

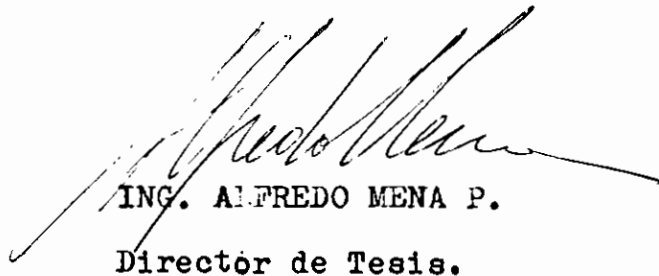
"DESARROLLO DE UN PROGRAMA PARA EL CALCULO  
DIGITAL DE FLUJO DE POTENCIA UTILIZANDO  
EL METODO DE NEWTON RAPHSON"

TESIS PREVIA A LA OBTENCION DEL TITULO DE  
INGENIERO ELECTRICO, EN LA ESCUELA POLITEC  
NICA NACIONAL.

VICENTE E. QUIZANGA AGUIRRE.

QUITO, NOVIEMBRE DE 1975.

CERTIFICO que la presente tesis:  
"Desarrollo de un programa digital para el cálculo de flujo de potencia utilizando el metodo de Newton Raphson", ha sido realizada por el señor Vicente Quizanga Aguirre.



ING. ALFREDO MENA P.  
Director de Tesis.

## AGRADECIMIENTO

Al Señor Ingeniero Alfredo Mena P.,  
Director de Tesis, a los señores  
Ingenieros Hernan Sanhueza y Jaime  
Hidalgo, un agradecimiento también  
a todas las personas que conforman  
el Departamento de Potencia y el  
Centro de Computación que colabora  
ron en la realización de este tra-  
bajo.

## INDICE GENERAL

### VAPITULO I

#### INTRODUCCION.-

	PAGINA
1.1 Objetivos del cálculo de flujo de potencia	1
1.2 Objetivo y alcance del programa a desarrollar	2

### CAPITULO II

#### ASPECTOS TEORICOS DEL METODO DE NEWTON RAPHSON APLICADO AL CALCULO DE FLUJO DE POTENCIA.

2.1 Método de Newton Raphson aplicado a la solución de sistemas de ecuaciones no lineales	3
2.2 Método de Newton Raphson aplicado al estudio de flujos de potencia en sistemas eléctricos	
2.2.1 Especificación de barras	7
2.2.2 Planteamiento del Método de Newton Raphson en coordenadas cartesianas	10
2.2.3 Sistema formado por barra flotante y barras de carga	
2.2.4 Sistema formado por barra flotante, barras de carga y de tensión controlada	17

	PAGINA
2.3.1 Planteamiento del Método de Newton Raphson en coordenadas polares	19
2.3.2 Sistema formado por barra flotante, barras de carga y de tensión controlada	24
2.3.3 Resumen	28
2.3.4 Ecuaciones de flujo de potencia	31
2.3.5 Secuencia de solución	33

### CAPITULO III

#### TECNICA DE SOLUCION DE LAS ECUACIONES DERIVADAS DEL METODO DE NEWTON RAPHSON

3.1 Método de factorización L.U	35
3.2 Método de reducción a una matriz banda	39
3.3 Método de eliminación de Gauss	42
3.4 Método de eliminación optimamente ordenada	

### CAPITULO IV

#### DESARROLLO DEL PROGRAMA DE COMPUTACION

4.1 Ideas preliminares	51
4.2 Descripción del programa	51
Subrutina Orden	52
Subrutina Matrz	53

## BLOQUES:

1.- Asumir voltajes de barras	55
2.- Cálculo de corrientes, potencias y diferencia de potencias	56
3.- Prueba de convergencia	57
4.- Cálculo de los elementos de la matriz jacobiana	57
5.- Cálculo de las correcciones de voltajes por el método de fac- torización de matrices	59
6.- Cálculo de las nuevas tensiones de barras	60
7.- Cálculo de flujo de potencia y pérdida en las líneas	61
Diagramas de bloques	63
4.3 Aplicación del programa a un sistema	75
Datos de entrada	76
Salida de resultados	80
Comparación de resultados	81

## CAPITULO V

CONCLUSIONES	94
Apéndice Orden Matrz	95

# C A P I T U L O I

## INTRODUCCION.-

### 1.1 OBJETIVO DEL CALCULO DE FLUJO DE POTENCIA DE UN SISTEMA ELECTRICO.-

El cálculo de flujo de potencia en estado normal de operación, es uno de los aspectos más importantes en el diseño de un sistema eléctrico. Consiste básicamente en determinar las tensiones en cada una de las barras del sistema, el flujo de potencia activa y reactiva en cada línea del sistema para condiciones preestablecidas.

Este análisis da criterios básicos y permite programar ampliaciones del sistema (nuevas centrales, líneas o cargas), así como también modificar el sistema existente. Se comprende que este trabajo tiene un gran campo de acción en el país, ya que INCECEL está programando la formación de diferentes sistemas regionales e integrar los pequeños sistemas eléctricos al sistema nacional interconectado.

1.2 OBJETIVOS Y ALCANCE DEL PROGRAMA A DESARROLLAR.-

Hasta el año de 1950 el cálculo de flujo de potencia se realizaba casi exclusivamente utilizando el analizador de redes de corriente alterna y en algunos casos el analizador de redes de corriente continua. Durante la década 50-60 y debido al desarrollo de computadoras digitales de gran capacidad de memoria y velocidad de operación, comenzaron a emplearse programas de computación digital para el cálculo de flujo de potencia basados en diversas técnicas de solu-ción. Para este trabajo se ha seleccionado el méto-do de Newton Raphson, y el objetivo es desarrollar -bases teóricas en las cuales se fundamentan los principales programas de computación.

Comparaciones con otros métodos son dificultosas, -por la diferencia de computadoras, métodos de programación y problemas de prueba.



## C A P I T U L O II

### 2.1 METODO DE NEWTON RAPHSON APLICADO A LA SOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES NO LINEALES.-

Primeramente se revisará el método de Newton Raphson aplicado a la solución de un sistema no lineal de ecuaciones algebraicas.

Sea el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} f_1(X_1, X_2, \dots, X_n) &= y_1 \\ f_2(X_1, X_2, \dots, X_n) &= y_2 \\ \dots\dots\dots & \\ f_n(X_1, X_2, \dots, X_n) &= y_n \end{aligned} \tag{2.1}$$

Sean  $X_1^{(0)}, X_2^{(0)}, \dots, X_n^{(0)}$ , los valores estimados como solución de las incógnitas  $X_1, X_2, \dots, X_n$

Supongamos que  $\Delta X_1^{(0)}, \Delta X_2^{(0)}, \dots, \Delta X_n^{(0)}$  sean las co-

rrecciones necesarias para que  $X_1^{(0)}, X_2^{(0)}, \dots, X_n^{(0)}$

sean las soluciones exactas del sistema (2.1); luego

podemos escribir:

$$f_1(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)} + \Delta x_n^{(0)}) = y_1$$

$$f_2(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)} + \Delta x_n^{(0)}) = y_2$$

.....

$$f_n(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)} + \Delta x_n^{(0)}) = y_n$$

Desarrollando la primera ecuación en serie de Taylor para una función de n variables, se tendrá:

$$f_1(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)} + \Delta x_n^{(0)}) =$$

$$f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) + \Delta x_1 \frac{\partial f_1}{\partial x_1} + \dots + \Delta x_n \frac{\partial f_1}{\partial x_n} + R_1 \quad (2.2)$$

Donde  $R_1$  es una función de potencias superiores de:

$\Delta x_1^{(0)}, \dots, \Delta x_n^{(0)}$  y de las derivadas de orden superior

de la función  $f_1$ . Si los valores de  $x_i$  estimados para la solución están cerca de la solución exacta, entonces los  $\Delta x_i$  serán pequeños y la función  $R_1$  puede despreciarse. Bajo esta suposición y repitiendo el proceso anterior a todas las ecuaciones del sistema (2.2), éste puede escribirse:

$$f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) + \Delta x_1^{(0)} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} + \dots + \Delta x_n^{(0)} \frac{\partial f_1}{\partial x_n} = y_1$$

$$f_2(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) + \Delta x_1^{(0)} \frac{\partial f_2}{\partial x_1} + \dots + \Delta x_n^{(0)} \frac{\partial f_2}{\partial x_n} = y_2$$

.....

$$f_n(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) + \Delta x_1^{(0)} \frac{\partial f_n}{\partial x_1} + \dots + \Delta x_n^{(0)} \frac{\partial f_n}{\partial x_n} = y_n$$

(2.3)

Expresando en forma matricial tenemos:

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \Big|_0 & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \Big|_0 & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \Big|_0 \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \Big|_0 & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \Big|_0 & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \Big|_0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} \Big|_0 & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} \Big|_0 & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \Big|_0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \\ \dots \\ \Delta x_n^{(0)} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} y_1 - f_1(x_1^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) \\ y_2 - f_2(x_1^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) \\ \dots \\ y_n - f_n(x_1^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) \end{vmatrix}$$

En forma abreviada:  $J \bar{\Delta X} = \bar{Y}$

Donde: J = jacobiano de las funciones  $f_i \quad i = 1, 2, \dots, n$

$\bar{\Delta X}$  = vector de corrección (incógnita)

$\bar{Y}$  = vector de residuos.

Puesto que los valores de  $J$  y  $\bar{Y}$  son conocidos, el sistema puede resolverse para  $\bar{\Delta X}$  empleando cualquier método de solución aplicable a sistemas de ecuaciones lineales. Obtenido  $\Delta X$  podemos escribir para los nuevos valores de las incógnitas:

$$X_i^{(1)} = X_i^{(0)} + \Delta X_i^{(0)}$$

Después de  $K$  iteraciones (K)

$$X_i^{(K+1)} = X_i^{(K)} + \Delta X_i^{(K)}$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, n$$

El procedimiento se repite hasta que dos valores sucesivos de cada  $X_i$  difieren en una tolerancia especificada.

Debe notarse que en cada iteración los valores de  $J$  y  $\bar{Y}$  deben ser recalculados. En el caso que los valores de  $\bar{\Delta X}_i$  cambien lentamente, los valores de  $J$  y  $\bar{Y}$  pueden ser recalculados cada cierto número de iteraciones.

2.2 METODO DE NEWTON RAPHSON APLICADO AL ESTUDIO DE FLUJOS DE POTENCIA EN SISTEMAS ELECTRICOS.-

2.2.1 ESPECIFICACION DE BARRAS.-

Todo estudio de flujos de carga en un sistema eléctrico de potencia (SEP), requiere establecer condiciones de operación de cada barra de este sistema:

a) Variables no controlables:  $P_{Ci}$ ;  $Q_{Ci}$  dependen del consumo.

b) Variables de control:  $P_{Gi}$ ;  $Q_{Gi}$

$i = 1, 2, \dots, n$

$P_{Gi}$  = afecta a los valores de  $\delta_1, \delta_2$

$Q_{Gi}$  = afecta a los valores de  $V_1, V_2$

c) Variables de estado:  $V_1, V_2, \delta_1, \delta_2$

Solución al problema básico:

1. A partir del conocimiento de la demanda del consumo, podemos conocer las variables (a):

$P_{Ci}$ ;  $Q_{Ci}$

2. Se hace una estimación "a priori" de las variables de control:

$P_{Gi}$ ;  $Q_{Gi}$

3. Las variables de estado constituyen las incógnitas.

Sin embargo, no es posible especificar las cuatro variables de control (generación), ya que las pérdidas en el sistema no son conocidas; se pueden especificar sólo dos de ellas, por otra parte podemos elegir  $\delta_1 = 0$  además, es deseable mantener un buen control de la tensión en el sistema, por lo tanto, se pueden especificar  $V_1$  o  $V_2$ .

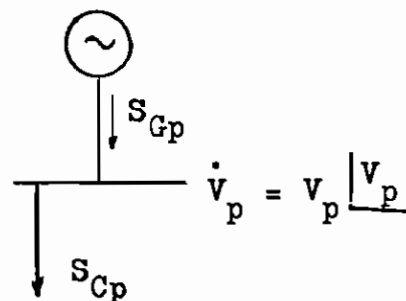
Modelo de representación del SEP:

Teniendo presente el análisis realizado para el problema básico, y con el objeto de generalizar a un sistema multi**b**arras se establece lo siguiente:

Tipos de barras:

En cada barra  $p$  del SEP, hay cuatro variables asociadas:

$P_p, Q_p, V_p, \underline{V}_p$



$$S_p = S_{Gp} - S_{Cp} = P_p + jQ_p$$

$S_p$  = potencia neta en la barra  $p$

$S_{Gp}$  = potencia de generación en la barra  $p$

$S_{Cp}$  = potencia requerida por la carga.

1. Barras de carga.- (Barra P, Q)

$P_p$ ;  $Q_p$  están especificadas

$V_p$ ;  $V_p$  constituyen las incógnitas.

2. Barras de tensión controlada.- (Barra V, P)

$V_p$ ;  $P_p$  están especificados

$V_p$ ;  $Q_p$  constituyen las incógnitas.

3. Barra flotante.- (Barra  $\dot{V}$ )

$V_p$ ;  $V_p$  especificadas magnitud y ángulo

$P_p$ ;  $Q_p$  incógnitas.

En esta barra hay conectado por lo menos un generador, la necesidad de definir esta barra nace del hecho que no es posible fijar de antemano la potencia generada - en el sistema, porque no se conocen inicialmente las pérdidas. La barra flotante debe suministrar la diferencia entre la potencia inyectada al sistema por el resto de las barras y la carga total más las pérdidas del SEP.

2.2.2 PLANTEAMIENTO DEL METODO DE NEWTON RAPHSON EN COORDENADAS CARTESIANAS.-

En el sistema de referencia de barras y utilizando la matriz admitancia  $Y_B$  se tiene:

$$\bar{I}_B = Y_B \cdot \bar{E}_B \quad (2.5)$$

$\bar{I}_B$  = Vector corrientes inyectadas en las barras

$\bar{E}_B$  = Vector de tensiones de barras respecto a tierra.

$Y_B$  = Matriz admitancia de barras.

$$\bar{I}_B = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \dots \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{S_1}{E_1}\right)^* \\ \left(\frac{S_2}{E_2}\right)^* \\ \dots \\ \left(\frac{S_n}{E_n}\right)^* \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$$\bar{E}_B = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \dots \\ E_n \end{bmatrix} \quad (2.5)$$



Combinando las ecuaciones anteriores se tiene:

$$\begin{pmatrix} \left(\frac{S_1}{E_1}\right)^* \\ \left(\frac{S_2}{E_2}\right)^* \\ \dots \\ \left(\frac{S_n}{E_n}\right)^* \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \dots & Y_{nn} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \dots \\ E_n \end{vmatrix} \quad (2.8)$$

Este sistema de ecuaciones algebraicas no lineales es necesario resolver mediante técnicas iterativas.

En una barra p cualquiera del SEP se tiene:

$$I_p = \sum_{q=1}^N Y_{pq} E_q \quad (2.9)$$

$Y_{pq}$  = es un elemento de la matriz admitancia de barras.

$E_p$  = voltaje de barras.

$I_p$  = corrientes de barras.

La barra neutra o tierra es tomada como referencia y todos los voltajes se expresan con respecto a ésta. En una red de transmisión las corrientes de barras podrían ser las que vienen del generador o las que fluyen a la carga; si no hubiera generación ni carga en un punto, representado

por una barra en las ecuaciones, las corrientes  $I_p$  para esta barra debe ser cero. Los voltajes, corrientes y admittancias son números complejos:

$$\begin{aligned}
 I_p &= a_p + jb_p = I_p e^{j\alpha_p} = \sum_{q=1}^N e_p G_{pq} - f_q B_{pq} + j \sum_{q=1}^N f_q G_{pq} + e_q B_{pq} \\
 E_p &= e_p + jf_p = E_p e^{j\delta_p} \\
 Y_{pq} &= G_{pq} + jB_{pq} = Y_{pq} e^{j\theta_{pq}}
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

Si a  $E_p$  se multiplica por la conjugada de la corriente  $I_p^*$  se obtiene la siguiente ecuación de potencia:

$$\begin{aligned}
 S_p &= I_p^* \bar{E}_p \\
 S_p &= P_p + jQ_p = \sum_{q=1}^N Y_{pq}^* \bar{E}_q^* \bar{E}_p \\
 S_p &= P_p + jQ_p = \sum_{q=1}^N Y_{pq} E_q E_p e^{j(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq})}
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

Donde  $p$  es el número de la barra.

Reemplazando (2.10) en (2.11) y separando la parte real e imaginaria se tiene:

$$P_p = \sum_{q=1}^N e_p (e_q G_{pq} - f_q B_{pq}) + f_p (f_q G_{pq} + e_q B_{pq}) = e_p a_p + f_p b_p \tag{2.12}$$

$$Q_p = \sum_{q=1}^N f_p (e_q G_{pq} - f_q B_{pq}) - e_p (f_q G_{pq} + e_q B_{pq}) = f_p a_p - e_p b_p$$

$p = 1, 2, \dots, (n-1)$      $p \neq s$      $s =$  barra flotante.

En forma general:

$$P_p = P_p(e_j, f_j)$$

$$Q_p = Q_p(e_j, f_j) \quad (2.13)$$

$$p, j = 1, 2, 3, \dots, (n-1)$$

Referencias: 1, 2, 3, 5.

### 2.2.3 SISTEMA FORMADO POR BARRA FLOTANTE Y BARRAS DE CARGA

El método de Newton Raphson, requiere un conjunto de ecuaciones lineales que se forman por las expresiones de las relaciones entre cambios de potencia activa y reactiva y las componentes de los voltajes de barras.

Repitiendo el proceso del numeral 2.2.1 se tiene:

$$\begin{array}{c} \left| \frac{\partial f_p}{\partial e_j} \Big|_o \quad \frac{\partial f_p}{\partial f_j} \Big|_o \right| \quad \left| \Delta e_p^{(o)} \right| \quad \left| P_p - f(e_p^{(o)}, f_p^{(o)}) \right| \\ \left| \frac{\partial g_p}{\partial e_j} \Big|_o \quad \frac{\partial g_p}{\partial f_j} \Big|_o \right| \quad \left| \Delta f_p^{(o)} \right| \quad \left| Q_p - g(e_p^{(o)}, f_p^{(o)}) \right| \end{array}$$

(2.14)

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c}
 \frac{\partial P_1}{\partial e_1} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial e_{n-1}} & \frac{\partial P_1}{\partial f_1} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial f_{n-1}} & \Delta e_1 & \Delta P_1 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 \frac{\partial P_{n-1}}{\partial e_1} & \dots & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial e_{n-1}} & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial f_1} & \dots & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial f_{n-1}} & \Delta e_{n-1} & \Delta P_{n-1} \\
 \hline
 \frac{\partial Q_1}{\partial e_1} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial e_{n-1}} & \frac{\partial Q_1}{\partial f_1} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial f_{n-1}} & \Delta f_1 & \Delta Q_1 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial e_1} & \dots & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial e_{n-1}} & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial f_1} & \dots & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial f_{n-1}} & \Delta f_{n-1} & \Delta Q_{n-1}
 \end{array} =$$

Los coeficientes de la matriz representan el jacobiano y la n-ésima barra es la flotante; en forma matricial:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline J_1 & J_2 \\ \hline J_3 & J_4 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \Delta e \\ \hline \Delta f \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \Delta P \\ \hline \Delta Q \\ \hline \end{array} \quad (2.15)$$

Los elementos del jacobiano se calculan de las ecuaciones de potencia (2.12).

$$\begin{aligned}
 P_p &= e_p (e_p G_{pp} + f_p B_{pp}) + f_p (f_p G_{pp} - e_p B_{pp}) \\
 &+ \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^N (e_p (e_q G_{pq} + f_q B_{pq}) + f_p (f_q G_{pq} - e_q B_{pq}))
 \end{aligned} \quad (2.16)$$

Derivando, los elementos no diagonales de  $J_1$  son:

$$\frac{\partial P_p}{\partial e_q} = e_p G_{pq} - f_p B_{pq} \quad q \neq p$$

Los elementos diagonales de  $J_1$  son:

$$\frac{\partial P_p}{\partial e_p} = 2e_p G_{pp} + f_p B_{pp} - f_p B_{pp} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^N (e_q G_{pq} + f_q B_{pq}) \quad (2.17)$$

A partir de las ecuaciones de corriente en una barra  $p$  tenemos:

$$I_p = a_p + jb_p = (G_{pp} + jB_{pp})(e_p + jf_p) + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^N (G_{pq} + jB_{pq})(e_q + jf_q)$$

Separando parte real e imaginaria:

$$a_p = e_p G_{pp} - f_p B_{pp} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^N (e_q G_{pq} - f_q B_{pq})$$

$$b_p = f_p G_{pp} + e_p B_{pp} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^N (f_q G_{pq} + e_q B_{pq}) \quad (2.18)$$

Reemplazando el valor de  $a_p$  en la ecuación (2.17) se tiene:

$$\frac{\partial P_p}{\partial e_p} = e_p G_{pp} + f_p B_{pp} + a_p$$

Procediendo en igual forma se tiene los elementos de las submatrices restantes:

Elementos de  $J_2$

No diagonales

$$\frac{\partial P_p}{\partial f_q} = f_p G_{pq} - e_p B_{pq} \quad \text{para } q \neq p$$

Diagonales

$$\frac{\partial P_p}{\partial f_p} = f_p G_{pp} - e_p B_{pp} + b_p$$

La potencia reactiva de la ecuación (2.12) es:

$$Q_p = f_p (e_p G_{pp} - f_p B_{pp}) - e_p (f_p G_{pp} + e_p B_{pp}) + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^N (f_p (e_p G_{pq} - f_p B_{pq}) - e_p (f_q G_{pq} + e_q B_{pq})) \quad (2.20)$$

Derivando se obtienen los elementos de  $J_3$  y  $J_4$

Elementos de  $J_3$

No diagonales

$$\frac{\partial Q_p}{\partial e_q} = f_p G_{pq} - e_p B_{pq} \quad \text{para } q \neq p$$

Diagonales

$$\frac{\partial Q_p}{\partial e_p} = f_p G_{pp} - e_p B_{pp} - b_p \quad (2.21)$$

Elementos de  $J_4$

No diagonales

$$\frac{\partial Q_p}{\partial f_q} = -e_p G_{pq} - f_p B_{pq} \quad \text{para } q \neq p$$

Diagonales

$$\frac{\partial Q}{\partial T_p} = -e_p G_{pp} - f_p B_{pp} + a_p \quad (2.22)$$

2.2.4 SISTEMA FORMADO POR BARRA FLOTANTE, BARRAS DE CARGA Y BARRAS DE TENSION CONTROLADA (BTC).-

A medida que la demanda de potencia crece, es necesario regular el voltaje en algunos puntos del sistema, para obtener óptimos flujos de potencia; y es aquí donde aparece el concepto de barra de tensión controlada, en la cual existe una fuente regulable de potencia reactiva. En este tipo de barra se especifica el módulo de la tensión y la potencia activa. Por esta razón, es necesario introducir algunos cambios en los métodos de cálculo expuestos anteriormente, que son válidos sólo cuando existen barras de carga.

$$P_p = \sum_{q=1}^N (e_p (e_q G_{pq} - f_q B_{pq}) + f_p (f_q G_{pq} + e_q B_{pq})) \quad I$$

$$|E_p|^2 = e_p^2 + f_p^2 \quad II \quad (2.23)$$

La ecuación II reemplaza a  $Q_p = Q_p(e_j, f_j)$

La matriz que relaciona los cambios de potencia y el cuadrado de la magnitud de voltaje en las barras, con los cambios de las componentes real e imaginaria del voltaje:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline J_1 & J_2 \\ \hline J_3 & J_4 \\ \hline J_5 & J_6 \\ \hline \end{array}
 \begin{array}{|c|} \hline \Delta e \\ \hline \Delta f \\ \hline \end{array}
 =
 \begin{array}{|c|} \hline \Delta P \\ \hline \Delta Q \\ \hline \Delta |E|^2 \\ \hline \end{array}$$

Los elementos de las submatrices  $J_1$ ,  $J_2$ ,  $J_3$  y  $J_4$  son calculados como se indica en 2.2.3.

