

ESCUELA POLITECNICA NACIONAL  
FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA  
ESPECIALIZACION EN SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

" APLICACION DEL PRINCIPIO DEL MAXIMUM DE PONTRYAGIN A  
LA OPERACION ECONOMICA DE SISTEMAS ELECTRICOS CON  
CENTRALES HIDRAULICAS "

Tesis previa a la obtención del  
Título de Ingeniero Eléctrico  
en la especialización de Potencia



RENE VINICIO VERGARA ARAQUE

Quito, Marzo de 1984

CERTIFICO QUE ESTA TESIS HA SIDO  
DESARROLLADA EN SU TOTALIDAD POR  
EL SR. RENE VINICIO VERGARA ARA-  
QUE.



ING. ALFREDO MENA PACHANO  
DIRECTOR DE TESIS.

DEDICATORIA

A MIS PADRES Y A MI ESPOSA

AGRADECIMIENTO

AGRADEZCO AL ING. ALFREDO MENA P.,  
Y A TODAS LAS PERSONAS QUE DE UNA  
U OTRA FORMA HAN COLABORADO PARA  
EL DESARROLLO DE ESTE TRABAJO.

## INDICE

### PAGINA

#### CAPITULO I

##### INTRODUCCION

- 1.1.-METODOS QUE SE UTILIZAN PARA RESOLVER EL PROBLEMA ..... 2  
1.2.-ALCANCE Y OBJETIVOS DE ESTA TESIS ..... 4.

#### CAPITULO II

##### TEORIA GENERAL NECESARIA PARA OPERACION OPTIMA

- 2.1.-MODELO DE COSTO DE GENERACION TERMICA ..... 6  
2.2.-MODELO DE CENTRAL HIDRAULICA ..... 8  
    2.2.1.-MODELO DE CENTRAL HIDRAULICA CON RESERVORIO ..... 9  
    2.2.2.-MODELO DE CENTRAL HIDRAULICA DE PASADA ..... 19  
2.3.-FUNCION OBJETIVO ..... 21  
2.4.-RESTRICCIONES ..... 22  
    2.4.1.-PERDIDAS POR TRANSISION ..... 23  
    2.4.2.-ECUACION DE EQUILIBRIO DE POTENCIA ACTIVA ..... 25

#### CAPITULO III

##### ALGORITMO MATEMATICO

3.1.-EL PRINCIPIO DEL MAXIMUM DE PONTRYAGIN .....	27
3.2.-APLICACION DEL PRINCIPIO DEL MAXIMUM A LA SOLUCION DEL PROBLEMA .....	32
3.2.1.-PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....	32
3.2.2.-SOLUCION DEL PROBLEMA .....	35
3.3.-ECUACIONES DE OPTIMALIDAD .....	38
3.3.1.-ECUACIONES A RESOLVER .....	46
3.4.-SOLUCION DE LAS ECUACIONES DE OPTIMALIDAD .....	54
3.4.1.-APLICACION DEL METODO DE NEWTON-RAPHSON .....	55

#### CAPITULO IV

##### APLICACION DEL METODO A SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

##### CON CENTRALES HIDRAULICAS DE PASADA

4.1.-PROGRAMA DIGITAL .....	67
4.1.1.-DIAGRAMA DE FLUJO DEL PROGRAMA PRINCIPAL .....	68
4.1.2.-SUBROUTINAS DEL PROGRAMA DIGITAL .....	70
4.2.-DOS PROBLEMAS RESUELTOS DE LA LITERATURA TECNICA .....	72
4.2.1.-SISTEMA DE EJEMPLO 1 .....	72
4.2.2.-SISTEMA DE EJEMPLO 2 .....	74
4.3.-RESULTADOS OBTENIDOS USANDO EL PROGRAMA DIGITAL .....	76
4.4.-ANALISIS DE RESULTADOS .....	85
4.4.1.-ANALISIS DE RESULTADOS OBTENIDOS CON EL EJEMPLO 1 .....	85
4.4.2.-ANALISIS DE RESULTADOS OBTENIDOS CON EL EJEMPLO 2 .....	86

#### CAPITULO V

##### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1.-CONCLUSIONES .....	88
5.2.-RECOMENDACIONES .....	89

ANEXO A

<u>EJEMPLO DE APLICACION DEL PRINCIPIO DEL MAXIMUM .....</u>	91
--------------------------------------------------------------	----

ANEXO B

<u>COEFICIENTES DE COSTO TIPICOS .....</u>	97
--------------------------------------------	----

ANEXO C

<u>INVERSION DEL JACOBIANO USANDO PARTICIONES .....</u>	98
---------------------------------------------------------	----

ANEXO D

MANUAL DE USO DEL PROGRAMA DIGITAL PARA DETERMINAR LA  
ESTRATEGIA OPTIMA DE OPERACION DE UN SISTEMA ELECTRICO  
CON CENTRALES HIDRAULICAS DE PASADA

D.1.-OBJETIVO .....	102
D.2.-METODO DE SOLUCION .....	102
D.3.-DESCRIPCION DEL PROGRAMA .....	103
D.4.-NOMENCLATURA .....	103
D.4.1.-VARIABLES DE ENTRADA .....	103
D.4.2.-VARIABLES DE SALIDA .....	105
D.5.-FORMA DE PROPORCIONAR LOS DATOS AL PROGRAMA .....	106
D.6.-RESTRICCIONES .....	107
D.7.-MANUAL PARA PROPORCIONAR DATOS AL PROGRAMA .....	109
D.8.-FORMA DE UTILIZAR EL PROGRAMA .....	111
EJEMPLO NUMERO UNO .....	112
EJEMPLO NUMERO DOS .....	113

ANEXO E

LISTADO DEL PROGRAMA DIGITAL ..... 114

REFERENCIAS ..... 126



## CAPITULO I

### INTRODUCCION

Durante la última década, pese al perfeccionamiento continuo del que han sido objeto los elementos que forman un sistema eléctrico de potencia, los costos de producción de energía eléctrica se han incrementado considerablemente, debido al aumento de precios que han sufrido los combustibles que se utilizan para que las centrales eléctricas de tipo térmico puedan generar potencia.

Una forma para reducir el costo de generación en un sistema eléctrico de potencia, es el de disminuir el uso de combustibles fósiles lo cual se puede lograr incrementando el número de centrales eléctricas que utilizan recursos renovables como son: el agua, el viento, la energía solar, para generar energía eléctrica.

Actualmente, en la mayoría de los sistemas eléctricos, existen centrales térmicas e hidráulicas para cubrir la demanda de potencia, pues las centrales que usan otro tipo de recursos, como el viento y la energía solar todavía están en etapa de prueba y experimentación y su uso aún no se ha generalizado.

En las centrales hidroeléctricas se aprovecha la energía potencial que tiene el caudal de un río en ciertas condiciones, para transformarla en potencia y energía eléctrica baratas.

Como es muy difícil que un sistema eléctrico de potencia, tenga toda su capacidad de generación en base a centrales hidroeléctricas, se hace necesario el recurrir al uso de centrales térmicas que funcionen al mismo tiempo, de tal forma que se cubra la demanda de una manera eficiente, es decir que se mantenga continuidad de generación.

Hasta el momento la mayoría de los estudios realizados han sido enfocados hacia la obtención de la estrategia óptima de operación de sistemas eléctricos en los cuales la generación de potencia es totalmente térmica [11] , [12 ] , [14 ] .

Con la inclusión de centrales hidráulicas, el tratamiento matemático para obtener la estrategia de operación más económica para sistemas eléctricos de potencia, esto es, la minimización de los costos de operación, es diferente, puesto que la generación hidráulica no produce costos, mientras que la térmica si, dificultándose la obtención de la estrategia buscada.

#### 1.1.- METODOS QUE SE UTILIZAN PARA RESOLVER EL PROBLEMA.-

Para resolver el problema de la obtención de la estrategia óptima de generación en sistemas eléctricos hidro-térmicos existen algunos métodos que pueden ser aplicados, tres de los cuales se describen brevemente:

- 1.- Solución Empírica: Este método utiliza la potencia hidráulica generada para cubrir la "base" de la curva de demanda dejando a las centrales térmicas para cubrir los picos de la misma curva. Es decir, la potencia hidráulica generada durante el período de optimización es constante lo cual permite aplicar cualquier método desarrollado para determinar la operación económica de centrales térmicas.

Este método, no es aplicable cuando la potencia de las cen-

trales hidráulicas es pequeña comparada con la demanda del sistema.

2.- Programación Dinámica: Este conocido método de optimización, puede ser utilizado para la solución del problema. Primero, se discretiza el intervalo de optimización y los niveles de generación de las centrales térmicas e hidráulicas que forman parte del sistema de estudio. De esta manera, se forma una "red", en cuyas intersecciones se analiza el costo producido.

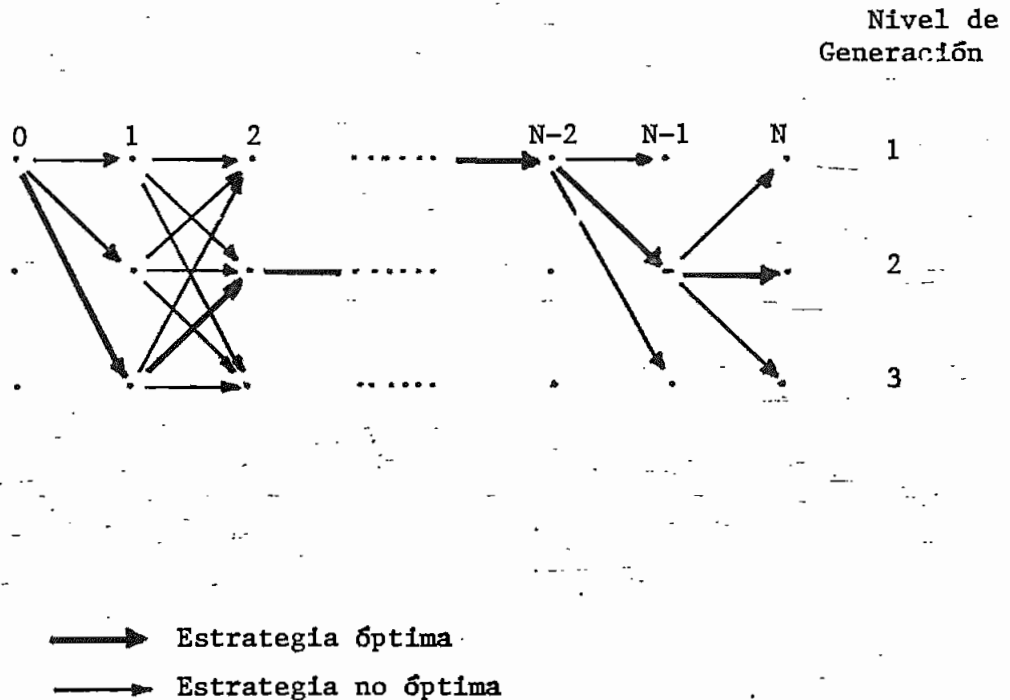


Gráfico 1.1.

Analizando las trayectorias posibles, se determina la estrategia que produzca el menor costo.

Este procedimiento necesita de un mayor número de puntos de análisis ( intersecciones) mientras más preciso se desea el resultado, por lo tanto, para aplicaciones en computadores digitales, el requerimiento de memoria aumenta [15], [ 18 ].

3.- Aproximación variacional: Este método, utiliza los principios del cálculo de variaciones para resolver el problema. Primeramente es necesario plantear una función objetivo, en la cual consten, las variables que describen el sistema. La función objetivo tendrá la forma:

$$J = \int_0^{T_f} [ F (P_s) + \sum_{i=1}^{NH} p_i q_i ] dt \quad 1.1$$

En la cual  $P_s$  que es la potencia térmica de generación, y  $p_i$  son constantes que sirven para introducir en la función objetivo la parte hidráulica del sistema, que está representada por el caudal o turbinamiento de cada central de este tipo. Finalmente aplicando el cálculo de variaciones a la función planteada se obtiene la solución buscada [1].

Finalmente, existe el Principio del Maximun de Pontryagin, el cual es otro método alternativo que se usa para resolver el problema de obtener la estrategia óptima de operación de un sistema eléctrico de potencia, el mismo que será utilizado en el desarrollo de este trabajo.

#### 1.2.- ALCANCE Y OBJETIVOS DE ESTA TESIS.-

El objetivo del presente estudio, es desarrollar un algoritmo numérico, basado en el Principio del Maximun de Pontryagin, que permita determinar la estrategia más económica de operación de un Sistema Eléctrico de Potencia.

Para determinar esta estrategia, se asume un período de 24 horas, durante el cual se conoce la demanda total del sistema. la cual debe ser abastecida por la generación del mismo. La generación del sistema, deberá cubrir también, las pérdidas de potencia producidas

por transmisión.

La estrategia óptima obtenida, minimizará el costo total de operación debido al consumo y utilización de combustibles para generación de potencia en las centrales térmicas del sistema. No se considerará cualquier otro tipo de costo de operación que pueda existir durante el intervalo de optimización.

Se probará el algoritmo desarrollado mediante un programa digital, el cual servirá para un máximo de 10 unidades generadoras ( térmicas e hidráulicas ). Este programa considerará únicamente centrales hidráulicas de "pasada" y se lo probará con dos ejemplos de la literatura técnica disponible.

Finalmente, el alcance de esta tesis es básicamente académico y constituye una iniciación del tratamiento del problema utilizando este método.

## CAPITULO II

### TEORIA GENERAL NECESARIA PARA OPERACION OPTIMA

#### 2.1. MODELO DE COSTO DE GENERACION TERMICA.-

En una central térmica, la generación de potencia eléctrica se obtiene como resultado de la transformación de la energía mecánica rotacional producida, tanto por turbinas de vapor como por turbinas y motores de combustión, en ambos casos es necesario el consumo de combustibles ( gas natural, hidrocarburos, energía nuclear), los cuales son recursos no renovables y su uso produce costos de operación.

En estas centrales, existe una dependencia directa entre el combustible consumido y la potencia eléctrica generada, por tanto es factible determinar una curva que relaciona el consumo de combustible con la potencia eléctrica de salida.

$$F = f ( P_s ) \quad 2.1$$

Los valores de esta función se determinan por métodos experimentales [14]. En la Figura 2.1. se muestra la forma aproximada de la función.

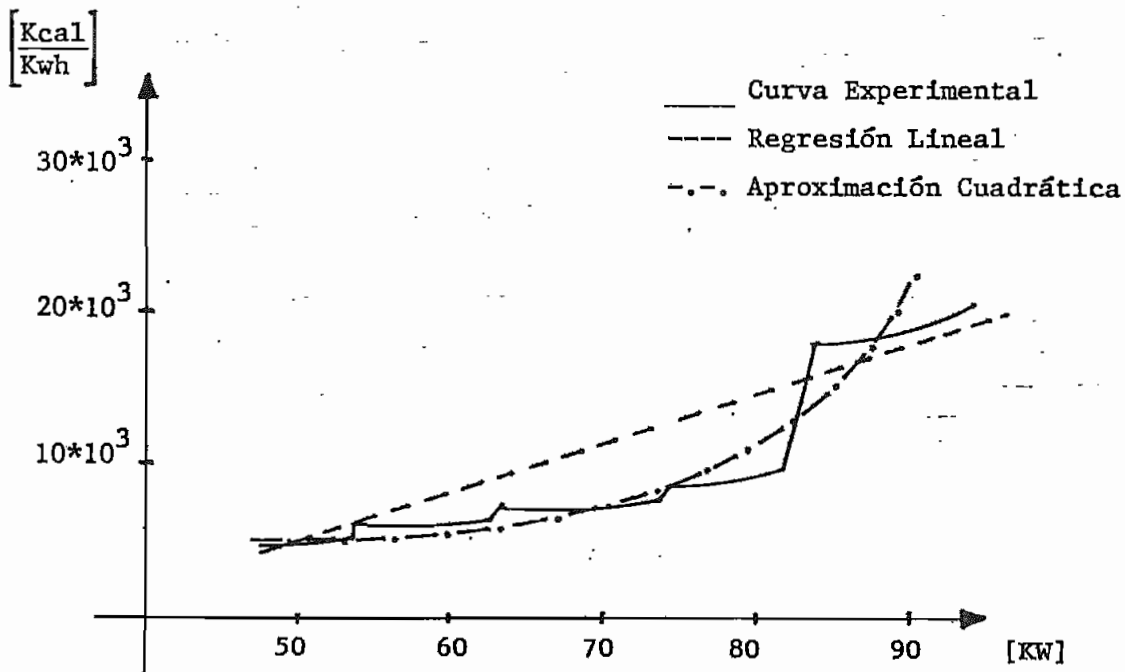
Obtenida la curva, su ecuación es comunmente aproximada por -

métodos de regresión polinomial, ( por ejemplo el método de los mínimos cuadrados ), siendo ésta:

$$F = a_0 + a_1 P_s + a_2 P_s^2 + \dots + a_n P_s^n \quad 2.2$$

En la mayoría de los casos prácticos es conveniente asumir una aproximación lineal, con la que la ecuación anterior toma la forma:

$$F = a_0 + a_1 P_s \quad 2.3$$



Ejemplo Demostrativo de Curva Entrada-Salida.

Figura 2.1.

De la curva definida por la ecuación 2.3., es fácil pasar a otra que nos permita conocer la variación de costo por unidad de tiempo por unidad de potencia vs. la potencia generada, la cual es cono-

cida como " Curva de Costo Incremental " y su ecuación es:

$$\frac{d F_G}{d P_s} = \beta + 2 \gamma P_s \quad 2.4.$$

La cual ha sido expresada así, para permitir una mayor simplicidad en tratamientos posteriores; integrando 2.4 se obtiene otra ecuación la cual representa el costo de generación en función de la potencia generada y está dada por:

$$F_G = \alpha + \beta P_s + \gamma P_s^2 \quad 2.5.$$

Esta última expresión, define el modelo de costo de generación térmica que se utilizará en el presente estudio. Las constantes  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , son características de cada máquina y en general dependen de la capacidad de potencia y del tipo de combustible que se utiliza; valores para las mismas se pueden encontrar en la Tabla #1 del Anexo B.

## 2.2.- MODELO DE CENTRAL HIDRAULICA.-

La operación de una Central Hidráulica integrada a un sistema eléctrico de potencia es de gran importancia, pues incide directamente en la disminución de costos por uso de combustibles fósiles en centrales térmicas.

Esta característica proviene del hecho de que la producción de energía eléctrica es debida al uso de un recurso renovable y sin costo alguno, el agua.

En general, existen dos tipos de centrales hidráulicas:

- Centrales hidráulicas con reservorio



- Centrales Hidráulicas de " Pasada ".

2.2.1.- MODELO DE CENTRAL HIDRAULICA CON RESERVORIO.-

En estas centrales, se dispone de almacenamiento de energía en forma de grandes volúmenes de agua dentro del reservorio, característica que permite disponer de potencia eléctrica en el momento que se necesite.

Las partes principales de una central hidroeléctrica de reservorio típica son las siguientes:

- El generador
- La turbina
- Las tuberías de aducción
- El dique
- El reservorio

y una configuración característica se muestra a continuación:

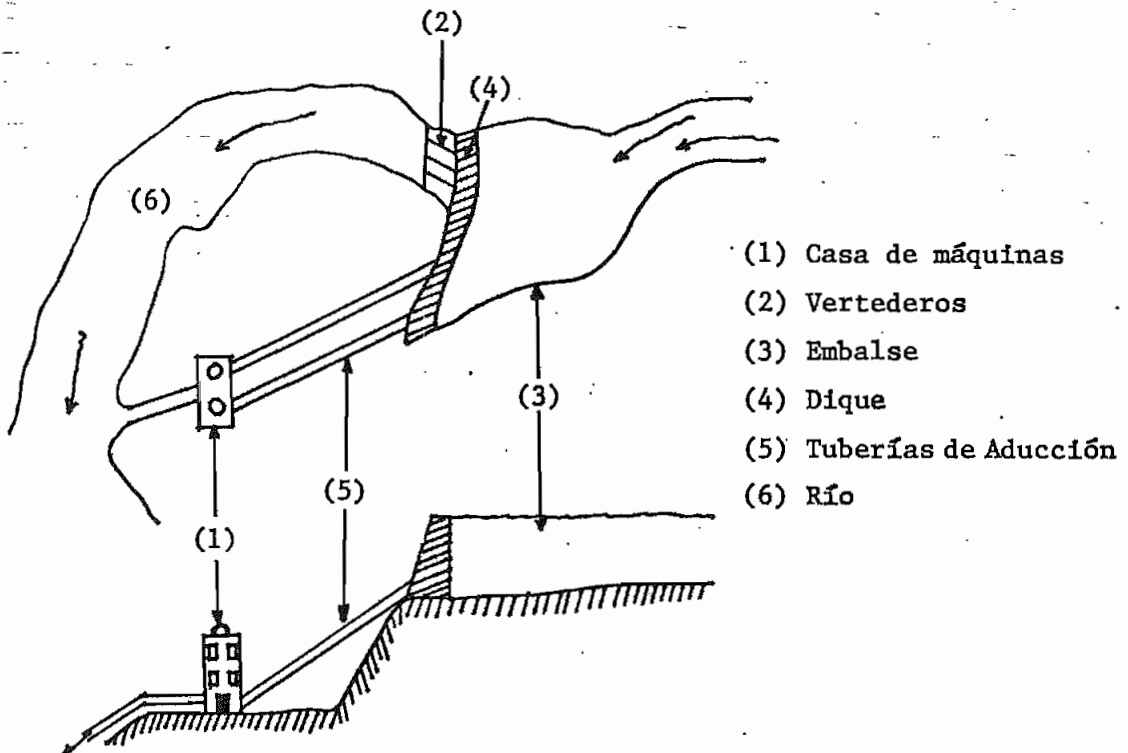


Figura 2.2.

POTENCIA GENERADA:

En una central hidroeléctrica de reservorio, la potencia eléctrica generada es función directa de la altura hidráulica neta y de las eficiencias de la turbina y el generador [1].

$$P_h = ( q h_e / 102 ) \eta_r \eta_G \quad [ \text{MW} ] \quad 2.6$$

La ecuación anterior define a la potencia eléctrica generada donde:

$q =$  descarga de agua ( Turbinamiento)  $[ \text{m}^3 / \text{seg} ]$

$h_e =$  Altura neta o nivel efectivo  $[ \text{m} ]$

$\eta_r =$  eficiencia de la turbina

$\eta_G =$  eficiencia del generador

Una forma alternativa de escribir 2.6 se puede obtener si definimos una nueva variable de eficiencia.

$$G = ( \eta_r \eta_G / 102 )^{-1} \quad 2.7$$

reemplazando 2.7 en 2.6

$$P_h G = q h_e \quad 2.8$$

Debido a la existencia de varios tipos de turbinas hidráulicas, la eficiencia  $G$  será distinta en cada caso particular [1]. En el presente trabajo se asumirá una eficiencia igual a la unidad, lo cual permite tener una ecuación muy sencilla para expresar la potencia eléctrica generada.

$$P_h = qh_e \quad [ \text{MW} ] \quad 2.9$$

### LA ALTURA EFECTIVA

La altura efectiva (  $h_e$  ) en una central hidráulica con reservorio está dada por la siguiente ecuación:

$$h_e = h_o + h_b \quad 2.10$$

Donde:

$$h_o = h_d + h_{vm} \quad 2.11$$

$h_{vm}$  = altura o nivel de volumen muerto

$h_d$  = altura o nivel de agua en el reservorio

$h_o$  = altura neta de agua en el reservorio

$h_b$  = altura o nivel básico

El significado de las variables anteriores es el siguiente:

- 1.- Altura o nivel básico : Es la diferencia de altura que existe entre el lugar en que se encuentran las turbinas y las bocas de las tuberías de aducción a las mismas .  
( ver Fig. 2.3 ).
- 2.- Altura o nivel de volumen muerto: es la diferencia de altura entre la base del dique y las bocas de las tuberías de aducción. ( Ver la Fig. 2.3 ).
- 3.- Altura o nivel de agua en el reservorio: es la altura o nivel de agua con respecto a la base del dique (ver Fig. 2.3.)

4.-Altura neta de agua en el reservorio: Es la altura o nivel de agua sobre las bocas de las tuberías de aducción ( Ver Fig. 2.3 ).

El volumen "muerto", es normalmente usado para permitir la sedimentación de partículas que vienen comúnmente disueltas en el agua y así aumentar la vida útil del embalse y por consecuencia la de la central hidroeléctrica ( Ver Fig. 2.3 ).

La altura " $h_o$ " es una función de la descarga de agua, de la afluencia natural de agua al reservorio, del vertimiento o cantidad de líquido derramado por los vertederos, de la evaporación y de la geometría del reservorio, por esta razón es preciso considerar la modulación del mismo.

A continuación se presenta una curva típica de variación de pérdida de altura ( $\Delta h$ ) en función de la descarga [1] la cual puede ser aproximada a una línea recta.

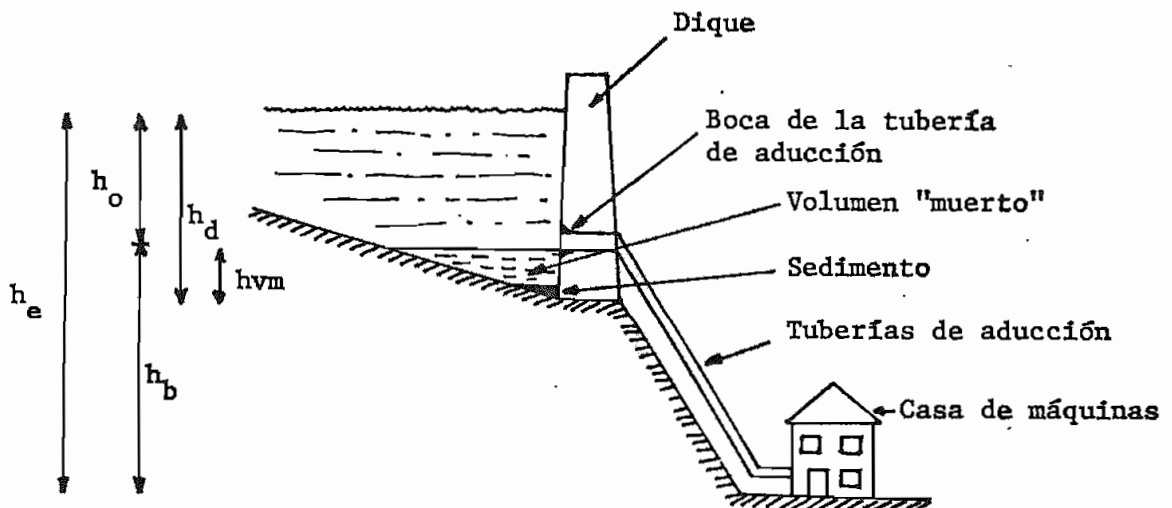


Figura 2.3.

