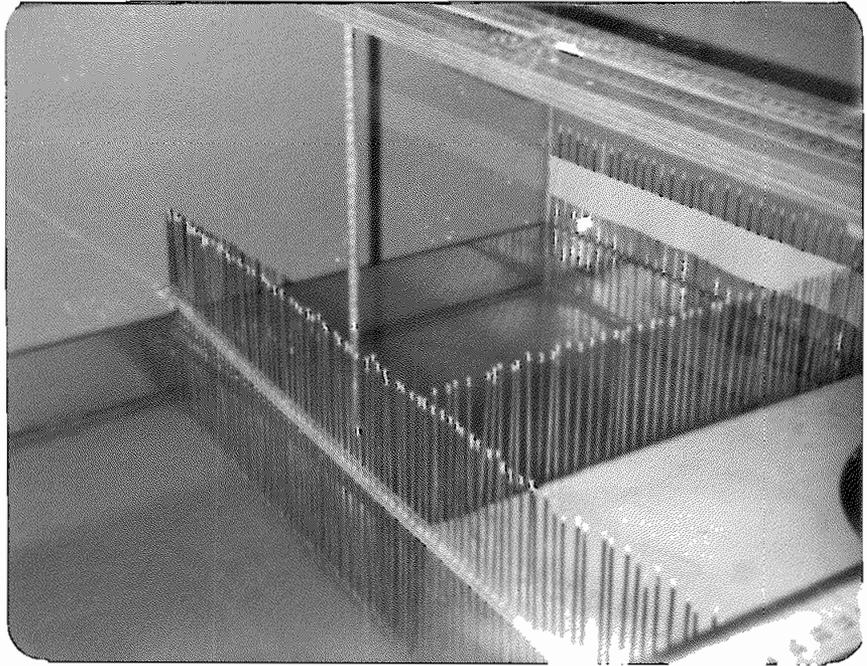
H	1	1	1	5
Modelo	1er.modelo	va de	tipo de elec	profundidad
	50x50x20	ρ_1 a ρ_2	trodo y contra	media
			electrodo.	

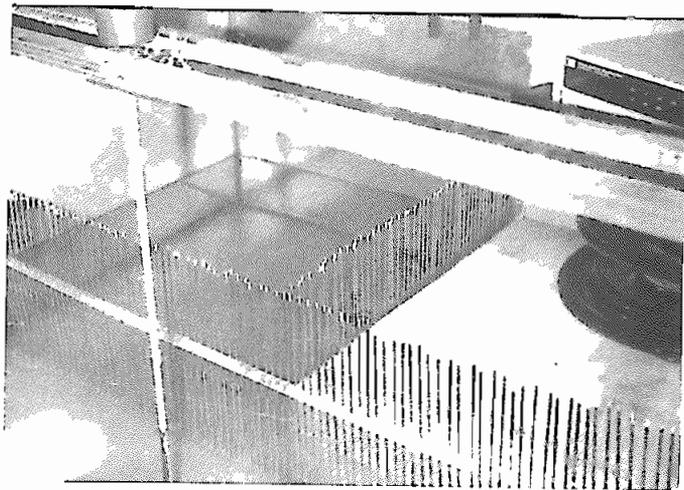
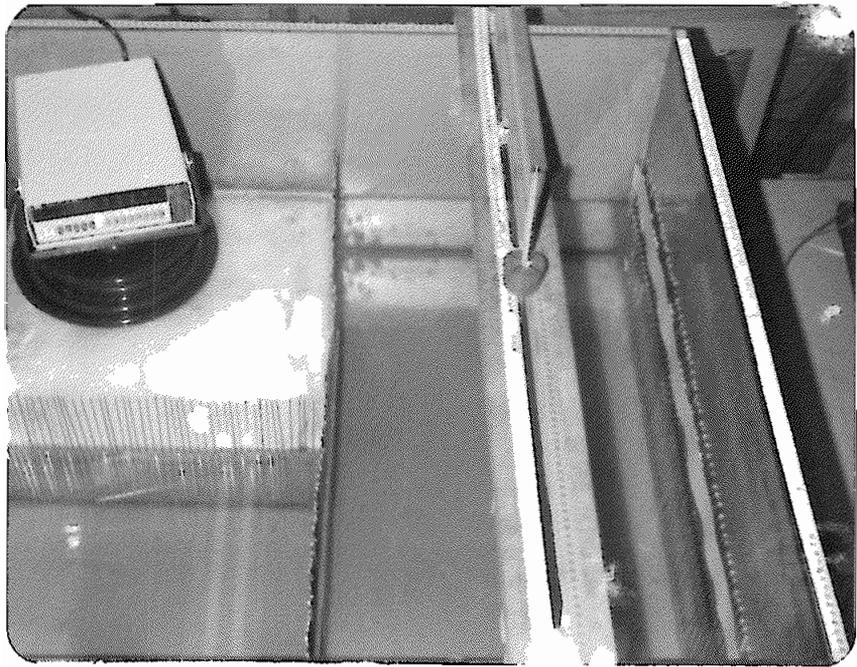
MODELO	#	clase	Modelo de electrodos y contraelectrodos respectivamente.	Profundidad.
V= vertical	 50 50 1	ρ_1 a ρ_2 1	1 placa-placa 2 L -placa 33.4 3 L -placa 56.6	5 10 15
V= vertical	 50 50 1	ρ_2 a ρ_1 2	1 placa -placa 2 L -placa 33.4 3 L -placa 56.6	5 10 15
V= vertical	 50 66.5 2	ρ_1 a ρ_3 1	1 placa-placa 2 L -placa 33.4 3 L -placa 56.6	5 10 15
V= vertical	 50 66.5 2	ρ_3 a ρ_1 2	2 L -placa 33.4 3 L -placa 56.6	5 10 15

TODAS LAS MEDIDAS EN CENTIMETROS

MODELO	#	clase	Modelo de electrodo y contraelectrodo respectivamente	Profundidad.
H=Horizontal	50  50 1	ρ_1 a ρ_2 1	1 placa-placa 5 2 L -placa 10 33.4 3 L -placa 15 56.6	5 10 15
H= Horizontal	50  50 1	ρ_2 a ρ_1 2	2 L -placa 5 33.4 3 L -placa 10 56.6	5 10 15
H= Horizontal	50  66.5 2	ρ_1 a ρ_3 1	1 placa -placa 5 2 L -placa 10 33.4 3 L -placa 15 56.6	5 10 15
H= Horizontal	50  66.5 2	ρ_3 a ρ_1 2	2 L -placa 5 33.4 3 L -placa 10 56.6	5 10 15

TODAS LAS MEDIDAS EN CENTIMETROS





- La primera letra indica el tipo de modelo (horizontal, vertical y especial)
- El primer número indica: el No. del modelo usado. Existen algunos modelos como se puede ver en el siguiente cuadro.
- El segundo número indica la dirección de la inyección del electrodo de prueba.
- El tercer número indica el tipo de electrodo y contraelectrodo que se han usado.
- El cuarto y quinto número indica la profundidad en la que se han tomado las medidas. Habrá un cuarto número cuando es a 5 cm. bajo nivel; habrán cuarto y quinto número cuando la profundidad se ha tomado a 10 y 15 cm.

IV.4.-FORMULACION MATEMATICA.- Las ecuaciones deducidas parten de lo siguiente:

Consideremos en la superficie límite un cilindro corto con sus bases paralelas a dicha superficie y situadas una en cada medio; también un camino rectangular la mitad de cada medio, de longitud ΔX paralelamente al límite y de longitud normal ΔY .

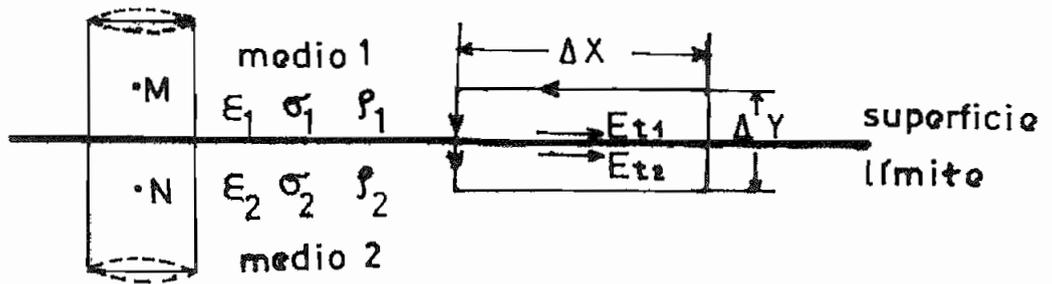


Fig. 4.3.

E_t = Componente media de la intensidad de campo tangente al límite del medio. (R15) (R20)

E = permitividades
 σ = conductividades
 ρ = resistividades

1 = medio 1

2 = medio 2

Si cada medio considerado, se caracteriza por tener un determinado valor de conductividades diferentes entre sí y diferentes a CERO, esto involucra que son dos medios conductores. Entonces relacionaremos las componentes del campo tangentes a la superficie límite.

En primer lugar, el potencial es continuo, es decir no experimenta el potencial ningún cambio al pasar de un medio a otro.

El trabajo por unidad de carga necesario para transportar una carga de prueba (+) alrededor de este camino cerrado es la integral lineal de E a lo largo del camino recorrido, es decir $T = \oint E \, dl$.

Si hacemos que $\Delta Y \rightarrow 0$ en el gráfico, el trabajo a lo largo de los dos segmentos ΔY es nulo, aunque exista un E normal al límite. Entonces el valor $\oint E \, dl$ en el sentido de la flecha es:

$$E_{t1} \Delta X - E_{t2} \Delta X = 0$$

donde

$$E_{t1} \Delta X = E_{t2} \Delta X$$

$$E_{t1} = E_{t2}$$

lo que quiere decir que las componentes tangenciales del campo eléctrico son iguales o continuas. Sin embargo hay que recordar que si uno de los medios es dieléctrico, la componente tangencial es nula en el límite de ese dieléctrico.

Donde: E_t = son componentes medias de la intensidad de campo tangente al límite del medio.

1 = medio 1

2 = medio 2

Si la corriente esta uniformemente distribuida a través de la sección transversal de un conductor, se dice que la densidad de corriente \mathbf{J} es constante y que está dada entonces por la corriente total dividida por el área de la sección transversal del conductor, es decir:

$$J = \frac{I}{S}$$

$$I = J S \quad (1)$$

Si la corriente no está uniformemente distribuida, da sólo la densidad media de corriente, por eso es conveniente tomar $J = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta I}{\Delta S}$ que corresponde a un pequeño bloque de longitud l y sección transversal S .

Si se supone que la superficie ΔS es normal a la dirección de la corriente, entonces \mathbf{J} en un punto es una función vectorial con dirección y sentido que los de la corriente en ese mismo punto.

Si se considera un conductor infinitamente largo situado en un campo uniforme E , se tiene

que: $E = \frac{V}{l}$

$$V = E l \quad (2)$$

E = campo eléctrico aplicado.

V = diferencia de potencial

l = longitud de conductor

Pero la ley de OHM dice: $R = \frac{V}{I}$

$$V = I R \quad (3)$$

tomo la ecuación (1)

si multiplico lado y lado por $R \Rightarrow I R = J S R$

pero como (3) $V = I R \Rightarrow V = J S R$

y como (2) $V = E l \Rightarrow E l = J S R$

despejando $J = \frac{E l}{S R} \quad J = \frac{l}{S R} E \quad (4)$

haciendo tender el pequeño bloque de sección rectangular de longitud l y sección transversal S a CERO , la relación (4) quedará.

$$J = \frac{l}{S R} E$$

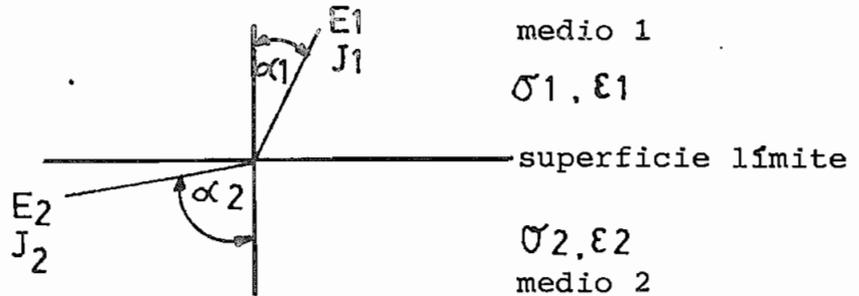
$$J = \sigma E \quad (5)$$

Siendo esta ecuación (5) la ley de OHM en un punto y que relaciona la densidad de corriente J en un punto con el campo total E en el punto y la conductividad σ del material.

Debe observarse que J y E coinciden en dirección y sentido.

Consideremos ahora el siguiente gráfico, que contiene las líneas de corriente (y simultáneamente también

las líneas equipotenciales puesto que son perpendiculares entre sí) y se puede ver como se refractan dichas líneas al pasar de un medio a otro.



ϵ = Permeabilidad

J_n = Componente de la densidad de corriente

σ = Conductividad

ρ = Resistividad

E_t = Componente del campo tangente a la superficie límite del medio.

Para el caso de las corrientes estacionarias hemos deducido que $J_{n1} = J_{n2}$ (6), lo que significa que hay continuidad en las componentes normales de la densidad de corriente y como (5) $J = \sigma E$ entonces esta relación (5) reemplazamos en (6) $\sigma_1 E_{n1} = \sigma_2 E_{n2}$ lo que indica que hay una discontinuidad en las componentes normales de campo.

Recordando también las componentes tangentes a la superficie límite $E_{t1} = E_{t2}$.

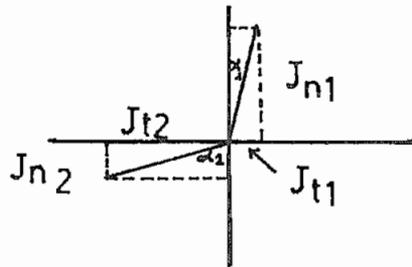
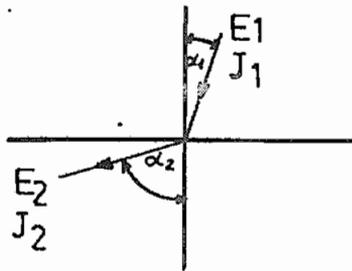
$$Y (5) \rightarrow J = \sigma E \Rightarrow E = \frac{J}{\sigma}$$

$$\frac{J_{t1}}{\sigma_1} = \frac{J_{t2}}{\sigma_2} \quad (7)$$

Esta relación (7) podemos dividir para $J_{n1} = J_{n2}$ (6)

$$\frac{J_{t1}}{\sigma_1 J_{n1}} = \frac{J_{t2}}{\sigma_2 J_{n2}} \quad (8)$$

Si observamos el gráfico



$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{J_{t1}}{J_{n1}} \quad (9)$$

$$\text{y} \quad \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{J_{t2}}{J_{n2}}$$

entonces las relaciones (9) reemplazamos en (8) y:

$\operatorname{tg} \alpha_1 / \sigma_1 = \operatorname{tg} \alpha_2 / \sigma_2$
 esta relación puede escribirse también como:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{1/\rho_1}{1/\rho_2}$$

σ = conductividad

ρ = resistividad

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

ó como:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{1/\rho_1}{1/\rho_2} \Rightarrow \frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \quad (11)$$

Junto al suelo no existe componente normal de la corriente, dada la continuidad de esta componente y que la atmósfera no es conductora.

Solo existirán componentes tangenciales de la corriente y del campo, y las líneas equipotenciales llegarán perpendiculares al suelo dado que el campo es el gradiente del potencial.

La relación (11) se puede generalizar:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{E_{t1}}{E_{t2}} \cdot \frac{E_{n2}}{E_{n1}} = \frac{E_{n2}}{E_{n1}} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \quad (12)$$

Esta relación se debe cumplir para todos los modelos y como es lógico, nuestros resultados deben poseer errores, causados por varias razones, los mismos que han tratado en cada caso de evitarse en lo posible.

IV.5.- ESCALA

Durante el proceso de simulación, se ha tratado de mantener una escala adecuada, para tener resultados con una referencia práctica. Los electrodos probados tienen como diámetro 2.86 m.m. que se relacionan con una varilla copperweld de $\varnothing = 1$ in (2.54 cm.), la longitud de los electrodos varía en dos clases:

- 1) 334 mm se relaciona con una varilla copperweld de 11 pies de longitud (335 cm.)
- 2) 550 mm se relaciona con una varilla copperweld de 18 pies (548.7 cm.)

Esto se resume en el siguiente cuadro:

DIMENSION	MEDIDA EN EL MODELO	RELACION CON LA MEDIDA DE LA VARILLA COPPERWELD EXISTENTE EN EL MERCADO	
	EN m.m.	Pies	Pulgadas
DIAMETRO	2.86		1 (=2.54 cm)
LONGITUD	334.	11 (335 cm)	
	550	18 (548.7cm)	

Es decir lo que se esta simulando es una varilla copperweld de 11Ft x 1 in y de 18 Ft x 1 in alternadamente. Las profundidades medidas son de 5, 10 y 15 cm. bajo la superficie (aire -agua). Estas se deben considerar a la misma escala. Entonces:

MODELO (cm)	En la realidad (cm.)
5	50
10	100
15	150

IV.-6.-

ERRORES

La exactitud de los experimentos tiene propósitos muy importantes pone a prueba las ideas teoricas, y facilita el entendimiento físico del problema evitando análisis matemáticos profundos.

Hay que tomar en cuenta que todo modelo - es una representación de un fenómeno natural y como tal posee errores.

En un modelo, la necesidad de aproximar todos los factores que intervienen en él se hace imperiosa, ya que todo modelo matemático de procesos físicos contiene - algunos errores inherentes, causados por falta de una completa concepción de los fenómenos naturales. Es - tos errores son también debidos a la naturaleza proba - bilística de muchos procesos y a la incertidumbre de - las medidas experimentales.

Con frecuencia por la necesidad de caer - en lo más relevante, un modelo por lo general toma - en cuenta únicamente los efectos más sobresalientes - de un proceso físico dejando a un lado y sin dar ma - yor importancia a los efectos secundarios.

Cuando se mide un determinado parámetro - en función de otros, se puede decir que no debe espe - rarse que el valor obtenido sea exactamente igual al - valor verdadero. Lo que obtendrá son valores cerca - nos al verdadero que deberían ser ajustados o rectifi -

cados para tener un valor con gran exactitud y que nos sirvan para darnos una confiabilidad en los resultados.

En nuestro experimento para medir la variación de tensión obviamente se trata de mantener constantes todas las otras variables como son X, Y y la profundidad Z.

Sin embargo siempre hay posibilidades de que estas últimas varíen. Dentro de los parámetros que también están expuestos a variar son la temperatura ambiente, la presión atmosférica, la humedad.

En un experimento casi siempre los primeros valores o mediciones no son tan confiables o útiles como las posteriores.

Las diversas clases de errores que pueden presentarse son:

- elección de una secuencia inapropiada para las mediciones, que siempre se debe trabajar con el mismo criterio es decir una misma secuencia por ser función del tiempo.

- errores personales.- toda persona debe considerarse sujeta a error a igual que cualquier otro de los aparatos.
- el campo eléctrico puede sufrir deformaciones en los bordes del bloque de parafina que se usa en cada modelo, pero se evita en lo posible con el uso de varillas uniformes de diámetro pequeño (se los llama alfileres).
- el no introducir en forma perpendicular la sonda, también crea pequeños errores.

En resumen los errores pueden ser:



EFFECTOS MINUSCULOS : en proceso de medidas.

- FUENTE.-

Una fuente de D.C. no puede ser usada porque se polariza el electrolito y si se aumenta la polariza-

ción se aumenta también el error.

La polarización se le reduce a lo máximo cuando se usa una fuente de A.C.

Una alternativa que permite obtener resultados buenos, es usando una fuente de pulsos cuadrados. Valiéndonos del esquema de la Fig. No.4.5. se energiza el sistema y se ha observado que a pesar de estar usando un estabilizador, por efecto del calentamiento o por consumo propio por carga del VARIAC, el voltaje nominal es 100 V que debe ser considerado con un rango de ± 1 V ; es decir nuestra fuente es A.C. 99 v a 101 V por las razones ya expuestas.

POLARIZACION Y ERRORES CAPACITIVOS.- Einstein ha demostrado que el efecto de la polarización en todo electrodo es equivalente a tener una capacitancia y resistencia en paralelo, en serie con el electrolito, lo es por lo tanto una fuente de error y puede ser ampliamente eliminada usando una potencia suministrada con frecuencia de 100 Hz. (R15)

Si a una frecuencia altísima suministrada como 50 Hz. no es realizada en forma provechosa la po

larización, el efecto puede ser muy reducido por uso de electrodos cubiertos o pintados con gráfito coloidal, aunque Harthill demostró que la norma más satisfactoria eran los electrodos plateados, por eso nosotros usamos electrodos niquelados para evitar la corrosión y este fenómeno.

Se pueden reducir los errores de polarización, si se introduce en el tanque detergente.

Las pérdidas de capacitancia pueden causar errores, y por lo tanto si se quiere una baja conductancia se purifica el agua incluyendo unas gotas de ácido sulfúrico. (R 3)

EFFECTO DE MEÑISCO.- Los errores pueden aumentarse debido a la tensión superficial del electrolito (agua) que causa un meñisco que forma el electrodo y la sonda. (Fig.4.4.)

Este puede ser reducido, humedeciendo las paredes del electrodo y sonda con anterioridad para mejorar el ángulo de contacto antes de introducirlos en la cuba.

ERROR POR ALFILERES.- Los alfileres han sido un elemen

to indispensable para el modelo, puesto que evitan - los efectos de esquina y orientan las líneas equipo - tenciales. Para que estos alfileres cumplan con el - fin previsto, se ha logrado por referencias biblio - gráficas encontrar la relación que el espaciamento - entre ellos debe ser igual a 3 veces el diámetro.

Este espaciamento por razones inalcanza - bles como es la precisión de medida de este espacia - miento puede ser fuente de error.

Lo mismo sucede con la interfase, y por - ciertas circunstancias fuera del alcance no se logra - una linealidad completa allí.

ERRORES GENERALES: Estos errores pueden ser en la - forma de tomar las medidas y en el análisis de las gráficas.

Al tomar las medidas hay que tratar de no MENEAR el e lectrolito, porque puede ser fuente de error.(R3) (R24)

En el análisis de las gráficas, por razo - nes de interpolación del programa del computador se - ha trabajado con interpolación lineal. Este programa Digital presenta algunas características (ver apéndice No. A6), las mismas que pueden ser fuente de error-

en interpretar las curvas la cantidad de los resultados de la interpretación, como ya hemos dicho depende directamente de todos estos factores que son fuente de error, por eso es necesario poner todo el interés en las varias etapas.

EFFECTO DEL MENISCO EN LA SONDA

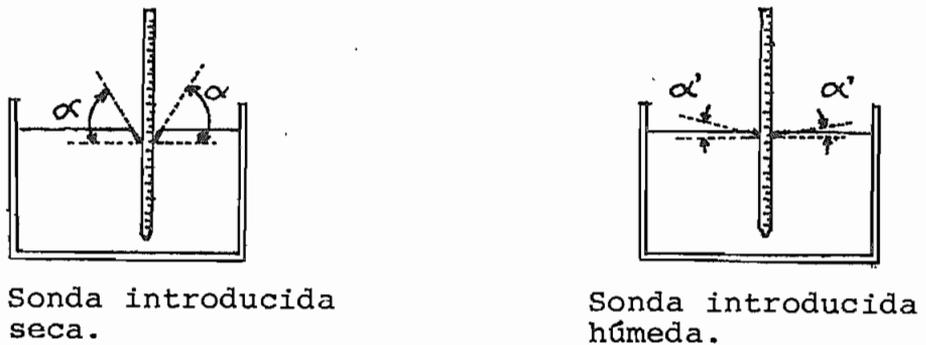


Fig. 4.4.

CIRCUITO GENERAL DE MEDIDA

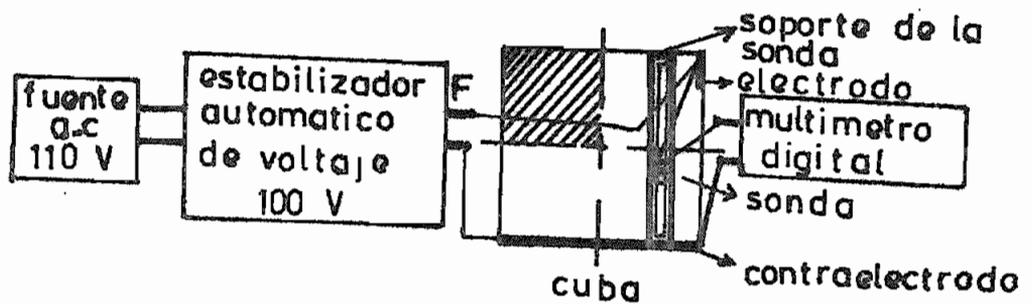


Fig. 4.5.

V.1.-

ESTRATIFICACION HORIZONTAL

V.1.1.-GENERALIDADES.- En el capítulo II, parte 1, se describió la importancia del suelo y los parámetros que intervienen en las relaciones eléctricas, siendo uno de éstos la resistividad eléctrica del suelo.

La interpretación cuantitativa de los datos de la resistividad ha sido objeto de estudios matemáticos durante mucho tiempo.

Como ya se ha dicho el electrodo de tierra irá alojando en el subsuelo, para disipar allí toda su corriente de falla. Es decir el subsuelo será el encargado de distribuir esta corriente en caso de falla. La distribución depende de las características del terreno y debe ser muy bien hecha para evitar existencia de voltajes peligrosos .(R4)

El problema que se presenta es ver como se distribuye el potencial cuando una malla o electrodos de puestas a tierra se encuentran penetrando dos o más estratos de diferente resistividad. En la referencias bibliográficas y en especial en R7 se ha tratado este punto. Para completar la idea se ha -

creído conveniente analizar otros aspectos en el presente trabajo.

V.1.2.-CLASES EXISTENTES.- Consideremos un medio estratificado en forma general, compuesto por dos semiespacios donde el primero de ellos de conductividad nula, representa la atmósfera y el segundo que representa el terreno y que es un medio heterogéneo que se compone de medios parciales homogéneos e isotrópicos, de extensión lateral indefinida y cuyas superficies de separación son paralelas entre sí y al plano aire-terreno.

Como se puede ver en el gráfico, cada medio tiene su característica propia de resistividad ρ_i , de espesor h_i donde el subíndice "i" es orden de aparición desde la atmósfera hacia abajo, y

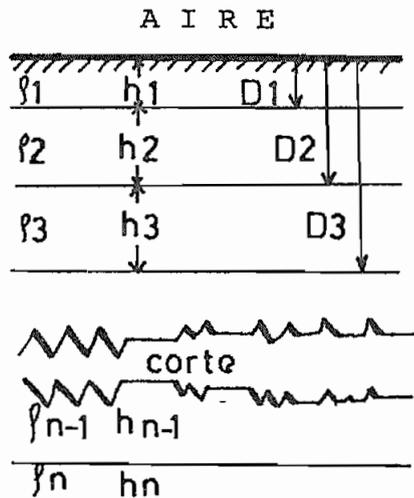


Fig. 5.1.

parición desde la atmósfera hacia abajo, y cada medio es homogéneo e isotrópico. Las distancias de la superficie límite aire-tierra a cada una de las demás, o sea las superficies de los

los contactos respectivos se representarán por Di.

Al especificar estos parámetros estamos especificando el corte geoelectrico. (R16).

Si se tiene un subsuelo de 3 capas, para definir un corte geoelectrico, se necesitarán 3 resistividades y 2 espesores ó 2 profundidades, puesto que la última capa denominada sustrato tiene siempre espesor infinito. Entonces si se tiene "n" capas, para especificar el corte geoelectrico se necesitarán "n" resistividades, n-1 espesores o n-1 profundidades; en total se necesitarán $2n-1$ parámetros.

Los casos que se presentan en este tipo de cortes geoelectricos es únicamente función del número de capas que lo componen, orden en que van apareciendo y valores de resistividades de c/u de ellos.

RECONOCIMIENTO EN EL TERRENO

Existen en la actualidad muchos métodos modernos, los más generales son:

Eléctrico: Mediante la disposición de Wenner se encuentra la ρ_a en función de la variación de la distancia. Se usa el formato del Apéndice A2 y se gráfica. La curva resultante se compara con las curvas tipo (o teóricas) y de éstas (familia de curvas) que más se adapte a la trazada

esta.. indica la geometría y los contrastes de resistividades en el punto donde se han hecho las mediciones.

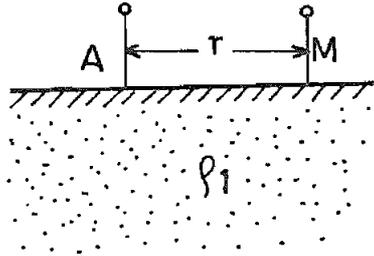
Para el caso de 2 y 3 capas se dan curvas tipo. Es decir se traza la curva experimental y según la forma que ella tome se distingue a simple vista de cuantos estratos se trata. (R2)

Mecánico.- Se introducen testigos en el subsuelo en varios puntos y se sacan las muestras. Allí directamente se pueden ver la estratificación y mediante análisis medir espesores y resistividades. Ver punto II.6.

REFLEXION Y REFRACCION.- Estos dos métodos son muy usuales se basa en la generación de una onda en el subsuelo y mediante dispositivos se toman los tiempos de las llegadas de señales. Ver punto II.6. y Apéndice A8

V.1.2.a.-Una capa.- Al tener este caso, se estaría hablando de suelos homogéneos. Aquí simplemente existirá un solo valor de resistividad. Para diseños de malla o electrodos de puesta a tierra se deberá tomar dicho valor.

FORMULACION MATEMATICA.- Para casos de una sola ca-



pa el potencial observado en el punto M. sería:

A: electrodo de emisión.

r: distancia del electrodo A- al punto de observación M.

M: punto de observación.

En coordenadas rectangulares.

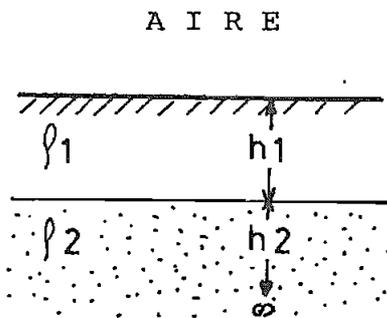
en coordenadas esféricas

Fig.5.2.

$$VM = \frac{I \rho_1}{2 \pi} \frac{1}{r}$$

$$VM = \frac{I \rho_1}{2 \pi} \cdot \frac{1}{(r^2 + z^2)^{1/2}}$$

V.1.2.b.-Dos capas.- Cuando se trata de un corte geoelectríco de dos capas pueden presentarse dos posibilidades.



$$\rho_1 < \rho_2$$

$$\rho_1 > \rho_2$$

donde h_n: espesor de la-
capa n.

$$h_2 \rightarrow \infty$$

Fig. 5.3.

Para este caso existe una sola superficie límite. -

(R11)

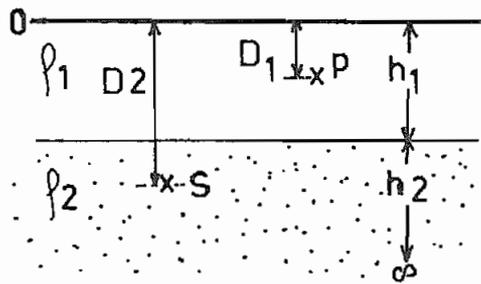
FORMULACION MATEMATICA.- Consideremos dos casos:

- a/ Si la fuente está en el estrato inferior.
- b) Si la fuente está en el estrato superior.

(R12) (R13)

- a/ Si S es una fuente y está en el estrato más alto y un punto de observación p en el más bajo. El punto S tiene coordenadas X_S, Y_S, D_2 y el P, X_p, Y_p, D_1 , siendo XY coordenadas en el plano y Z en profundidad.

De acuerdo al orden de aparición se ponen los subíndices.



Para estos casos, el efecto de la segunda capa se suele calcular con el método de las imágenes.

Fig.5.4.

Se considera que la fuente S da una imagen simétrica S_1 a una distancia D_2 hacia arriba de O, produciendo S_1 una nueva fuente ficticia S_2 simétrica a la interfase, la, la cual se reflejará otra vez en S_3 y así sucesivamente, dando una serie infinita de imágenes. Como se ve dependerá del factor de reflexión K

$$K = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$$

El voltaje en el punto P por la inyección de la corriente en S será:

$$V = \frac{I \rho_1 \rho_2}{2 \pi (\rho_1 + \rho_2)} \cdot \frac{1}{\sqrt{(x_s - x_p)^2 + (y_s - y_p)^2 + (z_s - z_p)^2}}$$

Si se consideran los aportes de las imágenes tendremos:

$$V = \frac{I \rho_1}{4 \pi} (1 + K) \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{K^n}{\sqrt{(x_s - x_p)^2 + (y_s - y_p)^2 + (2n h_1 + D_2 - D_1)^2}} + \frac{K^n}{\sqrt{(x_s - x_p)^2 + (y_s - y_p)^2 + (2n h_1 + D_2 + D_1)^2}} \right]$$

Si el punto P estuviere en la Superficie $D_1 = 0$

$$V = \frac{I \rho_1}{2 \pi} (1 + K) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K^n}{\sqrt{(x_s - x_p)^2 + (y_s - y_p)^2 + (2n h_1 + D_2)^2}}$$

b) Consideremos ahora la fuente S en el estrato superior y el punto P también.

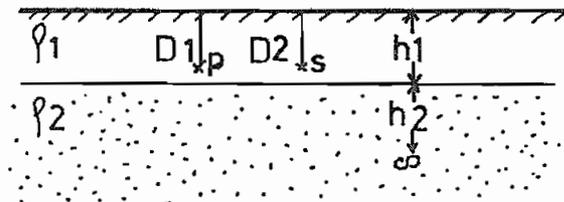


Fig. 5.5.

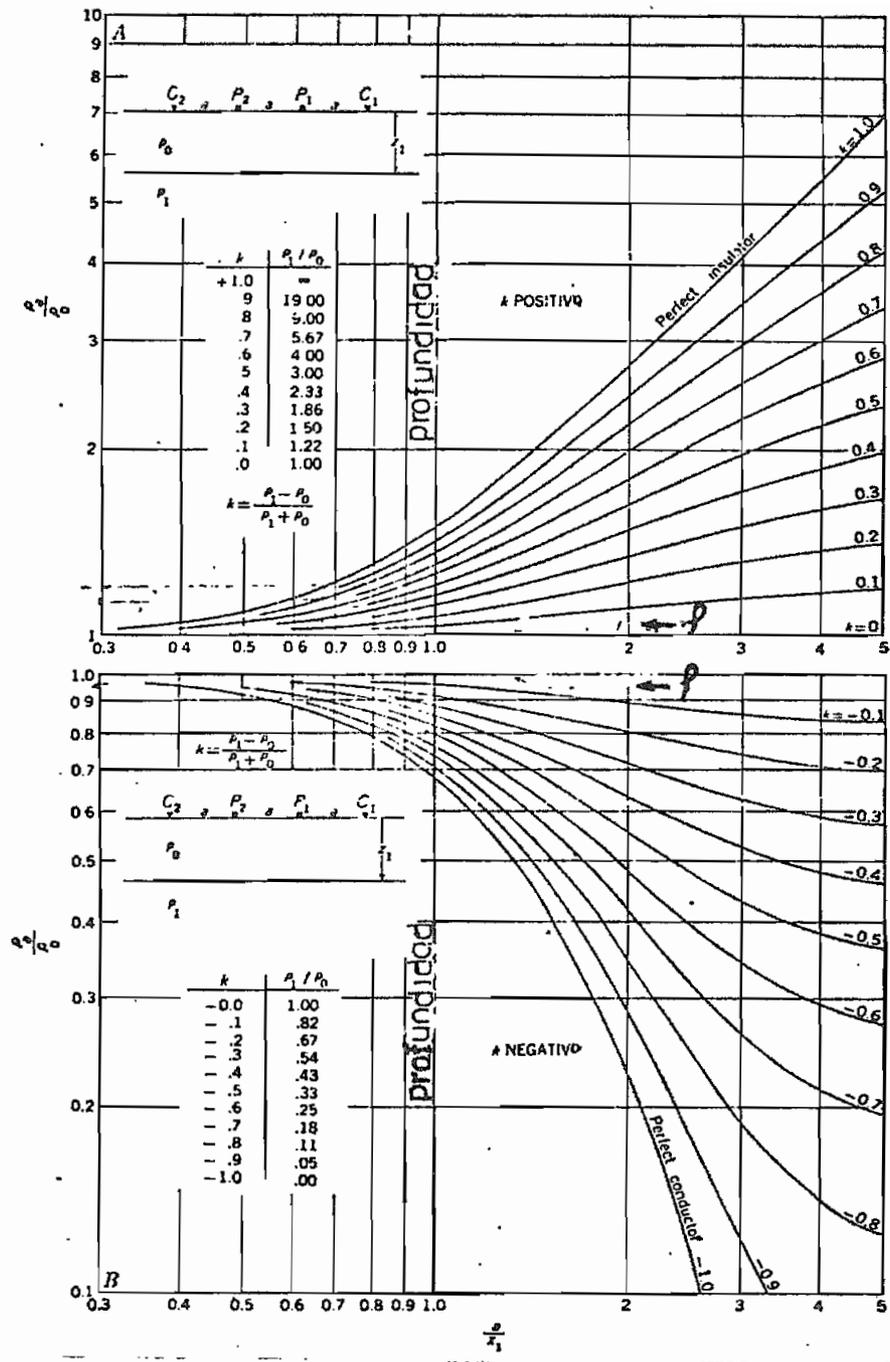


Fig. 5.6.