Elementos de  $J_5$

No diagonales

$$\frac{\partial |E_p|^2}{\partial e_q} = 0 \quad q \neq p$$

Diagonales

$$\frac{\partial |E_p|^2}{\partial e_p} = 2e_p \tag{2.25}$$

Elementos de  $J_6$

No diagonales

$$\frac{\partial |E_p|^2}{\partial f_q} = 0 \quad q \neq p$$

Diagonales

$$\frac{\partial |E_p|^2}{\partial f_p} = 2f_p \tag{2.26}$$



2.3.1 PLANTEAMIENTO DEL METODO DE NEWTON RAPHSON EN COORDENADAS POLARES.-

Las ecuaciones de corrientes, tensiones y admitancias expresadas en forma polar son:

$$\begin{aligned} I_p &= I_p e^{j\alpha_p} = |I_p| \underline{\alpha_p} \\ E_p &= E_p e^{j\delta_p} = |E_p| \underline{\delta_p} \\ Y_{pq} &= Y_{pq} e^{j\theta_{pq}} = |Y_{pq}| \underline{\theta_{pq}} \end{aligned} \quad (2.27)$$

Las ecuaciones de potencias se expresan así:

$$\begin{aligned} S_p &= P_p + jQ_p = \sum_{q=1}^N Y_{pq} E_q E_p e^{j(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq})} \\ S_p &= P_p + jQ_p = \sum_{q=1}^N |Y_{pq}| |E_q| |E_p| \underline{\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}} \end{aligned} \quad (2.28)$$

$$\begin{aligned} P_p &= \sum_{q=1}^N |E_p| |E_q| |Y_{pq}| \cos(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) \\ Q_p &= \sum_{q=1}^N |E_p| |E_q| |Y_{pq}| \text{Sen}(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) \end{aligned} \quad (2.29)$$

En forma general  $P_p$  y  $Q_p$  :

$$\begin{aligned} P_p &= P_p (|E_p|, \delta_j) \\ Q_p &= Q_p (|E_p|, \delta_j) \end{aligned} \quad (2.30)$$

Formando las diferenciales totales, las siguientes relaciones lineales se pueden encontrar, para pequeños cambios de variaciones de  $\delta$  y  $E$  de la ecuación (2.33).

$$P_p = \sum_{q=1}^N \frac{\partial P_p}{\partial \delta_q} \Delta \delta_q + \sum_{q=1}^N \frac{\partial P_p}{\partial E_q} \Delta E_q = \sum_{q=1}^N H_{pq} \Delta \delta_q + \sum_{q=1}^N N_{pq} \Delta E_q$$

$$Q_p = \sum_{q=1}^N \frac{\partial Q_p}{\partial \delta_q} \Delta \delta_q + \sum_{q=1}^N \frac{\partial Q_p}{\partial E_p} \Delta E_q = \sum_{q=1}^N J_{pq} \Delta \delta_q + \sum_{q=1}^N L_{pq} \Delta E_q$$

(2.31)

En forma matricial se tiene:

$\frac{\partial P_p}{\partial \delta_j}$	$\frac{\partial P_p}{\partial E_j}$	$\Delta \delta_p$	$\Delta P_p$
$\frac{\partial Q_p}{\partial \delta_j}$	$\frac{\partial Q_p}{\partial E_j}$	$\Delta E_p$	$\Delta Q_p$

O bien:

$J_1$	$J_2$	$\Delta \delta_p$	$\Delta P_p$
$J_3$	$J_4$	$\Delta E_p$	$\Delta Q_p$

(2.32)

Elementos de  $J_1$ :

$$\frac{\partial P_p}{\partial \delta_q} = |E_p E_q Y_{pq}| \text{Sen}(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) \quad q \neq p$$

$$\frac{\partial P_p}{\partial \delta_p} = \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^N |E_p E_q Y_{pq}| \text{Sen}(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) \quad (2.33)$$

Elementos de  $J_2$ :

$$\frac{\partial P_p}{\partial E_q} = |E_p Y_{pq}| \text{Cos}(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) \quad p \neq q$$

$$\frac{\partial P_p}{\partial E_p} = 2 |E_p Y_{pp}| \text{Cos} \theta_{pp} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^N E_q Y_{pq} \text{Cos}(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) \quad (2.34)$$

Elementos de  $J_3$ :

$$\frac{\partial Q_p}{\partial \delta_q} = - |E_p E_q Y_{pq}| \text{Cos}(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) \quad p \neq q$$

$$\frac{\partial Q_p}{\partial \delta_p} = \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^N |E_p E_q Y_{pq}| \text{Cos}(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) \quad (2.35)$$

Elementos de  $J_4$ :

$$\frac{\partial Q_p}{\partial E_q} = |E_p Y_{pq}| \text{Sen}(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) \quad p \neq q$$

$$\frac{\partial Q_p}{\partial E_p} = 2 |E_p Y_{pp}| \text{Sen} \theta_{pp} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^N |E_q Y_{pq}| \text{Sen}(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) \quad (2.36)$$

En otra forma la ecuación (2.31) se expresa:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline H_{pq} & N_{pq} \\ \hline J_{pq} & L_{pq} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline p \\ \hline E_p \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline P_p \\ \hline Q_p \\ \hline \end{array} \quad (2.37)$$

Los coeficientes  $H_{pq}$ ,  $N_{pq}$ ,  $J_{pq}$  y  $L_{pq}$  se evalúan tomando las derivadas parciales de la potencia real y reactiva:

$$P_p + jQ_p = E_p e^{j\delta_p} \left[ \sum_{q=1}^N (E_p e^{-j\delta_q}) (Y_{pq} e^{-j\theta_{pq}}) \right] \quad (2.32)$$

Derivando con respecto a un valor de  $\delta_q \neq \delta_p$ .

$$\frac{\partial P_p}{\partial \delta_q} + j \frac{\partial Q_p}{\partial \delta_q} = j(E_p e^{j\delta_p}) (E_p e^{-j\delta_q}) (Y_{pq} e^{-j\theta_{pq}}) \quad (2.38)$$

Los dos últimos términos representan la corriente dada por la ecuación:

$$a_p + jb_p = (G_{pq} + jB_{pq})(e_p + jf_p) \quad (2.39)$$

La ecuación (2.38) a pesar de estar planteada en forma polar, se puede escribir en forma rectangular como:

$$\frac{\partial P_p}{\partial \delta_q} + j \frac{\partial Q_p}{\partial \delta_q} = j(e_p + jf_p)(a_q - jb_q) \quad (2.40)$$

Separando parte real e imaginaria se tiene los siguientes valores para  $p \neq q$ :

$$H_{pq} = \frac{\partial P_p}{\partial \delta_q} = a_q f_p - b_q e_p$$

$$J_{pq} = \frac{\partial P_p}{\partial \delta_q} = -(a_q e_p + b_q f_p) \quad (2.41)$$

Derivando la ecuación (2.32) con respecto a un valor de  $E_q \neq E_p$  luego multiplicando y dividiendo por  $E_q$  se tiene:

$$\frac{\partial P_p}{\partial E_q} + j \frac{\partial Q_p}{\partial E_q} = \frac{1}{E_q} (E_p e^{j\delta_p})(E_q e^{-j\delta_q})(Y_{pq} e^{-j\theta_{pq}}) \quad (2.42)$$

Separando parte real e imaginaria se tiene:

$$N_{pq} = \frac{\partial P_p}{\partial E_q} = \frac{-a_q e_p + b_q f_p}{E_p}$$

$$L_{pq} = \frac{\partial Q_p}{\partial E_q} = \frac{-a_q f_p - b_q e_p}{E_p}$$

Para evaluar los coeficientes cuando  $p=q$  se usa un método similar, excepto que los términos de las derivadas se obtienen de un sumatorio.

$$\frac{\partial P_p}{\partial \delta_p} + j \frac{\partial Q_p}{\partial \delta_p} = j(E_p e^{j\delta_p}) \times \left[ \sum_{q=1}^N (E_q e^{-j\delta_q})(Y_{pq} e^{-j\theta_{pq}}) \right]$$

$$-j(E_p e^{j\delta_p})(E_q e^{-j\delta_q})(Y_{pq} e^{-j\theta_{pq}}) \quad (2.44)$$

Simplificando;

$$\frac{\partial P_p}{\partial \delta_p} + j \frac{\partial Q_p}{\partial \delta_p} = j(P_p + jQ_p) - jE_p^2 (G_{pp} - jB_{pp}) \quad (2.45)$$

Igualando partes real e imaginaria para  $H_{pp}$  y  $J_{pp}$  tenemos:

$$H_{pp} = \frac{\partial P_p}{\partial \delta_p} = -Q_p - E_p^2 B_{pp}$$

$$J_{pp} = \frac{\partial Q_p}{\partial \delta_p} = P_p - E_p^2 G_{pp} \quad (2.46)$$

Las derivadas parciales de la ecuación (2.32), con respecto a  $E_p$  son:

$$\frac{\partial P_p}{\partial E_p} + j \frac{\partial Q_p}{\partial E_p} = \frac{1}{E_p} (P_p + jQ_p) + E_p (G_{pp} - jB_{pp}) \quad (2.47)$$

Igualando partes real e imaginaria para  $N_{pp}$  y  $L_{pp}$ :

$$N_{pp} = \frac{\partial P_p}{\partial E_p} = \frac{P_p}{E_p} + E_p G_{pp}$$

$$L_{pp} = \frac{\partial Q_p}{\partial E_p} = \frac{Q_p}{E_p} - E_p B_{pp} \quad (2.48)$$

### 2.3.2 SISTEMA FORMADO POR BARRA FLOTANTE, BARRAS DE CARGA Y BARRAS DE TENSION CONTROLADA.-

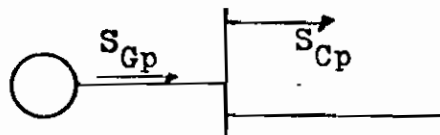
Para coordenadas polares la ecuación es:

$$P_p = P_p (|E_j|, \delta_j) \quad p = (m+1), (m+2), \dots, (m+NBIC)$$

La incógnita en este caso es  $\delta_p = \delta_j$ , no se requiere una ecuación para  $Q_p$ , ya que conocidas todas las tensiones y sus ángulos de fase, basta aplicar la ecuación (2.29); no se encuentra  $\Delta Q_p$  por no estar especificada la potencia reactiva.

Después de calcular  $Q_p^k$  se debe comprobar que se encuentre dentro de los límites de potencia reactiva de la barra; - si es mayor que la máxima potencia especificada, entonces se toma ésta en lugar de  $Q_p^k$ ; si por el contrario es menor que  $Q_p$  mínimo, se asume que ésta es la potencia reactiva de la barra. En estos casos será imposible llegar a una solución con ese voltaje especificado y por lo tanto  $E_p^k$  (nuevo) no se puede utilizar para calcular  $E_p^{k+1}$ .

Se ha visto que para el cálculo de flujo de potencia en un sistema con barras de voltaje controlado, es necesario tomar en cuenta los límites de potencia reactiva de las fuentes conectadas a la barra. Suponiendo que  $p$  es una barra de voltaje controlado:



$$Q_p = (Q_{Gp} - Q_{Cp})$$

$$Q_{p(\min)} \leq Q_p \leq Q_{p(\max)}$$



Por otra parte:

$Q_{Gp(max)}$  = límite máximo de generación de potencia reactiva.

$Q_{Gp(min)}$  = Límite mínimo de generación de potencia reactiva.

Por tanto:

$$Q_p(max) = Q_{Gp(max)} - Q_{Cp}$$

$$Q_p(min) = Q_{Gp(min)} - Q_{Cp}$$

De esta forma quedan definidos los límites de potencia reactiva de una barra de voltaje controlado.

No hay ecuación para la barra flotante, pero su efecto involucra al sistema a través de los términos  $H_{pp}$ ,  $J_{pp}$ ,  $N_{pp}$  y  $L_{pp}$ , de las ecuaciones para las barras que están conectadas a la flotante. Para un sistema de  $N$  barras incluyendo la barra flotante, pero excluyendo la de referencia y si "NBTC" de ellas son de tensión controlada; el sistema (2.37) tiene  $(2N-NBTC-2)$  ecuaciones lineales simultáneas.



$\frac{\partial P_1}{\partial \delta_1}$	$\frac{\partial P_1}{\partial \delta_{n-1}}$	$\frac{\partial P_1}{\partial E_1}$	$\frac{\partial P_1}{\partial E_{n-1}}$	$\Delta \delta_1$	$\Delta P_1$
.....	.....	.....	.....	...	.....
.....	.....	.....	.....	...	.....
$\frac{\partial P_m}{\partial \delta_1}$	$\frac{\partial P_m}{\partial \delta_{n-1}}$	$\frac{\partial P_m}{\partial E_1}$	$\frac{\partial P_m}{\partial E_{n-1}}$	$\Delta \delta_m$	$\Delta P_m$
$\frac{\partial P_{m+1}}{\partial \delta_1}$	$\frac{\partial P_{m+1}}{\partial \delta_{n-1}}$	$\frac{\partial P_{m+1}}{\partial E_1}$	$\frac{\partial P_{m+1}}{\partial E_{n-1}}$	$\Delta \delta_{m+1}$	$\Delta P_{m+1}$
.....	.....	.....	.....	...	.....
$\frac{\partial P_{n-1}}{\partial \delta_1}$	$\frac{\partial P_{n-1}}{\partial \delta_{n-1}}$	$\frac{\partial P_{n-1}}{\partial E_1}$	$\frac{\partial P_{n-1}}{\partial E_{n-1}}$	$\Delta \delta_{n-1}$	$P_{n-1}$
$\frac{\partial Q_1}{\partial \delta_1}$	$\frac{\partial Q_1}{\partial \delta_{n-1}}$	$\frac{\partial Q_1}{\partial E_1}$	$\frac{\partial Q_1}{\partial E_{n-1}}$	$\Delta  E_1 $	$\Delta Q_1$
.....	.....	.....	.....	...	.....
.....	.....	.....	.....	...	.....
$\frac{\partial Q_m}{\partial \delta_1}$	$\frac{\partial Q_m}{\partial \delta_{n-1}}$	$\frac{\partial Q_m}{\partial E_1}$	$\frac{\partial Q_m}{\partial E_{n-1}}$	$\Delta  E_m $	$\Delta Q_m$

(2.50)

Las correcciones son tomadas  $\Delta \delta$  y  $\Delta E$  pero puede ser reemplazado el  $\Delta E$  por  $\Delta E / E$ , desde luego  $\Delta \delta$  está en radianes y nos queda una nueva "N" y "L" que por comodidad utilizamos la misma nomenclatura.

Referencias: 1, 2, 3, 8, 10,

2.3.3 RESUMEN.-

$$E_p = e_p + jf_p$$

$$Y_{pq} = G_{pq} + jB_{pq}$$

$$I_p = a_p + jb_p$$

$$a_p = \sum_{q=1}^N e_q G_{pq} - f_q B_{pq}$$

$$b_p = \sum_{q=1}^N f_q G_{pq} + e_q B_{pq}$$

$$P_p = e_p a_p + f_p b_p$$

$$Q_p = f_p a_p - e_p b_p$$

$$H_{pq} = \frac{\partial P_p}{\partial \delta_q}$$

$$N_{pq} = \frac{\partial P_p}{\partial E_p} \cdot E_q$$

$$J_{pq} = \frac{\partial Q_p}{\partial \delta_p}$$

$$L_{pq} = \frac{\partial Q_p}{\partial E_q} \cdot E_q$$

Para  $p \neq q$  :

$$H_{pq} = L_{pq} = a_q f_p - b_q e_p$$

$$N_{pq} = -J_{pq} = a_q e_p + b_q f_p \quad (2.51)$$

Para  $p=q$ :

$$H_{pp} = - Q_p - B_{pp} E_p^2$$

$$L_{pp} = Q_p - B_{pp} E_p^2$$

$$N_{pp} = P_p + G_{pp} E_p^2$$

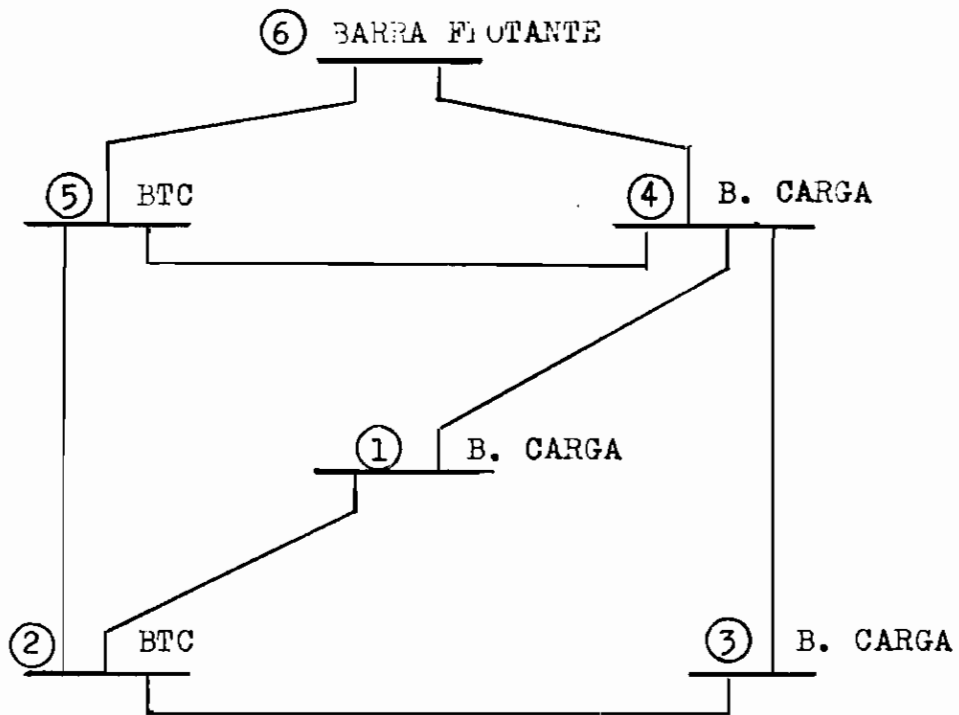
$$J_{pp} = P_p - G_{pp} E_p^2 \tag{2.52}$$

En la mayoría el sistema (2.50), se ordena de manera diferente; agrupando los términos correspondientes

$\frac{\partial P_p}{\partial \delta_j}$  y  $\frac{\partial Q_p}{\partial E_j}$ , en forma consecutiva, como sigue:

$H_{11}$	$N_{11}$	$H_{12}$		$H_{14}$	$N_{14}$		$\Delta \delta_1$	$\Delta P_1$
$J_{11}$	$L_{11}$	$J_{11}$		$J_{14}$	$L_{14}$		$\Delta E_1/E_1$	$\Delta Q_1$
$H_{21}$	$N_{21}$	$H_{22}$	$H_{23}$	$N_{23}$		$H_{25}$	$\Delta \delta_2$	$\Delta P_2$
		$H_{32}$	$H_{33}$	$N_{33}$	$H_{34}$	$N_{34}$	$\Delta \delta_3$	$\Delta P_3$
		$J_{32}$	$J_{33}$	$L_{33}$	$J_{34}$	$L_{34}$	$\Delta E_3/E_3$	$\Delta Q_3$
$H_{41}$	$N_{41}$		$H_{43}$	$N_{43}$	$H_{44}$	$N_{44}$	$\Delta \delta_4$	$\Delta P_4$
$J_{41}$	$L_{41}$		$J_{43}$	$L_{43}$	$J_{44}$	$L_{44}$	$\Delta E_4/E_4$	$\Delta Q_4$
		$H_{52}$			$H_{54}$	$N_{54}$	$\Delta \delta_5$	$\Delta P_5$
					$H_{55}$			

(2.53)



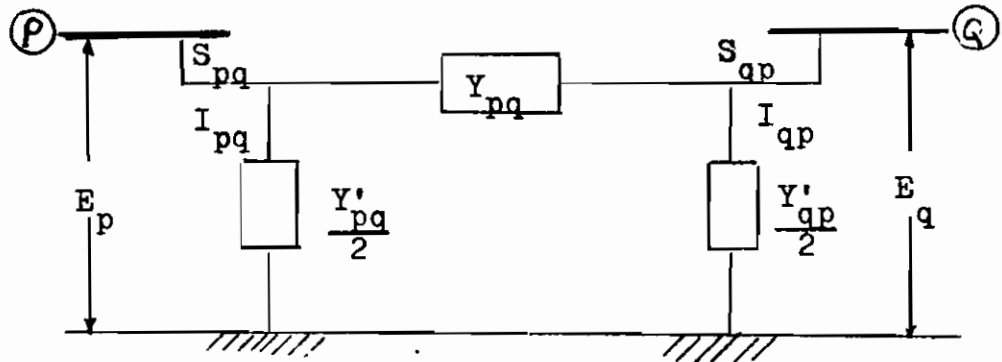
Este es un ejemplo que no será analizado en el programa; el modelo de los elementos diferentes de cero de la matriz jacobiana son de la misma forma que el sistema de la matriz admitancia  $Y_B$ ; esto se considera como submatrices de dimensión  $(2 \times 2)$ ,  $(2 \times 1)$ ,  $(1 \times 2)$ , y  $(1 \times 1)$  según corresponda; la matriz jacobiana es simétrica en disposición pero asimétrica en valores.