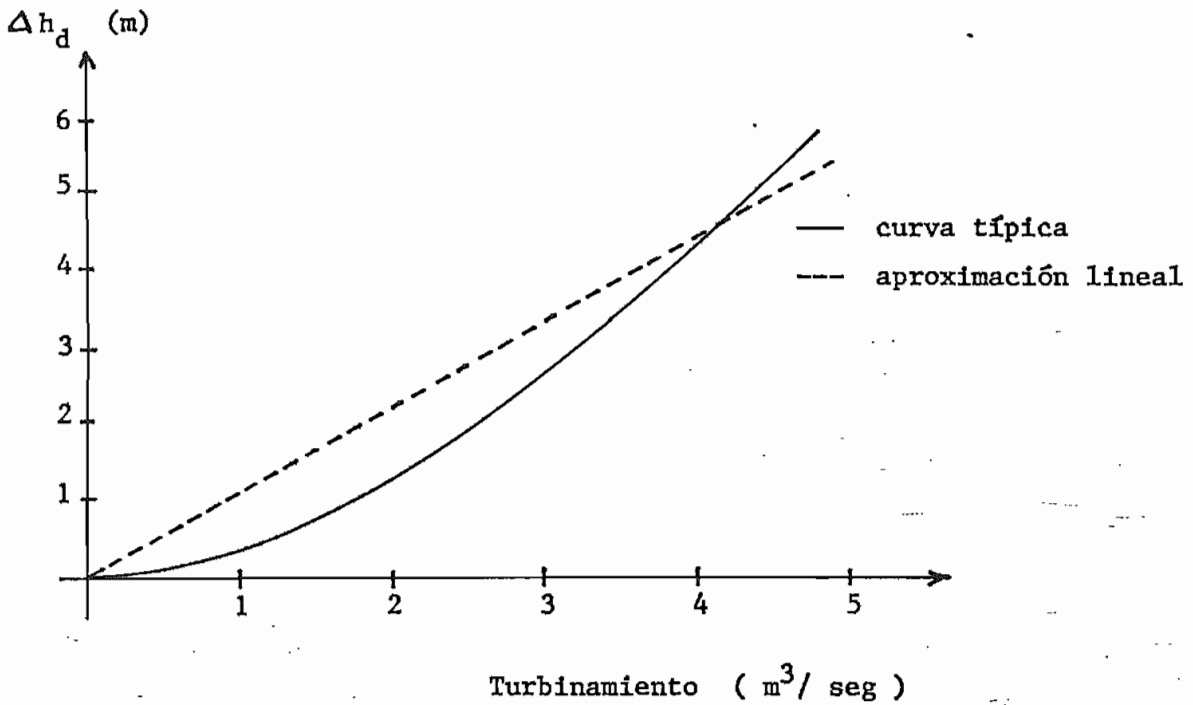


Figura 2.4

Quando la central hidroeléctrica en estudio se encuentra operando, el turbinamiento, ( descarga de agua a través de la turbina) varía de acuerdo a las necesidades de generación, dentro del rango de valores que puede tomar. Este rango viene dado por los límites físicos de capacidad de turbinamiento, es decir:

$$q_{\min} \leq q \leq q_{\max}$$

2.12

Estas variaciones de caudal turbinado incide en el volumen de almacenamiento por el reservorio y por consiguiente en el nivel de agua del mismo, por esta razón, se puede decir que la altura neta es función del volumen almacenado y de las pérdidas, entendiéndose aquí por pérdidas a la evaporación, filtración y vertimiento que se -

da en un reservorio real, por lo tanto se la puede expresar como:

$$h_d = f ( X, \delta ) \quad [m] \quad 2.13$$

X - volumen ( m<sup>3</sup> )

$\delta$  - pérdidas ( m<sup>3</sup> )

En la ecuación anterior se considera implícitamente la afluencia natural, debido a que es un factor que afecta directamente al volumen almacenado; para tratamientos posteriores, no se tomará en cuenta las pérdidas anteriormente mencionadas pues su modelación está fuera del alcance de esta tesis, de aquí 2.13 se transforma en:

$$h_d = f ( x ) \quad [m] \quad 2.14$$

Reemplazando 2.14 en 2.11 se obtiene:

$$h_o = f ( x ) - h_{vm} \quad 2.15$$

Definiendo una nueva función:

$$h_{vm} = f^* ( X_{vm} ) \quad 2.16$$

X<sub>vm</sub> = Volumen muerto

\* El asterisco indica una nueva función

Como ambas funciones están representando al mismo reservorio se cumple que:

$$F ( \zeta ) = F^* ( \zeta ) \quad \zeta - \text{argumento} \quad 2.17$$

Por lo tanto 2.15 se puede expresar como:

$$h_o = f(X) - f(X_{vm}) \quad 2.18$$

Generalizando la expresión anterior

$$h_o = g(X_p, X_{vm}) \quad 2.19$$

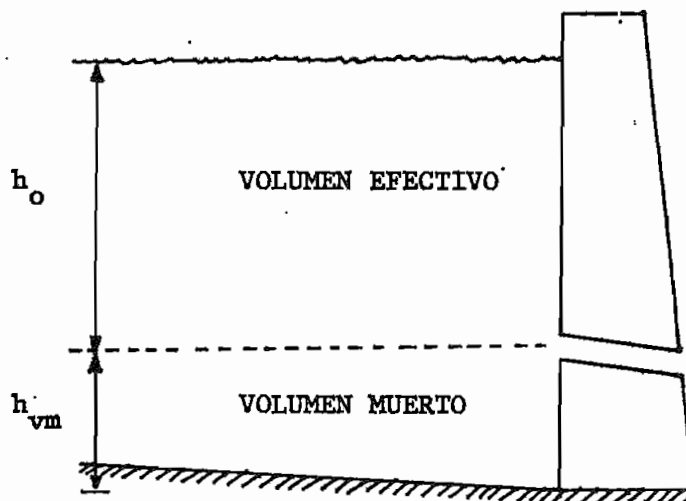
$$\text{Donde: } g(X_p, X_{vm}) = f(X) - f(X_{vm}) \quad 2.20$$

Debido a que en la práctica se conoce el volumen efectivo - de almacenamiento, es más cómodo definir a 2.19 como:

$$h_o = g(X_{efec}) \quad [m] \quad 2.21$$

Por volumen efectivo de almacenamiento se debe entender a aquel volumen que se halla entre el nivel de las rocas de las tuberías de aducción y el nivel del agua en el reservorio ( ver Figura 2.4 )

Figura 2.4.



Reemplazando la ecuación 2.21 en 2.10, se tiene la ecuación final -  
que permite conocer la altura efectiva

$$h_e = h_b + g (X_{efec}) \quad 2.22$$

La forma de la función  $g$  depende principalmente de la geometría del reservorio, razón por la cual será definida durante la modelación del reservorio dada a continuación.

#### MODELO DEL RESERVORIO.-

El modelo de reservorio que interesa en este trabajo sobre 0 peración económica, relaciona la altura efectiva  $h_e$  con el volumen almacenado, de una manera sencilla pero representativa.

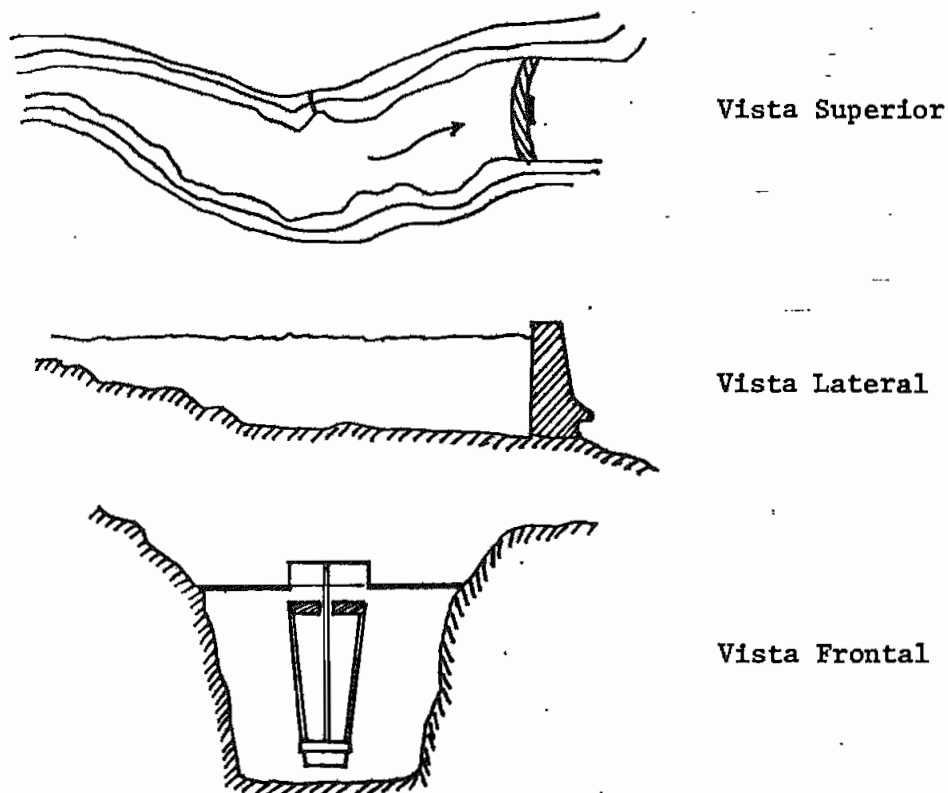


Figura 2.5.



La figura 2.5. representa diferentes vistas de la geometría de un reservorio real y como se puede ver, ésta es completamente irregular, hecho que complica cualquier desarrollo teórico.

Para salvar esta dificultad se adopta un reservorio en forma de un paralelepípedo ( ver figura 2.6 ) cuyo volumen es igual al volumen efectivo del reservorio real y su altura igual a la altura efectiva.

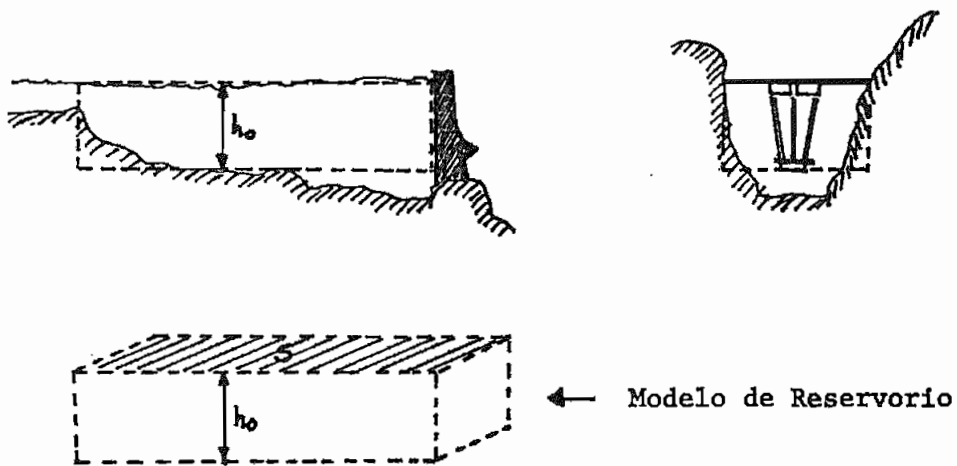


Figura 2.6.

El volumen del modelo puede ser calculado usando la fórmula:

$$X_{efec} = S \cdot h_o \tag{2.23}$$

De donde obtenemos:

$$h_o = \frac{X_{efec}}{S} \tag{2.23a}$$

$S \rightarrow$  Superficie del Embalse teórico.

De las ecuaciones 2.23a y 2.21 podemos encontrar la función:

$$g ( X_{efec} ) = \frac{1}{S} X_{efec} \quad 2.24$$

Reemplazando 2.24 en 2.22 obtenemos la expresión de la altura efectiva

$$h_e = h_b + \frac{1}{S} X_{efec} \quad 2.25$$

Que expresada de una manera alternativa

$$h_e = h_b \left( 1 + \frac{1}{h_b S} X_{efec} \right) \quad 2.26$$

Si definimos:

$$c = \frac{1}{h_b S} \quad 2.27$$

La ecuación 2.26 toma la forma:

$$h_e = h_b ( 1 + C X_{efec} ) \quad 2.28$$

El cálculo de la constante S es sencillo, pues conocemos el volumen efectivo y la altura efectiva máximos, basta aplicar la ecuación 2.23 a estos valores así:

$$S = \frac{\bar{X}_{efec}}{\bar{h}_o}$$

$\bar{X}_{efec}$  - Volúmen efectivo máximo  
 $\bar{h}_o$  - altura efectiva máxima

Debe hacerse notar aquí que una vez calculada la constante S,

se completa la definición del modelo de la altura efectiva.

Continuando con el desarrollo del modelo del reservorio, su característica de comportamiento dinámico puede ser adecuadamente descrita por la ecuación diferencial.

$$\frac{dX}{dt} = i(t) - q(t) \quad 2.29$$

$i(t)$  - afluencia natural [ m<sup>3</sup>/seg ]

$q(t)$  - turbinamiento [ m<sup>3</sup>/seg ]

$\frac{dX}{dt}$  - variación del volumen por unidad de tiempo  
[m<sup>3</sup>/seg ].

con la que se completa la modelación del reservorio [2] [1].

En resumen, las ecuaciones que describen el modelo de la central hidráulica con reservorio son:

$$P_h = h_e \cdot q \quad 2.9$$

$$h_e = h_b \cdot (1 + CX_e) \quad 2.28$$

$$C = \frac{1}{h_b S} \quad 2.27$$

$$\frac{dX}{dt} = i(t) - q(t) \quad 2.29$$

#### 2.2.2.- MODELO DE CENTRAL HIDRAULICA DE PASADA.-

Se considera como centrales hidráulicas de pasada a aquellas que tienen una altura efectiva constante, por lo tanto la potencia - generada depende únicamente del turbinamiento o flujo de agua que cir-

cula por la turbina.

Dentro de este tipo de centrales se hallan las centrales hidráulicas con reservorio suficientemente grande para garantizar la asumción de altura efectiva constante y las centrales de "pasada" propiamente dichas, es decir aquellas que funcionan únicamente con el -caudal del río en el cual se hallan instaladas [4].

En una central de este tipo, existe una dependencia funcional de la potencia activa generada sobre la razón de descarga de agua por las turbinas [1], la cual se expresa por la ecuación:

$$\frac{dq}{dP_h} = \beta_h + 2 \gamma_h P_h \quad 2.30$$

Que integrada nos permite obtener la ecuación del turbinamiento en función de la potencia hidroeléctrica generada.

$$q = \alpha_h + \beta_h P_h + \gamma_h P_h^2 \quad 2.31$$

Una característica importante que debe notarse, es la de que existe una restricción para el turbinamiento y está dada por la cantidad de agua que puede ser utilizada para generar potencia, es decir, por la cantidad de líquido que se tiene afluyendo por el río que alimenta a la central.

En general, en este tipo de controles se tiene un volumen mínimo de agua, que equivale al valor medio de la afluencia natural del río durante el período considerado, para ser utilizado en la generación de potencia. Esta restricción puede ser expresada como:

$$\int_0^{24} q dt = b_f \quad 2.32$$

Donde  $b_i$  representa el volumen utilizable ( disponible ) y  $q$  representa la función del turbinamiento en cada instante de tiempo.

### 2.3.- FUNCION OBJETIVO.-

Como anteriormente se ha mencionado, el uso de combustibles fósiles en una central térmica produce costos de operación, los cuales deben ser minimizados, y están dados por la ecuación 2.5.

Normalmente en sistemas eléctricos de potencia reales, existen varias centrales térmicas de operación, razón por la cual la ecuación de costo puede ser expresada de una manera más general como:

$$FC = \sum_{i=1}^{N_s} F_i ( P_{si} ) \quad 2.33$$

Donde  $N_s$  - número de centrales térmicas

$$F_i ( P_{si} ) = \alpha_i + \beta_i P_{si} + \gamma_i P_{si}^2$$

La ecuación 2.33 representa el costo de operación de las centrales térmicas. Como la generación debida a éstas, varía en el tiempo de acuerdo a los requerimientos de la demanda el costo de operación en un determinado período está dado por

$$FCT = \int_{t_0}^{t_f} \sum_{i=1}^{N_s} F_i ( P_{si} ) dt \quad 2.34$$

Donde:  $t_0$  - tiempo inicial considerado

$t_f$  - tiempo final del período

Por lo tanto, 2.34 define la función objetivo que se debe mini

mizar.

#### 2.4.- RESTRICCIONES.-

En sistemas de potencia reales, la minimización de la función objetivo planteada FCT o lo que es lo mismo, de los costos de operación, debe ser llevada a cabo tomando en cuenta las limitaciones físicas de las centrales generadoras térmicas e hidráulicas.

La primera de estas limitaciones es la capacidad de generación de cada central, la cual está dada por:

$$\underline{\tilde{P}} \leq \tilde{P} \leq \overline{\tilde{P}} \quad 2.35$$

Donde:  $\underline{\tilde{P}}$  - vector de potencia mínima de generación  
 $\overline{\tilde{P}}$  - vector de potencia máxima de generación

Para las centrales hidráulicas con reservorio, tenemos una limitación con la capacidad de almacenamiento de los mismos y está dada por:

$$\underline{\tilde{X}} \leq \tilde{X} \leq \overline{\tilde{X}} \quad 2.36$$

Donde:  $\underline{\tilde{X}}$  - Almacenamiento mínimo  
 $\overline{\tilde{X}}$  - Almacenamiento máximo

Ahora, para las centrales hidráulicas de pasada tenemos la restricción definida por la ecuación 2.32; además se tiene finalmente, para los dos tipos de centrales la restricción de capacidad de turbinamiento dada por 2.12.

$$\underline{q} \leq q \leq \bar{q} \quad 2.12$$

2.4.1.- PERDIDAS POR TRANSMISION.-

Al establecer la operación económica de centrales térmicas - nos encontramos con la necesidad de encontrar las pérdidas de potencia producidas por transmisión, las cuales pueden ser calculadas por la conocida expresión:

$$PL = \sum_{i=1}^L i_k^2 \cdot R_x \quad 2.37$$

- $i_k$  - corriente escalar en la línea k
- $R_x$  - resistencia ohmica de la línea k
- L - número de líneas

esta última ecuación no resulta práctica para el cálculo de la operación económica, pues las pérdidas proceden de un circuito de generación, unido por medio de un sistema de transmisión arbitrario, a cargas individuales ( ver Figura 2.7 ) [14], [ 8 ].

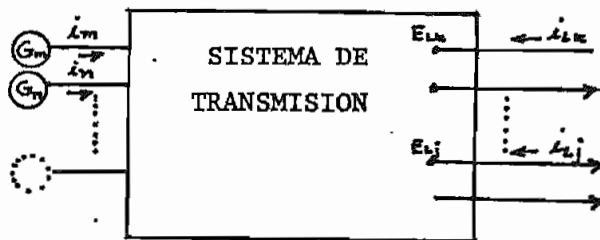
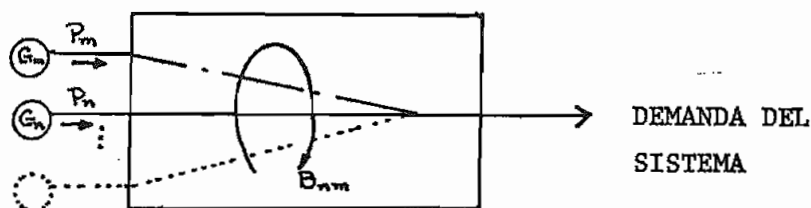


Diagrama Esquemático de un S.E.P.  
Figura 2.7.

Es, por lo tanto, conveniente modelar un sistema equivalente que posea una sola carga de valor igual a la suma de las cargas individuales en el sistema general ( Ver Figura 2.8 ).

En este modelo, no se toman en cuenta las corrientes que inyectan los generadores. En su lugar, se asume que éstos inyectan potencia al sistema [14].



Circuito Equivalente con Inyección de Potencia

Figura 2.8.

Para el modelo descrito, las pérdidas están dadas por:

$$P_L = \sum_m^k \sum_n^k P_m B_{mn} P_n \quad 2.38$$

- Donde:  $P_m, P_n$  - Potencia de las Fuentes  $m$ , y  $n$  respectivamente  
 $B_{mn}$  - Coeficientes de pérdida  
 $k$  - Número de fuentes  
 $m, n$  - Subíndices

y los coeficientes de pérdida pueden ser calculados por [8].

$$B_{mn} = \frac{\cos(\sigma_m - \sigma_n)}{|V_m| |V_n| (fp_m) (fp_n)} \quad 2.39$$



Donde:  $\sigma_n, \sigma_m$  = ángulos de fase de  $I_n, I_m$  con respecto a una referencia común

$|V_m|/|V_n|$  = módulos de los voltajes en los generadores  $G_m, G_n$ .

$fp_m, fp_n$  = factores de potencia de los generadores  $G_m$  y  $G_n$ .

$R_k$  = Resistencia de la línea k

$N_{kn}, N_{km}$  = Factores de contribución de corriente a la línea k por los generadores m,n ( números reales ).

Los coeficientes  $B_{mn}$  calculados por la expresión 2.39 serán asumidos constantes, pero como la carga total y la distribución de la misma varía entre las centrales generadoras del sistema. Es necesario considerar las siguientes hipótesis adicionales [8]

- 1.- Todas las corrientes de generación están en relación con la corriente total de carga.
- 2.- El voltaje de cada fuente permanece constante en módulo.
- 3.- El factor de potencia de cada generador no varía.
- 4.- Las corrientes de generación mantienen su ángulo de fase constante respecto a una referencia común, puesto que los factores de potencia son asumidos constantes.

Un tratado más profundo sobre este método para calcular las pérdidas por transmisión puede ser encontrado en las referencias [14], [8], [1].

#### 2.4.2.- ECUACION DE EQUILIBRIO DE POTENCIA ACTIVA.-

En un sistema de potencia, la necesidad de cubrir la demanda y las pérdidas en las líneas, permite plantear la ecuación de equilibrio ( o balance ) de potencia activa como:



$$PD + PL + Pg \quad 2.40$$

Donde: PD — Demanda total del sistema  
 PL — Pérdidas en las líneas  
 Pg — Potencia Total generada en el sistema

Reemplazando 2.34 en 2.36 y considerando que

$$Pg = \sum_i^k P_i \quad 2.41$$

La ecuación 2.36 se transforma en:

$$PD + \sum_{m=1}^k \sum_{n=1}^k P_m B_{mn} P_n = \sum_{N=1}^{n_G} P_i \quad 2.42$$

$n_G$  — número de centrales generadoras (térmicas e hidráulicas)

$P_i$  — potencia de cada central

La expresión 2.38 define la forma para la ecuación de balance de potencia que se utilizará.

Haciendo un breve resumen de las restricciones se tiene:

$$\underline{P}_i \leq P_i \leq \bar{P}_i \quad i \in k \quad 2.35$$

$$\underline{X}_j \leq X_j \leq \bar{X}_j \quad j \in n_{hr} \quad 2.36$$

$$\underline{q}_j \leq q_j \leq \bar{q}_j \quad j \in n_{hr}, n_h \quad 2.12$$

$$PD + \sum_{m=1}^k \sum_{n=1}^k P_m B_{mn} P_n = \sum_{i=1}^k P_i \quad 2.42$$

$$\int q_i dt = b_i \quad i \in n_h \quad 2.32$$

## CAPITULO III

### ALGORITMO MATEMATICO

#### 3.1.- EL PRINCIPIO DEL MAXIMUM DE PONTRYAGIN.-

El principio del maximum, desarrollado por L.S. PONTRYAGIN en la década de 1950 a 1960, es un procedimiento matemático de optimización [ 16 ], que permite obtener la mejor estrategia de control para la operación o funcionamiento de un determinado sistema físico ( ver Anexo A ).

Para sistemas muy generales este principio suministra condiciones necesarias pero no suficientes, para que se cumpla la optimalidad de la estrategia obtenida, en estos casos el método proporciona un camino para precisar cuándo un determinado control es candidato a la optimalidad.

A continuación, se presenta una breve descripción de este principio para un problema de control óptimo de tipo continuo, dados los valores de tiempo inicial y final y los valores de las variables de estado en los tiempos mencionados.

Considérese que se desea determinar el vector de control  $U(t)$  de tal manera que minimice la función objetivo.

$$J = \int_0^{t_f} F ( \tilde{X}(t), \tilde{U}(t), t ) dt \quad 3.1$$

Para un sistema cuyo comportamiento está descrito por

$$\dot{\tilde{X}} = \underline{\tilde{F}} (\tilde{X}, \tilde{U}, t) \quad 3.2.$$

En la cual  $\tilde{X}(t)$  es el vector de estado del sistema, definido por el vector de control  $\tilde{U}(t)$ . El estado inicial del sistema está dado por

$$\tilde{X}(t_0) = \tilde{X}_0 \quad 3.3$$

y los estados finales satisfacen a

$$\tilde{X}(t_f) = \tilde{X}_f \quad 3.4.$$

Donde  $\tilde{X}_0$  y  $\tilde{X}_f$  son vectores conocidos.

Para minimizar la función objetivo, el principio del maximum establece el siguiente procedimiento [ 9 ], [10].

1.- Se define una nueva variable

$$\frac{dx_{n+1}}{dt} = 1 \quad 3.5$$

La cual debe cumplir :

$$x_{n+1}(0) = 0 ; x_{n+1}(t_f) = t_f$$

2.- Se plantea una función auxiliar denominada Hamiltoniano, en la cual se introduce el vector de las variables Adjuntas [ 9 ], las cuales son variables auxiliares utilizadas para introducir en el Hamiltoniano las ecuaciones que describen el comportamiento del sistema físico en estudio.

$$\mathcal{H}(\tilde{X}(t), \tilde{U}(t), \tilde{Z}(t), t) = Z_0 F(\tilde{X}, \tilde{U}, t) + \tilde{Z}^T(t) - \tilde{F}(\tilde{X}, \tilde{U}, t) + Z_{n+1} \quad 3.5$$

Las variables adjuntas cumplen:

$$\dot{\tilde{Z}} \stackrel{\Delta}{=} - \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \tilde{X}} \quad 3.6$$

$$\dot{z}_0 \stackrel{\Delta}{=} 0 \quad 3.6a$$

$$\dot{z}_{n+1} = - \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x_{n+1}} \quad 3.6b$$

Además 
$$\dot{\tilde{X}} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \tilde{Z}} \quad 3.7$$

La ecuación anterior es análoga a 3.2.

