

"SIMULACION DIGITAL DE UNA LINEA DE TRANSMISION
EN CONDICIONES DE FALLA"

TESIS PREVIA A LA OBTENCION DEL TITULO DE
INGENIERO ELECTRICO EN LA ESPECIALIZACION
DE POTENCIA

HENRY EDUARDO CRUZ CARDENAS

Noviembre 1981

E S C U E L A P O L I T E C N I C A N A C I O N A L
FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA

C E R T I F I C A D O

CERTIFICO QUE LA PRESENTE TESIS HA SIDO
REALIZADA EN SU TOTALIDAD POR EL SEÑOR
HENRY EDUARDO CRUZ CARDENAS.

A handwritten signature in cursive script, reading "Patricio Orbe G.", is written over a solid horizontal line. Below this line is a dashed horizontal line.

ING. PATRICIO ORBE G.

DIRECTOR DE TESIS

A G R A D E C I M I E N T O

Deseo expresar mi sincero agradeci
miento al Ingeniero Patricio Orbe
Garcés, por su gran colaboración
aportada en el desarrollo de la pre
sente Tesis.

A mis padres y hermanos

I N D I C E

	Pág.
Lista de Símbolos	1
CAPITULO I : INTRODUCCION	
1.1 Generalidades	4
1.2 Técnicas de Solución al problema	6
1.3 Objetivo y Alcance de la Tesis	8
CAPITULO II : MODELO DE LA LINEA EN CONDICIONES DE FALLA	
2.1 Relaciones Fundamentales	9
2.2 Funciones de Transferencia	11
2.3 Principio de Superposición	12
2.4 Estado Estático	15
2.5 Estado Falloso	17
2.6 Técnica de Transformación de la frecuencia	25
2.7 Respuesta Total del Transitorio	26
2.8 Espectro de Frecuencia	27
CAPITULO III : PROGRAMA DIGITAL	
3.1 Introducción	28
3.2 Descripción del programa princi- pal y subrutinas	29
3.3 Diagramas de Flujo	35
3.4 Ejemplos Comparativos	48
3.5 Análisis de Resultados	56
CAPITULO IV : APLICACIONES	
4.1 Efecto de la ubicación de la falla	58

	Pág.
4.2 Efecto del instante de falla	64
4.3 Efecto de la carga de prefalla	69
4.4 Efecto de los parámetros de la fuente	72
4.5 Efecto del tipo de falla	75
CAPITULO V : CONCLUSIONES Y RECOMEN- DACIONES	78
APENDICE A.- MANUAL DE USO DEL PROGRAMA	
A.1 Nomenclatura	80
A.2 Forma de proporcionar los datos al programa	83
A.3 Ejemplo	87
APENDICE B.- LA TRANSFORMADA DE FOURIER	
B.1 Oscilaciones de Gibbs	92
B.2 La Transformada Modificada de Fourier	94
APENDICE C.- IMPEDANCIA THEVENIN REFERI- DA AL PUNTO DE FALLA	97
REFERENCIAS	

L I S T A D E S I M B O L O S

Z^f, Y^f	= matrices de impedancia serie y admittancia shunt por unidad de longitud, en componentes de fase.
\bar{V}^f, \bar{I}^f	= transformadas de voltajes y corrientes de fase.
\bar{V}^c, \bar{I}^c	= transformadas de voltajes y corrientes modales.
S, Q	= matrices de vectores característicos de voltaje y corriente.
γ	= matriz diagonal de constantes de propagación.
Z_c	= matriz de impedancia característica en componentes de fase.
Z, Y	= matrices de impedancia serie y admittancia shunt por unidad de longitud, en componentes simétricas.
Z_0	= matriz de impedancia característica en componentes simétricas.
R_0, R_1	= resistencias de secuencias cero y positiva por unidad de longitud.
L_0, L_1	= inductancias de secuencias cero y positiva por unidad de longitud.
c_0, c_1	= capacitancias de secuencias cero y positiva por unidad de longitud.
z_0, z_1, z_2	= impedancias serie de secuencias cero, positiva y negativa por unidad de longitud.

y_0, y_1, y_2	= admitancias shunt de secuencias cero, positiva y negativa por unidad de longitud.
w	= frecuencia angular
\bar{V}_S, \bar{V}_R	= transformadas de los voltajes en los extremos transmisor y receptor
A_1, B_1, C_1, D_1	= matrices que definen la sección de la línea antes del punto de falla
A_f, B_f, C_f, D_f	= matrices que definen la discontinuidad producida por la falla
A_2, B_2, C_2, D_2	= matrices que definen la sección de la línea después del punto de falla
x	= distancia desde el punto de falla al extremo transmisor
L	= longitud de la línea
$\bar{V}_{SS}, \bar{I}_{SS}$	= transformadas de voltajes y corrientes de prefalla en el extremo transmisor
$\bar{V}_{RS}, \bar{I}_{RS}$	= transformadas de voltajes y corrientes de prefalla en el extremo receptor
$h(t)$	= función paso unitaria
ω_0	= frecuencia angular nominal del sistema
f_0	= frecuencia nominal del sistema, en Hertz
\bar{V}_{fs}	= transformada del voltaje de prefalla en el punto de falla
$\bar{V}_{sf}, \bar{I}_{sf}$	= transformadas de voltaje y corriente de superposición en el extremo transmisor.

$\bar{V}_{Rf}, \bar{I}_{Rf}$	= transformadas de voltaje y corriente de superposición en el extremo receptor.
$\bar{I}_{fSf}, \bar{I}_{fRf}$	= transformadas de corrientes de superposición en el punto de falla
\bar{I}_{ff}	= transformada de corriente de falla
\bar{E}_{ff}	= transformada de voltaje de la fuente de superposición.
z_{th0}, z_{th1}	= impedancias Thevenin vistas del punto de falla de secuencias cero y positiva.
Z_S, Z_R	= impedancias internas de las fuentes colocadas en los extremos <u>trans</u> misor y receptor.
$f(w)$	= transformada de Fourier de $f(t)$
$f(w - ja')$	= transformada modificada de Fourier de $f(t)$.
a'	= frecuencia real
ω	= frecuencia angular de truncamiento
σ	= factor sigma
$P(a', w)$	= parte real de $f(w - ja')$
s	= frecuencia compleja
C_n	= coeficientes complejos de las series de Fourier.
ϕ_n	= ángulos de fase de las series de Fourier.
ANG	= ángulo de iniciación de falla monofásica.
DIFA	= diferencia de ángulo de fase entre los voltajes terminales

C A P I T U L O I

I N T R O D U C C I O N

1.1.- GENERALIDADES

El desarrollo de los sistemas de potencia tanto en tamaño y complejidad impone la necesidad de despejar las fallas en el menor tiempo posible, por lo cual debe obtenerse la información de la línea inmediatamente después de la iniciación de la falla.

Ultimamente, la ingeniería de sistemas de potencia ha dedicado un gran esfuerzo en la búsqueda de respuestas de tiempo más rápidas por parte del sistema de protección, en consecuencia las formas de onda de voltaje y corriente han cobrado importancia tanto en el efecto del comportamiento del relé y en el posible medio que permita una rápida detección y despeje de la falla.

La operación del equipo de protección puede ser adversamente afectada por las componentes transitorias de voltaje y corriente del sistema en condiciones de falla, el efecto del comportamiento del relé depende de las magnitudes y frecuencias de las componentes transitorias.

Los ensayos de técnicas para lograr una representación más exacta del fenómeno transitorio han ido evolucionando y adquiriendo mayor grado de precisión.

Cuando las formas de onda de la simulación de la falla se basan en parámetros lineales con la longitud, a menudo se obtiene una adecuada indicación del comportamiento del sistema de potencia, pero esto no tiene validez cuando se requieren medidas ultra-rápidas, porque las formas de onda en las cuales se van a realizar las medidas respectivas, pueden poseer significativas componentes de ondas viajeras en conductores sanos y fallosos.

En algunos casos es posible una buena aproximación de la naturaleza distribuida en las líneas de transmisión por medio de varias redes en cascada, pero el modelo se torna extremadamente difícil.¹⁴

En la referencia 1 se describe el uso de computadoras digitales para la simulación dinámica de la protección y se estudia la respuesta de un modelo de sistema de potencia simple que comprende generación, transmisión y protección, en este estudio se representa a la línea como una combinación de una inductancia y resistencia en serie.

En la referencia 2, también se describe el uso de computadoras digitales para la simulación dinámica de la protección y se utiliza un modelo de línea mejorada que se extiende a tomar en cuenta la naturaleza distribuida de los parámetros.

En la referencia 3 se estudia los sobrevoltaje de maniobra utilizando como método de solución la transformada modificada de Fourier y considera los parámetros R, L y C de la línea en forma invariante respecto a la frecuencia.

La transición desde una condición sana a una fallosa es una forma de no linealidad que involu-

cra un cambio en el sistema de ecuaciones, este problema fue tratado por WEDEPOHL y MOHAMED⁴, en relación al cierre secuencial de polos asociado con el fenómeno de sobrevoltajes de maniobra.

1.2.- TECNICAS DE SOLUCION AL PROBLEMA

Debido a la complejidad del problema involucrado, a la necesidad de soluciones numéricas detalladas y precisas es indispensable el uso del computador digital.

Las técnicas computacionales usadas, pueden ser ampliamente clasificadas en métodos en el dominio de la frecuencia basados en las transformadas de Fourier y Laplace y métodos en el dominio del tiempo usando la técnica de ondas viajeras.

En el método de las ondas viajeras es difícil incluir en los parámetros de la línea la dependencia de la frecuencia, además para deducir el estado del sistema en cualquier tiempo, el proceso de computación debe ser llevado paso a paso, desde el instante de ocurrencia de la falla, por lo cual, los errores durante esta secuencia inevitablemente se acumulan.

Estas dificultades y errores en que incurrir el método de las ondas viajeras, son evitados con el uso de la transformada de Fourier, debido a que la respuesta se obtiene desde la transformación del espectro de frecuencias de la red y el cálculo se puede realizar en forma directa sobre cualquier intervalo de tiempo y solo para puntos de interés de la red³

Las transformadas de Laplace y Fourier son muy útiles, particularmente en la solución de ecuaciones diferenciales, | la transformada de Laplace es más útil para estudios analíticos, pero debido a que involucra un contorno de integración en el espacio de dos dimensiones, no es fácilmente implementable con métodos numéricos. |

La transformada de Fourier, en cambio acepta funciones complejas definidas en el espacio de una dimensión, en el dominio de la frecuencia, consecuentemente existe mayor facilidad para trabajar con métodos numéricos.

Se ha desarrollado varias clases de transformadas de Fourier, a continuación se menciona a las más importantes.

La transformada rápida de Fourier^{5,6}, se caracteriza por su alta velocidad de solución, pero muestra una baja eficiencia, encuentra su principal campo de aplicación en las series de Fourier.

Las transformadas exponencial y logarítmica de Fourier⁷ se caracterizan por requerir un pequeño número de muestras, tienen una alta velocidad de solución, alta eficiencia, pero su aplicación se reduce a funciones elementales, tales como la función paso, en el caso de funciones más complicadas, debido a su forma de muestreo, ignoran la información proporcionada por determinadas frecuencias, distorcionando de esa manera la respuesta.

La transformada modificada de Fourier permite un ahorro en el tiempo de solución, sin perder la información proporcionada por el espectro de frecuencias de la red, con la evaluación del fenómeno a tra-

vés de una amplia variación de frecuencias se puede tener una respuesta transitoria completa.

Por las razones anteriormente expuestas, en esta tesis se utiliza la transformada modificada de Fourier como método de solución del fenómeno transitorio.

Para la obtención del espectro de frecuencias de los voltajes y corrientes en el extremo transmisor se utiliza la transformada rápida de Fourier.

1.3.- OBJETIVO Y ALCANCE DE LA TESIS

(El objetivo de la presente tesis, es desarrollar un programa que permita al sistema de protección obtener la información sobre las formas de onda de voltaje y corriente y sus respectivos espectros de frecuencia inmediatamente después de la iniciación de la falla en la línea de transmisión.)

En el estudio se utiliza como modelo una línea de transmisión trifásica y transpuesta, se incluye su naturaleza distribuida y se considera a los parámetros R, L y C invariantes con la frecuencia.

(Existe la opción de utilizar sistemas de doble fuente terminal o sistemas con el extremo receptor abierto y las impedancias internas de las fuentes son representadas con parámetros concentrados inductivos.)

En las referencias 14 y 22 se da a conocer la simulación únicamente para el caso de la falla monofásica, en la presente tesis también se desarrolla la simulación para los otros tipos de falla.

C A P I T U L O I I

M O D E L O D E L A L I N E A E N
C Ó N D I C I O N E S D E F A L L A

2.1.- RELACIONES FUNDAMENTALES

Una sección de línea multiconductora puede ser definida por su matriz impedancia serie por unidad de longitud Z^f y por su matriz admitancia shunt por unidad de longitud Y^f .

Las ecuaciones diferenciales de voltaje y corriente del sistema en estado estático son:

$$\frac{d^2 \bar{V}^f}{dx^2} = Z^f \cdot Y^f \cdot \bar{V}^f \quad (2.1)$$

$$\frac{d^2 \bar{I}^f}{dx^2} = Y^f \cdot Z^f \cdot \bar{I}^f \quad (2.2)$$

La teoría de los modos naturales de propagación permite desacoplar las ecuaciones anteriores en:

$$\bar{V}^f = S \cdot \bar{V}^c \quad (2.3)$$

$$\bar{I}^f = Q \cdot \bar{I}^c \quad (2.4)$$

Reemplazando 2.3 y 2.4 en las ecuaciones 2.1 y 2.2

$$\frac{d^2 \bar{V}^c}{dx^2} = S^{-1} \cdot Z^f \cdot Y^f \cdot S \cdot \bar{V}^c \quad (2.5)$$

$$\frac{d^2 \bar{I}^c}{dx^2} = Q^{-1} \cdot Y^f \cdot Z^f \cdot Q \cdot \bar{I}^c$$

La onda de propagación en una línea trifásica puede ser considerada en términos de 3 componentes separados e independientes, cada uno de los cuales posee su propia constante de propagación.

$$\gamma^2 = S^{-1} \cdot Z^f \cdot Y^f \cdot S \quad (2.6)$$

La impedancia característica se define como:

$$Z_c = S \cdot \gamma^{-1} \cdot S^{-1} \cdot Z^f$$

Un caso particular, dentro del análisis modal constituye el sistema de componentes simétricas, aplicable a líneas trifásicas transpuestas²⁴.

En el sistema de componentes simétricas, los valores de secuencia 0,1,2 están relacionados a los valores de fase a,b,c, además se cumple

$$S = Q$$

donde:

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Por lo tanto,

$$S^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}$$

En una línea trifásica transpuesta la aplicación de componentes simétricas conduce a las siguientes definiciones de matriz de constantes de propagación y matriz de impedancia característica

$$\gamma^2 = S^{-1} \cdot Z^f \cdot Y^f \cdot S$$

además

$$Z = S^{-1} \cdot Z^f \cdot S$$

$$Y = S^{-1} \cdot Y^f \cdot S$$

Por lo tanto:

$$\gamma = \begin{bmatrix} \sqrt{z_0 \cdot y_0} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{z_1 \cdot y_1} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{z_2 \cdot y_2} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

donde:

$$z_0 = R_0 + j\omega \cdot L_0$$

$$y_0 = j\omega \cdot c_0$$

$$z_1 = z_2 = R_1 + j\omega \cdot L_1$$

$$y_1 = y_2 = j\omega \cdot c_1$$

$$Z_0 = S^{-1} \cdot Z_c \cdot S$$

$$Z_0 = \begin{bmatrix} \sqrt{z_0/y_0} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{z_1/y_1} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{z_2/y_2} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

2.2.- FUNCIONES DE TRANSFERENCIA

Una línea de transmisión fallosa consiste básicamente de una red de secciones en cascada, las matrices de transferencia representan a la discontinuidad producida por la falla y a las secciones de línea ubicadas entre la falla y las barras extremas (fig 2.1)

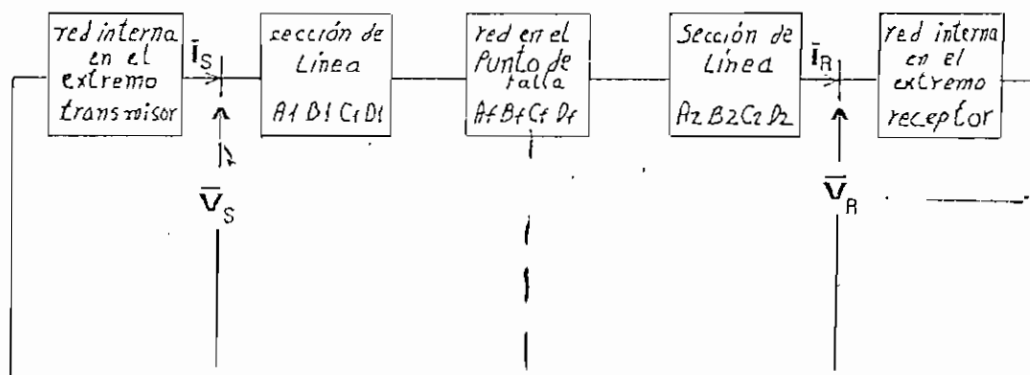


Fig 2.1 Modelo de la línea en estado transitorio.

En base a la figura 2.1 se puede derivar la siguiente expresión.

$$\begin{vmatrix} \bar{V}_S \\ \bar{I}_S \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A1 & B1 \\ C1 & D1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} A_f & B_f \\ C_f & D_f \end{vmatrix} \begin{vmatrix} A2 & B2 \\ C2 & D2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \bar{V}_R \\ \bar{I}_R \end{vmatrix} \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} A1 &= \cosh(\gamma \cdot x) / \\ B1 &= \sinh(\gamma \cdot x) \cdot Z_0 / \\ C1 &= Z_0^{-1} \cdot \sinh(\gamma \cdot x) / \\ D1 &= \cosh(\gamma \cdot x) / \end{aligned} \quad (2.11)$$

Las submatrices que definen la matriz de transferencia que representa la sección de línea después del punto de falla son encontradas por sustitución de la longitud $(L - x)$, y la matriz que define la discontinuidad originada por la falla es formulada de acuerdo al tipo de falla simulada.