Curva de la resistividad aparente en dos suelos para estratos horizontales.

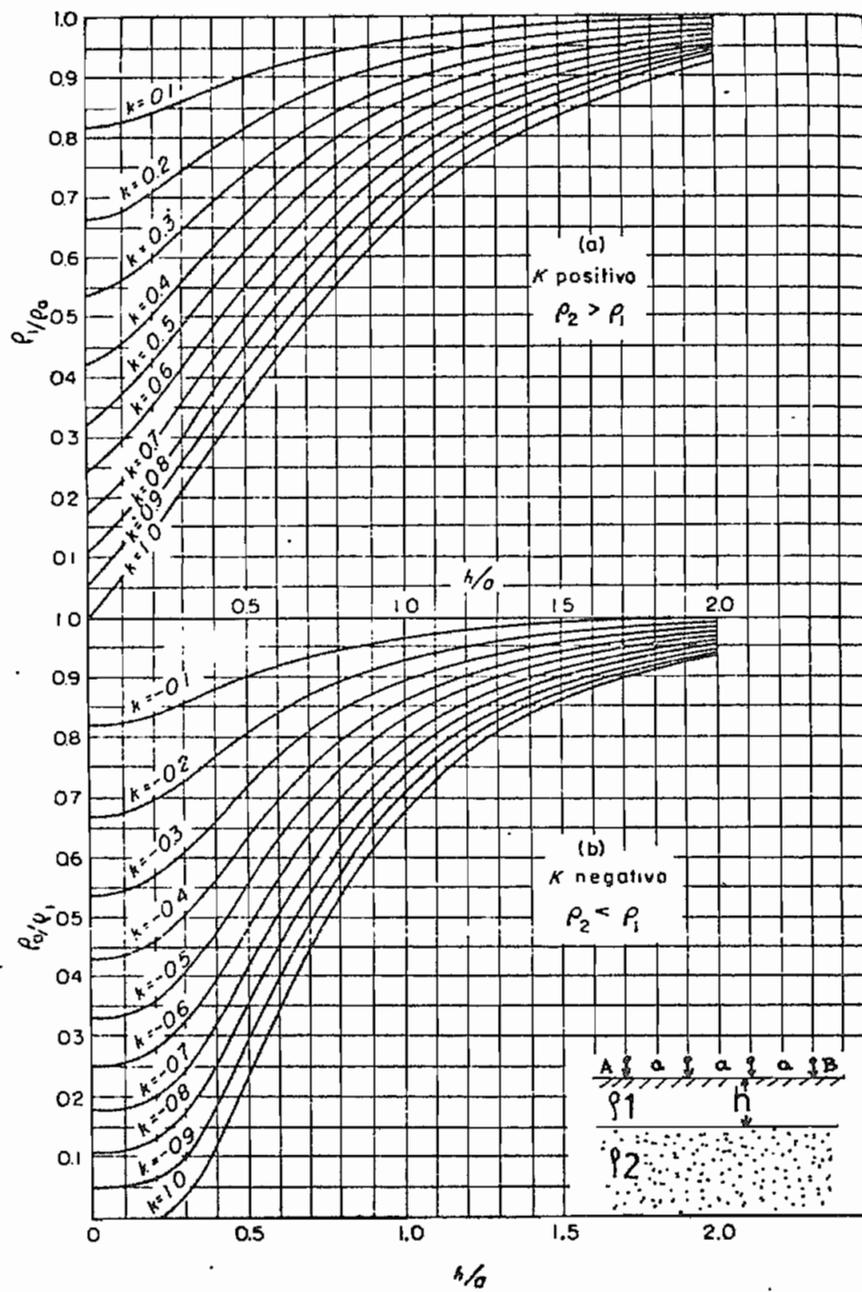


Fig. 5.7.

Curva de Tagg para el caso de dos capas.

En este caso el voltaje en P será:

$$V_p = \frac{I \rho_1}{4 \pi} \frac{1}{\sqrt{(x_s - x_p)^2 + (y_s - y_p)^2 + (z_s - z_p)^2}}$$

Si se considera los aportes de las imágenes:

y si $D_1 = D_2 = 0$

el voltaje total será:

$$V = \frac{I \rho_1}{2 \pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K^n}{\sqrt{(x_s - x_p)^2 + (y_s - y_p)^2 + (2nh_1 + D_2)^2}} +$$

$$+ \frac{K^n}{\sqrt{(x_s - x_p)^2 + (y_s - y_p)^2 + (2nh_1 - D_2)^2}}$$

En resumen:

el voltaje en la superficie de la tierra en la ve -
cindad de un alambre, enterrado en el suelo infe -
rior será:

$$V(x_1, y) = \frac{I \rho_1 (1+K)}{2 \pi L} \left[A + \sum_{n=1}^{\infty} K^n B \right]$$

donde $K = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$

$$A = \ln \frac{\sqrt{(x-L/2)^2 + y^2 + D^2} + x + L/2}{\sqrt{(x+L/2)^2 + y^2 + D^2} + x - L/2}$$

$$B = \ln \frac{\sqrt{(x+L/2)^2 + y^2 + (2nh_1+D)^2} + x + L/2}{\sqrt{(x-L/2)^2 + y^2 + (2nh_1+D)^2} + x - L/2}$$

L= longitud del electrodo enterrado (m)

D= profundidad del electrodo bajo la superficie de la tierra (m)

METODOS USUALES PARA RECONOCER DOS CAPAS

Se observará primero si se trata de un suelo homogéneo o no homogéneo . (II.2.)

Si se trata de un suelo no -homogéneo se sacará la curva $a = f(a)$ con el método de Wenner. Disminuyendo el valor de "a" notablemente estaremos sacando 1 (por que abarcan un solo estrato las líneas de campo eléctrico al disminuir notablemente "a". (R25)

Los valores medidos ρ_a pueden relacionarse con ρ_1 de la forma $\frac{\rho_a}{\rho_1}$ y se puede calcular el-

inverso $\frac{\sigma_{ai}}{\sigma_1}$ (conductividades).

Esta relación de conductividades nos permite - escoger el rango de variación de los valores de K.- estos nos permitirán encontrar la relación h/a en - la fig. 5.6. para de allí despejar h.

Luego se traza una gráfica de las variaciones de K (eje Y) VS los valores de h (eje X). El punto de máximo corte de todas las curvas, nos dará el valor h buscado (eje X). Para aclarar este punto se dará un ejemplo:

Ejemplo: En un lugar se han realizado mediciones - con el método de Wenner y se ha determinado que es suelo no-homogéneo sacando que para una distancia "a" = 2133 cm. el va - lor es $\rho = 6700 \Omega - \text{cm.}$ que por ser distancia pequeña se asume dicho valor como ρ_1 . Se ha trazado la curva $\rho_a = f(a)$ y se ha comparado con las curvas dedu - ciendo que se trata de un suelo no-homo - géneo con estratificación horizontal. El problema es de encontrar el valor de - la profundidad que se encuentra la inter-

fase. Los valores medidos son como se de muestra en el siguiente cuadro.

a [cm]	ρ_a [Ω-cm]	ρ_a / ρ_1	σ_a / σ_1
4572	8960	1.34	0.75
6096	10740	1.60	0.62
7620	12320	1.64	0.54
9144	13860	2.07	0.48
10668	15220	2.27	0.44
120192	16480	2.46	0.41

Después se calcula $\frac{\rho_a}{\rho_1}$ y σ_a / σ_1

A continuación se llena el cuadro.

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_1} = \frac{1/\rho_a}{1/\rho_1} = \frac{1}{\rho_a} \div \frac{1}{\rho_1} = \frac{\rho_1}{\rho_a} \Rightarrow \frac{\sigma_a}{\sigma_1} = \frac{\rho_1}{\rho_a}$$

Como se ve el valor σ_a / σ_1 es menor a 1 por lo que se usa la curva de la Fig. 5.6. la misma que - esta más generalizada en la fig. 5.7.

En esta curva se va sacando los valores $\frac{h}{a}$ (eje X de la curva).

Consideremos primero para $a = 4572$ cm. $k = 1$ el valor $\frac{\sigma_a}{\sigma_1} = \frac{\rho_1}{\rho_a} = 0.75$ se coloca en el eje -

"Y" de la curva y se ve donde corta a la curva $K=1$ para el valor de h/a se encuentra 1.19; luego para $K=2 \frac{h}{a}$ se encuentra 1.12 ; para $K = 3 h/a$ es 1.04 y así sucesivamente.

Con estos valores de $\frac{h}{a}$ se encuentra $h = a \times \frac{h}{a}$

$$\begin{aligned} \text{si } a = 4572 \text{ y } \frac{h}{a} = 1.19 & \quad h = 4572 \times 1.19 \\ & \quad h = 5440.17 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{si } a = 4572 \text{ y } \frac{h}{a} = 1.12 & \quad h = 4572 \times 1.12 \\ & \quad h = 5120.6 \end{aligned}$$

A continuación con los valores de h para cada valor de "a" se grafica como $K = f(h)$ como indica en la fig. 5.8.

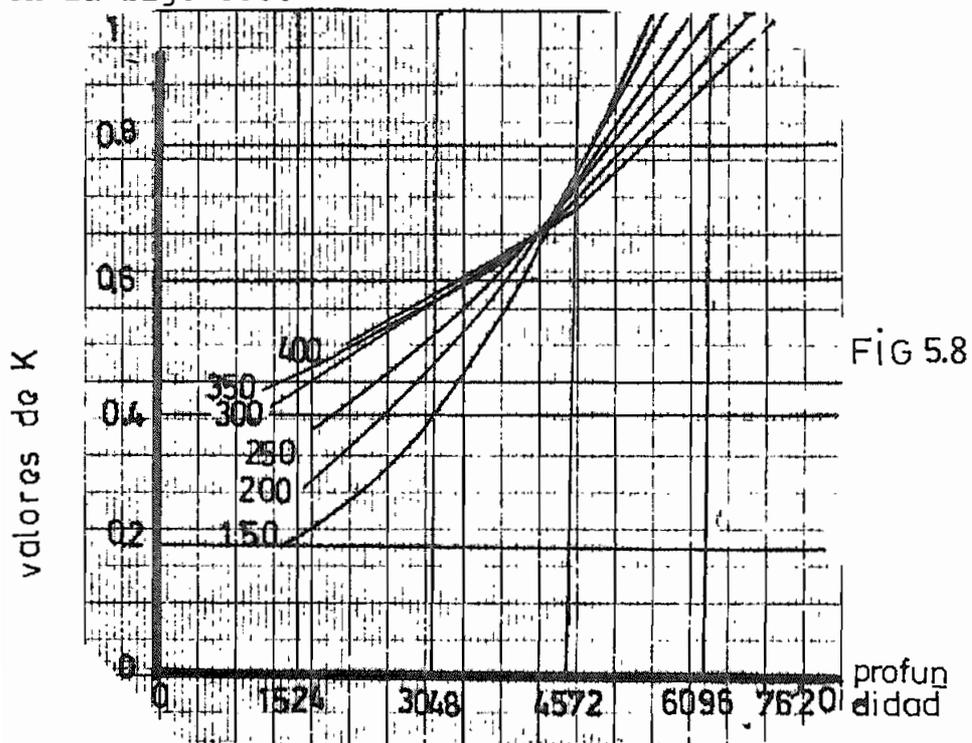


FIG 5.8

En el gráfico se puede ver que casi todas las curvas se cortan en un punto que corresponde al valor de 4328.2 cm. y un valor de $K = 0.702$. Es decir que el valor de $h = 4328.2$ cm. y como $K = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} =$

$$0.702 = \frac{2 - 6700}{2 + 6700}$$

$$0.702 (\rho_2 + 6700) = \rho_2 - 6700$$

$$0.702 \rho_2 + 4703.4 = \rho_2 - 6700$$

$$0.702 \rho_2 - \rho_2 = -6700 - 4703.4$$

$$+ 0.30 \rho_2 = + 11403.40$$

$$\rho_2 = 38011.33 \text{ } \mu\text{-cm.}$$

Para el caso de dos capas, existen curvas para $\rho_1 > \rho_2$ y $\rho_1 < \rho_2$. En los dos casos tienden en forma asintótica a ρ_1 y ρ_2 por la izquierda o derecha respectivamente como demuestra la fig. 5.9.

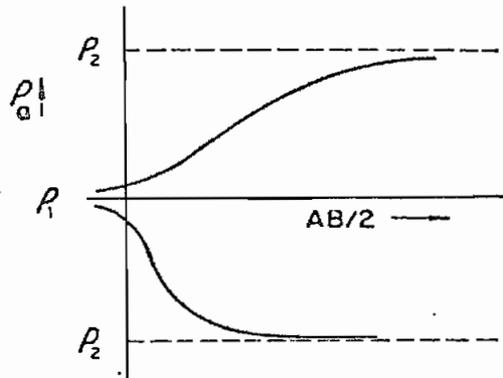


Fig. 5.9.

2) METODO DE REFLEXION PARA DOS CAPAS

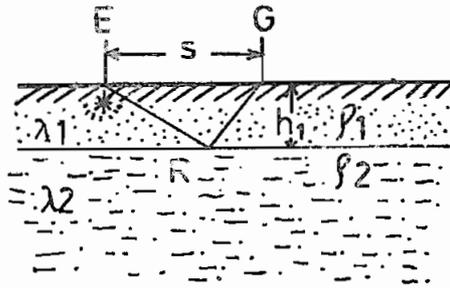


Fig.5.10.

Cada capa tiene su característica de resistividad (ρ) , espesor (solo h_1) y velocidad de propagación de las ondas constantes $(\lambda_1$ y $\lambda_2)$. (R8)

Si h = punto de explosión

G = punto donde está el geófono

S = separación entre E y G

La onda incidente elástica parte de E y se encuentra con una interfase en R , refleja parcialmente su energía. En todo ese proceso de bajar y subir se demora un tiempo (T_t)

Entonces si $ER = a$

Por Pitágoras : $a = \sqrt{h_1^2 + \left(\frac{s}{2}\right)^2}$

Pero tiene que recorrer 2 espacios ($2a$): $2a = \lambda_1 T_t$

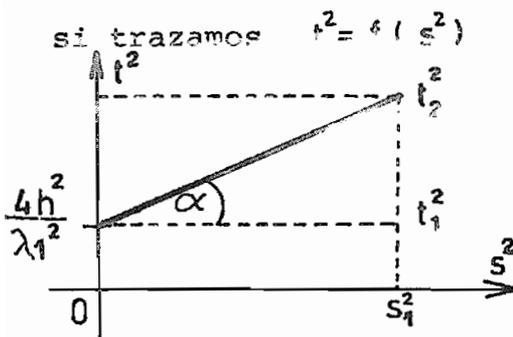
$$a = \frac{\lambda_1 T_t}{2}$$

Este valor de a reemplaza en la expresión superior

$$\frac{\lambda_1 T_t}{2} = \sqrt{h_1^2 + \frac{s^2}{4}}$$

$$h_1 = \frac{1}{2} \sqrt{(\lambda_1 T_t)^2 - s^2}$$

el valor de λ_1 se deduce de: $t = \sqrt{\frac{4h_1^2}{\lambda_1^2} + \frac{s^2}{\lambda_1^2}}$

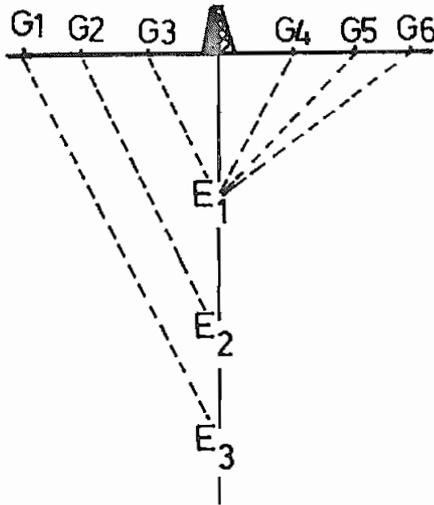


el corte en "Y" será $\frac{4h^2}{\lambda_1^2}$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{t_2^2 - t_1^2}{s_1^2 - 0} = \frac{\Delta t^2}{s^2}$$

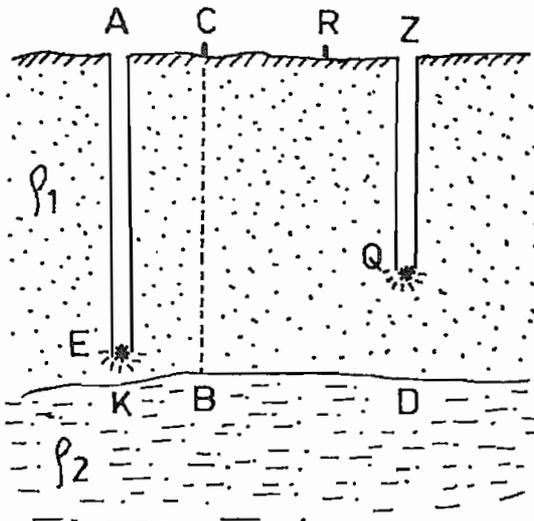
pero $\lambda = \frac{s}{t}$ $\lambda^2 = \frac{s^2}{t^2}$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta t^2}{s^2} = \frac{1}{\lambda^2}$$



PROFUNDIDAD DE LA EXPLOSION.	TIEMPO RECORRIDO	VELOCIDAD
500 m	0.13 seg.	3850 m/S
1000 m	0.225 seg.	4440 $\frac{m}{S}$
1500 m	0.29 seg.	5180 $\frac{m}{S}$

3) CASO PRACTICO DE REFLEXION.-



Si la la primera capa de ρ_1 tiene un espesor AK que se quiere medir, se perfora en A hasta E, lo mismo se hace en Z - hasta la Q.

En E y Q se producen las explosiones.

En A, C, R y Z estan los registradores.

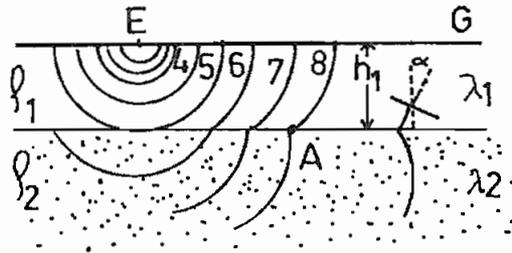
El tiempo de llegada a AC será la trayectoria AE+ EKBC que da la trayectoria AEKBC.

Para el otro será ZQDBC

Si AEKBC + ZQDBC = AEKBDQZ + 2BC a esto si resto AEKBDQZ queda 2BC

Luego BC ya conocemos. (Apéndice A8)

4) METODO DE LA REFRACCION.- Consideremos dos suelos C/u



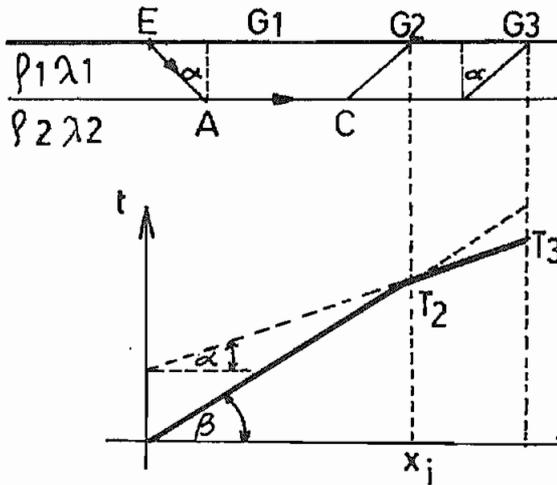
con sus propiedades específicas. (R22)

λ_n = velocidad de las ondas sísmicas en el medio n.

Si 1) $\lambda_2 > \lambda_1$. En E se engendra una onda sísmica la energía se trasmite en frentes de onda semiesféricos. En D se coloca un geófono.

La distancia EG = X.

Para la fig.5.11 en el punto A del frente de onda 7, la tangente a la esfera del medio inferior es perpendicular a la superficie de separación y el rayo que es siempre normal al frente de onda, empieza a desplazarse a lo largo de la superficie de separación con la velocidad del medio inferior $\text{Sen } \alpha = \frac{NL}{NM}$



$t_n =$ tiempo de llegada de -
orden n .

inmediatamente luego de la
explosión G_1 capta primero

velocidad = $\frac{\text{espacio}}{t}$

$$t_1 = \frac{x}{\lambda_1} \Rightarrow \begin{aligned} \text{tg } \beta &= \frac{1}{\lambda_1} \\ \text{tg } \alpha &= \frac{1}{\lambda_2} \end{aligned}$$

La trayectoria de la onda refractada es EACG

$$\text{Sen } \alpha = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

$$\text{Cos } \alpha = \left(1 - \frac{\lambda_1^2}{\lambda_2^2} \right)^{1/2}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\lambda_1}{\sqrt{\lambda_2^2 - \lambda_1^2}}$$

el tiempo $T_{\text{eacg}} = T_A + T_{AC} + T_{cg}$

$$t_{\text{eacg}} = \frac{h}{\lambda_1 \cos \alpha} + \frac{x - 2h \text{tg } \alpha}{\lambda_2} + \frac{h}{\lambda_1 \cos \alpha}$$

$$t_{\text{eacg}} = \frac{x}{\lambda_2} + \frac{2h \sqrt{1 - (\lambda_1/\lambda_2)^2}}{\lambda_1}$$

$$t_{\text{eacg}} = \frac{x}{\lambda_2} + \frac{2h \sqrt{\lambda_2^2 - \lambda_1^2}}{\lambda_1 \lambda_2}$$

Si $x = 0$

$$t_{\text{eacg}} = 2h \frac{\sqrt{\lambda_2^2 - \lambda_1^2}}{\lambda_1 \lambda_2}$$

$$h = \frac{teacg}{2} \frac{\lambda_2 \lambda_1}{\sqrt{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}}$$

$$h = \frac{1}{2} \frac{\lambda_1 \lambda_2 x}{\sqrt{\lambda_2^2 - \lambda_1^2}}$$

$$h = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_2 + \lambda_1}} x$$

V.1.- 2.c. TRES CAPAS.- Aquí tendremos las resistividades ρ_1, ρ_2, ρ_3 para la primera, segunda y tercera capa respectivamente, de acuerdo al orden de aparición.

En este caso se pueden presentar los siguientes tipos o clases de estratos de acuerdo a los valores de las resistividades. Los tipos se les han denominado con letras.

- 1.- Tipo A : $\rho_1 > \rho_2 < \rho_3$
- 2.- Tipo K : $\rho_1 < \rho_2 > \rho_3$
- 3.- Tipo Q : $\rho_1 > \rho_2 > \rho_3$
- 4.- Tipo A : $\rho_1 < \rho_2 < \rho_3$

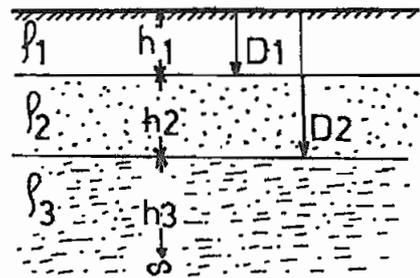


Fig. 5.11.

FORMULACION MATEMATICA.- La formulación matemática se basa en la resolución de la ecuación de Laplace en coordenadas cilíndricas, poniendo las condiciones de borde que se ajustan para este caso.

Realmente es muy complicado y se necesitan grandes conocimientos de matemáticas avanzadas, por esto no se justifica en el presente trabajo su estudio minucioso. Sin embargo para ver su alcance y complejidad se acompaña en el Apendice A7 para 2 y n capas. Para el caso de tres capas, existen curvas patrones que tienen las formas de la Fig. 5.12. En el Apendice A8 se adjuntan las más usuales.

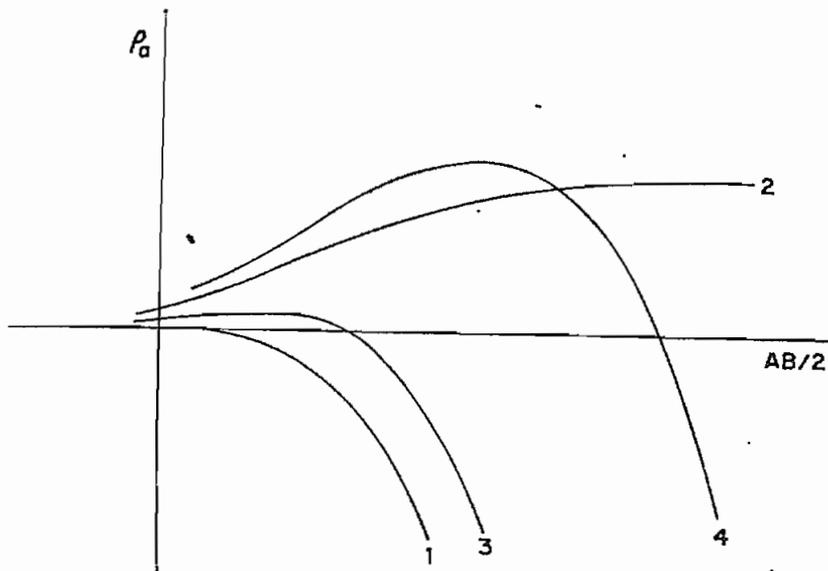
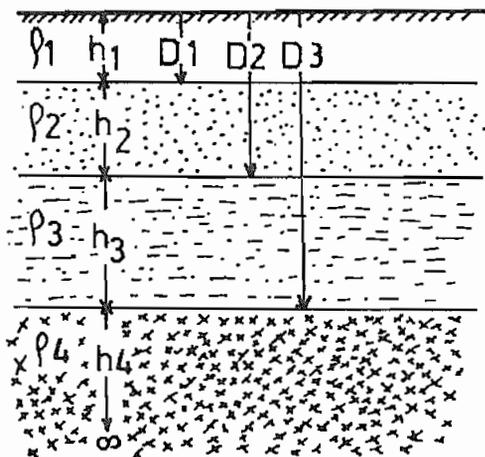


Fig. 5.12.

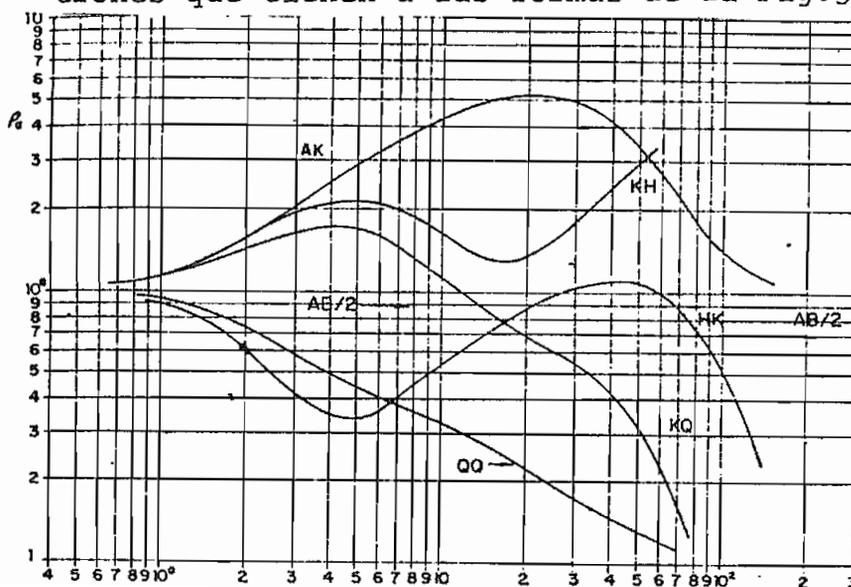
V.1.2.c.- CUATRO CAPAS.- Para el caso de cuatro estratos pueden presentarse los siguientes caso.

TIPO	CONDICION
1) AA	$\rho_1 < \rho_2 < \rho_3 < \rho_4$
2) HK	$\rho_1 > \rho_2 < \rho_3 > \rho_4$
3) HA	$\rho_1 > \rho_2 < \rho_3 < \rho_4$
4) KQ	$\rho_1 < \rho_2 > \rho_3 < \rho_4$
5) QQ	$\rho_1 > \rho_2 > \rho_3 > \rho_4$
6) QH	$\rho_1 > \rho_2 > \rho_3 < \rho_4$
7) AK	$\rho_1 < \rho_2 < \rho_3 > \rho_4$
8) KH	$\rho_1 < \rho_2 > \rho_3 > \rho_4$



FORMULACION MATEMATICA.- La formulación matemática es muy complicada. Sin embargo se puede tener usando la formulación para un caso general de n capas. (Apéndice A7)

Para el caso de cuatro capas, existen curvas patrones que tienen a las formas de la Fig.5.13



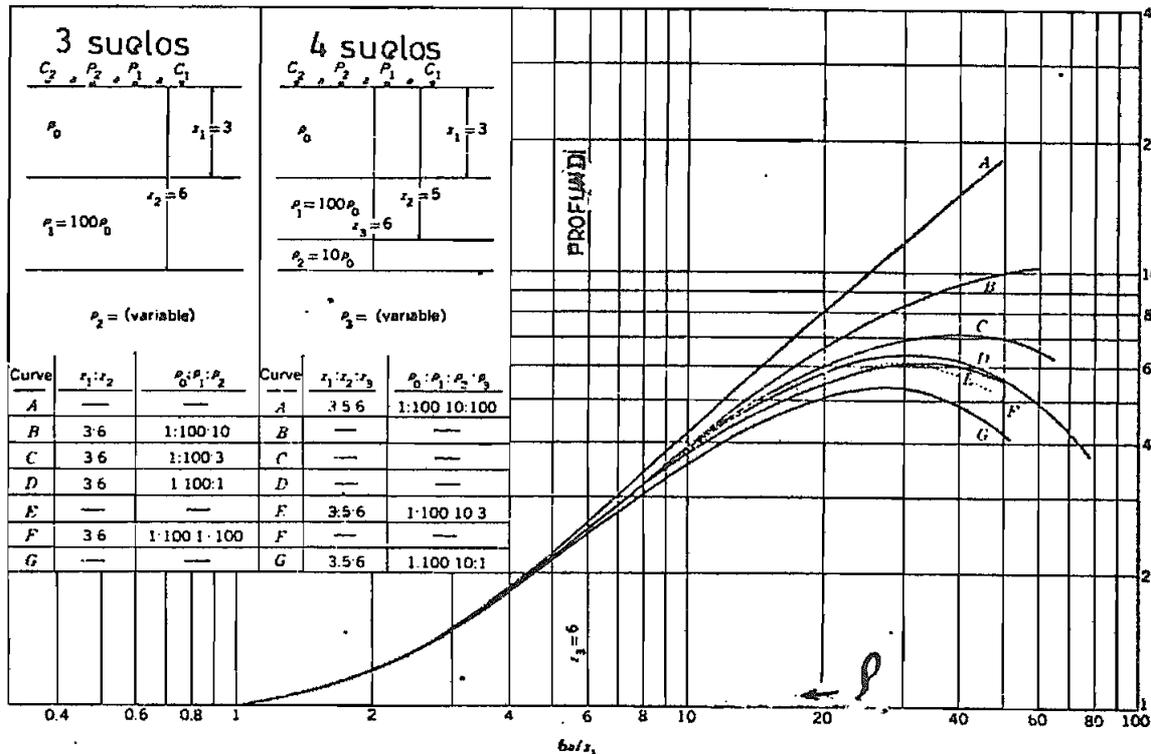
V.1.3.-PROBLEMAS EN LA INTERPRETACION GENERAL.- Para la -

Interpre-
tación pueden presentarse algunas dudas, por las ca-
racterísticas del subsuelo y sus estratos La Fig.5.13.a
pone de manifiesto como luego de haber trazado la -
curva ρ a función de $\frac{AB}{2}$ (de campo) se parece a
una curva teórica de 3 capas. (R6)

Si la verdad fuera el subsuelo de 3 capas esta
curva de campo debe coincidir con la familia de cur-
vas de 3 capas lo cual no sucede, por eso se busca
cual coincide y se ve que es una de cuatro capas.

Este problema es muy usual y por eso merece mu-
cha atención.

En resumen hay que ver una curva que coincida-
con las teóricas casi exactamente. Fig.5.13.a/



V.2.- ESTRATIFICACION VERTICAL

V.-2.1.- GENERALIDADES.- De igual forma que las horizontales, existen también los estratos verticales. Es decir puede darse el caso de encontrar en el campo discontinuidades laterales constituidas por contactos verticales (interfase vertical o perpendicular al plano suelo-tierra) que divide la capa en dos o tres partes, c/u con su propia resistividad.

Para el caso de una malla a tierra o un electrodo, la resistividad quedará afectada por las resistividades laterales. Estas variaciones laterales de la resistividad del suelo, se le denomina como Calicatas Eléctricas. (R22)

V.- 2.- 2.- CLASES EXISTENTES.- Por lo general existen dos tipos de estratificaciones bien definidas que son:

Estratificación vertical de dos componentes.

Estratificación Vertical de tres componentes.

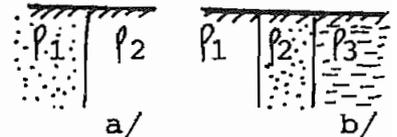


Fig.5.14.

Cada una de estas puede tener sus variaciones por el arreglo de sus parámetros. (R17)

RECONOCIMIENTO

ELECTRICO.- De igual forma que los horizontales, se usa el método Wenner y variando la distancia se van encontrando valores de ρ_a . Si la curva trazada (para el trazo usar formato del Apéndice) es o tiene la forma de las curvas patrones (teóricas) se predice que se trata de un subsuelo de estratificación vertical.

Ahora el problema consiste en hallar el punto de la interfase. Para eso se varían la posición de los electrodos hasta obtener la curva $\rho_a = f(a)$ lo más uniforme y en el punto de máxima variación se dice que se encuentra la interfase.