3.- Planteado así el problema, el principio del maximum establece que el control óptimo  $\tilde{U}_0(t)$ , es aquel que maximiza el hamiltoneano para todo  $t$  ( $0 \leq t \leq t_f$ ). A la vez  $\tilde{U}_0(t)$  minimizará la función objetivo. Esta representa la condición necesaria de optimalidad, [ 9 ], [ 10 ].

Cuando las variables de control no son acotadas, una condición necesaria para que se cumpla la maximización el hamiltoneano es [ ]:

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \tilde{U}} = 0 \quad 3.8$$

con la cual se puede determinar cuándo un determinado control  $\tilde{U}_*(t)$ , es candidato a ser óptimo.

En la mayoría de los problemas reales, se presentan restricciones sobre las variables de control y las variables de estado, con lo cual ya no es posible usar 3.8 ; para salvar este problema, el principio del maximum proporciona la condición necesaria de que el hamil-

toneano posea un máximo para el valor del control  $\tilde{U}_*(t)$ . Esto implica que pueden existir uno o varios controles  $\tilde{U}_*(t)$  para los cuales el hamiltoniano posee un máximo relativo ( ver Gráfico 3.1 ).

La condición que define el control óptimo, es la de que el hamiltoniano posea un máximo absoluto en  $\tilde{U}_0(t)$ . Es decir: [ 9 ], [ 10 ].

$$\mathcal{H}(\tilde{X}(t), \tilde{U}_0(t), \tilde{Z}(t), t) \geq \mathcal{H}(\tilde{X}(t), \tilde{U}(t), \tilde{Z}(t), t) \quad 3.9$$

$$\tilde{U}(t) \in \Omega$$

$$0 \leq t \leq t_f$$

Donde:  $\Omega$  = región de valores admisibles de control

Debe recalcarce el hecho de que la ecuación 3.9 representa la condición necesaria y suficiente de optimalidad.

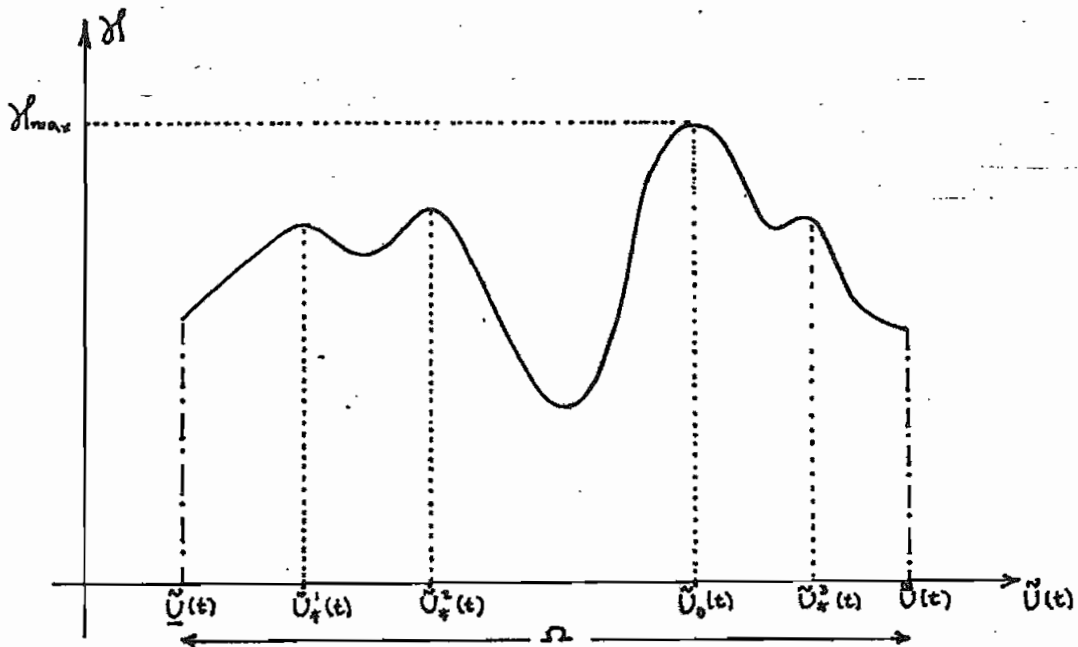


Gráfico 3.1.

Usando 3.5 y 3.6 se puede escribir la derivada total del hamiltoniano con respecto al tiempo como:

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t} = z_0 \frac{\partial F}{\partial t} + \tilde{z}^T \left( \frac{\partial \tilde{F}}{\partial t} \right) + \tilde{u}^T \left( \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \tilde{u}} \right) \quad 3.10$$

Si  $F$  y  $\tilde{F}$ , no son funciones explícitas del tiempo, se cumple

$$\frac{\partial F}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial \tilde{F}}{\partial t} = 0$$

Por lo que 3.10 se reduce a :

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t} = \tilde{u}^T \left( \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \tilde{u}} \right) \quad 3.11$$

Reemplazando 3.8 en 3.11, se obtiene

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t} = 0$$

Esto implica que el hamiltoniano es constante a lo largo de una trayectoria óptima, lo cual es factible para controles dentro de la región admisible. Cuando los controles óptimos se hallan en los límites de la región admisible, pero son constantes, se cumple que [ 1 ].

$$\frac{d\tilde{u}}{dt} = 0$$

Lo cual implica que  $\mathcal{H}_{max}$  es constante a lo largo de la trayectoria óptima.

Resumiendo, las condiciones de optimalidad son:

1.-  $z_0 = 0$  ( constante)

2.- El Hamiltoniano debe ser maximizado para cada instante de tiempo.

3.-  $\delta H_{max} = 0$  para  $t = t_f$  ( y para cualquier  $t$  si es constante ).

### 3.2.- APLICACION DEL PRINCIPIO DEL MAXIMUM A LA SOLUCION DEL PROBLEMA.-

#### 3.2.1.- PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.-

El problema de operación económica de un sistema eléctrico de potencia, que posee centrales generadoras térmicas e hidráulicas con reservorio, puede ser planteado de la siguiente manera:

Sea un sistema eléctrico de potencia con una cantidad  $n_s$  de centrales térmicas,  $n_h$  centrales hidráulicas de pasada y  $n_{hr}$  centrales - hidráulicas de reservorio, para el cual se desea encontrar una estrategia óptima de operación, que permita minimizar los costos de producción de potencia activa en las centrales térmicas. Estos costos están dados por: [ 4 ].

$$J = \int_0^{t_f} \sum_{i \in n_s} F_i (P_{si}) dt \quad 3.12$$

Las ecuaciones que definen la potencia generada por las centrales hidráulicas (desarrolladas en el capítulo anterior) son,

$$P_{hrj} = hb_j \cdot (1 + c_j x_j) \cdot q_j \quad j \in n_{hr} \quad 3.13$$

Para centrales hidráulicas con reservorio y



$$q = \alpha_h + \beta_h P_h + \gamma_h P_h^2 \quad j \in n_h \quad 2.31$$

Para centrales hidráulicas de pasada.

En las cuales:  $P_h$  = potencia activa generada por la central hidráulica [Mw]

$h_b$  = Altura neta [ m ]

$c_j$  = Constante de reservorio [ 1/m<sup>3</sup> ]

$x_j$  = Volumen almacenado en el reservorio j [m<sup>3</sup>].

$q_j$  = Turbinamiento de la central j [m<sup>3</sup>/ s]

Para este caso el comportamiento del sistema hidráulico está dado por:

[ 2 ]

$$\frac{dx_{hrj}}{dt} = I_j - q_j \quad j \in n_{hr} \quad 3.14$$

$I_j$  = Afluencia natural al reservorio [m<sup>3</sup>/se].

y

$$\frac{dx_{hj}}{dt} = q_j \quad j \in n_h \quad 3.15$$

Para centrales hidráulicas de reservorio y de pasada respectivamente.

A continuación se muestra un esquema de la conexión del sistema hidrotérmico. ( Ver Gráfico 3.2 )

Para completar el planteamiento del problema, debe tomarse en cuenta las restricciones del sistema:

$$\underline{P}_i \leq P_i \leq \overline{P}_i \quad 2.35$$

$$\underline{q}_j \leq q_j \leq \overline{q}_j \quad 2.12$$

$$\underline{x}_j \leq x_j \leq \bar{x}_j \quad 2.36$$

Conjuntamente con la ecuación de equilibrio de potencia

$$P_D(t) + P_L(t) = \sum_{i \in ns} P_{s_i} + \sum_{i \in nr} P_{nr_i} + \sum_{i \in nh} P_{nh_i} \quad 3.16$$

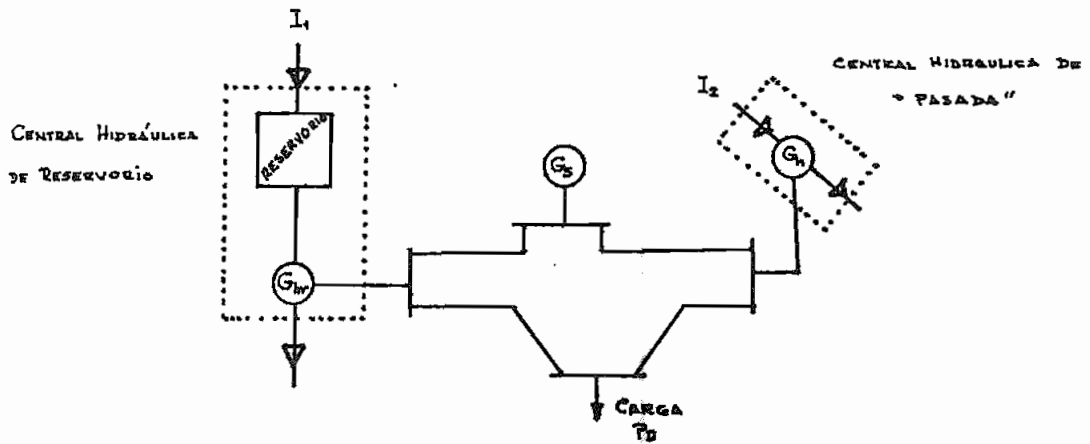


Gráfico 3.2.

Además, se conoce la cantidad de agua que se puede utilizar para generar potencia en cada central hidráulica, lo cual en las de reservorio está dada por las condiciones iniciales y finales de almacenamiento en cada una de las mismas, mientras que, en las centrales hidráulicas de pasada por la cantidad disponible de líquido durante el período considerado.

$$x_j(0) = x_{j0} \quad \text{--- condición inicial de reservorio } j. \quad 3.17a$$

$$x_j(t_f) = x_{jf} \quad \text{--- condición final de reservorio } j. \quad 3.17b$$

$$b_j \quad \text{--- volumen disponible en centrales de pasada} \quad 3.18$$

finalmente se define una nueva variable de estado la cual está determinada por: [ 3 ], [ 4 ].

$$\frac{dx_{nht+1}}{dt} \triangleq 1 \quad 3.19$$

$nht$  --- número total de centrales hidráulicas

$$nht = nh + nhr$$

con:

$$x_{nht+1}(0) = 0$$

$$x_{nht+1}(t_f) = t_f$$

es decir:

$$x_{nht+1} = t$$

### 3.2.2.- SOLUCION DEL PROBLEMA.-

Considerando que se conoce la generación de potencia activa de la primera central térmica, se puede usar 3.16 para eliminar a  $Ps_1$ , así:

$$P_{s_1}(t) = P_{s_1}(P_D(t), PL, \tilde{P}_{ht}(t), \tilde{P}_g^*(t)) \quad 3.20$$

Donde:

$$\tilde{P}_g^*(t) = (P_{s_2}(t), P_{s_3}(t), \dots, P_{s_{ng}}(t)) \quad 3.21$$

$P_D$  --- Demanda del sistema

- $P$  -- Pérdidas por transmisión  
 $\tilde{P}_h$  -- Vector de Potencias de generación hidráulica  
 $\tilde{P}_s$  -- Vector de Potencias de generación térmica

Para poder aplicar el principio del Maximum, es necesario de finir un vector de control  $\tilde{U}(t)$ , que para el problema en cuestión será: [ 2 ].

$$\tilde{U}^T(t) = [ \tilde{P}_s^T, \tilde{P}_h^T, \tilde{Q} ] \quad 3.22$$

Donde:

$\tilde{Q}^T$  -- es el vector de los turbinamientos de las centrales hidráulicas con reservorio.

Planteando el hamiltoneano como:

$$\mathcal{H}[X(t), U(t), Z(t), t] = z_0 \sum_{i \in ns} F_i(P_i) + \sum_{j \in nh} z_j q_j + \sum_{k \in nhr} z_k (L_k - q_k) \quad 3.23$$

Por definición:

$$\dot{z}_i = - \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x_i} \quad i \in nhr \quad 3.24$$

Por lo tanto

$$\begin{aligned} \dot{z}_i(t) &= - z_0 \left( \frac{\partial F_i}{\partial x_i} \right) & i \in nhr \\ \dot{z}_i(t) &= 0 & i \in nh \end{aligned} \quad 3.25$$

Las expresiones anteriores resultan de usar 3.20, 3.23 y 3.24, aquí se parecía claramente que el término auxiliar,  $Z_1$ , correspondiente a centrales de pasada es una constante,

Una forma más explícita de expresar la ecuación de la varia le auxiliar  $Z_i$  para centrales de reservorio es:

$$Z_i(t) = -z_0 \cdot \left( \frac{\partial F_1}{\partial P_{S_1}} \right) \cdot \left( \frac{\partial P_{S_1}}{\partial X_i} \right), \quad i \in n_{hr} \quad 3.26$$

Finalmente:

$$\dot{z}_{nht+1} = - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X_{nht+1}} \quad 3.27$$

o lo que es lo mismo

$$\dot{z}_{nht+1} = - \left\{ z_0 \left( \frac{\partial F_1}{\partial P_{S_1}} \right) \cdot \left( \frac{\partial P_{S_1}}{\partial X_{nht+1}} \right) + \sum_{i \in n_{hr}} z_i(t) \cdot \left( \frac{\partial I_i}{\partial X_{nht+1}} \right) \right\} \quad 3.28$$

como se mencionó en el capítulo anterior, la afluencia natural a ca da central hidráulica con reservorio se la considera constante, por lo que la ecuación 3.28 se transforma en

$$\dot{z}_{nht+1} = - z_0 \left( \frac{\partial F_1}{\partial P_{S_1}} \right) \left( \frac{\partial P_{S_1}}{\partial X_{nht+1}} \right) \quad 3.29$$

Las condiciones de optimalidad que deben cumplirse son: [4 ]:

- 1.-  $z_0 =$  Constante  $\leq 0$
- 2.-  $\mathcal{L} =$  Debe maximizarse respecto al vector de control  $\tilde{U} \in \Omega$  en cada instante de tiempo.
- 3.-  $\mathcal{L}_{\max} = 0$  , para  $t = t_f$  ( y para cualquier  $t$  si es constante ).

Por lo tanto, la operación económica del sistema propuesto - está definido totalmente por las ecuaciones: 3.23, 3.14, 3.14a, 3.26 3.29 y por las restricciones y las condiciones de borde de las varia

bles de estado ( Ecs. 3.4 y 3.3 )

3.3.- ECUACIONES DE OPTIMALIDAD.-

La operación económica del sistema eléctrico en estudio está definida por la maximización del hamiltoneano:

$$\delta(\cdot) = z_0 \sum_{i \in ns} F_i(P_{Si}) + \sum_{j \in nhr} \dot{z}_j (I_j - q_j) + \sum_{j \in nh} z_j q_j + z_{nh,t+1} \quad 3.23$$

Con:

$$\frac{dx_j}{dt} = I_j - q_j \quad j \in nhr$$

$$\frac{dx_k}{dt} = q_k \quad k \in nh$$

$$\frac{dz_j}{dt} = -z_0 \left( \frac{\partial F_i}{\partial P_{S_i}} \right) \left( \frac{\partial P_{S_i}}{\partial x_j} \right) \quad j \in nhr$$

$$\frac{dz_k}{dt} = 0 \quad k \in nh$$

$$P_{hrj} = hb_j (1 + c_j x_j) q_j \quad j \in nhr$$

$$q_k = \alpha_k t + \beta_{nk} P_{nk} + \delta_{nk} P_{nk}^2 \quad k \in nh$$

$$F_i(P_{S_i}) = \alpha_i + \beta_i P_{S_i} + \delta_i P_{S_i}^2 \quad i \in ns$$

La solución de las ecuaciones diferenciales anteriores, a la vez que maximiza el hamiltoneano, cumpliendo con las restricciones, resulta bastante compleja, debido a la necesidad de elegir con precisión un valor inicial para las variables adjuntas, ya que de esta decisión depende el valor al cual llega la variable de estado para  $T = t_f$

$$x_j(t_f) = x_{fj} \quad 3.30$$

Si el valor elegido no es el correcto, existirá una diferencia notoria entre el valor  $x'_{fj}$  y  $x_{fj}$  es decir

$$x'_{fj} \neq x_{fj}$$

Para casos en los cuales se tiene ecuaciones diferenciales lineales para describir el comportamiento de las variables adjuntas, es fácil encontrar la condición inicial apropiada, pero en el problema en estudio, las ecuaciones son no-lineales, dificultándose la obtención de este valor.

A continuación, en base a las condiciones anteriores se desarrolla un conjunto de ecuaciones que permitirán resolver el problema de una manera más fácil. A este conjunto de ecuaciones se las denomina "Ecuaciones de Optimalidad".

Procediendo a la maximización del hamiltoniano respecto al vector de control, para lo cual la variable  $x_{nht+1}$  no afecta, es posible utilizar 3.8, dada la forma del mismo en este caso y considerando que todas las centrales generadoras del sistema operan dentro de los límites [ 1 ], es decir:

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \tilde{u}} = 0 \tag{3.8}$$

recordando la definición de vector de control

$$\tilde{U}(t) = [ \tilde{P}_s^*(t), \tilde{P}_h^*(t), Q^*(t) ] \tag{3.22}$$

Donde:

$$\tilde{P}_s^*(t) = [ P_{s_2}(t), P_{s_3}(t), \dots, P_{s_{n_s}}(t) ]$$

$$\tilde{P}_h^*(t) = [ P_{h_1}(t), P_{h_2}(t), \dots, P_{h_{n_h}}(t) ]$$

$$\tilde{Q}^*(t) = [ q_1(t), q_2(t), \dots, q_{n_q}(t) ]$$

Por lo tanto 3.8 puede ser escrita como:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial P_s} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial \lambda}{\partial P_n} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial \lambda}{\partial Q} = 0$$

Ahora, tomando en cuenta 3.23 y 3.20

$$\frac{\partial \lambda}{\partial P_{s_i}} = \frac{\partial F_1}{\partial P_{s_i}} \times \frac{\partial P_{s_i}}{\partial P_{s_i}} + \frac{\partial F_i}{\partial P_{s_i}} \quad i = 1, \dots, n_s \quad 3.31$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial P_{h_i}} = x_0 \frac{\partial F_1}{\partial P_{h_i}} \times \frac{\partial P_{h_i}}{\partial P_{h_i}} + x_i \frac{\partial q_i}{\partial P_{h_i}} \quad i = 1, \dots, n_h \quad 3.22a$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial q_j} = x_0 \frac{\partial F_1}{\partial P_{s_i}} \times \frac{\partial P_{s_i}}{\partial q_j} - x_j \quad j = 1, \dots, n_{hr} \quad 3.32b$$

De la ecuación de equilibrio de potencia, se puede obtener - las variaciones de los niveles de generación, así:

$$P_b(t) + P_L = \sum_{j \in n_s} P_{s_j} + \sum_{j \in n_h} P_{h_j} + \sum_{j \in n_{hr}} P_{hr_j}$$

$$\sum \frac{\partial P_L}{\partial P_{s_i}} \cdot dP_{s_i} + \sum \frac{\partial P_L}{\partial P_{h_j}} \cdot dP_{h_j} + \sum \frac{\partial P_L}{\partial P_{hr_i}} \cdot dP_{hr_i} = \sum dP_{s_i} + \sum dP_{h_j} + \sum dP_{hr_j} \quad 3.33$$

$$\frac{\partial P_b}{\partial P_{s_i}} = \frac{\partial P_b}{\partial P_{h_i}} = \frac{\partial P_b}{\partial P_{hr_j}} = 0$$

Agrupando los términos correspondientes a las centrales hidráulicas la ecuación 3.33 se transforma en:

$$\sum \frac{\partial P_L}{\partial P_{s_i}} \cdot dP_{s_i} + \sum \frac{\partial P_L}{\partial P_H} \cdot dP_H = \sum dP_{s_i} + \sum dP_H \quad 3.33a$$



De donde:

$$\frac{\partial P_{s1}}{\partial P_{s2}} = - \frac{1 - \partial R_L / \partial P_{s2}}{1 - \partial R_L / \partial P_{s1}} \quad 3.34$$

$$\frac{\partial P_{s1}}{\partial P_{h2}} = - \frac{1 - \partial R_L / \partial P_{h2}}{1 - \partial R_L / \partial P_{s1}} \quad 3.34a$$

$$\frac{\partial P_{s1}}{\partial q_i} = - \frac{1 - \partial R_L / \partial P_{h2}}{1 - \partial R_L / \partial P_{s1}} \times \frac{\partial P_{h2}}{\partial q_i} \quad 3.34b$$

Definiendo:

$$L_{s1} \triangleq \frac{1}{1 - \partial R_L / \partial P_{s1}} \quad 3.35$$

$$L_{s2} \triangleq \frac{1}{1 - \partial R_L / \partial P_{s2}} \quad 3.35a$$

$$L_{h2} \triangleq \frac{1}{1 - \partial R_L / \partial P_{h2}} \quad 3.35b$$

Por lo que se puede expresar las ecuaciones 2.34, 3.34a y 3.34b como:

$$\frac{\partial P_{s1}}{\partial P_{s2}} = - \frac{L_{s1}}{L_{s2}} \quad 3.36$$

$$\frac{\partial P_{s1}}{\partial P_{h2}} = - \frac{L_{s1}}{L_{h2}} \quad 3.36a$$

$$\frac{\partial P_{s1}}{\partial q_i} = - \frac{L_{s1}}{L_{h2}} \times \frac{dP_{h2}}{dq_i} \quad 3.37$$

Sustituyendo las últimas expresiones en 3.31, 3.32a y 3.32 b.

$$- \frac{L_{s_i}}{L_{s_i}} \times \frac{\partial F_i}{\partial P_{s_i}} + \frac{\partial F_i}{\partial P_{s_i}} = 0 \quad 3.38$$

$$- z_0 \frac{L_{s_i}}{L_{h_i}} \times \frac{\partial F_i}{\partial P_{s_i}} + z_i \frac{d q_i}{d P_{h_i}} = 0 \quad 3.39$$

$$z_0 \frac{L_{s_i}}{L_{h_i}} \times \frac{\partial F_i}{\partial P_{s_i}} \times \frac{d P_{h_i}}{d q_i} - z_i = 0 \quad 3.39a$$

De 3.38 , 3.39 , 3.39a

$$L_{s_i} \left( \frac{\partial F_i}{\partial P_{s_i}} \right) = L_{s_i} \left( \frac{\partial F_i}{\partial P_{s_i}} \right) \quad 3.40$$

$$L_{s_i} \left( \frac{\partial F_i}{\partial P_{s_i}} \right) = - \frac{z_i}{z_0} \times L_{h_i} \left( \frac{d q_i}{d P_{h_i}} \right) \quad i = 1, \dots, nh \quad 3.41$$

$$L_{s_j} \left( \frac{\partial F_j}{\partial P_{s_j}} \right) = - \frac{z_j}{z_0} \times L_{h_j} \left( \frac{d q_j}{d P_{h_j}} \right) \quad j = 1, \dots, nhr \quad 3.41a$$

Las ecuaciones 3.41 y 3.41a son de la misma forma, aunque no son iguales, pues los términos  $Z_i$ , que corresponden a las centrales hidráulicas de pasada, son constantes, lo que no sucede con los términos  $Z_j$ , los cuales son variables y su comportamiento está dado por la ecuación 3.26. La ecuación 3.41a, representa la generalización de la ecuación 3.41, por lo tanto, para tratamientos posteriores se usará únicamente la 3.41a, pues los resultados obtenidos podrán fácilmente ser particularizados para el caso de las centrales hidráulicas de pasada. [4]

Se continuará el estudio, con las ecuaciones:

$$L_{s_i} \left( \frac{\partial F_i}{\partial P_{s_i}} \right) = L_{s_i} \left( \frac{\partial F_i}{\partial P_{s_i}} \right) \quad 3.40$$

$$L_{s_j} \left( \frac{\partial F_j}{\partial P_{s_j}} \right) = - \frac{z_j}{z_0} \left( \frac{d q_j}{d P_{h_j}} \right) L_{h_j} \quad 3.41a$$

Definiendo una nueva variable: [4]

$$\lambda \triangleq L_{s_i} \left( \frac{\partial F_i}{\partial P_{s_i}} \right) \quad 3.42$$

Las ecuaciones 3.40 y 3.41a se expresan como

$$L_{s_i} \left( \frac{\partial F_i}{\partial P_{s_i}} \right) = \lambda \quad i = 1, \dots, ns \quad 3.43$$

$$- \frac{z_j}{z_0} L_{h_j} \left( \frac{\partial q_j}{\partial P_{h_j}} \right) = \lambda \quad j = 1, \dots, nhr \quad 3.44$$

Debido a que se asume funciones de tipo cuadrático para representar los costos de generación de cada central térmica y las características de operación de las centrales hidráulicas de pasada, mientras que las características de operación de las centrales con reservorio son asumidas lineales, las ecuaciones 3.43 y 3.44 garantizan la maximización del hamiltoneano [ 2 ].

Considerando ahora, las ecuaciones de las adjuntas

$$\frac{dz_j}{dt} = - z_0 \left( \frac{\partial F_i}{\partial P_{s_i}} \right) \left( \frac{\partial P_{s_i}}{\partial x_j} \right) \quad 3.26$$

$$\frac{dz_j}{dt} = - z_0 \left( \frac{\partial F_i}{\partial P_{s_i}} \right) \left( \frac{\partial P_{s_i}}{\partial P_{h_j}} \right) \left( \frac{\partial P_{h_j}}{\partial x_j} \right) \quad 3.45$$

$$\frac{\partial P_{s_i}}{\partial P_{h_j}} = - \frac{L_{s_i}}{L_{h_j}} \quad 3.46$$

Reemplazando 3.46 en 3.26 se obtiene

$$\frac{dz_j}{dt} = z_0 \left( \frac{\partial F_i}{\partial P_{s_i}} \right) \left( \frac{L_{s_i}}{L_{h_j}} \right) \left( \frac{\partial P_{h_j}}{\partial x_j} \right) \quad 3.47$$

Con lo cual se concluye la derivación de las condiciones de optimalidad usando el principio del maximum.