2.3.- PRINCIPIO DE SUPERPOSICION

Al usar la técnica de inversión, que permite pasar desde el dominio de la frecuencia al dominio del tiempo, el punto crítico del proceso es el tener condiciones iniciales diferentes de cero. Este pro-

blema se elimina cuando se aplica el principio de superposición al ocurrir una falla en la línea

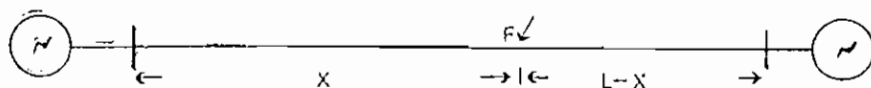


Fig 2.2 Diagrama Unifilar

Considerando el sistema de la figura 2.2, en el estado estático, antes de ocurrir la falla, las fuentes originales actúan provocando un voltaje sinusoidal de prefalla V_{fs} en el punto F (fig 2.3)

$$V_{fs}(t) = V_{fs} \cdot \text{sen}(\omega_0 \cdot t + \beta)$$

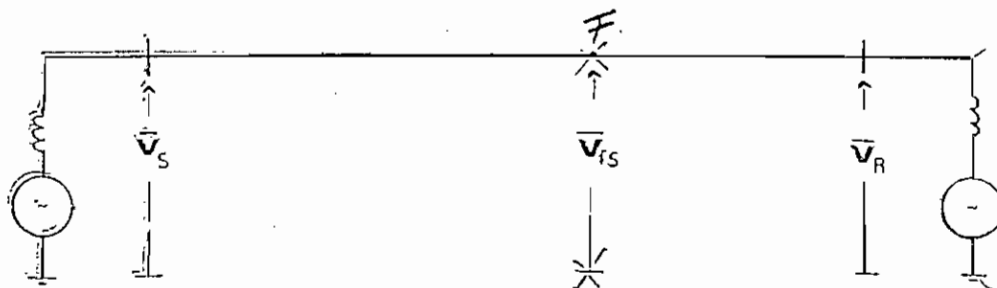


Fig 2.3 Circuito con fuentes originales

Al ocurrir la falla en el punto F para $t > 0$, se tiene las fuentes originales cortocircuitadas y actúa una fuente de voltaje ficticia aplicada al punto de falla, de igual magnitud y signo contrario al voltaje de prefalla en dicho punto (fig 2.4)

$$E_{ff}(t) = -V_{fs} \cdot \text{sen}(\omega_0 \cdot t + \beta) \cdot h(t)$$

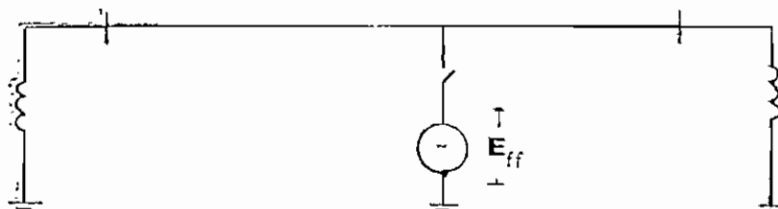


Fig 2.4 Circuito con fuente ficticia

Para $t > 0$, los voltajes de las fuentes en función del tiempo para las tres fases son los siguientes:

$$\begin{aligned} E_{ffa}(t) &= -V_{fs} \cdot \text{sen}(w_0 \cdot t + \beta) \\ E_{ffb}(t) &= -V_{fs} \cdot \text{sen}(w_0 \cdot t + \beta - 120^\circ) \\ E_{ffc}(t) &= -V_{fs} \cdot \text{sen}(w_0 \cdot t + \beta + 120^\circ) \end{aligned} \quad (2.12)$$

Si a las ecuaciones anteriores se les aplica la transformación inversa se obtiene las siguientes expresiones

$$\bar{E}_{ffa}(s) = - \frac{V_{fs} \cdot (w_0 \cdot \cos \beta + s \cdot \text{sen} \beta)}{s^2 + w_0^2} \quad (2.13)$$

$$\bar{E}_{ffb}(s) = - \frac{V_{fs} \cdot (w_0 \cdot \cos(\beta - 120^\circ) + s \cdot \text{sen}(\beta - 120^\circ))}{s^2 + w_0^2}$$

$$\bar{E}_{ffc}(s) = - \frac{V_{fs} \cdot (w_0 \cdot \cos(\beta + 120^\circ) + s \cdot \text{sen}(\beta + 120^\circ))}{s^2 + w_0^2}$$

$s = jw$ si se aplica la transformada de Fourier inversa

$s = a' + jw$ si se aplica la transformada modificada de Fourier inversa

Las fuentes originales actúan en forma permanente (fig 2.3), mientras que la fuente ficticia actúa desde el instante de ocurrencia de la falla (fig 2.4)

La superposición de las dos soluciones anteriores permita la solución del fenómeno transitorio.

2.4.- ESTADO ESTÁTICO

a) Esquema de doble fuente terminal

El vector voltaje \bar{V}_{fs} se evalúa en base al conocimiento de los voltajes de prefalla de las barras terminales.

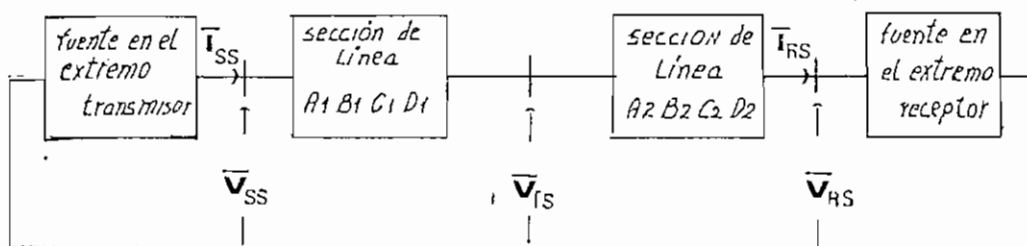


Fig 2.5 Esquema de la línea de doble fuente terminal

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_{SS} \\ \bar{I}_{SS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A1 & B1 \\ C1 & D1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A2 & B2 \\ C2 & D2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_{RS} \\ \bar{I}_{RS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_{RS} \\ \bar{I}_{RS} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

La corriente en el extremo transmisor antes de la falla está dada por:

$$\bar{I}_{SS} = (C - D \cdot B^{-1} \cdot A) \cdot \bar{V}_{RS} + D \cdot B^{-1} \cdot \bar{V}_{SS} \quad (2.15)$$

y el voltaje de prefalla en el punto de falla

$$\bar{V}_{fs} = (A2 - B2 \cdot B^{-1} \cdot A) \cdot \bar{V}_{RS} + B2 \cdot B^{-1} \cdot \bar{V}_{SS} \quad (2.16)$$

b) Esquema con receptor abierto

El vector voltaje \bar{V}_{fS} se evalúa en base al conocimiento de las condiciones de borde de prefalla en las barras terminales.

$$\begin{cases} \bar{V}_{SS} \text{ (dato)} & (i) \\ \bar{I}_{RS} = 0 & (ii) \end{cases}$$

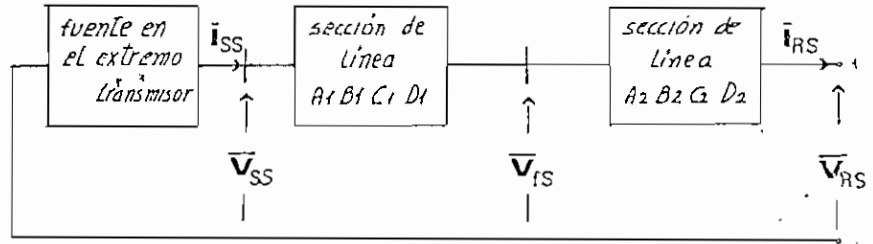


Fig 2.6 Esquema de la línea con receptor abierto

La corriente en el extremo transmisor antes de la falla está dado por:

$$\bar{I}_{SS} = C \cdot A^{-1} \cdot \bar{V}_{SS} \quad (2.18)$$

y el voltaje de prefalla en el punto de falla

$$\bar{V}_{fS} = A_2 \cdot A^{-1} \cdot \bar{V}_{SS} \quad (2.19)$$

Las ecuaciones de estado estático son evaluadas a la frecuencia nominal y únicamente para secuencia positiva debido a que se tiene un sistema balanceado.

Los vectores de voltaje y corriente considerados en forma fasorial son convertidos directamente al dominio del tiempo sin utilizar la transformación inversa de Fourier.

2.5.- ESTADO FALLOSO

De igual manera que en el estado estático se utiliza componentes simétricas para obtener redes desacopladas e independientes, tornándose más fácil y rápida la solución del problema transitorio, en último término los valores de voltaje y corriente son transformados a componentes de fase.

El valor de la impedancia Thevenin vista desde el punto de falla se calcula en el apéndice C y las ecuaciones que se desarrollan a continuación para los diferentes tipos de falla se aplican tanto para el esquema de doble fuente terminal, como para el esquema con receptor abierto.

2.5.1.- FALLA MONOFASICA

14,20,22

falla en la fase 'a'

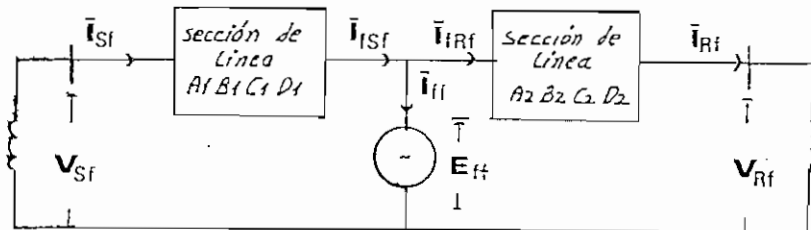


Fig 2.7 Esquema de la línea con los valores de superposición

condiciones de borde:

$$\begin{cases} \bar{I}_{ffb} = 0 & \text{(i)} \\ \bar{I}_{ffc} = 0 & \text{(ii)} \\ \bar{V}_{ffa} = \bar{E}_{ffa} & \text{(iii)} \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{ffo} \\ \bar{I}_{ff1} \\ \bar{I}_{ff2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_{ffa} \\ \bar{I}_{ffb} \\ \bar{I}_{ffc} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Si a la expresión 2.20 se le aplica las condiciones de borde (i), (ii) se obtiene la siguiente relación

$$\bar{I}_{ffo} = \bar{I}_{ff1} = \bar{I}_{ff2} \quad (2.21)$$

Por otra parte

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_{ffa} \\ \bar{V}_{ffb} \\ \bar{V}_{ffc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_{ffo} \\ \bar{V}_{ff1} \\ \bar{V}_{ff2} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

En la expresión 2.22 se reemplaza la condición de borde (iii) y se obtiene

$$\bar{E}_{ffa} = \bar{V}_{ffo} + \bar{V}_{ff1} + \bar{V}_{ff2} \quad (2.23)$$

En componentes simétricas se tienen redes desacopladas e independientes, por lo tanto se cumple que:

$$\begin{aligned} \bar{V}_{ffo} &= z_{tho} \cdot \bar{I}_{ffo} \\ \bar{V}_{ff1} &= z_{th1} \cdot \bar{I}_{ff1} \\ \bar{V}_{ff2} &= z_{th2} \cdot \bar{I}_{ff2} \end{aligned} \quad (2.24)$$

además,

$$z_{th1} = z_{th2} \quad (2.25)$$

Utilizando las expresiones 2.21, 2.23, 2.24 y 2.25 se obtienen las transformadas de voltajes de superposición en el punto de falla

$$\begin{aligned}\bar{V}_{ff0} &= \frac{z_{th0}}{z_{th0} + 2 \cdot z_{th1}} \cdot \bar{E}_{ffa} \\ \bar{V}_{ff1} &= \frac{z_{th1}}{z_{th0} + 2 \cdot z_{th1}} \cdot \bar{E}_{ffa} \\ \bar{V}_{ff2} &= \frac{z_{th1}}{z_{th0} + 2 \cdot z_{th1}} \cdot \bar{E}_{ffa}\end{aligned}\quad (2.26)$$

Los valores anteriores se utilizan para obtener las transformadas de los voltajes y corrientes en el extremo transmisor a base de las siguientes ecuaciones matriciales

$$\bar{V}_{Sf} = (A1 \oplus B1 \cdot Z_S^{-1})^{-1} \cdot \bar{V}_{ff} \quad (2.27)$$

$$\bar{I}_{Sf} = -Z_S^{-1} \cdot \bar{V}_{Sf} \quad (2.28)$$

Las transformadas de los voltajes y corrientes en componentes simétricas se cambian a componentes de fase utilizando la matriz de transformación S.

La solución encontrada para falla monofásica en 'a' es fácilmente generalizada, porque en caso de que la falla ocurra en cualquiera de las otras fases se adoptan los mismos criterios y ecuaciones, ya que se designa en forma arbitraria a las fases y cualquiera de ellas puede ser definida como 'a'.

2.5.2.- FALLA FASE - FASE

falla entre fases 'b - c'

condiciones de borde:

$$\begin{cases} \bar{I}_{ffa} = 0 & \text{(i)} \\ \bar{V}_{ffbc} = \bar{E}_{ffbc} & \text{(ii)} \\ \bar{I}_{ffb} = -\bar{I}_{ffc} & \text{(iii)} \end{cases}$$

Al reemplazar las condiciones (i), (iii) en la ecuación 2.20 se obtiene

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{ffo} \\ \bar{I}_{ff1} \\ \bar{I}_{ff2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{I}_{ffb} \\ -\bar{I}_{ffb} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Por lo tanto

$$\bar{I}_{ffo} = 0 \quad (2.30)$$

$$\bar{V}_{ffo} = 0 \quad (2.30)$$

$$\bar{I}_{ff1} = -\bar{I}_{ff2} \quad (2.31)$$

Utilizando las ecuaciones 2.22 y 2.30

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_{ffa} \\ \bar{V}_{ffb} \\ \bar{V}_{ffc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{V}_{ff1} \\ \bar{V}_{ff2} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

De la expresión anterior:

$$\bar{V}_{ffb} = a^2 \cdot \bar{V}_{ff1} + a \cdot \bar{V}_{ff2} \quad (2.33)$$

$$\bar{V}_{ffc} = a \cdot \bar{V}_{ff1} + a^2 \cdot \bar{V}_{ff2} \quad (2.34)$$

Restando entre sí las ecuaciones 2.33 y 2.34 y usando la condición de borde (ii):

$$\bar{E}_{ffbc} = (a^2 - a) \cdot \bar{V}_{ff1} + (a - a^2) \cdot \bar{V}_{ff2} \quad (2.35)$$

En base a las ecuaciones 2.24, 2.25 y 2.35 se hallan las transformadas de voltaje de superposición en el punto de falla.

$$\begin{aligned} \bar{V}_{ff0} &= 0 \\ \bar{V}_{ff1} &= \frac{a^2}{2 \cdot (a-1)} \cdot \bar{E}_{ffbc} \\ \bar{V}_{ff2} &= - \frac{a^2}{2 \cdot (a-1)} \cdot \bar{E}_{ffbc} \end{aligned} \quad (2.36)$$

Utilizando las ecuaciones matriciales 2.27 y 2.28 y a partir de las ecuaciones anteriores se pueden obtener las transformadas de los voltajes y corrientes en el extremo transmisor.

Las transformadas de voltajes y corrientes en componentes simétricas se cambian a componentes de fase usando la matriz de transformación S.

La solución encontrada para la falla bifásica entre las fases 'b - c' puede ser considerada como general, debido a que para los otros casos de falla bifásica se adoptan iguales criterios y ecuaciones, en forma arbitraria se puede designar a las fases y cualquier par de ellas puede definirse como 'b' y 'c'.

2.5.3.- FALLA TRIFASICA

Condiciones de borde:

$$\begin{cases} \bar{V}_{ffa} = \bar{E}_{ffa} & (i) \\ \bar{V}_{ffb} = \bar{E}_{ffb} & (ii) \\ \bar{V}_{ffc} = \bar{E}_{ffc} & (iii) \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_{ff0} \\ \bar{V}_{ff1} \\ \bar{V}_{ff2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_{ffa} \\ \bar{V}_{ffb} \\ \bar{V}_{ffc} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

$$\bar{E}_{ffa} = a \cdot \bar{E}_{ffb} = a^2 \cdot \bar{E}_{ffc}$$

Si la expresión anterior y las condiciones de borde se reemplazan en 2.37 se obtiene

$$\begin{aligned} \bar{V}_{ff0} &= 0 \\ \bar{V}_{ff1} &= \bar{E}_{ffa} \\ \bar{V}_{ff2} &= 0 \end{aligned} \quad (2.38)$$

A las expresiones (2.38) se aplican las ecuaciones matriciales indicadas en 2.27 y 2.28 para hallar las transformadas de los voltajes y corrientes en el extremo transmisor.

Las transformadas de voltajes y corrientes son cambiadas a componentes de fase con el uso de la matriz S.

La falla trifásica es simétrica por lo cual solo existe red de secuencia positiva.

2.5.4.- FALLA BIFASICA - TIERRA

falla en fases 'b - c'

condiciones de borde:

$$\begin{cases} \bar{I}_{ffa} = 0 & \text{(i)} \\ \bar{V}_{ffb} = \bar{E}_{ffb} & \text{(ii)} \\ \bar{V}_{ffc} = \bar{E}_{ffc} & \text{(iii)} \end{cases}$$

Reemplazando la condición de borde (i) en la ecuación 2.20

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{ffo} \\ \bar{I}_{ff1} \\ \bar{I}_{ff2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{I}_{ffb} \\ \bar{I}_{ffc} \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

Por lo tanto,

$$\bar{I}_{ffo} = - (\bar{I}_{ff1} + \bar{I}_{ff2}) \quad (2.40)$$

Reemplazando las condiciones de borde (i), (ii) en la ecuación 2.22

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_{ffa} \\ \bar{E}_{ffb} \\ \bar{E}_{ffc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_{ffo} \\ \bar{V}_{ff1} \\ \bar{V}_{ff2} \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

Por lo tanto,

$$\bar{E}_{ffb} = \bar{V}_{ffo} + a^2 \cdot \bar{V}_{ff1} + a \cdot \bar{V}_{ff2} \quad (2.42)$$

$$\bar{E}_{ffc} = \bar{V}_{ffo} + a \cdot \bar{V}_{ff1} + a^2 \cdot \bar{V}_{ff2} \quad (2.43)$$

además,

$$\bar{E}_{ffb} = a \cdot \bar{E}_{ffc} \quad (2.44)$$

Utilizando las ecuaciones 2.24, 2.42 y 2.43 se obtiene

$$\bar{V}_{ffo} = - \frac{z_{tho}}{z_{th1}} \cdot \bar{V}_{ff1} - \frac{z_{tho}}{z_{th1}} \cdot \bar{V}_{ff2}$$

$$\bar{V}_{ffo} = \bar{E}_{ffb} - a^2 \cdot \bar{V}_{ff1} - a \cdot \bar{V}_{ff2} \quad (2.45)$$

$$\bar{V}_{ffo} = \bar{E}_{ffc} - a \cdot \bar{V}_{ff1} - a^2 \cdot \bar{V}_{ff2}$$

Igualando las ecuaciones 2.45 y utilizando 2.43 se obtienen las transformadas de los voltajes y corrientes en el punto de falla.

$$\bar{V}_{ff1} = \frac{a^2 \cdot (z_{th1} + z_{tho})}{z_{th1} + 2 \cdot z_{tho}} \cdot \bar{E}_{ffc}$$

$$\bar{V}_{ff2} = - \frac{a^2 \cdot z_{tho}}{z_{th1} + 2 \cdot z_{tho}} \cdot \bar{E}_{ffc} \quad (2.46)$$

$$\bar{V}_{ffo} = \bar{V}_{ff2}$$

Si a los valores anteriores se aplican las ecuaciones matriciales 2.27 y 2.28, se hallan las transformadas de voltajes y corriente en el extremo transmisor en componentes simétricas, finalmente se cambian a componentes de fase utilizando la matriz S.

La solución encontrada para la falla bifásica - tierra en fases 'b - c' es generalizada, debido a que los otros casos de falla bifásica - tierra

adoptan iguales criterios y ecuaciones, además existe la opción de designar en forma arbitraria a las fases, por lo cual, cualquier par de ellas pueden ser definidas como 'b' y 'c'.

2.6.- TECNICA DE TRANSFORMACION DE LA FRECUENCIA

Una vez obtenidas las transformadas de voltajes y corrientes en el extremo transmisor en componentes de fase, es necesario transformarles a funciones de tiempo.

La ocurrencia de una falla en la línea conduce a que el disturbio se propague alejándose de la falla hacia las barras terminales, una parte del disturbio será reflejado desde estas barras y desde el circuito interno de las fuentes, lo que provoca una serie de ondas viajeras. Tal fenómeno representa una amplia variación de frecuencias y es necesario evaluar las ecuaciones del sistema sobre un completo espectro de frecuencias del disturbio para obtener la respuesta transitoria correcta.