Referencias: 4, 5, 8, 10.

2.3.4 ECUACIONES DE FLUJO DE POTENCIA

Para calcular el flujo de potencia en las líneas se necesita conocer previamente los voltajes de barras y esto se hizo en los numerales anteriores.

Consideremos 2 barras p y q cualquiera del SEP, unidas por una línea de transmisión representada por su circuito  $\pi$  nominal y la tierra como referencia.



A partir de la figura se tiene:

$$I_{pq} = (E_p - E_q) Y_{pq} + E_p \frac{Y'_{pq}}{2} \quad (2.54)$$

Por otra parte la potencia que fluye desde p a q es ta dada por:

$$S_{pq} = P_{pq} + jQ_{pq} = E_p I_{pq}^*$$

O bien:

$$S_{pq} = E_p [(E_p^* - E_q^*) Y_{pq} + E_p^* Y'_{pq} / 2]$$

Luego:

$$S_{pq} = P_{pq} + jQ_{pq} = (E_p^2 - E_p E_q^*) Y_{pq} + E_p^2 Y'_{pq} / 2 \quad (2.55)$$

Separando parte real e imaginaria de ambos términos:

$$\begin{aligned}
 P_{pq} &= (E_p^2 - e_p e_q - f_p f_q) G_{pq} + (e_p f_q - e_q f_p) B_{pq} \\
 Q_{pq} &= (e_p f_q - e_q f_p) G_{pq} - (E_p^2 - e_p e_q - f_p f_q) B_{pq} - \frac{E_p^2 Y_{pq}^{**}}{2}
 \end{aligned}
 \tag{2.56}$$

Analogamente la potencia que fluye de q a p es:

$$S_{qp} = (E_q^2 - E_q E_p^*) Y_{qp}^* + E_q^2 Y_{qp}^{**}/2
 \tag{2.57}$$

La potencia de pérdida en la línea pq es:

$$\begin{aligned}
 S_{L(pq)} &= S_{pq} + S_{qp} \\
 P_{(Per)} &= P_{pq} + P_{qp} \\
 Q_{(Per)} &= Q_{pq} + Q_{qp}
 \end{aligned}
 \tag{2.58}$$

La potencia que debe dar la barra flotante se calcula como la suma de las potencias que fluyen por las líneas conectadas a esa barra más la potencia de carga.

$$P_{Gs} = P_{Cs} + \sum_{q=1}^{N-1} P_{sq}$$

$$Q_{Gs} = Q_{Cs} + \sum_{q=1}^{N-1} Q_{sq}$$

s = barra flotante

Referencias: 3, 10.

### 2.3.5 SECUENCIA DE SOLUCION.-

La secuencia de cálculo, señalada en los puntos anteriores se muestran en el diagrama de bloques:

1.- a) Especificar la tensión en la barra flotante; las potencias  $P_p$  y  $Q_p$  en las otras barras y el criterio de convergencia.

b) Determinar la matriz admitancia de barras  $Y_B$

c) Suponer tensiones iniciales  $E_p^{(0)}$ .

2.- a) Calcular las corrientes de barras  $I_p = a_p + jb_p$ ; empleando los valores estimados de tensiones de barras y los valores correspondientes a una fila de la matriz admitancia.

b) Calcular las variaciones de potencia activa y reactiva.

$$P_p^k = P_p \text{ (especificado)} - P_p^k$$

$$Q_p^k = Q_p \text{ (especificado)} - Q_p^k$$

3.- Criterio de convergencia.

$$\max P |\Delta P|$$

$$\max Q |\Delta Q|$$

a) Si no satisface el criterio de convergencia, en todas las barras, continua al punto cuatro.

b) Caso contrario va al punto siete.

- 4.- Calcular los elementos de la matriz jacobiana.
- 5.- Encontrar el vector incógnita de corrección de las tensiones supuestas en las barras o calculadas en la iteración anterior:

$$\begin{bmatrix} \Delta e \\ \Delta f \end{bmatrix} = [J^k]^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad \text{o} \quad \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta E/E \end{bmatrix} = [J^k]^{-1} \begin{bmatrix} P \\ Q \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

- 6.- Obtener los nuevos valores de tensión en las barras:

$$\begin{aligned} e_p^{k+1} &= e_p^k + \Delta e_p^k & \delta^{k+1} &= \delta^k + \Delta \delta^k \\ f_p^{k+1} &= f_p^k + \Delta f_p^k & E_p^{k+1} &= E_p^k + E_p^k \end{aligned} \quad (2.61)$$

Con estos valores de tensión, se calculan los nuevos valores de  $P_p$ ,  $Q_p$ ,  $\Delta P_p$  y  $\Delta Q_p$ .

- 7.- Una vez que satisface el criterio de convergencia de  $\Delta P_p$  y  $\Delta Q_p$ , se procede al cálculo de flujos de potencia  $S_{pq}$  y  $S_{qp}$ .



## C A P I T U L O    I I I

### TECNICAS DE SOLUCION DE LAS ECUACIONES DERIVADAS DEL METODO DE NEWTON RAPHSON.-

Tanto en su forma polar como en cartesiana el método de Newton Raphson requiere la solución de un conjunto de ecuaciones lineales; estos sistemas pueden ser resueltos por métodos directos que se basan en la factorización de matrices.

#### 3.1 METODO DE FACTORIZACION L. U.-

Sea la matriz:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Puede ser factorada en el producto de 2 matrices:

$$A = L.U \quad (3.1)$$

Donde L es triangular inferior

U es triangular superior

Si todos los menores principales de A son no singulares  $|A| \neq 0$ .

$$AX = b \quad (3.2)$$

Asumimos que las matrices L y U han sido encontradas:

$$L = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ L_{21} & L_{22} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ L_{n1} & L_{n2} & L_{n3} & \dots & L_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$U = \begin{bmatrix} 1 & U_{12} & U_{13} & \dots & U_{1n} \\ & 1 & U_{23} & \dots & U_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & & 1 & U_{n-1,n} \\ & & & & 1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Tal que  $A = L.U$  el sistema (3.1) puede ser:

$$L U X = b \quad (3.5)$$

Haciendo:

$$U X = Z \quad (3.6)$$

$$L Z = b \quad (3.7)$$

El sistema equivalente de la última ecuación es:

$$\begin{aligned} L_{11}Z_1 &= b_1 \\ L_{21}Z_1 + L_{22}Z_2 &= b_2 \\ L_{31}Z_1 + L_{32}Z_2 + L_{33}Z_3 &= b_3 \\ \dots\dots\dots & \\ \dots\dots\dots & \\ L_{n1}Z_1 + L_{n2}Z_2 + L_{n3}Z_3 &= b_n \end{aligned}$$

Sustitución directa.-

La primera de estas ecuaciones resuelve para  $Z_1$ , la segunda para  $Z_2$ , la tercera para  $Z_3$ .....etc.

$$\begin{aligned} Z_1 &= \frac{b_1}{L_{11}} \\ Z_2 &= \frac{b_2 - L_{21} Z_1}{L_{22}} \\ Z_3 &= \frac{b_3 - L_{31} Z_1 - L_{32} Z_2}{L_{33}} \\ \dots\dots\dots & \\ Z_i &= \frac{b_i - \sum_{k=1}^N L_{ik} Z_k}{L_{ii}} \end{aligned} \tag{3.8}$$

Podemos determinar los  $Z_i$  a condición de que ninguno de los elementos diagonales  $L_{ii}$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ) sea igual a cero.

El sistema equivalente de la ecuación (3.6) es:

$$\begin{array}{rcl}
 X_1 + U_{12}X_2 + U_{13}X_3 & + U_{1n}X_n & = Z_1 \\
 X_2 + U_{23}X_3 & + U_{2n}X_n & = Z_2 \\
 \dots\dots\dots & & \\
 X_{n-1} + U_{n-1,n}X_n & & = Z_{n-1} \\
 & & X_n = Z_n
 \end{array}$$

Este sistema se resuelve por sustitución inversa para  $X_n, \dots, X_2, X_1$ , en este orden.

$$X_n = Z_n$$

$$X_{n-1} = Z_{n-1} - U_{n-1,n}X_n$$

$$X_{n-2} = Z_{n-2} - U_{n-1,n}X_n - U_{n-2,n-1}X_{n-1}$$

.....

$$X_i = Z_i - \sum_{k=i+1}^N U_{ik}X_k \tag{3.9}$$

Algoritmo de la matriz factorada.-

Si A es una matriz de orden n; los elementos de L y U satisfacen la factorización única, bajo la condición que los elementos diagonales de U son iguales a 1.

$$L_{ij} = a_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} L_{ik} U_{kj} \quad i \geq j$$

$$U_{ij} = \frac{a_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} L_{ik} U_{kj}}{L_{ii}} \quad i < j \quad (3.10)$$

Para el intercambio de índices  $i$  y  $j$  los elementos son calculados en el orden:

$$L_{i1} U_{1j}, L_{i2}, U_{2j}, L_{i3}, U_{3j}, \dots, L_{i,n-1}, U_{n-1,j}, L_{nn}$$

Para máquinas de computación los esquemas compactos son competitivos con el de la eliminación, si miramos hacia la eficiencia de computación.

### 3.2 METODO DE REDUCCION A UNA MATRIZ BANDA.-

Una matriz tipo banda es aquella en la cual los elementos de  $A$  son ceros, excepto aquellos que están a lo largo de la diagonal principal y de pocas diagonales adyacentes.

Si queremos resolver un sistema  $AX = b$  donde  $A$  es una matriz tridiagonal:



El producto L U es:

$$LU = \begin{bmatrix}
 w_1 & \alpha_1 w_1 & & & \\
 \beta_2 & x_1 \beta_2 + w_2 & \alpha_2 w_2 & & \\
 & \beta_3 & x_2 \beta_3 + w_3 & \alpha_3 w_3 & \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \\
 & & & & \beta_n \quad (\alpha_{n-1} \beta_n + w_n)
 \end{bmatrix}$$

(3.14)

Igualando los elementos no ceros de L U con los correspondientes de A, se obtienen las siguientes fórmulas:

$$\begin{aligned}
 w_1 &= B_1 & \alpha_1 &= \frac{C_1}{w_1} \\
 \beta_i &= A_i & w_i &= B_i - \alpha_{i-1} \beta_i & \alpha_i &= \frac{C_i}{w_i} \quad i = 2, 3, \dots, n-1 \\
 \beta_n &= A_n & w_n &= B_n - \alpha_{n-1} \beta_n
 \end{aligned}$$

(3.15)

Con la condición que  $w_i \neq 0$ . Los elementos se calculan en el siguiente orden:  $w_1, \alpha_1, w_2, \alpha_2$ , etc.

Para obtener la solución del sistema tridiagonal:

$$\begin{aligned}
 AX &= L U X = b \\
 UX &= Z \\
 LZ &= b
 \end{aligned}$$

(3.16)





a) Eliminación por columnas.-

Sea el sistema:

$$AX = b = a_{1,n+1}$$

$$AX - a_{1,n+1} = 0$$

$$\tilde{A}X = 0$$

Sistema inicial:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1n} & a_{1,n+1} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2n} & a_{2,n+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{nn} & a_{n,n+1} \end{bmatrix}$$

En el proceso de eliminación:

$$A' = \begin{bmatrix} 1 & a' & a'_{1n} & a'_{1,n+1} \\ 0 & a'_{22} & a'_{2n} & a'_{2,n+1} \\ 0 & a'_{n2} & a'_{nn} & a'_{n,n+1} \end{bmatrix}$$

Después de la eliminación:

$$A'' = \begin{bmatrix} 1 & a'_{12} & a'_{1n} & a'_{1,n+1} \\ & 1 & a'_{2n} & a'_{2,n+1} \\ & & \dots & \dots \\ & & 1 & a^n_{n,n+1} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Analizando el número de operaciones que se realizan para triangularizar una matriz llena  $n(n+1)$  se tiene:

Columna		Divisiones	Sumas-Multiplicaciones
1º		$(n+1)$	$(n+1)(n-1)$
2º	+	$n$	$n(n-2)$
3º	+	$n-1$	$(n-1)(n-3)$
$(n-1)$		$3$	$(n-(n-1+2))(n-(n-1))$
$n$		$2$	$(n-(n+2))(n-n) = 0$

$$\sum_{k=2}^{N+1} K+$$

$$\sum_{k=2}^N (k+1)(k-1)$$

(3.20)

b) Eliminación por filas:

$$A'' = \begin{bmatrix} 1 & a_{12}^1 & a_{1n}^1 & a_{1,n+1}^1 & 1^\circ \text{ paso} \\ 0 & 1 & a_{2n}^2 & a_{2,n+1}^2 & 2^\circ \text{ paso} \\ 0 & 0 & 1 & a_{3n}^3 & a_{3,n+1}^3 & 3^\circ \text{ paso} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n-1,1} & & a_{n-1,n} & a_{n-1,n+1} & \\ a_{n,1} & & a_{n,n} & a_{n,n+1} & \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Fila	Divisiones	Sumas - Multiplicaciones
1ª	n+1	
2ª	n	n+1
3ª	n-1	(n+1) + n
4ª	n-2	(n+1) + n +(n-1)
.....		

n-1	3	(n+1) + n +(n-1).....5. 4
n	2	(n+1) + n +(n-1).....4. 3

---


$$(n+1)(n-1) + n (n-2)+(n-1)(n-3)..4x2+3x1$$

$$\sum_{k=2}^{N+1} k \qquad \sum_{k=2}^N (k+1) (k-1)$$

El número de operaciones, es igual al eliminar por columnas o filas cuando la matriz es llena.

Número de operaciones para la sustitución inversa.

Fila	Divisiones	Sumas - Multiplicaciones
n-1	1	1
n-2	1	2
.....	.....	.....
1	1	n-1

---


$$(n-1) \qquad \sum_{k=1}^{N-1} k$$

El número total de operaciones es:

$$\sum_{k=2}^{N+1} k + (n-1) + 2 \left[ \sum_{k=2}^N (k+1)(k-1) + \sum_{k=1}^{N-1} k \right]$$

Usando fórmulas de álgebra:

$$\sum_{k=1}^N k = \frac{(n+1)n}{2} \qquad \sum_{k=1}^N k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Se tiene:

$$\text{Divisiones } \frac{n^2}{2} + \frac{5}{2}n - 1$$

$$\text{Multiplicaciones } \frac{1}{3}n^3 + n^2 - \frac{4}{3}n$$

$$\text{Sumas } \frac{1}{3}n^3 + n^2 - \frac{4}{3}n$$

$$\text{Total } \frac{2}{3}n^3 + \frac{5}{2}n^2 - \frac{1}{6}n - 1 \qquad (3.23)$$

Referencias 12, 13.

### 3.4 METODO DE ELIMINACION OPTIMAMENTE ORDENADO.-

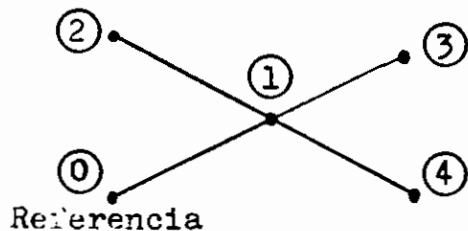
La técnica de eliminación optimamente ordenada aprovecha la dispersidad de la matriz jacobiana, para producir el número de operaciones y términos no nulos durante el proceso de triangularización de la matriz.

La eliminación optimamente ordenada consiste en 2 etapas: ordenamiento óptimo y eliminación.

a) Ordenamiento Óptimo.-

Consiste en numerar las barras de un SEP de tal manera que minimizen el número de operaciones y elementos no nulos durante el proceso de triangularización.

Considerando el siguiente ejemplo:



$$Y_B = \begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & X & X & X & X \\ 2 & X & X & & \\ 3 & X & & X & \\ 4 & X & & & X \\ \hline \end{array} \quad (3.24)$$

X = Índice del elemento no nulo de la matriz admitancia de barras.

Después de procesar la primera fila:

$$Y'_B = \begin{array}{c|cccc} & 1 & X & X & X \\ \hline & & X & X & X \\ & & X & X & X \\ & & X & X & X \\ \hline \end{array} \quad (3.25)$$

Al final de la triangularización:

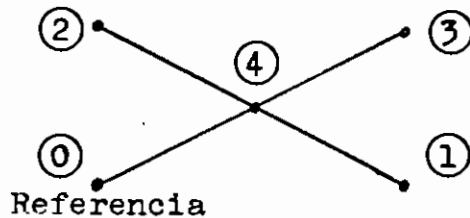
$$Y_B'' = \begin{vmatrix} 1 & X & X & X \\ & 1 & X & X \\ & & 1 & X \\ & & & 1 \end{vmatrix} \quad (3.26)$$

El número de operaciones para transformar  $Y_B$  a  $Y_B''$  es:

Sumas-Multiplicaciones = 21

Divisiones = 10

Si cambiamos el número asignado a la barra 1 por el número cuatro tenemos:



$$Y_B = \begin{matrix} & & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & & X & & & X \\ 2 & & & X & & X \\ 3 & & & & X & X \\ 4 & & X & X & X & X \end{matrix} \quad (3.27)$$

Después del proceso de la primera fila (antigua cuarta fila).

$$Y'_B = \left| \begin{array}{ccc|c} 1 & & & X \\ & X & & X \\ & & X & X \\ & X & X & X \end{array} \right| \quad (3.28)$$

Al final de la triangularización:

$$Y''_B = \left| \begin{array}{ccc|c} 1 & & & X \\ & 1 & & X \\ & & 1 & X \\ & & & 1 \end{array} \right| \quad (3.29)$$

Este ejemplo requiere:

Sumas-Multiplicaciones = 9

Divisiones = 7

Las matrices  $Y''_B$  de las ecuaciones (3.26) y (3.29) son equivalentes y pueden ser intercambiadas en la mayoría de aplicaciones. Estos dos ejemplos demuestran como, la secuencia de operaciones o arreglos de filas y columnas influyen en el número de operaciones y de términos diferentes de cero.

Han investigado este problema y tienen conclusiones tentativas para ordenamiento óptimo.

- 1) Las barras son numeradas partiendo con aquellas que tienen el mínimo de líneas incidentes y se termina con aquellas que tienen el mayor número. Este método no toma en cuenta lo que pasa en las etapas intermedias del proceso de triangularización.
- 2) Las barras son numeradas de tal modo que a cada paso del proceso de eliminación, la próxima barra a ser eliminada es aquella que tenga el menor número de líneas incidentes.

b) Proceso de eliminación.-

Usualmente para triangularizar una matriz mediante el método de Gauss, se producen ceros siguiendo un orden por columnas, pero es más eficiente producir por filas.

Referencias: 7, 8, 9.



## C A P I T U L O I V

### 4. DESARROLLO DEL PROGRAMA DE COMPUTACION.-

#### 4.1 IDEAS PRELIMINARES.-

Este capítulo describe la conformación del programa, para el calculo de flujo de potencia; consta de dos subrutinas y siete bloques. se utiliza "SIN" y "COS" unicamente para correcciones de voltajes.

#### 4.2 DESCRIPCION DEL PROGRAMA.-

El diagrama principal de bloques, señala claramente la forma como se ha desarrollado el programa de computación.

A continuación se detallan los valores que dependen de la computadora y del SEP, esto es su nombre en fortran y su significado.

FORTRAN	SIGNIFICADO
ITER	Iteración
LEC	Lectora
IMP	Impresora
NB	Número de barras
NBTC	Número de barras de tensión controlada
NE	Número de líneas o elementos del sistema
EPSI	Criterio de convergencia
NR	Dimension de la matriz jacobiana

En base a las subrutinas ORDEN y MATRZ mencionadas en el apéndice, se describen a continuación las subrutinas desarrolladas en el programa.

SUBROUTINA ORDEN.-

Su función es ordenar los elementos en forma ascendente de acuerdo al nodo P al que están conectados y para los elementos que tienen el mismo nodo P, los ordena en forma ascendente de acuerdo a los nodos Q. Este ordenamiento es fundamental para la formación de  $Y_B$ .

Esta subrutina tiene una modificación, cuando se da doble a los elementos del SEP. Si  $Y_{pq} \neq Y_{qp}$  el programa se detiene, en caso de que  $Y_{pq} = Y_{qp}$  el programa continúa a la subrutina MATRZ.

Los valores correspondientes de admitancia de cada línea y admitancias a tierra se consideran representados por un circuito  $\pi$  nominal.

Entonces se tiene la siguiente correspondencia.

FORTTRAN	SIGNIFICADO
NDE	Número asignado al elemento
NP	Nodo P al que está conectado
NQ	Nodo Q al que está conectado

YR	Conductancia p.u	$G_{pq}$
YI	Susceptancia p.u	$B_{pq}$
YR1	Parte real de la admitancia paralela conectada a P	$\frac{Y'_{pq}}{2}$
YI1	Parte imaginaria de la admitancia paralela conectada a P	
YR2	Parte real de la admitancia paralela conectada a Q	
YI2	Parte imaginaria de la admitancia paralela conectada a Q	

SUBROUTINA MATRZ.-

Su función es almacenar los elementos de la matriz  $Y_B$  debido a que muchos elementos de  $Y_{pq}$  son iguales a cero, en esta subrutina se ha desarrollado un algoritmo para representar  $Y_B$  en forma de un vector, considerando los elementos  $Y_{pq} \neq 0$ , con lo que se obtiene un ahorro de memoria en la computadora.