Para encontrar la estrategia óptima de operación, es necesario elegir el valor de la variable adjunta  $Z_0$  como : [ 4 ].

$$Z_0 \triangleq -1 \quad 3.48$$

Definiendo

$$V_j \triangleq - \frac{Z_j}{Z_0} \quad 3.49$$

Por lo tanto

$$V_j = Z_j \quad 3.50$$

Con lo cual:

$$L_{sj} \left( \frac{\partial F_j}{\partial P_{sj}} \right) = \lambda \quad j = 1, \dots, ns \quad 3.51$$

$$V_j L_{hj} \left( \frac{\partial q_j}{\partial P_{hrj}} \right) = \lambda \quad j = 1, \dots, nhr \quad 3.52$$

Reemplazando 3.50 y 3.52 en 3.47. La ecuación de comportamiento de las variables adjuntas se escribe:

$$\dot{V}_j = \frac{dq_j}{dx_j} V_j \quad j = 1, \dots, nhr \quad 3.53$$

La solución de la ecuación diferencial anterior es:

$$V_j(t) = V_{0j} e^{\int \frac{dq_j}{dx_j} dt} \quad 3.54$$

$\frac{dq_i}{dx_j}$  es constante es decir [ 1 ]

$$\frac{dq_i}{dx_j} = \text{constante} \quad 3.55$$

La ecuación 3.54 se transforma en:

$$V_j(t) = V_{0j} e^{\frac{dq_i}{dx_j} t} \quad 3.56$$

Considerando la ecuación que describe el comportamiento dinámico de cada reservorio (3.14)

$$\frac{dx_{rj}}{dt} = I_j - q_j \quad 3.14$$

Integrando 3.14 entre  $t = 0$  y  $t = t_f$

$$x_j(t_f) - x_j(0) = I_j t_f - \int_0^{t_f} q_j dt$$

De donde

$$\int_0^{t_f} q_j dt + x_j(t_f) - x_j(0) - I_j t_f = 0 \quad 3.57$$

Con esta última ecuación se concluye el desarrollo de las ecuaciones de optimalidad, las cuales son:

$$L_{si} \left( \frac{\partial F_i}{\partial P_{si}} \right) = \lambda \quad i = 1, \dots, ns \quad 3.51$$

$$V_{hi} L_{hi} \left( \frac{d q_{hi}}{d P_{hi}} \right) = \lambda \quad i = 1, \dots, nh \quad 3.51a$$

$$V_{hrj} L_{hrj} \left( \frac{d q_{hrj}}{d P_{hrj}} \right) = \lambda \quad j = 1, \dots, n_{hr} \quad 3.52$$

Con  $V_{hi} = \text{constante}$

$$V_{hrj} = V_{oj} e^{\frac{d q_{ij}}{d x_j} t} \quad j = 1, \dots, n_{hr} \quad 3.56$$

$$P_D(t) + \sum_{i \in ng} \sum_{j \in ng} P_i B_{ij} P_j = \sum_{i \in ns} P_{s_i} + \sum_{j \in n_{hr}} P_{hrj} + \sum_{j \in n_h} P_{hj}$$

$$\int_0^{t_f} q_j(t) dt + x_j(t_f) - x_j(0) - I_j t_f = 0 \quad j = 1, \dots, n_{hr} \quad 3.57$$

$$\int_0^{t_f} q_j(t) dt = b_j \quad j = 1, \dots, n_h \quad 2.32$$

La solución del anterior conjunto de ecuaciones, tomando en cuenta las restricciones, especifica completamente la operación económica del sistema.

### 3.3.1.- ECUACIONES A RESOLVER.-

Para poder aplicar cualquier método de solución a las ecuaciones de optimalidad es necesario desarrollarlas de una manera explícita, de tal forma que puedan ser identificadas claramente cada una de las variables que intervienen en el problema [ 3 ].

Primeramente se desarrolla 3.51.

$$L_{si} \left( \frac{\partial F_i}{\partial P_{si}} \right) = \lambda \quad 3.51$$

Se conoce  $F_i(P_{si}) = \alpha_i + \beta_i P_{si} + \gamma_i P_{si}^2$

Por lo tanto  $\frac{\partial F_i}{\partial P_{si}} = \beta_i + 2 \gamma_i P_{si}$

de la ecuación 3.35a

$$L_{si} = \frac{1}{\left(1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_{si}}\right)} \quad 3.35a$$

Reemplazando las expresiones anteriores en 3.51 se obtiene

$$\beta_i + 2 \gamma_i P_{si} + \lambda \left( \frac{\partial P_L}{\partial P_{si}} - 1 \right) = 0 \quad 3.58$$

En la ecuación anterior falta definir el término  $\frac{\partial P_L}{\partial P_{si}}$ , para lo cual se parte de la ecuación de pérdidas, dada por

$$P_L = \sum_{i=1}^{ng} \sum_{j=1}^{ng} P_i B_{ij} P_j \quad 2.38$$

Donde  $ng$  --- número total de centrales del sistema

$P_i$  --- Potencia de la central  $i$ .

$P_j$  --- Potencia de la central  $j$ .

$B_{ij}$  --- Coeficiente de pérdidas entre la central  $i$  y la central  $j$ .

De la ecuación de las pérdidas se obtiene

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_{si}} = 2 \sum_{j=1}^{ng} B_{ij} P_{sj}$$

que reemplazada en la ecuación 3.58, da:

$$f_{\beta_i}(\cdot) = \beta_i + 2\delta_i^* P_{\beta_i} + \lambda \left( 2 \sum_{j \in n_g} B_{ij} P_{\beta_j} - 1 \right) = 0 \quad 3.58a$$

$$i = 1, \dots, n_g$$

Ahora se desarrolla 3.51a

$$V_{h_i} L_{h_i} \left( \frac{\partial q_i}{\partial P_{h_i}} \right) = \lambda \quad 3.51a$$

La característica de caudal de turbinamiento en función de la potencia hidráulica generada está dada por

$$q_i(P_{h_i}) = \alpha_{h_i} + \beta_{h_i} P_{h_i} + \delta_{h_i}^* P_{h_i}^2 \quad 2.31$$

$$i = 1, \dots, n_h$$

De donde

$$\frac{dq_i}{dP_{h_i}} = \beta_{h_i} + 2\delta_{h_i}^* P_{h_i} \quad i = 1, \dots, n_h \quad 2.30$$

Reemplazando la ecuación anterior conjuntamente con la ecuación 3.35b en la ecuación 3.52 se obtiene:

$$V_{h_i} (\beta_{h_i} + 2\delta_{h_i}^* P_{h_i}) + \lambda \left( \frac{\partial P_L}{\partial P_{h_i}} - 1 \right) = 0 \quad i = 1, \dots, n_h$$

En esta ecuación, se desconoce  $\frac{\partial P_L}{\partial P_{h_i}}$ , pero análogamente al anterior desarrollo, este término se define por



$$\frac{\partial P_i}{\partial P_{hi}} = 2 \sum_{j=1}^{n_g} B_{ij} P_j$$

Por lo tanto

$$f_{h_i}(\cdot) = V_{h_i} (\beta_{h_i} + 2 \gamma_{h_i} P_{h_i}) + \lambda (2 \sum_{j=1}^{n_g} B_{ij} P_j - 1) = 0 \quad 3.58b$$

$i = 1, \dots, n_h$

Desarrollando ahora 3.52

$$V_{hrj} L_{hrj} \left( \frac{\partial q_{hrj}}{\partial P_{hrj}} \right) = \lambda \quad j = 1, \dots, n_{hr} \quad 3.52$$

La generación de potencia eléctrica activa para una central hidráulica con reservorio está dada por

$$P_{hrj} = h_j (1 + c_j x_j) q_j \quad j = 1, \dots, n_{hr}$$

De donde se obtiene

$$\frac{dP_{hrj}}{dq_j} = h_j (1 + c_j x_j) \quad 3.59$$

$$\frac{dP_{hrj}}{dx_j} = h_j c_j q_j \quad 3.60$$

$$\frac{dq_j}{dx_j} = \frac{c_j x_j}{1 + c_j x_j} \quad 3.61$$

Además

$$L_{hrj} = \frac{1}{1 - \partial R / \partial P_{hrj}}$$

que reemplazados en 3.52, da como resultado:

$$\frac{V_{hrj}}{h b_j (1 + c_j x_j)} + \lambda \left( \frac{\partial R}{\partial P_{hrj}} - 1 \right) = 0 \quad 3.61a$$

De manera similar al caso anterior, se tiene que

$$\frac{\partial R}{\partial P_{hrj}} = 2 \sum_{j=1}^{n_g} B_{ij} P_j \quad 3.61b$$

que sustituida en 3.61a junto con 3.56 resulta:

$$f_{hrj}(\cdot) = \frac{V_{0j} e^{\frac{c_j x_j}{1 + c_j x_j} t}}{h b_j (1 + c_j x_j)} + \lambda \left( 2 \sum_{k=1}^{n_g} B_{kj} P_k - 1 \right) = 0 \quad 3.61c$$

$$j = 1, \dots, n_{hr}$$

se considera ahora 3.57

$$\int_0^{t_f} q_j dt + x_j(t_f) - x_j(0) - I_j t_f = 0 \quad 3.57$$

$$j = 1, \dots, nhr$$

Discretizando la integral

$$\int_0^{t_f} q_j dt \cong \sum_{j=1}^{N-1} q_j(j) \Delta t$$

$$j = 1, \dots, nhr$$

De donde "N" es el número de instantes considerados para optimización ( ver gráfico 3.3 )

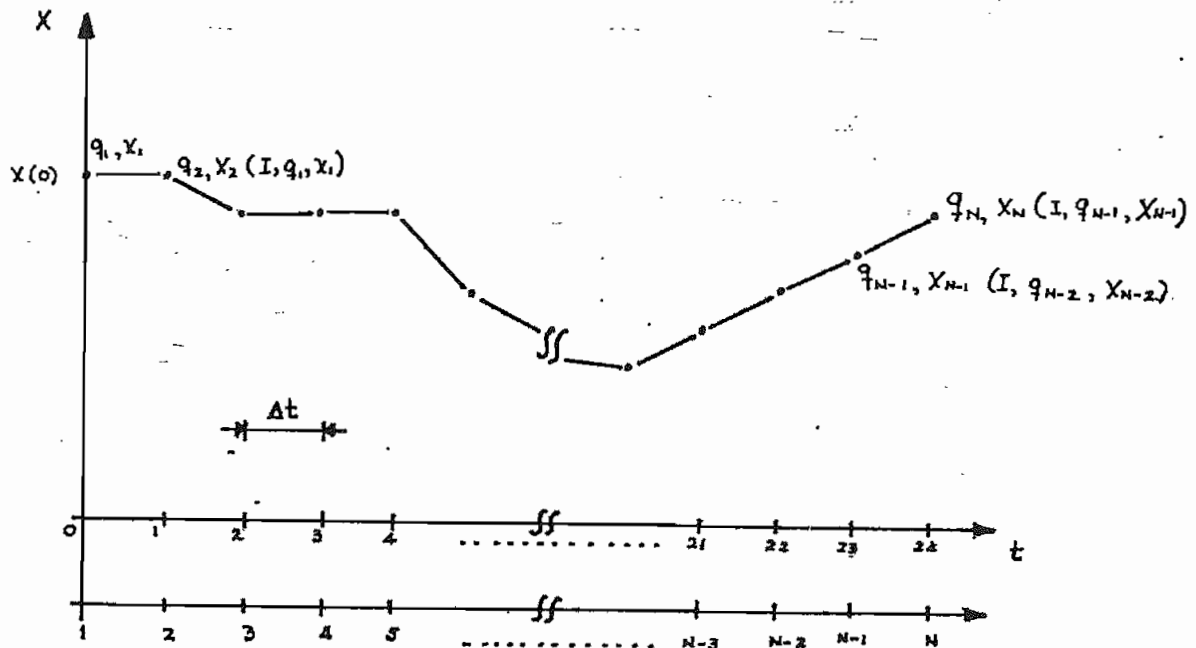


Gráfico 3.3

Por lo tanto la ecuación 3.57 se transforma a:

$$f_{nhr}(\cdot) = \sum_{j=1}^{N-1} q_{nrj} \Delta t + x_{jt} - x_{oj} - I_j t_j = 0 \quad j = 1, 2, \dots, nhr \quad 3.62$$

Finalmente, por un procedimiento análogo se puede llegar a la expresión discretizada de la ecuación 2.32

$$\sum_{j=1}^{N-1} q_i(j) \Delta t = b_i \quad i = 1, \dots, nh \quad 3.62a$$

Reemplazando 2.3 en 3.62a

$$f_{ni}(\cdot) = \sum_{j=1}^{N-1} (\alpha_{ni} + \beta_{ni} P_{ni} + \delta_{ni} P_{ni}) \cdot \Delta t = b_i \quad i = 1, \dots, nh \quad 3.62b$$

Reescribiendo el sistema de ecuaciones a resolver

$$f_{si}(\cdot) = \beta_i + 2\delta_i P_{si} + \lambda \left( 2 \sum_{j=1}^{ng} \beta_{sj} P_j - 1 \right) = 0 \quad 3.58a$$

$i = 1, \dots, ns$

$$f_{ni}(\cdot) = v_{ni} (\beta_{ni} + 2\delta_{ni} P_{ni}) + \lambda \left( 2 \sum_{j=1}^{ng} \beta_{nj} P_j - 1 \right) = 0 \quad 3.58b$$

$i = 1, \dots, nh$

$$f_{nrj}(\cdot) = \frac{v_{oj} e^{\frac{c_j x_j}{1+c_j x_j} t}}{hb_j (1+c_j x_j)} + \lambda \left( 2 \sum_{k=1}^{ng} \beta_{jk} P_k - 1 \right) = 0 \quad 3.61c$$

$j = 1, \dots, nhr$

$$f_{V_{hrj}}(\cdot) = \sum_{k=1}^{N-1} q_j(k) \Delta t + \chi_{fj} - \chi_{aj} - I_j t_j = 0 \quad 3.62$$

$$j = 1, \dots, nhr$$

$$f_{V_{hi}}(\cdot) = \sum_{k=1}^{N-1} (\alpha_{hi} + \beta_{hi} P_{hi}(k) + \gamma_{hi} P_{hi}^2(k)) \cdot \Delta t = b_i \quad 3.62.b$$

$$i = 1, \dots, nh$$

$$f_D(\cdot) = P_D(t) + \sum_{i=1}^{ng} \sum_{j=1}^{ng} P_i B_{ij} P_j - \sum_{i=1}^{na} P_{ai} - \sum_{i=1}^{nh} P_{hi} - \sum_{i=1}^{nhr} P_{hr_i} = 0$$

La ecuación 3.58a, representa un conjunto de ecuaciones cuyo número es igual al número de centrales térmicas existentes en el sistema, ns. De manera similar, 3.58b representa las nh ecuaciones correspondientes a las centrales hidráulicas de pasada existentes en el sistema. La ecuación 3.61c representa nhr ecuaciones correspondientes a las centrales hidráulicas de reservorio.

Las ecuaciones  $f_{V_{hrj}}(\cdot)$  corresponden también a las centrales hidráulicas de reservorio por la cual existen nhr ecuaciones de este tipo. Análogamente, las ecuaciones  $f_{V_{hi}}(\cdot)$  corresponden a las centrales hidráulicas de pasada por lo cual existen nh ecuaciones.

Como el principio del maximum establece que el hamiltoneano sea maximizado en cada instante del tiempo entre  $t = 0$  y  $t = t_f$  y en este caso se han elegido "N" instantes de tiempo dentro de este intervalo y la solución del conjunto de ecuaciones proporciona la solución óptima para el instante "K" entre  $t_0$  y  $t_f$ , por lo tanto, el número total de ecuaciones es:

$$N (ns + nh + nhr + 1) + nh + nhr \quad 3.63$$

o

$$N (ng + 1) + nh + nhr \quad 3.63a$$

El número de variables a determinar concuerda con el número de ecua-

ciones.

A las variables  $V_h$  y  $V_{hr}$ , se las denomina Factores de Conversión hidráulica [ 3 ].

### 3.4.- SOLUCION DE LAS ECUACIONES DE OPTIMALIDAD.-

Las ecuaciones de Optimalidad desarrolladas, presentan características no-lineales, por lo cual se utilizará el método de Newton-Raphson, [ 3 ], [ 7 ], [ 13 ], para resolverlas.

La solución se limitará a sistemas de potencia que posean centrales térmicas y centrales hidráulicas de pasada, únicamente, esto se hace debido a que el método numérico, al considerar un sistema de potencia con centrales de reservorio, genera una matriz jacobiana de dimensiones muy grandes, lo cual dificulta mucho el obtener la matriz inversa.

Por lo tanto las ecuaciones que se aplicarán serán:

$$f_{si}(\cdot) = \beta_i + 2\delta_i P_{si} + \lambda \left( 2 \sum_{j=1}^{n_g} B_{ij} P_j - 1 \right) = 0 \quad 3.58a$$

$$i = 1, \dots, n_s$$

$$f_{hi}(\cdot) = V_{hi} (\beta_{hi} + 2\delta_{hi} P_{hi}) + \lambda \left( 2 \sum_{j=1}^{n_g} B_{ij} P_j - 1 \right) = 0 \quad 3.58b$$

$$i = 1, \dots, n_h$$

$$f_D(\cdot) = P_D(t) + \sum_{i=1}^{n_g} \sum_{j=1}^{n_g} P_i B_{ij} P_j - \sum_{i=1}^{n_s} P_{si} - \sum_{j=1}^{n_h} P_{hj} = 0 \quad 2.42$$

$$f_{V_{hi}}(\cdot) = \sum_{k=1}^{N-1} (d_{hi} + \beta_{hi} P_{hi}(k) + \delta_{hi} P_{hi}^2(k)) \cdot \Delta t - b_i = 0 \quad 3.62$$

$$i = 1, 2, \dots, n_h$$

### 3.4.1.- APLICACION DEL METODO NEWTON-RAPHSON.-

Para aplicar el método de Newton-Raphson, se debe especificar el número de ecuaciones a resolver, partiendo de que se conoce el número de centrales térmicas  $n_s$ , el número de centrales hidráulicas de pasada  $n_h$ , el número de intervalos de optimización  $N$  y la demanda total del sistema en cada intervalo de optimización, los valores que se deben obtener son:

- Potencia generada por cada central en cada intervalo de tiempo es decir:

$$N \times (n_s + n_h)$$

- El valor de la variable  $\lambda$  para cada intervalo, es decir:

$N$  valores

- El valor de los factores de conversión hidráulica, los cuales son constantes:  $n_h$  valores.

En total se tiene:

$$N \times (n_s + n_h) + N + n_h \quad 3.64$$

$$N \times (n_s + n_h + 1) + n_h$$

$$n_g = n_s + n_h$$

$$N \times (n_g + 1) + n_h \quad 3.65$$

La expresión anterior permite conocer al número de ecuaciones a resolver. [ 13 ].

Al aplicar el método de Newton-Raphson a la solución de este sistema de ecuaciones se generará un jacobiano, cuyas dimensiones

serán:

$$(N_x (n_g + 1) + n_h) \times (N_x (n_g + 1) + n_h)$$

Se define el vector

$$\tilde{Y}^T \triangleq [\tilde{P}_*^T, \tilde{V}^T] \quad 3.66$$

Donde:  $\tilde{Y}$  - es el vector de variables a determinar

$$\tilde{P}_*^T = [\tilde{P}_1^T(1), \tilde{P}_1^T(2), \dots, \tilde{P}_1^T(N)]$$

$\tilde{P}_1^T(i)$  - Vector que contiene las potencias generadas por cada central del sistema en el instante  $i$ .

$$\tilde{P}_1^T(i) = [P_{s_1}(i), \dots, P_{s_{n_{gs}}}(i), P_{h_1}(i), \dots, P_{h_{n_h}}(i), \lambda(i)]$$

$\tilde{V}^T$  - Vector que contiene los factores de conversión hidráulica para cada central de pasada.

$$\tilde{V}^T = [V_1, V_2, \dots, V_{h_{n_h}}]$$

Por lo tanto, se puede expresar el conjunto de ecuaciones a resolver como:

$$\tilde{f}(\tilde{Y}) = \tilde{0} \quad 3.67$$

Donde:  $\tilde{f}^T(\tilde{Y}) = [\tilde{f}_*^T(1), \dots, \tilde{f}_*^T(N), \tilde{f}_V^T(\tilde{Y})]$  3.67a

$$\tilde{f}_*^T(i) = [f_{s_1}(i), \dots, f_{s_{n_{gs}}}(i), f_{h_1}(i), \dots, f_{h_{n_h}}(i), f_D(\cdot)] \quad 3.67b$$



$$\tilde{0} = \text{Vector nulo} \quad 3.67c$$

$$\tilde{f}_v(\tilde{y}) = [f_{v_1}(\cdot), \dots, f_{v_{nn}}(\cdot)] \quad 3.67d$$

Ahora, el método de Newton-Raphson establece que en cada iteración se resuelva un sistema de ecuaciones lineales de la forma:

$$\tilde{f}(\tilde{y}_k) + [J_k] \cdot \Delta \tilde{y}_k = \tilde{0} \quad 3.68$$

Donde  $\tilde{f}(\tilde{y}_k)$  - Vector de valores que toman las ecuaciones en la i iteración "K"

[  $J_k$  ] - Jacobiano del sistema

$\Delta \tilde{y}_k$  - Incrementos a encontrar

La ecuación 3.68 puede ser expresada como:

$$\Delta \tilde{y}_k = - [J_k]^{-1} \cdot \tilde{f}(\tilde{y}_k) \quad 3.69$$

El nuevo valor que tomarán las variables del vector está dado por:

$$\tilde{y}_{k+1} = \tilde{y}_k + \Delta \tilde{y}_k \quad 3.70$$

Como el número de ecuaciones está dado por 3.65, el jacobiano del sistema se plantea de la siguiente manera [ 13].

$$[J_k] = \left| \begin{array}{c|c} J_p & J_v \\ \hline J^r & \tilde{0} \end{array} \right| \quad 3.71$$

$$= \begin{array}{c|ccc|c} \begin{array}{c} [J_p(1)] \\ \tilde{0} \\ \vdots \\ \tilde{0} \end{array} & \begin{array}{c} \tilde{0} \\ [J_p(2)] \\ \vdots \\ \tilde{0} \end{array} & \begin{array}{c} \dots\dots\dots \\ \dots\dots \\ \dots\dots \\ [J_p(N)] \end{array} & \begin{array}{c} \tilde{0} \\ \vdots \\ \tilde{0} \end{array} & \begin{array}{c} [J_v(1)] \\ [J_v(2)] \\ \vdots \\ [J_v(N)] \\ \tilde{0} \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} [J_v(1)]^T \\ [J_v(2)]^T \\ \vdots \\ [J_v(N)]^T \end{array} & \begin{array}{c} \tilde{0} \\ \tilde{0} \\ \vdots \\ \tilde{0} \end{array} & \begin{array}{c} \dots\dots\dots \\ \dots\dots \\ \dots\dots \\ \tilde{0} \end{array} & \begin{array}{c} \tilde{0} \\ \vdots \\ \tilde{0} \end{array} & \begin{array}{c} \tilde{0} \\ \vdots \\ \tilde{0} \end{array} \end{array}$$

Donde las submatrices están definidas por:

$$[J_p(k)] = \begin{array}{c|cc|c} \begin{array}{c} \frac{\partial f_{si}}{\partial \tilde{p}_s} \\ \frac{\partial f_{hj}}{\partial \tilde{p}_s} \\ \frac{\partial f_D}{\partial \tilde{p}_s} \end{array} & \begin{array}{c} \frac{\partial f_{si}}{\partial \tilde{p}_h} \\ \frac{\partial f_{hj}}{\partial \tilde{p}_h} \\ \frac{\partial f_D}{\partial \tilde{p}_h} \end{array} & \begin{array}{c} \frac{\partial f_{si}}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial f_{hj}}{\partial \lambda} \\ 0 \end{array} \\ \hline \end{array}, \quad k=1, \dots, N \quad 3.72$$

Las funciones  $f_{si}$ ,  $f_{hj}$ , y  $f_D$  están definidas por 3.58a, 3.58b y las siguientes submatrices están dadas por

$$[J_v(k)]^T = \left[ \begin{array}{ccc} \frac{\partial f_{si}}{\partial \tilde{v}} & \frac{\partial f_{hj}}{\partial \tilde{v}} & \frac{\partial f_D}{\partial \tilde{v}} \end{array} \right], \quad k=1, \dots, N \quad 3.73$$

$[\tilde{0}]$  - matriz nula

Los elementos de estas submatrices se calculan de la siguiente manera:

- 1.- Elementos de la Submatriz  $J_p(k)$

$$* f_{Si}(\cdot) = \beta_i + 2\gamma_i P_{Si} + \lambda \left( 2 \sum_{j=1}^{ng} B_{ij} P_j - 1 \right), \quad i = 1, \dots, ns$$

$$\frac{\partial f_{Si}}{\partial P_{Si}} = 2\gamma_i + 2\lambda B_{ii} \quad i = 1, \dots, ns$$

$$\frac{\partial f_{Si}}{\partial P_{Sj}} = 2\lambda B_{ij} \quad \left. \begin{array}{l} i = 1, \dots, ns \\ j = 1, \dots, ng \end{array} \right\} i \neq j$$

$$\frac{\partial f_{Si}}{\partial P_{nj}} = 2\lambda B_{ij} \quad \left. \begin{array}{l} i = 1, \dots, ns \\ j = 1, \dots, nh \end{array} \right\}$$

$$\frac{\partial f_{Si}}{\partial \lambda} = 2 \sum_{j=1}^{ng} B_{ij} P_j - 1 \quad i = 1, \dots, ns$$

$$f_{nj}(\cdot) = \gamma_j (\beta_{nj} + 2\gamma_{nj} P_{nj}) + \lambda \left( 2 \sum_{i=1}^{ng} B_{ij} P_i - 1 \right), \quad j = 1, \dots, nh$$

$$\frac{\partial f_{nj}}{\partial P_{Si}} = 2\lambda B_{ij} \quad \left. \begin{array}{l} j = 1, \dots, nh \\ i = 1, \dots, ns \end{array} \right\}$$

$$\frac{\partial f_{nj}}{\partial P_{nj}} = 2\gamma_j \gamma_{nj} + 2\lambda B_{jj} \quad j = 1, \dots, nh$$

$$\frac{\partial f_{nj}}{\partial P_{ni}} = 2\lambda B_{ij} \quad \left. \begin{array}{l} j = 1, \dots, nh \\ i = 1, \dots, nh \end{array} \right\} i \neq j$$

$$\frac{\partial f_{nj}}{\partial \lambda} = 2 \sum_{i=1}^{ng} B_{ij} P_i - 1 \quad j = 1, \dots, nh$$

$$f_D(\cdot) = P_D(t) + \sum_{i=1}^{ng} \sum_{j=1}^{ng} P_i B_{ij} P_j - \sum_{i=1}^{ng} P_{Si} - \sum_{j=1}^{nh} P_{nj}$$

$$\frac{\partial f_D}{\partial P_{Si}} = 2 \sum_{j=1}^{ng} B_{ij} P_j - 1 \quad i = 1, \dots, ns$$

$$\frac{\partial f_D}{\partial P_{nj}} = 2 \sum_{i=1}^{ng} B_{ij} P_i - 1 \quad j = 1, \dots, nh$$

$$\frac{\partial f_D}{\partial \lambda} = 0$$

2.- Elementos de la Submatriz  $J_v (K)$

$$* \quad \frac{\partial f_{si}}{\partial v_j} = 0$$

$$* \quad \frac{\partial f_{hi}}{\partial v_j} = 0$$

$$* \quad \frac{\partial f_{hj}}{\partial v_j} = \beta_{hj} + 2\gamma_{hj} P_{hj}$$

$$* \quad \frac{\partial f_{vj}}{\partial v_j} = 0$$

Ahora bien, como en un problema real, se presentan varias centrales generadoras térmicas e hidráulicas a la vez y el número de intervalos considerados debe ser representativo, la memoria de computador requerida para almacenar el jacobiano descrito, como se mencionó anteriormente, es muy grande, por lo tanto, en base a identidades matriciales conocidas se desarrolla un algoritmo de cálculo de los incrementos buscados ( $\Delta \tilde{Y}$ ), de tal forma que el ahorro de memoria de computador es significativo.