La transformada inversa de Fourier, indicada en la ecuación 2.47, es la base del método para determinar las formas de onda de corrientes y voltajes transitorios.

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(w) \cdot \exp(jw.t) \cdot dw \quad (2.47)$$

Varios autores^{8,9} han desarrollado la técnica de la transformada modificada de Fourier que permite evaluar la integral por métodos numéricos.

$$f(t) = \frac{\exp(a't)}{j} \int_0^{\infty} \sigma \cdot P(w-ja') \cdot \cos(jwt) \cdot dw \quad (2.48)$$

001078

El factor σ , indicado en la ecuación 2.49 sirve para amortiguar las oscilaciones de Gibbs durante la integración.

$$\sigma = \frac{\text{sen} (\pi w/\Omega)}{\pi w/\Omega} \quad (2.49)$$

La frecuencia real a' es constante y se introduce para asegurar la estabilidad numérica cuando la integral se evalúa digitalmente.

El Apéndice B da la relación que debe existir entre la frecuencia real a' , la frecuencia de truncamiento Ω e información adicional sobre la técnica de transformación.

2.7 RESPUESTA TOTAL DEL TRANSITORIO

Con el uso de la transformada modificada inversa de Fourier se obtienen los voltajes y corrientes de superposición en función del tiempo.

Para obtener la respuesta total del transitorio es necesario sumar los voltajes y corrientes de estado estático con los voltajes y corrientes de superposición.

Se considera que el sistema de protección está colocado en el punto de observación, es decir en el extremo transmisor de la línea, por lo cual la información de las formas de onda de voltajes y corrientes se calcula para dicho punto.

Para $t \geq 0$;

$$\begin{aligned} V_S(t) &= V_{SS}(t) + V_{Sf}(t) \\ I_S(t) &= I_{SS}(t) + I_{Sf}(t) \end{aligned} \quad (2.50)$$

2.8.- ESPECTRO DE FRECUENCIA

Los voltajes y corrientes en el extremo transmisor en función del tiempo, pueden expresarse por series de Fourier.

$$f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} |C_n| \cdot \exp(j 2\pi n \cdot f_0 \cdot t) \quad (2.51)$$

El gráfico de la magnitud de los coeficientes complejos C_n de la serie mostrada en la ecuación 2.51 versus la frecuencia f se denomina espectro de amplitud de la función $f(t)$.

$$\text{Si } C_n = a_n + j b_n$$

$$|C_n| = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad \text{para } f = n \cdot f_0 \quad (2.52)$$

El gráfico del ángulo de fase ϕ_n de los coeficientes complejos C_n versus la frecuencia f se denomina espectro de fase de la función $f(t)$

$$\phi_n = \text{tg}^{-1}\left(\frac{b_n}{a_n}\right) \quad \text{para } f = n \cdot f_0 \quad (2.53)$$

C A P I T U L O I I I

P R O G R A M A D I G I T A L

3.1.- INTRODUCCION

En base a la teoría expuesta en el capítulo anterior se desarrolla el presente programa digital, que permite simular las fallas monofásica, bifásica, bifásica - tierra y trifásica y determinar las formas de onda y los espectros de frecuencia de las corrientes y voltajes transitorios.

La capacidad del programa permite la utilización de hasta 512 puntos tanto para la obtención del espectro de frecuencias, como para graficar las formas de onda producidas por el transitorio.

En la línea de transmisión se utiliza parámetros distribuidos y en las redes internas de las fuentes se usa parámetros concentrados inductivos.

El programa acepta esquemas de doble fuente terminal o de extremo receptor abierto, mas no sistemas de barra infinita.

Se consideran solo fallas sólidas, las cuales pueden ocurrir en cualquier punto de la línea y ser iniciadas en cualquier instante.

Las formas de onda de voltajes y corrientes con sus respectivos espectros de frecuencia se obtienen tanto para fases sanas como para fases fallosas.

3.2.- DESCRIPCION DEL PROGRAMA PRINCIPAL Y LAS SUBROUTINAS

El programa digital consta de un programa principal y de 10 subrutinas, las cuales se detallan a continuación.

- Subrutina ABC : Calcula los parámetros A,B,C,D, de la línea de transmisión para una determinada frecuencia, longitud y secuencia.
- Se utiliza para estado estático y para estado falloso.
- Subrutina MODANG: Se utiliza en estado estático, sirve para cambiar voltajes y corrientes desde el dominio de la frecuencia al dominio del tiempo, debido a que calcula la amplitud y argumento de los fasores.
- Subrutina FM : Calcula las transformadas de voltajes y corrientes en el extremo transmisor en componentes de fase, en base al voltaje de prefalla, se utiliza para el caso de falla monofásica.
- Subrutina FB : Debido a una falla bifásica calcula las transformadas de voltajes y corrientes en el extremo transmisor en componentes de fase.
- Subrutina FT : Para el caso de falla trifásica, calcula las transformadas de voltaje y corriente en el extremo transmisor en componentes de fase.

Subrutina FBT : En el caso de una falla bifásica - tierra, calcula las transformadas de voltajes y corrientes en el extremo transmisor en componentes de fase.

Subrutina PLOT : Grafica los voltajes y corrientes en el extremo transmisor, está diseñada para realizar tres curvas en el mismo gráfico, cada una de las cuales puede estar representada por 512 puntos, identificándose la curva de la fase 'a' con la letra A, la de la fase 'b' con la letra B y la de la fase 'c' con la letra C.

El punto de la curva en el cual ocurre la falla es claramente identificado, en las escalas horizontal y vertical vienen marcadas las respectivas unidades.

Subrutina ESCAL: Selecciona automáticamente las escalas de voltajes y corriente, escoge un factor de multiplicación conveniente de tal manera que el gráfico sea de tamaño adecuado, los valores que calcula transfiere a la subrutina PLOT.

Subrutina ESPE : Calcula el espectro de frecuencias basándose en las muestras de voltajes y corrientes proporcionados por el programa principal, puede utilizar hasta 512 puntos.

El cálculo se realiza en base a la transformada rápida de Fourier directa, cuyo programa está desarrollado en la referencia 10 y es adaptado para el presente programa digital.

Subrutina TRF : Esta subrutina es auxiliar de la anterior y permite minimizar el número de multiplicaciones y adiciones complejas.

A continuación se presenta el diagrama de bloques, que permite visualizar en forma global los pasos seguidos en el programa digital.

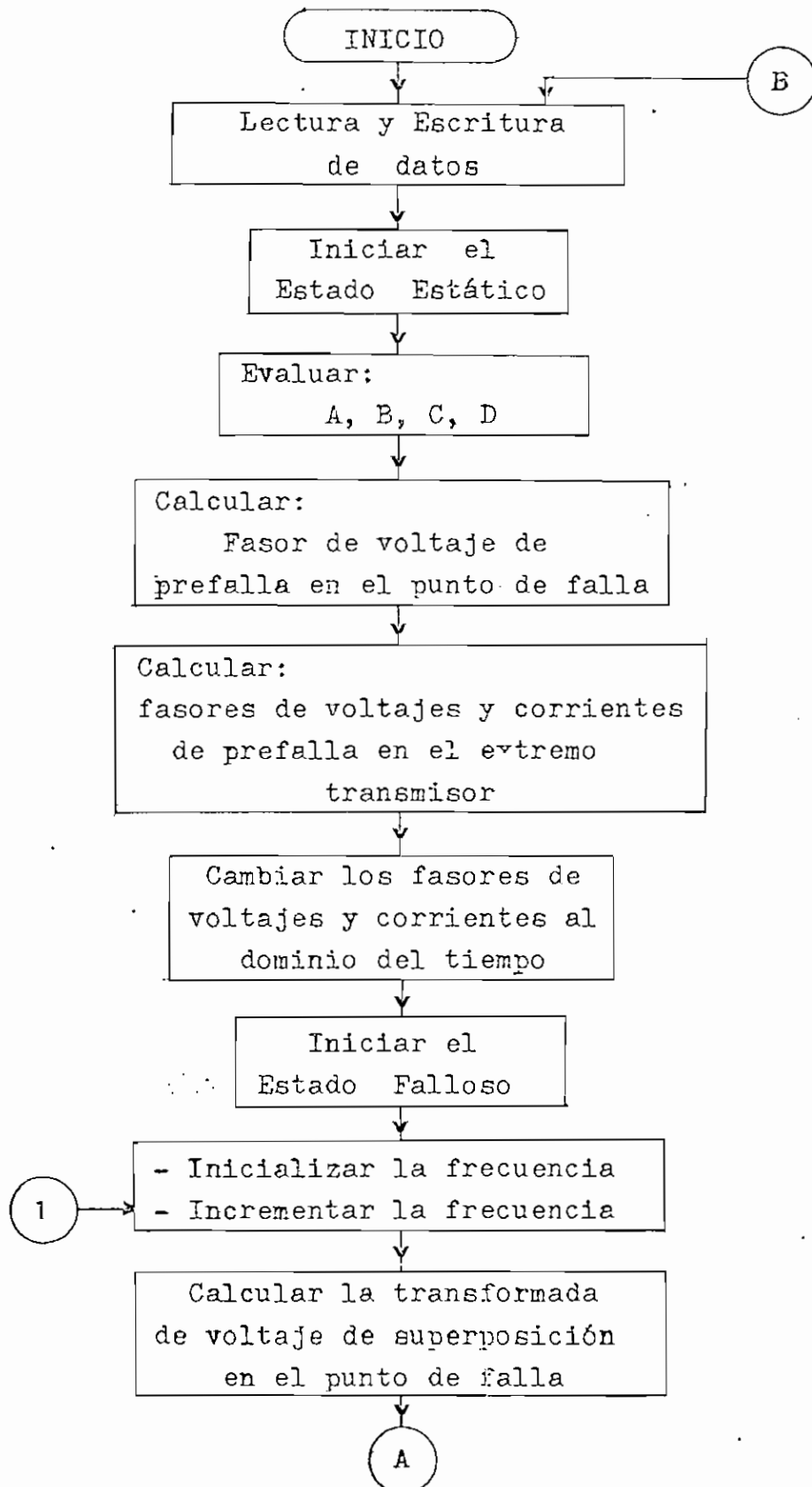
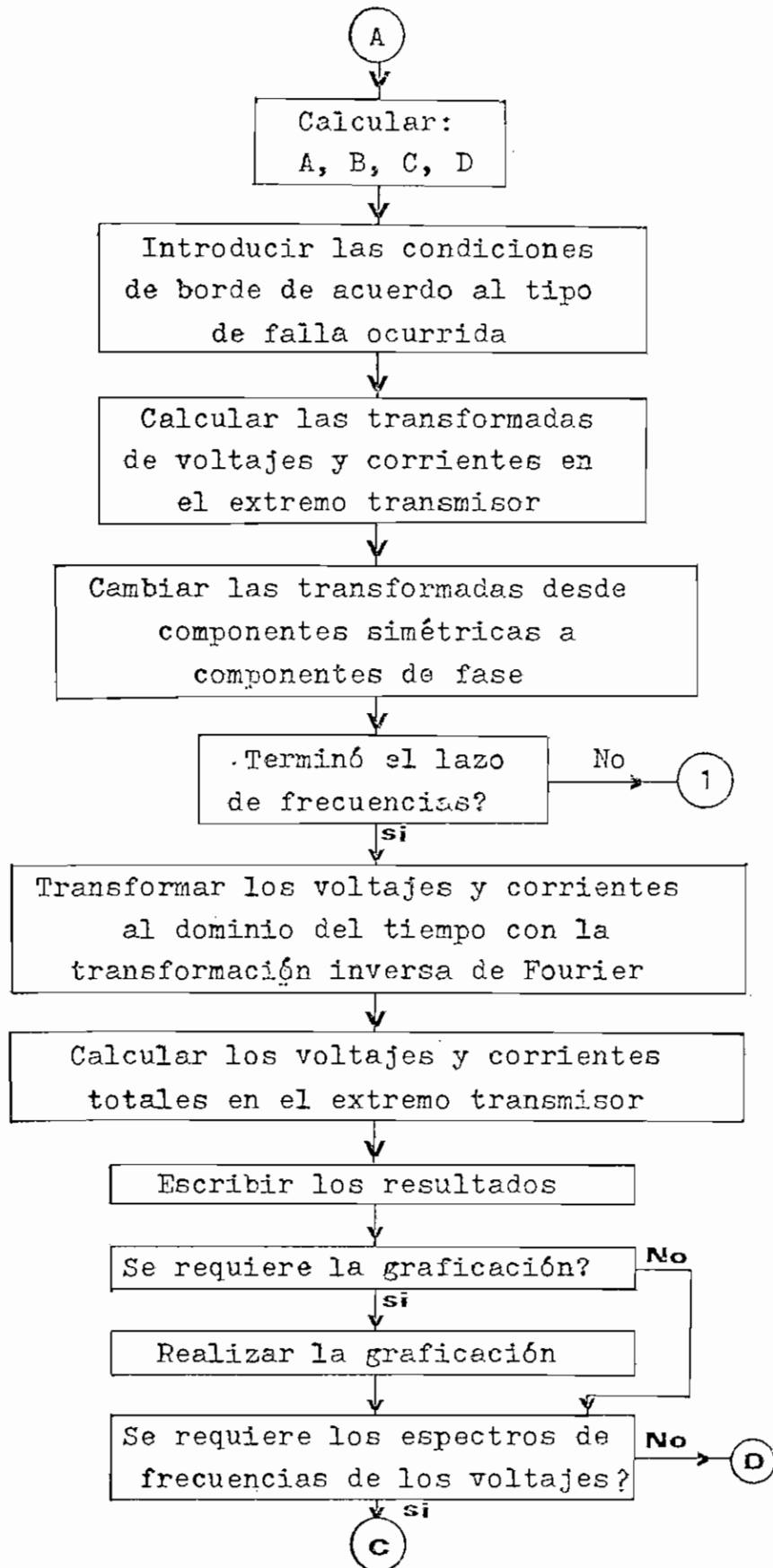
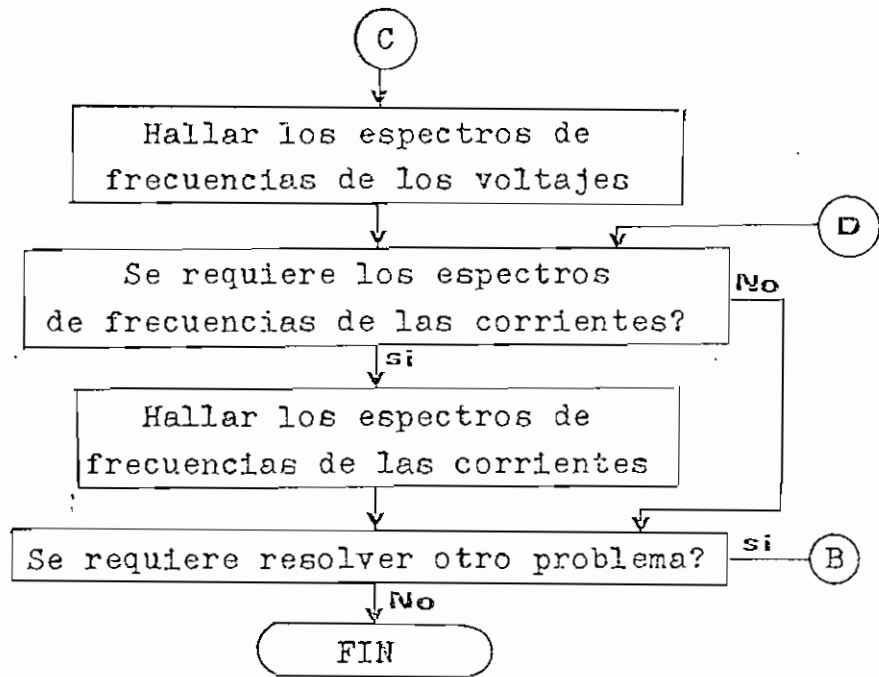
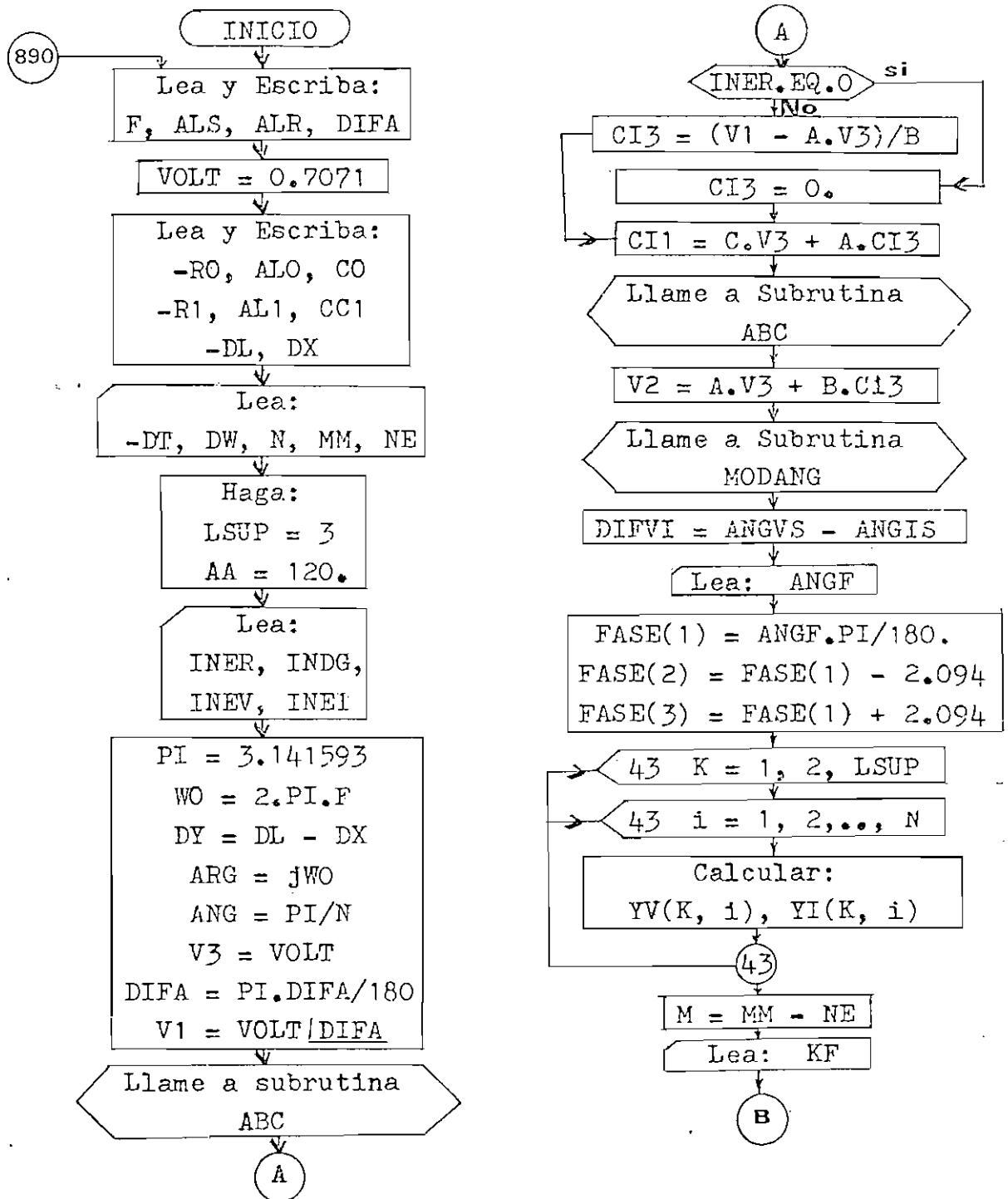