Para el entierro del electrodo o malla de puesta a tierra es preferible elegir en estos casos un solo terreno, es decir se harán los análisis previos, se encontrará el punto de la interfase y es preferible alejarse de ese punto para enterrar los electrodos. (R12)

MECANICO.- Se introducen testigos mediante métodos mecánicos y se sacan muestras en varios puntos. Haciendo el estudio de las muestras se puede ver los tipos de terreno e incluso localizar el punto de la interfase (ver punto II.6)

V.-2.-2.a.- PRIMER CASO .- Consideremos el caso de la

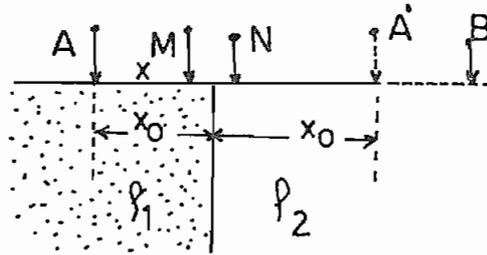


fig. No. , si no existiera un segundo medio se tendría $V_M = \frac{\rho_1 I}{2\pi x}$

Pero como existe, se usará el método de las imágenes y se tendrá. (R17)

- A= electrodos de I
- B= electrodo localizado muy lejos.
- M= electrodo de potencial
- ρ = resistividades.

$$V_1 = \frac{\rho_1 I}{2\pi x} + \frac{\rho_1 I K}{2\pi x (2x_0 - x)} \quad (x \leq x_0)$$

$$V_2 = (1 - K) \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{\rho_1 I}{2\pi x} \quad (x > x_0)$$

Pero por condiciones de borde $V_1 = V_2$

$$\frac{\rho_1 I}{2\pi x} + \frac{\rho_1 I}{2\pi x} K = (1 - K) \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{\rho_1 I}{2\pi x}$$

donde $K = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$

Entonces: $V_1 = \frac{\rho_1 I}{2\pi x} \left\{ 1 + \frac{K}{(2x_0 - x)} \right\}$

$$V_1 = \frac{\rho_1 I}{2\pi x} \left\{ 1 + \frac{\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}}{(2x_0 - x)} \right\}$$

$$V_2 = \frac{(1 - K)}{x} \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{\rho_1 x}{2\pi}$$

$$V_2 = \left\{ 1 - \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \right\} \frac{\rho_2 I}{2\pi}$$

$$V_2 = \left\{ \frac{(\rho_2 + \rho_1) - \rho_2 + \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \right\} \frac{\rho_2 I}{2\pi}$$

$$V_2 = \left\{ \frac{\rho_2 + \rho_1 - \rho_2 + \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \right\} \frac{\rho_2 I}{2\pi}$$

$$V_2 = \frac{2\rho_1}{\rho_1 + \rho_2} \frac{\rho_2 I}{2\pi}$$

$$V_2 = \frac{\rho_1 \rho_2 I}{(\rho_1 + \rho_2)\pi}$$

Si se añade el electrodo N de potencial, la caída de potencial a partir de A se mide fácilmente. Si L es la distancia desde A al centro de MN se tiene la resistividad aparente en el medio 1 es :

$$\rho_a = \rho_1 \left\{ 1 - K \frac{L^2}{(2x_0 - L)^2} \right\} = \rho_1 \left\{ 1 - \frac{K}{\left(\frac{2x_0}{L} - 1\right)^2} \right\}$$

Esta ecuación es aplicable cuando todos los electrodos están sobre el primer medio.

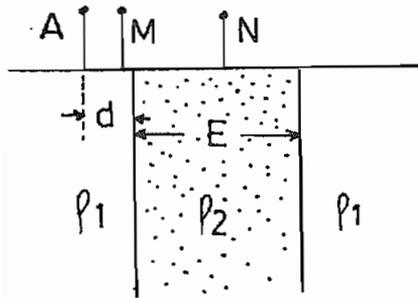
Si todos están en el segundo miembro.

$$\rho_a = \rho_2 \left\{ 1 + \frac{K}{\left(2 \frac{x_0}{L} + 1\right)^2} \right\}$$

y si los electrodos están en los dos medios (A en el primero N y M en el segundo).

$$\rho_a = 2 \frac{\rho_1 \cdot \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \quad (R8)$$

V.2.-2.b. SEGUNDO CASO.- Consideremos el caso de dos-



interfases perpendiculares a la interfase aire-suelo que dividen tres capas de resistividades ρ_1 , ρ_2 y ρ_3 y la intermedia de un espesor E.

De igual forma el análisis se lo realiza y se sacan los valores de las n imágenes.

A= electrodo de I
M= electrodo de potencial

$$V = \frac{I \rho_1}{2\pi} \left\{ \frac{1}{x} + \frac{K}{2d-x} + (1-K^2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^{2n-1}}{2d+2nE-x} \right\}$$

el campo eléctrico en la dirección E_x será $\frac{du}{dx}$

$$E_x = \frac{I \rho_1}{2\pi} \left\{ \frac{1}{x^2} - \frac{K}{(2d-x)^2} - (1-K^2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^{2n-1}}{(2d+2nE-x^2)} \right\}$$

Estos análisis matemáticos también se los hace en forma general basándose en los resultados del V.1.- (ver apéndice A7).

De igual forma estos tipos de estratos tienen también sus curvas características.

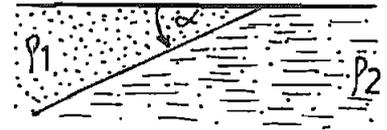
V.3.- ESTRATIFICACIONES ESPECIALES

V.3.1.- GENERALIDADES.- Igualmente existen subsuelos con estratificaciones especiales. Es decir puede darse el caso de encontrar discontinuidades de una forma especial ya sea por formación natural o por formación intencional creados por el hombre (rellenos).

Existen contactos inclinados o interfases inclinadas que separan medios diferentes. (R6)

V.3.2.- CLASES EXISTENTES.- Se les puede clasificar en dos clases:

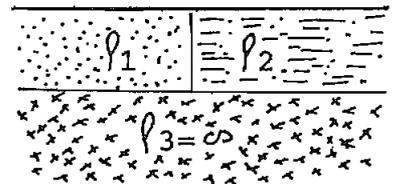
Primera clase.- Contactos inclinados.- Es decir forman un ángulo con la horizontal de referencia estas interfases.



a/

Fig. 5.16.

Segunda clase.- Contactos Mixtos.- Son los que se componen por la combinación de todos los casos.



b/

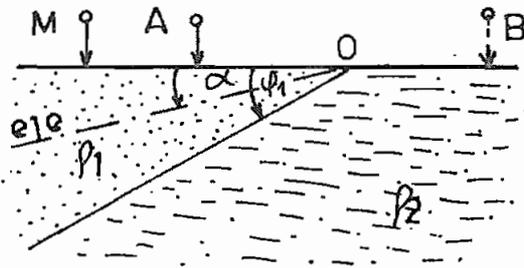
RECONOCIMIENTO

Eléctrico.- Igualmente se usa la comparación con las

curvas patrones.

Mecánico.- Se introducen también testigos a diferentes profundidades y en varios puntos. Luego se estudia las muestras donde se puede sacar los datos buscados.

V .3.- 2.a...- PRIMER CASO.- Consideremos el caso de una



na interfase a un ángulo ϕ_1 que separa dos medios de resistividades ρ_1 y ρ_2 respectivamente

Para este caso Keller ha demostrado que el método de la imágenes no es

correcto, por la aparición de ciertas singularidades. (R8)

Se debe considerar coordenadas cilíndricas cuyo eje z coincida con O .

Se plantea la ecuación de Laplace y se resuelve con el método de separación de variables. Donde aparecen las funciones de Bessel modificadas. Haciendo todo el proceso matemático se obtiene los siguientes potenciales para las capas. (R6)

$$V_1 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left\{ \frac{1}{R} + \frac{4}{\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\infty A(\lambda, \mu) \cos \lambda z \operatorname{Ch} \mu \varphi K_{i\mu}(\lambda r) d\mu d\lambda \right\}$$

$$V_2 = \frac{I \rho_1}{2\pi} \left\{ \frac{1}{R} + \frac{4}{\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\infty B(\lambda, \mu) \cos \lambda z \operatorname{ch} \mu \varphi K_{i\mu}(\lambda r) d\mu d\lambda \right\}$$

donde $A(\lambda, \mu) = \frac{K \operatorname{sh} 2\mu(\pi - \alpha)}{\operatorname{sh} \mu \pi + K \operatorname{sh} \mu(2\alpha - \pi)} K_{i\mu}(\lambda r_0)$

$$B(\lambda, \mu) = \frac{K \{ \operatorname{sh} \mu \pi - \operatorname{sh} \mu(2\alpha - \pi) \}}{\operatorname{sh} \mu \pi + K \operatorname{sh} \mu(2\alpha - \pi)} K_{i\mu}(\lambda r_0)$$

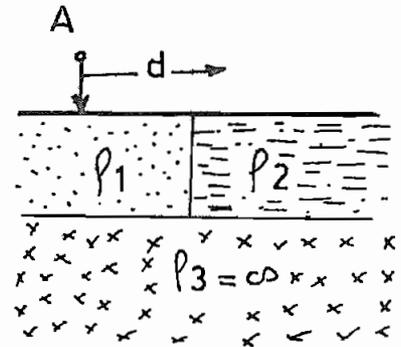
Para este caso, a igual que los anteriores existen -
curvas patrón

VI.- 3.- 2.b.- SEGUNDO CASO.-

Para este caso tenemos un e -
jemplo de la Fig.

A si mismo se trabajo con el
principio de las imágenes.

tenemos como resultado el pote
cial en el punto M:



$$V_M = \frac{I \rho_1}{2\pi} \left\{ \frac{1}{(x^2 + y^2)^{1/2}} + \frac{K_1}{[(x - 2d)^2 + y^2]^{1/2}} \right\} +$$

$$+ \frac{I \rho_1}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{(x^2 + y^2 + 4m^2 E^2)^{1/2}} + \right.$$

$$\left. + \frac{K_1}{[(x - 2d)^2 + y^2 + 4m^2 E^2]^{1/2}} \right\}$$

Igualmente existen curvas patrón.

$$a = \frac{\lambda_1 t_0}{2} \qquad t_0 = \frac{\text{tiempo de recorrido}}{EK}$$

$$\text{Sen } \alpha = \frac{\lambda_1^2 (t_2^2 - t_1^2)}{\frac{4 \lambda_1 t_0}{2} (x_2 - x_1)} \qquad \frac{x_2 + x_1}{\frac{4 \lambda_1 t_0}{2}}$$

RELACION CON EL MODELO.- Las numerosas dificultades que se presentan en el cálculo numérico al hacer diseños de puestas a tierra son muchas y son consecuencia directa de las varias heterogeneidades del subsuelo. Estas dificultades se ha creído evitarlas haciendo uso de modelos experimentales para el estudio de estos fenómenos que directamente influyen en el diseño de puesta a tierra.

Esto de modelar ayuda y aclara todo el fenómeno. El papel semiconductor puede ayudar a modelar, usando varias capas de él para variar las constantes de acuerdo al número de capas y usando pintura de plata dibujar el electrodo de prueba. En verdad el método es sencillo, pero tiene el inconveniente de que se trabaja únicamente en dos dimensiones y otro problema que es más grave, es el de no poder aplicar directamente la semejanza geoelectrica, puesto que la diferencia de potencial en el terreno (semiespacio) decrece en proporción inversa con la distancia mientras que en el modelo (semiplano) la diferencia de potencial es logarítmica.

Otra desventaja en estos casos es en que la resistividad del papel varía de un rollo a otro rollo -

en una misma longitud por la humedad a que cada área está expuesta. El papel además no es isotrópico puesto que existe un valor del 15% de diferencia al medir la resistividad en las dos direcciones principales. (R20) (R3)

En el punto IV.3. se describió el método seguido en la cuba electrolítica para modelar suelos no homogéneos para el diseño de puesta a tierra.

El proceso seguido se resume en la colocación de un cierto modelo, cuya área es proporcional al área interna de la cuba electrolítica, con alfileres en sus paredes (ver fotografías) para evitar efectos de contorno; luego se ha medido para un determinado electrodo el potencial en varios puntos (cada cm.) alrededor de una interfase (20 cm. a cada lado), dando como resultado una serie de valores de potencial en diversos puntos, con una semejanza a una matriz (Fig.M1), luego mediante un programa en el computador (Apéndice A6) se ha trazado las líneas equipotenciales valiéndonos de interpolaciones.

Los gráficos que se acompañan a continuación y los del Apéndice A5, son una parte de las varias -

curvas equipotenciales sacada después de todo el proceso seguido, en el computador y el número total de estos gráficos oscila de 90 a 100, que pueden ser leídos en el archivo del diskette de la computadora.

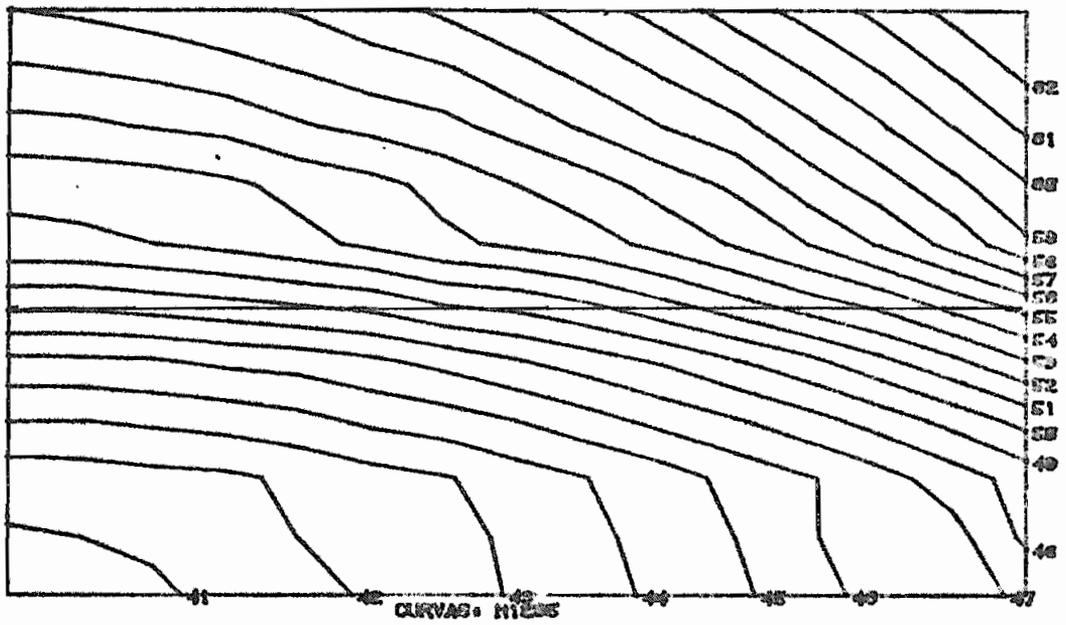
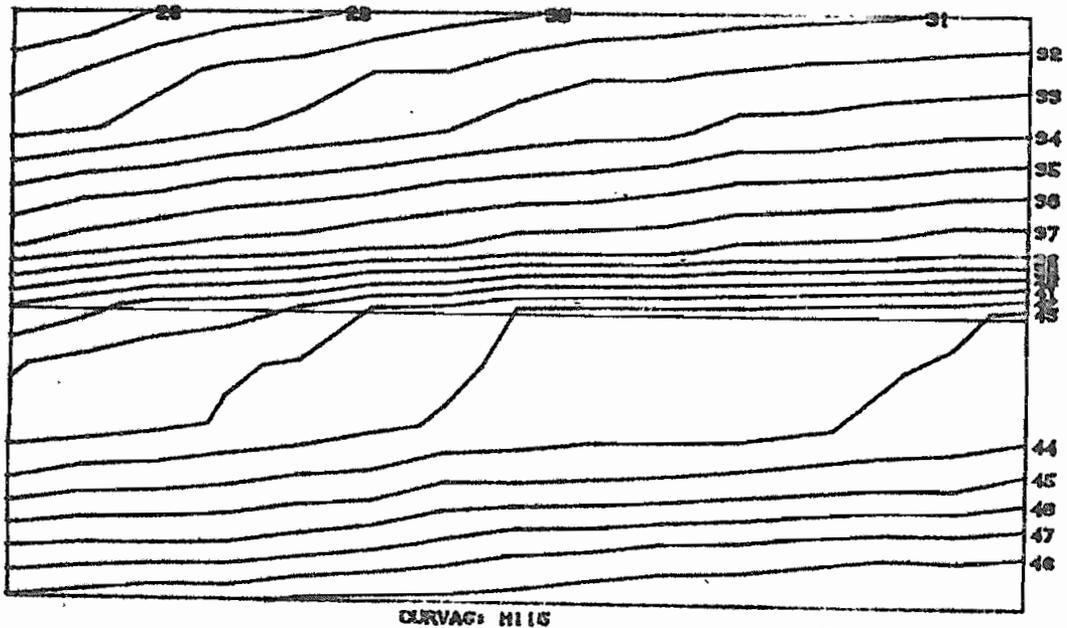
En cada uno de estos gráficos se pueden ver la línea del medio que es la interfase y cerca de cada curva el valor en porcentaje que representa.

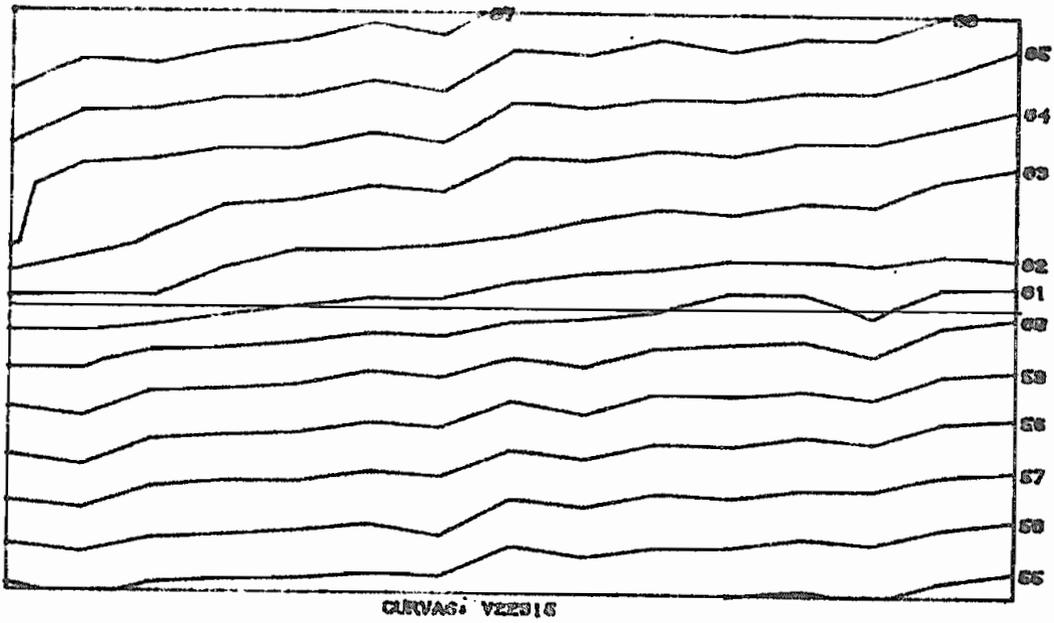
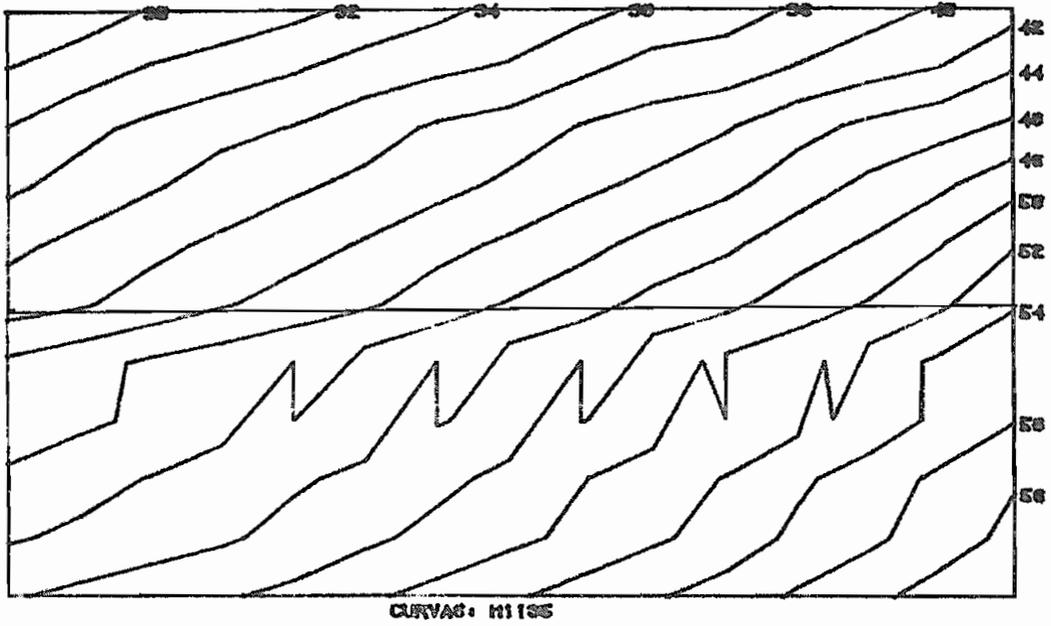
6.0	7.0	8.0	13.2	13.4	13.7	13.9	14.1	14.4	14.5	14.7	14.9	15.1	15.3	15
15.7	16.2	16.4	16.6	16.8	17.0	17.2	17.3	17.5	17.7	17.9	18.2	18.3	18.4	18
18.8	18.9	19.1	19.3	19.4	19.5	19.7	19.7	19.8	20.2	20.1	20.3	20.5	20.7	20
20.9	20.7	21.0	21.1	21.1	21.1	21.2	21.0	21.0						
12.4	12.5	12.8	13.0	13.2	13.4	13.6	13.8	14.1	14.3	14.5	14.7	15.0	15.1	15
15.4	15.7	15.9	16.1	16.3	16.4	16.7	16.9	17.0	17.2	17.3	17.6	17.8	18.0	18
18.3	18.5	18.7	18.9	19.1	19.3	19.5	19.7	19.8	19.9	20.1	20.2	20.4	20.5	20
20.7	20.7	20.9	21.0	21.1	21.1	21.1	21.1	21.2						
12.3	12.5	12.7	13.0	13.3	13.5	13.6	13.7	14.0	14.2	14.4	14.8	14.8	14.9	15
15.2	15.6	15.7	15.9	16.1	16.3	16.5	16.8	16.9	17.1	17.3	17.6	17.5	17.8	18
18.2	18.3	18.5	18.7	18.8	18.9	19.1	19.3	19.5	19.6	19.8	19.9	20.1	20.2	20
20.3	20.4	20.4	20.5	20.5	20.6	20.7	20.8	20.8						
12.7	12.6	12.8	13.1	13.3	13.5	13.7	13.9	14.1	14.4	14.5	14.8	15.0	15.2	15
15.6	15.8	16.1	16.2	16.4	16.6	16.8	16.9	17.1	17.3	17.4	17.6	17.8	18.1	18
18.5	18.6	18.5	18.8	18.8	19.1	19.2	19.2	19.3	19.3	19.5	19.9	20.1	19.9	19
19.8	19.9	20.0	20.1	20.1	20.1	20.2	20.4	20.4						
11.9	13.0	13.2	13.4	13.9	14.0	14.3	14.4	14.4	14.9	14.9	15.4	15.5	15.6	15
16.4	16.4	16.5	16.8	16.9	17.0	17.1	17.3	17.4	17.7	18.0	18.3	18.4	18.4	18
18.8	19.0	19.3	19.5	19.6	19.9	19.9	20.3	20.4	20.6	20.9	21.1	21.2	21.4	21
21.4	21.6	21.5	21.7	21.6	21.9	21.9	22.0	21.6						
15.3	15.6	15.6	15.7	15.9	16.2	16.4	16.7	16.9	17.0	17.3	17.5	17.7	17.9	18
18.4	18.6	18.9	19.3	19.6	19.8	19.8	20.2	20.4	20.7	21.0	21.3	21.7	22.0	22
22.4	22.6	22.4	22.6	22.6	22.7	22.9	23.2	23.8	23.2	23.6	23.9	24.0	23.7	23
24.3	24.1	24.1	24.2	24.2	24.2	24.3	24.3	24.8						
15.7	15.8	15.8	16.0	16.2	16.1	16.3	16.4	16.9	16.8	17.0	17.2	17.4	17.6	17
18.1	18.4	18.6	18.8	19.0	19.2	19.4	19.8	19.9	20.3	20.6	20.6	21.2	21.7	21
21.7	21.8	22.0	22.1	22.3	22.6	23.0	22.9	23.1	23.1	23.6	23.9	24.1	24.1	24
23.8	23.9	24.0	24.1	24.1	24.1	24.4	24.6	24.9						
16.2	16.2	16.3	16.4	16.5	16.8	17.0	17.2	17.4	17.6	17.9	18.3	18.5	18.8	18
19.2	19.5	19.7	19.8	20.0	20.4	20.6	21.0	21.2	21.7	21.7	22.0	22.3	22.4	22
22.9	22.9	23.0	23.2	23.3	23.4	23.8	23.9	24.1	24.1	24.4	24.8	25.0	24.8	24
24.8	25.0	25.9	26.0	26.5	25.9	26.2	26.4	26.3						
16.9	17.1	17.3	17.4	17.1	17.4	17.9	18.4	18.4	18.5	18.8	18.9	19.4	19.4	19
19.8	20.1	20.6	20.7	20.6	21.0	21.2	21.4	21.6	22.4	22.5	22.5	23.1	23.4	23
23.8	23.9	24.4	24.6	24.6	25.1	25.1	25.1	25.5	26.1	26.3	26.3	26.5	26.7	26
27.1	27.2	27.3	27.5	27.4	27.5	27.6	27.7	27.6						

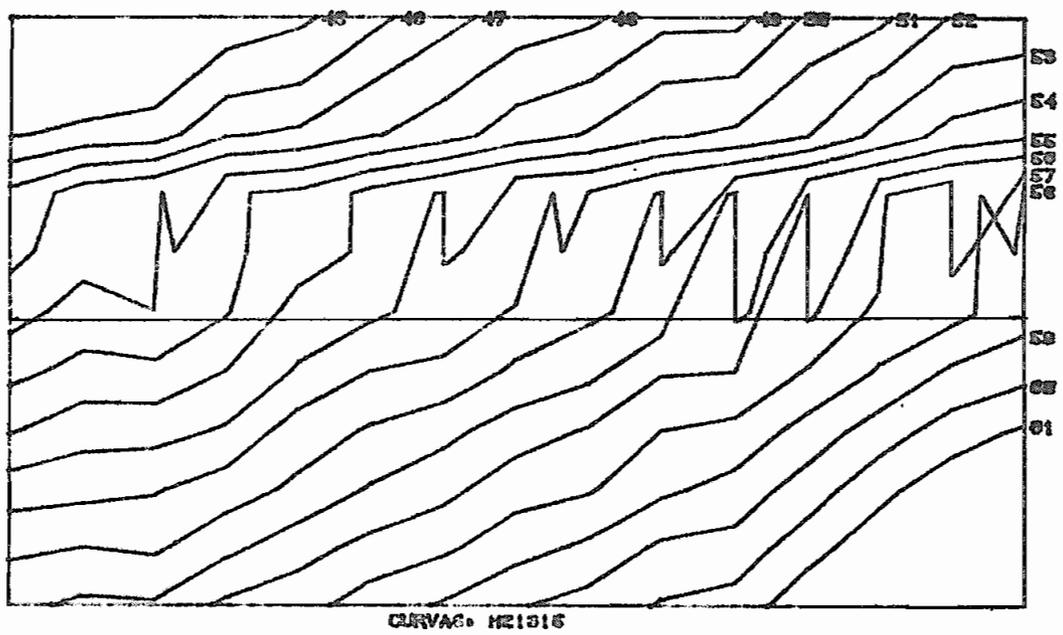
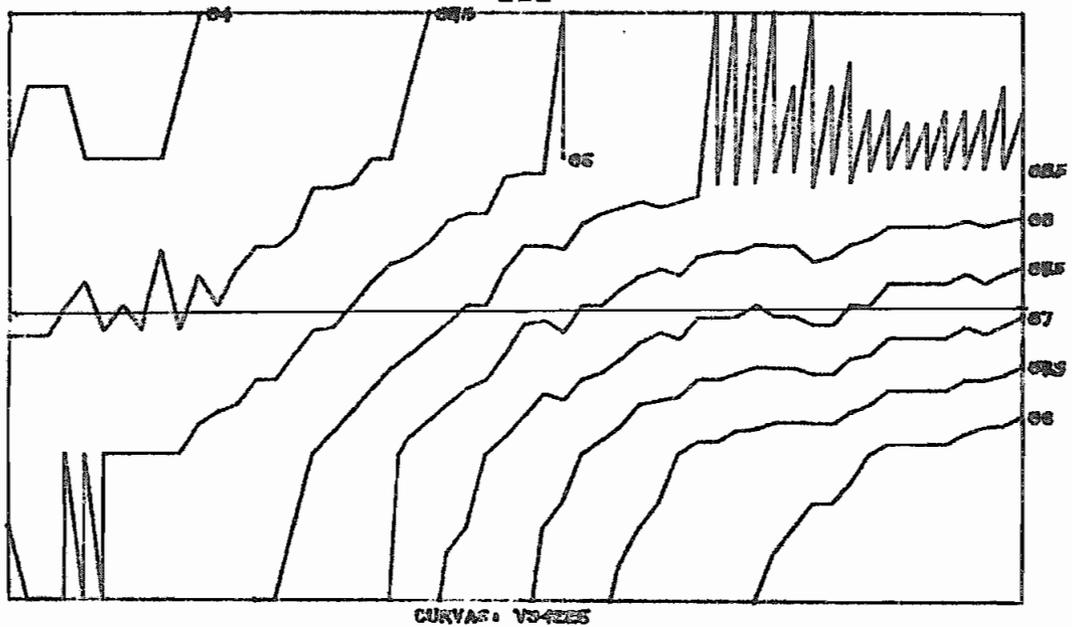
CURVA: H11110
11 FILAS
15 COLUMNAS

27.0	27.6	28.2	28.6	28.8	29.3	29.7	30.0	30.4	30.4	30.6	30.8	31.2	31.2
28.5	29.2	29.8	30.1	30.6	31.1	31.3	31.8	31.8	32.0	32.4	32.8	32.7	32.7
29.4	30.1	30.7	31.0	31.4	31.7	31.8	32.3	32.3	32.4	32.6	33.0	33.3	33.4
32.2	32.8	33.0	33.4	33.8	34.1	34.5	35.0	35.1	35.2	35.4	35.8	35.9	36.0
34.0	34.5	34.8	35.3	35.6	36.0	36.4	36.7	37.0	37.2	37.6	37.7	38.1	38.3
38.3	38.8	39.4	40.0	40.2	40.8	40.9	41.5	41.4	41.8	42.0	42.2	42.2	42.5
39.0	39.3	39.6	40.2	40.5	41.0	41.5	41.7	41.9	42.2	42.5	42.7	42.9	42.9
39.5	39.9	40.2	40.4	40.9	41.3	41.7	42.1	42.4	42.5	42.7	42.9	43.0	43.1
42.1	42.4	42.8	43.1	43.6	43.8	43.9	44.1	44.3	44.5	44.9	44.9	44.9	45.1
44.4	44.7	45.2	45.2	45.5	45.6	45.8	46.4	46.5	46.6	46.6	46.9	47.1	47.2
46.3	46.7	46.8	47.0	47.5	48.0	47.8	48.3	48.4	48.5	48.5	48.6	48.7	49.0

FIG. M1







De las curvas equipotenciales se pueden hacer algunos comentarios:

- Curva H115 - Esta nos demuestra una familia de curvas equipotenciales normales, cerca a una interfase, con una variación en los porcentajes de 40,41,42 y 43 %.

- Curva H1135.- Se puede observar en la parte inferior, algunas perturbaciones en una misma dirección.

Esta perturbación puede ser originada por el movimiento de la sonda dentro del electrolito.

- Curva H1235.- En su parte inferior se puede notar la deformación de las líneas equipotenciales.

Esta deformación tiene la forma de esquina, esto se puede asumir al efecto de esquina o al borde del modelo.

- Curva H21315.- En su parte superior nos demuestra la existencia de perturbaciones en todas sus líneas equipotenciales, que puede ser causadas también por el movimiento de la sonda.

Además aquí en este gráfico se puede ver que la curva equipotencial de 57% con la 58% se llegan a unir-

- (cortar); eso nunca puede suceder por lo que se da cuenta que el error allí es más por mediciones.
- Curva V20315.- Nos demuestra como el valor del 61% corta dos veces la interfase. Puede ser falla del modelo o existencia de algún efecto perturbador.
- En este mismo gráfico se puede deducir que pasará lo mismo con el valor de 60.5%.
- En los modelos H 3112; H3122; H3132, en sus tres profundidades (5, 10,15 cm.) se encuentran en la parte inferior otras perturbaciones. Para observar este problema se ha presentado solo la curva H31325, siendo similares a estas las curvas citadas.
 - Curva V 34225.- Esta es una curva experimental, que demuestra la influencia del movimiento del electrolito en los resultados. Esta curva ha sido sacada para condiciones en que el electrolito tiene una perturbación por el movimiento intencional de la sonda.

Los modelos usados se resumen en la parte IV.3.

De las curvas anteriores, se ha podido tomar de

referencia el eje (línea del medio) que representa la interfase y se han sacado las relaciones de resistividades, basándonos en la formulación matemática IV.4.

Los gráficos que a continuación se acompañan (relaciones de resistividades en función del porcentaje de potencial) son los resultados del proceso descrito y nos dan una idea de la relación de resistividades que se está simulando en cada modelo.

A igual que los gráficos anteriores (líneas equipotenciales), guardan la misma codificación.

Todos estos gráficos, poseen sobre la curva los números 5, 10, 15; que significan para un determinado modelo la variación de la profundidad.

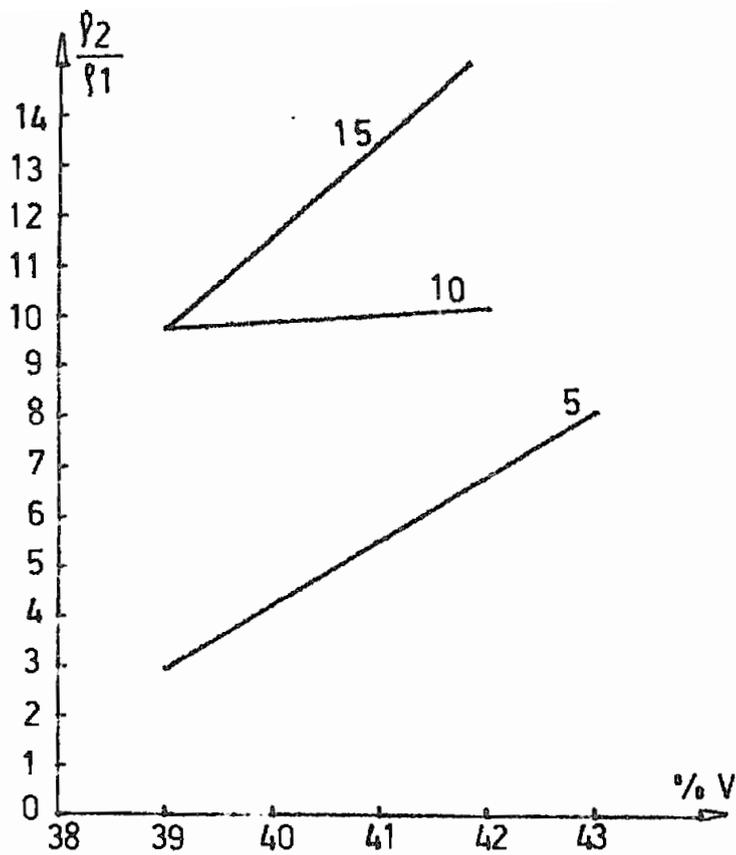
Con el objeto de ver si se mejoran los resultados, se ha colocado en dos modelos diferentes una concentración de sulfato de cobre en el electrolito para mejorar su conductividad y se han obtenido los resultados de la gráfica M H112 y M H123. Los modelos que han sido mejorados por esta condición es el H112 y el H123.

Si se desea comparar cuando el electrolito es agua potable y cuando en el electrolito se han co-

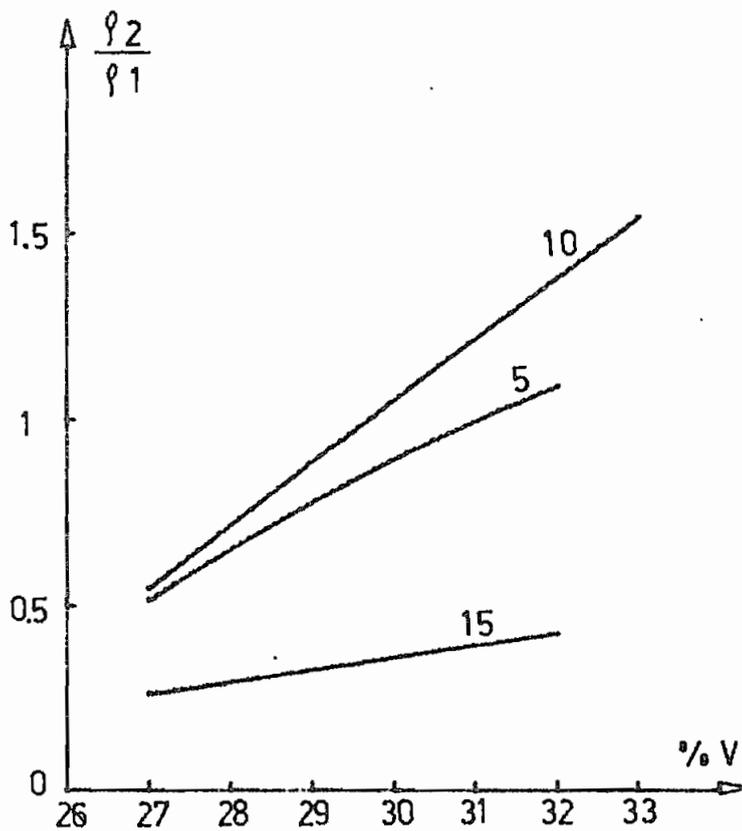
locado una concentración de sulfato de cobre, basta comparar las curvas MH112 con H112 y MH123 con H123 a las diversas profundidades.