Partiendo de la matriz del jacobiano

$$[ J_n ] = \left[ \begin{array}{c|c} J_p & J_v \\ \hline J_v^T & \tilde{O} \end{array} \right] \quad 3.74$$

y se conoce la inversa del mismo, cuya forma es:

$$[ J_n ]^{-1} = \left[ \begin{array}{c|c} D & E \\ \hline F & G \end{array} \right] \quad 3.75$$

Donde las submatrices del jacobiano inverso están dadas por las siguientes relaciones:

$$G = - [J^T J_p J_v]^{-1} \quad 3.76$$

$$F = - [G J^T J_p^{-1}] \quad 3.77$$

$$E = - [J_p^{-1} J_v G] \quad 3.78$$

$$D = [I - E J J] J_p^{-1} \quad 3.79$$

La demostración de estas últimas expresiones se da en el Anexo C.

Aprovechando la estructura del jacobiano, se las desarrolla de la siguiente manera:

$$G = - [J_v^T J_p^{-1} J_v]^{-1} \quad 3.76$$

que expresada en forma explícita :

$$G = - \left[ \begin{array}{c} [J_v(1)]^T, \dots, [J_v(N)]^T \end{array} \cdot \left[ \begin{array}{ccc|c} J_p^{-1}(1) & \tilde{0} & \dots & \tilde{0} \\ \tilde{0} & J_p^{-1}(2) & & \tilde{0} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \tilde{0} & \dots & \tilde{0} & J_p^{-1}(N) \end{array} \right] \cdot \left[ \begin{array}{c} [J_v(1)] \\ [J_v(2)] \\ \vdots \\ [J_v(N)] \end{array} \right] \right]^{-1}$$

De donde

$$G = - \left[ \begin{array}{c} [J_v(1)]^T, \dots, [J_v(N)]^T \\ \left| \begin{array}{c} J_p^{-1}(1) \cdot J_v(1) \\ \vdots \\ J_p^{-1}(N) \cdot J_v(N) \end{array} \right| \end{array} \right]^{-1}$$

$$G = - \left[ J_v^T(1) \cdot J_p^{-1}(1) \cdot J_v(1) + \dots + J_v^T(N) \cdot J_p^{-1}(N) \cdot J_v(N) \right]^{-1}$$

Por lo tanto:

$$G = - \left[ \sum_{i=1}^N J_v^T(i) \cdot J_p^{-1}(i) \cdot J_v(i) \right]^{-1} \quad 3.78$$

La expresión 3.77 se desarrolla partiendo de que ya se conoce la submatriz G

$$F = - G \cdot [J_v^T(1), \dots, J_v^T(N)] \cdot \left[ \begin{array}{cccc} J_p^{-1}(1) & \tilde{O} & \dots & \tilde{O} \\ \tilde{O} & J_p^{-1}(2) & \dots & \tilde{O} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \tilde{O} & \tilde{O} & \dots & J_p^{-1}(N) \end{array} \right]$$

$$F = - G \cdot \left[ J_V^T(1) J_P^{-1}(1), \dots, J_V^T(N) J_P^{-1}(N) \right]$$

De donde

$$F = - \left[ G J_V^T(1) J_P^{-1}(1), \dots, G J_V^T(N) J_P^{-1}(N) \right] \quad 3.80$$

De una manera análoga se obtiene

$$E = - \begin{bmatrix} J_P^{-1}(1) J_V(1) G \\ J_P^{-1}(2) J_V(2) G \\ \vdots \\ J_P^{-1}(N) J_V(N) G \end{bmatrix} \quad 3.81$$

En las expresiones 3.80 y 3.81 se puede hacer las siguientes particio-  
nes:

$$F = \left[ F(1), F(2), \dots, F(N) \right] \quad 3.80a$$

$$E = \begin{bmatrix} E(1) \\ E(2) \\ \vdots \\ E(N) \end{bmatrix} \quad 3.81a$$

En las cuales  $F(i) = - G J_V^T(i) J_P^{-1}(i) \quad 3.80b$

$E(i) = - J_P^{-1}(i) J_V(i) G \quad 3.81b$

Ahora, considerando 3.80b y 3.81b, se desarrolla la submatriz D de la siguiente forma:

$$D = (I - EJ_V^T) J_P^{-1} \quad 3.79$$

$$D = \begin{bmatrix} \left| \begin{array}{cccc} I & \tilde{O} & \dots & \tilde{O} \\ \tilde{O} & I & \dots & \tilde{O} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{O} & \tilde{O} & \dots & I \end{array} \right| & - & \begin{bmatrix} E(1) \\ E(2) \\ \vdots \\ E(N) \end{bmatrix} \cdot \left| J_V^T(1), J_V^T(2), \dots, J_V^T(N) \right| & \begin{bmatrix} J_P^{-1}(1) \dots \tilde{O} \\ \vdots \\ \tilde{O} \dots J_P^{-1}(N) \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} J_P^{-1}(1) & \tilde{O} & \dots & \tilde{O} \\ \tilde{O} & J_P^{-1}(2) & \dots & \tilde{O} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{O} & \tilde{O} & \dots & J_P^{-1}(N) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} E(1) J_V^T(1) J_P^{-1}(1) & E(1) J_V^T(2) J_P^{-1}(2) & \dots & E(1) J_V^T(N) J_P^{-1}(N) \\ E(2) J_V^T(1) J_P^{-1}(1) & E(2) J_V^T(2) J_P^{-1}(2) & \dots & E(2) J_V^T(N) J_P^{-1}(N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E(N) J_V^T(1) J_P^{-1}(1) & E(N) J_V^T(2) J_P^{-1}(2) & \dots & E(N) J_V^T(N) J_P^{-1}(N) \end{bmatrix}$$

∴

$$D = \begin{bmatrix} J_P^{-1}(1) - E(1) J_V^T(1) J_P^{-1}(1) & - E(1) J_V^T(2) J_P^{-1}(2) & \dots & - E(1) J_V^T(N) J_P^{-1}(N) \\ - E(2) J_V^T(2) J_P^{-1}(2) & J_P^{-1}(2) - E(2) J_V^T(2) J_P^{-1}(2) & \dots & - E(2) J_V^T(N) J_P^{-1}(N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ - E(N) J_V^T(N) J_P^{-1}(N) & - E(N) J_V^T(2) J_P^{-1}(2) & \dots & J_P^{-1}(N) - E(N) J_V^T(N) J_P^{-1}(N) \end{bmatrix}$$



Con las ecuaciones 3.78, 3.80, 3.81, 3.82, se define completamente la matriz inversa del jacobiano, por lo tanto, la ecuación 3.66 se transforma en:

$$\Delta \tilde{Y}_k = - [J_k]^{-1} \tilde{f}(\tilde{Y}) \quad 3.83$$

El vector  $\tilde{f}(\tilde{Y})$  está dado por 3.67a, 3.67b, 3.67d.

Usando 3.75 y 3.83

$$\begin{bmatrix} \Delta \tilde{P}(1) \\ \Delta \tilde{P}(2) \\ \vdots \\ \Delta \tilde{P}(N) \\ \hline \Delta \tilde{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots & D & \dots & E \\ \hline F & \dots & G & \dots \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{f}_x(1) \\ \tilde{f}_x(2) \\ \vdots \\ \tilde{f}_x(N) \\ \hline \tilde{f}_v \end{bmatrix}$$

De donde

$$\begin{bmatrix} \Delta P(1) \\ \Delta P(2) \\ \vdots \\ \Delta P(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{f}_x(1) \\ \tilde{f}_x(2) \\ \vdots \\ \tilde{f}_x(N) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{f}_v \end{bmatrix} \quad 3.84$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \tilde{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{f}_x(1) \\ \tilde{f}_x(2) \\ \vdots \\ \tilde{f}_x(N) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{f}_v \end{bmatrix} \quad 3.85$$

Usando los desarrollos de las submatrices D y E , se llega a las siguientes expresiones fácilmente

$$\Delta P(J) = J_p'(J) \tilde{f}_*(J) - \sum_{k=1}^N E(J) J_V'(k) J_p'(k) \tilde{f}_*(k) + E(J) \tilde{F}_V \quad 3.86$$

$$\Delta V = \sum_{I=1}^N F(I) \tilde{f}_*(I) + G \tilde{F}_V \quad 3.87$$

Las dos últimas ecuaciones permiten que se ahorre suficiente memoria de computador, de tal modo que sea factible la aplicación de este método de solución de ecuaciones no-lineales al problema de operación económica de sistemas eléctricos que se ha desarrollado.

## CAPITULO IV

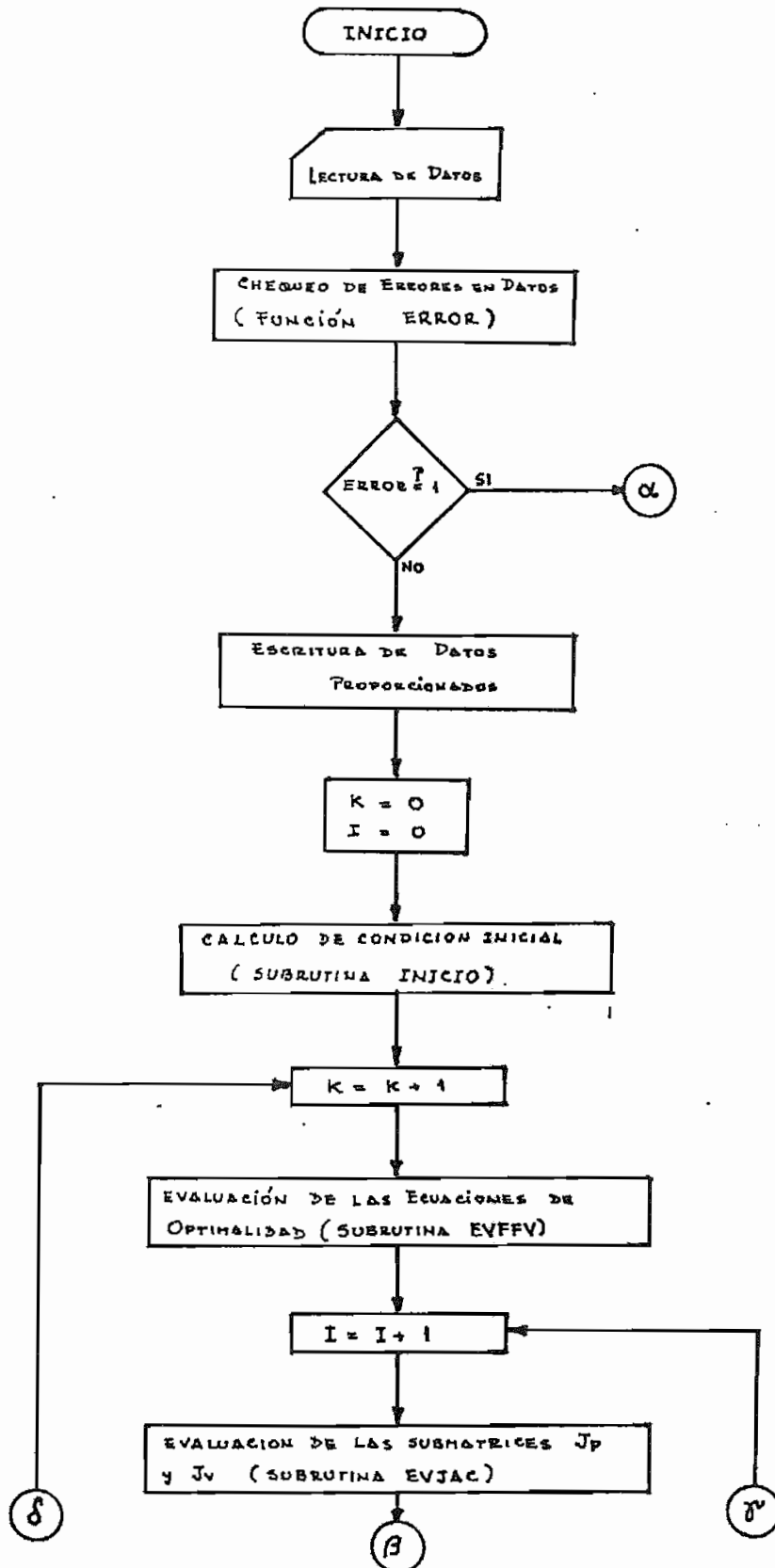
### APLICACION DEL METODO A SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA CON CENTRALES HIDRAULICAS DE PASADA

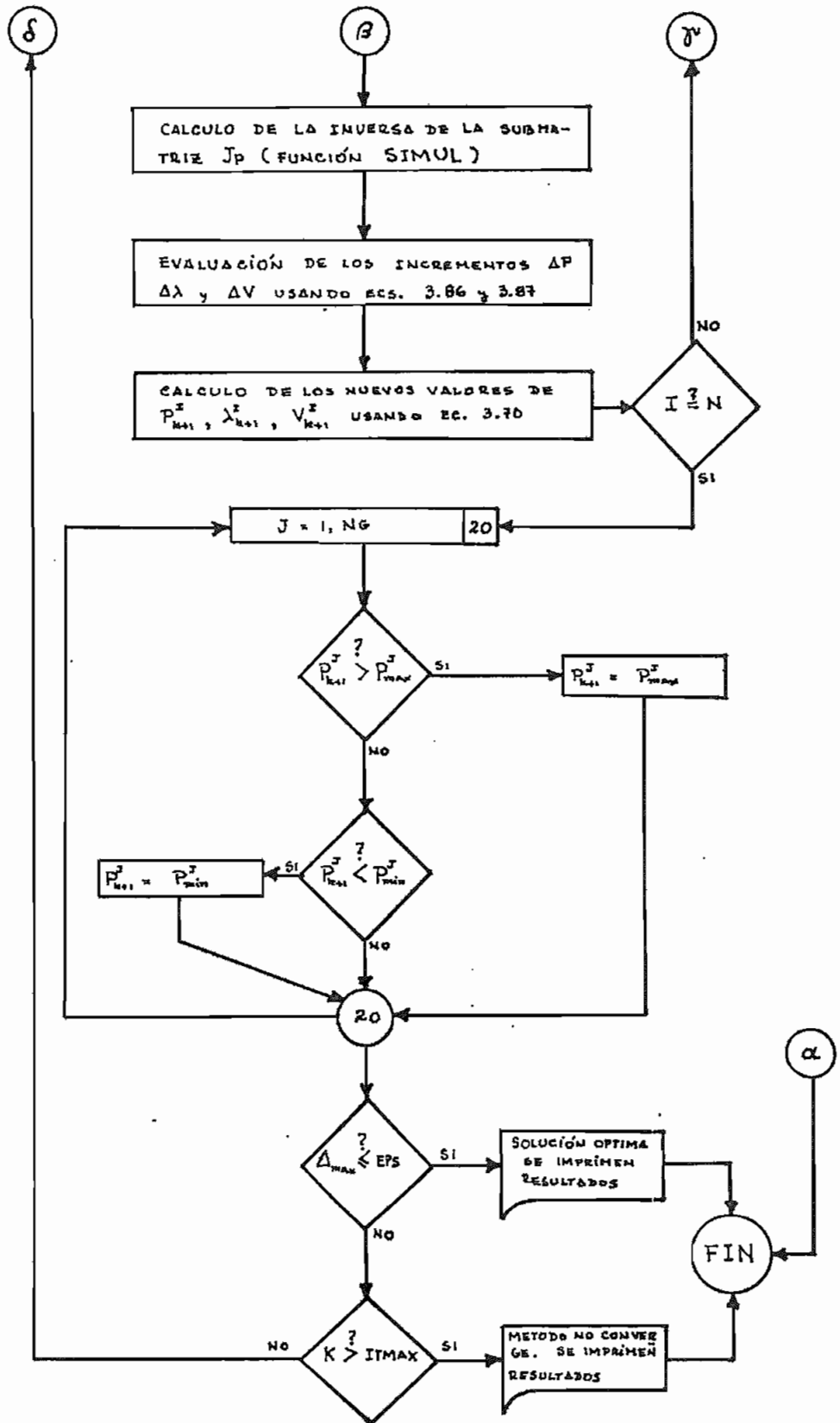
En este capítulo, se describe el Programa Digital implementado en base al algoritmo expuesto en esta tesis, luego se presentan dos ejemplos tomados de la literatura técnica disponible, los cuales son resueltos usando dicho programa y sus resultados son analizados.

#### 4.1.-PROGRAMA DIGITAL.-

El Programa Digital desarrollado consta de un Programa Principal y ocho Subrutinas. El primero, se encarga de controlar todo el proceso iterativo. Las Subrutinas se encargan de realizar todos los cálculos necesarios que deben ser repetidos constantemente durante todo el proceso.

4.1.1.- DIAGRAMA DE FLUJO DEL PROGRAMA PRINCIPAL.-





#### 4.1.2.- SUBROUTINAS DEL PROGRAMA DIGITAL.-

Subrutina INICIO.- Esta subrutina se encarga de calcular la condición inicial de potencia de generación para el sistema en estudio. El método utilizado para hacerlo, es repartir la carga del Sistema de acuerdo a la capacidad máxima de generación de cada central, es decir la central que tenga la mayor capacidad de generación, aportará ( en la condición inicial ) más potencia al sistema. Se hace esto sin considerar las pérdidas, pues durante el desarrollo del cálculo numérico se irán ajustando los valores de generación, de tal manera que se satisfagan todas las condiciones requeridas.

Subrutina EVFFV.- Esta subrutina se encarga de evaluar las Ecuaciones de Optimalidad desarrolladas en el Capítulo III cada vez que el Programa Principal realiza una nueva aproximación a la solución buscada.

Subrutina EVJAC.- Esta subrutina calcula los elementos de las Submatrices  $J_p$  y  $J_b$  usando las ecuaciones desarrolladas en el Capítulo III. Este cálculo se realiza para cada intervalo de tiempo considerado.

Función SIMUL.- Este subprograma fue tomado de la referencia [ 13 ] y su objetivo es el de encontrar la inversa de una matriz cada vez que se requiere en el Programa Principal.

Función SIGNO.- Este subprograma también fue tomado de la referencia [ 13 ] y su función es la de realizar operaciones con matrices y vectores, las cuales son requeridas frecuentemente por el programa principal.

Subrutina SALINT.- Esta subrutina se encarga de imprimir los resultados obtenidos por el Programa Principal, en forma de tablas.

Subrutina SALFIN.- Se encarga de calcular los costos de operación de las centrales térmicas, además calcula el costo total en el sistema. Conjuntamente con la subrutina SALINT, se encarga de imprimir los resultados óptimos si el método converge.

Función ERROR.- Esta función se encarga de imprimir mensajes cuando existe algún error en los datos suministrados al programa. Cuando esto sucede, se detiene la ejecución del mismo automáticamente.

4.2.- DOS PROBLEMAS RESUELTOS DE LA LITERATURA TECNICA.-

Para probar el programa digital descrito en la sección 4.1 se ha seleccionado dos ejemplos de la referencia [3] por tener características similares en la solución del problema de operación económica de sistemas eléctricos de potencia. A continuación se describen los sistemas seleccionados.

4.2.1.- SISTEMA DE EJEMPLO 1

Este sistema de potencia posee 2 centrales térmicas y una central hidráulica; los datos correspondientes a las mismas se detallan en las tablas 4.1 y 4.2

CENTRALES TERMICAS

NOMBRE	$\alpha$	$\beta$	$\delta$	Pmax [MW]	Pmin [MW]
Central Térmica Ejemplo # 1,1	-	3.1	$2.5 * 10^{-3}$	450	0
Central Térmica Ejemplo # 1,2	-	3.4	$3.3 * 10^{-3}$	450	0

Tabla 4.1

CENTRAL HIDRAULICA

NOMBRE	$\alpha_h$	$\beta_h$	$\delta_h$	Pmax [MW]	Pmin[MW]	bi
Central hidráulica Ejemplo # 1,1	8.568	0.216	-	750	0	2506

Tabla 4.2.



- Matriz de coeficientes de Pérdida.-

$$[ B ] = \begin{vmatrix} 0.221 * 10^{-3} & 0.4 * 10^{-6} & 0.248 * 10^{-4} \\ 0.4 * 10^{-6} & 0.901 * 10^{-4} & 0.187 * 10^{-4} \\ 0.248 * 10^{-4} & 0.187 * 10^{-4} & 0.105 * 10^{-3} \end{vmatrix}$$

$$B_{10} = - 0.06468, \quad B_{20} = - 0.02885, \quad B_{30} = - 0.03637,$$

$$K_{L_0} = 20.428.$$

- Demanda del sistema.-

DURACION (HORAS )	DEMANDA (MW)
1- 14	1350
15- 24	850

Tabla 4.3

- Solución dada.-

Los resultados obtenidos en la referencia [ 3 ] para este ejemplo son los siguientes:

DURACION	$P_{s_1}$	$P_{s_2}$	$P_{h_1}$	PERD.	DEM.
1 - 14	413.4	344.32	645.59	53.31	1350
15- 24	399.72	323.18	160.98	33.88	850

Tabla 4.4.

[ \* ] Debe hacerse notar que en este problema, la modelación de las pérdidas por transmisión es diferente a la considerada en el desarrollo de esta tesis. Para poder calcularlas, se considerará únicamente la matriz  $B$ .

Costo óptimo: \$ 79579.76

La codificación de los datos para la corrida del programa se hallan en el Anexo D y la solución obtenida en la sección 4.3

4.2.2.- SISTEMA DE EJEMPLO 2.-

Este sistema está formado por 4 centrales generadoras, 2 térmicas, 2 hidráulicas cuyas características se detallan a continuación ( Tablas 4.5 y 4.6 )

CENTRALES TERMICAS

NOMBRE	$\alpha$	$\beta$	$\delta$	Pmax [MW]	Pmin[MW]
Central Térmica ejemplo 2, 1	23.22	3.23	$0.235 * 10^{-2}$	250	-
Central Térmica Ejemplo 2, 2	39.92	3.385	$0.701 * 10^{-3}$	750	-

Tabla 4.5

CENTRALES HIDRAULICAS

NOMBRE	$\alpha_h$	$\beta_h$	$\delta_h$	Pmax [MW]	Pmin [MW]	bi
Central Hidroeléctrica Ejemplo 2,1	1.8	0.3124	$0.2196 * 10^{-3}$	400	0	2699

Central Hidroeléctrica  
Ejemplo 2,2                      1.08   0.6091   0.385 \* 10<sup>-3</sup>   250   0   2304

Tabla 4.6

- Matriz de coeficientes de pérdida.-

$$[B] = \begin{bmatrix} 0.144 * 10^{-3} & 0.3 * 10^{-6} & 0.179 * 10^{-4} & 0.161 * 10^{-4} \\ 0.3 * 10^{-6} & 0.585 * 10^{-4} & 0.137 * 10^{-4} & 0.122 * 10^{-4} \\ 0.179 * 10^{-4} & 0.137 * 10^{-4} & 0.696 * 10^{-4} & 0.689 * 10^{-4} \\ 0.161 * 10^{-4} & 0.122 * 10^{-4} & 0.689 * 10^{-4} & 0.682 * 10^{-4} \end{bmatrix}$$

En este caso la modelación de las pérdidas es la misma que la realizada durante el desarrollo de esta tesis, lo cual facilita sobremanera el resolver el problema

- Demanda del sistema.-

La demanda para este sistema se la puede apreciar en la tabla 4.7.

- Solución dada.-

La solución óptima para este sistema es:

H <sub>2</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>h</sub>	P <sub>h2</sub>	DEMANDA
1	60.82	110.28	190.02	45.15	400
2	47.27	66.78	174.55	30.62	315
3	38.54	38.75	164.6	21.26	260
5	32.23	18.43	157.36	14.47	220
6	43.3	54.02	170.02	26.36	290

7	68.84	135.99	199.16	53.7	450
8	139.34	360.63	273.94	128.9	880
9	200.57	553.9	347.5	193.5	1240
10	208.37	578.45	356.2	201.9	1285
11	221.46	619.51	370.72	215.7	1360
12	228.48	641.5	378.5	223.1	1400
13	191.93	526.78	337.87	184.6	1190
14	204.03	564.82	351.35	197.34	1260
15	204.03	564.82	351.35	197.34	1260
16	206.63	572.99	354.25	200.1	1275
17	217.1	605.8	365.87	211.1	1335
18	239.94	577.36	391.21	235.12	1465
19	213.6	594.84	361.99	207.41	1315
20	206.63	572.99	354.25	200.1	1275
21	186.78	510.54	332.11	179.13	1160
22	167.99	451.29	311.1	159.26	1050
23	140.17	363.27	279.88	129.78	885
24	93.12	213.61	226.74	79.7	600

---

Tabla 4.7

(Las unidades para los valores de potencia de esta tabla son: (MW).)

La solución de este problema usando el Programa Digital desarrollado se encuentra en la siguiente sección.