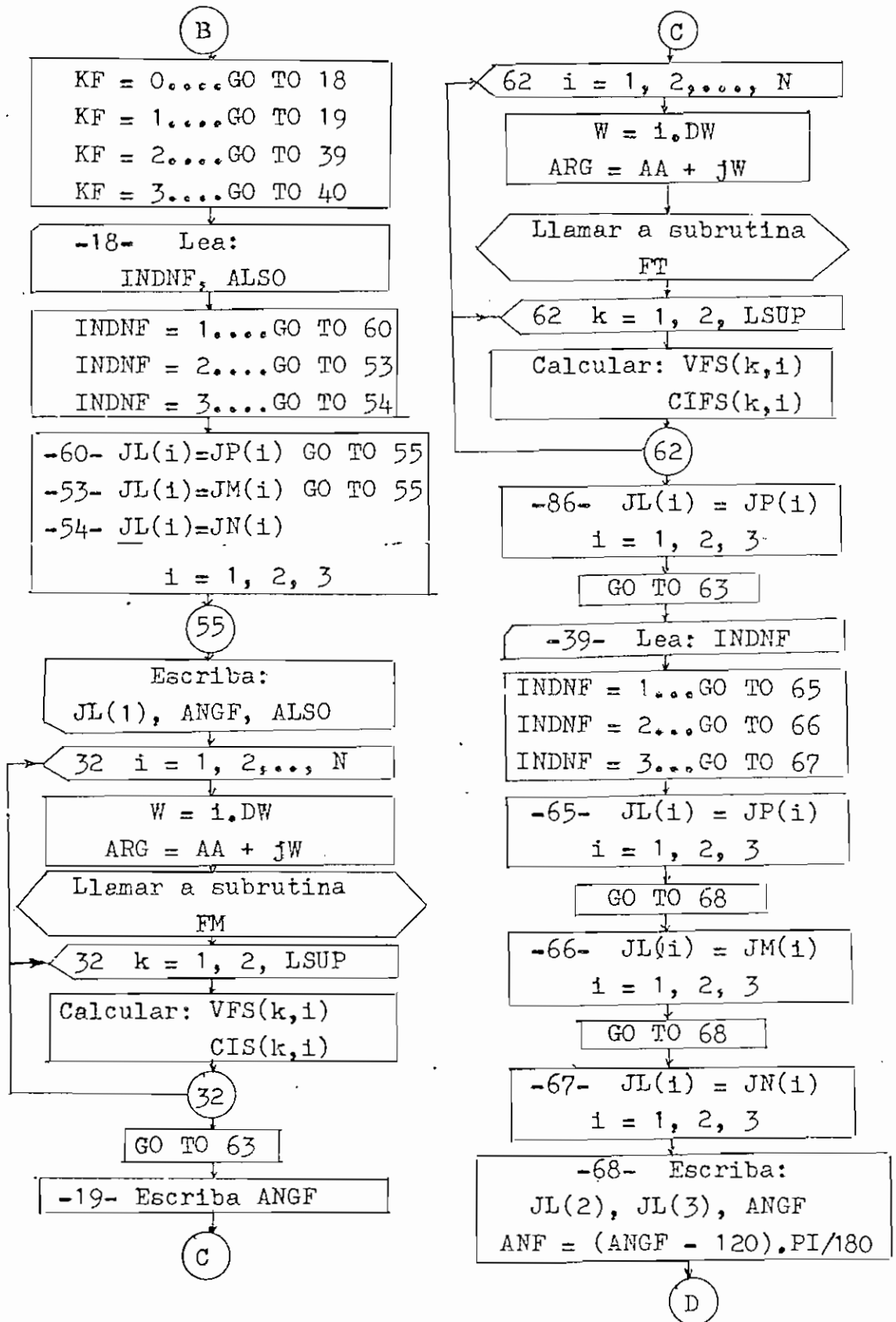
Fig 3.1. Diagrama de bloques del programa digital.

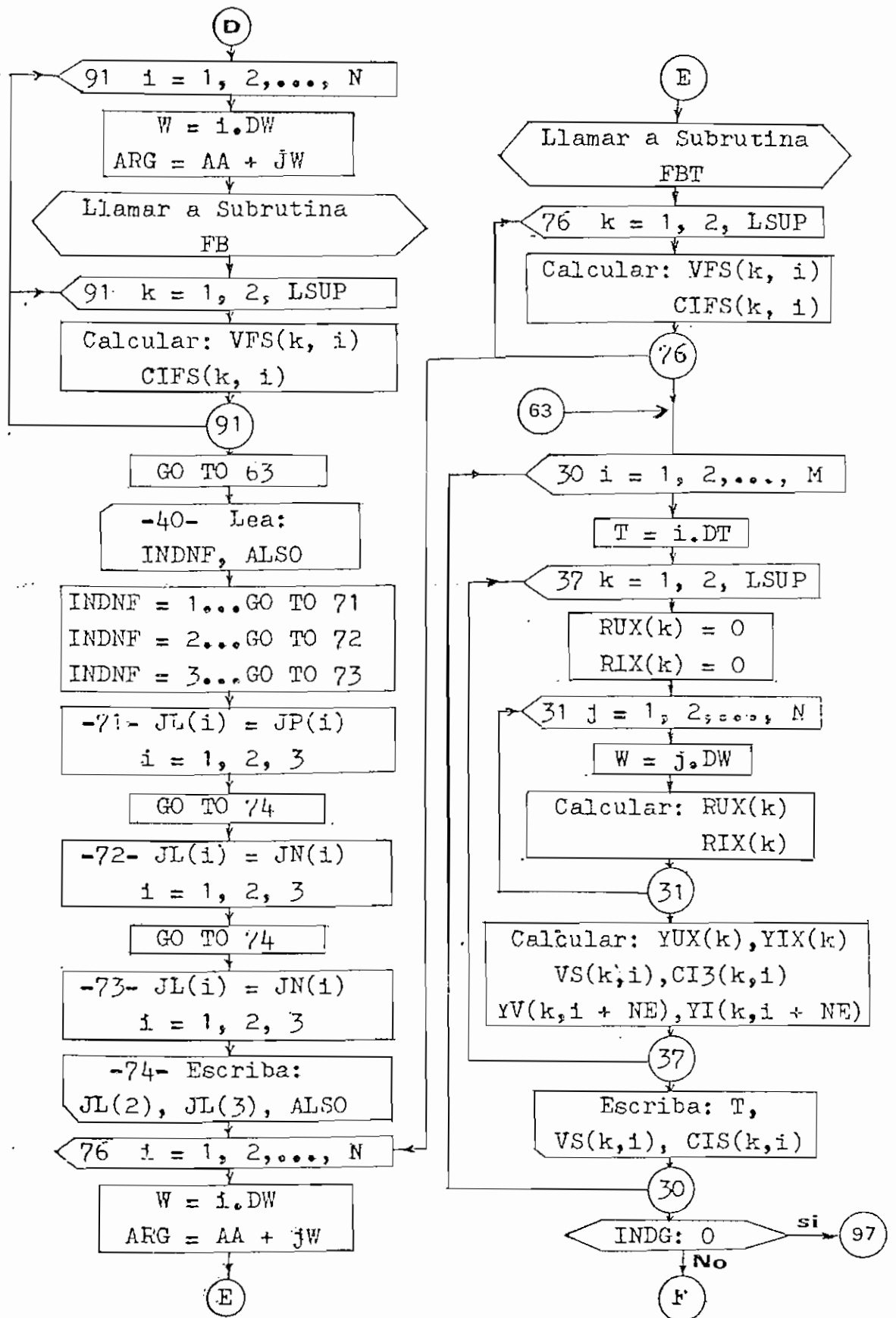


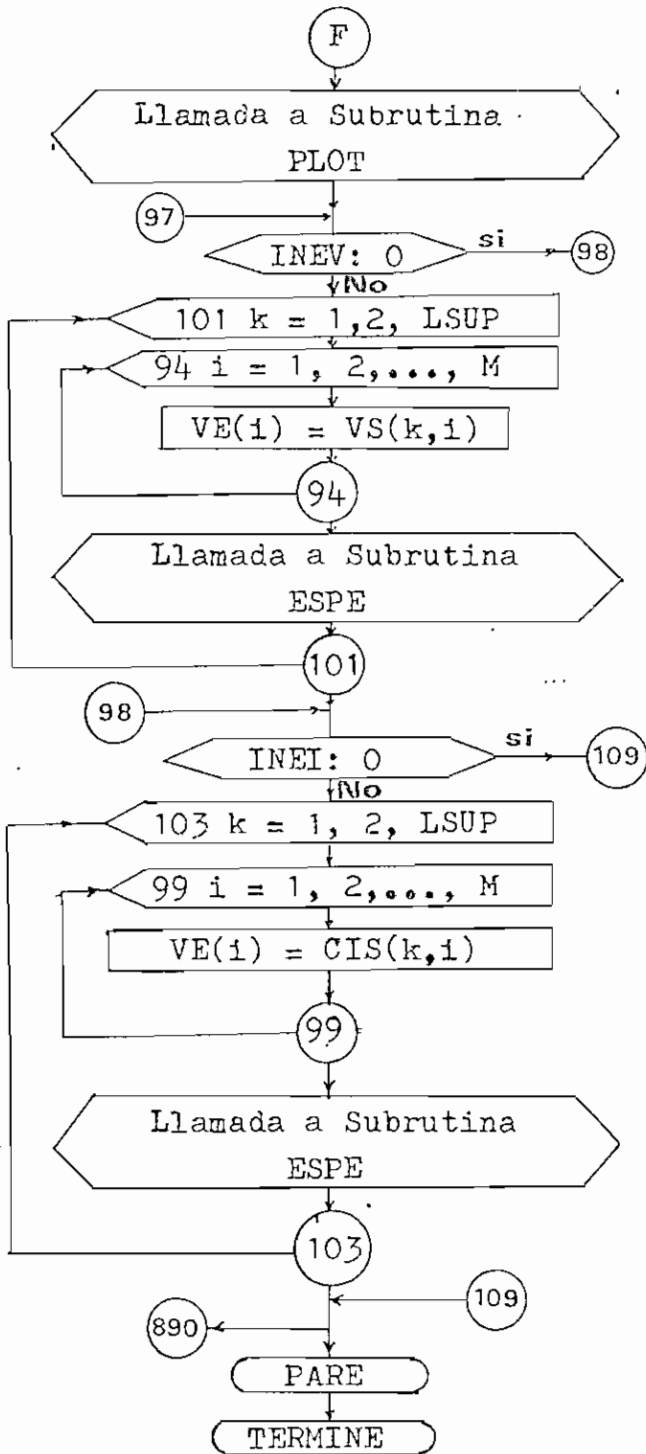


3.3.- DIAGRAMA DE FLUJO

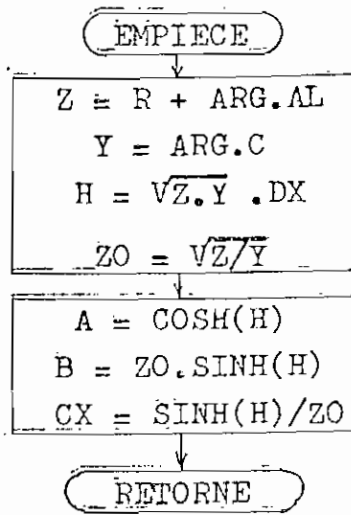
Programa Principal



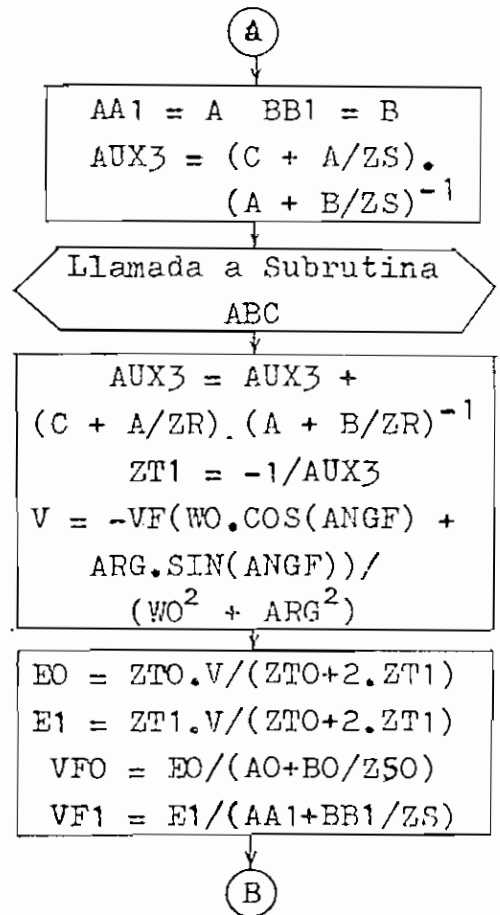
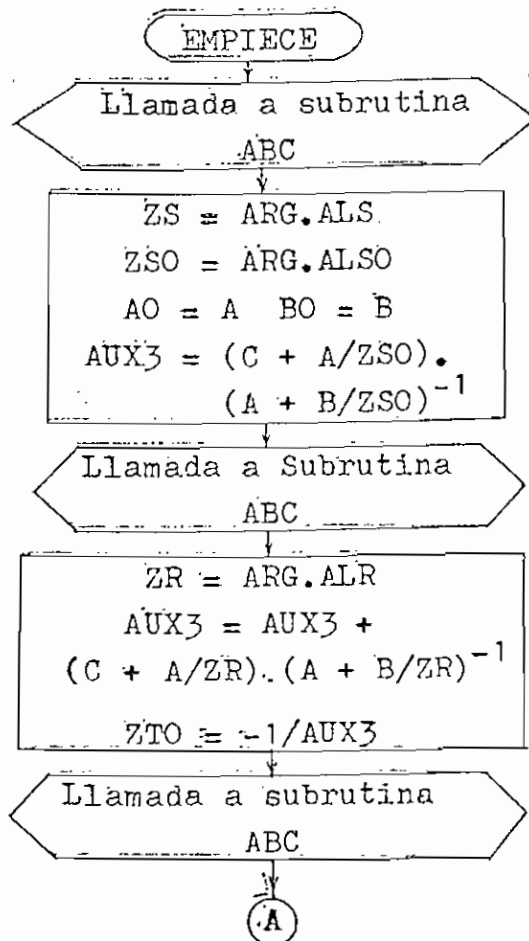