El motivo de haber usado este compuesto es para evitar la corrosión de los elementos.

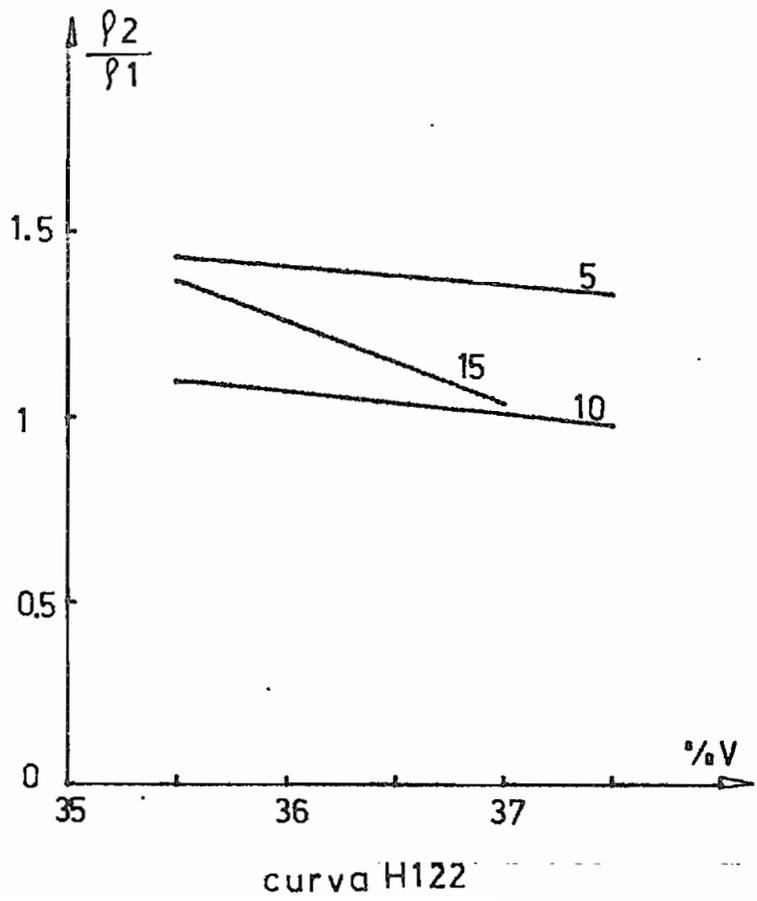
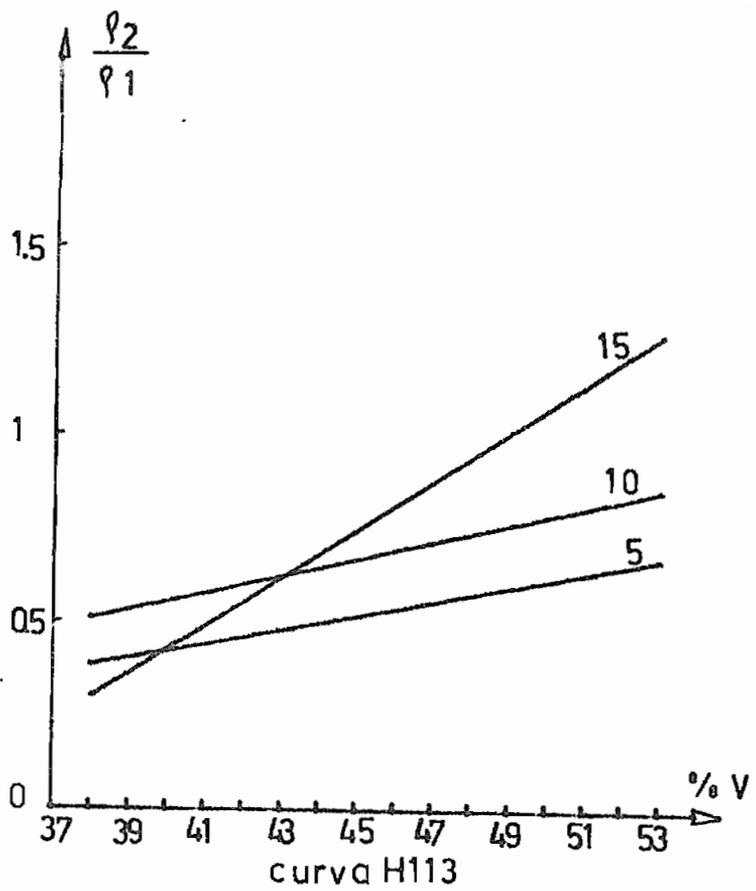
A base de esta comparación se puede deducir de que la curva lo que hace es desplazarse de un punto a otro.

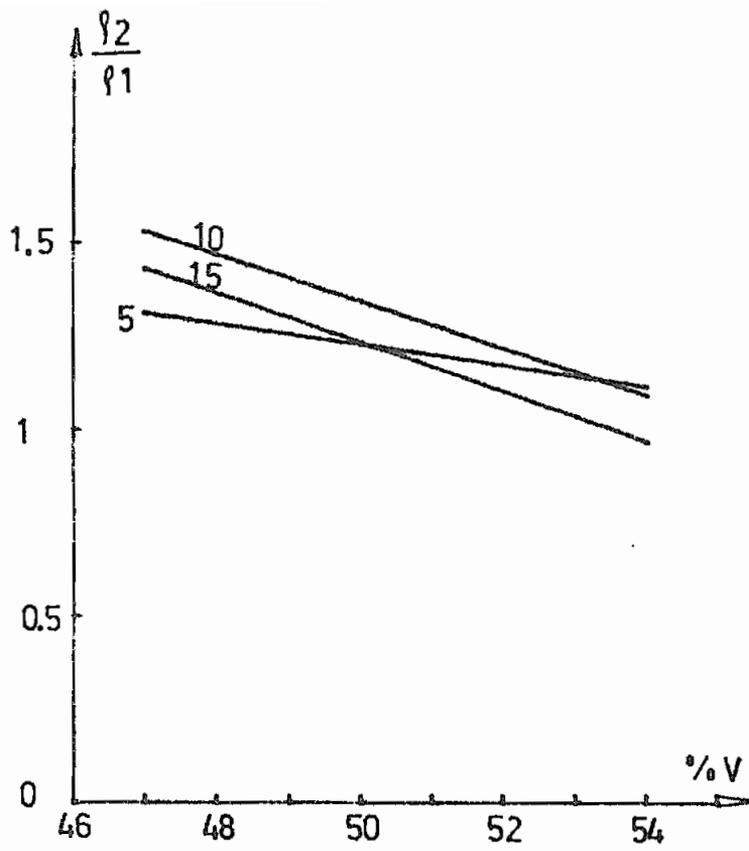


curva H111

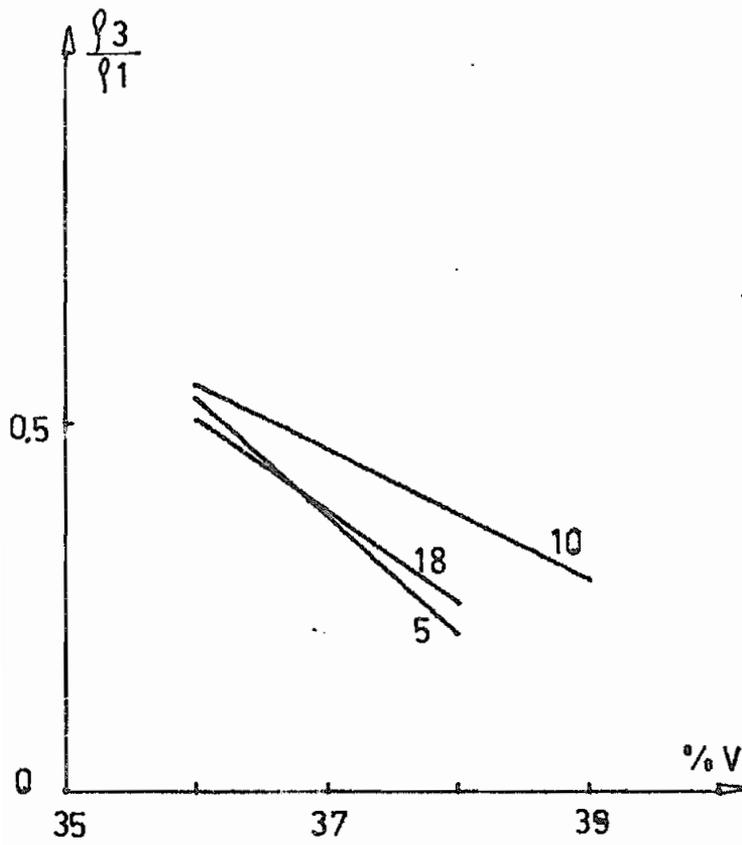


curva HT12

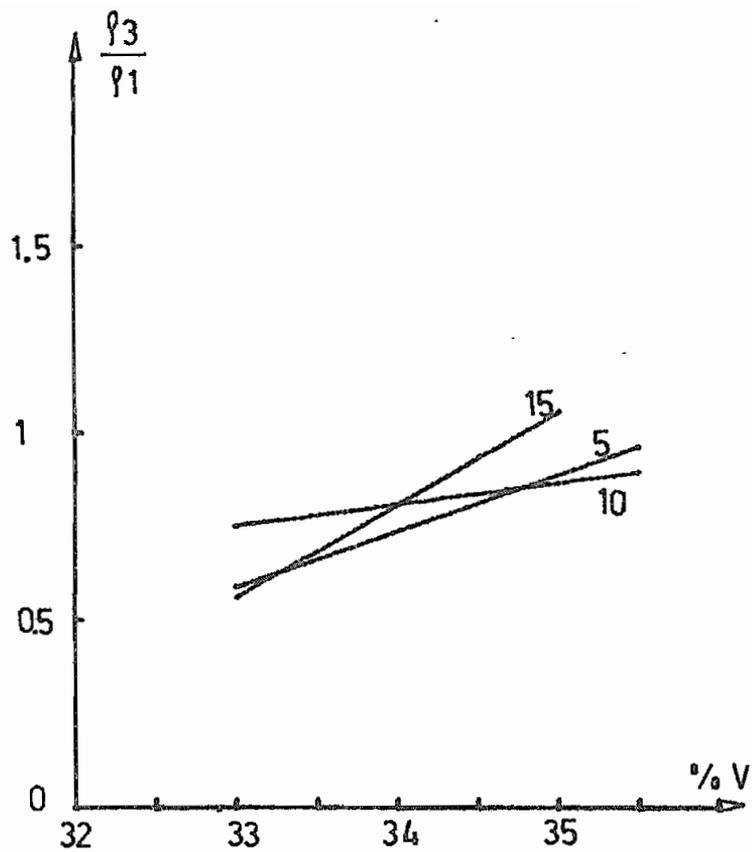




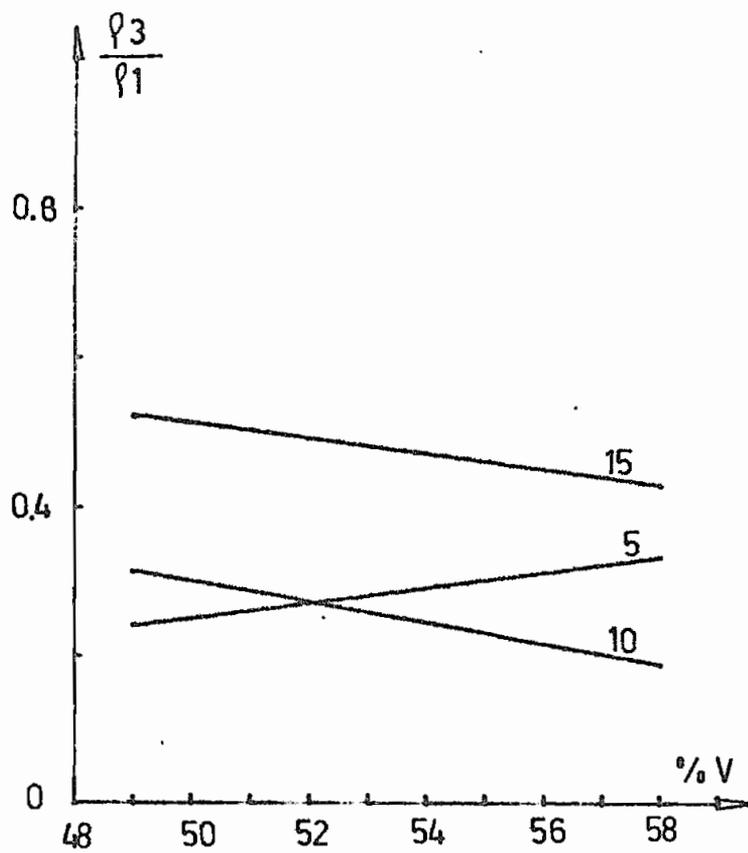
curva H123

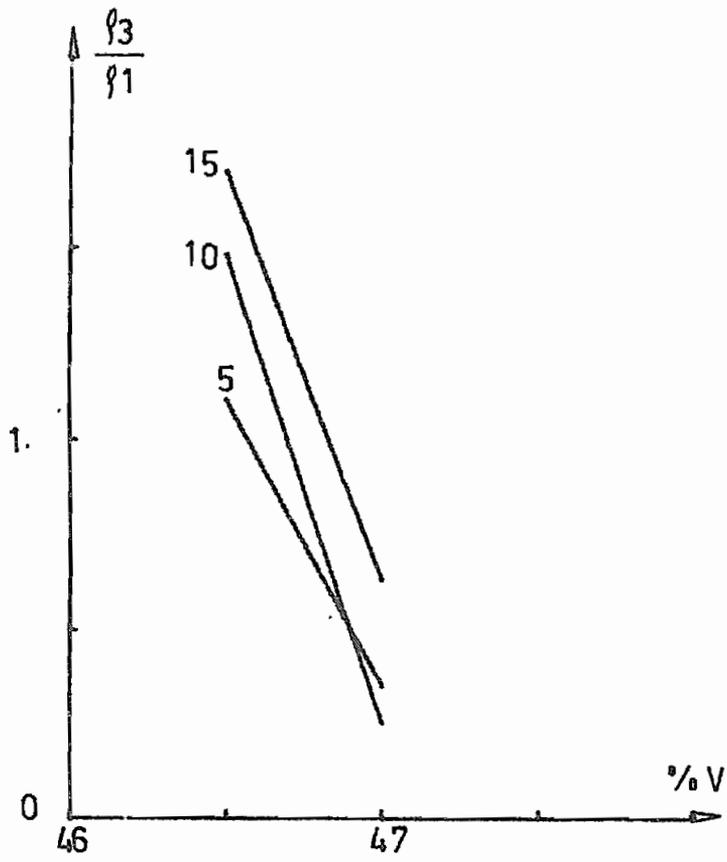


curva H211

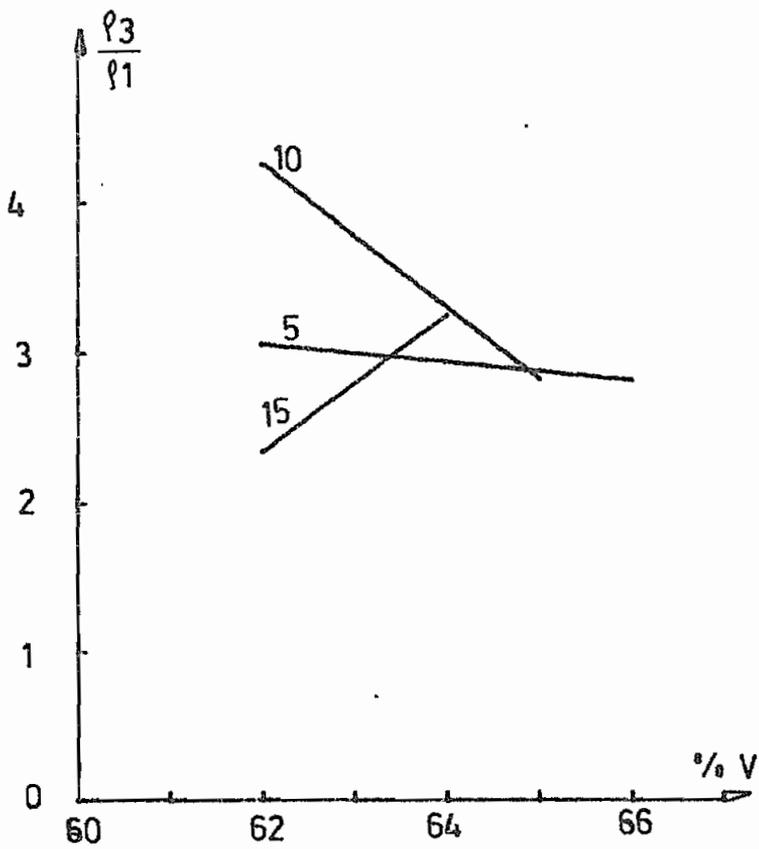


curva H212

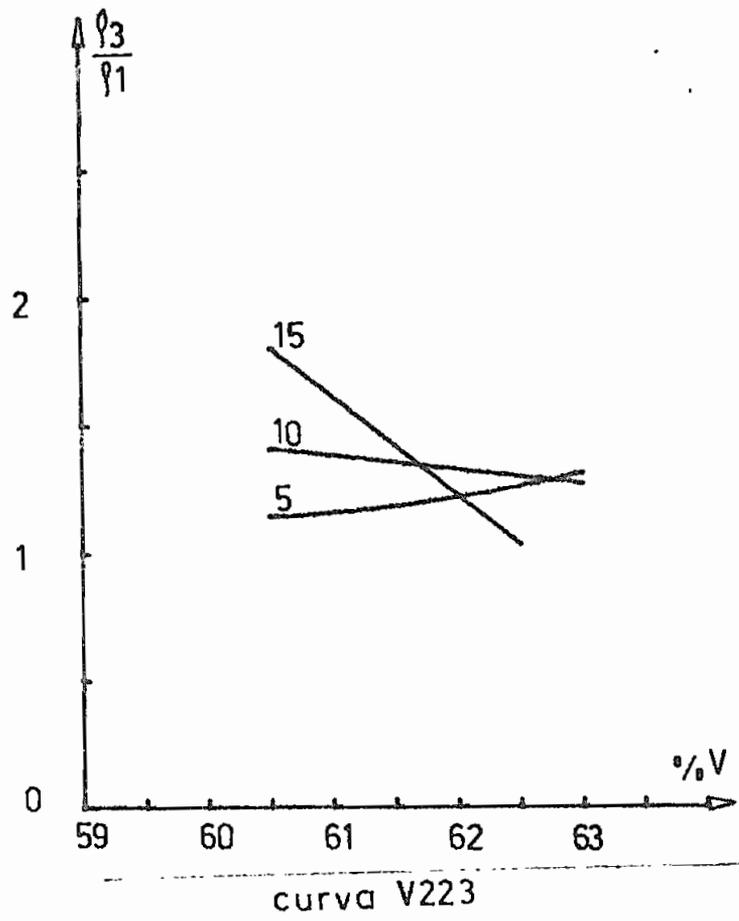




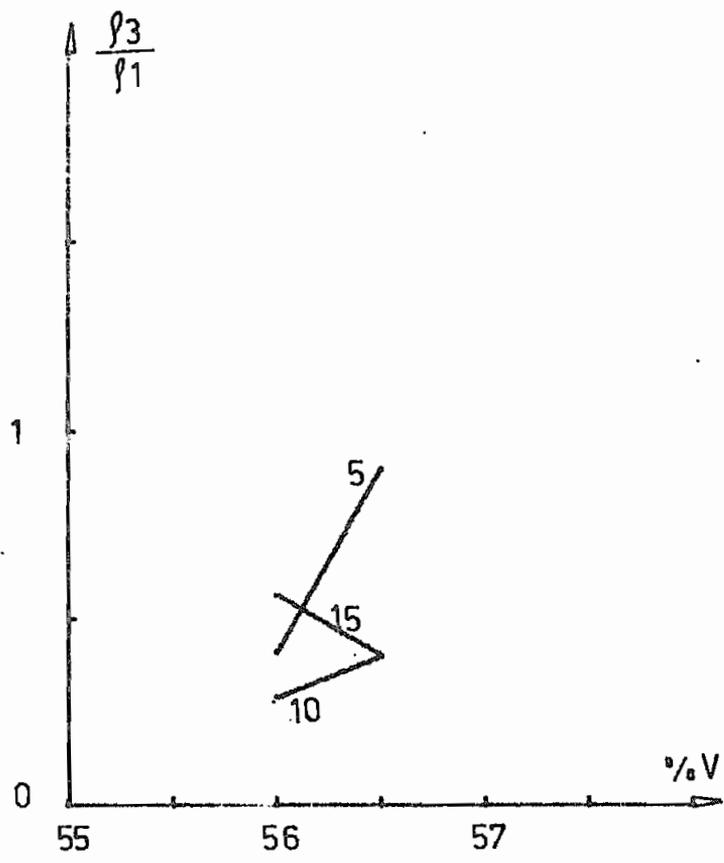
curva H222



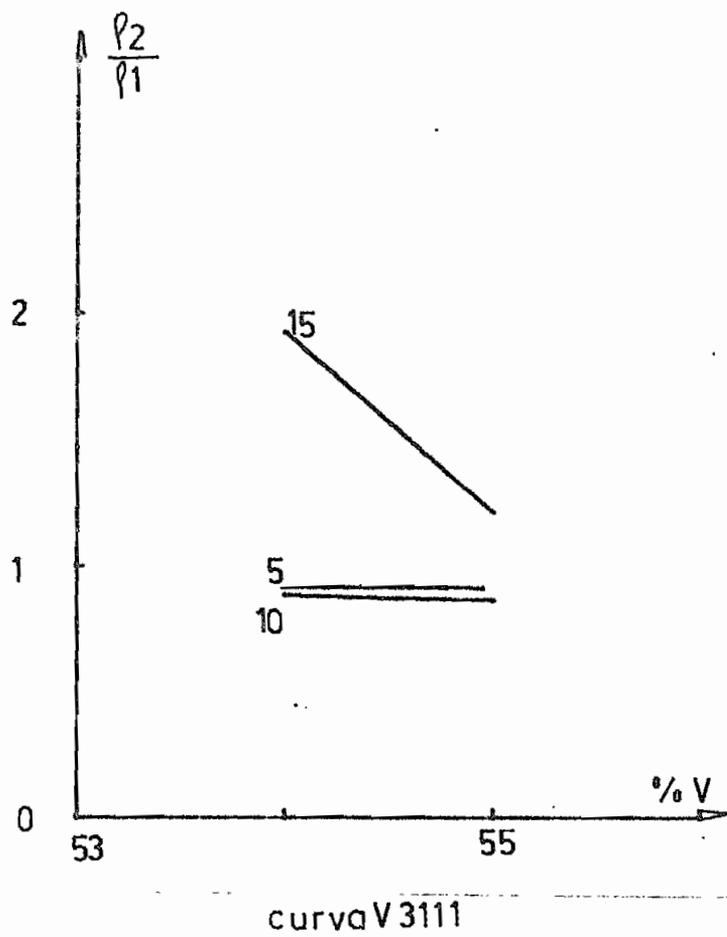
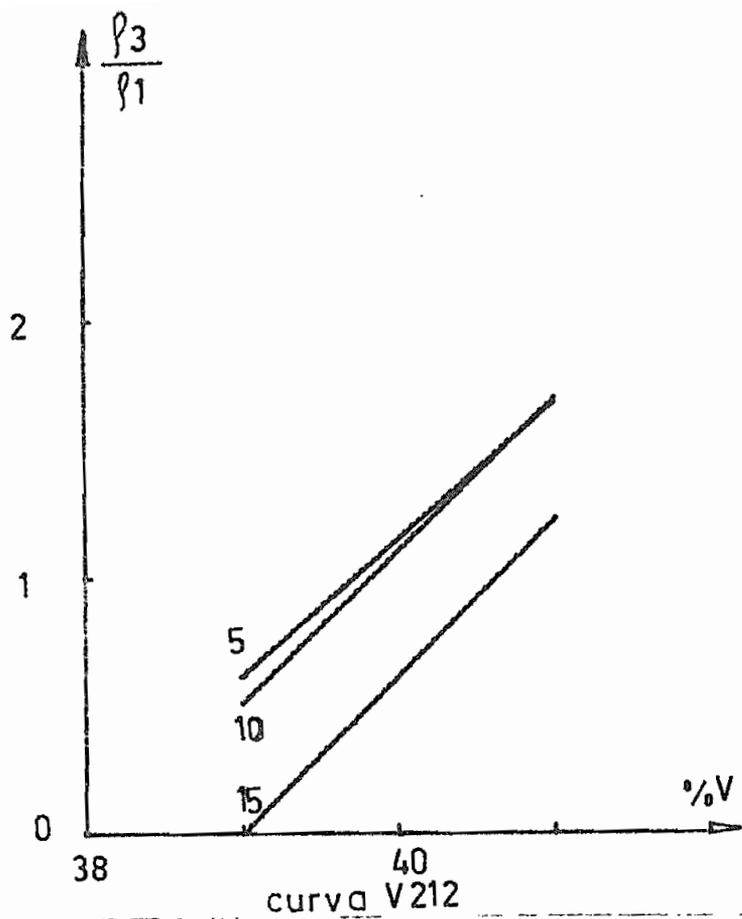
curva H223