Cuando se da doble dato a los elementos del SEP en el diagrama de bloques no hay ninguna modificación pero si en el programa mismo, ya que se utiliza la mitad de las instrucciones para la formación de la matriz admitancia.

De acuerdo a la forma que trabaja la subrutina ORDEN, la posición de los elementos del vector  $Y_B$  queda de la siguiente forma:

$$Y_B = \begin{matrix} \text{FILA 1} & \text{FILA 2} & \text{FILA 3} & \text{FILA 4} & \text{FILA 5} \\ Y_{11}Y_{13} & Y_{22}Y_{23}Y_{24} & Y_{33}Y_{31}Y_{32}Y_{35} & Y_{44}Y_{42}Y_{45} & Y_{55}Y_{53}Y_{54} \end{matrix}$$

La admitancia propia  $Y_{pp}$  corresponde a la suma de las admitancias que concurren a cada barra.

$$Y_{pp} = \sum_{q=1}^N Y_{pq} + \sum_{q=1}^N \frac{Y'_{pq}}{2}$$

La admitancia mutua  $Y_{pq}$ , corresponde a la suma de las admitancias comunes a p y q (con signo cambiado).

FORTRAN	SIGNIFICADO
YMR	Parte real de la matriz admitancia $Y_B$
YMI	Parte imaginaria de la matriz admitancia $Y_B$
NF	Vector indicador del número de fila.
I2	Vector indicador del número de columna
JJ	Principio de fila del vector $Y_B$
K	Final de la fila del vector.

B L O Q U E 1

ASUMIR VOLTAJES DE BARRAS.-

Dentro de las condiciones iniciales entran en esta clasificación los valores supuestos de tensiones de barras (e, f, E y  $\delta$ ), uno de los requisitos del método de Newton Raphson para que los resultados converjan a la solución, es que los valores iniciales sean cercanos. Se especifican también las potencias en los diferentes tipos de barras.

FORTRAN	SIGNIFICADO	FORMULA
E	Parte real del voltaje p. u	e
F	Parte imaginaria del voltaje p.u	f
TE	Módulo de la tensión p.u	E
DEL	Angulo del voltaje	
NBI	Número de identificación del tipo de barra.	
	Barra flotante	2
	Barra de carga	1
	Barra de tensión controlada	0
NBS	Número de barras del sistema	
PG	Potencia activa de generación	
QG	Potencia reactiva de generación	
PC	Potencia activa de carga	
QC	Potencia reactiva de carga	
QGLAX	Potencia reactiva máxima de generación	
QGMIN	Potencia reactiva mínima de generación	

B L O Q U E 2

CALCULO DE CORRIENTES, POTENCIAS Y DIFERENCIA DE POTENCIAS

En esta parte del programa se calculan las corrientes de barras  $I_p = a_p + b_p$  y las potencias  $P_p$  y  $Q_p$ ; para cada barra del sistema exceptuando la barra flotante. Se determina la diferencia entre los valores especificados y calculados de la potencia activa y reactiva. Luego se obtienen los valores absolutos de estas diferencias.

Para barras de tensión controlada, se debe asegurar que la potencia reactiva esté dentro de los límites especificados, en caso de que no cumpla estas condiciones, la BTC se constituye en una nueva barra de carga.

FORTRAN	SIGNIFICADO	FORMULA
AI	Parte real de corriente de barra	$a_p$
BI	Parte imaginaria de corriente de barra	$b_p$
PA	Potencia activa neta	$PG + PC$
QR	Potencia reactiva neta	$QG + QC$
P	Potencia activa calculada	$P_p = e_p a_p + f_p b_p$
Q	Potencia reactiva calculada	$Q_p = f_p a_p - e_p b_p$
AP	Diferencia de potencia activa	$\Delta P^k$
AQ	Diferencia de potencia reactiva	$\Delta Q^k$
PP	Valor absoluto de P	$ \Delta P ^k$
QQ	Valor absoluto de Q	$ \Delta Q ^k$

B L O Q U E 3

PRUEBA DE CONVERGENCIA.-

En este bloque se realiza la comprobación de la convergencia; esto es, determinar si los valores absolutos de P y Q calculados anteriormente están dentro de la tolerancia especificada. Una vez satisfecha esta condición se calcula la potencia en las líneas y en la barra flotante. En caso contrario, se determina el vector de cambio de potencia real y reactiva.

$$BB(I) = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}$$

El siguiente paso consiste en determinar los valores de la matriz jacobiana, para luego resolver el sistema de ecuaciones lineales, las mismas que determinan la corrección de los nuevos voltajes de barras.

B L O Q U E 4

CALCULAR LOS ELEMENTOS DE LA MATRIZ JACOBIANA.-

La obtención de los elementos de la matriz jacobiana se efectúa de acuerdo a las ecuaciones (2.59) y (2.60) en forma simétrica indicadas por  $W_i$   $i=1, 2, \dots, n$ ; como se esquematiza en la siguiente tabla.

$w_1$	$w_2$		$w_3$	
$w_2$	$w_4$	$w_5$		$w_6$
	$w_5$	$w_7$	→	
$w_3$		↓		
	$w_6$			

Para cada uno de estos términos se deben calcular las componentes real e imaginaria de las corrientes de línea. La ubicación de las BTC en la matriz es indiferente.

FORTRAN	SIGNIFICADO	FORMULA
	Corrientes de línea	
CC(K2)	Parte real de p-q	$c_{pq}$
DD(K2)	Parte imaginaria de p-q	$d_{pq}$
EE(M)	Parte real de q-p	$c_{qp}$
FF(M)	Parte imaginaria de q-p	$d_{qp}$
$ A $	Matriz jacobiana	$ J $
$\begin{bmatrix} A_{ii} & A_{ij} \\ A_{ji} & A_{jj} \end{bmatrix}$	Submatriz diagonal	$\begin{bmatrix} H_{pp} & N_{pp} \\ J_{pp} & L_{pp} \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} A_{ij} & A_{ij} \\ A_{ij} & A_{ij} \end{bmatrix}$	Submatriz fuera de la diagonal	$\begin{bmatrix} H_{pq} & N_{pq} \\ J_{pq} & L_{pq} \end{bmatrix}$



- K1 Identifica el tipo de barra
- K2 Indica la columna o fila en que se está operando
- K3 Contador del N° de BTC para formación de submatrices diagonales
- K4 Contador del N° de BTC para formación de submatrices no diagonales

B L O Q U E 5

CALCULO DE LA CORRECCION DE VOLTAJES POR EL METODO DE FACTORIZACION DE MATRICES L U.-

En el capítulo anterior se explica, la teoría a seguir para la solución de un sistema de ecuaciones lineales. La primera parte de este bloque factoriza la matriz J utilizando las fórmulas (3.10), luego realiza las sustituciones directa e inversa basadas en las fórmulas (3.8) y (3.9) de esta manera, se obtiene la solución de pequeños cambios de voltaje en ángulo y magnitud  $\Delta\delta_p$  y  $\Delta E_p/E_p$

FORTRAN	SIGNIFICADO	FORMULA
A(I,J)	Matriz jacobiana	J
BL(I,J)	Matriz triangular inferior	L
U(I,J)	Matriz triangular superior	U

Z(I)	Vector auxiliar	$Z_i$
X(I)	Vector solución	$\begin{vmatrix} \Delta\delta \\ \Delta E/E \end{vmatrix}$

B L O Q U E 6

CALCULO DE LAS NUEVAS TENSIONES DE BARRAS.-

Los elementos calculados en el paso anterior so sumados a los valores de la iteración actual; con estos se obtienen los nuevos valores de las tensiones de barras que se emplean en la siguiente iteración.

FORTRAN	SIGNIFICADO	FORMULA
DELD(M)	Variación de ángulo de voltaje	$\Delta\delta$
DEL(M)	Nuevo ángulo de voltaje	$\delta^{k+1} = \delta^k + \Delta\delta^k$
DELE(M)	Variación del módulo de voltaje	$E$
TE(M)	Nuevo módulo de voltaje	$E^{k+1} = E^k + \Delta E^k$
E(M)	Nueva parte real de voltaje	$E \cos \delta$
F(M)	Nueva parte imaginaria de voltaje	$E \sin \delta$

En la última parte de este bloque existe un limitador del número de iteraciones.

B L O Q U E 7

CALCULO DE FLUJO DE POTENCIA Y PERDIDAS EN LAS LINEAS.-

Una vez que hay convergencia, se calcula el flujo de potencia y las pérdidas en las líneas, basándose en las fórmulas (2.65) y (2.66) respectivamente. Los flujos que se obtienen son de cada una de las líneas y no entre barras como se podría suponer, y están dados por los siguientes signos:

Positivo (+) salen de la barra

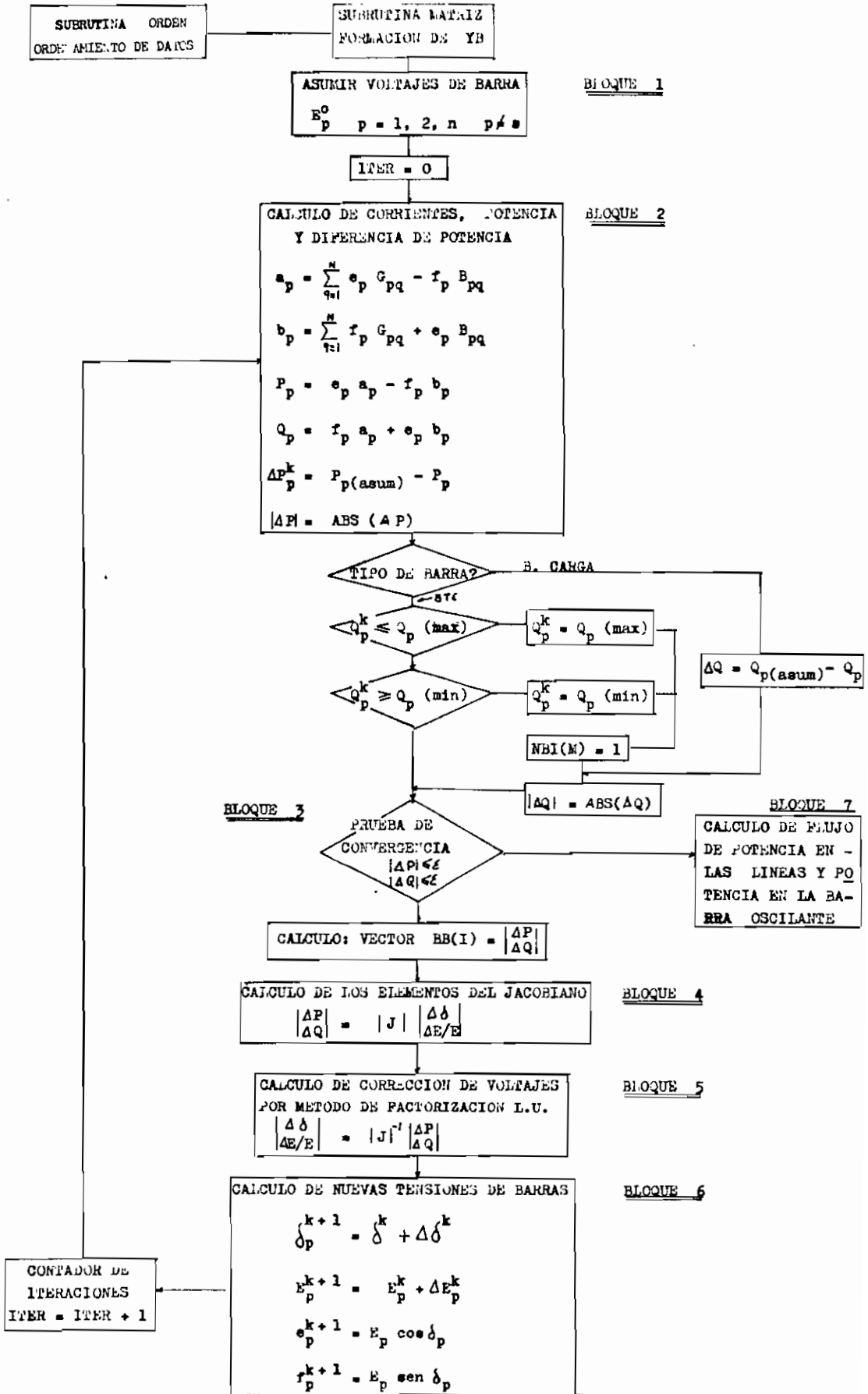
Negativo (-) llegan a la barra

Luego, se calculan las potencias activa y reactiva en la barra flotante.

FORTTRAN	SIGNIFICADO	FORMULA
	Variables:	
V <sub>1</sub>	Auxiliar de voltajes	$E_p^2 - e_p e_q - f_p f_q$
V <sub>2</sub>	Auxiliar de voltajes	$E_q^2 - e_p e_q - f_p f_q$
V <sub>3</sub> = -V <sub>4</sub>	Auxiliar de voltajes	$e_p f_q - e_q f_p$
	Potencias:	
PPQ(M)	Activa de líneas	$P_{pq} = V_1 G_{pq} + V_3 B_{pq}$
PQP(L)	Activa de líneas	$P_{qp} = V_2 G_{qp} + V_4 B_{qp}$
PPER(M)	Activa de pérdidas	$P_{pérdidas} = P_{pq} + P_{qp}$

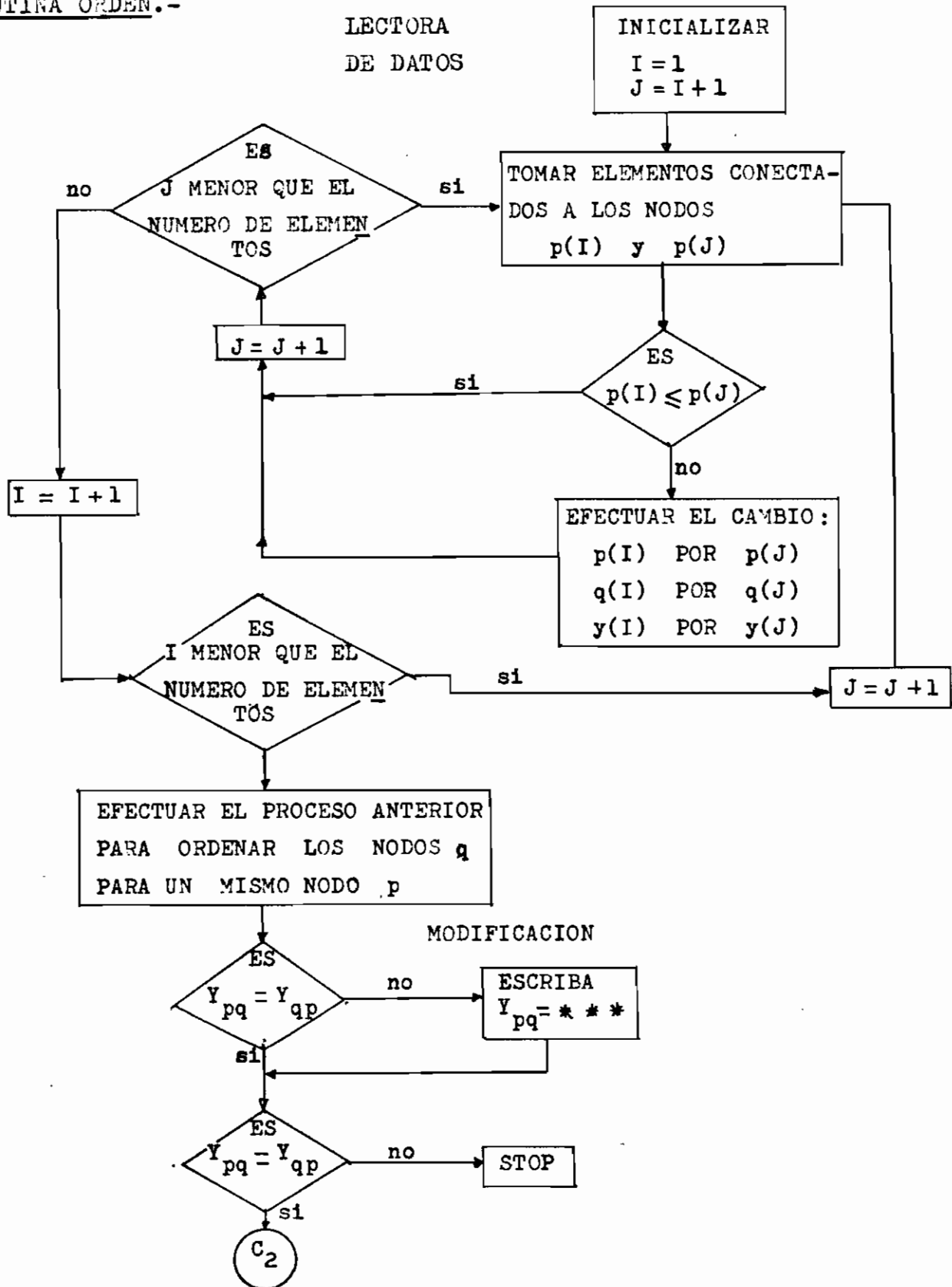
QPQ(M)	Reactiva de líneas	$Q_{pq} = V_3 G_{pq} - V_1 B_{pq} - E_p^2 Y'_{pq} / 2$
QQP(M)	Reactiva de líneas	$Q_{qp} = V_4 G_{qp} - V_2 B_{pq} - E_q^2 Y'_{qp} / 2$
QPER(M)	Reactiva de pérdidas	$Q_{pérdidas} = Q_{pq} + Q_{qp}$
PFLOT	Activa en la barra flotante	P
QFLOT	Reactiva en la barra flotante	Q

# DIAGRAMA PRINCIPAL



SUBROUTINA ORDEN.-

LECTORA  
DE DATOS



SUBROUTINA MATRZ.-

C<sub>2</sub>

INICIALIZAR:  
CONTADOR DE BARRAS :  $K = 1$   
COLUMNA DE LA MATRIZ AUXILIAR :  $J = 1$

INICIALIZAR PARTE REAL E IMAGINARIA  
DE LA ADMITANCIA CORRESPONDIENTE A J.  
 $YR(J) = 0$  ;  $YI(J) = 0$

POSICION INICIAL DE LA FILA DE LAS  
ADMITANCIAS CORRESPONDIENTES A LA  
BARRA K :  $NF(K) = J$

FORMACION DE LA ADMITANCIA PROPIA  
DE LA BARRA K

POSICION, EN LA MATRIZ AUXILIAR, DE LA  
COLUMNA QUE OCUPA LA ADMITANCIA  
PROPIA EN LA MATRIZ ORIGINAL  
 $I2(J) = K$

$J = J + 1$

$J = J + 1$

FORMACION DE ADMITANCIAS MUTUAS  
DE LA BARRA K

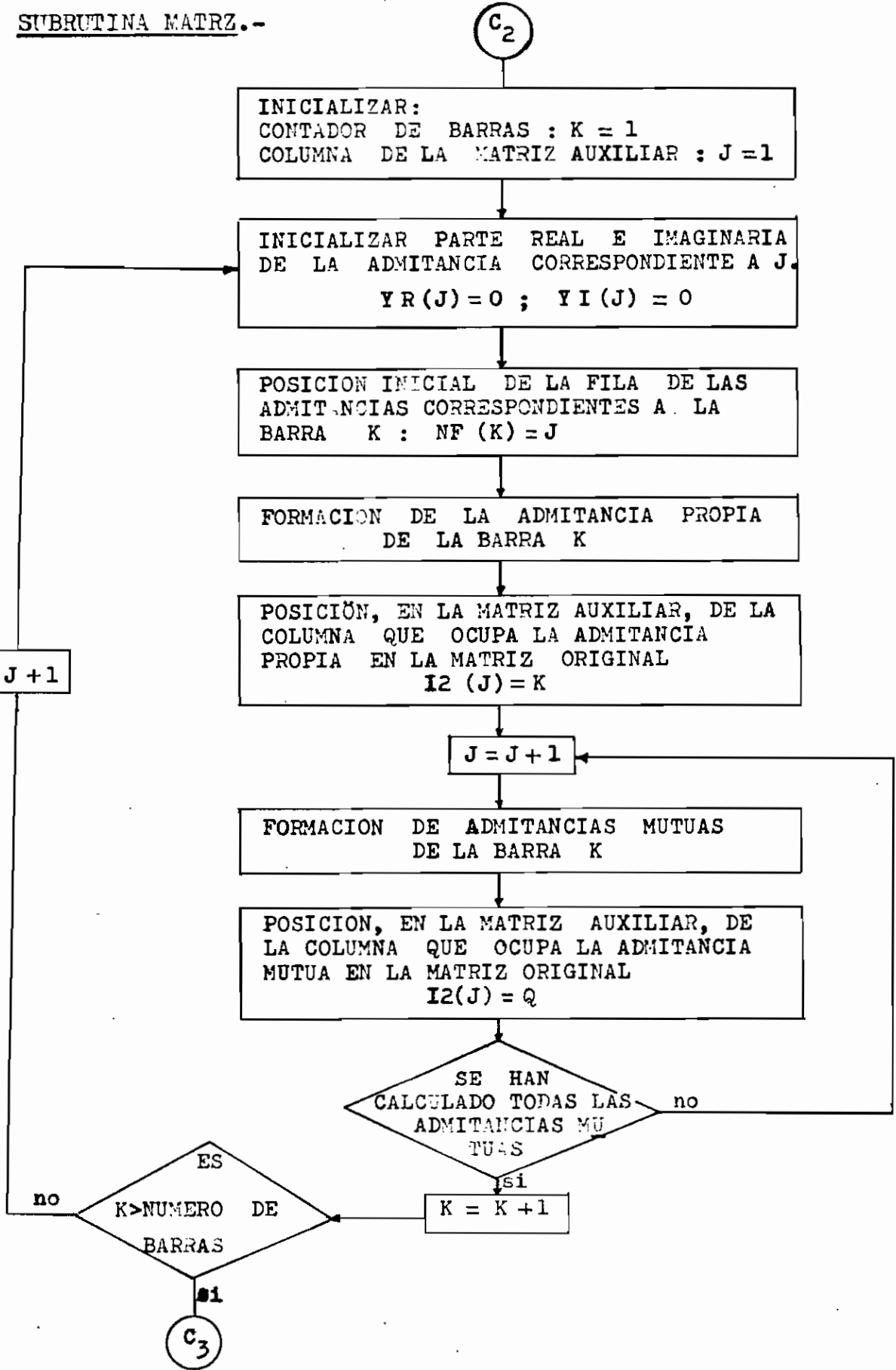
POSICION, EN LA MATRIZ AUXILIAR, DE  
LA COLUMNA QUE OCUPA LA ADMITANCIA  
MUTUA EN LA MATRIZ ORIGINAL  
 $I2(J) = Q$