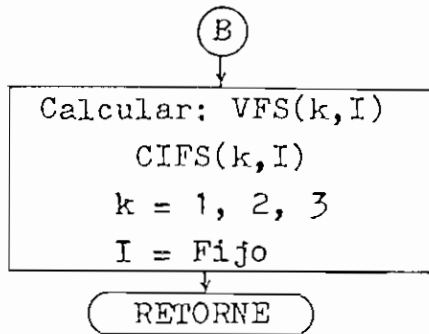


SUBROUTINA ABC

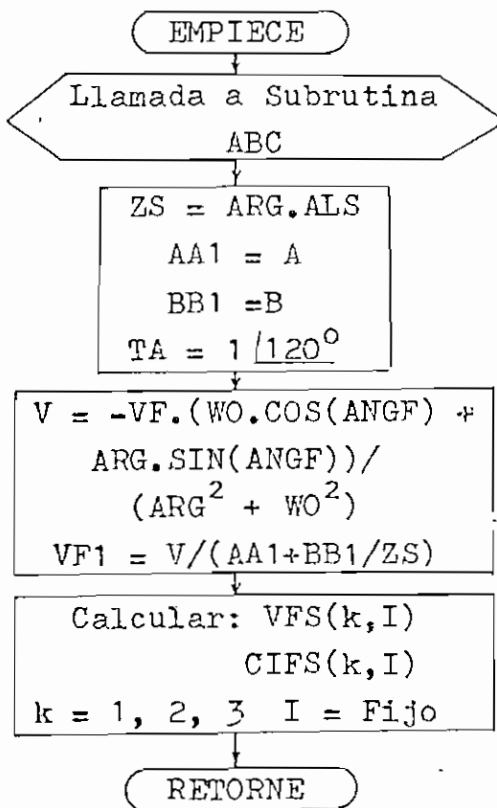


SUBROUTINA FM

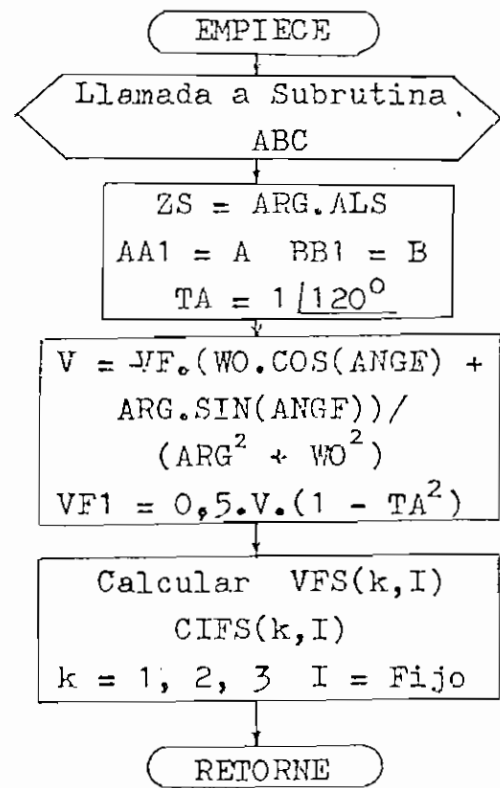




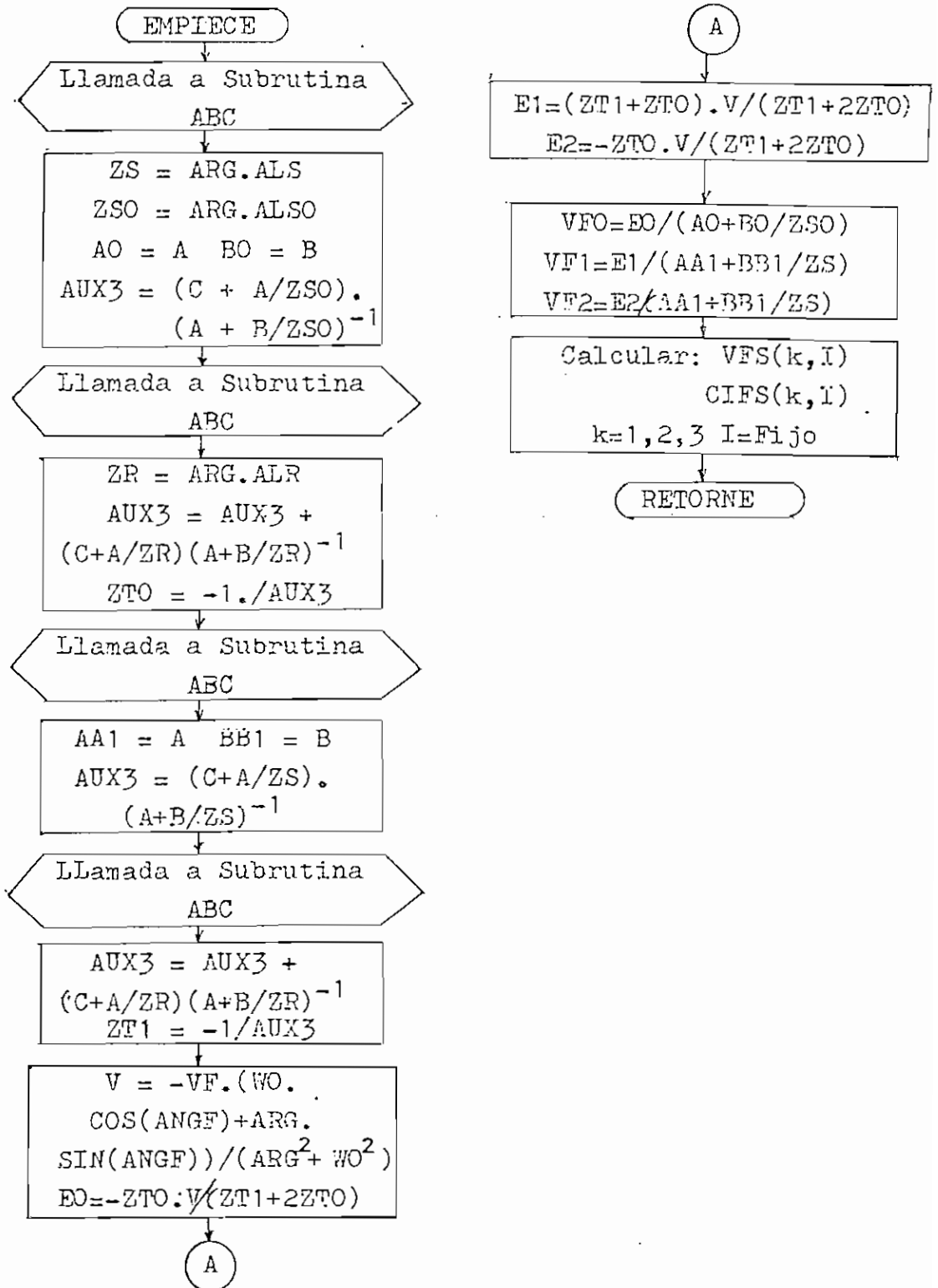
SUBROUTINA FT



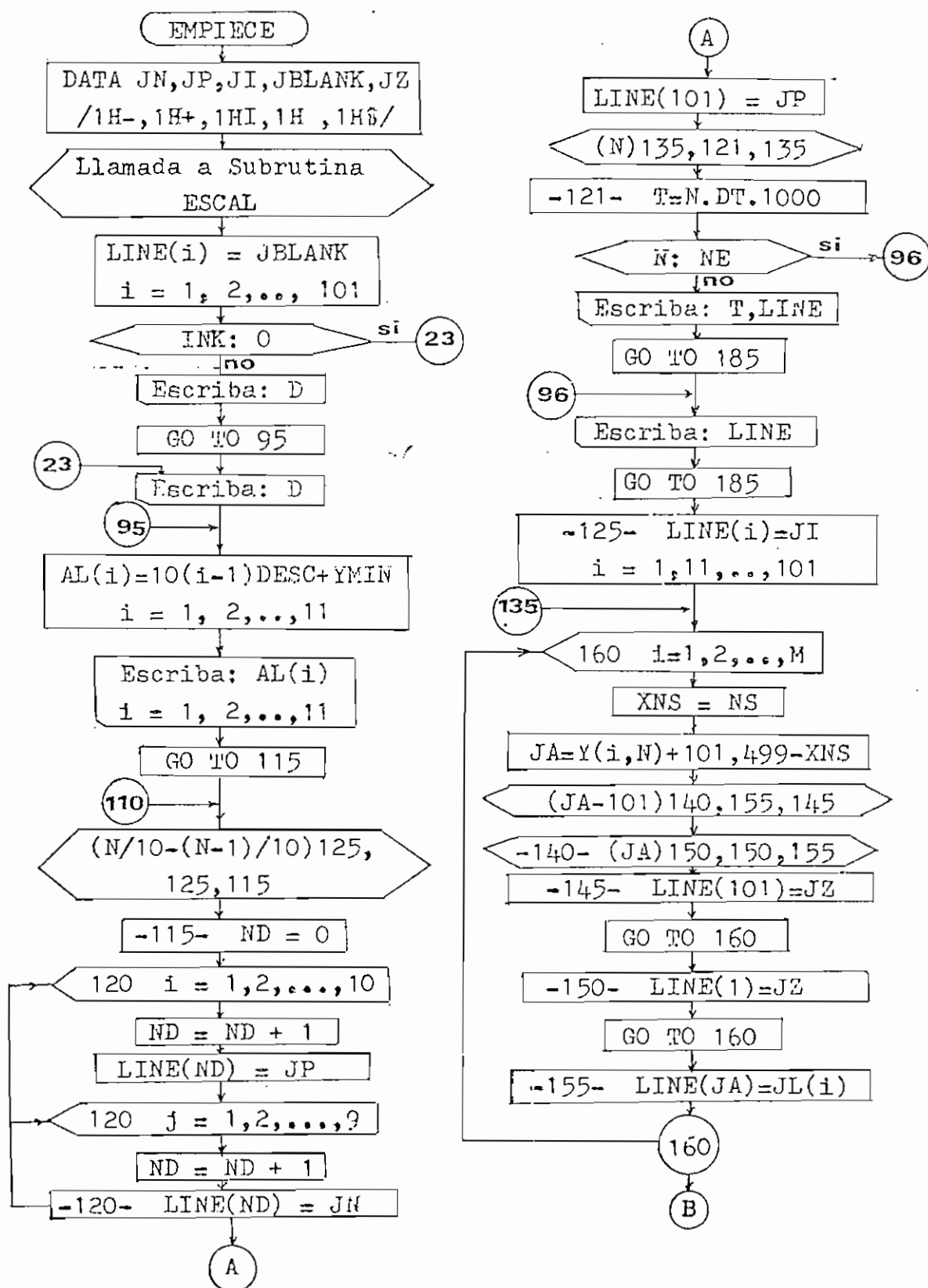
SUBROUTINA FB

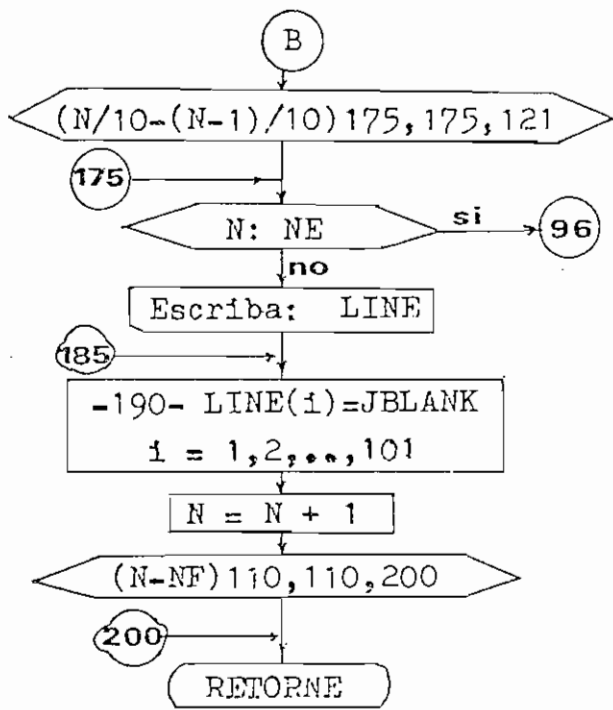


SUBROUTINA FBT

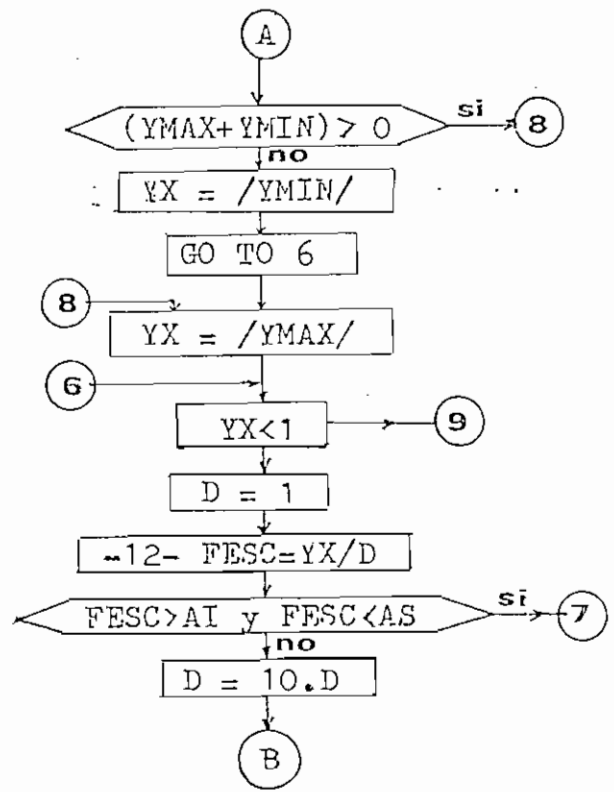
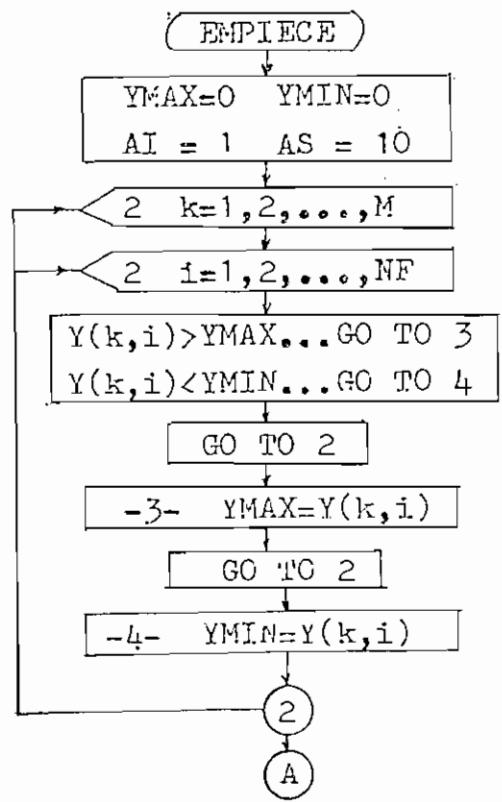


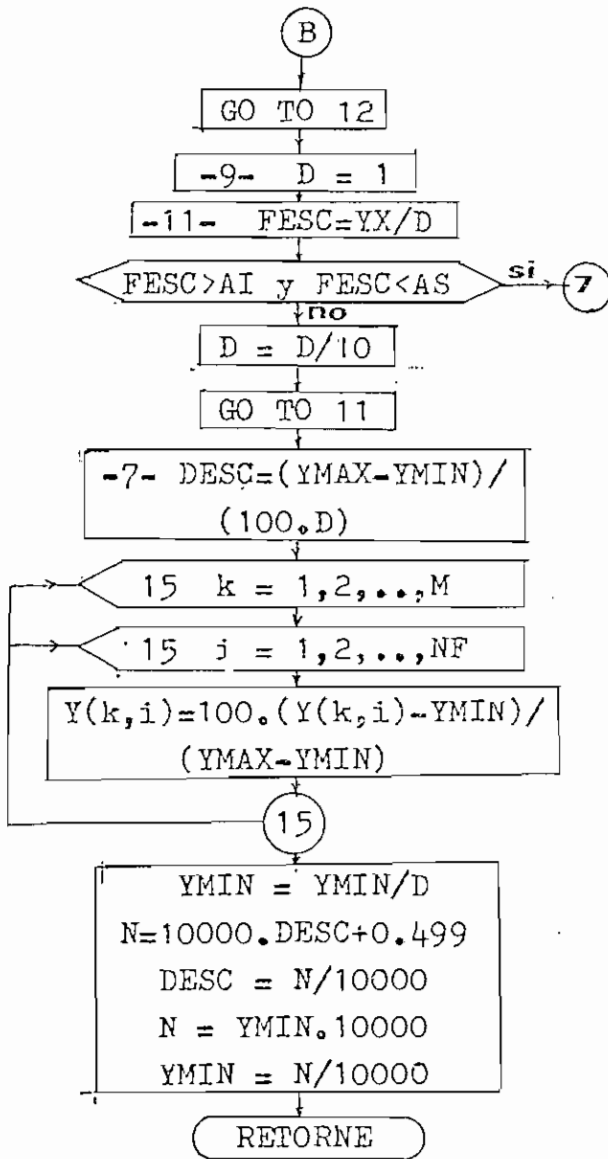
SUBROUTINA PLOT



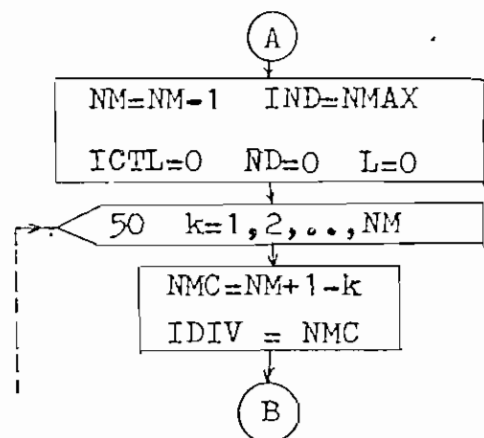
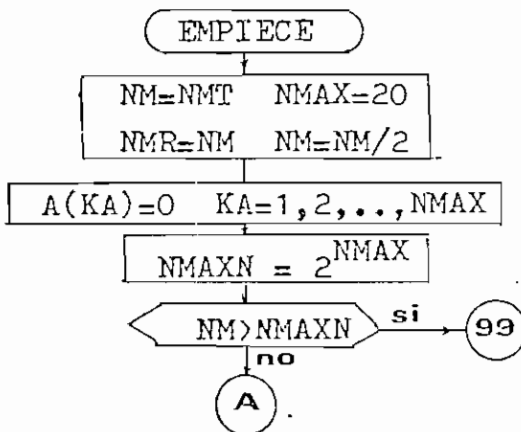