#### 4.3.- RESULTADOS OBTENIDOS USANDO EL PROGRAMA DIGITAL.-

ESCUELA POLITECNICA NACIONAL  
=====

FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA  
-----

DEPARTAMENTO DE POTENCIA

ESTIMACION DE LA ESTRATEGIA OPTIMA DE OPERACION DE UN S.E.P.  
-----

METODO :

EL PRINCIPIO DEL MAXIMUM DE PONTRYAGIN.

```
+++++  
+                                     +  
+ SISTEMA EN ESTUDIO :               +  
+                                     +  
+ SISTEMA EL-HAWARY - FRENCH (EJEMPLO 1) +  
+                                     +  
+++++
```

PARAMETROS DEL SISTEMA  
 \*\*\*\*\*

NUMERO DE CENTRALES TERMICAS : 2  
 NUMERO DE CENTRALES HIDRAULICAS : 1  
 PERIODOS CONSIDERADOS : 24  
 CRITERIO DE CONVERGENCIA : 0.1000E-01  
 NUMERO MAXIMO DE ITERACIONES : 10

CENTRALES TERMICAS  
 -----

-----  
 NO. NOMBRE  
 -----  
 1 CENTRAL TERMICA EJEMPLO # 1 . 1  
 2 CENTRAL TERMICA EJEMPLO # 1 . 2  
 -----

NO.	PMAX	PMIN	ALFA	BETA	GAMA
1	450.00	0.0	0.0	0.3100E 01	0.2500E-02
2	450.00	0.0	0.0	0.3400E 01	0.3300E-02

CENTRALES HIDRAULICAS  
 -----

-----  
 NO. NOMBRE  
 -----  
 3 CENTRAL HIDROELECTRICA EJEMPLO # 1 . 1  
 -----

NO.	PMAX	PMIN	ALFA	BETA	GAMA	BI
3	750.00	0.0	0.8563E 01	0.2160E 00	0.0	0.2506E 04

MATRIZ DE COEFICIENTES DE PERDIDAS :  
=====

0.221E-03 0.400E-06 0.248E-04  
0.400E-06 0.901E-04 0.187E-04  
0.248E-04 0.187E-04 0.105E-03

ESTRATEGIA OPTIMA DE OPERACION DEL SISTEMA I  
 SISTEMA EL-HAWAY - FRENCH (EJEMPLO I)

POTENCIA ACTIVA DE GENERACION, PERDIDAS Y DEMANDA

T	1	2	3	PERD	DEM
1	432.27	410.40	628.55		
2	432.27	410.40	628.55	121.28	1350.00
3	432.27	410.40	628.55	121.28	1350.00
4	432.27	410.40	628.55	121.28	1350.00
5	432.27	410.40	628.55	121.28	1350.00
6	432.27	410.40	628.55	121.28	1350.00
7	432.27	410.40	628.55	121.28	1350.00
8	432.27	410.40	628.55	121.28	1350.00
9	432.27	410.40	628.55	121.28	1350.00
10	432.27	410.40	628.55	121.28	1350.00
11	432.27	410.40	628.55	121.28	1350.00
12	432.27	410.40	628.55	121.28	1350.00
13	432.27	410.40	628.55	121.28	1350.00
14	432.27	410.40	628.55	121.28	1350.00
15	377.12	339.42	184.83	51.37	850.00
16	377.12	339.42	184.83	51.37	850.00
17	377.12	339.42	184.83	51.37	850.00
18	377.12	339.42	184.83	51.37	850.00
19	377.12	339.42	184.83	51.37	850.00
20	377.12	339.42	184.83	51.37	850.00
21	377.12	339.42	184.83	51.37	850.00
22	377.12	339.42	184.83	51.37	850.00
23	377.12	339.42	184.83	51.37	850.00
24	377.12	339.42	184.83	51.37	850.00

TURBINAJEROS OPTIMOS DE LAS CENTRALES HIDRAULICAS

T	3
1	144.36
2	144.36
3	144.36
4	144.36
5	144.36
6	144.36
7	144.36
8	144.36
9	144.36
10	144.36
11	144.36
12	144.36
13	144.36
14	144.36
15	48.49
16	48.49
17	48.49
18	48.49
19	48.49
20	48.49
21	48.49
22	48.49
23	48.49
24	48.49

VARIACION MAXIMA OBTENIDA ES 1 0.67E-02

FACTORES DE CONVERSION HIDRAULICA

VI 11= 26.06181499

COSTOS DE OPERACION DE LAS CENTRALES TERMICAS

T	1	2
1	1807.2	1951.5
2	1807.2	1951.5
3	1807.2	1951.5
4	1807.2	1951.5
5	1807.2	1951.5
6	1807.2	1951.5
7	1807.2	1951.5
8	1807.2	1951.5
9	1807.2	1951.5
10	1807.2	1951.5
11	1807.2	1951.5
12	1807.2	1951.5
13	1807.2	1951.5
14	1807.2	1951.5
15	1524.6	1534.2
16	1524.6	1534.2
17	1524.6	1534.2
18	1524.6	1534.2
19	1524.6	1534.2
20	1524.6	1534.2
21	1524.6	1534.2
22	1524.6	1534.2
23	1524.6	1534.2
24	1524.6	1534.2

COSTO TOTAL DE OPERACION DEL SISTEMA I 33809.75



ESCUELA POLITECNICA NACIONAL  
=====

FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA  
-----

DEPARTAMENTO DE POTENCIA

ESTIMACION DE LA ESTRATEGIA OPTIMA DE OPERACION DE UN S.E.P.  
-----

METODO :

EL PRINCIPIO DEL MAXIMUM DE PONTRYAGIN.

++++  
+  
+ SISTEMA EN ESTUDIO : +  
+ +  
+ SISTEMA EL-HAWARY - FRENCH (EJEMPLO 2) +  
+ +  
++++

MATRIZ DE COEFICIENTES DE PERDIDAS :

=====

0.144E-03	0.330E-06	0.179E-04	0.161E-04
0.300E-06	0.585E-04	0.137E-04	0.122E-04
0.179E-04	0.137E-04	0.696E-04	0.689E-04
0.161E-04	0.122E-04	0.689E-04	0.682E-04

PARAMETROS DEL SISTEMA

NUMERO DE CENTRALES TERMICAS : 2  
NUMERO DE CENTRALES HIDRAULICAS : 2  
PERIODOS CONSIDERADOS : 24  
CRITERIO DE CONVERGENCIA : 0.1000E-01  
NUMERO MAXIMO DE ITERACIONES : 10

CENTRALES TERMICAS

-----  
NO. NOMBRE  
-----  
1 CENTRAL TERMICA EJEMPLO # 2 . 1  
2 CENTRAL TERMICA EJEMPLO # 2 . 2  
-----

-----  
NO. PMAX PMIN ALFA BETA GAMA  
-----  
1 250.00 0.0 0.2322E 02 0.3230E 01 0.2350E-02  
2 750.00 0.0 0.3292E 02 0.3385E 01 0.7010E-03  
-----

CENTRALES HIDRAULICAS

-----  
NO. NOMBRE  
-----  
3 CENTRAL HIDROELECTRICA EJEMPLO # 2 . 1  
4 CENTRAL HIDROELECTRICA EJEMPLO # 2 . 2  
-----

-----  
NO. PMAX PMIN ALFA BETA GAMA BI  
-----  
3 450.00 0.0 0.1800E 01 0.3124E 00 0.2196E-03 0.2699E 04  
4 250.00 0.0 0.1080E 01 0.6091E 00 0.3850E-03 0.2304E 04  
-----

POTENCIA ACTIVA DE GENERACION, PERDIDAS Y DEMANDA

T	1	2	3	4	PERD	DEM
1	60.83	110.31	190.04	45.18	0.28	400.00
2	47.28	66.81	174.57	30.56	4.22	315.00
3	38.56	38.79	164.61	21.20	3.15	260.00
4	32.24	18.47	157.38	14.41	2.80	220.00
5	33.03	21.01	158.28	15.26	2.88	225.00
6	43.31	54.06	170.04	26.30	3.70	290.00
7	68.05	136.01	194.18	51.69	7.73	450.00
8	134.14	340.62	278.98	128.88	27.79	800.00
9	204.56	553.91	347.51	193.70	55.68	1240.00
10	204.16	579.43	396.20	201.93	59.92	1265.00
11	271.45	619.47	370.78	215.72	67.38	1360.00
12	228.47	641.44	378.53	223.10	71.56	1400.00
13	191.93	526.76	337.89	184.59	51.17	1190.00
14	204.02	564.00	351.37	197.35	57.58	1260.00
15	204.32	564.80	351.37	197.36	57.55	1260.00
16	206.63	572.97	354.27	200.10	58.97	1275.00
17	217.08	605.77	365.88	211.11	64.84	1335.00
18	239.93	677.33	381.23	235.16	74.08	1465.00
19	211.50	594.02	362.01	207.44	62.85	1315.00
20	206.63	572.97	354.27	200.10	58.97	1275.00
21	186.77	510.52	332.13	179.14	48.56	1160.00
22	167.98	451.27	311.12	159.27	39.65	1050.00
23	140.17	403.27	279.90	129.77	26.11	885.00
24	93.13	213.62	226.76	79.66	13.17	600.00

TURBINAMIENTOS OPTIMOS DE LAS CENTRALES HIDRAULICAS

T	3	4
1	69.10	29.33
2	63.08	20.05
3	59.17	14.15
4	56.41	9.94
5	56.75	10.46
6	61.27	17.37
7	72.73	26.90
8	106.03	46.98
9	136.88	123.51
10	140.94	139.78
11	147.80	150.39
12	151.52	156.14
13	132.43	126.64
14	138.68	136.89
15	138.68	136.89
16	146.03	138.38
17	145.50	146.83
18	157.63	165.61
19	143.67	146.00
20	140.03	138.38
21	129.78	124.55
22	120.25	107.86
23	106.44	86.01
24	83.93	52.04

VARIACION MAXIMA OBTENIDA EN 1 0.33E-02

FACTORES DE CONVERSION HIDRAULICA

V( 1) = 5.77179337  
 V( 2) = 5.39821720

COSTOS DE OPERACION DE LAS CENTRALES TERMICAS

T	1	2
1	228.4	414.8
2	181.2	282.2
3	151.8	165.3
4	129.4	98.7
5	132.5	184.3
6	167.8	218.8
7	256.8	504.3
8	618.9	1344.8
9	765.6	2123.0
10	993.3	2223.4
11	853.7	2398.8
12	683.8	2492.7
13	729.7	3010.8
14	788.0	2164.0
15	780.8	2180.4
16	791.0	2202.6
17	833.1	2348.7
18	933.5	2647.3
19	820.3	2294.9
20	791.0	2202.6
21	708.5	1941.7
22	632.1	1703.3
23	522.8	1335.1
24	344.4	788.0

COSTO TOTAL DE OPERACION DEL SISTEMA 1 49911.66

4.4.- ANALISIS DE RESULTADOS.-

4.4.1.- ANALISIS DE RESULTADOS OBTENIDOS CON EL EJEMPLO 1.-

Antes de comenzar el análisis de los resultados obtenidos con este ejemplo, es menester recalcar que la modelación hecha para determinar las pérdidas de potencia producidas por transmisión [ 8 ] [14]. es distinta a la que se presenta en la referencia [ 3 ], de la cual se tomó el ejemplo.

Este hecho, produce que las pérdidas calculadas por el programa digital sean mayores a las que se dan en la referencia y por lo tanto los resultados difieran, lo cual se muestra en la tabla 4.8 en la que se han seleccionado dos intervalos distintos de la tabla 4.4. Las variaciones calculadas se hallan en porcentaje.

$P_{S1}$ (TESIS)	$P_{S1}$ (REF.)	$\Delta$	$P_{E1}$ (TESIS)	$P_{E2}$ (REF.)	$\Delta$	$P_{H1}$ (TESIS)	$P_{H1}$ (REF.)	$\Delta$
432.27	417.4	4.565	410.46	344.32	19.20	628.55	645.59	- 2.659
374.12	399.32	- 5.654	339.42	323.18	5.025	184.83	160.98	14.816

Tabla 4.8

Pérdidas (Tesis)	Pérdidas (Ref.)
121.28	53.31
51.57	33.88

Tabla 4.9

En la tabla 4.9 se muestra las pérdidas calculadas usando el modelo implementado en esta tesis y las proporcionadas por la referencia. Se puede ver que las calculadas por el programa son mayores, lo que provoca que el sistema genere mayor cantidad de potencia.

En cuanto al costo total de generación térmica, el calculado es mayor que el dado en la referencia [ 3 ]:

Costo óptimo calculado : \$ 83209.75  
 Costo óptimo dado : \$ 79579.76  
 Diferencia: \$ 3629,99

Ahora bien, debido a que las " Ecuaciones de Optimalidad" han sido resueltas satisfactoriamente, pues el criterio de convergencia (EPS = 0.01 ) ha sido alcanzado por el programa desarrollado, los resultados obtenidos, representan la estrategia más económica de operación para este sistema,

4.4.2.- ANALISIS DE RESULTADOS OBTENIDOS CON EL EJEMPLO 2.-

En este ejemplo, también tomado de la referencia [ 3 ], la modelación de las pérdidas es similar, razón por la cual servirá para demostrar la afirmación hecha en el análisis anterior de que la solución obtenida es la óptima.

De la misma manera que en el caso anterior, se ha seleccionado dos intervalos para realizar el análisis, los resultados en los mismos se muestran en la tabla 4.10.

$P_{S_1}$ (T)	$P_{S_1}$ (R)	$\Delta$	$P_{S_2}$ (T)	$P_{S_2}$ (R)	$\Delta$	$P_{H_1}$ (T)	$P_{H_1}$ (R)	$\Delta$	$P_{H_2}$ (T)	$P_{H_2}$ (R)	$\Delta$
208.36	208.37	0.01	578.43	578.45	0.02	356.2	356.2	0.0	201.95	201.9	0.05
235.35	235.94	0.01	677.33	677.36	-	391.23	391.23	0.02	235.16	235.16	0.04

Tabla 4.10

En esta tabla se puede apreciar que en el segundo intervalo considerado, aparece un valor marcado con un asterisco, lo que se ha hecho debido a que en éste la solución dada por la referencia no cumple con la condición de cubrir la demanda del sistema y las pérdidas por transmisión.

Como la solución obtenida por el programa digital implementado cumple con la condición expuesta y el error no es mayor a 0.040 entre los demás datos obtenidos y los proporcionados por la referencia, se puede concluir que la solución obtenida es la óptima.

## CAPITULO V

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En este capítulo se señalan los aspectos más importantes de este trabajo de tesis. También se hacen algunas recomendaciones para estudios futuros sobre el tema de Operación Económica de Sistemas Eléctricos de Potencia en los cuales existe generación de tipo Hidráulico y de tipo Térmico.

#### 5.1.- CONCLUSIONES.-

En las referencias [ 2 ], [ 4 ], se utiliza el Principio del Maximum para resolver el problema tratado en esta tesis; en la primera la forma de solución planteada presenta ciertas deficiencias para su aplicación práctica; en primer lugar es necesario hacer una estimación de la condición inicial de las variables adjuntas, pues del valor que toman estas en el instante  $t = t_0$ , depende el valor que tomen las variables de estado en el instante  $t = t_f$  lo cual implica la utilización de un método recursivo de ajuste de la condición inicial hasta obtener los resultados deseados. En segundo lugar la trayectoria óptima es encontrada en base a integración numérica de las ecuaciones diferenciales resultantes de la aplicación del Principio del Maximum al sistema en estudio, esto implica que deban tomarse in



tervalos muy pequeños para que el error en la integración no afecte a la solución buscada.

En la segunda referencia mencionada, se utiliza las Ecuaciones de Optimalidad [ 1 ] obtenidas usando el mismo Principio para resolver el problema. La solución de las mismas se la hace de intervalo en intervalo, comenzando en  $t = t_0$  hasta llegar al instante  $t = t_f$ . Aquí también se utiliza un método recursivo para realizar el ajuste de los valores de las variables adjuntas.

En el presente estudio, se desarrolló un algoritmo numérico que utiliza las Ecuaciones de Optimalidad, obtenidas a partir de la aplicación del Principio del Maximum, para determinar la estrategia óptima de generación. Se resuelve estas ecuaciones considerando simultáneamente todos los intervalos en los cuales se debe obtener las potencias de generación óptimas para las centrales del sistema en estudio.

Esta forma de considerar el problema permite eliminar la integración del sistema de ecuaciones diferenciales [ 2 ], y la selección recursiva de los valores iniciales para las variables adjuntas [ 4 ]. Con el Programa Digital implementado a partir del algoritmo desarrollado se puede apreciar que los resultados obtenidos son óptimos y por lo tanto el algoritmo cumple con el objetivo de esta tesis.

## 5.2.- RECOMENDACIONES.-

Es necesario recalcar en el hecho de que el alcance de este trabajo de tesis es básicamente académico, por lo tanto el algoritmo desarrollado, podrá ser analizado en trabajos futuros. Las recomendaciones que se dan son:

- \* Debido a que existen varios métodos para considerar las pérdidas por transmisión, sería interesante analizar el al

goritmo desarrollado utilizando otro modelo matemático para calcularlas.

- \* Se sugiere también buscar otro método numérico que pueda mejorar la utilización de memoria y tiempo de computador de tal manera que sea factible el considerar las centrales hidráulicas de reservorio.
- \* En el presente trabajo se ha considerado que la afluencia natural que abastece las centrales hidráulicas, es constante, por lo tanto, sería recomendable introducir en el algoritmo desarrollado las variaciones que se suscitan en este caudal durante el intervalo de optimización.

## ANEXO A

### EJEMPLO DE APLICACION DEL PRINCIPIO DEL MAXIMUM

Para demostrar la aplicación del Principio del Maximum de Pontryagin, se ha tomado un ejemplo sencillo que representa un sistema mecánico de traslación correspondiente al siguiente diagrama:

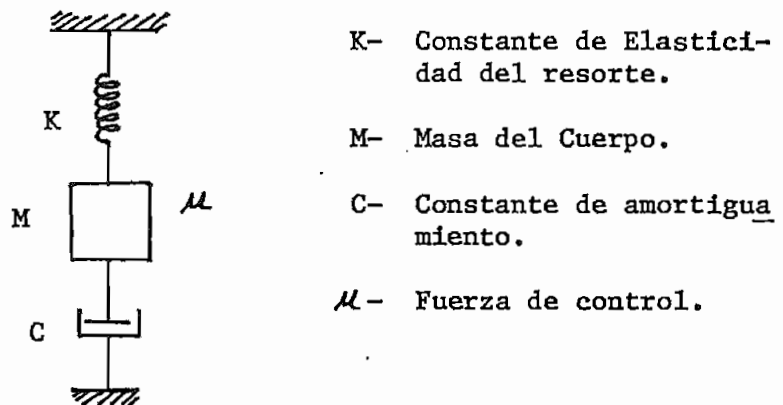


Gráfico A.1

Este sistema mecánico se halla representado por la siguiente ecuación diferencial:

$$M \frac{d^2 y}{dt^2} + C \frac{dy}{dt} + KY = \mu \quad \text{A.1}$$

Suponiendo que el resorte (K) tiene una constante de elas-

ticidad cero (  $K = 0$  ) y que  $M = C = 1$ , la ecuación diferencial toma la forma :

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} = \mu \quad \text{A.2}$$

Se desea determinar cual es el control  $\mu$  que nos permite trasladar a la masa  $M$  desde su posición inicial  $y(0)$ ,  $\dot{y}(0)$  hasta  $y(T)$ ,  $\dot{y}(T)$  con un mínimo de esfuerzo.

En otras palabras se desea determinar la función que minimiza la siguiente integral

$$J = \frac{1}{2} \int_0^T \mu^2(t) dt \quad \text{A.3}$$

Para aplicar el principio del maximum, se debe primeramente hacer el siguiente artificio matemático:

$$\frac{dy}{dt} = v \quad \text{A.4}$$

$$\frac{d\dot{v}}{dt} = -v + \mu \quad \text{A.5}$$

Es decir hemos formado un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden que nos modelan el sistema físico.

Por lo tanto, ya se puede aplicar el principio del maximum.

Replanteando el problema desde el punto de vista del principio del "MAXIMUN":

Minimizar la integral

$$J = \int_0^{t_f} \frac{1}{2} \mu^2 dt \quad \text{A.6}$$

Haciendo que el sistema representado por las siguientes ecuaciones diferenciales parta de un estado inicial  $y(0) = y_0$ ,

$v(0) = v_0$ , llegar a un estado final  $y(t_f)$ ,  $v(t_f)$

$$\frac{dy}{dt} = v \quad \text{A.4}$$

$$\frac{dv}{dt} = -v + u \quad \text{A.5}$$

El Hamiltoniano del sistema se forma de la siguiente manera:

$$\mathcal{H}(\cdot) = -\frac{1}{2} u^2 + p_1 v + p_2 u - p_2 v \quad \text{A.7}$$

Las variables auxiliares están definidas por:

$$\dot{p}_i = -\frac{\partial \mathcal{H}(\cdot)}{\partial x_i} \quad \text{A.8}$$

$$\dot{p}_1 = -\frac{d \mathcal{H}}{d y} = 0 \quad \text{A.9}$$

$$\dot{p}_2 = \frac{d \mathcal{H}}{d v} = p_1 - p_2 \quad \text{A.10}$$

Haciendo cumplir las condiciones de que el control  $u_{opt}$  es aquel que minimiza el Hamiltoniano:

$$\frac{\partial \mathcal{H}(\cdot)}{\partial u} = \frac{d \mathcal{H}(\cdot)}{d u} = 0 \quad \text{A.11}$$

$$-u + p_2 = 0 \quad \text{A.12}$$

$$\therefore u = p_2 \quad \text{A.13}$$

Como se ve el control óptimo es aquel que tiene la misma forma que la variable auxiliar  $p_2$ .

Por lo tanto las ecuaciones diferenciales a resolver son:

$$\frac{dy}{dt} = \mathcal{V} \quad \text{A.4}$$

$$\frac{d\mathcal{V}}{dt} = -\mathcal{V} + p_2 \quad \text{A.14}$$

$$\frac{dp_1}{dt} = 0 \quad \text{A.10}$$

$$\frac{dp_2}{dt} = p_1 - p_2 \quad \text{A.11}$$

Resolviendo analíticamente el anterior sistema de ecuaciones diferenciales se tiene que:

$$y = c_1 - c_2 e^{-t} + c_3 t + \frac{1}{2} \cdot c_4 e^t \quad \text{A.15}$$

$$= c_2 e^{-t} + c_3 + \frac{1}{2} \cdot c_4 e^t \quad \text{A.16}$$

$$p_1 = c_3 \quad \text{A.17}$$

$$p_2 = c_3 + c_4 e^t \quad \text{A.18}$$

Como para que se cumpla las condiciones de minimización se tenía que

$$\mu = p_2 \quad \text{A.13}$$

$$\therefore \mu = c_3 + c_4 e^t \quad \text{A.19}$$

Evaluando las ecuaciones de  $y$ , y  $\mathcal{V}$  para las condiciones de borde dadas se tiene que , las constantes determinadas así permiten conocer la función que especifica los valores pedidos.

Ejemplo:

Sean las condiciones de borde:  $t_0 = 0$        $t_f = 2$

$$y(0) = 0 \qquad y(2) = 5$$

$$v(0) = 0 \qquad v(2) = 2$$

Para este caso se tiene que:

$$C_1 = - 6.104828739$$

$$C_2 = - 6.698311423$$

$$C_3 = 7.291794107$$

$$C_4 = - 1.186965369$$

Con lo cual se define  $y$ ,  $v$  y  $\mu$

Ahora debemos ver que en realidad se minimiza la función:

$$J = \int_0^2 \frac{1}{2} \mu^2 dt$$

$$J = \int_0^2 \frac{1}{2} \cdot (c_3 + c_4 e^t)^2 dt \qquad \mu = c_3 + c_4 e^t$$
$$d\mu = c_4 e^t dt$$

$$J = \int_0^2 \frac{1}{2} \cdot (c_3^2 + 2 c_3 \cdot c_4 e^t + c_4 \cdot e^{2t}) \cdot dt$$

$$J = \int_0^2 \frac{1}{2} \cdot c_3^2 \cdot dt + \int_0^2 c_3 \cdot c_4 e^t \cdot dt + \frac{1}{2} \int_0^2 c_4^2 \cdot e^{2t} \cdot dt$$

$$J = c_3 \cdot c_4 \cdot \int_0^2 e^t \cdot dt + \frac{1}{2} \cdot c_4^2 \cdot \int_0^2 e^{2t} \cdot dt + \frac{1}{2} c_3^2 t \Big|_0^2$$

$$J = c_3^2 + c_3 \cdot c_4 \cdot (e^2 - 1) + \frac{1}{4} \cdot c_4^2 \cdot (e^4 - 1)$$

$$\hat{J} = c_3^2 + 6.3891 \cdot c_3 \cdot c_4 + 13.3995 \cdot c_4^2$$

Como se puede ver el valor de  $J$  depende de la solución ópti  
ma para las variables de estado.



ANEXO B

COEFICIENTES DE COSTO TIPICOS\*

POTENCIA DE LA CENTRAL (MW)	CARBON			PETROLEO			GAS		
	$\alpha$	$\beta$	$\delta$	$\alpha$	$\beta$	$\delta$	$\alpha$	$\beta$	$\delta$
50	49.92	10.06	0.0103	52.87	10.47	0.0116	53.62	10.66	0.0117
200	173.61	8.67	0.0023	180.68	9.039	0.00238	182.62	9.19	0.00235
400	300.84	8.14	0.0015	312.35	8.52	0.00150	316.45	8.61	0.00150
600	462.28	8.28	0.00053	483.44	8.65	0.00056	490.02	8.73	0.00059
800	751.39	7.48	0.00099	793.22	7.74	0.00107	824.4	7.73	0.00117
1200	1130.8	7.47	0.00067	1194.6	7.72	0.00072	1240.32	7.72	0.00078

Tabla B.1

\* Tomados de la Referencia [1].