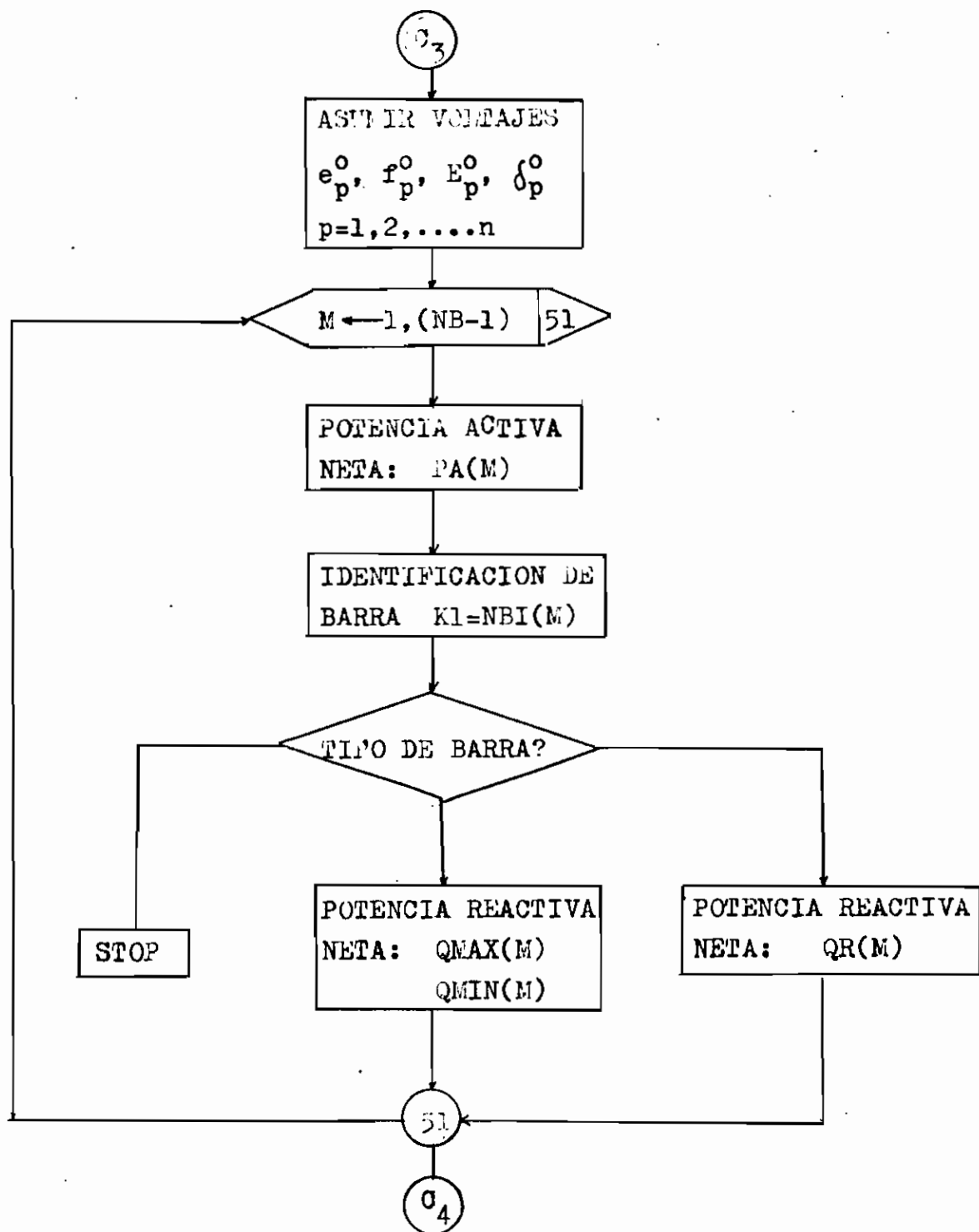
SE HAN  
CALCULADO TODAS LAS  
ADMITANCIAS MU  
TUAS

$K = K + 1$

ES  
 $K >$  NUMERO DE  
BARRAS

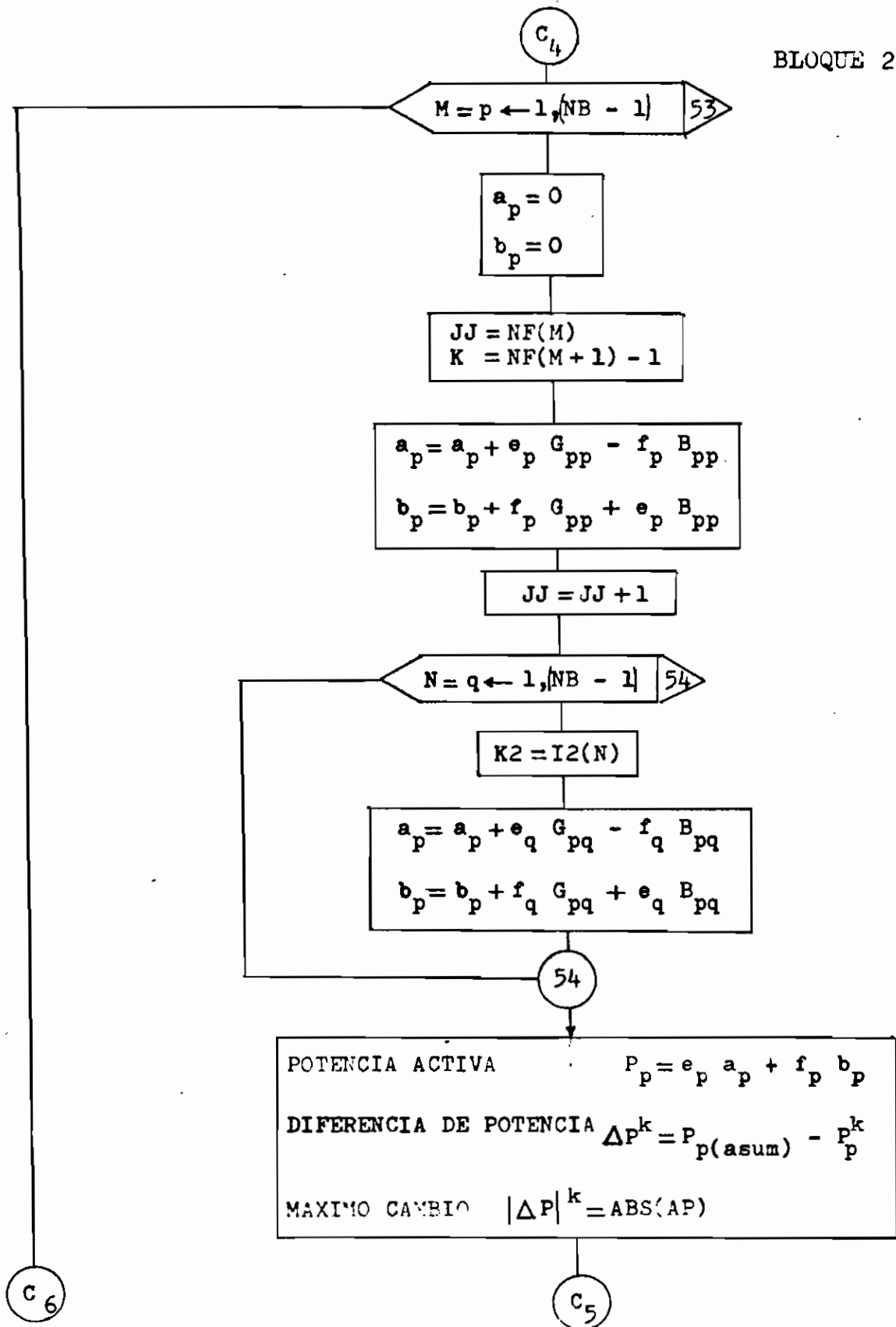
C<sub>3</sub>

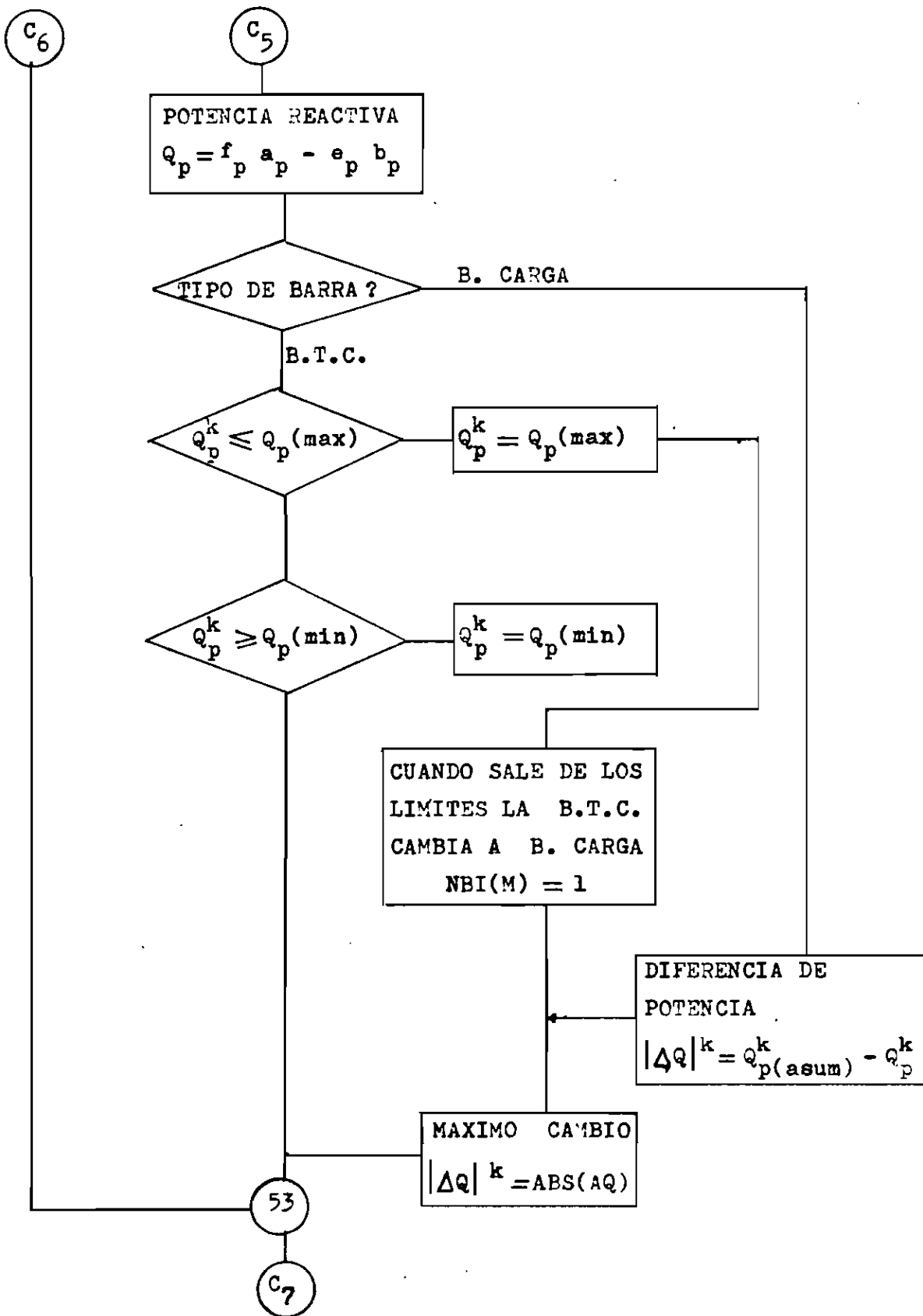






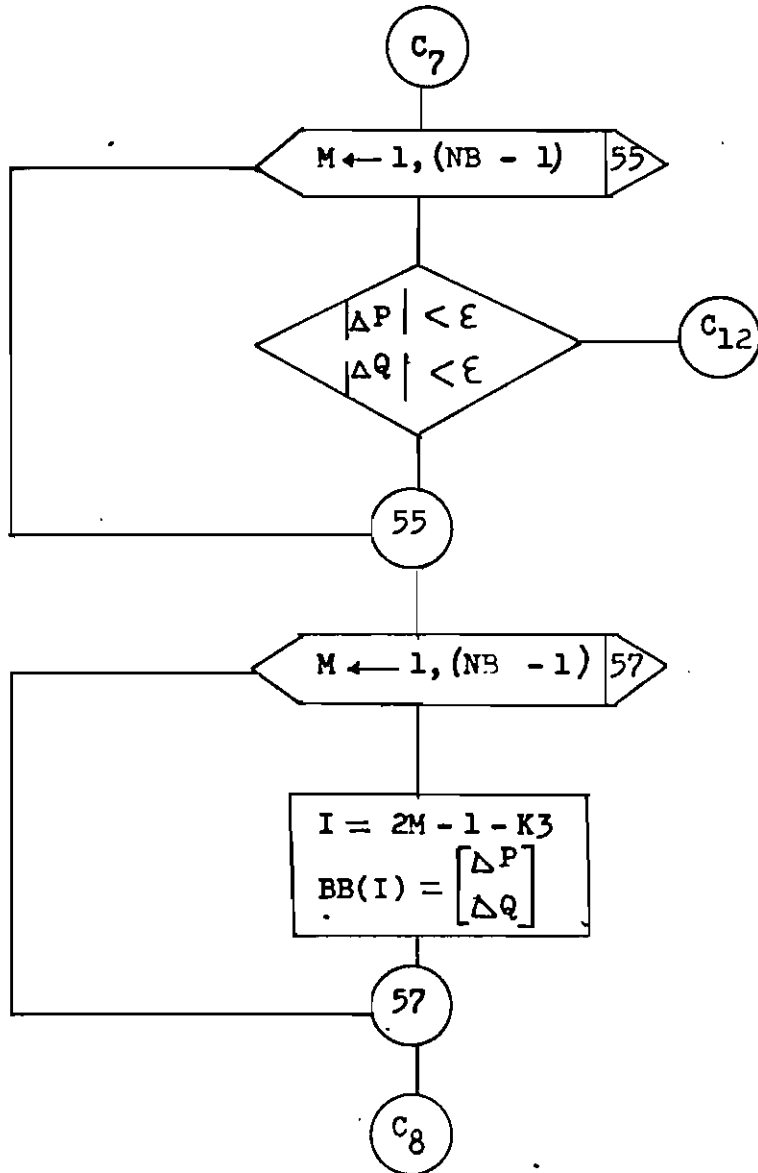
BLOQUE 2



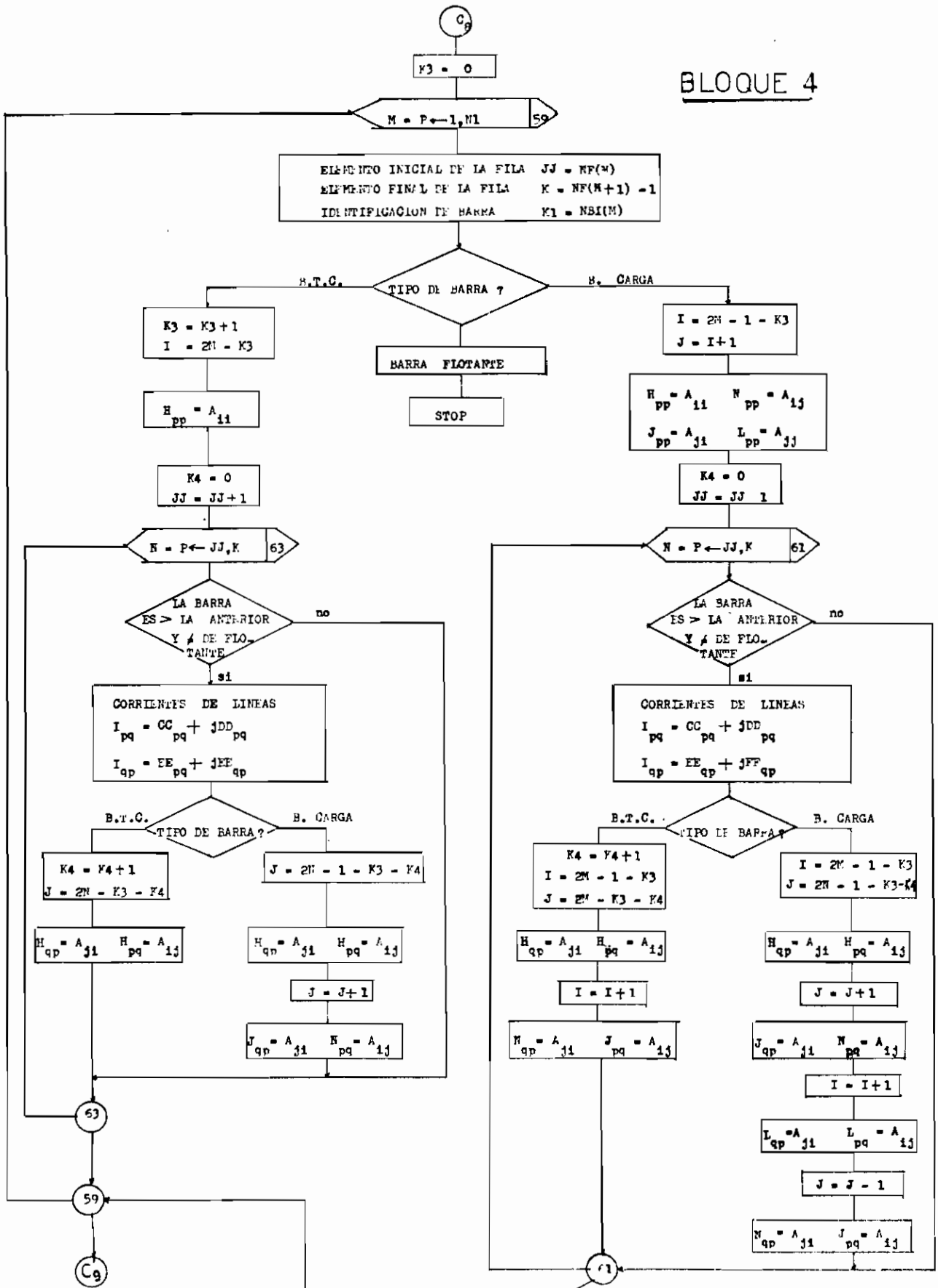


PRUEVA DE CONVERGENCIA .-

BLOQUE 3

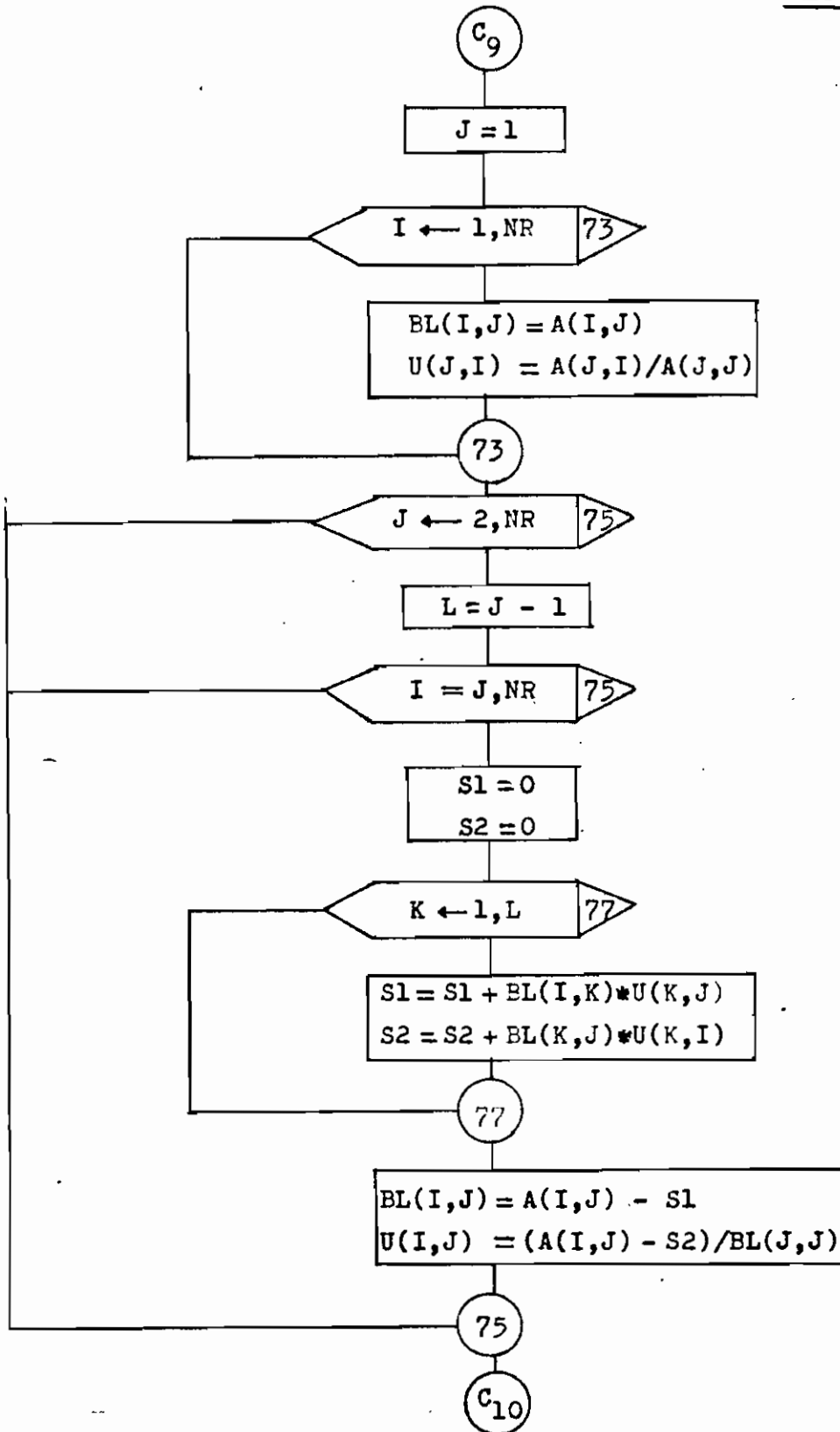


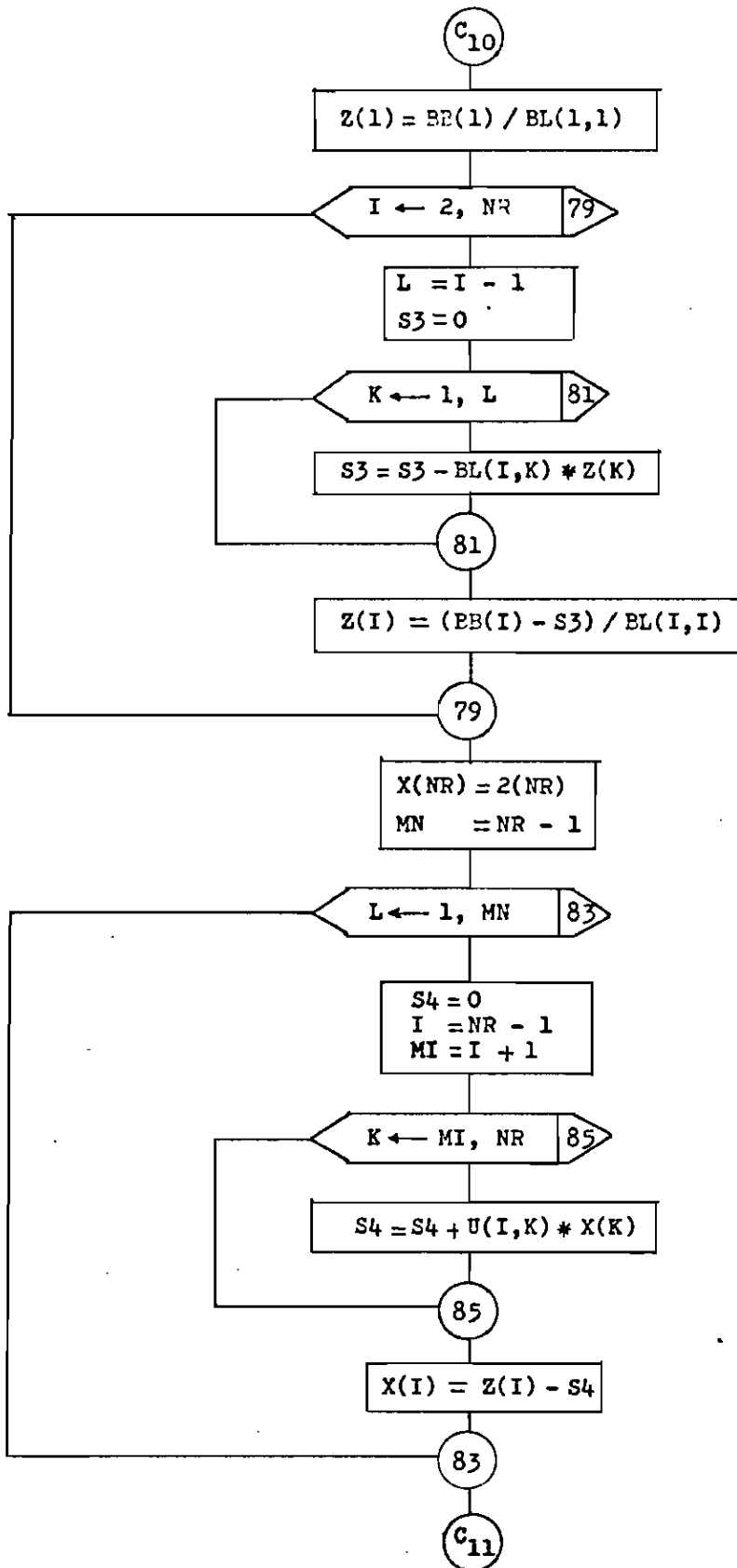
BLOQUE 4

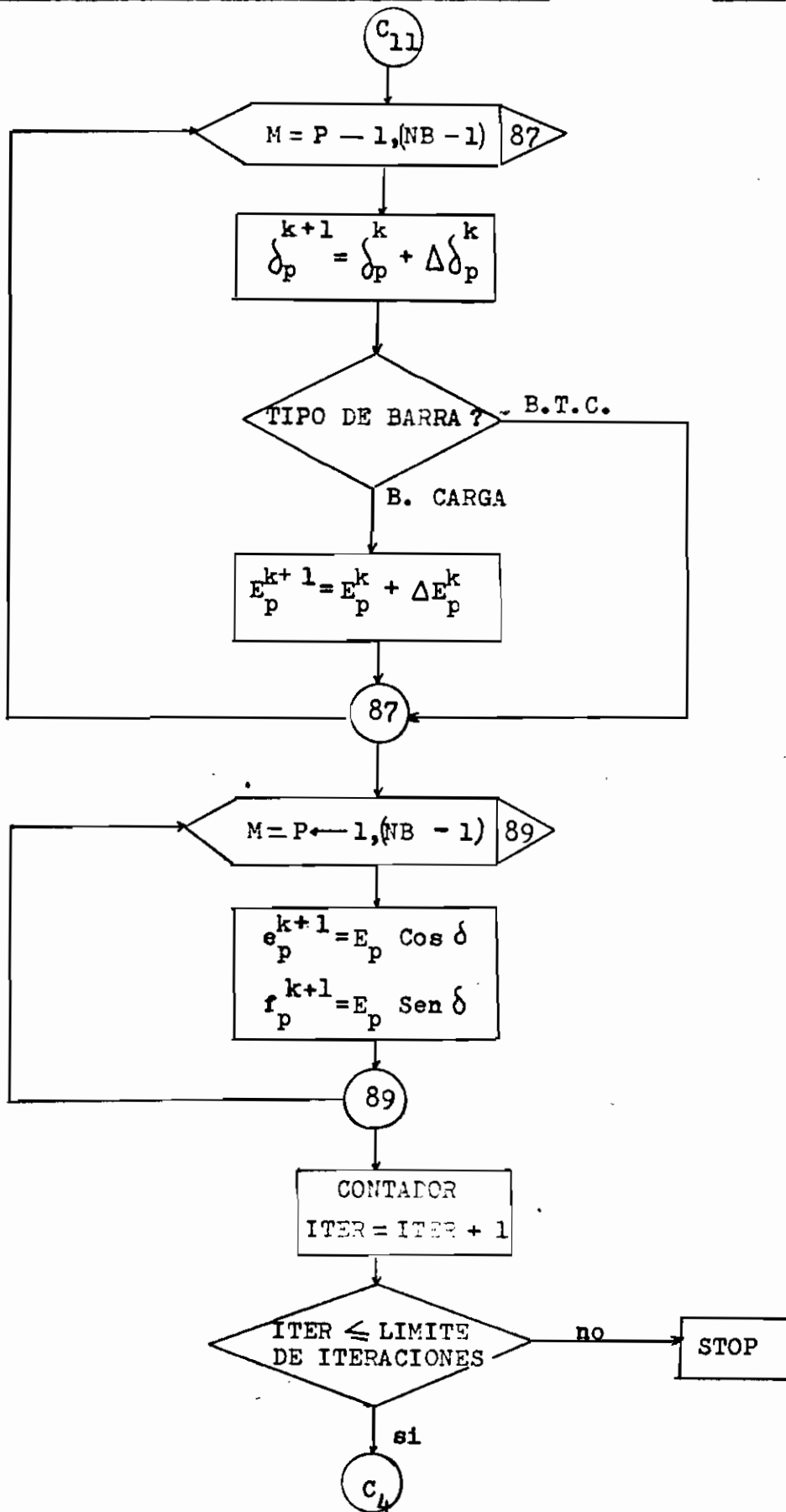


CALCULO DE CORRECCION DE VOLTAJES POR EL METODO DE FACTORIZACION  
DE MATRICES BL. U.

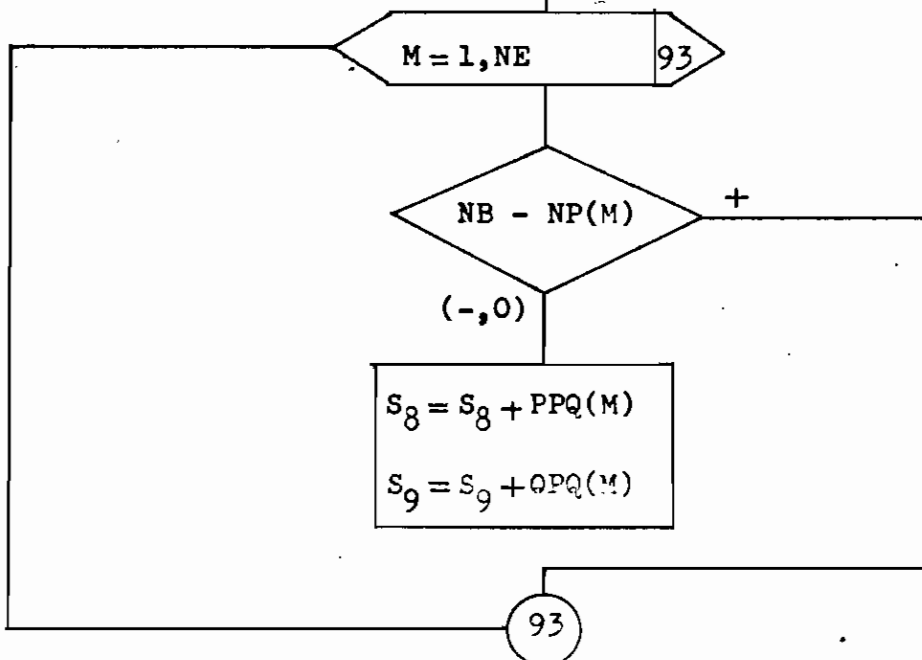
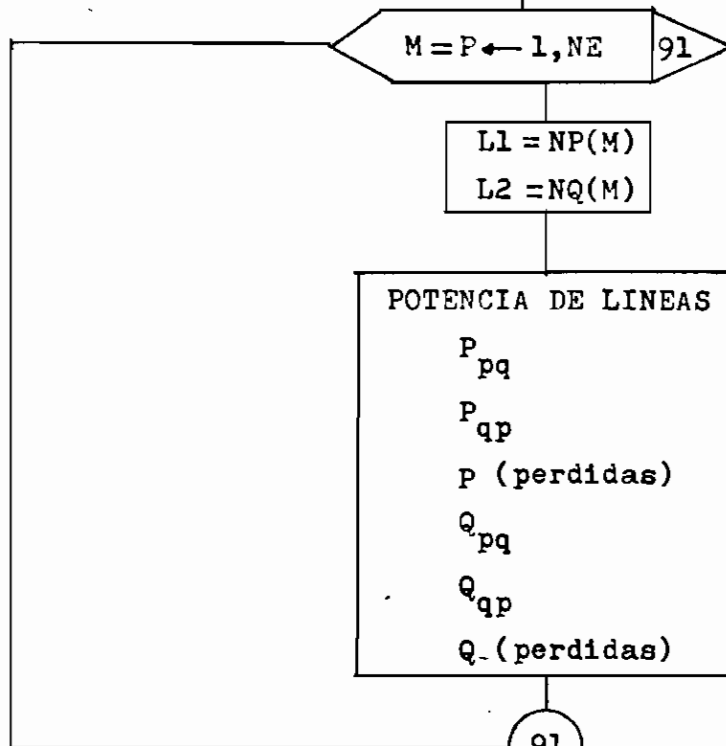
BLOQUE 5







$C_{12}$



$P_{B. FLOTANTE}$   
 $Q_{B. FLOTANTE}$

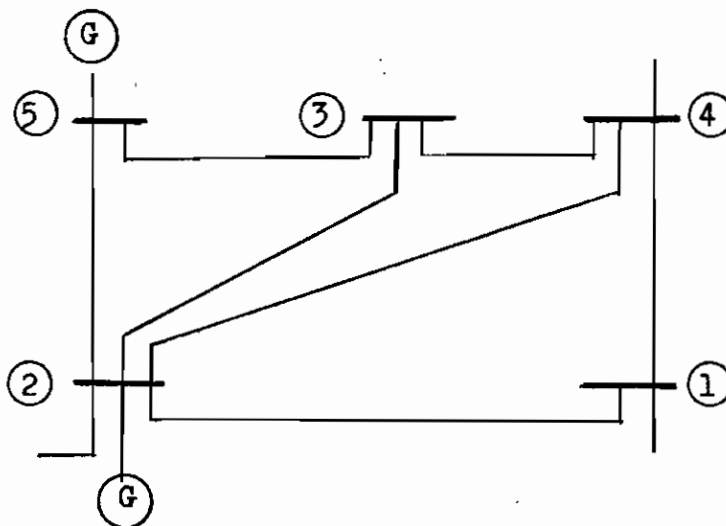


#### 4.3 APLICACION DEL PROGRAMA A UN SISTEMA.-

Para verificar el funcionamiento de este programa se resolvió un problema propuesto en el capítulo octavo del libro de referencia 1.

Características del sistema.-

Formado por barra flotante y barras de carga.



El sistema tiene cinco barras y siete líneas, el número asignado a la barra flotante es cinco y el de identificación es dos. En este problema a pesar de que la barra N°2 está conectada a un generador, - se ha supuesto que ésta, entrega una potencia fija, de esta manera, no se considera como una BTC sino como de carga.

DATOS DEL SISTEMA

TABLA 1

NB	NBTC	NE	EPSI
5	0	14	0.001

DATOS DE LINEAS

TABLA 2

NDE	NP	PQ	YR	YI	YR1	YI1	YR2	YI2
1	5	3	1,25	-3,75	-	0,025	-	-
2	3	2	1,67	-5,00	-	0,02	-	-
3	5	2	5,00	-15,00	-	0,03	-	-
4	2	5	5,00	-15,00	-	0,03	-	-
5	4	3	10,00	-30,00	-	0,01	-	-
6	2	4	1,67	-5,00	-	0,02	-	-
7	4	2	1,67	-5,00	-	0,02	-	-
8	2	3	1,67	-5,00	-	0,02	-	-
9	4	1	1,25	-3,75	-	0,025	-	-
10	2	1	2,5	-7,50	-	0,015	-	-
11	3	5	1,25	-3,75	-	0,025	-	-
12	1	4	1,25	-3,75	-	0,025	-	-
13	3	4	10,00	-30,00	-	0,01	-	-
14	1	2	2,5	-7,50	-	0,015	-	-

DATOS DE BARRAS DE CARGA Y BTC

TABLA 3

NBI	NBS	PG	QG	PC	QC	QGMAX	QGMIN
1	1	0	0	-0,6	-0,1	0	0
1	2	0,4	0,3	-0,2	-0,1	0	0
1	3	0	0	-0,45	-0,15	0	0
1	4	0	0	-0,4	-0,05	0	0
0	...	.....	0	.....	.....	...	...

Para barras de carga QGMAX = 0, QGMIN = 0

barras de tensión controlada QG = 0

DATOS DE BARRA FLOTANTE

TABLA 4

NBI	NBS	e	f	PC	QC	E
2	5	1,06	0	0	0	1,06

DATOS INICIALES DE TENSION

TABLA 5

NBS	e	f	E	$\delta$
1	1,0	0	1,0	0
2	1,0	0	1,0	0
3	1,0	0	1,0	0
4	1,0	0	1,0	0

Los datos de NBS en esta tabla son solamente de referencia.

En las tablas se indican los datos de entrada del programa.

TABLA 1

Indican los datos del sistema: número de barras (NB), número de barras de tensión controlada (NBTC), número de líneas o elementos (NE) y selección del criterio de convergencia ( $EPSI = \varepsilon$ ), éste último debe realizarse tomando en consideración dos factores: exactitud requerida y tiempo total de computación necesarios para llegar a la solución.