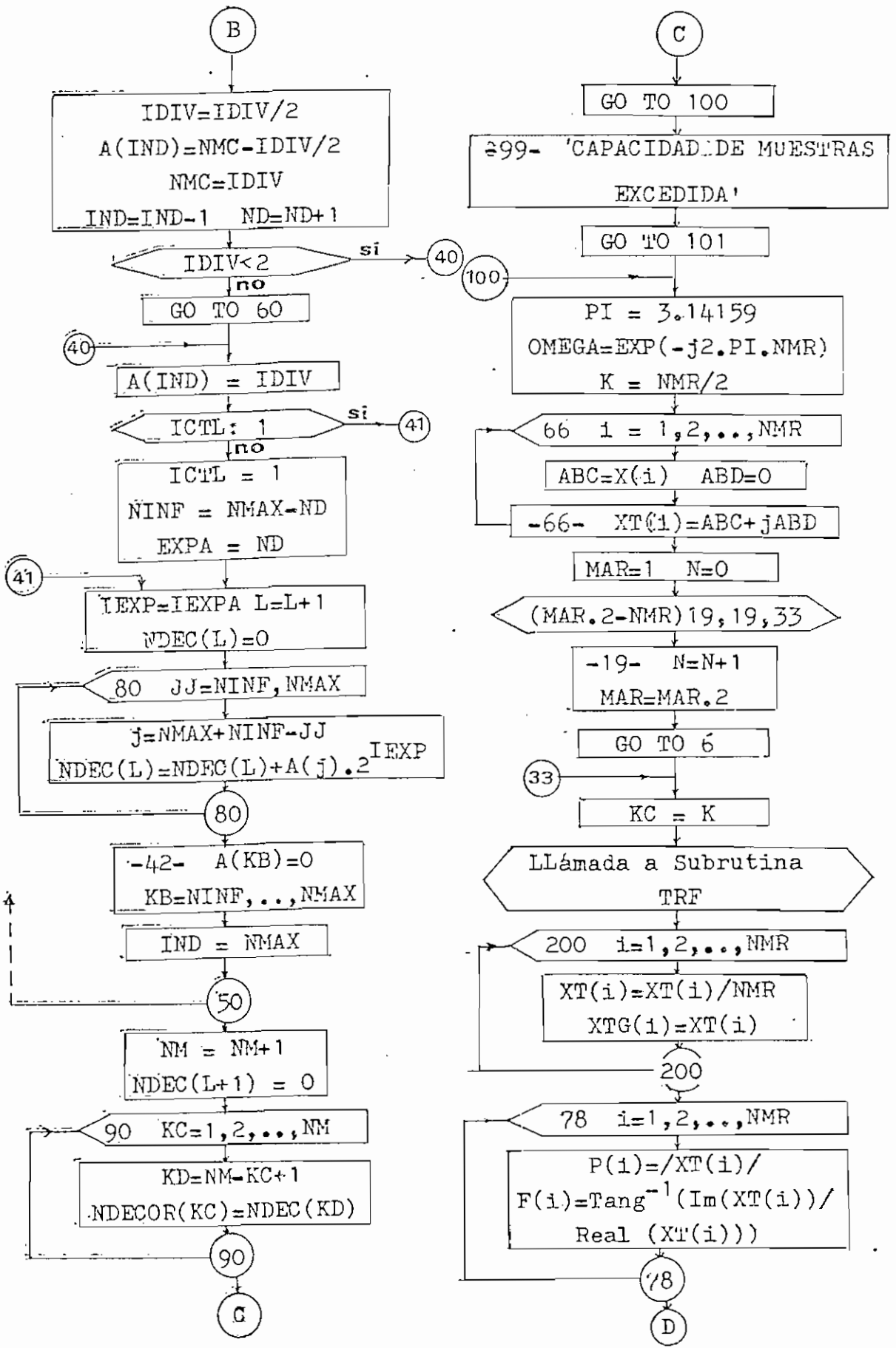
SUBROUTINA ESCAL

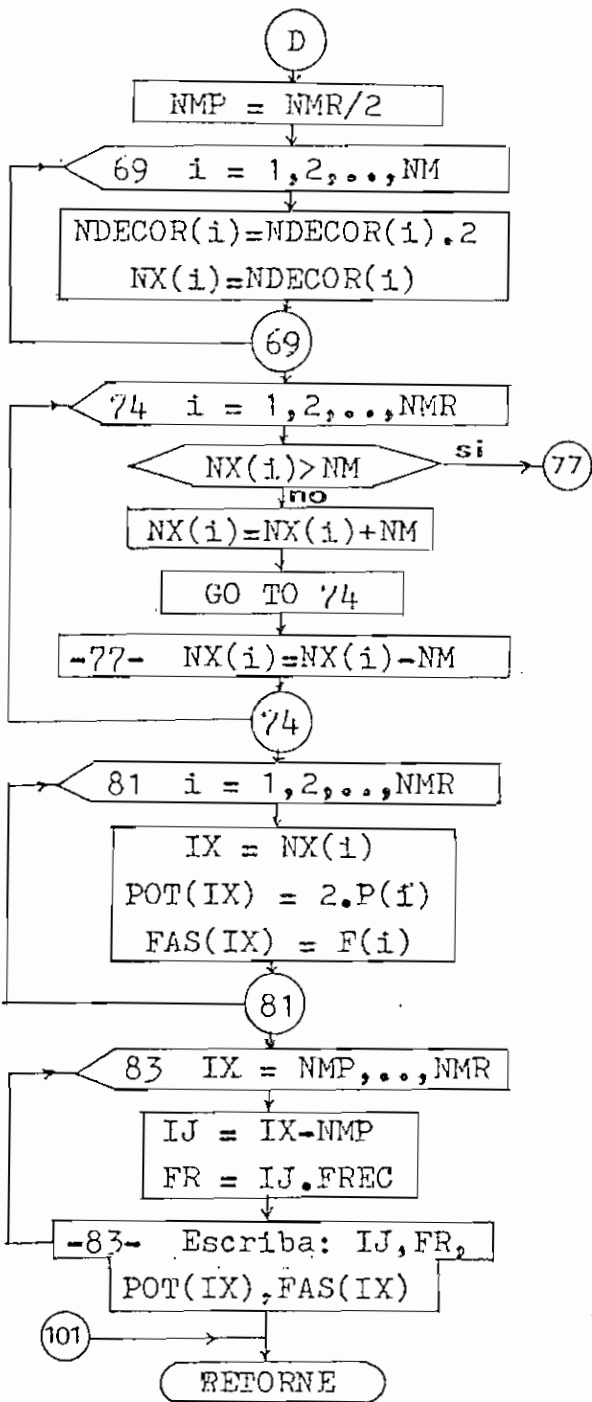




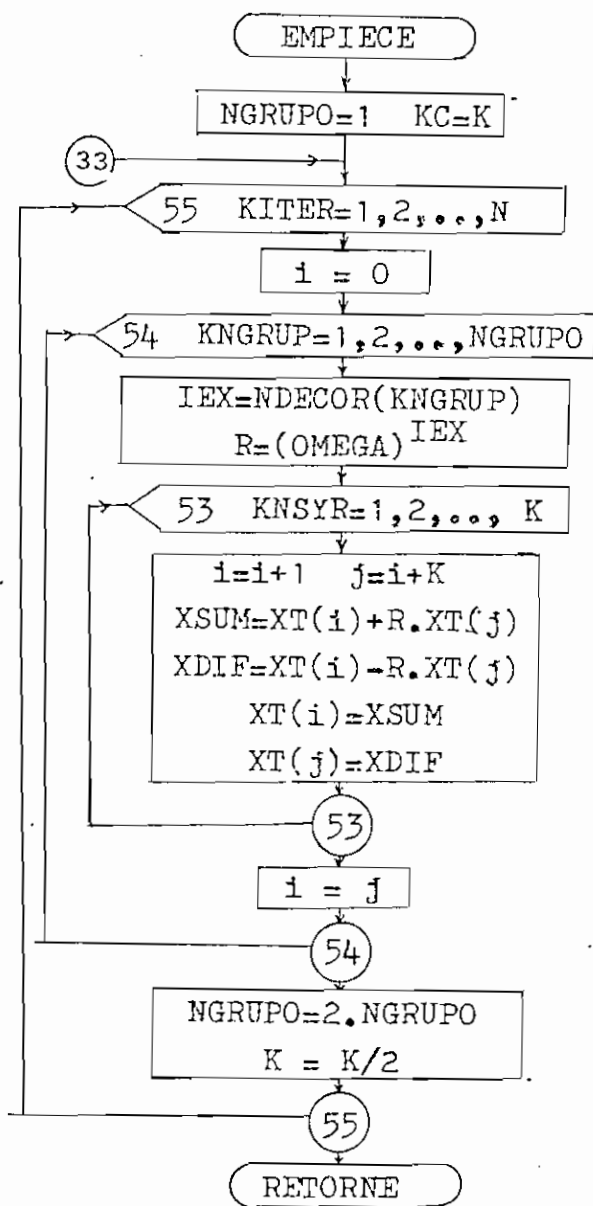
SUBROUTINA ESPE







SUBROUTINA TRF



3.4.- EJEMPLOS COMPARATIVOS

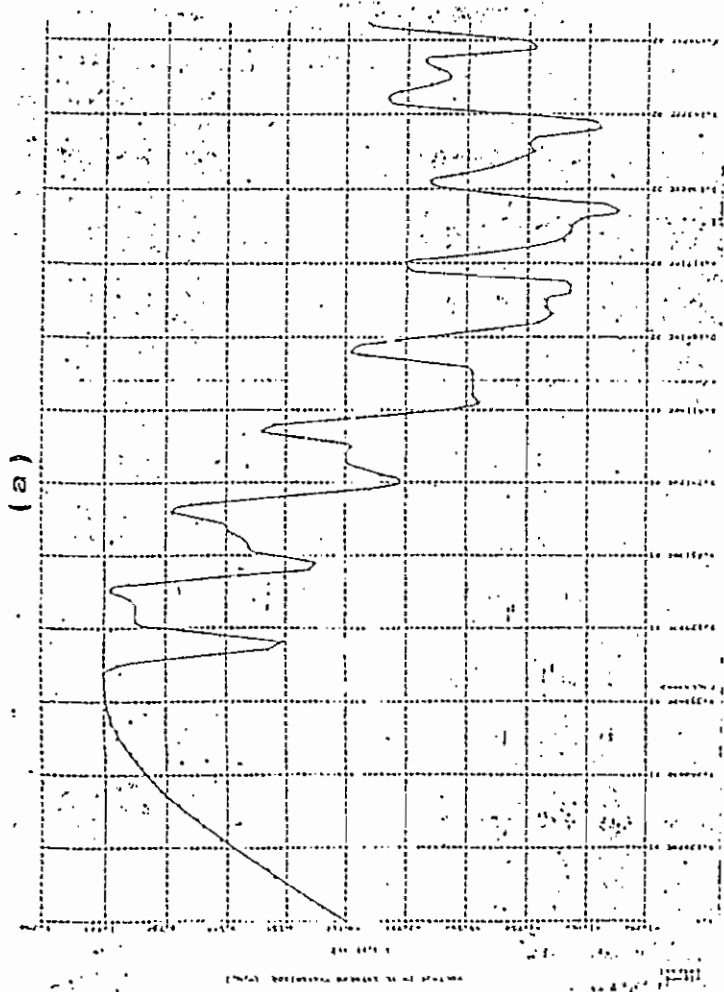
1. Se va a determinar la forma de onda del voltaje en la fase fallosa y el respectivo espectro de frecuencias en el extremo transmisor, en base a los datos obtenidos de la referencia 11.

En dicha referencia, para la obtención de las formas de onda del fenómeno transitorio se utiliza el método de las características, usando el programa de computación de H. W. Dommel¹² y para encontrar el espectro de frecuencias se utiliza un programa standard¹³, basado en la transformada rápida de Fourier

Los datos proporcionados son los siguientes:

- Frecuencia: 60 Hertz
- Impedancia interna de la fuente en el extremo transmisor: $j 20$ ohms.
- Impedancia interna de la fuente en el extremo receptor: $j 20$ ohms.
- Diferencia de fase entre los voltajes terminales: 0°
- Parámetros de la línea.-
 - Modo de fase:
 - $z1 = 0.041 + j 0.528$ ohms/milla
 - $y1 = j 7.86$ micro-siemens/milla
 - modo de tierra:
 - $z0 = 0.449 + j 2.02$ ohms/milla
 - $y0 = j 4.25$ micro-siemens/milla
- Longitud de la línea = 100 millas
- distancia del punto de falla al extremo transmisor = 100 millas
- Angulo de iniciación de falla = 90°
- Falla monofásica

Para adaptar la anterior información al presente programa es necesario cambiar la unidad de longitud de milla a kilómetro y hallar los parámetros R , L , C . A continuación se presentan los datos introducidos al programa y los resultados obtenidos.



(b)

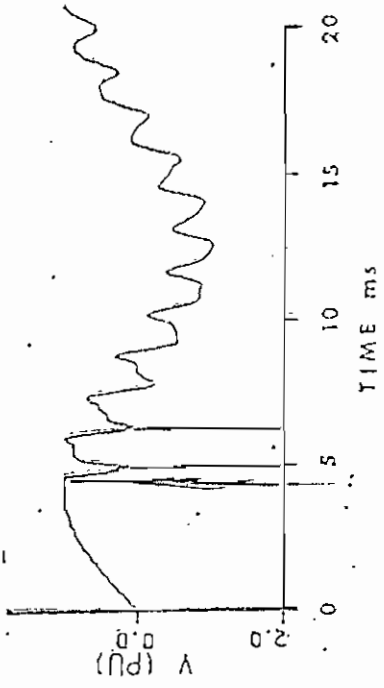
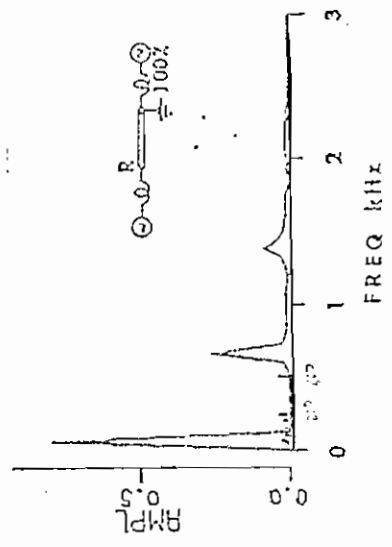
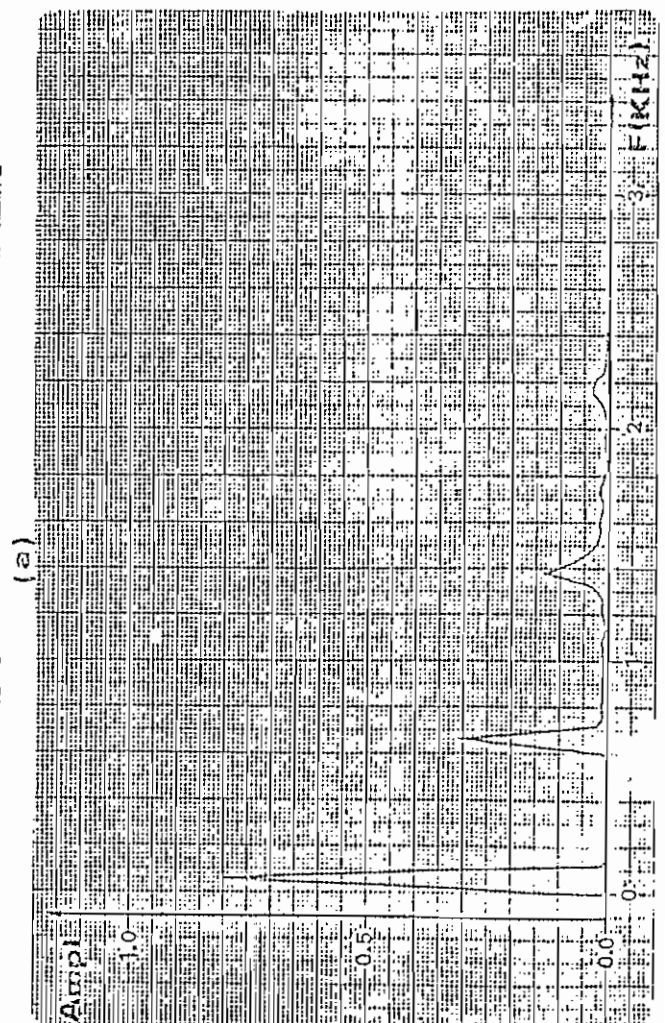


Fig 3.1.

Formas de onda del voltaje en fase fallosa.

- a) Resultado obtenido usando el programa digital.
- b) Resultado obtenido en la referencia 11



(b)

Fig 3.2.

Espectro de frecuencias del voltaje en fase fallosa,

- a) Resultado obtenido usando el programa digital.
- b) Resultado obtenido en la referencia 11

2.- Como segundo ejemplo se utiliza el sistema indicado en la referencia 14 y cuyos datos son:

- Datos de la línea de transmisión

- a) Los conductores de fase son $4 \times 54/7/0.33$ cm, ASCR, con 0.305 m. de distancia entre los conductores del haz.
- b) El cable de guardia es $54/7/0.33$ cm.
- c) Resistividad de tierra: $100 \Omega\text{-m}$
- d) Longitud de la línea 128 Km.

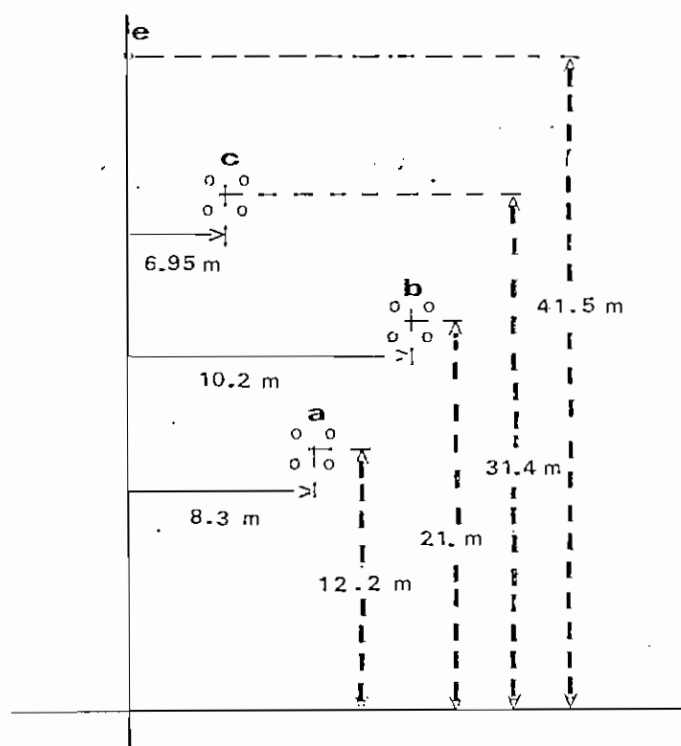


Fig 3.3 Configuración de la línea

- Frecuencia nominal: 50 Hertz
- Voltaje del sistema: 400 KV
- Nivel de cortocircuito en el extremo transmisor: 35000 MVA
- Nivel de cortocircuito en el extremo receptor: 35000 MVA

- Diferencia de fase entre los voltajes terminales: 0°
- Tipo de falla: bifásica entre 'a' y 'b'
- Distancia del punto de falla al extremo transmisor = 64 Km.
- Angulo de iniciación de falla = 180° en fase 'c'

La referencia no indica con claridad el material del cable de guardia, por lo cual se asume que es de acero.

Para el cálculo de los parámetros R, L, C de la línea de transmisión se utiliza el programa desarrollado en la referencia 15, los mencionados datos son evaluados a frecuencia nominal.

Las inductancias internas de las fuentes se calculan en base al nivel de cortocircuito, voltaje y frecuencia nominal del sistema.

A continuación se presentan los datos introducidos y los resultados obtenidos.

En el programa digital los valores están referidos a un voltaje base de 326.598 KV.

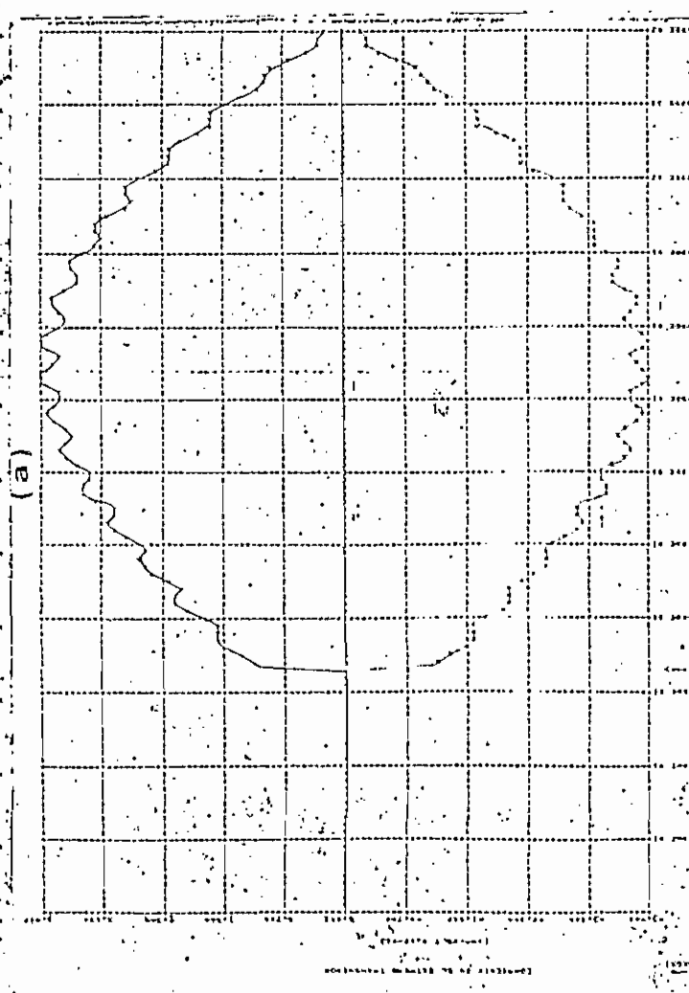
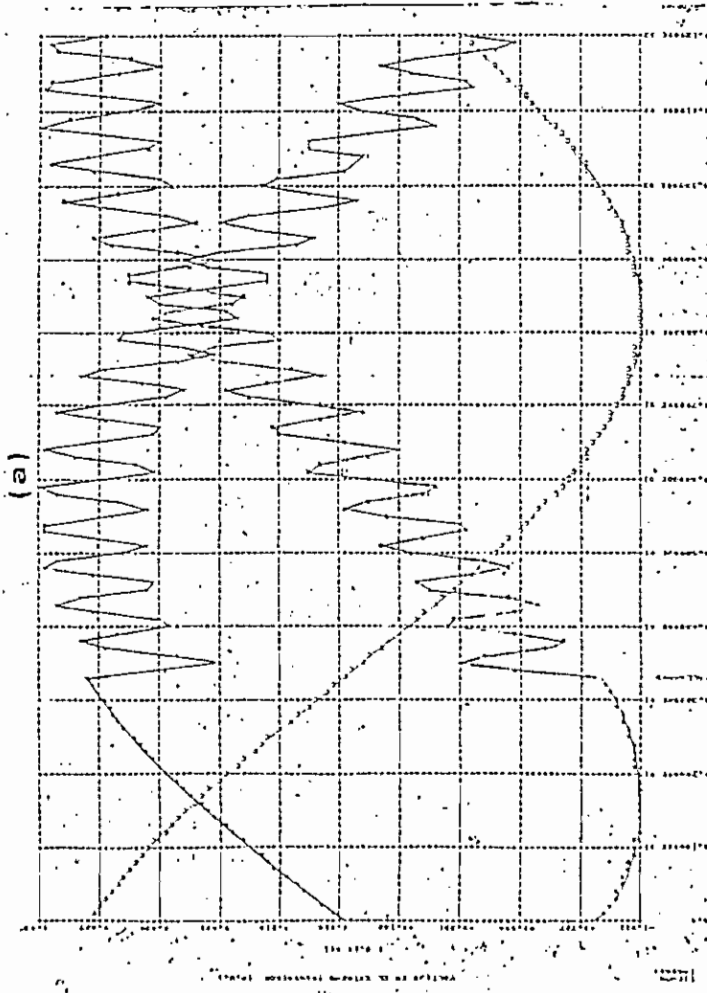


Fig 3.3. Formas de onda de los voltajes.

a) Resultado obtenido usando el programa digital.

b) Resultado obtenido en la referencia 14.

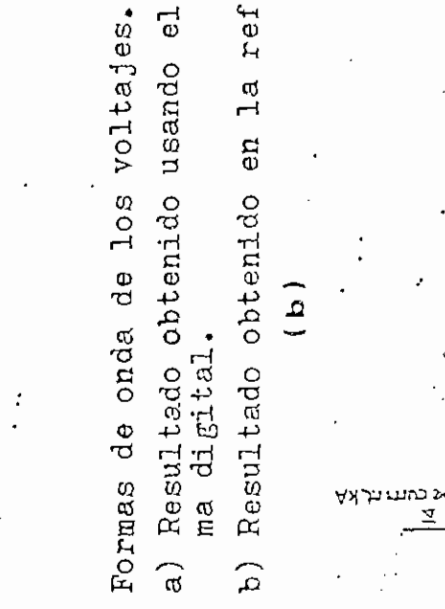
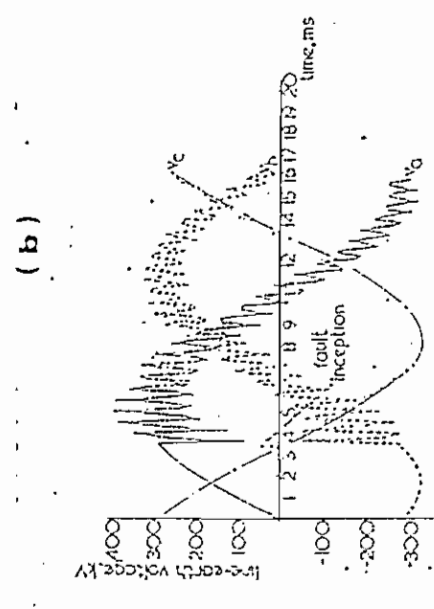


Fig 3.4. Formas de onda de las corrientes.

a) Resultado obtenido usando el programa digital.

b) Resultado obtenido en la referencia 14.