ANEXO C

INVERSION DEL JACOBIANO USANDO PARTICIONES

El Jacobiano a invertir es:

$$[ J ] = \begin{vmatrix} J_p & \vdots & J_v \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ J_u & \vdots & \bar{0} \end{vmatrix} \quad \text{C.1}$$

cuyas características son:

- [ J ] - Matriz cuadrada de dimensión ( m+n ) ( m+n)
- J<sub>p</sub> - Submatriz de [ J ] de dimensión m x m
- J<sub>v</sub> - Submatriz de [ J ] de dimensión m x n
- J<sub>u</sub> - Submatriz de [ J ] de dimensión n x m
- $\bar{0}$  - Submatriz de [ J ] de dimensión n x n, (matriz nula)

Ahora, se supone que se conoce la inversa del Jacobiano, y cu  
ya forma será:

$$[ J ]^{-1} = \begin{vmatrix} D & \vdots & E \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ F & \vdots & G \end{vmatrix} \quad \text{C.2}$$

cuyas características son:

- [ J ]<sup>-1</sup> - Matriz cuadrada de dimensión ( m+n ) ( m+n)
- D - Submatriz de [ J ]<sup>-1</sup> de dimensión m x m
- E - Submatriz de [ J ]<sup>-1</sup> de dimensión m x n

- F - Submatriz de  $[ J ]^{-1}$  de dimensión  $n \times m$   
 G - Submatriz de  $[ J ]^{-1}$  de dimensión  $n \times n$

El Jacobiano y su inversa, deben cumplir las siguientes relaciones:

$$[ J ] \cdot [ J ]^{-1} = [ I ] \quad \text{C.3}$$

$$[ J ]^{-1} \cdot [ J ] = [ I ] \quad \text{C.4}$$

Sustituyendo C.1 y C.2 en las anteriores ecuaciones, se obtiene

$$\begin{vmatrix} J_p & \vdots & J_v \\ \dots & \dots & \dots \\ J_u & \vdots & \bar{0} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} D & \vdots & E \\ \dots & \dots & \dots \\ F & \vdots & G \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} I & \vdots & \bar{0} \\ \dots & \dots & \dots \\ \bar{0} & \vdots & I \end{vmatrix} \quad \text{C.5}$$

$$\begin{vmatrix} D & \vdots & E \\ \dots & \dots & \dots \\ F & \vdots & G \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} J_p & \vdots & J_v \\ \dots & \dots & \dots \\ J_u & \vdots & \bar{0} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} I & \vdots & \bar{0} \\ \dots & \dots & \dots \\ \bar{0} & \vdots & I \end{vmatrix} \quad \text{C.6}$$

De C.5. se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones matriciales

$$J_p D + J_v F = I \quad \text{C.5.1}$$

$$J_p E + J_v G = \bar{0} \quad \text{C.5.2}$$

$$J_v D + \bar{0} F = \bar{0} \quad \text{C.5.3}$$

$$J_v E + \bar{0} G = I \quad \text{C.5.4}$$

y de C.6

$$D J_p + E J_u = I \quad \text{C.6.1}$$

$$D J_u + E \bar{0} = \bar{0} \quad \text{C.6.2}$$

$$F J_p + G J_u = \bar{0} \quad \text{C.6.3}$$

$$F J_u + G \bar{0} = I \quad \text{C.6.4}$$

Premultiplicando C.5.2 por :  $JuJp^{-1}$  se obtiene:

$$JuJp^{-1}JpE + JuJp^{-1}JvG = \bar{0} \quad C.7$$

$$JuIE + JuJp^{-1}JvG = \bar{0}$$

$$JuE + JuJp^{-1}JvG = \bar{0} \quad C.7.1$$

Restando C.7.1 de C.5.4.

$$[ \bar{0} - JuJp^{-1}Jv ] G = I$$

De donde:

$$G = [ \bar{0} - JuJp^{-1}Jv ]^{-1} I$$

Como  $\bar{0}$  es una matriz nula

$$G = [ -JuJp^{-1}Jv ]^{-1} \quad C.8$$

Luego, utilizando C.5.2

$$JpE + JvG = \bar{0} \quad C.5.2$$

$$JpE = -JvG$$

$$E = -Jp^{-1}JvG \quad C.9$$

Continuando con C.6.3

$$Jp + GJu = \bar{0} \quad C.6.3$$

$$F = -GJuJp^{-1} \quad C.10$$

Finalmente de la ecuación C.6.1

$$DJp + EJu = I \quad C.6.1$$

$$DJp = I - EJu$$

$$D = ( I - EJu ) Jp^{-1} \quad C.11$$

Con la cual se obtienen todas las submatrices que forman la matriz in  
versa.

## ANEXO D

MANUAL DE USO DEL PROGRAMA DIGITAL PARA DETERMINAR LA ESTRATEGIA OPTIMA DE OPERACION DE UN SISTEMA ELECTRICO CON CENTRALES HIDRAULICAS DE PASADA

### D.1.- OBJETIVO.-

Encontrar la estrategia óptima de operación ( generación ) para un Sistema Eléctrico de Potencia que posea centrales térmicas y centrales hidráulicas de Pasada, considerando las pérdidas de potencia producidas por transmisión.

### D.2.- METODO DE SOLUCION.-

Se utiliza un algoritmo basado en el Principio del Maximum de Pontryagin y cuyas características principales son:

El algoritmo busca la estrategia óptima de generación para cada central ( térmica o hidráulica ) existente en el sistema, mediante la solución de las "Ecuaciones de Optimalidad", descritas en el capítulo III, por medio del método iterativo de Newton-Raphson.

Las restricciones consideradas son las descritas en los capítulos II, III.

El Algoritmo considera todo el intervalo de optimización para obtener la estrategia buscada de generación, la cual está determinada por los aportes de potencia que cada central debe suministrar para cu

brir la demanda total del sistema en cada instante considerado.

### D.3.- DESCRIPCION DEL PROGRAMA

La descripción del Programa principal y de las subrutinas, así como los diagramas de flujo se encuentran en el Capítulo IV.

### D.4.- NOMENCLATURA

#### D.4.1.- VARIABLES DE ENTRADA.-

<u>VARIABLE</u>	<u>FORMATO</u>	<u>DESCRIPCION</u>
NPER	I2	Número de intervalos de optimización ( máximo 24 ).
NH	I2	Número de centrales hidráulicas de Pasada en el sistema.
NS	I2	Número de centrales térmicas en el sistema
INIC	A4	Variable alfanumérica utilizada para inicializar el programa ( debe ser "OPER" )
ISIS	10A4	Arreglo que contiene el nombre del sis tema en estudio.
NGEN	10A4	Arreglo que almacena el nombre de - las centrales generadoras del siste ma ( máximo 10 ).
PL	F10.0	Arreglo donde se almacenan las poten cias mínimas de generación de las cen trales.

<u>VARIABLE</u>	<u>FORMATO</u>	<u>DESCRIPCION</u>
PH	F10.0	Arreglo donde se almacenan las potencias máximas de generación de las centrales.
ALFA	E10.0	Arreglo que almacena los coeficientes "ALFA" de las centrales térmicas e Hidráulicas.
BETA	E10.0	Arreglo que almacena los coeficientes "BETA" de las centrales del sistema.
GAMA	E10.0	Arreglo que almacena los coeficientes "GAMA" de las centrales del sistema.
QL	F10.0	Arreglo que almacena la capacidad mínima de turbinamiento de las centrales hidráulicas.
QH	F10.0	Arreglo que almacena la capacidad máxima de turbinamiento de las centrales hidráulicas.
IPER	I2	Constante entera que indica si se debe considerar o no las pérdidas en el sistema. 0- no se considera pérdidas 1- se considera las pérdidas.
B	E10.0	Arreglo que contiene las constantes "B" usadas por el programa para calcular las pérdidas de potencia.



<u>VARIABLE</u>	<u>FORMATO</u>	<u>DESCRIPCION</u>
BI	F10.0	Arreglo que contiene el volumen de agua disponibles para usarse durante todo el periodo de optimización
TO	F10.0	Variable que contiene el valor de tiempo inicial a usarse.
TF	F10.0	Variable que contiene el valor de tiempo final a usarse.
EPS	F10.0	Valor que proporciona el criterio de convergencia.
ITMAX	I5	Variable entera que proporciona el número de iteraciones máximo.
IPRT	I5	Indicador para controlar la frecuencia de impresión de datos: 0- para imprimir sólo datos finales X- La letra X representa un valor entero que indica la frecuencia de impresión de datos.
DEM	F10.0	Arreglo que almacena la demanda del sistema para cada período.

D.4.2.- VARIABLES DE SALIDA.-

<u>VARIABLE</u>	<u>DESCRIPCION</u>
C	Variable que indica los costos en cada intervalo considerado producidos por cada central térmica

<u>VARIABLE</u>	<u>DESCRIPCION</u>
PERD	Variable que contiene las pérdidas de potencia producidas por transmisión en cada intervalo considerado.
CT	Variable que almacena el costo total producido en el sistema.
Q	Variable que almacena los turbinamientos óptimos obtenidos.

Además de estas variables en la salida del programa se imprimen las siguientes; N

- NGEN, ISIS, NS, NH, NPER, EPS, ITMAX

PH, PL, QH, QL, ALFA, BETA, GAMA, B

las cuales fueron explicadas en el literal D.4.1

#### D.5.- FORMA DE PROPORCIONAR LOS DATOS AL PROGRAMA.-

- 1.- La primera tarjeta debe ser: " Operación Económica" (10A4)
- 2.- La segunda tarjeta debe llevar el nombre del sistema en estudio (10A4)
- 3.- La tercera tarjeta lleva el número de centrales térmicas N5 el número de centrales hidráulicas y el número de períodos considerados ( 3I5):
- 4.- A continuación viene el bloque de datos correspondiente a - las "NS" centrales térmicas ( tres tarjetas por central )  
Primera tarjeta: nombre de la central (10A4)  
Segunda tarjeta: Constantes  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\tau$  de la central (3E.10.0)  
Tercera tarjeta: potencia máxima y mínima de generación PL y PH ( 2F10.0)

5.- Luego viene el bloque correspondiente a los datos de las hidráulicas ( "NH" centrales)

Primera tarjeta: Nombre de la central hidráulica (10A4)

Segunda tarjeta: Constantes  $\alpha_h$ ,  $\beta_h$ ,  $\delta_h$  de la central (3E10.0)

Tercera tarjeta: Potencia mínima y máxima de generación caudal mínimo y máximo de turbinamiento constante  $b_1$ , PL, PH, QL, QH, BI (5F10.0)

6.- Variable entera utilizada para indicar al programa si debe considerar o no las pérdidas por transmisión (I2)

I<sub>PER</sub> = 0 — no se considera pérdidas

I<sub>PER</sub> = 1 — se condiera pérdidas

7.- Si I<sub>PER</sub> = 1, debe proporcionarse la matriz de coeficientes B. Basta introducir los elementos de la Submatriz Triangular Superior, los cuales deben ser suministrados por filas ( 7E10.0)

8.- A continuación se proporciona los datos correspondientes a la demanda del sistema DEM. ( 7F10.0)

9.- Finalmente los datos de tiempo inicial, tiempo final, criterio de convergencia número máximo de iteraciones, intervalo de impresión de datos , T0, TF, EPS, ITMAX, IPRT, ( 3F10.0, 2I5)

#### D.6.- RESTRICCIONES.-

1.- El número total de generadores ( térmicos o hidráulicos) no debe ser mayor que 10.

2.- El número de períodos considerados no debe ser mayor que 24.

3.- Si el programa no converge en el número de iteraciones establecido, imprime los resultados obtenidos en la última iteración.

4.- Debe proporcionarse siempre los datos de las centrales térmicas antes de los correspondientes a las centrales hidráulicas.

ESCUELA POLITECNICA NACIONAL  
 INSTITUTO DE INFORMATICA Y COMUNICACION

NOMBRE DEL PROGRAMA

Programador

Fecha

Página

D.	MANUAL	PARA	PROPORCIONAR	DA TOS	AL	PROGRAMA
07						
A4						
OPERACION ECONOMICA						
10AA						
NOMBRE DEL SISTEMA						
I5	I5	I5				
NS	NH	NPER				
10AA						
NOMBRE DE LA CENTRAL						
E10.0	E10.0	E10.0				
ALFA	BETA	GAMA				
F10.0	F10.0					
PH	PH					
NOMBRE DE LA CENTRAL						
E10.0	F10.0	F10.0				
ALFA	BETA	GAMA				
F10.0	F10.0	F10.0	QH	BI		
I2						
	IPER					

DATOS PARA CENTRALES  
 TERMINALES  
 NS CONJUNTOS DE DATOS

DATOS PARA CENTRALES  
 HIDRAULICAS  
 NH CONJUNTOS DE DATOS





ESCUELA POLITECNICA NACIONAL  
INSTITUTO DE INFORMATICA Y COMPUTACION

NOMBRE DEL PROGRAMA

Programador

Fecha:

Hoja No.

EJEMPLO	NUMERO	UNO	(NUMERO 1)
OPERACION ECONOMICA			
SISTEMA EL-HAWARY			
2	24		
CENTRAL TERMICA EJEMPLO # 1			
0.0	3.10	0.0	25
	450.0		
CENTRAL TERMICA EJEMPLO # 1			
0.0	3.4	0.0	33
	450.0		
CENTRAL HIDROELECTRICA EJEMPLO # 1			
8.568	0.216		
0.0	750.0	0.0	250.0
2.15	4.00	E-7	24.80
9.01	18.70	E-6	
10.49			
1350.	1350.		1350.
1350.	1350.		1350.
850.	850.		850.
850.	850.		850.
0.0	24.	0.0	10



ESCUELA POLITECNICA NACIONAL  
INSTITUTO DE INFORMATICA Y COMPUTACION

NOMBRE DEL PROGRAMA \_\_\_\_\_

Programador \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

Hoja No. \_\_\_\_\_

No. \_\_\_\_\_

de \_\_\_\_\_

		EJEMPLO										NUMERO										DOS																																																									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
OPERACION ECONOMICA																																																																															
SISTEMA EL-HAWARY - FRENCH (NUMERO 2)																																																																															
CENTRAL TERMICA EJEMPLO # 2																																																																															
0.0																																																																															
CENTRAL TERMICA EJEMPLO # 2																																																																															
3.2.9.2																																																																															
0.0																																																																															
CENTRAL HIDROELECTRICA EJEMPLO # 2																																																																															
1.8																																																																															
0.0																																																																															
CENTRAL HIDROELECTRICA EJEMPLO # 2																																																																															
1.0.8																																																																															
0.0																																																																															
/																																																																															
14.39																																																																															
58.50																																																																															
6.96																																																																															
6.82																																																																															
400.																																																																															
880.																																																																															
1260.																																																																															
1050.																																																																															
0.0																																																																															

ANEXO E

LISTADO DEL PROGRAMA DIGITAL

```

=====
C
C
C ----> ESCUELA POLITECNICA NACIONAL
C ----> FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA
C ----> DEPARTAMENTO DE POTENCIA
C
C ----> PROGRAMA DE TESIS
C
C ----> TITULO : PROGRAMA DIGITAL PARA DETERMINAR LA
C ESTRATEGIA OPTIMA DE OPERACION DE
C UN SISTEMA ELECTRICO CON CENTRALES
C HIDRAULICAS DE ' PASADA '
C
C ----> REALIZADO POR : RENE VINICIO VERGARA ARAQUE
C ----> DIRIGIDO POR : ING. ALFREDO MENA PACHANO
C
C ----> OBJETIVO : DETERMINAR LA ESTRATEGIA OPTIMA DE
C OPERACION DE UN S.E.P., A LA VEZ QUE
C SE MINIMIZA LOS COSTOS DE OPERACION
C DE LAS UNIDADES TERMICAS
C
C ----> METODO : SE UTILIZA UN ALGORITMO BASADO EN EL
C PRINCIPIO DEL MAXIMUM DE PONTRYGIN
C
C ----> RESTRICCIONES : EL PROGRAMA ESTA DISENADO PARA TRABAJAR
C CON UN SISTEMA DE 10 CENTRALES GENERA -
C DORAS.
C
C ----> VARIABLES UTILIZADAS :
C
C ----> ISIS -- ARREGLO QUE CONTIENE EL NOMBRE DEL
C SISTEMA
C ----> NGEN -- ARREGLO QUE ALMACENA LOS NOMBRES DE
C LAS CENTRALES (MAXIMO 10)
C ----> ALFA -- ARREGLO DE DIMENSION NS QUE CONTIENE
C LA CONSTANTE ALFA DE LA FUNCION DE
C COSTO.
C ----> BETA -- ARREGLO DE DIMENSION NS QUE CONTIENE
C LA CONSTANTE BETA
C ----> GAMA -- ARREGLO DE DIMENSION NS QUE CONTIENE
C LA CONSTANTE GAMA
C ----> PL -- ARREGLO QUE CONTIEN EL VALOR MINIMO
C DE GENERACION DE LAS CENTRALES
C ----> PH -- ARREGLO QUE ALMACENA VALORES DE
C POTENCIA MAXIMA DE GENERACION DE
C CADA CENTRAL
C ----> POT -- ARREGLO EN EL CUAL SE ALMACENA LOS
C VALORES DE LAS POTENCIAS GENERADAS EN
C CADA ITERACION.
C ----> B -- MATRIZ DE COEFICIENTES DE PERDIDA
C {NG*NG}
C ----> BI -- VECTOR DE VOLUMEN DE RESTRICCION
C ----> AJ -- MATRIZ JACOBIANA (NTV*NTV)
C ----> PERD -- VECTOR DONDE SE ALMACENA VALORES DE
C POTENCIA DE PERDIDAS.(NPE)
C ----> DEM -- VECTOR DONDE SE ALMACENA LA DEMANDA
C (NPE)
C ----> V -- VECTOR DE VALORES V {NH}
C ----> FV -- VECTOR DE VALORES DE LAS FUNCIONES FV
C (NH)
C ----> F -- ARREGLO DONDE SE ALMACENA VALORES DE LA
C LAS FUNCIONES F. {NPE*NT}
C
=====
C
C DIMENSION ISIS(10),NGEN(10,10),ALFA(10),BETA(10),GAMA(10),PH(11),P
C *L(11),B(10,10),DEM(25),POT(11,25),FV(9),QX(10,25),V(9),PERD(25)
C *,QH(9),QL(9),BI(9),AJ(30,30),F(25,20),HJU(10,11),HJV(25,11,10),
C *HJP(25,11,11),AUX2(30,30),TEMP(30,30),G(30,30),E(30,30),OP(25,11),
C *OV(9),Z(29)
C COMMON /INOUT/ NI,NO
C COMMON /CON/ NS,NH,NG,NPER
C COMMON /BU/ PH,PL
C COMMON /FU/ F,FV
C COMMON /COSTOS/ ALFA,BETA,GAMA,B,PERD,DEM

```

```
COMMON /JA/ POT,V,BI,QX
COMMON /CAJAL/ OH,QL
COMMON /JACOB/ AJ
COMMON /LI/ LIN(110),ING(10),ISIS
C
INTEGER ERROR
DATA NDATO,ME /'OPER','-'/'
C
NI=1
NJ=3
KTIP=0
WRITE(NO,10)
10 FORMAT('1',3(//),33X,'E S C U E L A   P O L I T E C N I C A   N A
*'C I U N A L I',/,33X,13('='),3X,21('='),3X,15('='),4(/),43X,'FACULTA
*'O DE INGENIERIA ELECTRICA'/43X,35('='),4(/),48X,'DEPARTAMENTO D
*'L POTENCIA',4(/),31X,'ESTIMACION DE LA ESTRATEGIA OPTIMA DE OPERAC
*'ION DE UN S.E.P.',/,31X,60('='))
C
C --->          LECTURA Y VERIFICACION DE DATOS
C
READ(NI,12)INIC
READ(NI,12){ISIS(I),I=1,10}
12 FORMAT(10A4,2X,I2)
WRITE(NO,95){ISIS(I),I=1,10}
95 FORMAT(///,40X,'METODO : '//43X,'EL PRINCIPIO DEL MAXIMUM DE PONTR
*YAGIN.'///38X,45('=')/38X,'+',44X,'+'/38X,'+ SISTEMA EN ESTUDIO :
*',22X,'+'/38X,'+',44X,'+'/38X,'+ ',10A4,' '+'/38X,'+',44X,'+'/38X
*,45('='))
IER=0
IF(INIC .NE. NDATO)IER=1
IF(IER .NE. 0)GO TO 90
READ(NI,15)NS,NH,NPER
15 FORMAT(3I5)
C
EPVS=1.0 E-69
NG=NS+NH
C
DO 16 I=1,110
16 LIN(I)=ME
DO 17 I=1,NG
17 ING(I)=1
IF(NS .LT. 1 .OR. NS .GT. 9)IER=2
IF(NH .LT. 1 .OR. NH .GT. 9)IER=3
IF(NPER .GT. 25)IER=4
IF(IER .NE. 0)GO TO 90
C
C --->          DATOS DE CENTRALES TERMICAS
C
DO 30 I=1,NS
READ(NI,12){NGEN(I,J),J=1,10}
READ(NI,80)ALFA(I),BETA(I),GAMA(I)
READ(NI,60)PL(I),PH(I)
IF(PL(I) .LT. 0 .OR. PL(I) .GT. PH(I))IER=5
IF(PH(I) .LT. 0)IER=6
IF(IER .NE. 0)KTIP=I
IF(IER .NE. 0)GO TO 90
30 CONTINUE
C
C --->          DATOS DE CENTRALES HIDRAULICAS
C
DO 40 I=1,NH
NP=NS+I
READ(NI,12){NGEN(NP,J),J=1,10}
READ(NI,80)ALFA(NP),BETA(NP),GAMA(NP)
C
READ(NI,60)PL(NP),PH(NP),QL(I),QH(I),BI(I)
IF(QL(I) .LT. 0 .OR. QL(I) .GE. QH(I))IER=9
IF(QH(I) .LT. 0)IER=10
IF(PL(NP) .LT. 0 .OR. PL(NP) .GE. PH(NP))IER=11
IF(PH(NP) .LT. 0)IER=12
IF(IER .NE. 0)KTIP=NP
IF(IER .NE. 0)GO TO 90
40 CONTINUE
DO 45 I=1,NG
DO 45 J=1,NG
45 B(I,J)=0.
C
C          LECTURA DE COEFICIENTES DE PERDIDA
C
READ(NI,50)IPER
50 FJRMAT(12)
IF(IPER .EQ. 0)GO TO 70
```

```

DO 55 I=1,NG
55 READ(N1,80){B(I,J),J=1,NG}
60 FORMAT(7F10.0)
80 FORMAT(7E10.0)
N=NG-1
DO 65 I=1,K
L=1+1
DO 65 J=L,NG
65 J(J,I)=B(I,J)
70 CONTINUE
C
C LECTURA DE DEMANDA
C
READ(N1,60){DEM(I),I=1,NPER}
C
C DATOS PARA OPERACION DEL PROGRAMA
C
READ(N1,85)T0,TF,EPS,ITMAX,IPRT
65 FJRMAT(3F10.0,2I5)
TF1=TF*3600.
TJ=T0*3600
DELT=(TF-T0)/(NPER)
DELT=DELT*3600.
C
90 IER=ERRCR(IER,KTIP)
IF(IER.EQ.1)GO TC 1000
C
WRITE(NO,100)NS,NH,NPER,EPS,ITMAX
100 FORMAT('1',5(/),49X,'PARAMETROS DEL SISTEMA'/49X,22('='),5(/),42X,
*'NUMERU DE CENTRALES TERMICAS ':',14/42X,'NUMERO DE CENTRALES HI
*'DRAULICAS ':',14/51X,'PERIODOS CONSIDERADOS ':',14/42X,'CRITERIO DE
*' CONVERGENCIA',3X,':',E10.4/42X,'NUMERO MAXIMO DE ITERACIONES ':
*',14)
WRITE(NO,105)
105 FORMAT(////,51X,'CENTRALES TERMICAS'/51X,18('-')///35X,50('-')/35X
*,' ',40X,' '/35X,' NO. ',17X,'NOMBRE',17X,' '/35X,'
* ',40X,' '/35X,50('=')//)
DO 110 I=1,NS
110 WRITE(NO,115)I,(NGEN(I,J),J=1,10)
115 FORMAT(35X,' ',13,' ',10A4,' '/35X,' ',42X,' ')
WRITE(NO,120)
120 FORMAT(35X,50('='))
WRITE(NO,125)
125 FORMAT(//32X,56('-')//32X,' NO. PMAX PMIN ALFA B
*ETA GAMA //32X,56('=')//)
DO 130 I=1,NS
130 WRITE(NO,135)I,PH(I),PL(I),ALFA(I),BETA(I),GAMA(I)
135 FORMAT(32X,' ',13,' ',2(F7.2,' '),3(E10.4,' ')/)
WRITE(NO,140)
140 FORMAT(32X,56('='))
WRITE(NO,145)
145 FORMAT(////,49X,'CENTRALES HIDRAULICAS'/49X,22('-')///35X,50('-')/
*35X,' ',42X,' '/35X,' NO. ',17X,'NOMBRE',17X,' '/35X,'
* ',42X,' '/35X,50('=')//)
DO 150 I=1,NH
J=NS+I
150 WRITE(NO,115)J,(NGEN(J,K),K=1,10)
WRITE(NO,120)
WRITE(NO,127)
127 FORMAT(//26X,67('-')//26X,' NO. PMAX PMIN ALFA B
*ETA GAMA BI //26X,67('=')//)
DO 151 I=1,NH
J=I+NS
151 WRITE(NO,137)J,PH(J),PL(J),ALFA(J),BETA(J),GAMA(J),BI(I)
137 FORMAT(26X,' ',13,' ',2(F7.2,' '),4(E10.4,' ')/)
C
WRITE(NO,157)
157 FORMAT(26X,67('='))
IF(IPER.EQ.0)GO TO 170
WRITE(NO,166)
166 FORMAT('1'//47X,'MATRIZ DE COEFICIENTES DE PERDIDAS ':/47X,36('='))
*///)
DO 168 I=1,NG
168 WRITE(NO,169){B(I,J),J=1,NG}
169 FORMAT(/2X,10(E10.3,2X))
C
C INICIALIZACION DE DATOS
C
170 CALL INICIO
NGM1=NG+1
NT=NGM1+NH
N=0

```

JMAX=0.0  
NPE=NPER  
ISAVE=0

500 K=K+1

C SE ENCERA MATRICES AJ Y G ....

DO 190 I=1,NT  
DO 190 J=1,NT  
190 AJ(I,J)=0.0  
DO 200 I=1,NH  
DO 200 J=1,NH  
200 G(I,J)=0.

C SE EVALUA EL JACOBIANO EN CADA INSTANTE ....

I=0  
CALL EVFFV(1.0)  
208 I=I+1  
CALL EVJAC(I,1.0)

C SE REALIZA LAS PARTICIONES DEL JACOBIANO ....

DO 210 I1=1,NGM1  
DO 210 J1=1,NH  
JV=J1+NGM1  
210 HJV(I,I1,J1)=AJ(I1,JV)

C D=SIMUL(NGM1,AJ,Z,EPVS,-1)

DO 220 I1=1,NGM1  
DO 220 J1=1,NGM1  
220 HJP(I,I1,J1)=AJ(I1,J1)

C SE PROCEDE AL CALCULO DE LA MATRIZ G....

DO 222 I1=1,NH  
DO 222 J1=1,NGM1  
AUX2(I1,J1)=0.0  
DO 222 L1=1,NGM1  
222 AUX2(I1,J1)=AUX2(I1,J1)+HJV(I,L1,I1)\*HJP(I,L1,J1)

DO 224 I1=1,NH  
DO 224 J1=1,NH  
TEMP(I1,J1)=0.0  
DO 224 L1=1,NGM1  
224 TEMP(I1,J1)=TEMP(I1,J1) + AUX2(I1,L1)\*HJV(I,L1,J1)

DO 230 I1=1,NH  
DO 230 J1=1,NH  
230 G(I1,J1)=G(I1,J1) - TEMP(I1,J1)

C IF(I-NPE)208,244,244

244 INDIC=-1  
D=SIMUL(NH,G,Z,EPVS,INDIC)

C SE ENCERA LA MATRIZ DP ....