TABLA 2

Se da doble número de datos de cada línea así:  $Y_{pq} = Y_{qp}$  y por esta razón  $NE = 14$ , las admitancias de líneas están dadas por  $YR$  y  $YI$  y las de carga por  $YR1$ ;  $YI1$  conectadas al nodo P y  $YR2$ ;  $YI2$  conectadas al nodo Q.

TABLA 3

En ésta se especifican las potencias en las barras de carga y de tensión controlada en un sólo formato, en realidad  $QGMAX$  y  $QGMIN$  no intervienen en las barras de carga ni  $QG$  en las BTC; pero son necesarios para el programa.

TABLA 4

En ésta se dan los datos de la barra flotante.

TABLA 5

Se indican las tensiones iniciales así:  $e$ ,  $f$ ,  $E$  y  $\delta$ , cabe señalar que no es necesario indicar el tipo de barra ni el número de la barra del sistema.

La forma y secuencia de entrada de datos se da a continuación.



## SALIDA DE RESULTADOS

La primera parte de la escritura constituyen los datos de entrada:

### INSTRUCCION

- |    |     |                              |
|----|-----|------------------------------|
| 1. | 20  | Datos generales              |
| 2. | 30  | Datos de líneas              |
| 3. | 122 | Datos de potencias de barras |
| 4. | 124 | Datos de barra flotante      |

La salida de resultados comprende:

- |     |     |                                                          |
|-----|-----|----------------------------------------------------------|
| 5.  | 62  | Ordenamiento de los datos de líneas<br>(Subrutina ORDEN) |
| 6.  | 60  | Matriz YB (Subrutina MATRZ)                              |
| 7.  | 150 | Corrientes y potencias de barras                         |
| 8.  | 160 | Diferencias de potencias                                 |
| 9.  | 170 | Resultados de voltajes                                   |
| 10. | 220 | Flujos de potencias y pérdidas                           |
| 11. | 230 | Potencias en la barra flotante                           |
| 12. | 240 | Número de iteraciones                                    |

Otras salidas con mensajes:

- |     |     |                                                   |
|-----|-----|---------------------------------------------------|
| 13. | 40  | Error en los datos de líneas<br>(Subrutina ORDEN) |
| 14. | 180 | Barra flotante mal identificada                   |
| 15. | 270 | No hay convergencia.                              |

COMPARACION DE RESULTADOS.-

TENSIONES FINALES DE BARRAS.- ( $e_p + jf_p$ )

BARRA	LIBRO	PROGRAMA
1	1,01228 - j0,10909	1,01217 - j0,10913
2	1,04629 - j0,05128	1,04626 - j0,05130
3	1,02043 - j0,08922	1,02036 - j0,08924
4	1,01930 - j0,09508	1,01922 - j0,09511

La máxima diferencia que existe es: 0,00011.