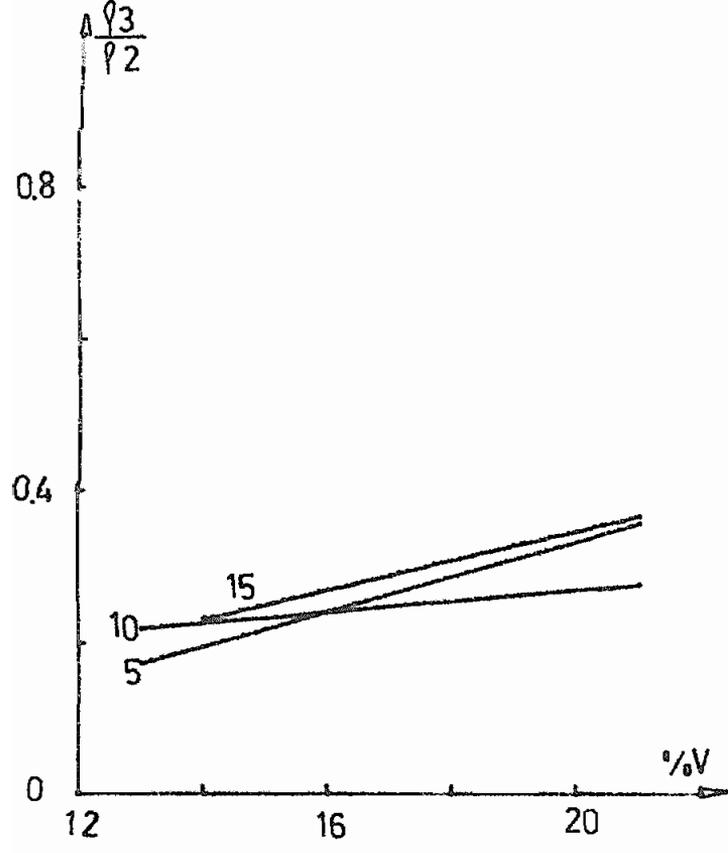


curva V223

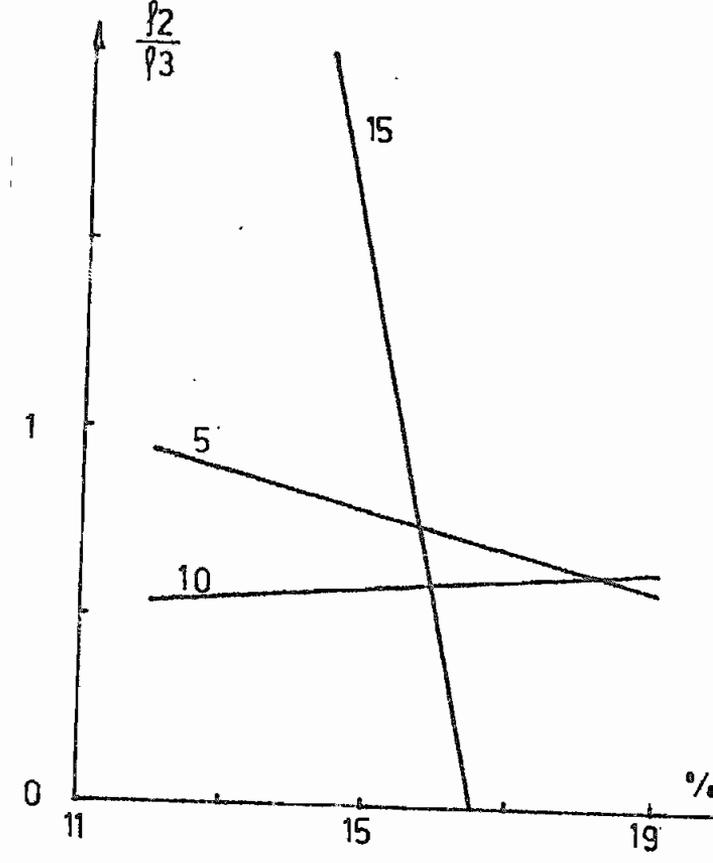


curva V222

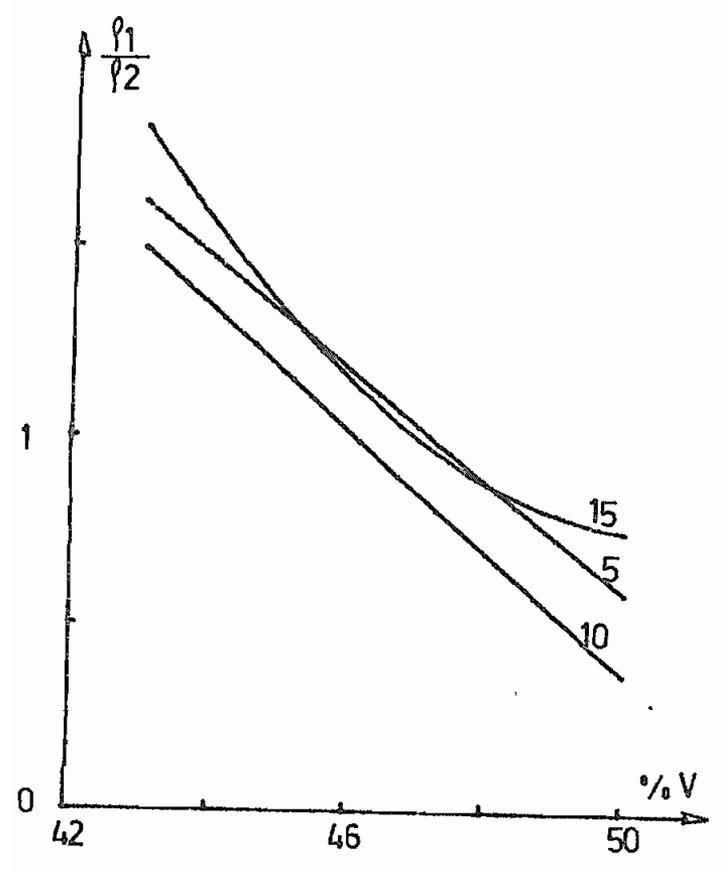




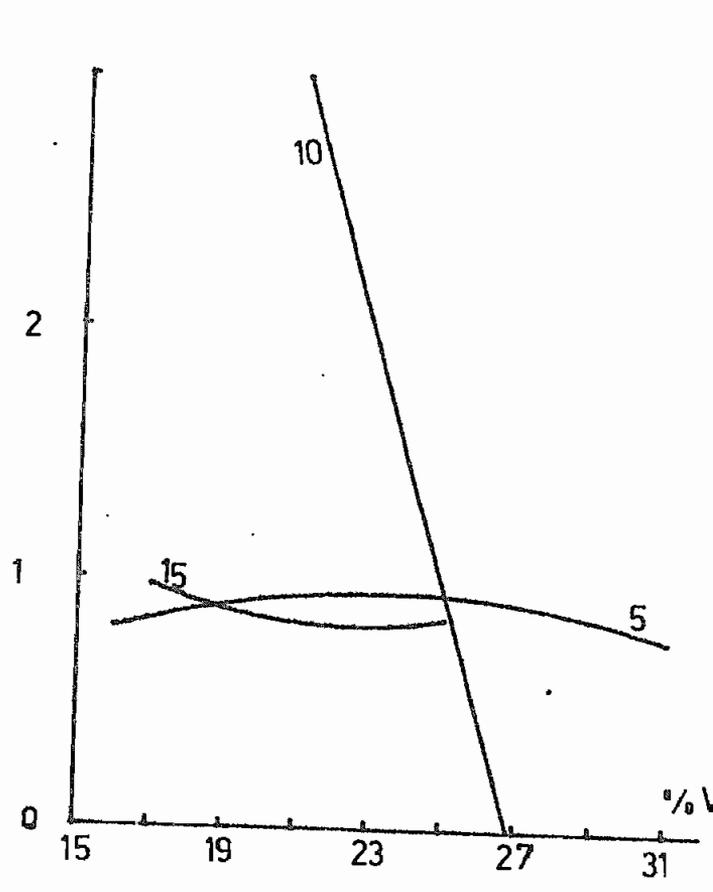
curva H3112



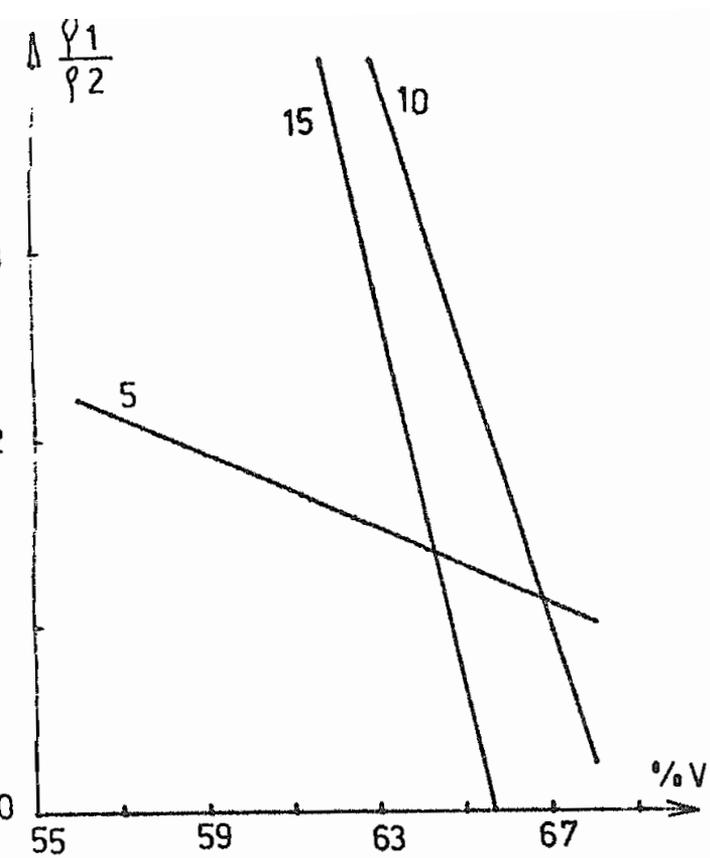
curva H3122



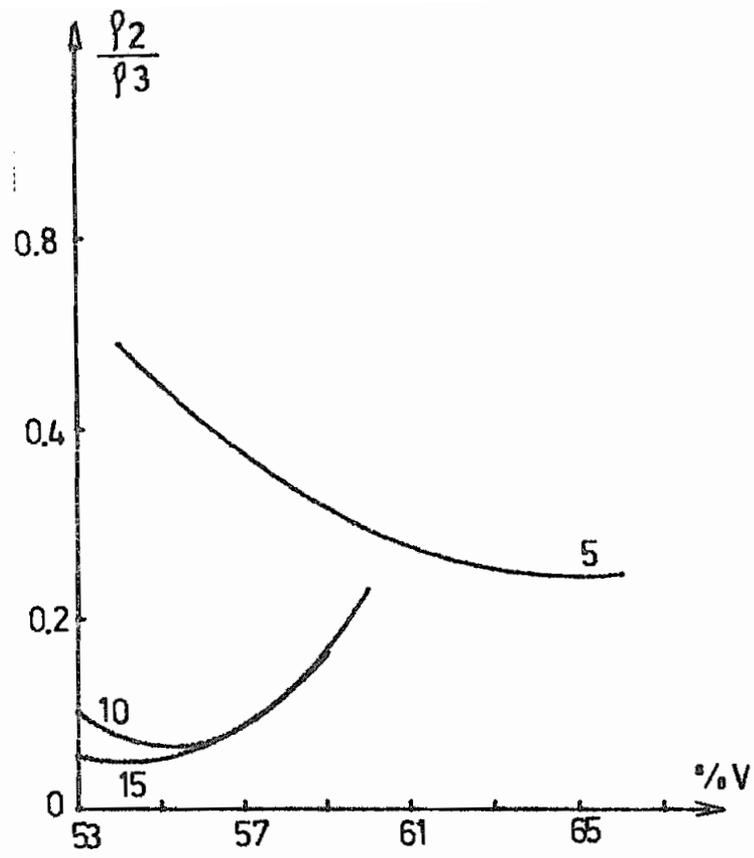
curva H3121



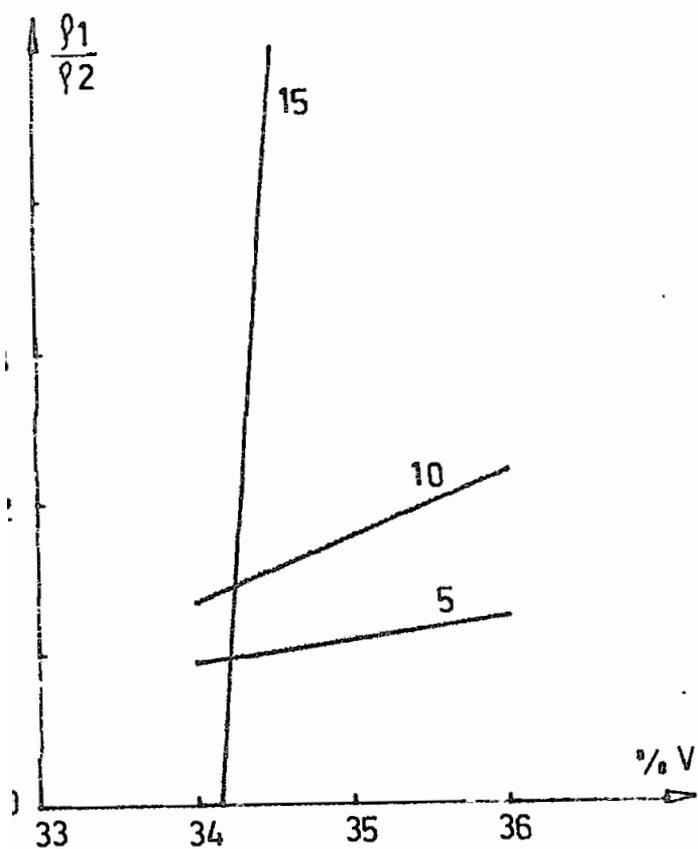
curva H3132



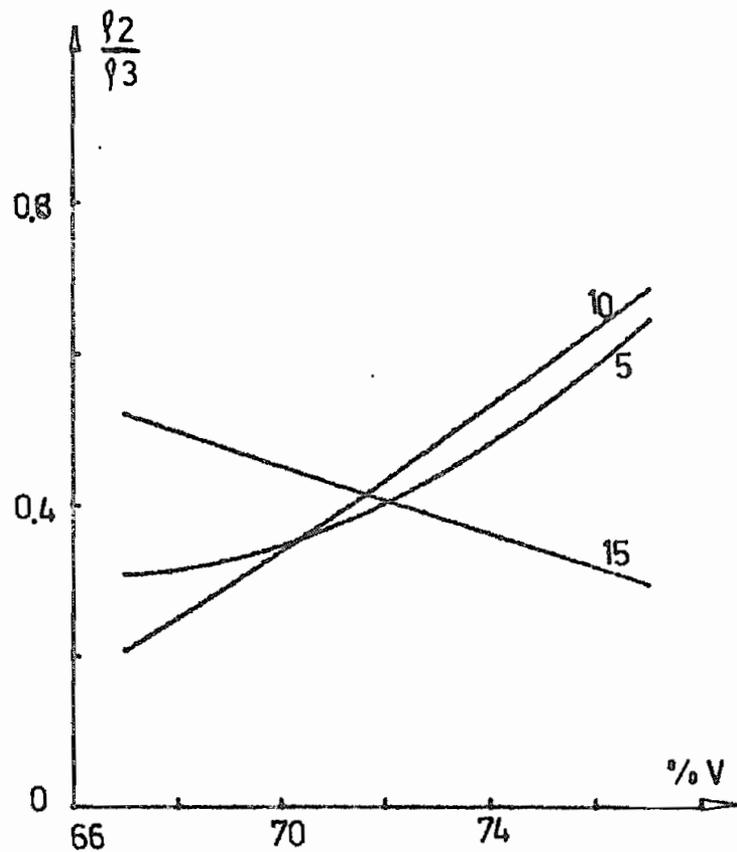
curva H3131



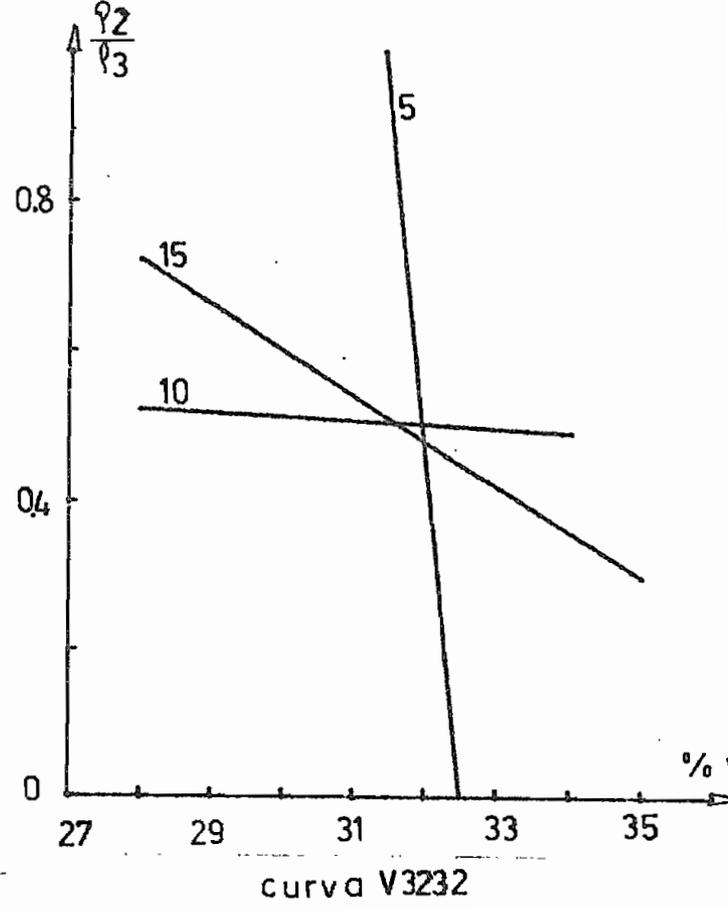
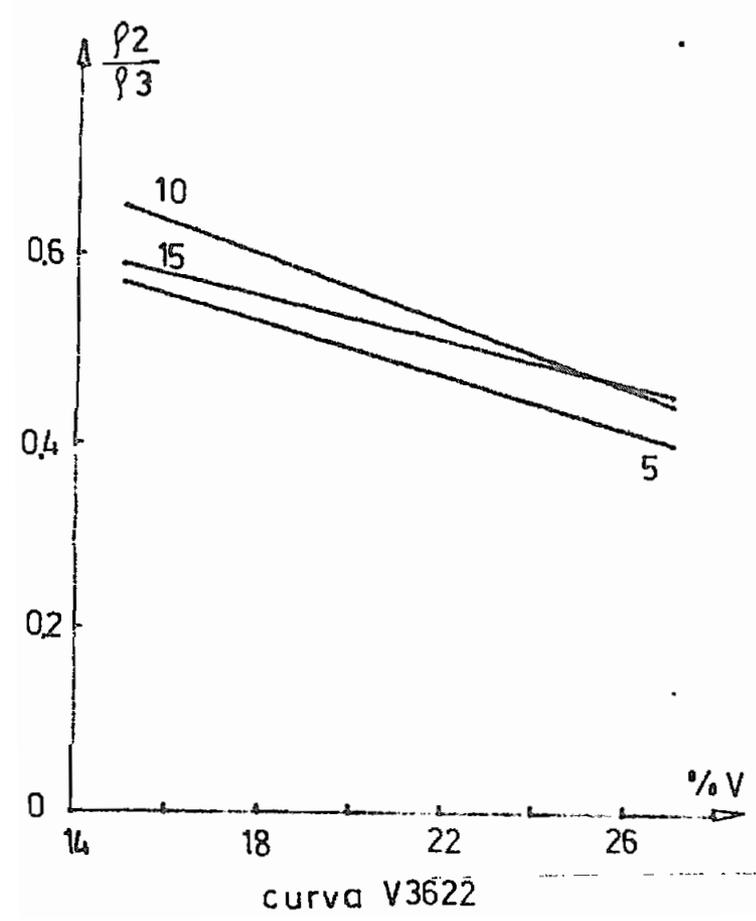
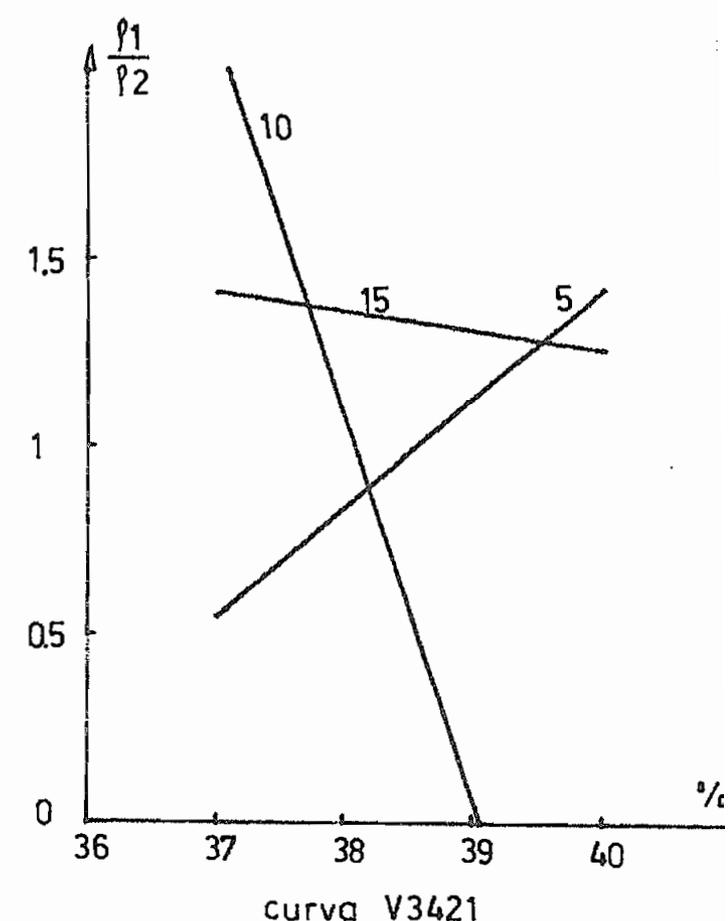
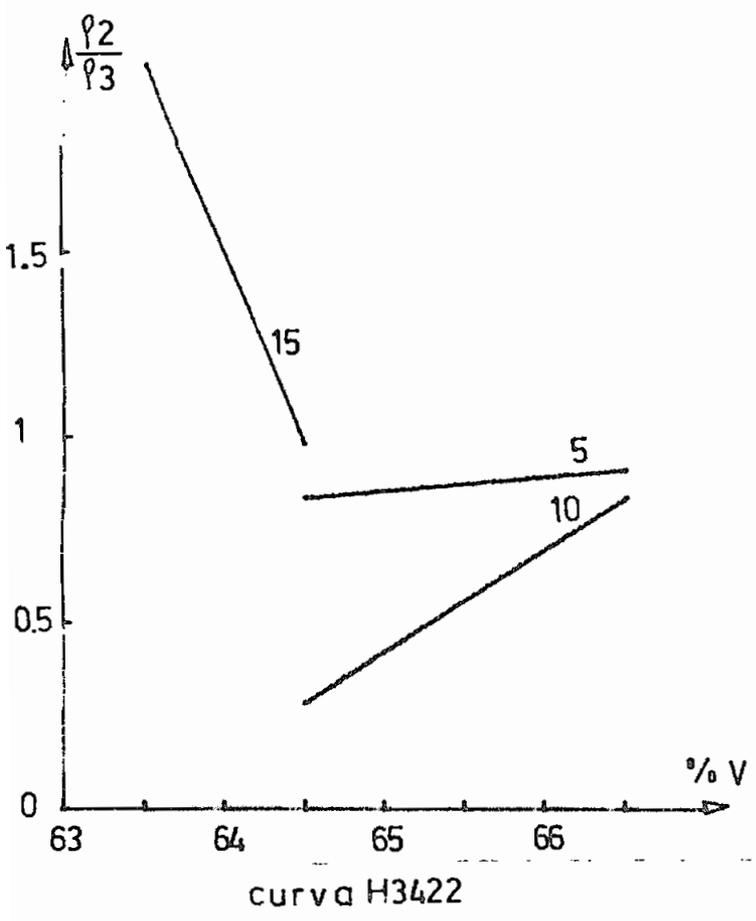
curva H3422

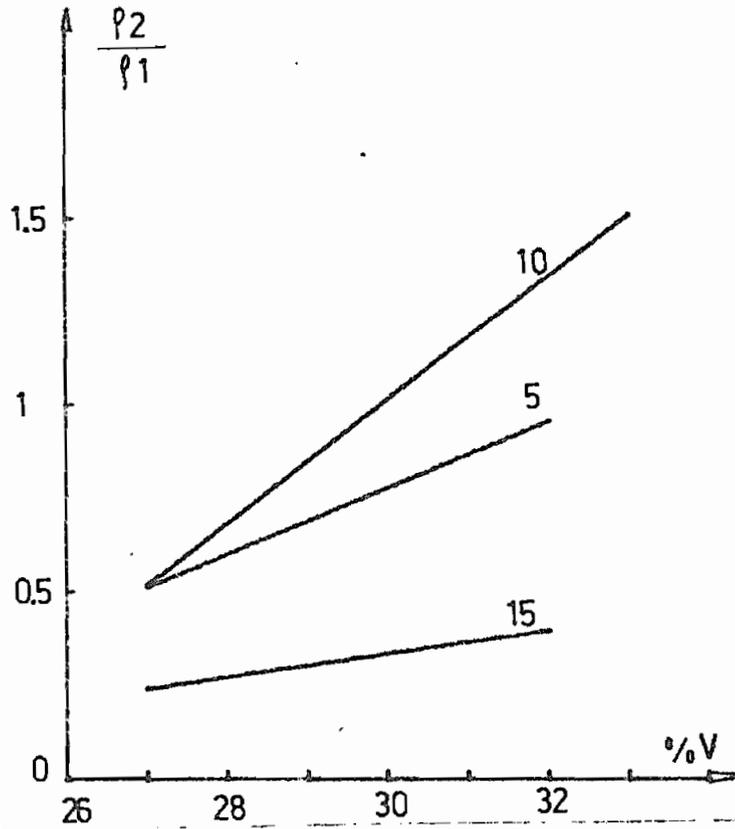


curva H3421

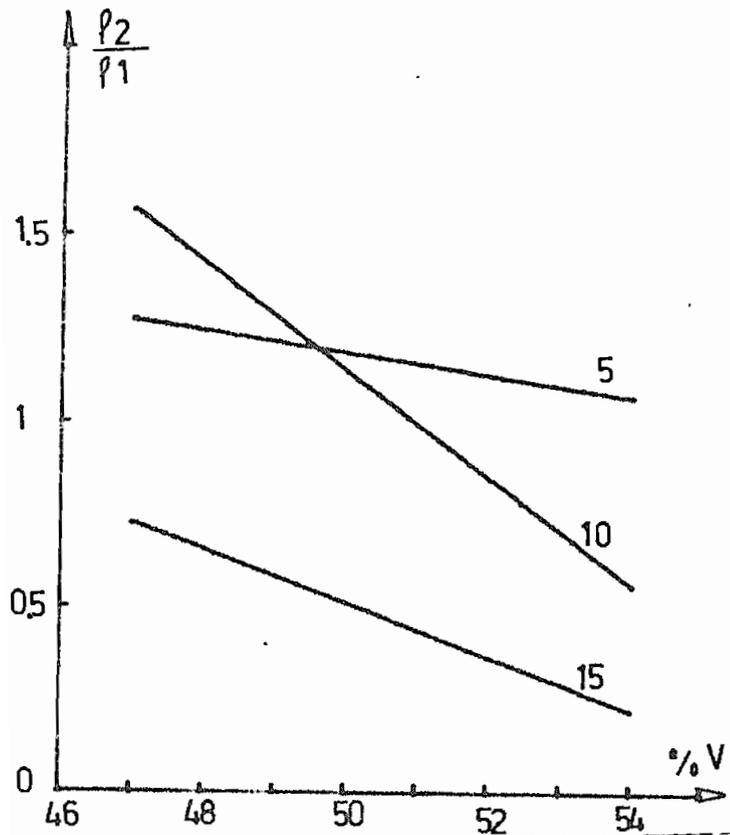


curva H3432





curva M H112



curva M H123

De las curvas expuestas haremos unos comentarios.

Curva H111.- Los valores de relación de resistividades varían en forma considerada en función de las profundidades. Para la profundidad de 5 cm. va dicho valor de 3 a 5 ; para 10 cm. se puede observar que caso se mantiene constante, mientras que para 15 cm. varía también de 10 a 15.

Curva H113.- Las curvas de las tres profundidades se cortan entre los porcentajes de potencial 39 a 44 para un valor aproximado de 0.5 (relación de resistividades)

Curva H122.- En estas curvas la relación de resistividades oscila de 1 a 1.5.

Curva H223.- Las curvas a tres profundidades se cortan formando un triángulo, cuyo valor de porcentaje de potencial oscila de 63 a 65 para una relación de cercana de 3. Lo mismo podríamos decir de la curva V223 cuyo rango de valores de porcentaje de potencial va de 61.5 a 63 para una relación de 1 a 1.5.

Las curvas H3112, H3122, H3132, H3432, V3421, V3232, también se cortan entre sí formando una área.

Estas curvas son el resultado de una serie de proce

tos concatenados, y por eso de ellas podemos decir-
que poseerán errores, como consecuencia de la acumu-
lación de varios pequeños errores existentes en to-
dos los pasos del experimento.

VI.- CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES

- Basándonos en los análisis de las curvas obtenidas, se puede deducir que estos valores encontrados están en un rango de variación muy amplio, lo que no permite tener un margen confiable de seguridad en este método.
- En este método se debió tener en cuenta el efecto perturbador de los límites del modelo que principalmente son las paredes de la cuba, que actúan como medios aislantes sin homólogos en la realidad.
- Los resultados se vieron alterados también por la no consideración de las cargas imágenes que se producen como resultado de la discontinuidad del campo eléctrico en la zona límite de separación de los medios (agua- vidrio y agua- parafina).
- Las varillas que se usan para evitar efectos de contorno en el modelo y para formar interfases, son también motivo para alterar el campo eléctrico por las mismas razones. Estas influencias de las car -

gas imágenes dan una contribución alta, siendo esta, función de la diferencia de los índices de refracción que a su vez son función de la raíz cuadrada de las permitividades.

- Los resultados nos demuestran que el traslado de la sonda dentro del electrolito, forma una perturbación en el campo eléctrico, alterando los resultados.

Esta alteración puede verse en la forma de las líneas equipotenciales si este método usa como formulación la desviación de las líneas equipotenciales y si estas están afectadas, los resultados no serán confiables. A pesar de que después de cada medida se han limpiado los elementos para evitar polarización en ellos, siempre existirá una influencia por estas razones. Para la distribución de estratos la formulación matemática es muy compleja y requiere conocimientos de matemáticas avanzadas.

- Para el estudio del subsuelo, el método más práctico es el mecánico, pero su aspecto económico no justifica.

- Los resultados de experimentación adolecen de muchas fallas y principalmente se cree por la dificultad

tad de encontrar con exactitud en la interfase los valores de potencial que influyen en la variación del ángulo de incidencia y el reflejado.

Estas variaciones son altas y quizás sobrepasan a los cambios de ángulos en magnitud.

En esta experimentación que es una minúscula investigación, se han sacado algunos resultados que de todas maneras siendo positivos o negativos desde los dos puntos de vista, es un aporte para que se puedan incrementar mejoras, para un futuro poder si mular grandes y complicados casos especiales.

RECOMENDACIONES

Las variaciones de los terrenos o las heterogeneidades influyen en el diseño de puestas a tierra.

Al simular estos suelos por los resultados obtenidos en la celda electrolítica, se recomienda trabajar en el terreno. Es decir se deberá hacer la misma celda en un terreno, se llenará de materiales de la forma que se deseen modelar los estratos, para allí proceder al estudio de los varios tipos de electrodos más usuales.

Este método también tiene inconvenientes como el de no lograr una perfecta homogeneidad cada estrato, lo que dificulta en relacionar los resultados.

- Para trabajos posteriores se recomienda el uso del Computador, bastará sacar una matriz de voltajes e introducirla dicha matriz en él para que nos grafique directamente las curvas equipotenciales a diversos porcentajes de potencial.

- Para encontrar un método que realmente satisfaga la simulación y basándonos en la anterior recomendación, se sugiere hacer una celda de plástico transparente de dimensiones 0.50 x 0.50 x 0.25 m para allí probar con parafina o con diversos materiales. Como

es lógico, en esta nueva cuba será más fácil trabajar y se necesitará menos material (parafina o tipos de tierras) El objeto de hacer una cuba transparente es para observar la estratificación del subsuelo simulado.

- Si se desea trazar alguna curva experimental en los ejes rectangulares X y Y teniendo varias coordenadas de las curvas, se sugiere usar el programa de regresión del archivo del Computador. La curva resultante se ajustará a las condiciones, permitiendo así corregir datos erróneos de las mediciones.
- Hacer el estudio práctico para medir la impedancia de la malla de puesta a tierra.
- Hacer un estudio con modelos, de la resistencia de estructuras de hormigón como elemento de puesta a tierra.
- Hacer un programa digital para resolver la ecuación de Laplace por el método de separación de variables para allí colocar ciertas condiciones de borde y po

der simular de esta forma varias resistividades. La ventaja del Computar TETRONIX es la facilidad en los gráficos.

- Se sugiere comprar un equipo de sondeo eléctrico, basando en los métodos de reflexión y refracción para el estudio del subsuelo previo al diseño de puestas a tierra.

LISTA DE REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- R 1.- A'lpin.- Dipde methods for mesuring Earth con
ductivity.- 1.966.
- R 2.- Alger.- Registros Eléctricos 1.973.
- R 3.- Alston L.- High Voltaje
Evaluation of electric stress.
- R 4.- Aviles F. .- Optimización de cálculo en el di
seño de mallas de puesta a tierra en S/E en -
suelos no homogéneos. Tesis de grado.- Escue
la Politécnica Nacional. 1.978.
- R 5.- Codigo Electrico Ecuatoriano
Resistencia de puesta a tierra. 1.973.
- R 6.- Cook.- Interpretation of resistivity data o -
ver filled sinks.
- R 7.- Freire J.- Experimentación en suelos para el
diseño de mallas de tierra. Tesis de Grado -
Escuela Politécnica Nacional. 1.978.
- R 8.- Griffiths.- Geofísica Aplicada. 1.962.
- R 9.- I.E.E.E. Electric and magnetic fields at the -
earth's surface due to auroral currents.- T -
PAS 70 apr 578-584.
- R10.- I.E.E.E.- Resistance in nouniform soel T-PAS -

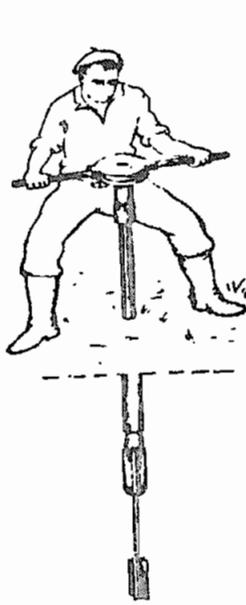
63 Oct 782 -788

- R11.- I.E.E.E. .- Power stations grounds in Nonuni-
for. Soil.- Evaluation of soil resistivity T
Pas 63 Dec 966 -970.
- R12.- I.E.E.E. .- Optimun Design of substation gro-
unding in a two Layer earth structure 1.975.
- R13.- I.E.E.E. .- Effect of two Layer on the elec -
tric Field 91 Jan/Feb. 1.979.
- R14.- Know Lton.- Manual del Ing. Eléctrico 1.967.
- R15.- Krauss J.- Electromagnetismo 1.960.
- R16.- Krumbein.- Estratografía 1.962.
- R17.- Logn.- Wapping Nearly vertical discontinuities 1.954.
- R18.- Moller. Tomo IV.- Electrotécnia General y A -
plicada 1.964.
- R19.- Naidu.- Theoretical analysis of aparent re -
sistivity.
- R20.- Orellana.- Normas prácticas para sondeos eléc
tricos 1.967.
- R21.- Orellana.- Propiedades de medios estratifica-
dos 1.965.
- R22.- Ramirez.- Geofísica Aplicada para Ingenieros-
1.973.

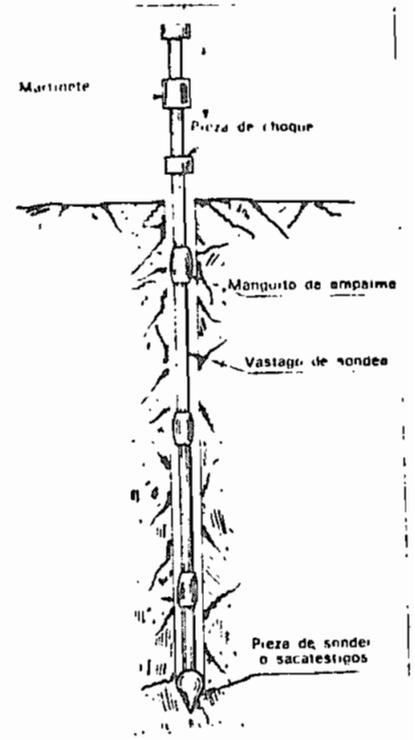
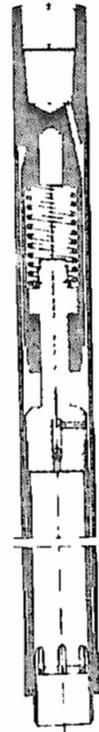
- R23.- Sumi.- Geoelectric exploration 1.956.
- R24.- Taco L.- Mediciones de distribución de potencial alrededor de electrodos de puesta a tierra, mediante una cuba electrolítica. Tesis de Grado. Escuela Politécnica Nacional.1.975.
- R25.- Tagg.- Earth Resistance. 1.968.
- R26.- Vass E. Apuntes de mediciones eléctricas E.P. N. 1.979.
- R27.- Vunget.- Física de dieléctricos 1.971.

APENDICE.- A1

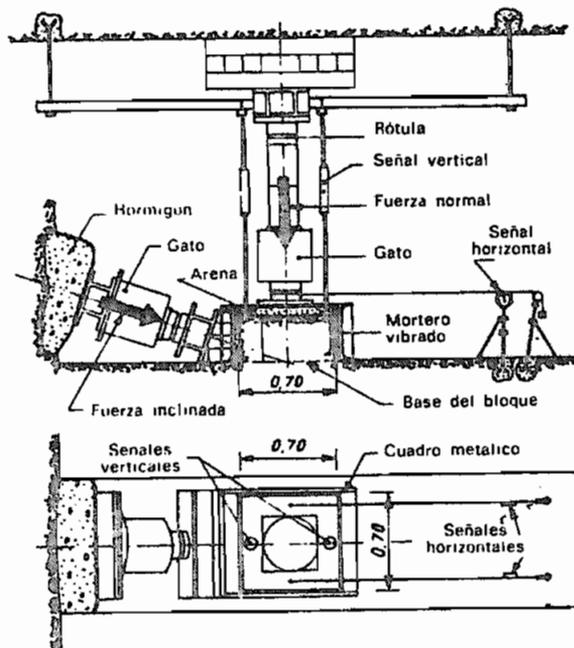
Para dar una idea completa sobre estos tipos de reconocimiento, se adjuntan a continuación algunos gráficos de los elementos.



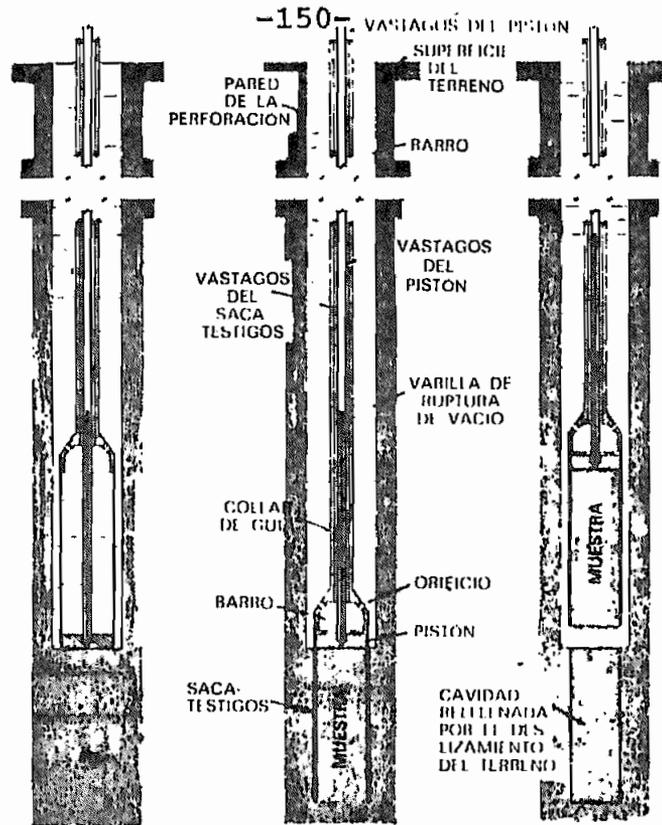
(A1 a)



(A1 b)



(A1 c)



- A a.- Método mecánico manual de sacar muestras.
- A b.- Penetrómetro para sacar muestras.
- A c.- Dispositivo completo con sacatestigos doble tubo interior giratorio cuyo avance se regula automáticamente.
- A d.- Principio del saca testigo de pistón.

APENDICE.- A2

Para el estudio del subsuelo por métodos eléctricos, se suele usar una ábaco (formato patrón) para graficar los datos medidos en el campo.

La página siguiente es una hoja de campo donde se puede observar al lado derecho un cuadro para copiar los datos; se tiene en el esquema del dispositivo usado; variaciones de distancias, escalas, corrientes a medirse; Resistencia ($R = V/I$) y valores de resistividad aparente (a). Este valor de a se puede calcular con el Apéndice A4.

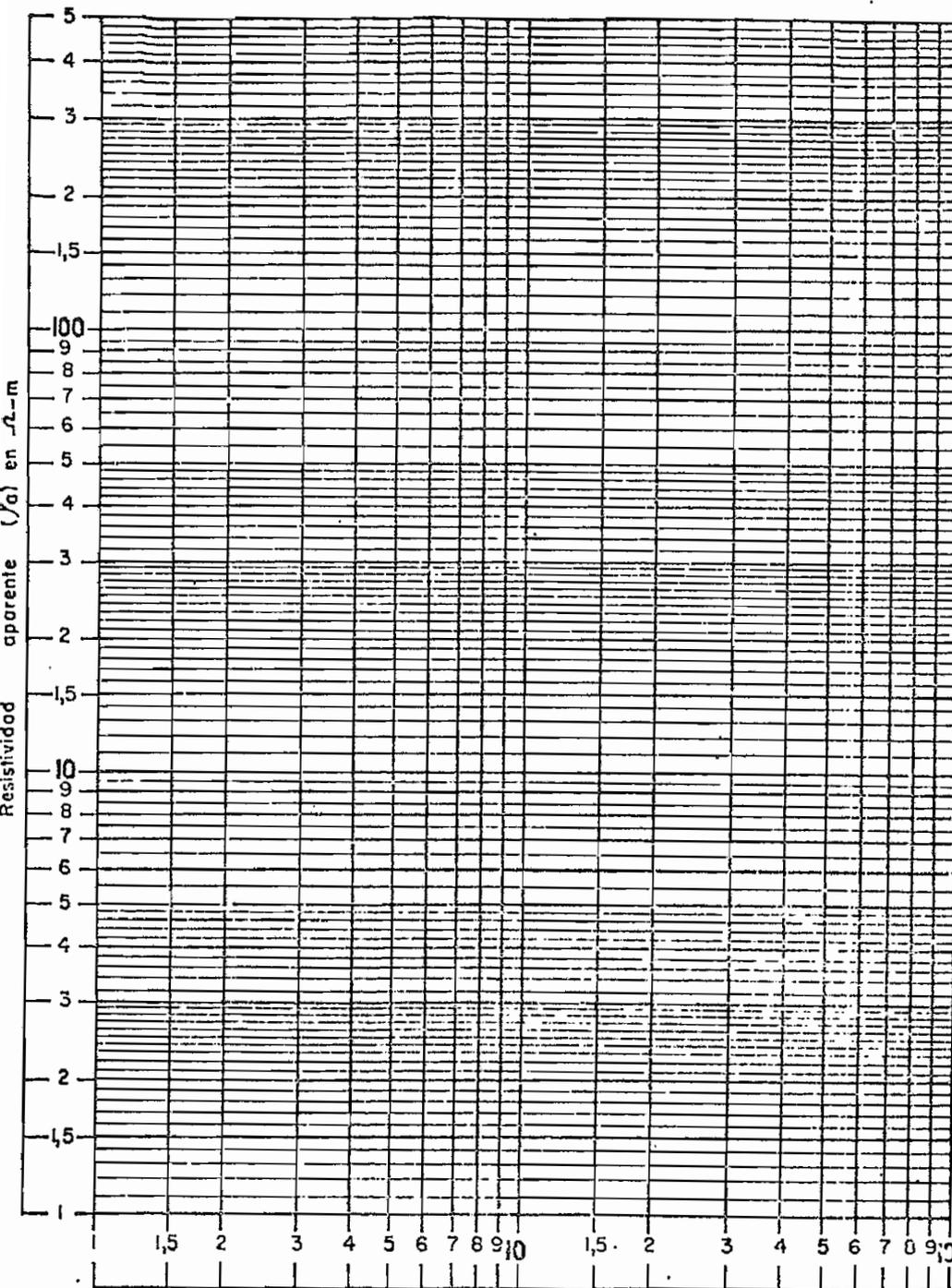
En la parte izquierda, existe también un formato para graficar $a = f(AB/2)$ y luego ver que forma toma la curva para comparar con el cuadro pequeño del lado derecho, para distinguir el tipo de subsuelo (ver también Apéndice A8)

Otro ábaco también existe a continuación que tiene iguales características que el anterior.

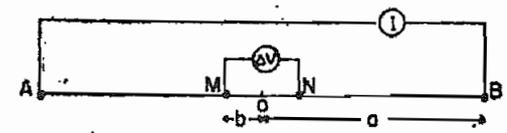
Estas características es de ser un papel logarítmico.

Fecha.....