3.5.- ANALISIS DE RESULTADOS

Los resultados obtenidos en el ejemplo 1 tienen dos partes importantes, la forma de onda y el espectro de frecuencias.

Para la determinación de la forma de onda, la referencia y el programa digital utilizan diferentes métodos, el uno en el dominio del tiempo y el otro en el dominio de la frecuencia, en cambio para la determinación del espectro de frecuencias se coincide en el método aplicado.

Si se comparan las formas de onda se observa que son similares, de igual manera los espectros de frecuencias presentan idénticas amplitudes y frecuencias predominantes.

Al analizar la forma de onda se encuentra que el tiempo de tránsito es de aproximadamente 1.4 mseg, por lo tanto, la velocidad efectiva de propagación de la onda está alrededor de 230 Km/seg y la frecuencia predominante del transitorio tendrá un valor próximo a 660 Hertz, esta información proporcionada por la forma de onda es ratificada por el espectro de frecuencias, donde aparece 660 Hertz, como frecuencia predominante del transitorio.

Debido a que la falla es simulada a voltaje máximo existe una gran distorsión en la forma de onda, por lo cual aparece en el espectro de frecuencias una alta amplitud a la frecuencia predominante.

Al comparar los resultados obtenidos para el ejemplo 2, se observa una mayor similitud en las formas de onda de las corrientes, además se coincide en los valores de corriente más elevados,

las formas de onda de voltaje son aproximadas, pero en el programa digital no aparecen picos tan pronunciados como los que aparecen en la referencia.

Las diferencias que aparecen entre los resultados obtenidos por los dos métodos se debe a lo siguiente:

- a) En el programa digital se utiliza en la línea la disposición transpuesta, en cambio en la referencia se utiliza la disposición no transpuesta.
- b) En el programa digital se asume que los parámetros R , L , C de la línea son invariantes con la frecuencia y en la referencia se les considera dependientes de la frecuencia.

En las formas de onda del ejemplo 2 se observa la presencia de elevadas frecuencias, las corrientes no sufren tan alta distorsión como los voltajes, la fase sana no se altera por el transitorio.

C A P I T U L O I V

A P L I C A C I O N E S

Los estudios de simulación se realizan básicamente para el caso de falla monofásica, en el sistema presentado en el ejemplo 1 de la sección 3.4.

4.1 EFECTO DE LA UBICACION DE LA FALLA

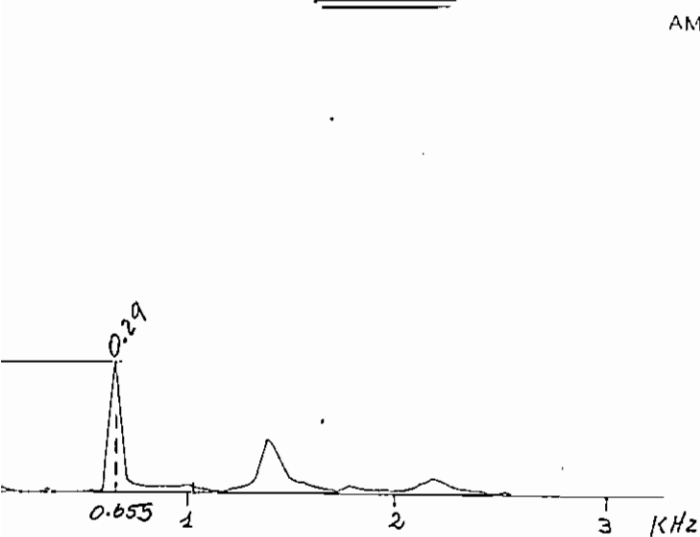
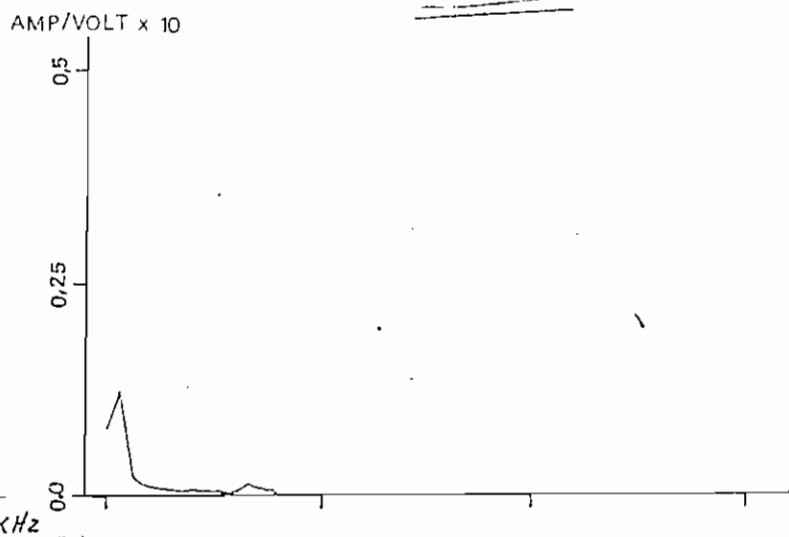
En las figs 4.1 a 4.5 se muestran las formas de onda y los espectros de frecuencia para fallas situadas a distancias del 100%, 80% y 60% del extremo transmisor.

Conforme se aproxima el punto de falla al extremo transmisor aparecen las siguientes características.

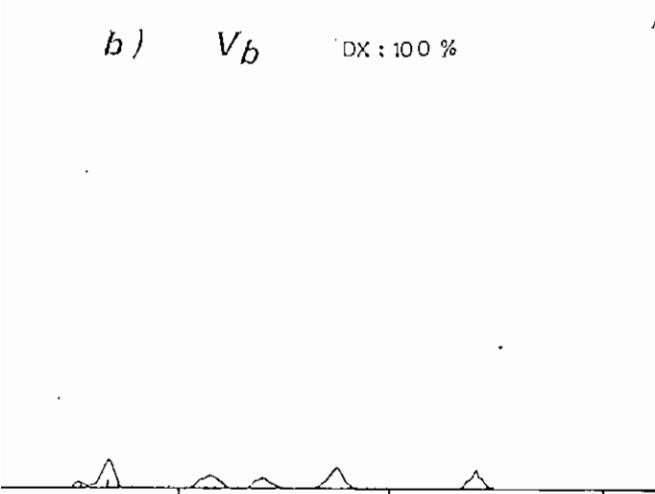
Se observa que la frecuencia predominante del transitorio va tornándose más alta, existe una ligera disminución de las amplitudes de voltaje para las frecuencias fundamental y predominante.

En las fases sanas la perturbación va disminuyendo y la forma de onda de la corriente en la fase fallosa se eleva.

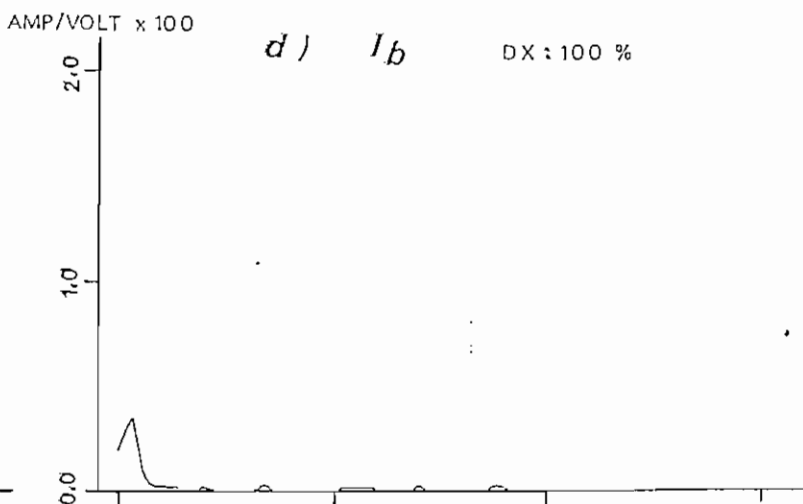
fig 4.4 ESPECTRO DE FRECUENCIAS

a) V_a DX: 100 %c) I_a DX: 100 %b) V_b

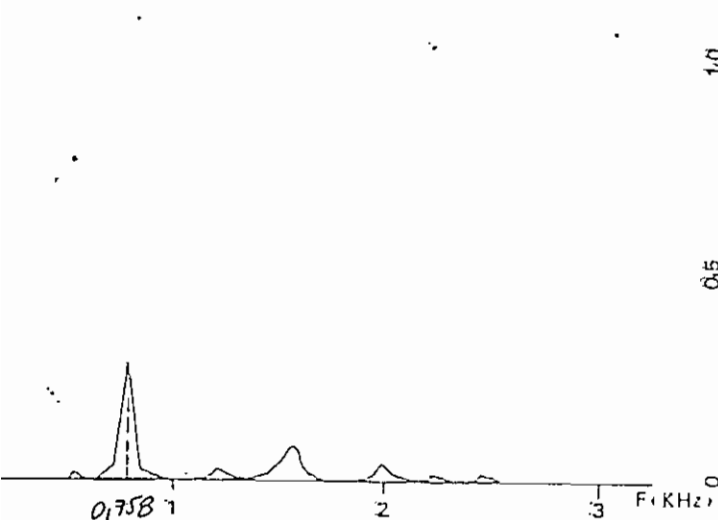
DX: 100 %

d) I_b

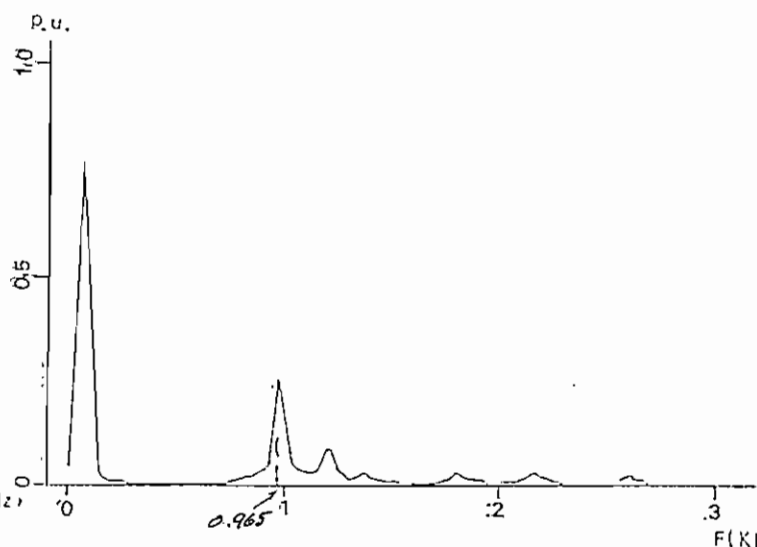
DX: 100 %

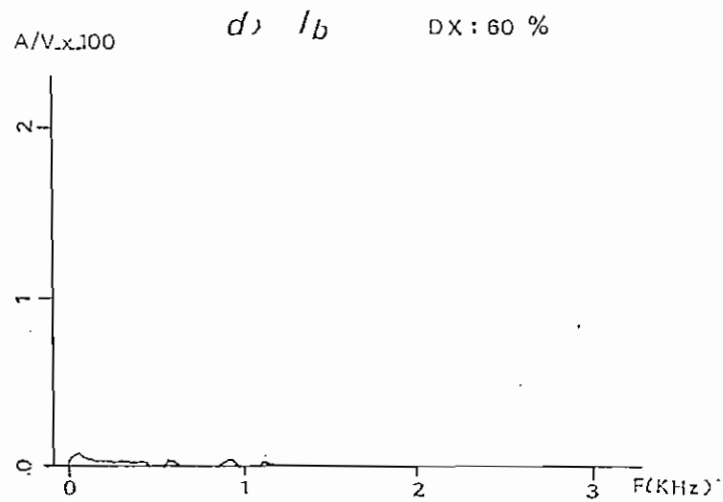
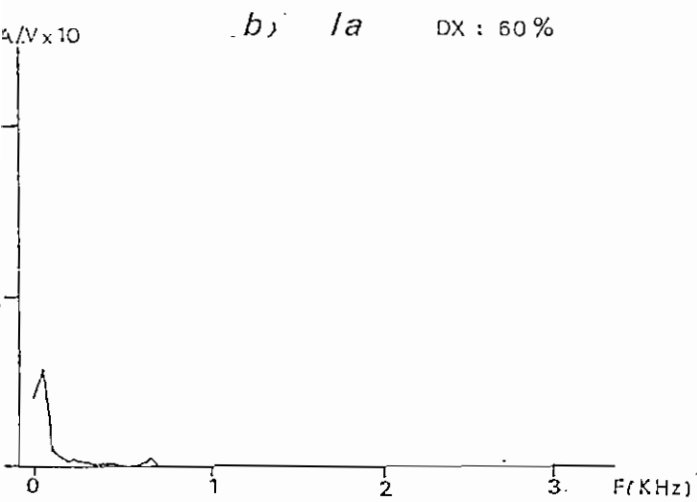
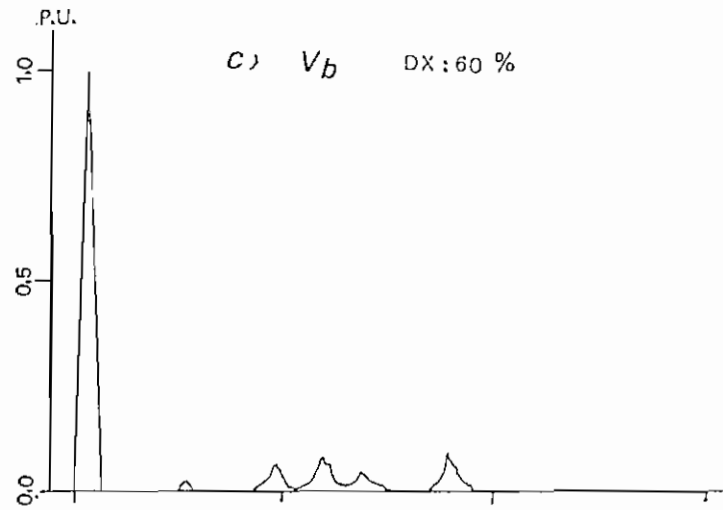
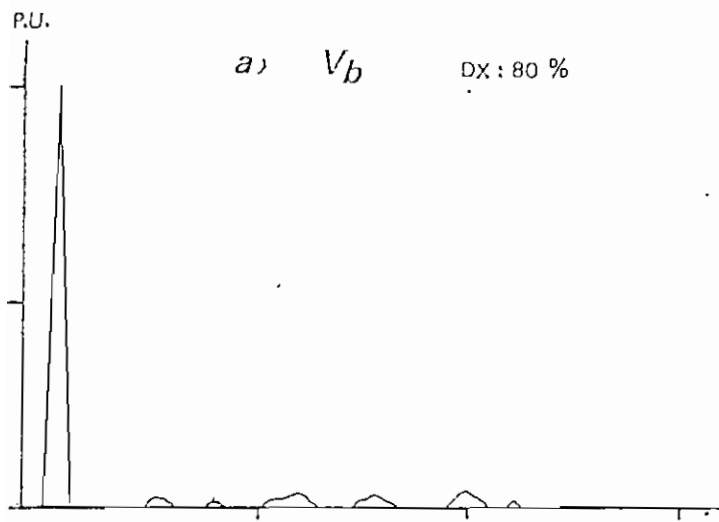
e) V_a