FLUJOS DE POTENCIA.- ( $P_{pq} + jQ_{pq}$ )

LINEAS	LIBRO (MW - MVAR)	PROGRAMA (MW - MVAR)
1 2	-53,7 - j7,2	-53,737 - j7,142
1 4	-6,3 - j2,8	-6,311 - j2,824
2 1	54,8 + j7,4	54,863 + j7,320
2 3	24,7 + j3,5	24,713 + j3,533
2 4	27,9 + j3,0	27,959 + j2,943
2 5	-87,4 + j6,2	-87,440 + j6,285
3 2	-24,3 - j6,8	-24,361 - j6,770
3 4	18,9 - j5,1	18,895 - j5,216
3 5	-39,5 - j3,0	-39,534 - j2,980
4 1	6,3 - j2,3	6,342 - j2,295
4 2	-27,5 - j5,9	-27,516 - j5,909
4 3	-18,9 + j3,2	-18,858 + j3,230
5 2	88,8 - j8,6	88,850 - j8,718
5 3	40,7 + j1,1	40,726 + j1,124

Los resultados del libro, con una cifra decimal, no permiten encontrar la máxima diferencia.

```

0001 DIMENS(ON NP(80),NO(80),YR(80),YI(80),YR1(80),YI1(80),YR2(80),
      1YI2(80),NF(41),YMR(99),YMI(99),I2(99),F(25),F(25),TE(25),
      2DEL(25),OG(25),PC(25),PA(25),P(25),OG(25),OC(25),OR(25),
      3O(25),OGMAX(25),OGMIN(25),OGMIN(25),OMIN(25),AP(25),AQ(25),
      4PP(25),OO(25),AI(25),BI(25),NBI(25),NBS(25),CC(25),DD(25),
      5FF(25),FF(25),DELD(25),DFLF(25),A(48,48),BL(48,48),Z(48),
      6U(48,48),X(48),PPO(80),POP(80),PPER(80),QPO(80),QQP(80),
      7OPFR(80),BB(48)
0002 DATA A/2304*0./,U/2304*0./,BL/2304*0./

```

C  
C  
C  
C

DATOS GENERALES  
\*\*\*\*\*

```

0003 LEC=1
0004 IMP=3
0005 READ(LEC,10) NB,NBTC,NE,EPSI
0006 FORMAT(3I5,F10.0)
0007 WRITE(IMP,40) NB,NBTC,NE,EPSI
0008 40 FORMAT ('0',10X,'DATOS GENERALES'//,8X,'NB',6X,'NBTC',8X,
      *'NE',6X,'EPSI'//,(3I10,F12.5))
0009 ITER=0
0010 NI=NB-1
0011 NN=2*NI
0012 READ(LEC,20) ((NDE,NP(NDE),NO(NDE),YR(NDE),YI(NDE),YR1(NDE),
      2YI1(NDE),YR2(NDE),YI2(NDE)),NDE=1,NE)
0013 20 FORMAT(3I5,6F10.0)
0014 WRITE(IMP,30)((J,NP(J),NO(J),YR(J),YI(J),YR1(J),YI1(J),YR2(J),
      *YI2(J)),J=1,NE)
0015 30 FORMAT('0',15X,'ADMITANCIA PRIMITIVA',10X,'ADMITANCIA A',
      *2X,'TIERRA'//,2X,'FLEM',2X,'NP',2X,'NO',5X,'YR',8X,
      2*YI',7X,'YR1',6X,'YI1',6X,'YR2',6X,'YI2'//,(3I5,6F10.5))
0016 WRITE(IMP,122)
0017 122 FORMAT('0',T20,'DATOS DE POTENCIA DE BARRAS'//,3X,'NBI',2X,
      1*NBS',2X,'PG',8X,'OG',8X,'PC',8X,'OC',8X,'OGMAX',5X,
      2*OGMIN'//)
0018 READ(LEC,130)((NBI(J),NBS(J),PG(J),OG(J),PC(J),OC(J)
      *,OGMAX(J),OGMIN(J)),J=1,NI)
0019 130 FORMAT(2I5,6F10.5)
0020 WRITE(IMP,130)((NBI(J),NBS(J),PG(J),OG(J),PC(J),OC(J)
      *,OGMAX(J),OGMIN(J)),J=1,NI)
0021 WRITE(IMP,124)
0022 124 FORMAT('0',T20,'DATOS DE LA BARRA FLOTANTE'//,3X,'NBI',2X,
      2*NBS',2X,'FINB',5X,'FINB',5X,'PC',8X,'OC',7X,'TE'//)
0023 READ(LEC,110) NBI(NB),NBS(NB),F(NB),F(NB),PC(NB),OC(NB)
      *,TE(NB)
0024 110 FORMAT(2I5,5F10.5)
0025 WRITE(IMP,110) NBI(NB),NBS(NB),F(NB),F(NB),PC(NB),OC(NB)
      *,TE(NB)
0026 CALL ORDEN(NF,NP,NO,YR,YI,YR1,YI1,YR2,YI2)
0027 CALL MATR7(NE,NP,NO,YR,YI,YR1,YI1,YR2,YI2,NF,YMR,YMI,
      *I2,NB,NTC)

```

C  
C  
C  
C  
C  
C  
C

ASUMIR VOLTAJES DE BARRAS  
\*\*\*\*\*

```

0028 READ(LEC,120)(E(I),F(I),TE(I),DEL(I),I=1,NI)
0029 120 FORMAT(8F10.0)
0030 DO 51 M=1,NI
0031 PA(M)=OG(M)+PC(M)
0032 K1=NBI(M)
0033 IF(1-K1)310,320,330
0034 310 WRITE(IMP,180)
0035 180 FORMAT('0',T20,'BARRA FLOTANTE MAL IDENTIFICADA')
0036 CALL EXIT
0037 320 OR(M)=OG(M)+OC(M)
0038 GO TO 51
0039 330 OMAX(M)=OGMAX(M)+OC(M)
0040 OMIN(M)=OGMIN(M)+OC(M)
0041 51 CONTINUE

```

C  
C  
C  
C  
C

CALCULO DE CORRIENTES DE BARRAS, POTENCIA  
Y DIFERENCIA DE POTENCIA  
\*\*\*\*\*

```

0042 305 DO 53 M=1,NI
0043 AI(M)=0.
0044 BI(M)=0.
0045 JJ=NF(M)

```





```

0113      FF(M)=F(M)*YMR(N)+E(M)*YMI(N)
0114      K1=NB1(K2)
0115      IF(1-K1)310,480,490
0116 480    I=2*M-1-K3
0117      J=2*K2-K3-K4-1
0118      A(I,J)=CC(K2)*F(M)-DD(K2)*E(M)
0119      A(J,I)=FF(M)*F(K2)-FF(M)*E(K2)
0120      J=J+1
0121      A(I,J)=CC(K2)*F(M)+DD(K2)*F(M)
0122      A(J,I)=-FF(M)*E(K2)-FF(M)*F(K2)
0123      I=I+1
0124      A(I,J)=CC(K2)*F(M)-DD(K2)*E(M)
0125      A(J,I)=FF(M)*F(K2)-FF(M)*E(K2)
0126      J=J-1
0127      A(I,J)=-CC(K2)*E(M)-DD(K2)*F(M)
0128      A(J,I)=FF(M)*F(K2)+FF(M)*E(K2)
0129      GO TO 61
0130 490    K4=K4+1
0131      I=2*M-1-K3
0132      J=2*K2-K3-K4
0133      A(I,J)=CC(K2)*F(M)-DD(K2)*E(M)
0134      A(J,I)=FF(M)*F(K2)-FF(M)*E(K2)
0135      I=I+1
0136      A(I,J)=-CC(K2)*E(M)-DD(K2)*F(M)
0137      A(J,I)=FF(M)*E(K2)+FF(M)*E(K2)
0138 61     CONTINUE
0139      GO TO 59
0140 500    K3=K3+1
0141      I=2*M-K3
0142      A(I,I)=-O(M)-YMI(JJ)*TE(M)**2
0143      K4=0
0144      JJ=JJ+1
0145      DO 63 N=JJ,K
0146      K2=I2(N)
0147      IF(K2-M) 63,63,505
0148 505    IF(K2-N9) 510,63,63
0149 510    CC(K2)=F(K2)*YMR(N)-F(K2)*YMI(N)
0150      DD(K2)=F(K2)*YMR(N)+E(K2)*YMI(N)
0151      FF(M)=F(M)*YMR(N)-F(M)*YMI(N)
0152      FF(M)=F(M)*YMR(N)+E(M)*YMI(N)
0153      K1=NB1(K2)
0154      IF(1-K1)310,520,530
0155 520    J=2*N-1-K3-K4
0156      A(I,J)=CC(K2)*F(M)-DD(K2)*E(M)
0157      A(J,I)=FF(M)*F(K2)-FF(M)*E(K2)
0158      J=J+1
0159      A(I,J)=CC(K2)*E(M)+DD(K2)*F(M)
0160      A(J,I)=-FF(M)*E(K2)-FF(M)*F(K2)
0161      GO TO 63
0162 530    K4=K4+1
0163      J=2*K2-K3-K4
0164      A(I,J)=CC(K2)*F(M)-DD(K2)*E(M)
0165      A(J,I)=FF(M)*F(K2)-FF(M)*E(K2)
0166 63     CONTINUE
0167 59     CONTINUE

```

C  
C  
C  
C  
C  
C  
C

CALCULO DE LA CORRECCION DE DE VOLTAJES PDR EL METODO DE FACTORIZACION DE MATRICES L.U.  
\*\*\*\*\*

```

0168      NR=NN-K3
0169      J=1
0170      DO 73 I=1,NR
0171      BL(I,J)=A(I,J)
0172 73     U(J,I)=A(J,I)/A(J,J)
0173      DO 75 J=2,NR
0174      L=J-1
0175      DO 75 I=J,NR
0176      S1=0.
0177      S2=0.
0178      DO 77 K=1,L
0179      S1=S1+BL(I,K)*U(K,J)
0180 77     S2=S2+BL(J,K)*U(K,I)
0181      BL(I,J)=A(I,J)-S1
0182 75     U(J,I)=(A(J,I)-S2)/BL(J,J)
0183      Z(I)=BR(I)/BL(I,I)
0184      DO 79 I=2,NR
0185      L=I-1

```



```

DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8      MAINPGM      DATE 24/11/75      TIME 18.03.5
0247      IF(NB-NP(M)) 580,580,93
0248      580  S8=SR+PP0(M)
0249      SQ=S9+QP0(M)
0250      93  CONTINUE
0251      QFLOT=S9+QC(NB)
0252      PFLOT=SR+PC(NB)
0253      WRITE(IMP,230) PFLOT,QFLOT
0254      230  FORMAT('0'T10,'POTENCIA EN LA BARRA FLOTANTE'///,10X,
1'P=',F10.5,5X,'Q=',F10.5//)
0255      WRITE(IMP,240) ITER
0256      240  FORMAT('0'T10,'NUMERO DE ITERACIONES' =',2X,13)
0257      GO TO 575
0258      570  WRITE (IMP,270)
0259      270  FORMAT('0'T10,'NO HAY CONVERGENCIA')
0260      575  CALL EXIT
0261      END
  
```

```

DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8      MAINPGM      DATE 24/11/75      TIME 18.03.5
  
```

SCALAP MAP							
SYMBOL	LOCATION	SYMBOL	LOCATION	SYMBOL	LOCATION	SYMBOL	LOCATION
FC	25C	IMP	260	NB	264	NBTC	268
PS1	270	ITER	274	NI	278	NN	27C
	284	NTC	288	I	28C	M	290
J	298	K	29C	N	2A0	K2	2A4
4	2AC	NR	280	L	284	S1	288
3	2C0	MN	2C4	S4	2C8	MI	2CC
2	2D4	VI	2D8	V2	2DC	V3	2E0
8	2ER	S9	2EC	QFLOT	2F0	PFLOT	2F4

ARRAY MAP							
SYMBOL	LOCATION	SYMBOL	LOCATION	SYMBOL	LOCATION	SYMBOL	LOCATION
IP	2F8	NO	438	YR	578	YI	688
TI	938	YR2	A78	YI2	B88	NF	CF8
MI	F28	I2	1084	E	1240	F	12A4
DEL	136C	PG	1300	PC	1434	PA	1498
IG	1560	OC	15C4	OR	1628	O	168C
QMAX	1754	QGMIN	1788	QMIN	181C	AP	1880
PP	1948	OO	19AC	AI	1A10	BI	1A74
IBS	1B3C	CC	1BA0	DD	1C04	EE	1C68
DELO	1D30	DELE	1D94	A	1DF8	HL	41F8
J	6688	X	8AB8	QQ	8B78	POP	8CB8
QPO	8F38	QQP	9078	QPER	91B8	BB	92F8

SUBPROGRAMS CALLED							
SYMBOL	LOCATION	SYMBOL	LOCATION	SYMBOL	LOCATION	SYMBOL	LOCATION
ACOM#	9388	ORDEN	938C	MATRZ	93C0	EXIT	93C4
SIN	93CC						

FORMAT STATEMENT MAP							
SYMBOL	LOCATION	SYMBOL	LOCATION	SYMBOL	LOCATION	SYMBOL	LOCATION
10	9440	40	9449	20	9488	30	9496
130	957E	124	9589	110	95E2	120	95ED
140	961C	150	9643	160	96AF	170	96F8
220	9781	230	97C6	240	9802	270	9827

DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8 MAINPGM DATE 24/11/75 TIME 18.

00R38A	250	93	00R3A0	251	00R38B
00R3C4	253		00R3EC	255	00R40B
00R40E	258	570	00R42B	260	00R43A

TOTAL MEMORY REQUIREMENTS 00B448 BYTES

HIGHEST SEVERITY LEVEL OF ERRORS FOR THIS MODULE WAS 0

DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8 ORDEN DATE 24/11/75 TIME 19.

```

0001      SUBROUTINE ORDEN(NF, NP, NO, YR, YI, YR1, YI1, YR2, YI2)
0002      DIMENSION NP(80), NO(80), YR(80), YI(80), YR1(80), YI1(80), YR2(80),
0003      YI2(80)
0004      IMP=3
          N=NE-1
          C ORDENAMIENTO DE LOS FLEMENTOS DE ACUERDO AL NODO P AL QUE ESTAN
          C CONECTADOS
0005      DO 23 I=1, N
0006      J=I+1
0007      DO 23 M=J, NE
0008      IF(NP(I)-NP(M)) 23, 23, 22
0009      22 KA=NP(I)
0010      LA=NO(I)
0011      AA=YR(I)
0012      BA=YI(I)
0013      CA=YR1(I)
0014      DA=YI1(I)
0015      FA=YR2(I)
0016      YA=YI2(I)
0017      NP(I)=NP(M)
0018      NO(I)=NO(M)
0019      YR(I)=YR(M)
0020      YI(I)=YI(M)
0021      YR1(I)=YR1(M)
0022      YI1(I)=YI1(M)
0023      YR2(I)=YR2(M)
0024      YI2(I)=YI2(M)
0025      NP(M)=KA
0026      NO(M)=LA
0027      YR(M)=AA
0028      YI(M)=BA
0029      YR1(M)=CA
0030      YI1(M)=DA
0031      YR2(M)=FA
0032      YI2(M)=YA
0033      23 CONTINUE
          C ORDENAMIENTO DE ELEMENTOS SEGUN EL NODO 0
0034      DO 27 I=1, N
0035      J=I+1
0036      DO 27 M=J, NE
0037      IF(NP(I)-NP(M)) 27, 24, 27
0038      24 IF(NO(I)-NO(M)) 27, 27, 26
0039      26 LA=NO(I)
0040      AA=YR(I)
0041      BA=YI(I)
0042      CA=YR1(I)
0043      DA=YI1(I)
0044      FA=YR2(I)
0045      YA=YI2(I)
0046      NO(I)=NO(M)
0047      YR(I)=YR(M)
0048      YI(I)=YI(M)
0049      YR1(I)=YR1(M)
0050      YI1(I)=YI1(M)
0051      YR2(I)=YR2(M)
0052      YI2(I)=YI2(M)
0053      NO(M)=LA
0054      YR(M)=AA
0055      YI(M)=BA
0056      YR1(M)=CA
0057      YI1(M)=DA
0058      YR2(M)=FA
0059      YI2(M)=YA
0060      27 CONTINUE

```

C  
C

C

```

0061      DO 45 M=1,NE
0062      DO 45 N2=1,NE
0063      IF(NP(M)-NQ(N2))      45,28,45
0064      28 IF(NP(N2)-NQ(M))      45,32,45
0065      32 IF(YP(M)-YR(N2))      34,36,34
0066      34 YR(N2)=1.E10
0067      36 IF(YI(M)-YI(N2))      38,42,38
0068      38 YI(N2)=1.E10
0069      42 IF(YR1(M)-YR1(N2))      44,46,44
0070      44 YR1(N2)=1.E10
0071      46 IF(YI1(M)-YI1(N2))      48,52,48
0072      48 YI1(N2)=1.E10
0073      52 IF(YR2(M)-YR2(N2))      54,56,54

```

DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8                   ORDEN                   DATE 24/11/75                   TIME 19.01.2

```

0074      54 YR2(N2)=1.E10
0075      56 IF(YI2(M)-YI2(N2))      58,45,58
0076      58 YI2(N2)=1.E10
0077      45 CONTINUE
0078      WRITE(IMP,62)
0079      62 FORMAT('1'T20,'ORDENAMIENTO DE DATOS PARA FORMACION DE YB'/)
0090      WRITE (IMP,30)((J,NP(J),NQ(J),YR(J),YI(J),YR1(J),YI1(J),YR2(J),
*YI2(J)),J=1,NE)
0081      30 FORMAT('0',15X,'ADMITANCIA PRIMITIVA',10X,'ADMITANCIA A',
*2X,'TIERRA'///,2X,'ELEMENT',2X,'NP',2X,'NQ',5X,'YR',8X,
2*YI',7X,'YR P',6X,'YI P',6X,'YR Q',6X,'YI Q'//I3I5,6F10.5)
0082      DO 47 M=1,NE
0083      ERROR=1.E10
0084      IF(ERROR-YR(M))      78,78,66
0085      66 IF(ERROR-YI(M))      78,78,68
0086      68 IF(ERROR-YR1(M))      78,78,72
0087      72 IF(ERROR-YI1(M))      78,78,74
0088      74 IF(ERROR-YR2(M))      78,78,76
0089      76 IF(ERROR-YI2(M))      78,78,47
0090      47 CONTINUE
0091      GO TO 82
0092      78 WRITE(IMP,40)
0093      40 FORMAT('0'T10,'ERROR EN LOS DATOS DE LINEAS=***** '/')
0094      92 RETURN
0095      END

```

DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8                   ORDEN                   DATE 24/11/75                   TIME 19.01.2

SCALAR MAP		SCALAR MAP		SCALAR MAP		SCALAR MAP	
SYMBOL	LOCATION	SYMBOL	LOCATION	SYMBOL	LOCATION	SYMBOL	LOCATION
MP	188	N	18C	NE	190	I	194
KA	19C	KA	1A0	LA	1A4	AA	1A8
DA	1B0	DA	1B4	EA	1B8	FA	1BC
ERROR	1C4						

ARRAY MAP		ARRAY MAP		ARRAY MAP		ARRAY MAP	
SYMBOL	LOCATION	SYMBOL	LOCATION	SYMBOL	LOCATION	SYMBOL	LOCATION
NP	1C8	NQ	1CC	YR	100	YI	1D4
YI1	1DC	YR2	1E0	YI2	1E4		

SUBPROGRAMS CALLED		SUBPROGRAMS CALLED		SUBPROGRAMS CALLED		SUBPROGRAMS CALLED	
SYMBOL	LOCATION	SYMBOL	LOCATION	SYMBOL	LOCATION	SYMBOL	LOCATION
BCOM#	1F8						

FORMAT STATEMENT MAP		FORMAT STATEMENT MAP		FORMAT STATEMENT MAP		FORMAT STATEMENT MAP	
SYMBOL	LOCATION	SYMBOL	LOCATION	SYMBOL	LOCATION	SYMBOL	LOCATION
62	1EC	30	220	40	2A8		

IOS FORTRAN IV 360N-F0-479 3-8                    MATRZ                    DATE 24/11/75                    TIME 19.02.24

```

0001            SUBROUTINE MATRZ(NF, NP, NO, YR, YI, YRI, YII, YR2, YI2, NF, YMR,
0002            *YMI, I2, NB, NTC)
0003            DIMENSION NP(80), NO(80), YR(80), YI(80), YRI(80), YII(80), YR2(80),
0004            IYI2(80), NF(41), YMR(99), YMI(99), I2(99)
0005            IMP=3
0006            J=1
0007            K=1
0008            1 YMR(J)=0.
0009            YMI(J)=0.
0010            NF(K)=J
0011            C    FORMACION DE LA ADMITANCIA PROPIA DE CADA BARRA
0012            DO 3 M=1, NF
0013            IF(NP(M)-K) 3, 2, 3
0014            2 YMP(J)=YMP(J)+YR(M)+YRI(M)
0015            YMI(J)=YMI(J)+YI(M)+YII(M)
0016            3 CONTINUE
0017            I2(J)=K
0018            N=0
0019            C    FORMACION DE LAS ADMITANCIAS MUTUAS DE CADA BARRA
0020            DO 9 M=1, NF
0021            IF(NP(M)-K) 9, 6, 9
0022            6 IF(NQ(M)-N) 9, 8, 7
0023            7 N=NQ(M)
0024            J=J+1
0025            YMR(J)=0.
0026            YMI(J)=0.
0027            8 YMR(J)=YMP(J)-YR(M)
0028            YMI(J)=YMI(J)-YI(M)
0029            I2(J)=N
0030            9 CONTINUE
0031            K=K+1
0032            IF(K-NB) 14, 14, 15
0033            14 J=J+1
0034            GO TO 1
0035            15 NTC=J
0036            NF(NB+1)=NTC+1
0037            WRITE (IMP, 60)
0038            50 FORMAT('1', 20X, 'MATRIZ ADMITANCIA DE BARRAS Y-BARRA'//
0039            *(6X, 'FILA ', 4X, 'DIRECCION', 2X, 'COLUMNAS', 8X, 'YMR', 13X, 'YMI'//))
0040            DO 80 M=1, NB
0041            WRITE (IMP, 70) M, NF(M)
0042            70 FORMAT(1H, 2X, I5, 5X, I5)
0043            K=NF(M)
0044            J=NF(M+1)-1
0045            DO 80 I=K, J
0046            80 WRITE(IMP, 90) I2(I), YMR(I), YMI(I)
0047            90 FORMAT(1H, 22X, I5, 2(7X, F10, 5))
0048            RETURN
0049            END

```

18.06.31.TOTAL COMPILATION TIME,00.02.36

DATOS GENERALES

NR	NBTC	NE	EPSI
5	0	14	0.00100

ADMITANCIA PRIMITIVA

ADMITANCIA A TIERRA

ELEM	NP	NO	YR	YI	YR P	YI P	YR Q	YI Q
1	5	3	1.25000	-3.75000	0.0	0.02500	0.0	0.0
2	3	2	1.67000	-5.00000	0.0	0.02000	0.0	0.0
3	5	2	5.00000	-15.00000	0.0	0.03000	0.0	0.0
4	2	5	5.00000	-15.00000	0.0	0.03000	0.0	0.0
5	4	3	10.00000	-30.00000	0.0	0.01000	0.0	0.0
6	2	4	1.67000	-5.00000	0.0	0.02000	0.0	0.0
7	4	2	1.67000	-5.00000	0.0	0.02000	0.0	0.0
8	2	3	1.67000	-5.00000	0.0	0.02000	0.0	0.0
9	4	1	1.25000	-3.75000	0.0	0.02500	0.0	0.0
10	2	1	2.50000	-7.50000	0.0	0.01500	0.0	0.0
11	3	5	1.25000	-3.75000	0.0	0.02500	0.0	0.0
12	1	4	1.25000	-3.75000	0.0	0.02500	0.0	0.0
13	3	4	10.00000	-30.00000	0.0	0.01000	0.0	0.0
14	1	2	2.50000	-7.50000	0.0	0.01500	0.0	0.0

DATOS DE POTENCIA DE BARRAS

NBI	NBS	PG	QG	PC	QC	QGMAX	QGMEN
1	1	0.0	0.0	-0.60000	-0.10000	0.0	0.0
1	2	0.40000	0.30000	-0.20000	-0.10000	0.0	0.0
1	3	0.0	0.0	-0.45000	-0.15000	0.0	0.0
1	4	0.0	0.0	-0.40000	-0.05000	0.0	0.0