Log



a	b	l	$\Delta V/l$	Escola	$\Delta V/l$	K	ρ_0 (Ω -m)
Metros	Metros						
2	0,5					12	
3	0,5					28	
4	0,5					49,4	
5	0,5					76	
5	1					38	
6	1					55	
8	1					99	
10	1					152	
10	2					76	
12	2					110	
15	2					175	
20	2					310	
30	2					700	
30	4					350	
40	4					618	
40	5					495	
47	5					680	



$\rho_1 = \dots \Omega\text{-m}$ C.R.=
 $\rho_2 = \dots \Omega\text{-m}$ E1= m
 $\rho_3 = \dots \Omega\text{-m}$ E2= m
 $\rho_2 = \rho_1$ E3= m
 $\chi_{AB/2} = \dots$ m ET= m

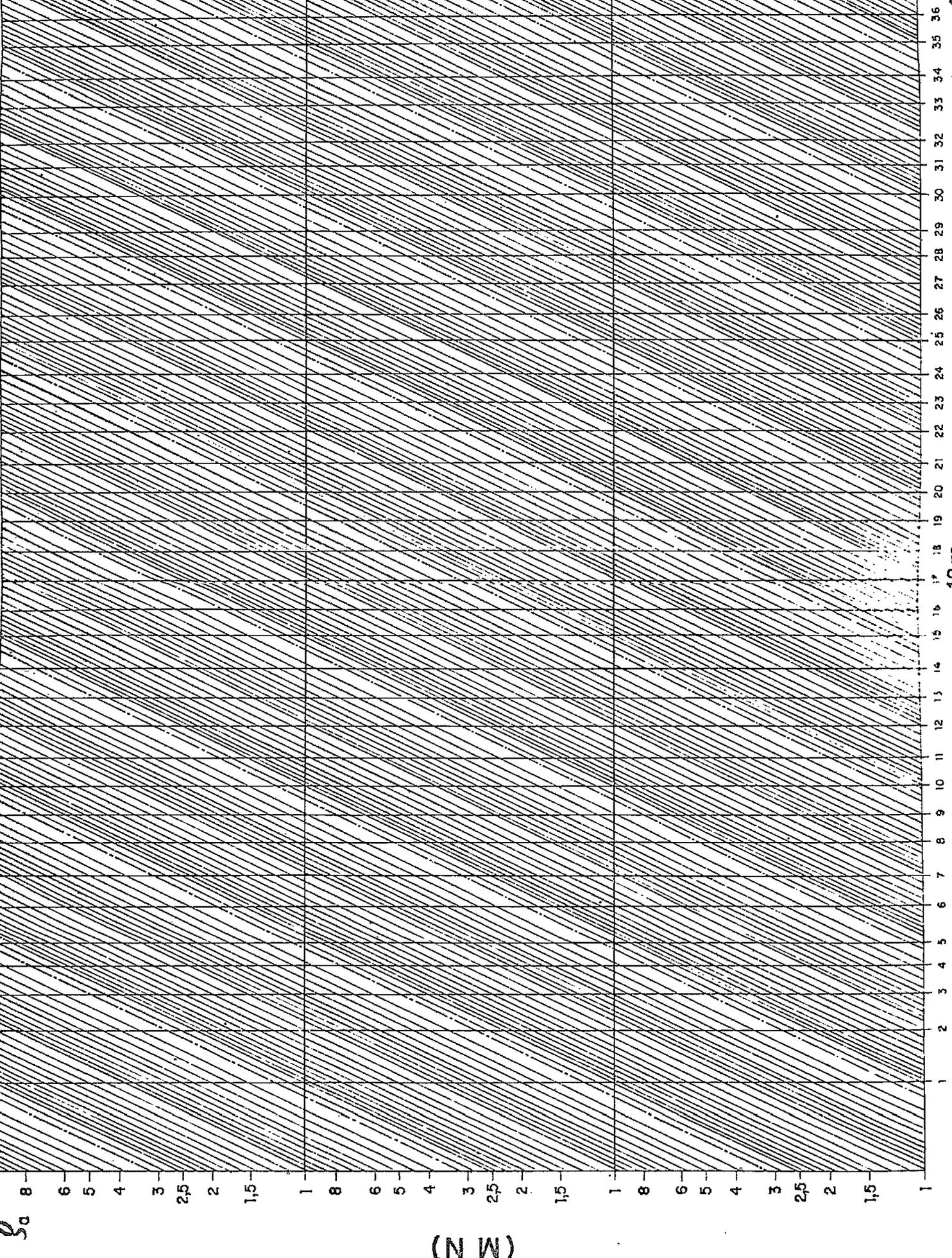
$\rho_0 = K \cdot \Delta V/l$

ρ_3	0	ρ_1	ρ_2^2/ρ_1	∞
ρ_2/ρ_1	87-92	57-62	69-74	93-99
ρ_2/ρ_1	75-80	51-56	63-68	81-86

Marque con "x" en el cuadro correspondiente

OBSERVACIONES

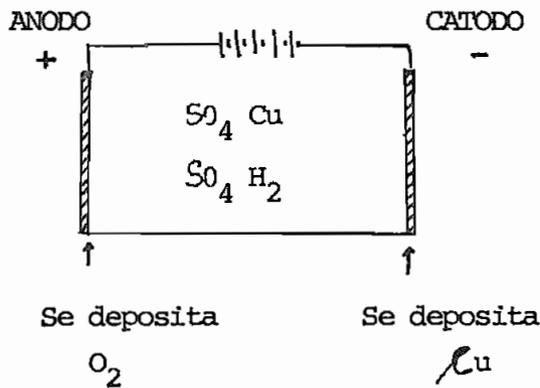
0m
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
22
24
26
28
30
32
34
36



APENDICE.- A3

METODO DEL POTENCIAL ESPONTANEO .- Es también un método para estudiar el subsuelo. Se basa en que en determinadas condiciones de heterogeneidades conductoras del subsuelo que se polarizan, convirtiéndose en verdaderas pilas eléctricas, y que originan en el subsuelo corrientes eléctricas.

Las causas son indudablemente de origen electroquímico. Para comprender este fenómeno de la polarización de los electrodos, coloquemos en una cuba de vidrio (o material aislante) que contiene una solución acuosa de sulfato de cobre, dos electrodos de plata que se conectan a una fuente de c.c. .



En este caso , en el electrodo de plata que sirve de cátodo (-) se deposita cobre y en el ánodo (+) el ión SO_4^{--} . Este ión entra en reacción con el agua formando ácido sulfúrico ($SO_4 H_2$) y desprendiendo oxígeno

en el electrodo.

Como consecuencia de ello se altera la simetría de los electrodos: Uno de ellos resultará cubiertos de una capa de cobre , y el otro; de una película de oxígeno. En este momento, los electrodos sumergidos en la solución no serán iguales y formarán una pila que se denomina pila de polarización.

Este cambio que se produce en los electrodos en este caso, se denomina polarización de los electrodos.

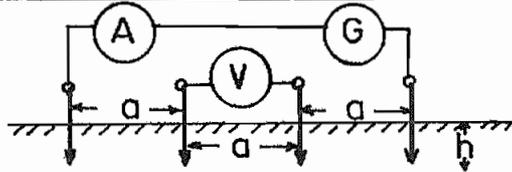
El método del potencial espontáneo, basándose en este fenómeno (de una pila), origina en el subsuelo corrientes, que producen distribuciones de potenciales que pueden ser medidos en el terreno.

Se usa dos electrodos impolarizables, un voltímetro de alta impedancia de entrada capaz de medir y observar la polaridad. Se hacen "n" medidas con respecto a un mismo punto fijo.

Los valores medidos se trazan en forma de mapa de quipotenciales. La estructura de este mapa revelará la presencia de un cuerpo polarizado.

APENDICE No. A4

MEDIDAS Y CALCULOS PARA LA RESISTIVIDAD DEL AGUA (E - LECTROLITO) MEDIANTE EL METODO DE WENNER.



a = Separación

H = Profundidad

R = $\frac{V}{I}$ es relación
medida

GENERADOR
Vin=100 vlt.
A.C.

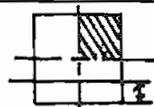
ρ = Resistividad; $\rho = \frac{4 \pi a R}{1 + \frac{2a}{\sqrt{a^2 + 4h^2}} - \frac{2a}{\sqrt{4a^2 + 4h^2}}}$

$$1 + \frac{2a}{\sqrt{a^2 + 4h^2}} - \frac{2a}{\sqrt{4a^2 + 4h^2}}$$

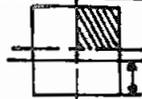
A continuación tres cuadros que han sido medidos durante los experimentos.

Se acompaña también un pequeño programa, para la calculadora HP-25, sobre la solución a la ecuación de la resistividad con el método de Wenner, donde las variables son a, R y h. Esto facilita cálculos repetitivos.

AREA GRANDE



medido
en:
24.5 cm.



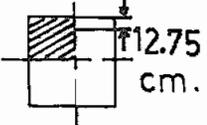
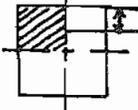
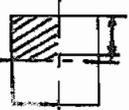
36.5 cm



12.25 cm

	R [Ω]	a [m]	h [m]	ρ [Ω·m]	R [Ω]	a [m]	h [m]	ρ [Ω·m]	R [Ω]	a [m]	h [m]	ρ [Ω·m]
1	153.95	0.20	0.01	194.30	138.14	0.20	0.01	174.35	155.26	0.20	0.01	195.96
2	152.16	0.20	0.02	194.50	137.91	0.20	0.02	176.29	152.30	0.20	0.02	194.68
3	153.14	0.20	0.03	199.76	139.46	0.20	0.03	181.92	157.20	0.20	0.03	205.06
4	154.62	0.20	0.04	207.10	141.38	0.20	0.04	189.37	160.91	0.20	0.04	215.53
5	155.48	0.20	0.05	214.86	140.65	0.20	0.05	194.36	161.45	0.20	0.05	223.11
6	155.11	0.20	0.06	221.85	140.34	0.20	0.06	200.73	158.12	0.20	0.06	226.16
7	151.91	0.20	0.07	225.30	135.55	0.20	0.07	201.03	152.20	0.20	0.07	225.73
8	152.41	0.20	0.08	234.53	137.20	0.20	0.08	211.12	155.26	0.20	0.08	238.92
9	152.41	0.20	0.09	243.26	138.65	0.20	0.09	221.29	154.20	0.20	0.09	246.11
10	155.30	0.20	0.10	256.82	134.70	0.20	0.10	222.75	150.57	0.20	0.10	249.
11	148.94	0.20	0.11	254.80	132.49	0.20	0.11	226.65	151.56	0.20	0.11	259.28
12	151.21	0.20	0.12	267.09	136.53	0.20	0.12	241.16	152.55	0.20	0.12	269.45
13	151.26	0.20	0.13	275.28	136.44	0.20	0.13	248.31	152.76	0.20	0.13	278.01
14	153.05	0.20	0.14	286.36	135.93	0.20	0.14	254.33	153.20	0.20	0.14	286.64
15	149.15	0.20	0.15	286.28	134.89	0.20	0.15	258.91	153.55	0.20	0.15	294.73
16	149.93	0.20	0.16	293.05	135.74	0.20	0.16	266.71	153.34	0.20	0.16	301.29
17	149.29	0.20	0.17	299.56	136.75	0.20	0.17	274.49	154.44	0.20	0.17	310.
18	151.71	0.20	0.18	310.5	136.64	0.20	0.18	279.65	155.24	0.20	0.18	317.72
19	150,	0.20	0.19	312.47	135.54	0.20	0.19	282.35	156.58	0.20	0.19	326.18
20	149,85	0.20	0.20	317.2	135.57	0.20	0.20	286.97	152.28	0.20	0.20	322.34
21	150.16	0.20	0.21	322.50	133.66	0.20	0.21	287.06	154.22	0.20	0.21	331.22

AREA PEQUEÑA

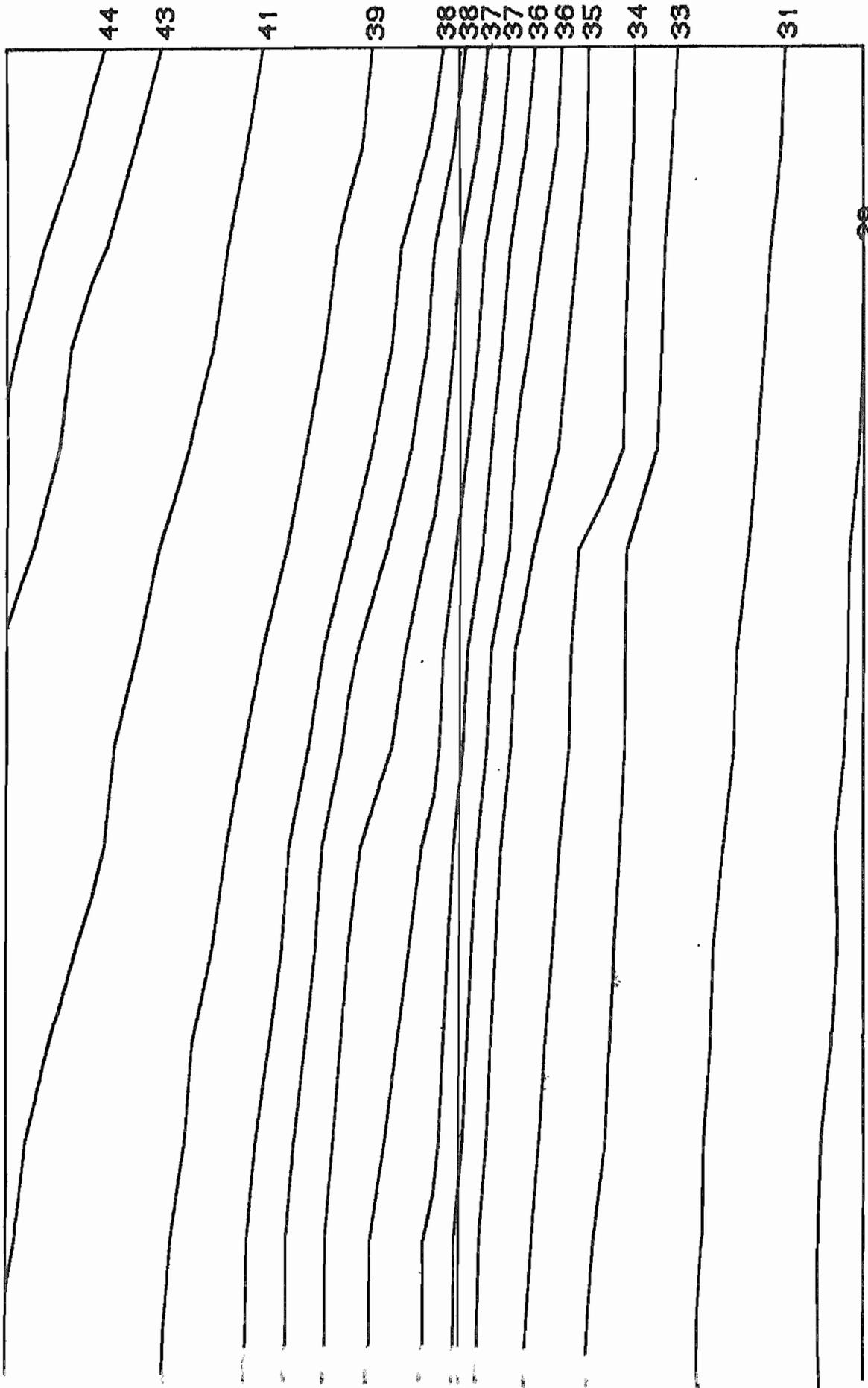
 12.75 cm. medido en:				 25.5 cm.				 38.25 cm.				
R [Ω]	a [m]	h [m]	ρ [Ω·m]	R [Ω]	a [m]	h [m]	ρ [Ω·m]	R [Ω]	a [m]	h [m]	ρ [Ω·m]	
127.94	0.10	0.01	81.77	114.10	0.10	0.01	72.93	111.25	0.10	0.01	71.70	1
125.79	0.10	0.02	84.24	111.20	0.10	0.02	74.47	107.32	0.10	0.02	71.87	2
132.58	0.10	0.03	94.81	108.86	0.10	0.03	77.85	107.90	0.10	0.03	77.16	3
120.75	0.10	0.04	92.91	105.06	0.10	0.04	80.83	102.89	0.10	0.04	79.16	4
100.38	0.10	0.05	83.00	90.68	0.10	0.05	74.98	85.53	0.10	0.05	70.72	5
108.97	0.10	0.06	96.24	91.48	0.10	0.06	80.79	91.14	0.10	0.06	80.49	6
106.92	0.10	0.07	100.03	87.43	0.10	0.07	81.79	83.02	0.10	0.07	77.67	7
109.85	0.10	0.08	107.92	91.48	0.10	0.08	89.97	90.57	0.10	0.08	88.98	8
101.50	0.10	0.09	103.87	84.07	0.10	0.09	86.03	80.30	0.10	0.09	82.17	9
104.06	0.10	0.10	110.14	78.95	0.10	0.10	83.53	79.25	0.10	0.10	83.88	10
104.40	0.10	0.11	113.54	85.64	0.10	0.11	93.18	80.20	0.10	0.11	87.26	11
106.78	0.10	0.12	118.85	86.79	0.10	0.12	96.06	84.07	0.10	0.12	93.57	12
110.13	0.10	0.13	124.88	89.42	0.10	0.13	101.39	83.96	0.10	0.13	95.20	13
106.00	0.10	0.14	122.04	85.97	0.10	0.14	98.98	84.07	0.10	0.14	96.80	14
109.14	0.10	0.15	127.25	84.81	0.10	0.15	98.89	91.02	0.10	0.15	106.13	15
118.47	0.10	0.16	139.58	99.62	0.10	0.16	117.37	96.86	0.10	0.16	114.12	16
123.57	0.10	0.17	146.87	104.33	0.10	0.17	124.00	97.69	0.10	0.17	116.11	17
126.61	0.10	0.18	151.58	113.70	0.10	0.18	126.12	110.83	0.10	0.18	132.69	18
137.36	0.10	0.19	165.46	116.04	0.10	0.19	139.78	113.43	0.10	0.19	136.63	19
146.08	0.10	0.20	176.87	125.65	0.10	0.20	152.14	123.68	0.10	0.20	149.75	20
153.32	0.10	0.21	186.46	130.65	0.10	0.21	158.19	135.97	0.10	0.21	165.36	21

PROGRAMA PARA USO EN LA HP-25 C PARA SACAR EL VALOR DE LA
RESISTIVIDAD EN BASE DEL METODO WENNER.

RUN ← PRGM
4, g π , x, STO 0
RUN → PRGM
f - PRGM

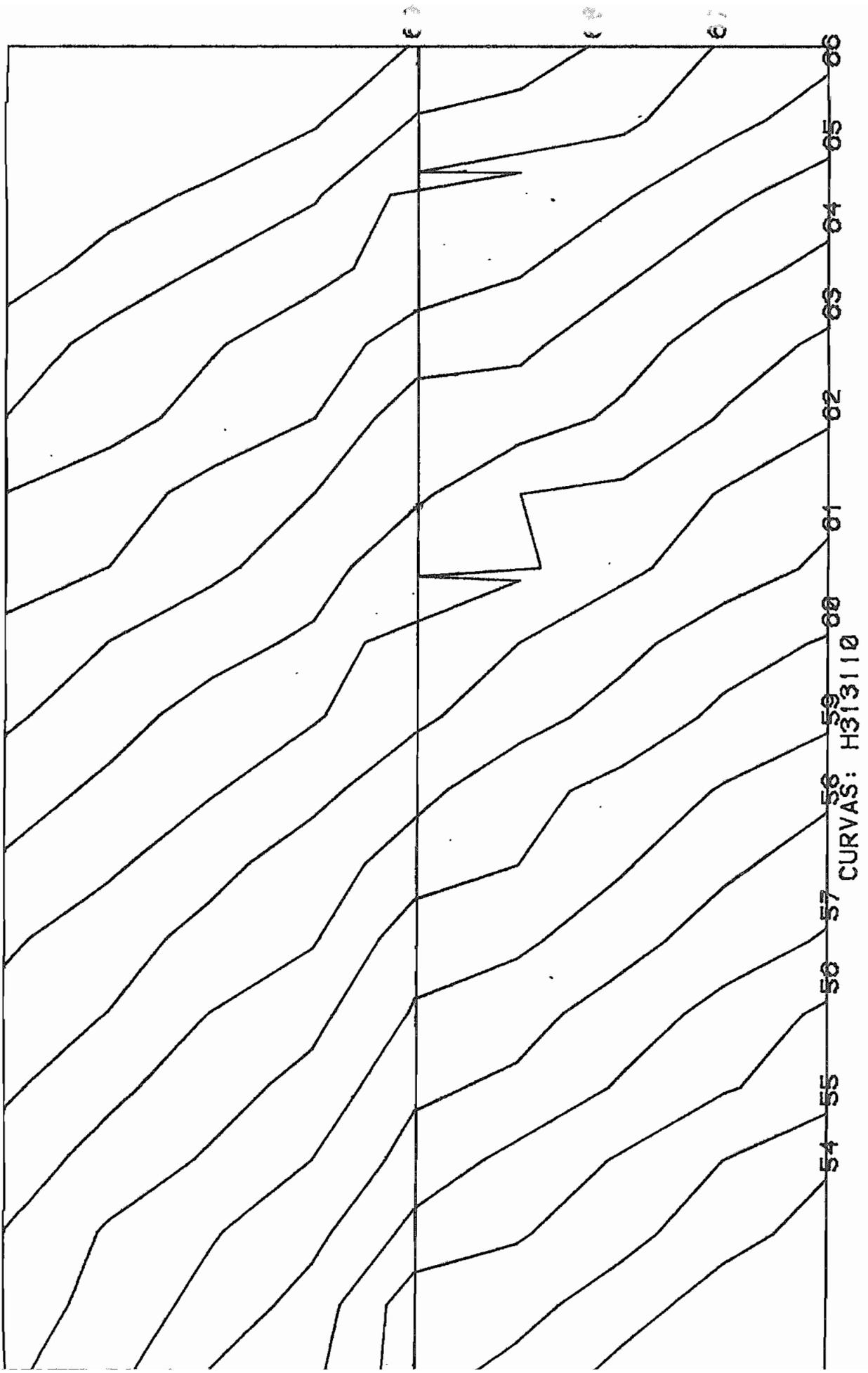
		X	Y	Z	T
		h	a	R	
1	2 gx	h	a	R	
2	STO 1	h	a	R	
3	X=Y	a	h ²	R	
4	STO 2	a	h ²	R	
5	GX2	a ²	h ²	R	
6	STO 3	a ²	h ²	R	
7	+	a ² +h ²	R		
8	f x	a ² +h ²	R		
9	g1/x	1/ x	R		
10	RCL 1	h ²	1/√x	R	
11	4	4	h ²	1/√	R
12	X	4h ²	1/√	R	
13	RCL 3	a ²	4h ²	1/√	R
14	+	a ² +4h ²	1/√	R	
15	f x	√a ² +4h ²	1/√	R	
16	g 1/x	1/√4	1/√	R	
17	2	2	1/√4	1/√	R
18	X	2/√4	1/√	R	
19	-	1/√ - 2/√	R		
20	CHS	2/√ - 1/√	R		
21	RCL 2	a	2/√ - 1/√	R	
22	G1/ x	1/a	2/√ - 1/√	R	
23	+	1/a+2/√-1/√	R		
24	G1/x	1/DEM	R		
25	X	R/D			
26	RCL 0	4	R/D		
27	X	ρ = 4 R/D			

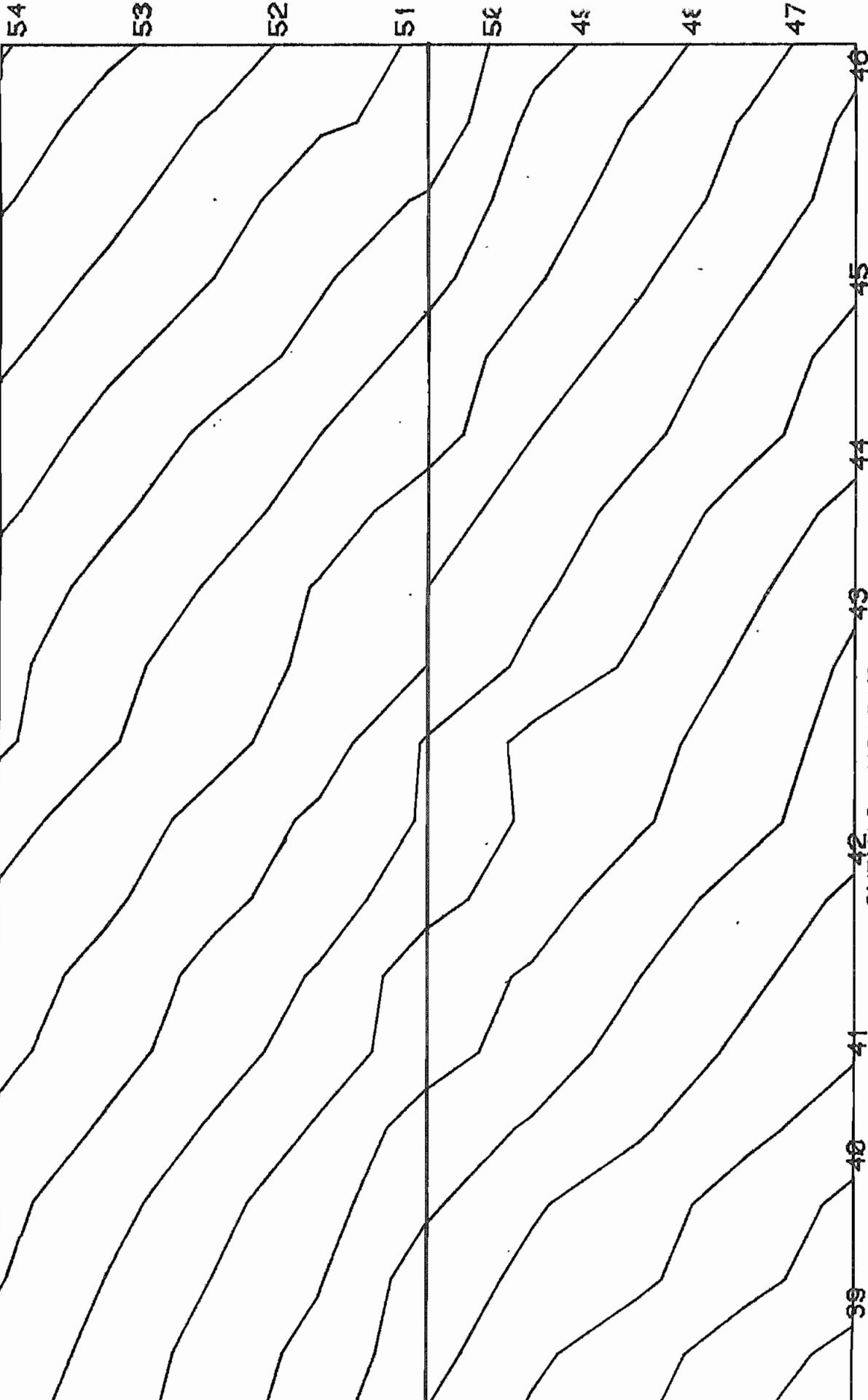
RUN ← PRGM	R ↑	a ↑	h ↑	R/S
------------	-----	-----	-----	-----



29

CURVAS: H1225





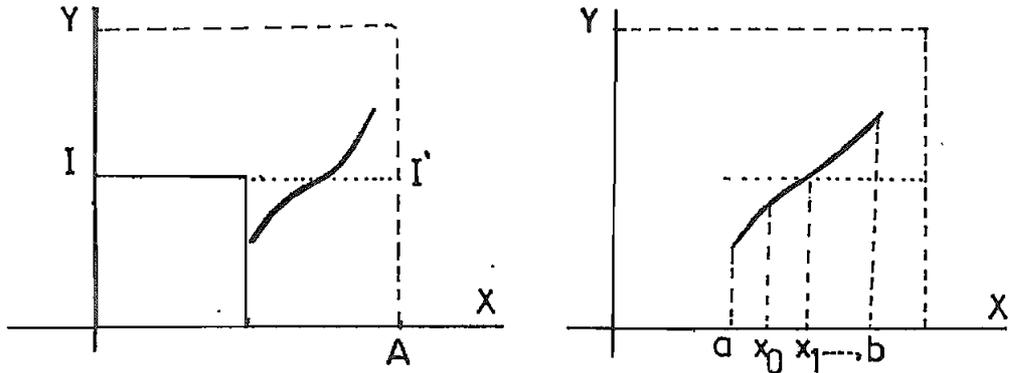
CURVAS: H31215

APENDICE A6 a.-

METODO DE LA REGRESION

Como hemos visto al estudiar este fenómeno, se ha probado la existencia de una dependencia funcional entre las magnitudes X e Y, que expresa la relación mutua de una a otra y que nos interesa en la experimentación.

Supongamos que al sacar algunas curvas equipotenciales que atraviezan la interfase nos salga una curva parecida a la siguiente figura:



línea equipotencial
sacada en forma experimental
cuando el electrodo tipo punta
se encuentra en el punto
A. Donde II' es la interfase

la función $Y = f(x)$ es desconocida. Es decir la ecuación de la curva no se conoce.

Sin embargo en nuestro experimento en forma analítica podemos determinar los valores de esta función:

$Y_0, Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n$ para ciertos valores de la variable independiente $X_0, X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$, pertenecientes al intervalo (a, b) .

Este mismo problema pudo haber sido planteado de la siguiente forma: Dados los siguientes puntos $X_0, Y_0; X_1, Y_1; X_2, Y_2; \dots, X_n, Y_n$ en el intervalo (a, b) . Hallar un polinomio $P(x)$ que aproxime la función $f(x)$.

Para esto alejamos un polinomio tal, que en los puntos $X_0, X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ tome los valores $Y_0, Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n$ de la función $f(x)$. En este caso el problema planteado se llama problema de interpolación de la función.

Entonces:

$$Y_0 = f(x_0) \quad Y_1 = f(x_1) \quad Y_2 = f(x_2) \quad Y_3 = f(x_3) \dots Y_n = f(x_n)$$

tomemos un polinomio de n -ésimo grado de la forma:

$$\begin{aligned} P(x) = & C_0 (x-X_1) (x-X_2) (x-X_3) \dots (x-X_n) + \\ & + C_1 (x-X_0) (x-X_2) (x-X_3) \dots (x-X_n) + \\ & + C_2 (x-X_0) (x-X_1) (x-X_3) \dots (x-X_n) + \\ & \dots + C_n (x-X_0) (x-X_1) \dots (x-X_{n-1}) \end{aligned}$$

Determinemos los coeficientes $C_0, C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$ de tal manera que se cumplan las condiciones.

$$P(x_0) = y_0 \quad P(x_1) = Y_1 \quad P(x_2) = Y_2 \dots P(x_n) = Y_n \quad (2)$$

Hagamos $x = x_0$ en la fórmula (1), entonces teniendo en cuenta las igualdades (2), obtenemos:

$$Y_0 = C_0 (x_0 - x_1) (x_0 - x_2) \dots (x_0 - x_n)$$

de donde

$$C_0 = \frac{Y_0}{(x_0 - x_1) (x_0 - x_2) \dots (x_0 - x_n)}$$

Haciendo luego $x = x_1$ obtenemos:

$$Y_1 = C_1 (x_1 - x_0) (x_1 - x_2) \dots (x_1 - x_n)$$

entonces

$$C_1 = \frac{Y_1}{(x_1 - x_0) (x_1 - x_2) \dots (x_1 - x_n)}$$

de igual forma encontramos:

$$C_2 = \frac{Y_2}{(x_2 - x_0) (x_2 - x_1) (x_2 - x_3) \dots (x_2 - x_n)}$$

$$C_n = \frac{Y_n}{(x_n - x_0) (x_n - x_1) (x_n - x_2) \dots (x_n - x_{n-1})}$$

Introduciendo los valores obtenidos de los coeficientes en la fórmula (1) resulta:

$$P(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_n)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)\dots(x_0-x_n)} Y_0 +$$

$$\begin{aligned}
 &+ \frac{(x-x_0)(x-x_2)\dots(x-x_n)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)\dots(x_1-x_n)} Y_1 + \\
 &+ \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_n)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)(x_2-x_3)\dots(x_2-x_n)} Y_2 + \\
 &\text{-----} \\
 &\text{-----} \\
 &\text{-----} \\
 &+ \frac{(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{n-1})}{(x_n-x_0)(x_n-x_1)\dots(x_n-x_{n-1})} Y_n
 \end{aligned}$$

Esta fórmula se le conoce como fórmula de interpolación de Lagrange.

Admitamos que $f(x)$ tiene una derivada de $(n-1)$ simo - orden en el intervalo (a,b) , el error cometido, al remplazar la función $t(x)$ por el polinomio $P(x)$, es decir, la magnitud $R(x) = t(x) - P(x)$, satisface la desigualdad:

$$|R(x)| < \left| (x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_n) \right| \times \frac{1}{(n+1)!} \text{MÁX} \left| f^{(n+1)}(x) \right|$$

En resumen:

$$f_n(x) = \sum_{i=0}^m \frac{(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\dots(x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\dots(x_i-x_n)} Y_i$$

$$f(x_0) = y_0$$

$$\begin{aligned} f(x_1) &= Y_1 \\ \hline f(x_n) &= Y_n \end{aligned}$$

Para el caso cuando tenemos de datos X_0, X_1, X_2, X_3 ; $Y_0 - Y_1, Y_2, Y_3$ la expresión quedará:

$$\begin{aligned} f_4(x) &= \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)(x_0-x_4)} Y_0 + \\ &+ \frac{(x-x_0)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_1-x_3)(x_1-x_4)} Y_1 + \\ &+ \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)(x_2-x_3)(x_2-x_4)} Y_2 + \\ &+ \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_4)}{(x_3-x_0)(x_3-x_1)(x_3-x_2)(x_3-x_4)} Y_3 \end{aligned}$$

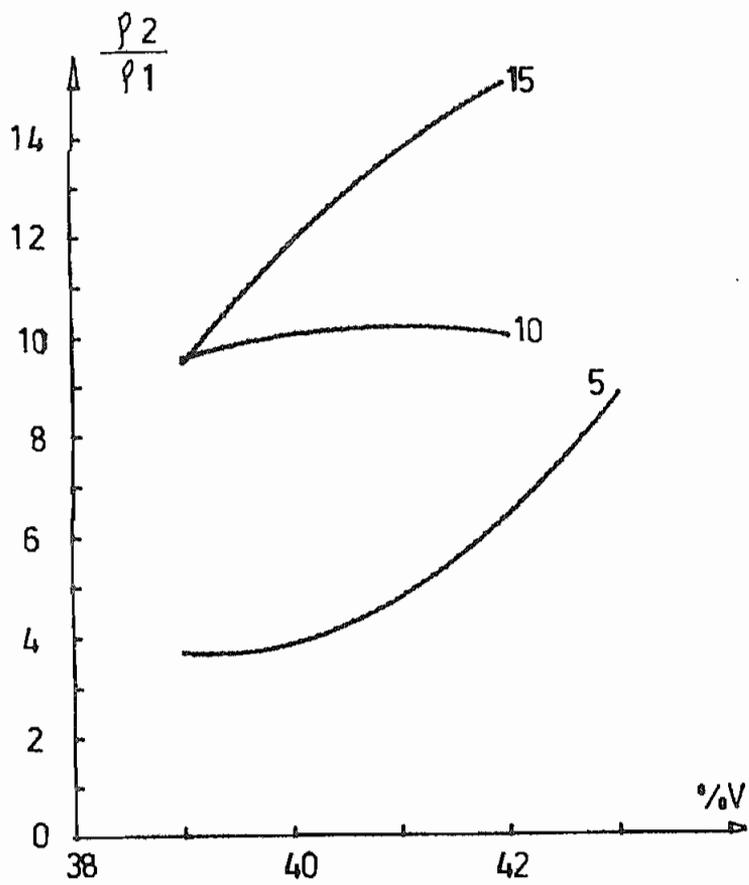
y reduciendo esta expresión tendremos:

$$\begin{aligned} f_4(x) &= \frac{x^3 - (x_1+x_2+x_3)x^2 + (x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)x - x_1x_2x_3}{x_0^3 - (x_1+x_2+x_3)x_0^2 + (x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)x_0 - x_1x_2x_3} Y_0 + \\ &+ \frac{x^3 - (x_0+x_2+x_3)x^2 + (x_0x_2+x_0x_3+x_2x_3)x - x_0x_2x_3}{x_1^3 - (x_0+x_2+x_3)x_1^2 + (x_0x_2+x_0x_3+x_2x_3)x_1 - x_0x_2x_3} Y_1 + \end{aligned}$$

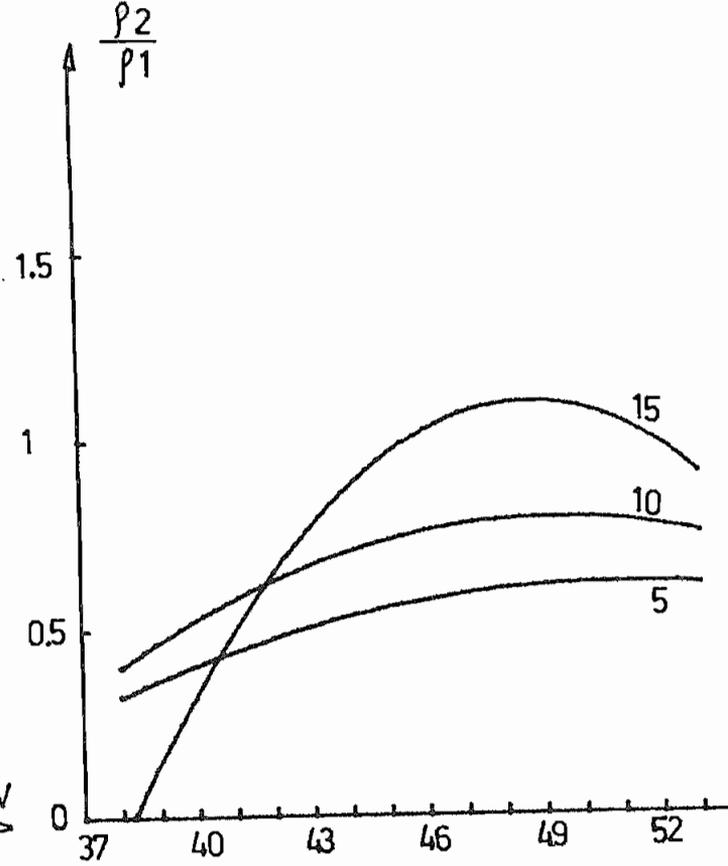
$$\begin{aligned}
 & + \frac{x^3 - (X_0 + X_1 + X_3) x^2 + (X_0 X_1 + X_0 X_3 + X_1 X_3) x - X_0 X_1 X_3}{x^3 - (X_0 + X_1 + X_3) x^2 + (X_0 X_1 + X_0 X_3 + X_1 X_3) x - X_0 X_1 X_3} y_2 + \\
 & + \frac{x^3 - (X_0 + X_1 + X_2) x^2 + (X_0 X_1 + X_0 X_2 + X_1 X_2) x - X_0 X_1 X_2}{x^3 - (X_0 + X_1 + X_2) x^2 + (X_0 X_1 + X_0 X_2 + X_1 X_2) x - X_0 X_1 X_2} y_3
 \end{aligned}$$

En los gráficos que a continuación se acompañan, se puede ver como el polinomio se ajusta a un cierto valor de regresión (por lo general grado dos).