IT=0  
505 IT=IT+1  
DO 260 I=1,NGM1  
260 DP(IT,I)=0.0  
CALL MULT3(HJP,HJV,IT,NGM1,NGM1,NH,TEMP)  
CALL MULT2(TEMP,G,NGM1,NH,NH,E)  
CALL SIGNO(NGM1,NH,E)  
IN=0  
209 IN=IN+1  
CALL MATVE3(HJP,F,NGM1,IN,AUX2)  
DO 270 I1=1,NH  
TEMP(I1,1)=0.0  
DO 270 J1=1,NGM1  
270 TEMP(I1,1)=TEMP(I1,1) + HJV(IN,J1,I1)\*AUX2(J1,1)

CALL MULT2(E,TEMP,NGM1,NH,1,AUX2)  
DO 271 I=1,NGM1  
DP(IT,I)=DP(IT,I)-AUX2(I,1)  
271 CONTINUE

```
IF(IN - NPER)269,272,272
272 CALL MATVE3(HJP,F,NGM1,IT,AUX2)
CALL MVECTO(E,FV,NGM1,NH,TEMP)
DO 280 I=1,NGM1
DP(IT,I)=DP(IT,I)+TEMP(I,1)+AUX2(I,1)
280 CONTINUE
IF(IT - NPER)505,282,282
C
C ENCERAMOS VECTOR DV DE LA ITERACION K ....
C
282 DO 290 I=1,NH
290 DV(I)=0.0
C
C LJ ACTUALIZAMOS ....
C
DO 310 IT=1,NPE
CALL MATVE3(HJP,F,NGM1,IT,AUX2)
DO 292 I1=1,NH
TEMP(I1,1)=0.0
DO 292 J1=1,NGM1
292 TEMP(I1,1)=TEMP(I1,1) + HJV(IT,J1,I1)*AUX2(J1,1)
CALL MATVE2(HJU,AUX2,NH,NGM1,TEMP)
CALL MULT2(G,TEMP,NH,NH,1,AUX2)
DO 300 I=1,NH
300 DV(I)=DV(I)-AUX2(I,1)
310 CONTINUE
CALL MVECTO(G,FV,NH,NH,TEMP)
DO 320 I=1,NH
320 DV(I)=DV(I)+TEMP(I,1)
DO 325 I=1,NPER
DO 325 J=1,NGM1
JC=J
PUT(JC,I)=PUT(JC,I) + DP(I,J)
325 CONTINUE
DMAX=0.
DO 327 I=1,NH
V(I)=V(I) + DV(I)
327 CONTINUE
C
C CHEQUEO DE CONVERGENCIA ....
C
JMAX=0.0
ITCON=1
DO 330 I=1,NPE
DO 330 J=1,NGM1
IF(ABS(DP(I,J)) .GT. DMAX)DMAX=ABS(DP(I,J))
330 CONTINUE
DO 350 I=1,NH
IF(ABS(DV(I)) .GT. DMAX)DMAX=ABS(DV(I))
350 CONTINUE
C
IF(DMAX .GT. EPS)ITCON=0
IF(ITCON .EQ. 1)GO TO 410
IF(K-ITMAX)360,390,390
360 IF(IPRT .EQ. 0)GO TO 380
IS=ISAVE + IPRT
IF(K-IS)380,370,380
370 ISAVE=K
CALL SALINT(K,DMAX,EPS)
380 GO TO 500
390 WRITE(NO,400)K
400 FORMAT(//10X,72('=')//10X,' EL PROCESO NO CONVERGE EN ',I3,' IT
*ERACIONES'//10X,72('='),///10X,'RESULTADOS OBTENIDOS EN ESTA ITER
*ACION ',///)
410 CALL SALFIN(ITCON,DMAX,EPS)
1000 CONTINUE
STOP
END
+++++
C
C SUBROUTINA DE EVALUACION DE LAS CONDICIONES INICIALES
C
SUBROUTINE INICIO
DIMENSION ALFA(10),BETA(10),GAMA(10),PL(11),PH(11),POT(11,25),V(9)
*,B(10,10)
C
COMMON /INOUT/ NI,NO
COMMON /CON/ NS,NH,NG,NPER
COMMON /BU/ PH,PL
COMMON /JA/ POT,V,BI(9),QX(10,25)
COMMON /COSTOS/ ALFA,BETA,GAMA,B,PERD(25),DEM(25)
C
```

```

SX=0.
JJ 5 I=1,NPER
5  SX=DEM(I)+SX
C
DEMA=SX/(NPER*NG)
NL=NG+1
DO 20 I=1,NG
DO 20 J=1,NPER
POT(I,J)=DEMA
20  CONTINUE
DO 60 K=1,NPER
PLABD=0.
DO 55 I=1,NG
AUX=-1.0
DO 50 J=1,NG
AUX=AUX+2.*B(I,J)*POT(J,K)
30  CONTINUE
PLABD=PLABD-(BETA(I)+2.*GAMA(I)*POT(I,K))/AUX
35  CONTINUE
POT(NL,K)=PLABD/NS
60  CONTINUE
DO 71 I=1,NH
V(I)=0.0
DO 70 K=1,NPER
AUX=-1.0
IH=NS+I
IU=NG+I
DO 65 L=1,NG
AUX=AUX+2.*POT(L,K)*B(IH,L)
65  CONTINUE
AUX1=BETA(IH)+2.*GAMA(IH)*POT(IH,K)
V(I)=V(I)-POT(NL,K)*AUX/AUX1
70  CONTINUE
V(I)=V(I)/NPER
71  CONTINUE
RETURN
END
+++++
C
C
SUBROUTINA DE EVALUACION DE FUNCIONES
C
SUBROUTINE EVFFV(DELT)
DIMENSION FV(9),F(25,20),B(10,10),POT(11,25),BE(10),GA(10)
*,V(9),PERD(25),DEM(25),PH(11),PL(11),AL(10)
C
COMMON /CON/ NS,NH,NG,NPER
COMMON /COSTOS/ AL,BE,GA,B,PERD,DEM
COMMON /JA/ POT,V,BI(9),OX(10,25)
C
COMMON /FU/ F,FV
C
NTT=NG+1
IL=NTT+NH
DO 40 I=1,NPER
DO 40 J=1,NTT
IF(J-NG)2,2,14
2  F(I,J)=-1.0
DO 4 J1=1,NG
4  F(I,J)=F(I,J)+2.*B(J,J1)*POT(J1,I)
F(I,J)=POT(NTT,I)*F(I,J)
IF(J-NS)6,6,8
6  F(I,J)=BE(J)+2.*GA(J)*POT(J,I)+F(I,J)
GO TO 39
8  NU=J
J1=J-NS
F(I,J)=V(J1)*(BE(J)+2.*GA(J)*POT(J,I))+F(I,J)
GO TO 39
14 PERD(I)=0.0
DO 16 I1=1,NG
DO 16 J1=1,NG
16 PERD(I)=PERD(I)+POT(I1,I)*B(I1,J1)*POT(J1,I)
F(I,J)=DEM(I)+PERD(I)
DO 18 J1=1,NG
18 F(I,J)=F(I,J)-POT(J1,I)
39 F(I,J)=-F(I,J)
40 CONTINUE
C
C
SE PROCEDE A CALCULAR EL VALOR DE LAS FUNCIONES FV
C
DO 42 I=1,NH
NU=NS+I

```



```

FV(I)=-B(I)
DO 41 J=1,NPER
QX(I,J)=(AL(NU) + BE(NU)*POT(NU,J) + GA(NU)*POT(NU,J)**2)*DELT
41 FV(I)=FV(I) + QX(I,J)
FV(I)=-FV(I)
42 CONTINUE
RETURN
END

```

+++++

SUBROUTINA DE EVALUACION DEL JACOBIANO

```

SUBROUTINE EVJAC(IT,DELT)
DIMENSION A(30,30),NGEN(10,10), AL(10), BE(10), GA(10)
*, B(10,10),DEM(25),POT(11,25),V(9),PERD(25)

```

```

COMMON /INOUT/ NI,NO
COMMON /CON/ NS,NH,NG,NPER,NINT
COMMON /CUSTOS/ AL,BE,GA,B,PERD,DEM
COMMON /JA/ POT,V,BI(9),QX(10,25)
COMMON /JACOB/ A

```

```

NTT=NG+1
NVV=NTT+NH
DO 100 I=1,NVV
DO 10 J=1,NVV
10 A(I,J)=0.0

```

```

IF(I-NTT)16,30,28

```

```

16 A(I,NTT)=-1.0

```

```

DO 24 L=1,NG
A(I,NTT)=A(I,NTT)+2.*B(I,L)*POT(L,IT)
A(I,L)=2.*POT(NTT,IT)*B(I,L)
IF(L-NS)18,18,20
18 IF(I-L)24,22,24
20 IF(I-L)24,21,24
21 IQ=I-NS
A(I,L)=2.*V(IQ)*GA(I) + A(I,L)
GO TO 24
22 A(I,L)=2.*GA(I) + A(I,L)
24 CONTINUE
IF(I-NS)100,100,26
26 IR=I-NS
LV=NTT+IR

```

```

A(I,LV)=BE(I) + 2.*GA(I)*POT(I,IT)
GO TO 100
28 IR=I-NTT
IU=IR+NS
A(I,IU)=( BE(IU) + 2.*GA(IU)*POT(IU,IT) ) *DELT
GO TO 100
30 DO 34 J=1,NG
A(I,J)=-1.0
DO 32 L=1,NG
32 A(I,J)=A(I,J)+2.*B(J,L)*POT(L,IT)
34 CONTINUE
100 CONTINUE
101 IR=1
RETURN
END

```

+++++

ESTA SUBROUTINA REALIZA OPERACIONES CON MATRICES Y VECTORES

```

SUBROUTINE SIGNO(IS,JS,A)
DIMENSION A(30,30),B(30,30),C(30,30),F(11),FP(25,20),H1(25,11,11),
*H2(25,11,10)

```

```

DO 1 I=1,IS
DO 1 J=1,JS
1 A(I,J)=-A(I,J)
RETURN

```

ENTRY MULT2(A,B,NFA,NCA,NCB,C)

```

DO 2 I=1,NFA
DO 2 J=1,NCB
C(I,J)=0.
DO 2 K=1,NCA
2 C(I,J)=C(I,J) + A(I,K)*B(K,J)

```

RETURN

- 122 -

ENTRY MATVE2(A,B,IA,JA,C)  
DO 3 I=1,IA  
C(I,1)=0.  
DO 3 L=1,JA  
3 C(I,1)=C(I,1) + A(I,L)\*B(L,1)  
RETURN

ENTRY MVECTO(A,F,IA,JA,C)  
DO 4 I=1,IA  
C(I,1)=0.  
DO 4 L=1,JA  
4 C(I,1)=C(I,1) + A(I,L)\*F(L)  
RETURN

ENTRY MULT3(H1,H2,IT,IA,JA,JB,C)  
DO 5 I=1,IA  
DO 5 J=1,JB  
C(I,J)=0.  
DO 5 L=1,JA  
5 C(I,J)=C(I,J) + H1(IT,I,L)\*H2(IT,L,J)  
RETURN

ENTRY MATVE3(H1,FP,IA,IT,C)  
DO 6 I=1,IA  
C(I,1)=0.  
DO 6 L=1,IA  
6 C(I,1)=C(I,1) + H1(IT,I,L)\*FP(IT,L)  
RETURN  
END

ESTA SUBROUTINA IMPRIME LOS RESULTADOS EN FORMA DE TABLAS

SUBROUTINE SALINT(JK1,DMAX,EPS)  
DIMENSION LIN(110),AL(10),BE(10),GA(10),PL(11),POT(11,25),V(9),B(1  
\*0,10),PERD(25),DEM(25),ING(10),BI(9),CX(10,25)

COMMON /INOUT/ NI,NO  
COMMON /CON/ NS,NH,NG,NPER  
COMMON /COSTOS/ AL,BE,GA,B,PERD,DEM  
COMMON /JA/ POT,V,BI,QX  
COMMON /LI/ LIN,ING,ISIS(10)

1F(JK1 .EQ. 0)GO TO 4  
4 WRITE(NO,5)  
5 FORMAT(///10X,'POTENCIA ACTIVA DE GENERACION, PERDIDAS Y DEMANDA'  
\*)  
NP=8\*NG+5  
WRITE(NO,7)(LIN(I),I=1,NP)  
7 FORMAT(/10X,110A1)  
WRITE(NO,8)(LIN(I),I=1,16)  
8 FORMAT('+',90X,16A1)  
WRITE(NO,10)(ING(I),I=1,NG)  
10 FORMAT(/10X,' I ',10(3X,12,3X))  
WRITE(NO,11)  
11 FORMAT('+',90X,' PERD DEM ')  
WRITE(NO,7)(LIN(I),I=1,NP)  
WRITE(NG,8)(LIN(I),I=1,16)  
DO 14 I=1,NPER  
WRITE(NO,12)I,(POT(J,I),J=1,NG)  
12 FORMAT(11X,13,1X,10(1X,F7.2))  
WRITE(NO,13)PERD(I),DEM(I)  
13 FORMAT('+',90X,2(1X,F7.2))  
14 CONTINUE  
WRITE(NO,7)(LIN(I),I=1,NP)  
WRITE(NO,8)(LIN(I),I=1,16)

NP=8\*NH+5  
WRITE(NO,15)  
15 FORMAT(///10X,'TURBINAMIENTOS OPTIMOS DE LAS CENTRALES HIDRAULICA'  
\*S')  
WRITE(NO,7)(LIN(I),I=1,NP)  
L=NS+1  
WRITE(NO,10)(ING(I),I=L,NG)  
WRITE(NO,7)(LIN(I),I=1,NP)  
DO 17 I=1,NPER

```
17  WRITE(NO,12)I,(QX(J,I),J=1,NH)
    WRITE(NO,7){LIN(I),I=1,NP}
C
C
28  WRITE(NO,28)DMAX
    FORMAT(//10X,'VARIACION MAXIMA OBTENIDA ES : ',E8.2//)
    RETURN
    END
C
C
C
SUBROUTINA DE SALIDA DE DATOS (FINAL)
SUBROUTINE SALFIN(ITCON,DMAX,EPS)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION AL(10),BE(10),GA(10),PL(11),POT(11,25),B(10,10),PERD(25)
*,DEM(25),C(25,9),V(9),PH(11)
C
COMMON /INDUT/ NI,NO
COMMON /CON/ NS,NH,NG,NPER
COMMON /COSTOS/ AL,BE,GA,B,PERD,DEM
COMMON /LI/ LIN(110),ING(10),ISIS(10)
COMMON /JA/ POT,V,BI,QX(10,25)
C
IF(ITCON)1,3,1
1  WRITE(NO,2){ISIS(J),J=1,10}
2  FORMAT('1'/43X,44{'='})//43X,'ESTRATEGIA OPTIMA DE OPERACION DEL SI
*STEMA : '//45X,10A4, //43X,44{'='})//
3  K=0
   CALL SALINT(K,DMAX,EPS)
   WRITE(NO,55)
55  FORMAT(//10X,'FACTORES DE CONVERSION HIDRAULICA'//)
   DO 56 I=1,NH
56  WRITE(NO,60)I,V(I)
60  FORMAT(10X,'V( ',I2,')= ',F14.8)
   WRITE(NO,65)
65  FORMAT(//)
   CT=0.0
   DO 4 I=1,NPER
   DO 4 J=1,NS
   C(I,J)=AL(J)+BE(J)*POT{J,I}+GA{J}*POT{J,I}*POT{J,I}
4  CT=C(I,J)+CT
   NP=12*NS+5
   WRITE(NO,6)
6  FORMAT(//10X,'COSTOS DE OPERACION DE LAS CENTRALES TERMICAS '//)
   WRITE(NO,7){LIN(I),I=1,NP}
7  FORMAT(/10X,110A1//)
   WRITE(NO,8){ING(I),I=1,NS}
8  FORMAT(10X,' I ',9(4X,I3,4X))
   WRITE(NO,7){LIN(I),I=1,NP}
   DO 9 I=1,NPER
9  WRITE(NO,10)I,{C(I,J),J=1,NS}
10  FORMAT(11X,I3,1X,9(1X,F11.1))
   WRITE(NO,7){LIN(I),I=1,NP}
   CT=0.0
   DO 11 J=1,NS
11  CT=CT+C(NPER,J)
   WRITE(NO,12)CT
12  FORMAT(//10X,'COSTO TOTAL DE OPERACION DEL SISTEMA : ',F15.2)
   WRITE(NO,24)
24  FORMAT(//80X,'PROGRAMA DE TESIS DE GRADO'/80X,'REALIZADO POR: REN
*E V. VERGARA A.'/80X,'DIRIGIDO POR: ING. ALFREDO MENA P.'/80X,'FEB
*RERO -- 1984'/80X,'FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA'/80X,'ESCUE
*LA POLITECNICA NACIONAL'/80X,'QUITO - ECUADOR'//)
   RETURN
   END
C
C
C
FUNCION QUE RESUELVE UN SISTEMA DE ECUACIONES
FUNCTION SIMUL(N,A,Z,EPS,INDIC)
DIMENSION IROW(30),JCOL(30),JORD(30),Y(30),A(30,30),Z(29)
COMMON /ES/ NI,NO
C
IF(N.GT.1)GO TO 1
SIMUL=A(1,1)
A(1,1)=1./A(1,1)
RETURN
1  MAX=N
   IF(INDIC.GE.0)MAX=N+1
C
IF(N.LE.30)GO TO 5
WRITE(NO,200)
```

SIMUL = 0.  
RETURN

- 124 -

C  
C  
C  
COMIENZO DEL PROCESO DE ELIMINACION .....

5 DETER = 1.  
DO 18 K=1,N  
KM1=K-1  
PIVOT=0.  
DO 11 I=1,N  
DO 11 J=1,N

C  
IF(K .EQ. 1)GO TO 9  
DO 8 ISCAN=1,KM1  
DO 8 JSCAN=1,KM1  
IF(I .EQ. IROW(ISCAN))GO TO 11  
IF(J .EQ. JCOL(JSCAN))GO TO 11

8 CONTINUE  
9 IF(ABS(A(I,J)) .LE. ABS(PIVOT))GO TO 11  
PIVOT=A(I,J)

IROW(K)=I  
JCOL(K)=J

11 CONTINUE  
IF(ABS(PIVOT) .GT. EPS)GO TO 13  
SIMUL = 0.  
RETURN

13 IROWK=IROW(K)  
JCOLK=JCOL(K)  
DETER=DETER\*PIVOT

C  
C  
C  
NORMALIZACION DE LOS ELEMENTOS DE LA FILA DEL PIVOTE .....

DO 14 J=1,MAX  
14 A(IROWK,J)=A(IROWK,J)/PIVOT

C  
C  
C  
PROCESO DE ELIMINACION Y DESARROLLO DE LA INVERSA .....

A(IROWK,JCOLK)=1./PIVOT  
DO 18 I=1,N  
AIJCK=A(I,JCOLK)  
IF(I .EQ. IROWK)GO TO 18  
A(I,JCOLK)=-AIJCK/PIVOT

DO 17 J=1,MAX  
17 IF(J .NE. JCOLK)A(I,J)=A(I,J) - AIJCK\*A(IROWK,J)  
18 CONTINUE

C  
DO 20 I=1,N  
IROWI=IROW(I)  
JCOLI=JCOL(I)  
JORD(IROWI)=JCOLI  
20 IF(INDIC .GE. 0)Z(JCOLI)=A(IROWI,MAX)

C  
INTCH=0  
NM1=N-1  
DO 22 I=1,NM1  
IPI=I+1  
DO 22 J=IPI,N  
IF(JORD(J) .GE. JORD(I))GO TO 22  
JTEMP=JORD(J)  
JORD(J)=JORD(I)  
JORD(I)=JTEMP  
INTCH=INTCH + 1

22 CONTINUE  
IF(INTCH/2\*2 .NE. INTCH)DETER=-DETER

C  
C  
C  
SI INDIC ES POSITIVO, DEVOLVER RESULTADOS .....

IF(INDIC .LE. 0)GO TO 26  
SIMUL=DETER  
RETURN

C  
C  
C  
SI INDIC RESULTA SER CERO O NEGATIVO, SE REORDENA LA  
INVERSA, PRIMERO POR FILAS .....

26 DO 28 J=1,N  
DO 27 I=1,N  
IROWI=IROW(I)  
JCOLI=JCOL(I)  
27 Y(JCOLI)=A(IROWI,J)  
DO 28 I=1,N  
28 A(I,J)=Y(I)

C

```

C      ..... Y LUEGO POR COLUMNAS .....
C
C      DJ 30 I=1,N
C      JJ 29 J=1,N
C      IROWJ=IROW(J)
C      JCOLJ=JCOL(J)
29     Y(IROWJ)=A(I,JCOLJ)
C      DJ 30 J=1,N
30     A(I,J)=Y(J)
C      SIMUL=DETER
C      RETURN
200    FORMAT(/20X,'DIMENSION ES MUY GRANDE')
C      END
C      ++++++
C      ESTA SUBROUTINA ENVIA MENSAJES DE ERRORES EN DATOS
C
C      FUNCTION ERROR( IER,KTIP)
C      COMMON /ES/ NI,NO
C      INTEGER ERROR
C      IF( IER .NE. 0)GO TO 55
C      ERROR=0
C      RETURN
35     WRITE(NO,56)
56     FORMAT(5(/),10X,'ERROR EN TARJETAS DE DATOS'/)
C      IF( IER .GE. 5)GO TO 5
C      GO TO(1,2,3,4), IER
1     WRITE(NO,101)
101    FORMAT(30X,'FALTA TARJETA DE IDENTIFICACION,DE DATOS'/)
C      GO TO 200
2     WRITE(NO,102)
102    FORMAT(30X,'NUMERO DE CENTRALES TERMICAS ES MENOR QUE CERO O MAYOR
* QUE NUEVE'/)
C      GO TO 200
3     WRITE(NO,103)
103    FORMAT(30X,'NUMERO DE CENTRALES HIDRAULICAS ES MENOR QUE CERO O
*YOR QUE NUEVE'/)
C      GO TO 200
4     WRITE(NO,104)
104    FORMAT(30X,'NUMERO DE PERIODOS ES MAYOR QUE 24'/)
C      GO TO 200
5     WRITE(NO,105)
105    FORMAT(30X,'ERROR NO IDENTIFICABLE EN DATOS'/)
200    ERROR=1
C      RETURN
C      END
C      *****

```

DATE 28/03/84,CLOCK 13/27/36

## REFERENCIAS

- [ 1 ] - EL-HAWARY M.E., CHRISTENSEN G.S., "OPTIMAL ECONOMIC OPERATION OF ELECTRIC POWER SYSTEMS", Academic Press, 1979.
- [ 2 ] - HANO I., TAMURA Y., NARITA S., "AN APLICATION OF THE MAXIMUM PRINCIPLE TO THE MOST ECONOMICAL OPERATION OF POWER SYSTEMS", I.E.E.E, TRANS PAS 85, N° 5, May 1966.
- [ 3 ] - EL-HAWARY M.E., FRENCH H.G.S., "HYDROTHERMAL DISPATCH USING NEWTON-RAPHSON METHOD". I.E.E.E., 1979.
- [ 4 ] - DAHLIN E.B., SHEN D.W.C., "OPTIMAL SOLUTION TO THE HYDRO - STEAM DISPATCH PROBLEM FOR CERTAIN PRACTICAL SYSTEMS", I.E.E.E Trans Pas 85, N° 5, 1966.
- [ 5 ] - ELGERD OLLE I., "ELECTRIC ENERGY SYSTEMS THEORY", TATA McGRAW HILL Publishing Company Ltd., 1979.
- [ 6 ] - ENRIQUEZ HARPER GILBERTO, "ANALISIS MODERNO DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA" Ed. Limusa, 2da. Edición, 1981.
- [ 7 ] - STAGG GLEN W., EL-ABIAD AHMED H., "COMPUTER METHODS IN POWER SYSTEMS ANALYSIS" McGraw-Hill Book Company, 1968.
- [ 8 ] - STEVENSON WILLIAM D., "ANALISIS DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA", Editorial McGraw-Hill Latinoamericana S.A., 1979.
- [ 9 ] - KIRK DONALD E., "OPTIMAL CONTROL THEORY AN INTRODUCTION", Prentice-Hall, 1979

- [ 10 ] - SAGE ANDREW P., "OPTIMUM SYSTEMS CONTROL" 2nd. Edition  
Prentice-Hall, 1977-
- [ 11 ] - CRUZ T. JUAN JOSE, "PROGRAMA DIGITAL PARA DESPACHO ECONOMI-  
CO DE POTENCIA REAL", Tesis de Grado, Escuela Politécnica  
Nacional, 1983.
- [ 12 ] - GONZALEZ Q. MARIO RAMIRO., "OPTIMIZACION DE LA PRODUCCION  
DE ENERGIA EN SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA", Tesis de  
Grado, Escuela Politécnica Nacional, 1983.
- [ 13 ] - CARNAHAN BRICE, LUTHER H.A., WILKES JAMES O., "CALCULO NUME-  
RICO, METODOS, APLICACIONES". Versión Española Editorial Rueda,  
1979.
- [ 14 ] - KIRCHMAYER LEON K., "ECONOMIC OPERATION OF POWER SYSTEMS",  
JOHN WILEY & SONS, 1958
- [ 15 ] - ENGLS LARRY, LARSON ROBERT E., PESCHON JOHN, STANTON K. NEIL,  
"DYNAMIC PROGRAMMING APPLIED TO HYDRO AND THERMAL GENERATION  
SCHEDULING", Systems Control Inc.
- [ 16 ] - PONTRYAGIN L.S., BOLTYANSKII V., GAMKRELIDZE R., MISHCHENKO  
E., "THE MATHEMATICAL THEORY OF OPTIMAL PROCESSES" Wiley  
( Interscience ) 1962.
- [ 17 ] - FAN LIANG-TSENG, WANG CHIU-SEN, "THE DISCRETE MAXIMUM PRIN-  
CIPLE", John Wiley & sons, Inc., 1964.
- [ 18 ] - BELHOLTZ B., GRAHAM L.V., "HIDROTHERMAL ECONOMIC SCHEDULING:  
PART I- SOLUTION BY INCREMENTAL DINAMIC PROGRAMIC", Trans.  
A.I.E.E. (pas) Vol 79. Dic. 1960.