DATOS DE LA BARRA FLOTANTE

NBI	NBS	F(NB)	F(NB)	PC	QC	TF
2	5	1.06000	0.0	0.0	0.0	1.06000



ORDENAMIENTO DE DATOS PARA FORMACION DE YB

LEM	NP	NQ	ADMITANCIA PRIMITIVA		ADMITANCIA A TIERRA			
			YR	YI	YR P	YI P	YR Q	YI Q
1	1	2	2.50000	-7.50000	0.0	0.01500	0.0	0.0
2	1	4	1.25000	-3.75000	0.0	0.02500	0.0	0.0
3	2	1	2.50000	-7.50000	0.0	0.01500	0.0	0.0
4	2	3	1.67000	-5.00000	0.0	0.02000	0.0	0.0
5	2	4	1.67000	-5.00000	0.0	0.02000	0.0	0.0
6	2	5	5.00000	-15.00000	0.0	0.03000	0.0	0.0
7	3	2	1.67000	-5.00000	0.0	0.02000	0.0	0.0
8	3	4	10.00000	-30.00000	0.0	0.01000	0.0	0.0
9	3	5	1.25000	-3.75000	0.0	0.02500	0.0	0.0
10	4	1	1.25000	-3.75000	0.0	0.02500	0.0	0.0
11	4	2	1.67000	-5.00000	0.0	0.02000	0.0	0.0
12	4	3	10.00000	-30.00000	0.0	0.01000	0.0	0.0
13	5	2	5.00000	-15.00000	0.0	0.03000	0.0	0.0
14	5	3	1.25000	-3.75000	0.0	0.02500	0.0	0.0

MATRIZ ADMITANCIA DE BARRAS Y-BARRA

FILA	DIRECCION	COLUMNA	YMR	YMI
1	1	1	3.75000	-11.21000
		2	-2.50000	7.50000
		4	-1.25000	3.75000
2	4	2	10.84000	-32.41498
		1	-2.50000	7.50000
		3	-1.67000	5.00000
		4	-1.67000	5.00000
		5	-5.00000	15.00000
3	9	3	12.92000	-38.69498
		2	-1.67000	5.00000
		4	-10.00000	30.00000
		5	-1.25000	3.75000
4	13	4	12.92000	-38.69498
		1	-1.25000	3.75000
		2	-1.67000	5.00000
		3	-10.00000	30.00000
5	17	5	6.25000	-18.69498
		2	-5.00000	15.00000
		3	-1.25000	3.75000

MATRIZ JACOBIANA

1.88867	3.31318	-7.93936	-3.20560	0.0	0.0	-3.94930	-1.38428
4.58989	11.73623	3.20560	-7.93936	0.0	0.0	1.38428	-3.94930
8.27485	-2.19913	35.77538	12.33798	-5.51169	-1.59669	-5.51938	-1.56169
2.19913	-8.27485	-11.79462	36.38861	1.59669	-5.51169	1.56169	-5.51938
0.0	0.0	-5.36493	-2.03609	41.31329	13.29422	-31.98863	-10.44174
0.0	0.0	2.03609	-5.36493	-14.21284	41.06944	10.44174	-31.98863
3.99001	-1.26215	-5.35004	-2.06870	-31.85594	-10.83981	41.19606	13.31489
1.26215	-3.99001	2.06870	-5.35004	10.83981	-31.85594	-14.17066	41.12227

CORRIENTES DE BARRAS

POTENCIA

NB	AI(P) REAL	BI(P) IMAGINARIA	P	Q
1	-0.57595	-0.16055	-0.60048	-0.09965
2	0.18223	-0.20081	0.20096	0.20075
3	-0.42494	-0.18395	-0.45001	-0.14977
4	-0.38487	0.08479	-0.40033	-0.04982

DIFERENCIA DE POTENCIAS

NB	AP(P)	AQ(P)
1	0.00048	-0.00035
2	-0.00096	-0.00075
3	0.00001	-0.00023
4	0.00033	-0.00018

RESULTADOS DE VOLTAJE

NR	E(P)	F(P)	TE(P)	DEL(P)
1	1.01217	-0.10913	1.01803	-0.10740
2	1.04626	-0.05130	1.04752	-0.04899
3	1.02036	-0.08924	1.02425	-0.08724
4	1.01922	-0.09511	1.02365	-0.09304

FLUJO DE POTENCIA Y PERDIDAS

NP	NQ	P(PQ)	P PER	Q(PQ)	Q PER
1	2	-0.53737	0.01126	-0.07142	0.01825
1	4	-0.06311	0.00031	-0.02824	-0.02498
2	1	0.54863	0.01126	0.07320	0.01733
2	3	0.24713	0.00353	0.03533	-0.01139
2	4	0.27959	0.00443	0.02943	-0.00869
2	5	-0.87440	0.01410	0.06285	0.00938
3	2	-0.24361	0.00353	-0.06770	-0.01043
3	4	0.18895	0.00037	-0.05216	-0.00938
3	5	-0.39534	0.01192	-0.02980	0.00954
4	1	0.06342	0.00031	-0.02295	-0.02527
4	2	-0.27516	0.00443	-0.05909	-0.00771
4	3	-0.18858	0.00037	0.03230	-0.00937
5	2	0.88850	0.01410	-0.08718	0.00859
5	3	0.40726	0.01192	0.01124	0.00767

POTENCIA EN LA BARRA FLOTANTE

P= 1.29575 Q= -0.07594

NUMERO DE ITERACIONES = 2

300

## C A P I T U L O V

### CONCLUSIONES.-

El presente trabajo contiene bases teóricas que servirán para futuros estudios de flujo de potencia tales como: eliminación óptimamente ordenada, estudios de sensibilidad, cambio automático de taps de transformadores y defasadores de ángulo.

La descripción y aplicación del programa realizado para el cálculo de flujo de potencia no trata de ser óptimo, pero cumple con los objetivos propuestos; el control de los límites de potencia reactiva en las BTC se realiza - en cada iteración.

Los requerimientos de memoria para grandes sistemas pueden ser prohibitivos ya que se necesita almacenar la matriz jacobiana y muchos arreglos, pero se solucionaría - con técnicas especiales de programación.

Al hacer uso de coordenadas polares para BTC se necesita una sólo ecuación, en lugar de dos, reduciéndose el número total de ecuaciones lineales.

El problema de aplicación requiere para su solución 10 - iteraciones por el método de Gauss Seidel y únicamente - dos utilizando el método de Newton Raphson planteado en coordenadas cartesianas o polares.

### APENDICE ORDEN - MATRZ

En este trabajo se utiliza, con autorización, las subrutinas ORDEN y MATRZ desarrolladas por los Ingenieros Carlos Carrillo, Jaime Hidalgo y Patricio Guerrero en la tesis "Flujo de cargas, estudio por medio de computadoras digitales".

#### 4.3.3 SUBROUTINA ORDEN.-

Los resultados obtenidos en las subrutinas anteriores los ordena en forma ascendente de acuerdo al nodo  $p$  al que están conectados, y para elementos que tienen el mismo nodo  $p$ , los ordena en forma ascendente de acuerdo a los nodos  $q$ . Este ordenamiento es fundamental para poder formar la matriz  $Y_b$ . La manera de como realizarlo está indicado en la fig. 4.7 y consiste en comprobaciones primero de los nodos  $p$  y luego de los nodos  $q$ .

#### 4.3.4 SUBROUTINA MATRZ.-

Su función es almacenar los elementos de la matriz  $Y_b$  dada en (3.7). Debido a que muchos de los elementos  $Y_{ij}$  son iguales a cero, en esta subrutina se ha desarrollado un algoritmo para representar  $Y_b$  en forma de un vector, considerando únicamente los elementos  $Y_{ij} \neq 0$ , con lo cual se obtiene un considerable ahorro de memoria en el computador. Para llevar a efecto lo propuesto se requieren dos vectores adicionales y la matriz  $Y_b$  queda almacenada como  $Y'_b$  en la siguiente forma.

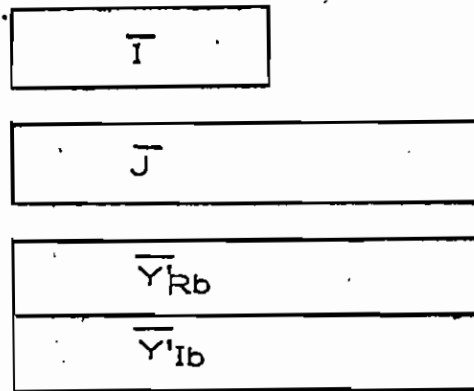


Fig. 4.1 Esquema del almacenamiento de la matriz  $Y_b$  en forma vectorial.

Donde:

- El vector  $\bar{I}$  indica el número de la posición de inicio de una fila de la matriz  $Y_b$  dentro de las columnas de  $\bar{Y}_b$ ; por lo tanto su dimensión será igual al número de filas de  $Y_b$ .
- El vector  $\bar{J}$  representa la columna que ocupa un elemento dentro de  $Y_b$ .
- El vector  $\bar{Y}_{Rb}$  contiene la parte real de las admittancias de  $Y_b$ .

- d) El vector  $\overline{YI}'_b$  contiene la parte imaginaria de las admitancias de  $Y_b$ .

La dimensión de los vectores  $\overline{J}$ ,  $\overline{YR}'_b$ ,  $\overline{YI}'_b$  es igual al número total de elementos diferentes de cero de  $Y_b$ .

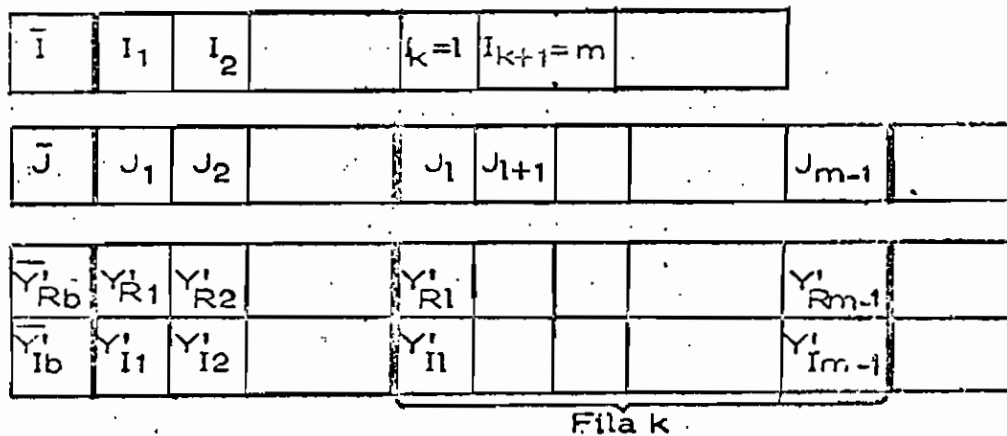


Fig. 4.2 Almacenamiento de los elementos de una fila k de la matriz  $Y_b$ .

Según la Fig. 4.2 :

1. Para una fila k en  $\overline{I}$  estará su posición de inicio, que será  $I_k = 1$  ; para la fila k+1, será  $I_{k+1} = m$ . Entonces, la fila k estará comprendida entre 1 y m-1.
2. Para los elementos diferentes de cero de la fila k, la columna a la que pertenecen en  $Y_b$  estarán indicadas en el vector  $\overline{J}$  como:  $J_1$  ,  $J_{1+1}$  .....  $J_{m-1}$ .

3. De manera similar, esos elementos estarán almacenados en  $\overline{YR}'_b$  como  $YR'_{11}$ ,  $YR'_{1+1}$  .....  $YR'_{m-1}$ ; y, en  $\overline{YI}'_b$  como:  $YI'_{11}$ ,  $YI'_{1+1}$  .....  $YI'_{m-1}$ .

De todo lo expuesto, el ahorro de memoria en el computador se demuestra en forma general de la siguiente manera:

- a) Almacenando  $Y_b$  compleja:

$$M_1 = 2 N^2 \quad (4.1)$$

= N = número de barras = número de filas

= M<sub>1</sub> = espacios de memoria

- b) Almacenando  $\overline{Y}_b'$  compleja:

$$I = N$$

$$J = N (NL + 1) \quad (4.2)$$

$$YR' = YI' = N (NL + 1)$$

$$M_2 = N (3 NL + 4) \quad (4.3)$$

= NL = promedio del número de los elementos mutuos por fila

= M<sub>2</sub> = espacios de memoria

Debido a que en  $Y_b$  existen muchos  $Y_{ij} = 0$ , N es mayor que NL y consecuentemente  $M_1 > M_2$ , como se ilustra en la Fig. 4.3.



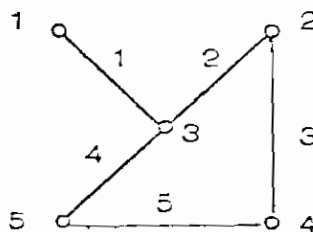
## APENDICE A

### EJEMPLO DEL ALMACENAMIENTO Y RECUPERACION DE ELEMENTOS DE LA MATRIZ ADMITANCIA DE BARRA .-

Supongamos el siguiente sistema compuesto de 5 barras y 5 elementos:

Elemento	Barras		Admitancia
	p	q	
1	1	3	$Y_1$
2	2	3	$Y_2$
3	2	4	$Y_3$
4	3	5	$Y_4$
5	4	5	$Y_5$

De acuerdo a la expresión (3.7) la matriz  $Y_b$  es:



$$Y_0 = \begin{array}{c|ccccc} \begin{array}{c} \bar{I} \\ \backslash \\ J \end{array} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline 1 & Y_{11} & 0 & Y_{13} & 0 & 0 \\ \hline 2 & 0 & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} & 0 \\ \hline 3 & Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & 0 & Y_{35} \\ \hline 4 & 0 & Y_{42} & 0 & Y_{44} & Y_{45} \\ \hline 5 & 0 & 0 & Y_{53} & Y_{54} & Y_{55} \end{array} \quad (\text{A.1})$$

El almacenamiento en forma de vectores de los elementos diferentes de cero de la expresión (A.1) se realiza de la siguiente manera:

$$\overline{Y_{01}} = \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{Fila 1} \\ \text{Fila 2} \\ \text{Fila 3} \\ \text{Fila 4} \\ \text{Fila 5} \end{array} \\ \left[ \begin{array}{c|c|c|c|c} Y_{11} & Y_{13} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} & Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{35} & Y_{42} & Y_{44} & Y_{45} & Y_{53} & Y_{54} & Y_{55} \end{array} \right] \end{array} \quad (\text{A.2})$$

De acuerdo a la forma en que trabaja la subrutina ORDEN, la posición de los elementos de (A.2) queda en la siguiente forma:

$$Y_{02} = \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{Fila 1} \\ \text{Fila 2} \\ \text{Fila 3} \\ \text{Fila 4} \\ \text{Fila 5} \end{array} \\ \left[ \begin{array}{c|c|c|c|c} Y_{11} & Y_{13} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} & Y_{33} & Y_{35} & Y_{31} & Y_{32} & Y_{44} & Y_{45} & Y_{42} & Y_{55} & Y_{53} & Y_{54} \end{array} \right] \end{array} \quad (\text{A.3})$$

Para mejor comprensión se ha conservado el doble subíndice de cada elemento, pero en realidad éstos quedan definidos con un solo subíndice como se indica en (A.4)

$$\bar{Y}_{b3} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} \leftarrow & \text{Fila 1} & \rightarrow & \leftarrow & \text{Fila 2} & \rightarrow & \leftarrow & \text{Fila 3} & \rightarrow & \leftarrow & \text{Fila 4} & \rightarrow & \leftarrow & \text{Fila 5} & \rightarrow \\ \left[ \begin{array}{ccc|ccc|ccc|ccc|ccc} Y'_1 & Y'_2 & & Y'_3 & Y'_4 & Y'_5 & & Y'_6 & Y'_7 & Y'_8 & Y'_9 & & Y'_{10} & Y'_{11} & Y'_{12} & & Y'_{13} & Y'_{14} & Y'_{15} \end{array} \right] \end{array} \\ \text{(A.4)} \end{array}$$

Para encontrar la correspondencia entre los elementos de (A.1) y (A.4) es necesario crear los vectores adicionales  $\bar{I}$  y  $\bar{J}$ , con los cuales se identifica la fila y la columna respectiva a la que pertenece cada uno de los elementos de  $\bar{Y}_{b3}$ .

El vector "dirección de filas"  $\bar{I}$ , para el ejemplo, será de 5 elementos, es decir, uno por cada fila de la matriz  $Y_b$ :

$$\bar{I} = \begin{bmatrix} I_1 & I_2 & I_3 & I_4 & I_5 \end{bmatrix} \quad \text{(A.5)}$$

Los términos de  $\bar{I}$  indican la posición que ocupa el primer elemento de cada fila. En este caso,  $\bar{I}$  estará conformado de la siguiente manera:

$$\bar{I} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 & 10 & 13 \end{bmatrix} \quad \text{(A.6)}$$

El vector  $\bar{J}$  identifica la columna a la que pertenece cada elemento de  $\bar{Y}_B$  y está dado por:

$$\bar{J} = [J_1 \ J_2 \ J_3 \ J_4 \ J_5 \ J_6 \ J_7 \ J_8 \ J_9 \ J_{10} \ J_{11} \ J_{12} \ J_{13} \ J_{14} \ J_{15}] \quad (A.7)$$

Sus valores respectivos son:

$$\bar{J} = [1 \ 3 \ 2 \ 3 \ 4 \ 3 \ 5 \ 1 \ 2 \ 4 \ 5 \ 2 \ 5 \ 3 \ 4] \quad (A.8)$$

En resumen, la matriz  $Y_B$  separada en parte real e imaginaria quedará almacenada de la siguiente forma:

$\bar{I}$	$I_1=1$	$I_2=3$	$I_3=6$	$I_4=10$	$I_5=13$
-----------	---------	---------	---------	----------	----------

$\bar{J}$	$J_1=1$	$J_2=3$	$J_3=2$	$J_4=3$	$J_5=4$	$J_6=3$	$J_7=5$	$J_8=1$	$J_9=2$	$J_{10}=4$	$J_{11}=5$	$J_{12}=2$	$J_{13}=5$	$J_{14}=3$	$J_{15}=4$
-----------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	------------	------------	------------	------------	------------	------------

$\bar{Y}_{B1}$	$Y_{r1}$	$Y_{r2}$	$Y_{r3}$	$Y_{r4}$	$Y_{r5}$	$Y_{r6}$	$Y_{r7}$	$Y_{r8}$	$Y_{r9}$	$Y_{r10}$	$Y_{r11}$	$Y_{r12}$	$Y_{r13}$	$Y_{r14}$	$Y_{r15}$
$\bar{Y}_{B2}$	$Y_{i1}$	$Y_{i2}$	$Y_{i3}$	$Y_{i4}$	$Y_{i5}$	$Y_{i6}$	$Y_{i7}$	$Y_{i8}$	$Y_{i9}$	$Y_{i10}$	$Y_{i11}$	$Y_{i12}$	$Y_{i13}$	$Y_{i14}$	$Y_{i15}$

Fig. A.1 Almacenamiento de la matriz  $Y_B$  en forma vectorial.

La recuperación de los elementos está indicada a continuación.

PROCEDIMIENTO GENERAL Y EJEMPLO PARA  
RECUPERAR EL ELEMENTO Y45

a) Se encuentran los límites de una fila  $k$  cualquiera

- Límites de la fila 4

1. Posición del inicio de la fila  $k$  estará dado en  $\bar{I}$  como

$$I_k = l$$

- Inicio de la fila 4 :  $I_4 = l = 10$

2. El inicio de la fila  $k+1$  está dado en  $\bar{I}$  como

$$I_{k+1} = m$$

- Inicio de la fila 5:  $I_5 = m = 13$

3. El final de la fila  $k$  se calcula como

$$I_{k+1} - 1 = m-1$$

- Final de la fila 4:  $I_5 - 1 = m-1 = 12$

4. Los límites de la fila  $k$  son  $l$  y  $m-1$

- Los límites de la fila 4 son 10 y 12

b) Identificación en  $\bar{J}$  de la columna a que pertenece el elemento buscado, que está entre  $J(l)$  y  $J(m-1)$ , y será  $J(n)$

- Entre los elementos  $J_{10}$ ,  $J_{11}$  y  $J_{12}$  se busca el que tiene como valor 5, que es la columna a la que pertenece el elemento.

$$J_{11} = 5$$

## REFERENCIAS

1. G. W. Stagg, A. M. El-Abiad, "COMPUTER METHODS IN POWER SYSTEM ANALYSIS" Editorial Mc Graw-Hill 1968
2. H. Sanhueza H. "ANALISIS DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA" Escuela Politécnica Nacional, Quito - Ecuador 1974.
3. G. Carrillo, P. Guerrero, J. Hidalgo, "FLUJO DE CARGAS: ESTUDIO POR MEDIO DE COMPUTADORAS DIGITALES" Quito, Diciembre 1974.
4. IEEE Transactions of Power Apparatus and Systems: L. B. Ward, H. W. Hale "DIGITAL COMPUTER SOLUTION OF POWER - FLOW PROBLEMS" Paginas 398-404 June 1956
5. James E. Van Ness "ITERATION METHODS FOR DIGITAL - LOAD FLOW STUDIES" Pag. 583-588 August 1959.
6. James E. Van Ness, John H. Griffin "ELIMINATION METHODS FOR LOAD-FLOW STUDIES" Pag.299-304 June 1961
7. Nobuo Sato, W. F. Tinney, "TECHNIQUES FOR EXPLOITING THE SPARSITY OF THE NETWORK ADMITTANCE MATRIX" Pag. 944-950 December 1963.

8. William F. Tinney, "POWER FLOW SOLUTION BY NEWTON'S METHOD" Pag. 1449-1460 November 1967.
9. William F. Tinney, John Walker "DIRECT SOLUTIONS OF SPARSE NETWORK EQUATIONS BY OPTIMALLY ORDERED TRIANGULAR FACTORIZATION" Pag. 1801-1809 November 1967.
10. H. Sanhueza H. "DESARROLLO DE UN PROGRAMA DIGITAL PARA EL CALCULO DE FLUJOS DE POTENCIAS UTILIZANDO EL METODO DE NEWTON RAPHSON" Escuela Politécnica Nacional Quito Ecuador 1974.
11. Francisco Contreras, "FLUJO DE POTENCIA POR EL METODO DE NEWTON RAPHSON" Universidad Técnica de Chile.
12. S. D. Conte, "ELEMENTARY NUMERICAL ANALYSIS" Pag. 176-187.
13. D. D. McCracken, W. S. Dorn, "METODOS NUMERICOS Y PROGRAMACION FORTRAN", Editorial Limusa- Wiley, S. A., - Mexico 1972.
14. J. A. Nieto Ramires, "METODOS NUMERICOS EN COMPUTADORAS DIGITALES" Editorial Limusa S. A., Mexico 1972.