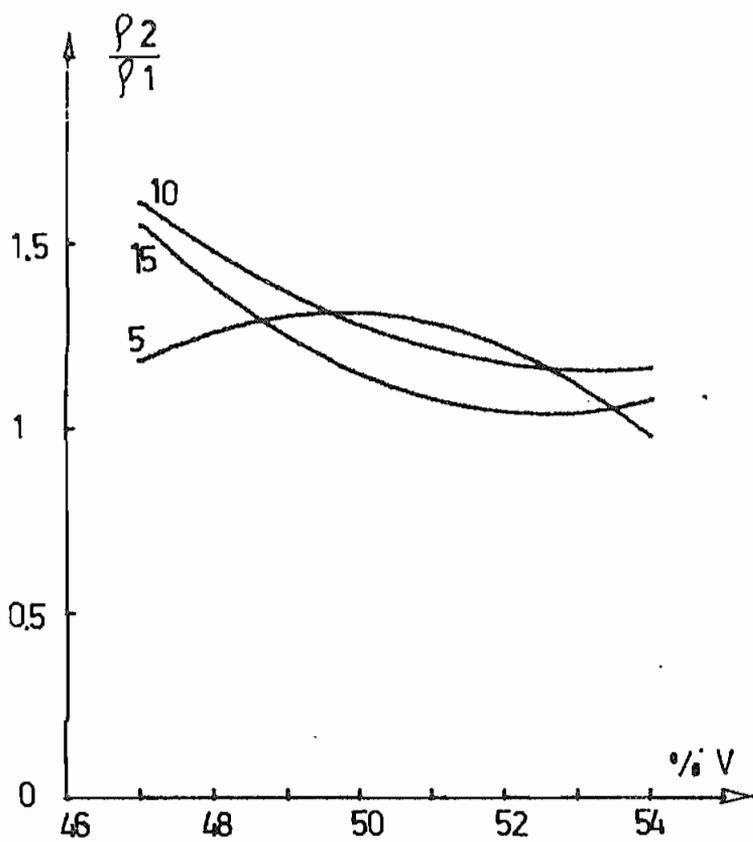
Estas mismas curvas han sido sacada pero para un grado de regresión uno (lineal) en la parte final - del capítulo V. y se pueden hacer comparaciones.



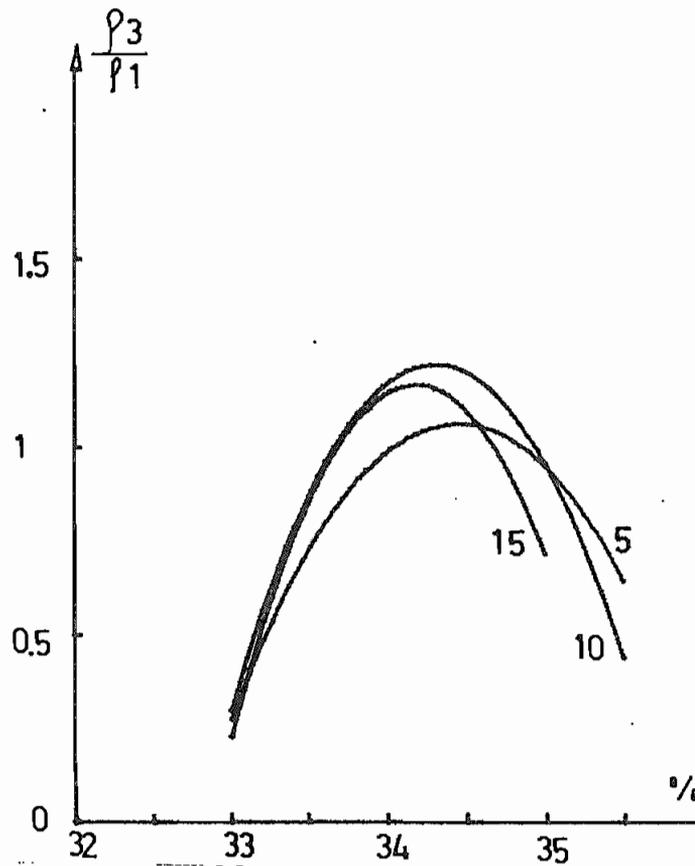
curva H115



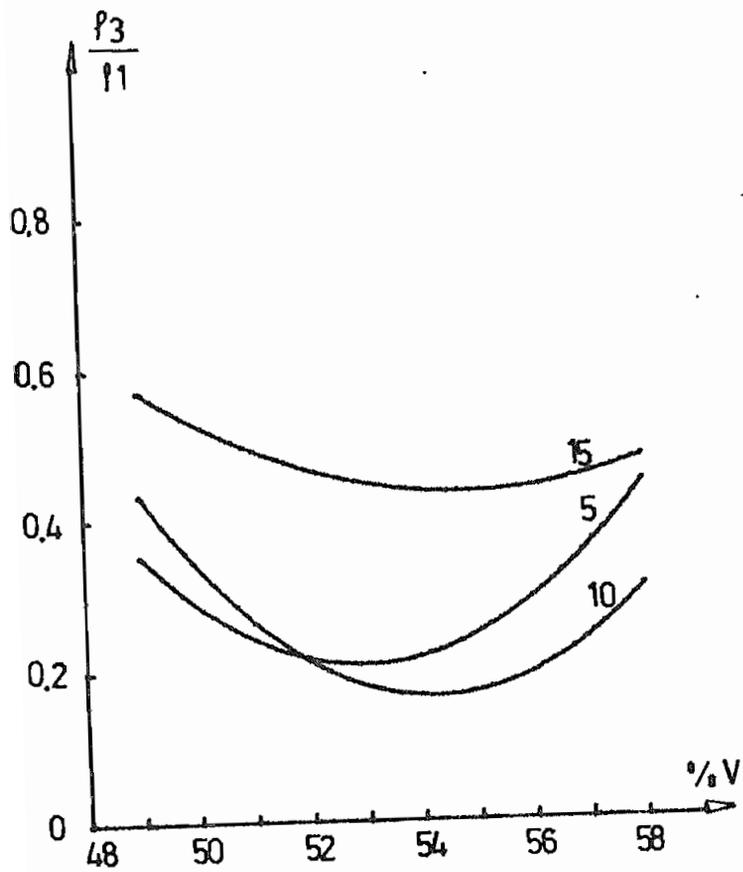
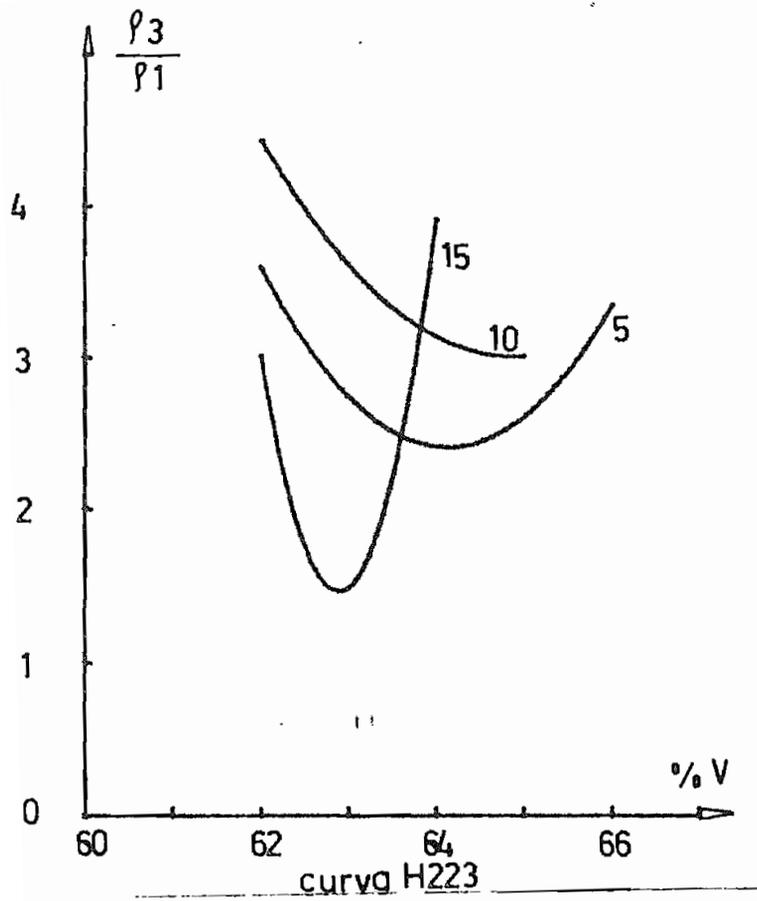
curva H113



curva H123



curva H212



APENDICE A6.b.-

TRABAJO EN EL COMPUTADOR:

El computador se ha usado como una herramienta de trabajo, para facilitar las gráficas de las curvas equipotenciales y las curvas de las relaciones de resistividades en función del porcentaje de potencial.

Los programas han sido realizados por el Ing. Efraín del Pino, lo que nos ha ayudado de sobremanera para el objetivo.

El trabajo se llevó a cabo en Sistema de Computación basado en la Micro Computadora TEKTRONIX modelo 4051, de la Facultad de Ingeniería Eléctrica. Los programas han sido elaborados en el idioma Basic.

El listado de los programas (curvas de líneas equipotenciales y regresión) se ha creído conveniente no adjuntar puesto que realmente es muy poco entendible por la complejidad del lenguaje mismo.

De todas maneras se encuentran y son accesibles en la oficina de Computación de la Facultad de Eléctrica.

Los programas y los archivos de datos se encuentran almacenados en un diskette cifrados con el nombre "TESIS M. TORRES", allí se puede leer cualquier información pertinente.

Para futuros trabajos pueden ser usados los programas e incluso pueden prestarse a modificaciones circunstanciales.

El programa "Gráficos equipotenciales", se basa en una interpolación continua.

Se introducen los datos medidos cerca y en la interfase del experimento, en forma de matriz como demuestra la Fig. , luego se hace que la Computadora vaya buscando el valor del porcentaje deseado a lo largo de toda la matriz y a su vez guarde en memoria cada punto encontrado, para finalmente unir con un trazo todos esos puntos.

APENDICE No. A7.

FORMULACION MATEMATICA GENERAL.- Se parte para todos los casos de la ecuación de Laplace. (R6) (R15)

Se resuelve para cada caso dando la forma de una ecuación diferencial en coordenadas cilíndricas de r, z y φ con origen en el electrodo A.

Ecuación de Laplace $\nabla^2 V = 0$

En todos los puntos del espacio (excepto en el origen) el potencial cumple la ecuación de Laplace

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

Ecuación de Laplace en coordenadas cilíndricas.

Para casos no homogéneos se deberá sacar una solución que es la suma de la solución para homogéneos más una solución para no-homogéneos.

Sacando una solución general por separación de variables $V = R(r) \cdot Z(z)$ y esto reemplaza en la

ecuación (1) $\frac{1}{R(r)} \left(\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} \right) + \frac{1}{Z(z)} \frac{d^2 Z}{dz^2} = 0 \quad (2)$

Los términos son independientes entre sí porque son -

$$\frac{1}{Z(z)} \frac{d^2 Z}{dz^2} = \lambda^2 \quad (3)$$

λ^2 es el parámetro

función de variables-distintas, los dos - términos son iguales- a un mismo parámetro-

pero de signo opuesto.

$$\frac{1}{R(r)} \left(\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} \right) = -\lambda^2 \quad (4)$$

cuyas soluciones son: para 3) $Z(z) = e^{\pm \lambda z}$ (3')

$$4) R(r) = J_0(\lambda r) \quad (4')$$

Donde $J_0(\lambda r)$ es la función de Bessel de primera especie y orden cero.

Si tomamos una combinación lineal de las A dos soluciones 3' y 4' tendremos la solución general.

Si se hace que los coeficientes arbitrarios A' y B' sean funciones del parámetro λ e integrando de 0 (cero) a ∞ (infinito)

$$V = \int_0^\infty [A'(\lambda) e^{-\lambda z} + B'(\lambda) e^{\lambda z}] J_0(\lambda r) d\lambda$$

para una capa la solución era: $V = \frac{I \beta_1}{2\pi} \frac{1}{(r^2 + z^2)^{1/2}}$

La solución general será la suma:

$$V = \int_0^\infty [A'(\lambda) e^{-\lambda z} + B'(\lambda) e^{\lambda z}] J_0(\lambda r) d\lambda + \frac{I \beta_1}{2\pi} \frac{1}{(r^2 + z^2)^{1/2}} \quad (5)$$

Pero existe una igualdad de Webwe-Lipschitz que es: (R20)

$$\frac{1}{(r^2 + z^2)^{1/2}} = \int_0^\infty e^{-\lambda|z|} J_0(\lambda r) d\lambda$$

la cual reemplazamos en (5)

$$V = \int_0^\infty [A'(\lambda) e^{-\lambda z} + B'(\lambda) e^{\lambda z}] J_0(\lambda r) d\lambda + \frac{I \beta_1}{2\pi} \int_0^\infty e^{-\lambda|z|} J_0(\lambda r) d\lambda$$

sacando factor común

$$V_1 = \frac{I \beta_1}{2\pi} \int_0^\infty [e^{-\lambda z} + A(\lambda) e^{-\lambda z} + B(\lambda) e^{-\lambda z}] J_0(\lambda r) dr$$

donde:

$$A'(\lambda) = A(\lambda) \frac{I \beta_1}{2\pi}$$

$$B'(\lambda) = B(\lambda) \frac{I \beta_1}{2\pi}$$

Es decir para la primera capa:

$$V_1 = \frac{I \rho_1}{2\pi} \int_0^{\infty} [e^{-\lambda z} + A(\lambda) e^{-\lambda z} + B(\lambda) e^{\lambda z}] J_0(\lambda r) d\lambda$$

para la segunda:

$$V_2 = \frac{I \rho_1}{2\pi} \int_0^{\infty} [C(\lambda) e^{-\lambda z} + D(\lambda) e^{\lambda z}] J_0(\lambda r) d\lambda$$

como se puede ver aquí no incluye la solución particular por que no hay fuentes.

El valor de V_2 se anulará en el infinito luego $D(\lambda) = 0$ y como el campo eléctrico no tiene componente normal a la superficie $z=0$ se cumple que:

$$\frac{\partial V_1}{\partial z} = \int_0^{\infty} [-\lambda A(\lambda) e^{-\lambda z} + \lambda B(\lambda) e^{\lambda z}] J_0(\lambda r) d\lambda$$

donde $A(\lambda) = B(\lambda)$

de aquí se concluye que:

Para dos capas:
$$V_1 = \frac{I \rho_1}{2\pi} \int_0^{\infty} [e^{-\lambda z} + A(\lambda) (e^{-\lambda z} + e^{\lambda z})] J_0(\lambda r) d\lambda$$

$$V_2 = \frac{I \rho_1}{2\pi} \int_0^{\infty} C(\lambda) e^{-\lambda z} J_0(\lambda r) d\lambda$$

en la interface se tendrá: $V_1 = V_2$

$$e^{-\lambda E} + A(\lambda) (e^{-\lambda E} + e^{\lambda E}) = C(\lambda) e^{-\lambda E}$$

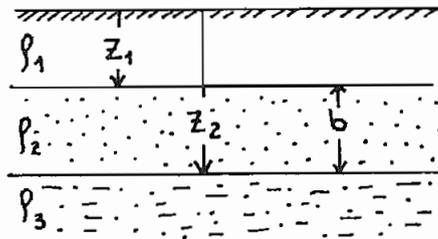
donde:
$$A(\lambda) = B(\lambda) = \frac{k e^{-\lambda E}}{e^{\lambda E} - k e^{-\lambda E}}$$

entonces:
$$V_1 = \frac{I \rho_1}{2\pi} \int_0^{\infty} \left(1 + 2 \frac{k e^{-\lambda E}}{e^{\lambda E} - k e^{-2\lambda E}} \right) J_0(\lambda r) d\lambda$$

que es el potencial en la superficie límite tierra-aire.

$$V_1 = \frac{I \rho_1}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{1 + k e^{-2\lambda E}}{1 - k e^{-2\lambda E}} J_0(\lambda r) d\lambda$$

Tres capas.- De igual forma se usan coordenadas cilíndricas. El electrodo fuente se



le considera como el origen de las coordenadas.

El problema es ahora determinar el potencial de distribución en cada una de las capas debido al flujo de corriente desde el exterior por electrodo fuente (de corriente).

La solución de la ecuación de Laplace como ya hemos definido esta dada por una solución general a la ecuación diferencial que consiste en la suma de todas las soluciones especiales.

Las soluciones para tres potenciales parten de:

$$V_n = \frac{I \rho_1}{4\pi} \left\{ \frac{1}{R} + \int_0^\infty [A_n e^{\lambda z} + B_n e^{-\lambda z}] J_0(\lambda r) d\lambda \right\}$$

Para este caso $n = 1, 2, 3$

El problema aquí consiste en determinar los valores A y B. Pero Z viene desde el infinito por la parte negativa en la región de ρ_1 y desde el infinito positivo en la región de ρ_2 . Lo que dice que $B_1 = A_3 = 0$.

Este factor indica que la condición de borde debe permanecer. A hora saquemos los valores A_2 y B_2

$$A_2 = \frac{\rho_3 - \rho_2}{2\rho_3} (B_3 + 1) e^{-2\lambda z_2}$$

$$B_2 = \frac{\rho_3}{\rho_3 + \rho_2} B_3 - \frac{\rho_3 - \rho_2}{2\rho_3}$$

Si se reemplaza la condición de borde $Z=Z_1$

$$(\rho_2 - \rho_1) \left[\frac{(\rho_3 - \rho_2)}{2\rho_3} (B_{3+1}) e^{-2\lambda b} - 1 \right] +$$

$$+ \frac{(\rho_2 + \rho_1)}{2\rho_3} [(\rho_3 + \rho_2) B_3 - (\rho_3 - \rho_2)] = 0$$

entonces $B_3 = K_{32} + K_{21} (1 + K_{32}) - K_{21} K_{32} e^{-2\lambda b}$

como: $K_{ij} = \frac{\rho_i - \rho_j}{\rho_i + \rho_j}$

Si sustituyo el valor B3 en B2 tenemos:

$$A_2 = \frac{K_{32} (1 + K_{21}) e^{-2\lambda z_2}}{1 + K_{21} K_{32} e^{-2\lambda b}}$$

$$B_2 = \frac{K_{21} - K_{21} K_{32} e^{-2\lambda b}}{1 + K_{21} K_{32} e^{-2\lambda b}}$$

Y se saca finalmente el valor de A1 sustituyendo A2 y

B2 en la solución general:

$$A_j = \frac{1}{2\rho_{j+1}} \left[(\rho_{j+1} + \rho_j) A_{j+1} + (\rho_{j+1} - \rho_j) (B_{j+1} + 1) e^{-2\lambda z_{j+1}} \right]$$

entonces: $A_1 = \frac{[K_{21} + K_{32} e^{-2\lambda b}] e^{-2\lambda z_1}}{1 + K_{21} K_{32} e^{-2\lambda b}}$

Sacando las soluciones:

$$V_1 = \frac{\rho_1}{4\pi} \left\{ \frac{1}{R} + K_{21} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(K_{21} K_{23})^n}{\sqrt{(2nb + 2z_1 - z)^2 + r^2}} - \right.$$

$$\left. - K_{23} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(K_{21} K_{23})^{2n}}{\sqrt{(2nb + 2z_2 - z)^2 + r^2}} \right\}$$

$$V_2 = \frac{\rho_1}{4\pi} (1 + K_{21}) \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(K_{21} K_{23})^n}{\sqrt{(2nb + z)^2 + r^2}} - \right.$$

$$\left. - K \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(K_{21} K_{23})^n}{\sqrt{(2nb + 2z_2 - z)^2 + r^2}} \right\}$$

$$V_3 = \frac{\rho_1}{4\pi} (1 - K_{21}^2) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(K_{21} K_{23})^{2n}}{\sqrt{(2nb + z)^2 + r^2}}$$

para "n" capas :

$$A_J = \frac{1}{2\rho_{J+1}} \left\{ (\rho_{J+1} + \rho_J) A_{J+1} + (\rho_{J+1} - \rho_J) (B_{J+1} + 1) e^{-2\lambda z_{J+1}} \right\}$$

$$B_J = \frac{1}{2\rho_{J+1}} \left\{ (\rho_{J+1} - \rho_J) (A_{J+1} e^{2\lambda z_{J+1}} - 1) + (\rho_{J+1} + \rho_J) B_{J+1} \right\}$$

A_J y B_J son terminos generales.

Este problema es de altas matemáticas y ya fué -
resuelto por Stefanescu en 1.930. (R6)

Se suele resolver para dos, tres y cuatro capas, sacando como resultados los potenciales V_1, V_2, V_3, V_4 - (de acuerdo al número de capas), aplicando las condiciones de borde de que en el contacto entre capas (- interfase) por continuidad del potencial en la última capa serán iguales; lo mismo con las componentes normales del vector densidad de corriente

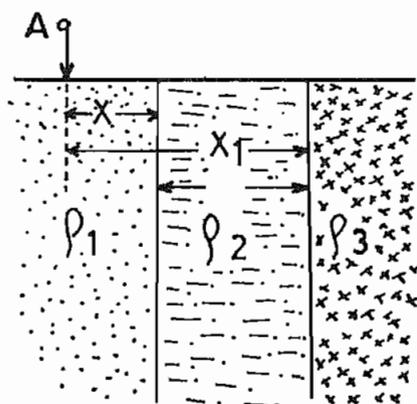
Como se puede ver el potencial en la superficie de un medio estratificado se puede resumir en la siguiente expresión: $V_m = \frac{\mathcal{I} \rho_1}{2\pi} \int_0^\infty N_n(\lambda) \mathcal{J}_0(\lambda r) d\lambda$ donde: N_n es función de los espesores y resistividad - des de los estratos , de λ (parámetro de integración).

$$A_{J+1} = \frac{1}{2\rho_J} \left[(\rho_{J+1} + \rho_J) A_J - (1 + B_J) (\rho_{J+1} - \rho_J) e^{-2\lambda z_{J+1}} \right]$$

$$B_{J+1} = \frac{1}{2\rho_J} \left[(\rho_{J+1} - \rho_J) (1 - A_J e^{2\lambda z_{J+1}}) + (\rho_{J+1} + \rho_J) B_J \right]$$

PARA ESTRATOS VERTICALES

Tomando las soluciones generales se puede sacar para un caso de dos interfaces perpendiculares a la interfase aire-tierra y con el espesor de una capa de valor h.



Las soluciones generales son convertidas como funciones integrales de los potenciales.

A continuación cuando el electrodo de I está en el primer medio.

$$V_1 = \frac{I \rho_1}{2 \pi} \left[\frac{1}{R} + K_{21} \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda(2x-x)} J_0(\lambda r)}{1 + K_{21} K_{23} e^{-2\lambda+h}} d\lambda + K_{23} \int_0^{\infty} \frac{e^{-x(2x_1-x)} J_0(\lambda r)}{1 + K_{21} K_{32} e^{-2\lambda+h}} d\lambda \right]$$

$$V_2 = \frac{I \rho_1}{2 \pi} [1 + K_{21}] K_{32} \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda(2x_1-x)} J_0(\lambda r)}{a + K_{21} K_{32} e^{-2\lambda+h}} d\lambda$$

+

$$+ \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda x} J_0(\lambda r)}{1 + K_{21} K_{32} e^{-2\lambda h}} d\lambda$$

$$V_3^1 = \frac{I \rho_1}{2\pi} (1 + K_{21}) (1 + K_{32}) \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda x} J_0(\lambda r)}{1 + K_{21} K_{32} e^{-2\lambda h}} d\lambda$$

Estas mismas funciones se pueden convertir en series y se tiene:

$$V_1^1 = \frac{I \rho_1}{2\pi} \left[\frac{1}{R} + K_{21} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(K_{21} K_{23})^n}{\sqrt{(2nh + 2X_1 - X)^2 + r^2}} - K_{23} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(K_{21} K_{23})^n}{\sqrt{(2nh + 2X_1 - X)^2 + r^2}} \right]$$

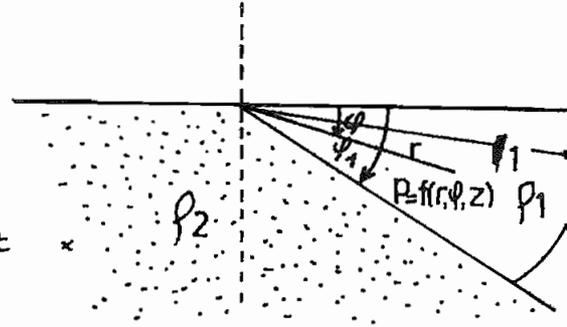
$$V_2^1 = \frac{I \rho_1}{2\pi} (1 + K_{21}) \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(K_{21} K_{23})^n}{\sqrt{(2nh+x)^2 + r^2}} + K_{23} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(K_{21} K_{23})^n}{\sqrt{(2nh + 2X_1 - X)^2 + r^2}} \right]$$

$$V_3^1 = \frac{I \rho_1}{2\pi} (1 + K_{21}) (1 - K_{23}) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(K_{21} K_{23})^n}{\sqrt{(2nh+x)^2 + r^2}}$$

Donde: $K_{ij} = \frac{\rho_i - \rho_j}{\rho_i + \rho_j}$ (R8)

PARA ESTRATOS ESPECIALES

Recordemos del análisis
del caso anterior



$$V_1^i = \frac{I \rho_1}{2\pi} \left\{ \frac{1}{R} + \frac{4K}{2} \int_0^\infty \cos Tz \, dt \right. \\ \times \left. \int_0^\infty \frac{\text{Sen } h \, 2s (\pi - \phi_s) \text{Cos } h \, s \phi}{\text{senh } \pi s - K \text{ senh } S (\pi - 2\pi \phi_s)} \text{Kis}(tro) \text{Kis}(tr) ds \right\}$$

$$V_2^i = \frac{I \rho_1}{2\pi} \left\{ \frac{1}{R} + \frac{8K}{\pi^2} \int_0^\infty \text{Cos } tz \, dt \right. \\ \times \left. \frac{\text{Cosh } s \phi_1 \text{ Sen } h \, S (\pi - \phi_s) \text{Cosh } S (\pi - \phi)}{\text{Senh } \pi s - K \text{ senh } S (\pi - 2\phi_s)} \text{Kis}(tro) \text{Kis}(tr) ds \right\}$$

Estas soluciones son para el caso general en que se tenga un electrodo de corriente en las cercanías de una superficie de separación (interface) entre dos materiales de valores de resistividades propias.

However demostró que estas ecuaciones no son aplicables sin dar un valor a $\phi \Rightarrow$ si $\phi_s = \pi/4$ y -

$$\text{Cosh } \phi_s = 1$$

Entonces para 45° se ha sacado:

$$V_1^1 = \frac{I \rho_1}{2\pi} \left\{ \frac{1}{R} + \frac{2K}{\sqrt{r_0^2 + r^2 + z^2}} + \frac{K^2}{\sqrt{(r_0+r)^2 + z^2}} - K(1-K^2) J(r_0, r, z) \right\}$$

$$V_2^1 = \frac{I \rho_1}{2\pi} \left\{ \frac{1+K}{R} + K(1+K) J(r_0, r, z) \right\}$$

$$V_1^2 = \frac{I \rho_2}{2\pi} \left\{ \frac{1-K}{R} + K(1-K) J(r_0, r, z) \right\}$$

$$V_2^2 = \frac{I \rho_2}{2\pi} \left\{ \frac{1}{R} - K J(r_0, r, z) \right\}$$

donde $\cos \delta = -\frac{K}{2}$

$$Y \quad J(r_0, r, z) = \frac{1}{\sin \delta} \int_0^{\infty} \frac{\sinh \delta \mu \, d\mu}{\sinh \pi \mu \sqrt{r_0^2 + r^2 + z^2 + 2r_0 r \cosh \frac{\pi \mu}{2}}}$$

Sacando finalmente

$$V = \frac{I \rho_1 \rho_2}{2(\rho_1(\pi - \phi_1) + \rho_2 \phi_1) R}$$

que es el potencial a una distancia R desde el electrodo de corriente.

Como se puede ver es muy poco claro y conlleva a un conocimiento de matemáticas avanzadas. Se ha expuesto este análisis para observar únicamente el grado de dificultad que tienen estos tipos de estratos.

La expresión $K_{ij} = \frac{\rho_i - \rho_j}{\rho_i + \rho_j}$ es solo

para dos valores es decir:

$$K_{12} = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \quad K_{32} = \frac{\rho_3 - \rho_2}{\rho_3 + \rho_2}$$

Para casos de tres capas, de acuerdo a la solución se podrá observar que siempre depende de $K_{32}; K_{21}$.

APENDICE N° A8

En los capítulos anteriores se habla sobre métodos para reconocer el subsuelo. Entre estos métodos - se encuentran el de reflexión y el de refracción, los mismos que se basan en encontrar tiempos y analizar las velocidades de las ondas (como se reflejan o se refractan).

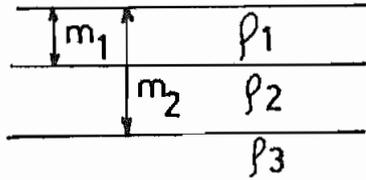
Una idea de las velocidades nos da el siguiente cuadro:

VELOCIDADES DE ONDAS (R22)

	m/s
terrenos de aluvión	300 a 1.000
arena seca	300 a 800
arena húmeda	600 a 1.800
arcilla arenosa	1.000 a 2.800
arenisca	2.000 a 5.000
hielo	3.100
yeso	3.100 a 3.500
roca	3.000 a 6.000
agua	1.400

APENDICE No.A9

La leyenda común de todos los abacos es :



corte vertical del terreno.

$$\frac{m_2 - m_1}{m_1} = 0$$

relación de los espesores (valor escrito sobre la curva).

módulo = 62.5 mm

Escala logarítmica

en el eje X (abscisa)

AB = longitud de la línea de emisión.

$$V_a \frac{AB}{2}$$

en el eje Y (ordenada) ρ_a

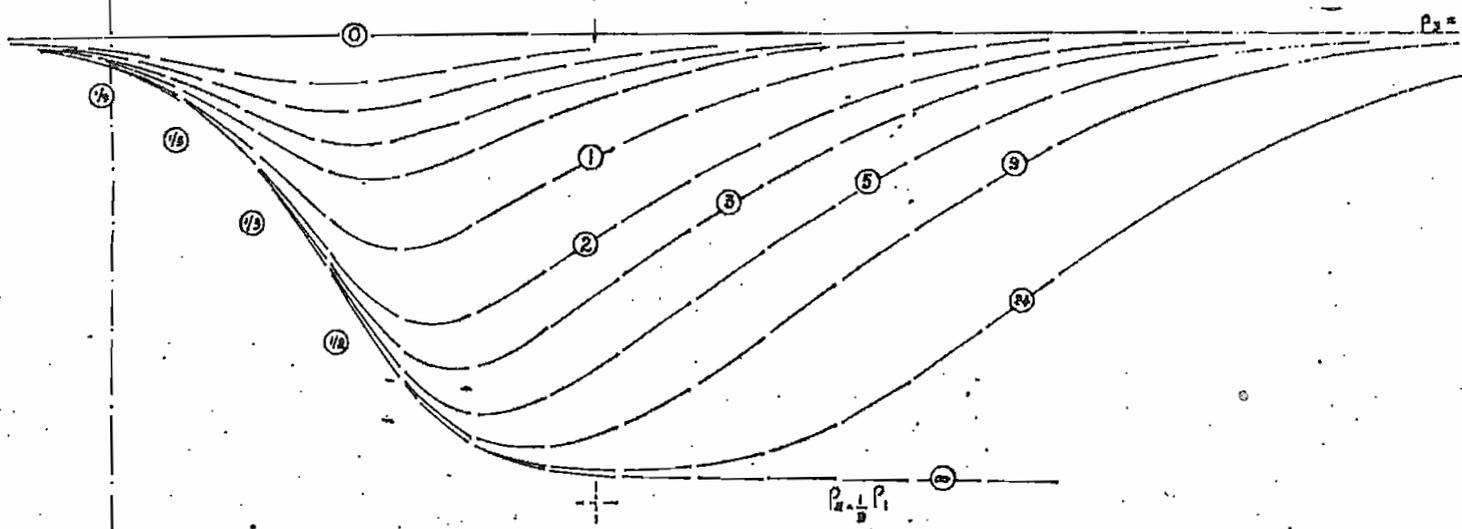
ρ_a = resistividad aparente.

CATEGORIAS DE CURVAS (NUMEROS DE ABACOS CORRESPONDIENTES) .-

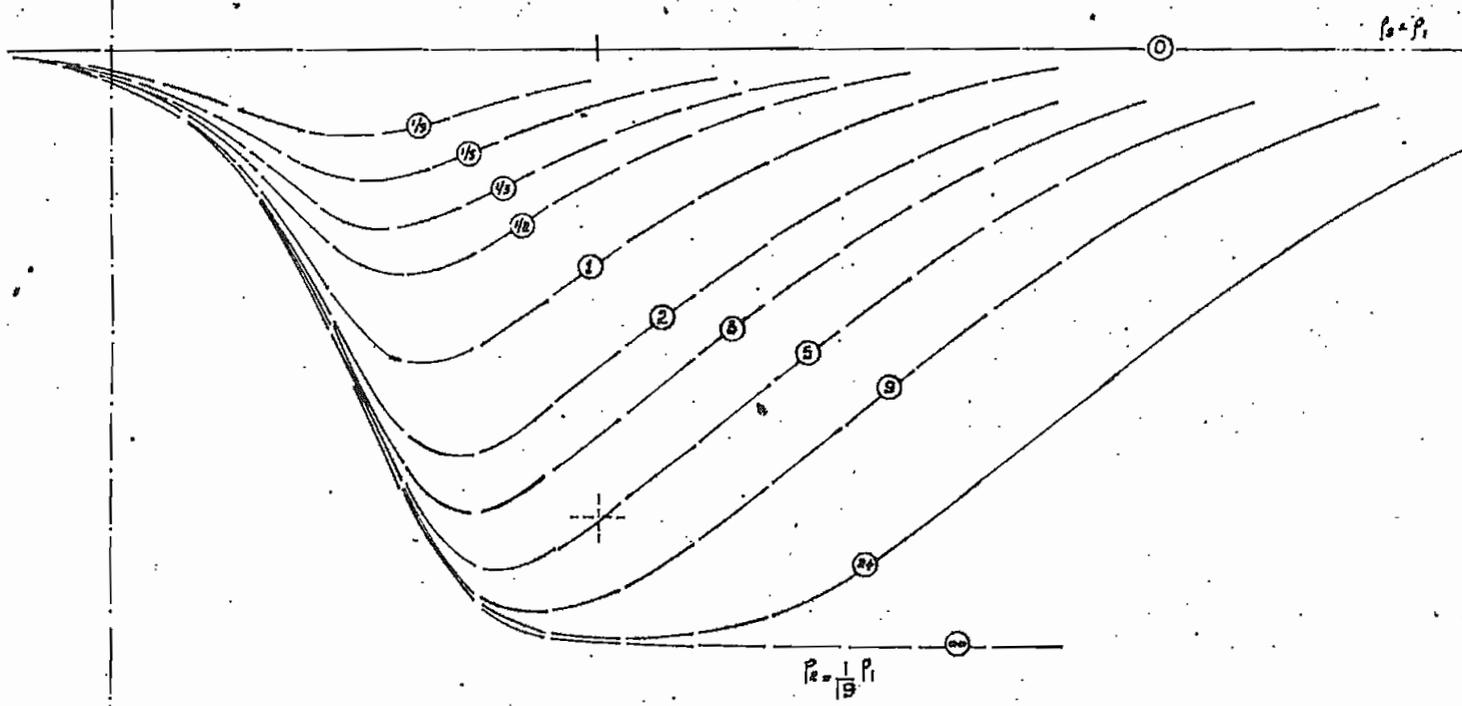
ρ_3	0	ρ_1	ρ_2^2 / ρ_1	∞
$\rho_2 > \rho_1$	CH 87-92 	57-62 	69-74 	93-98
$\rho_2 < \rho_1$	CH 75-80 	51-56 	63-68 	81-86

Existen una gran variedad de abacos, a continuación se pondrán solo los más usuales.

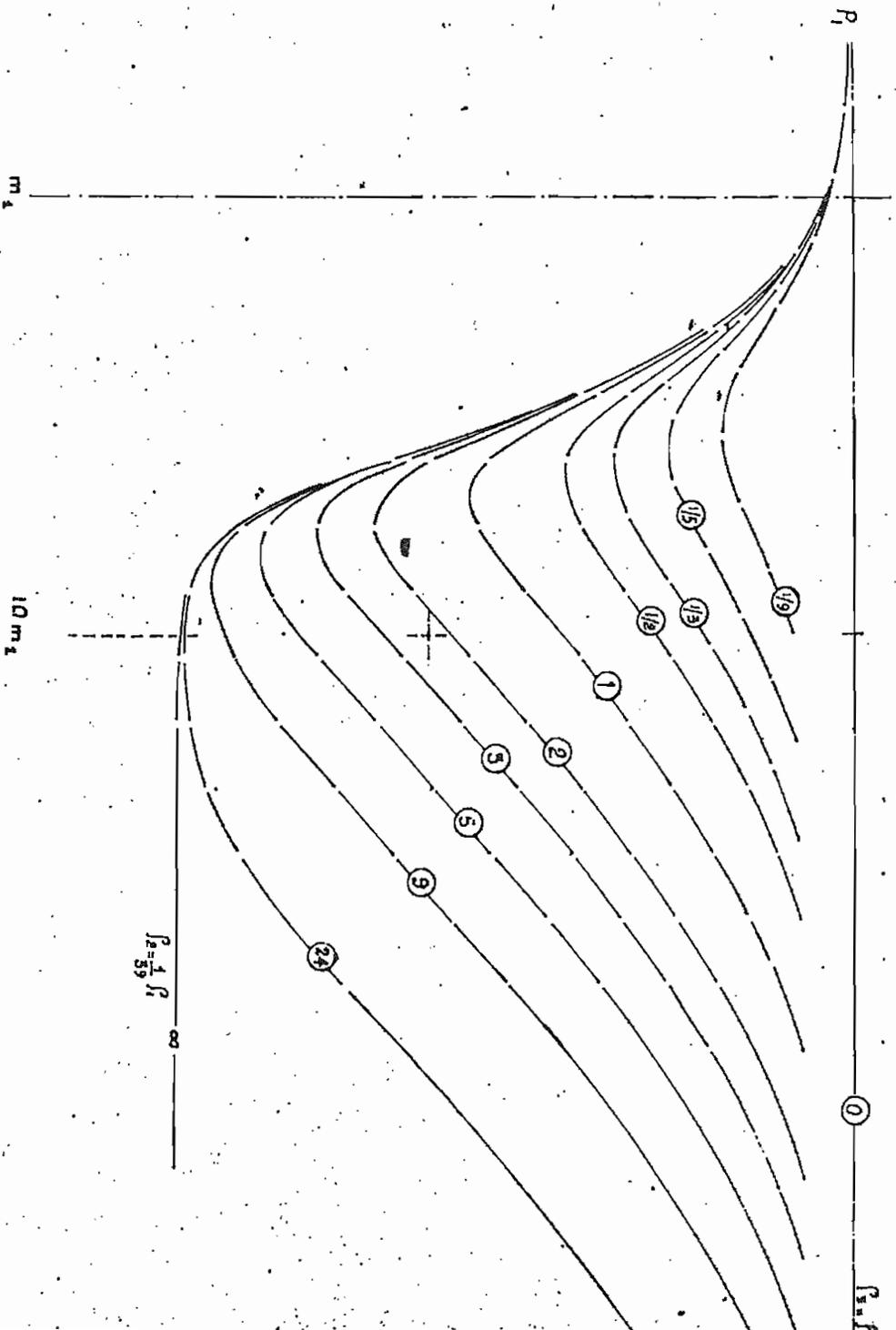
2.)
CH. 54.s

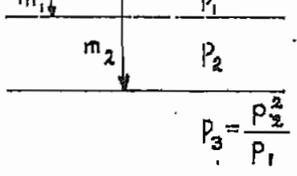


CH. 55s



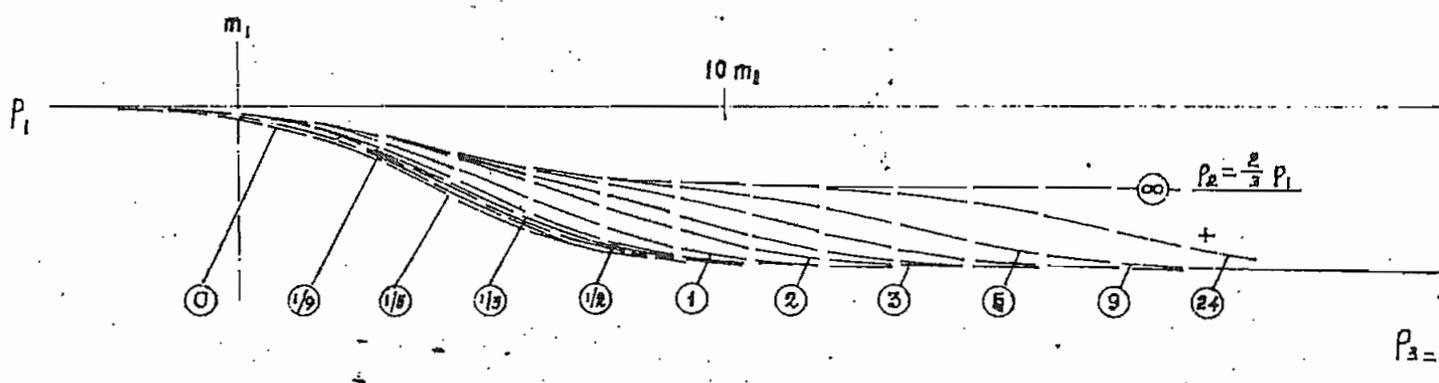
CH. 56 s



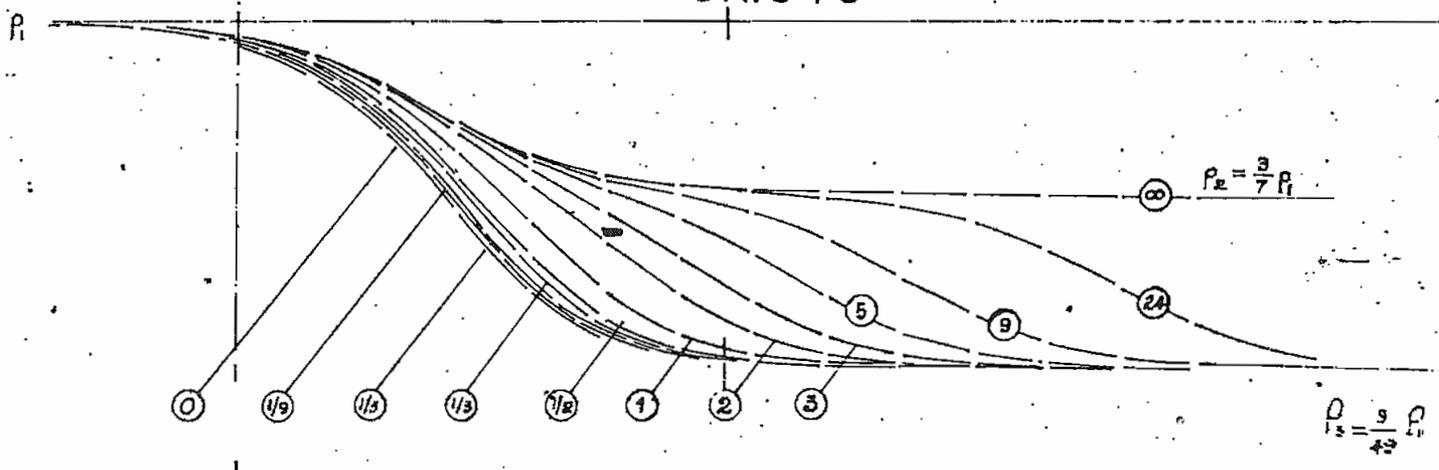


$\frac{m_2 - m_1}{m_1} = \infty$

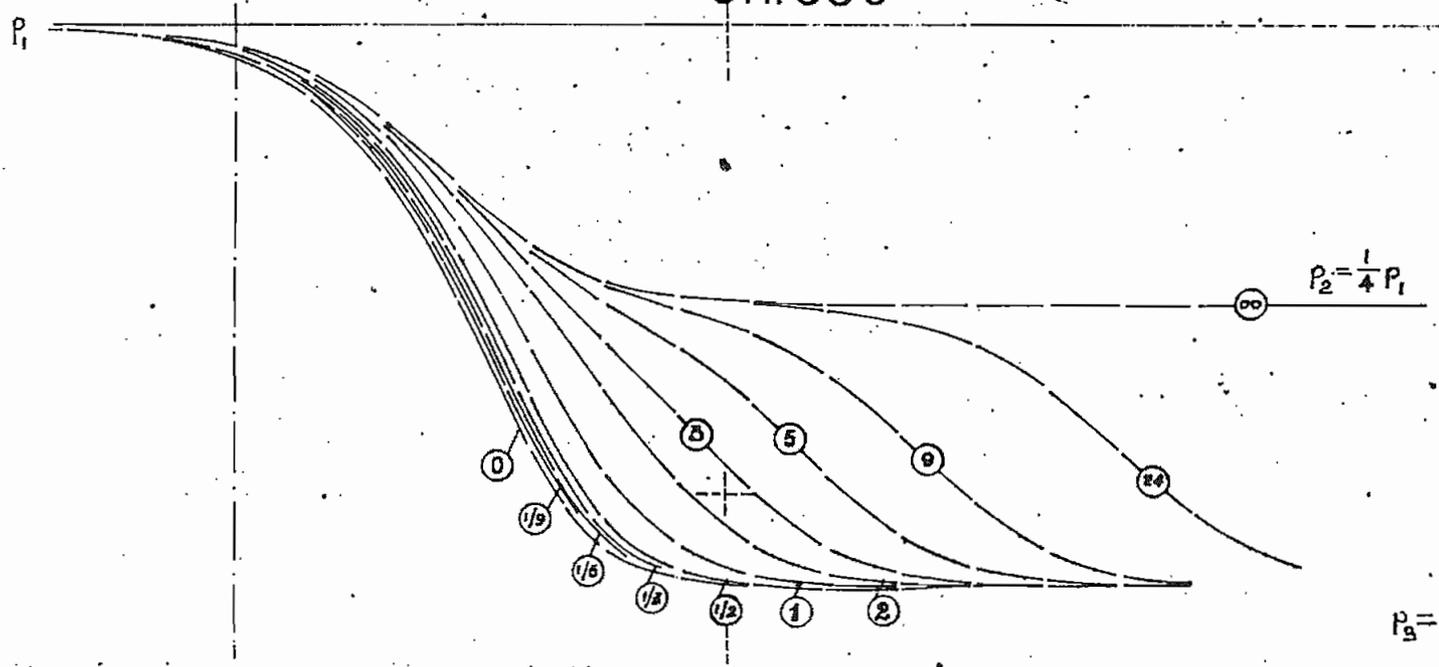
CH.63 s

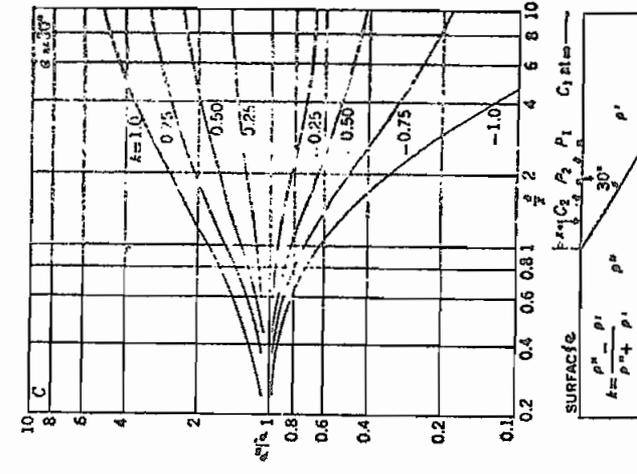
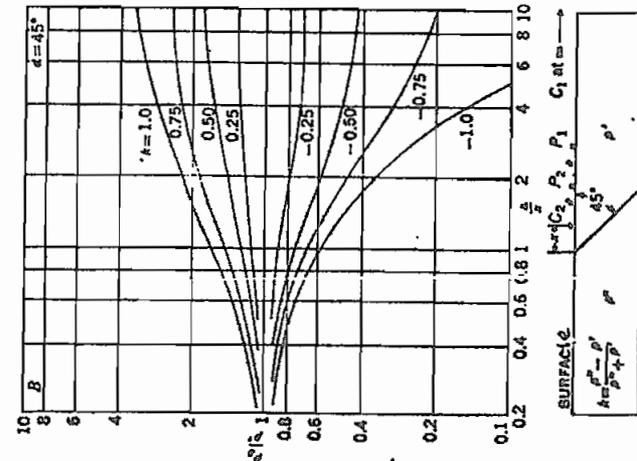
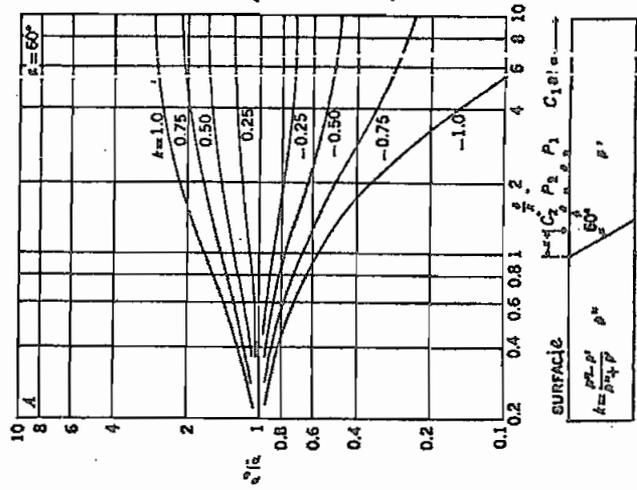
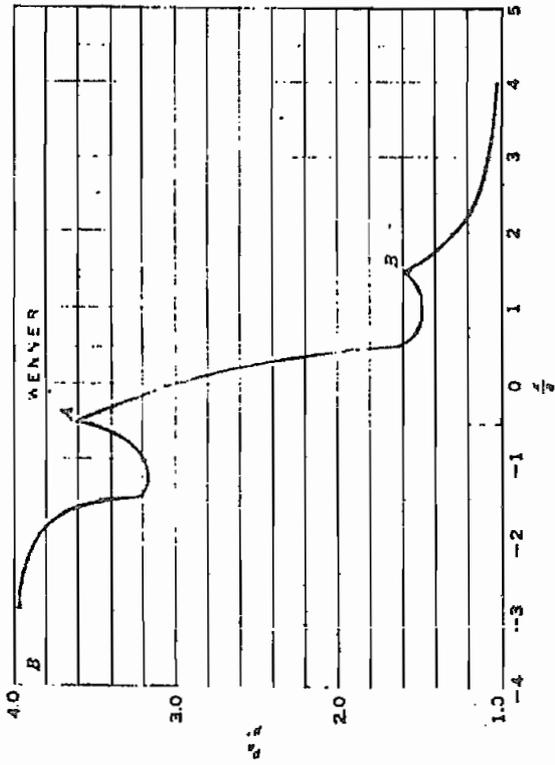
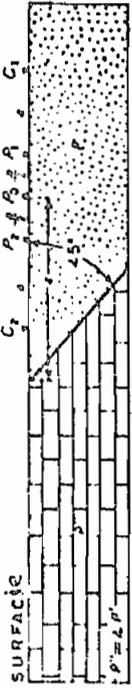


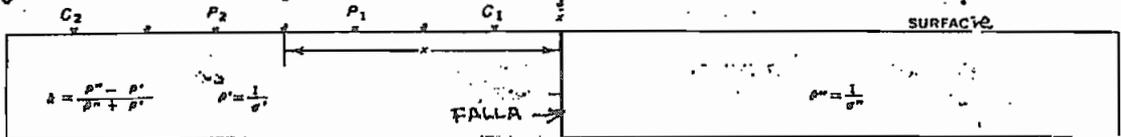
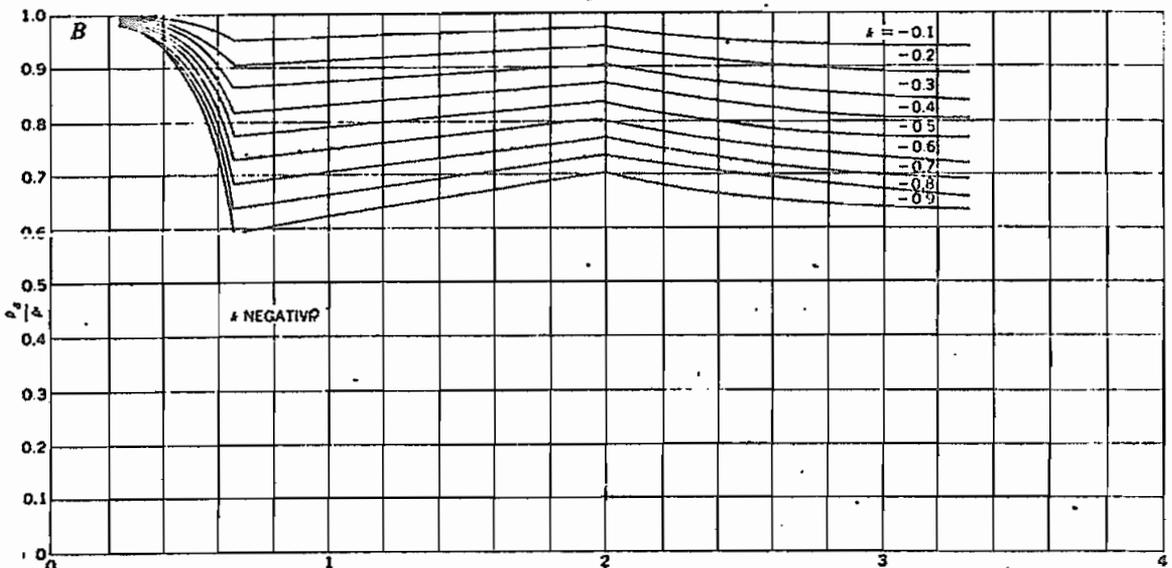
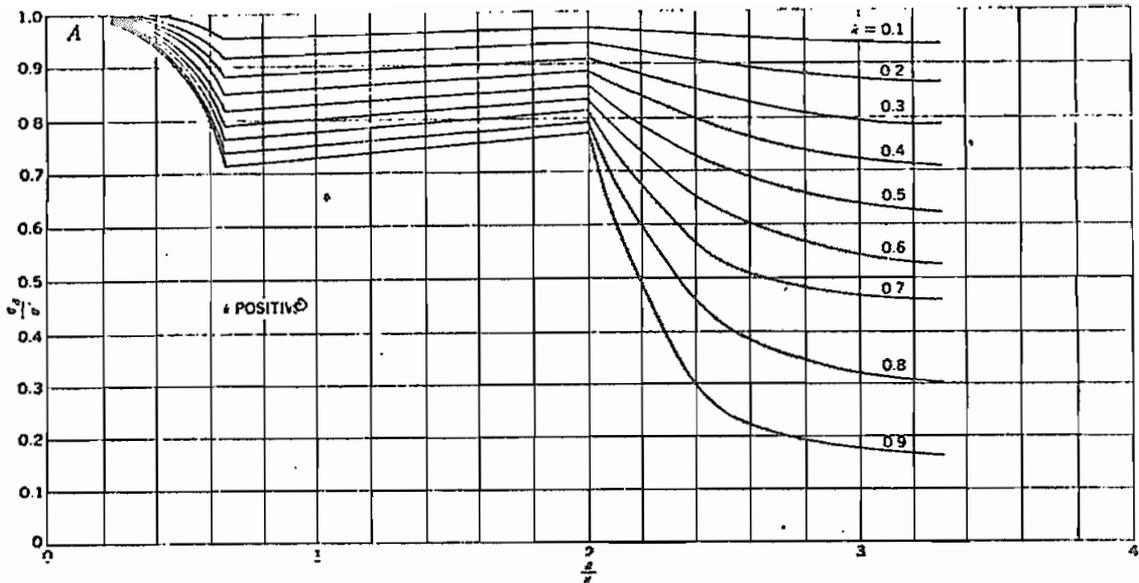
CH.64 s

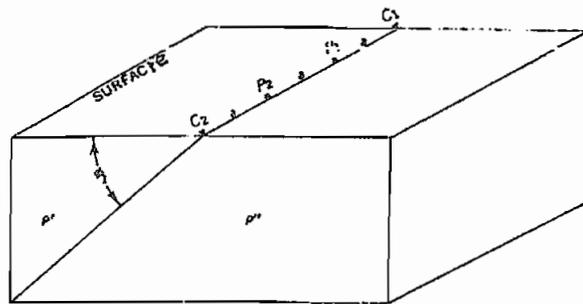
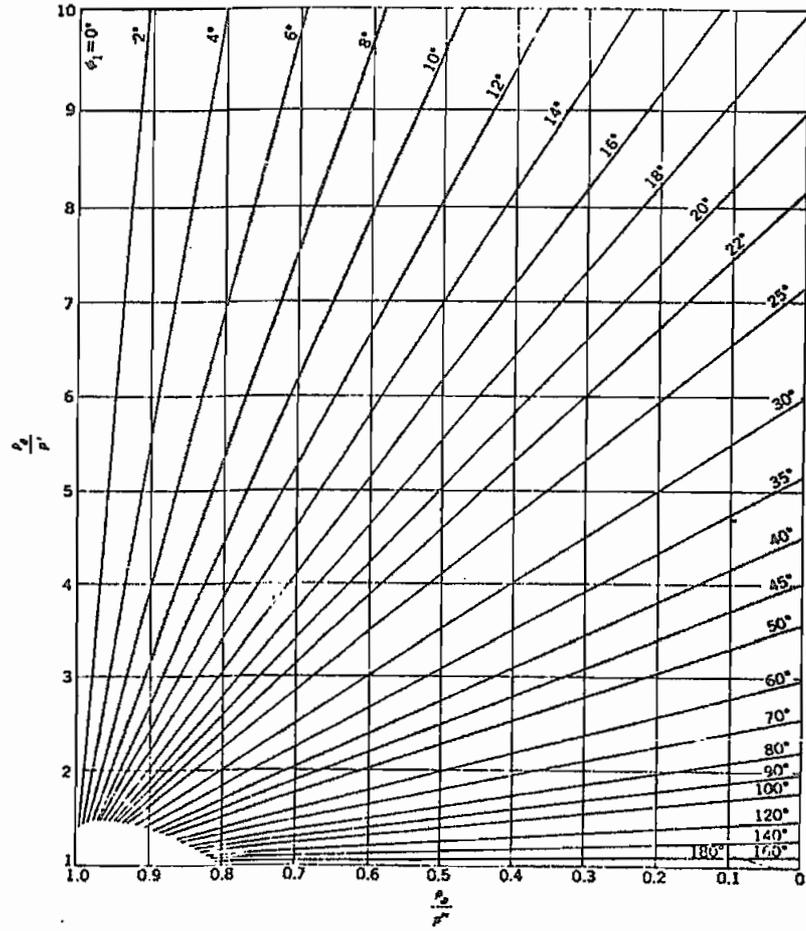


CH.65 s

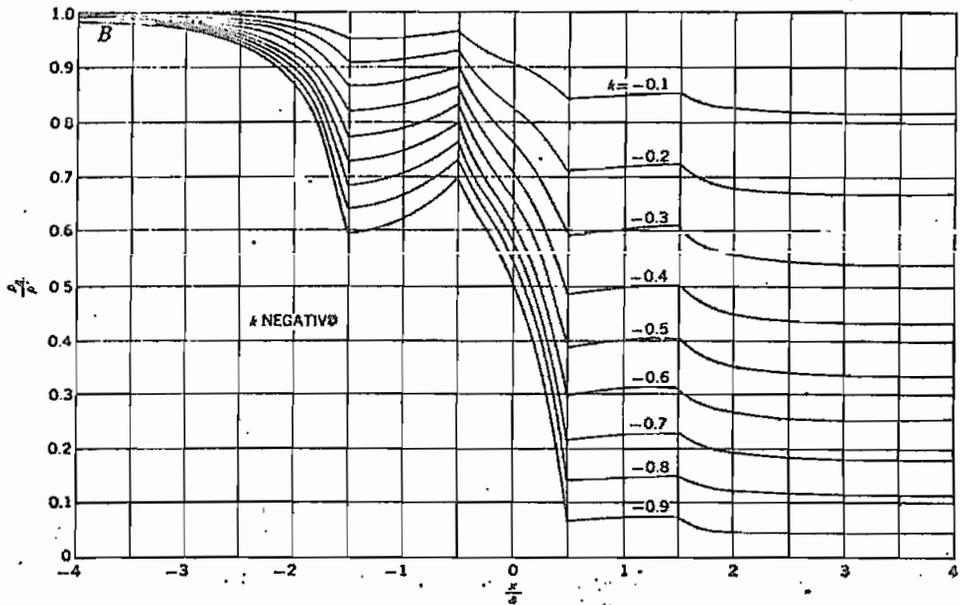
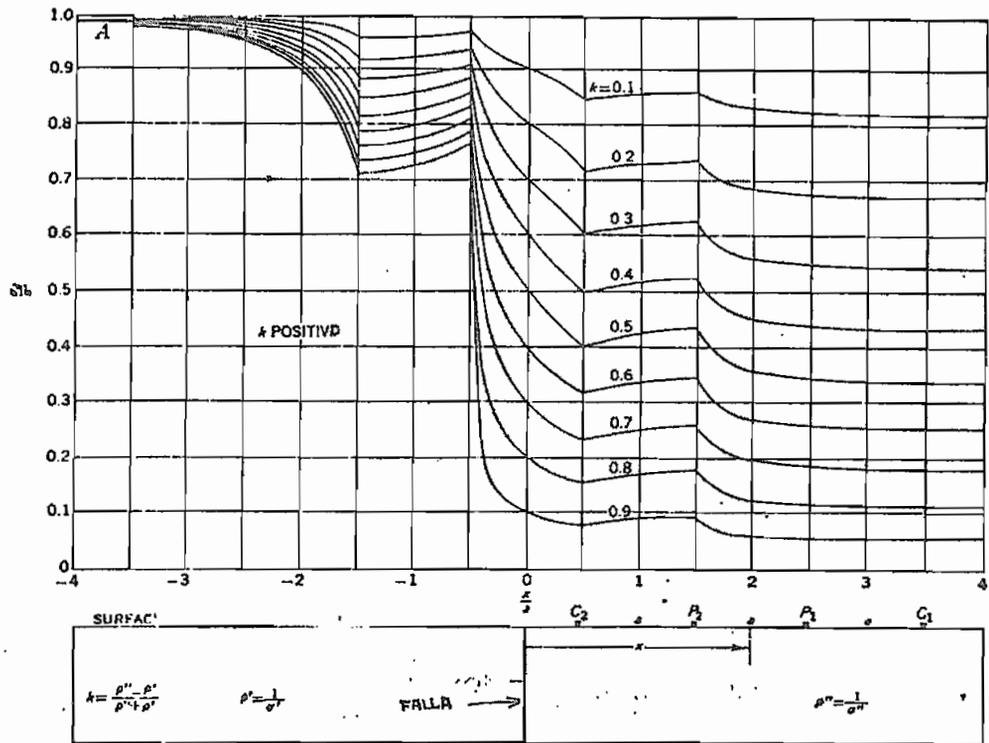




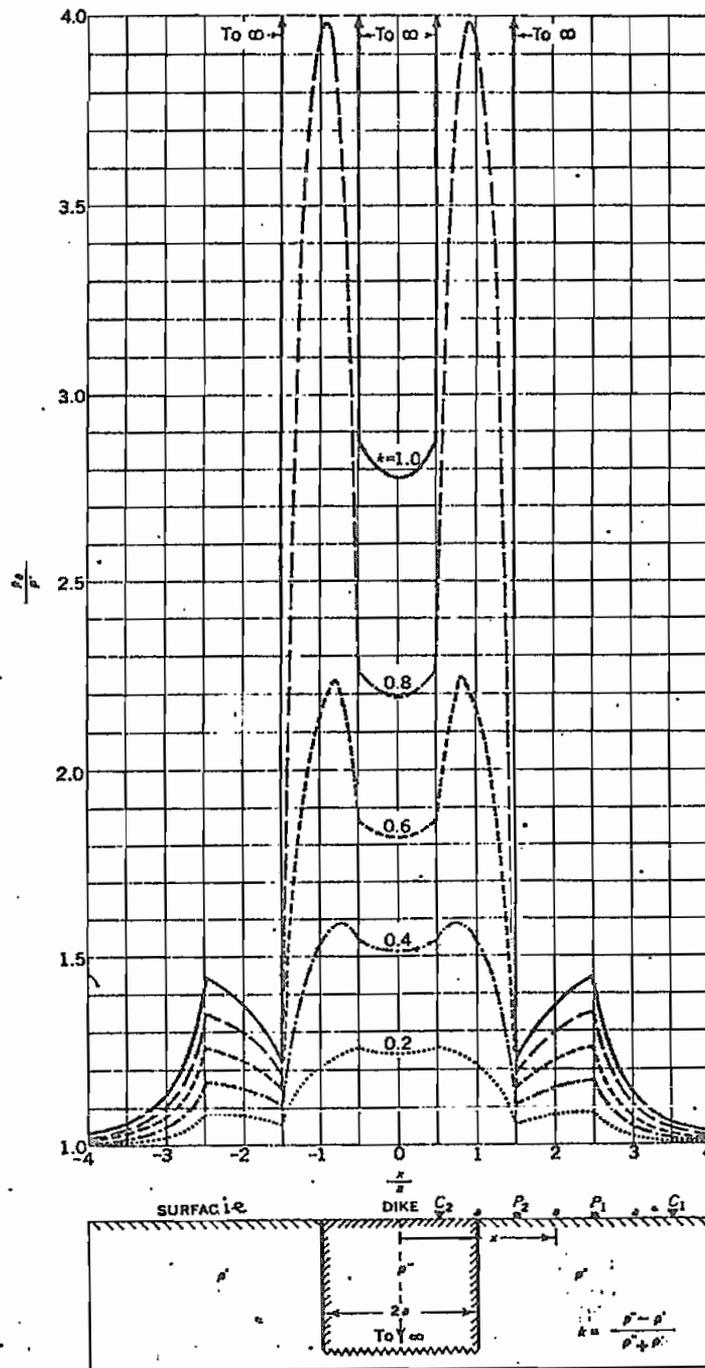




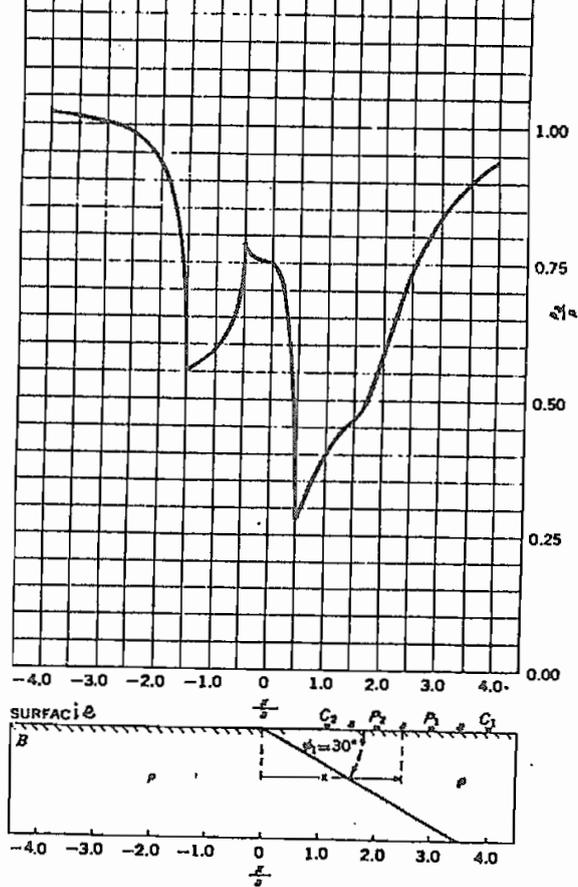
Variación de la resistividad en modelos especiales a varios ángulos (método Wenner).



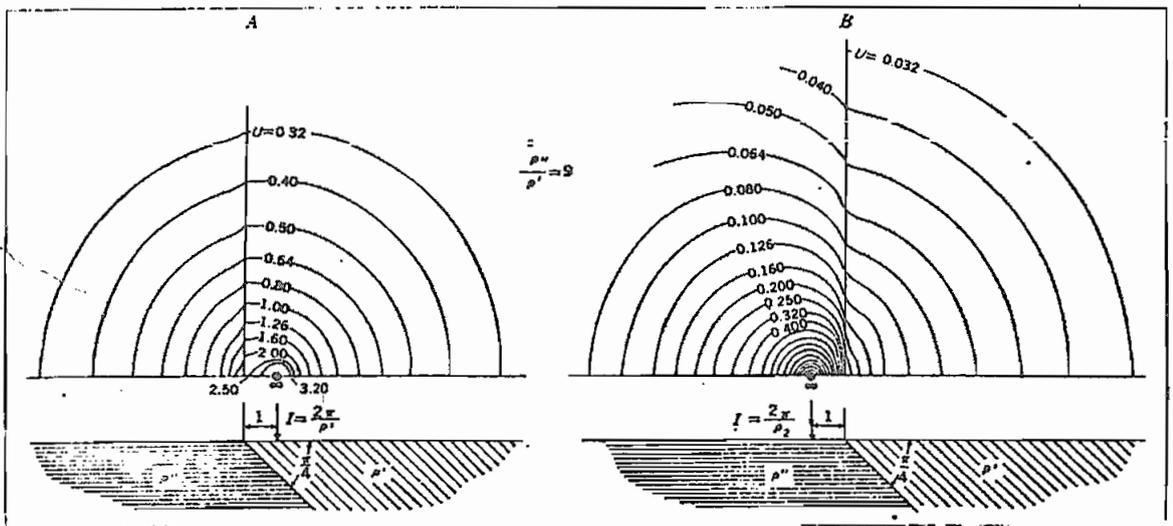
Resistividades y conductividades para perfiles verticales (método Wenner derecha).



Variación de la Resistividad en perfil vertical
(Método Wenner).



Resistividades a un ángulo de 30° (configuración Wenner)



Distribución del campo eléctrico para perfiles especiales.