DX: 80 %

f) V_a

DX: 60 %





'a' fase fallosa

'b' fase sana

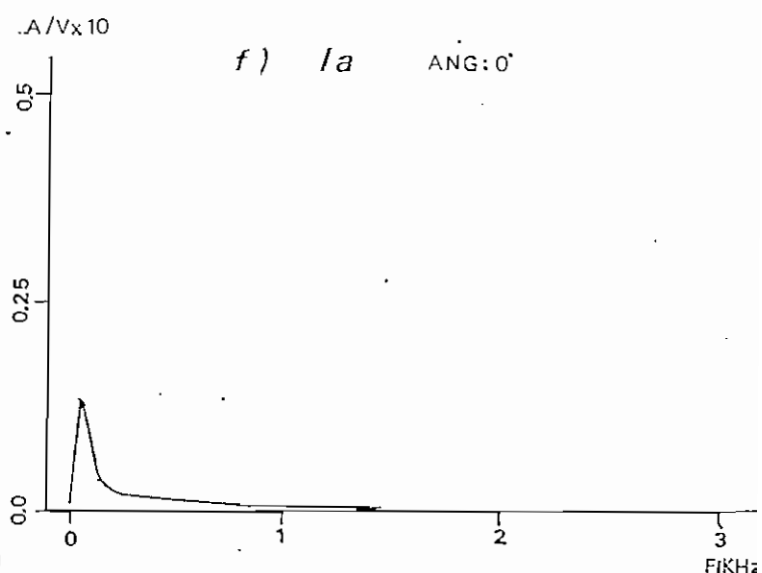
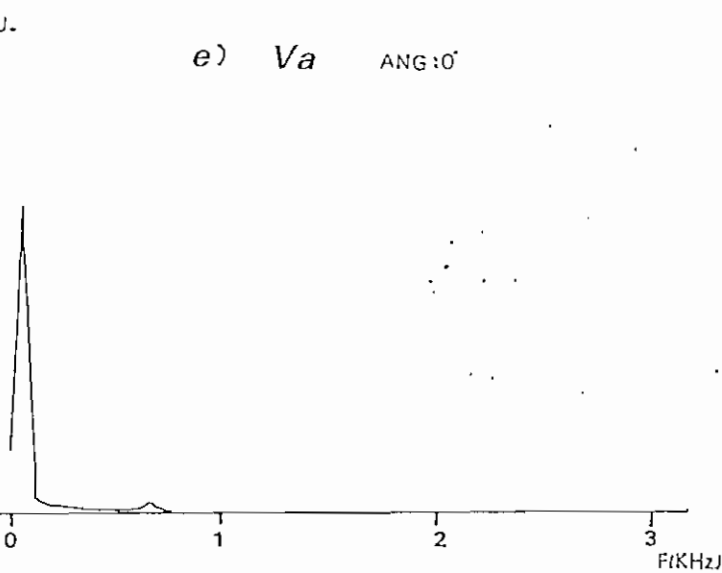
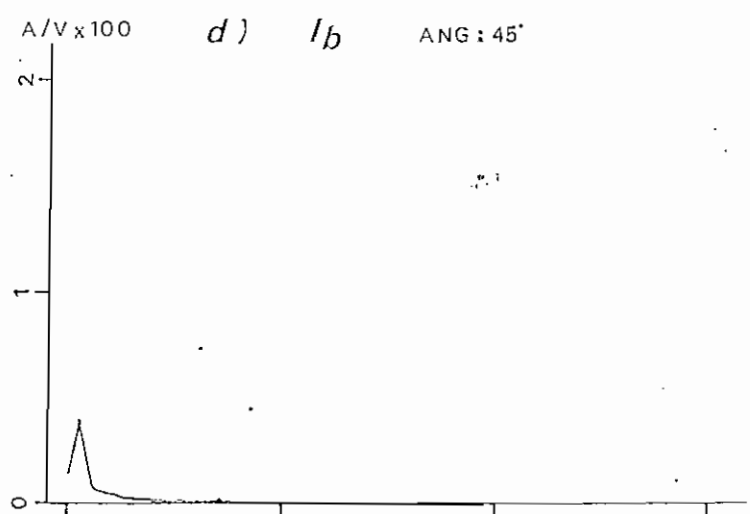
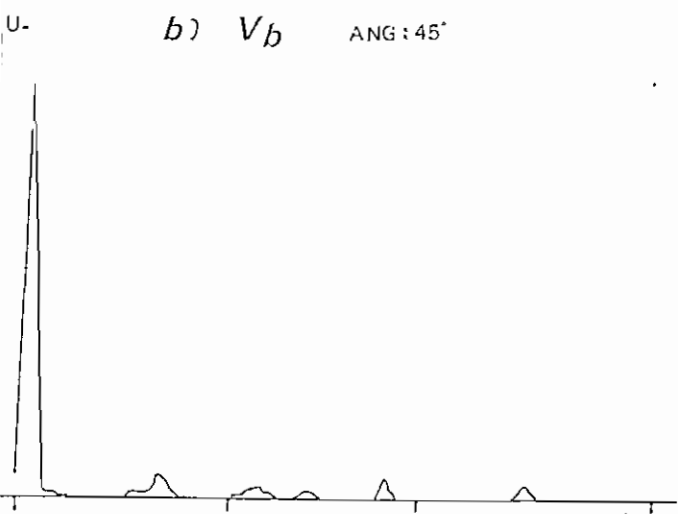
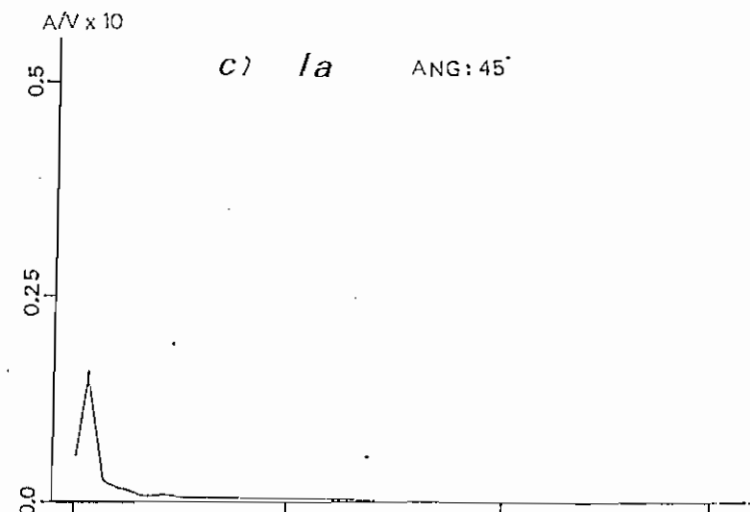
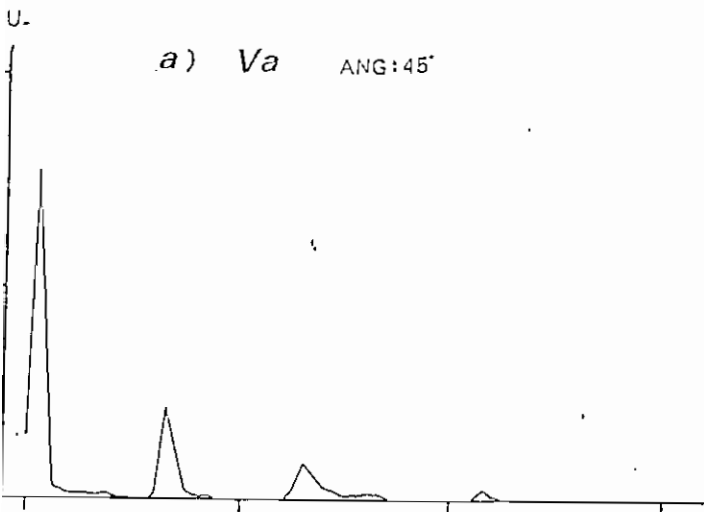
4.2 EFECTO DEL INSTANTE DE FALLA

El peor de los casos desde el punto de vista de ondas viajeras es el instante que corresponde a voltaje máximo en la fase fallosa, el caso opuesto es cuando la falla se aplica a voltaje cero, en este caso, no hay mayor distorsión debido a que no existe un cambio grande y repentino de voltaje en el punto de falla.

En las figs. 4.1 y figs 4.4(a,b,c,d,) se muestran las formas de onda y espectros de frecuencia para un ángulo de iniciación de falla a 90° , mientras que en las figs. 4.6 a 4.9 se indican para ángulos de iniciación de falla a 45° y 0° .

Conforme disminuye el ángulo de iniciación de falla se pueden anotar las siguientes características.

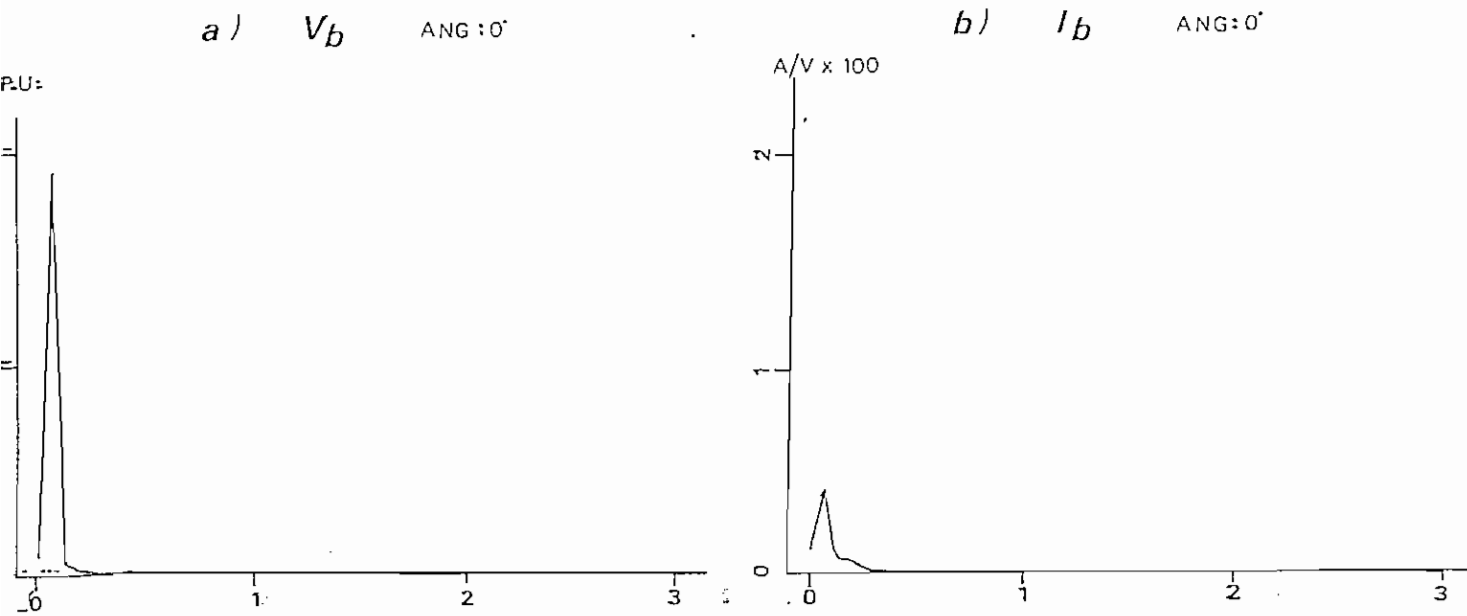
Menor distorsión de las formas de onda, la amplitud de voltaje correspondiente a la componente de continua aumenta, mientras que la amplitud de la corriente de la componente de continua decrece. Existe disminución de las amplitudes de voltaje a la frecuencia fundamental y predominante.



F(KHz)

F(KHz)

fig 4.9 ESPECTRO DE FRECUENCIAS



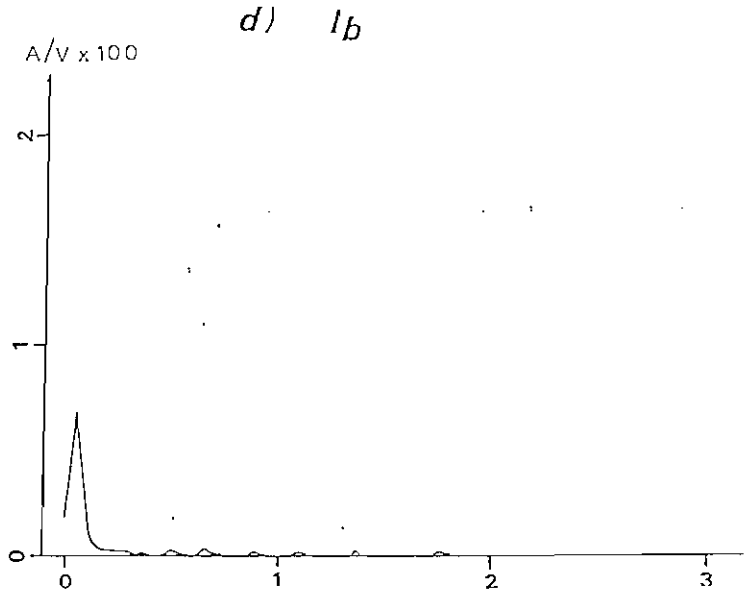
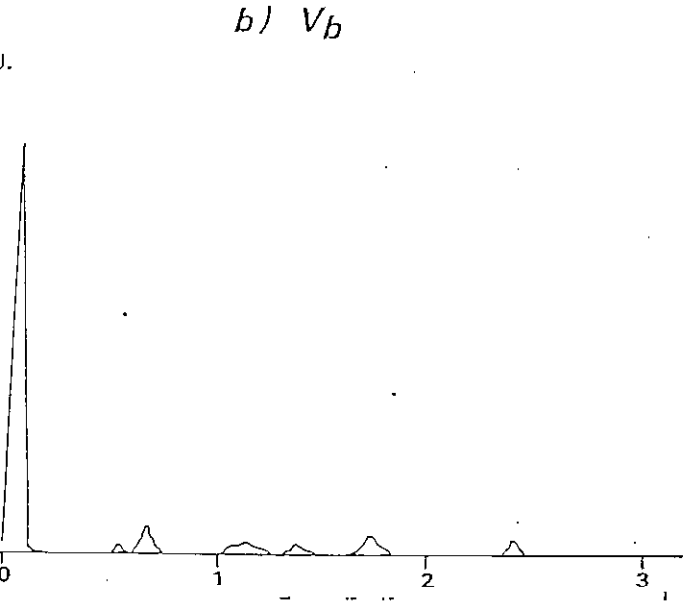
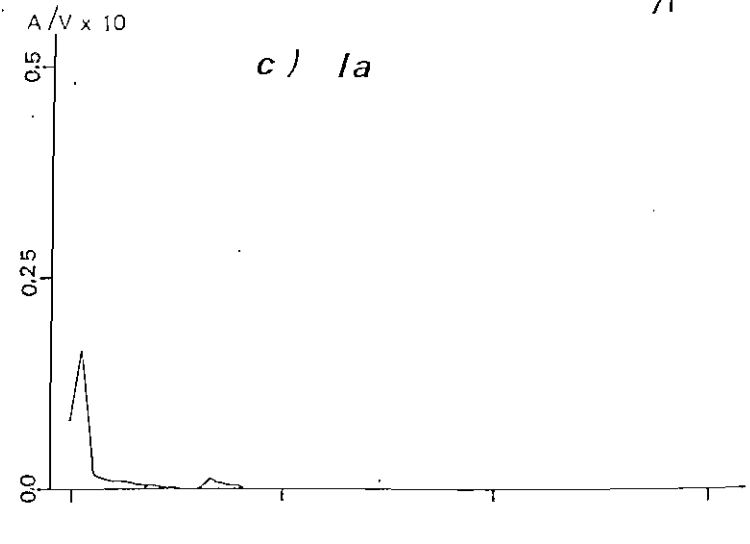
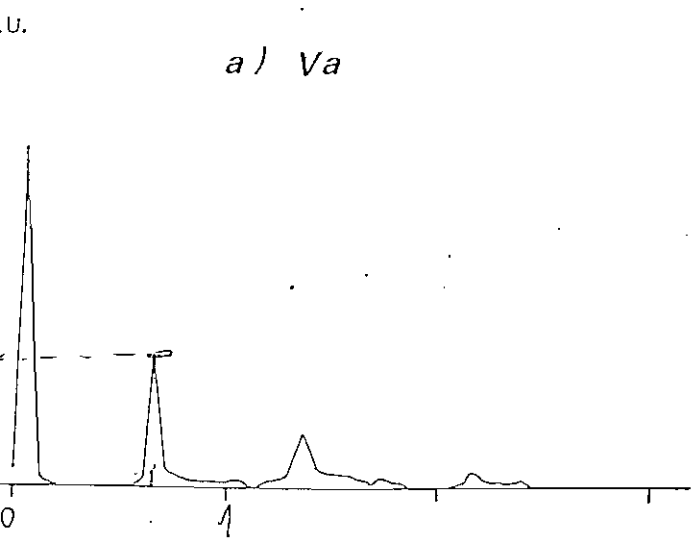
'a' fase fallosa

'b' fase sana

4.3 EFECTO DE LA CARGA DE PREFALLA

En las figs 4.1 y figs 4.4 (a,b,c,d) se muestran las formas de onda y espectros de frecuencias para una diferencia de ángulo de fase entre voltajes terminales de 0° , mientras en las figs. 4.10 y 4.11 se indican para una diferencia de ángulo de fase entre voltajes terminales de 30° .

Se puede notar que las formas de onda de los voltajes no son afectados por la carga de prefalla, esto es debido a que el voltaje de prefalla en cualquier punto de la línea es casi independiente del circuito de carga, por lo tanto se obtienen espectros de frecuencia de voltajes que son similares, en cambio en el espectro de frecuencias de corrientes, las amplitudes de las armónicas son iguales para los dos casos, pero la amplitud de la corriente a frecuencia fundamental es mayor para el caso en que existe mayor carga de prefalla.



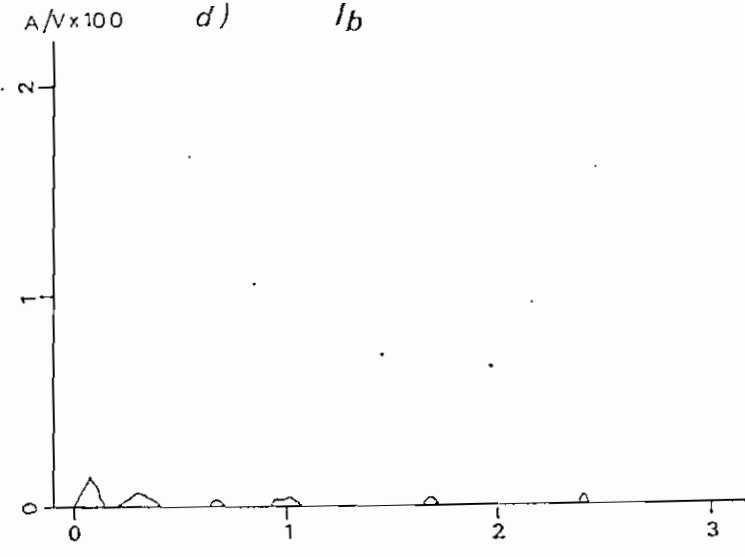
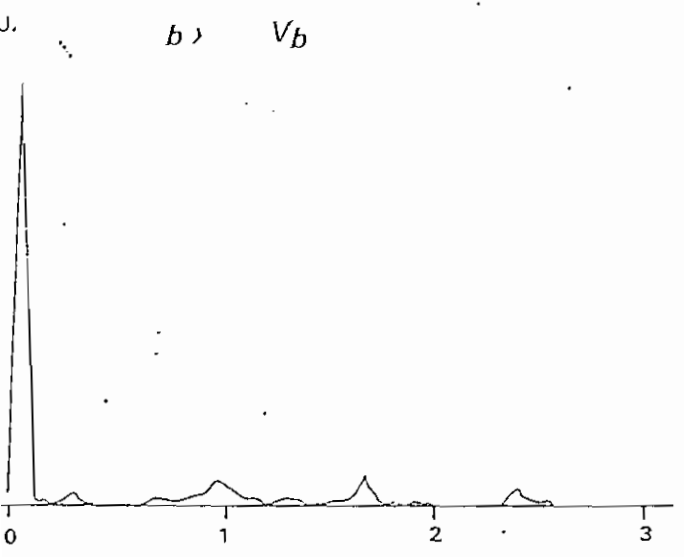
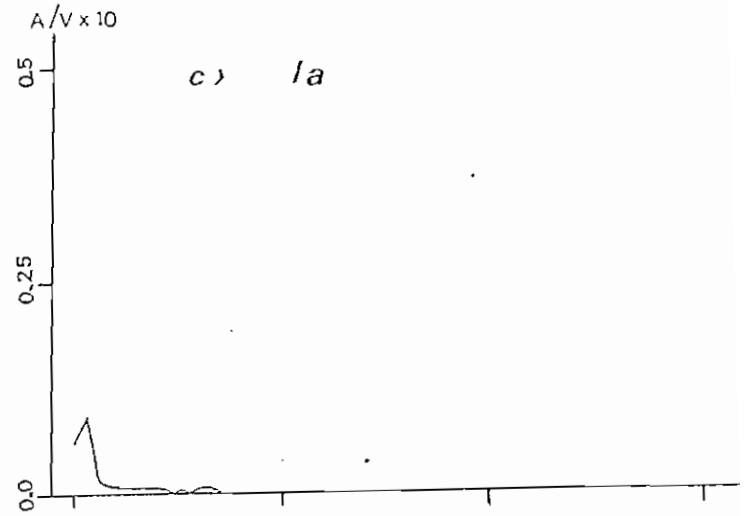
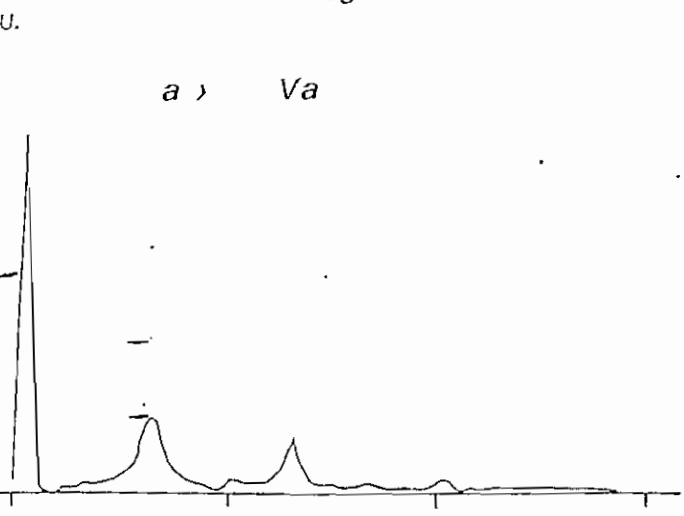
4.4 EFECTO DE LOS PARAMETROS DE LA FUENTE

En las figs. 4.1 y figs. 4.4 (a,b,c,d) se muestran las formas de onda y espectros de frecuencia para un sistema con doble fuente terminal, mientras que en las figs. 4.12 y 4.13 se indican para el caso de extremo receptor abierto.

Se puede observar que una elevada impedancia interna (receptor abierto) causa una mayor distorsión, el espectro de frecuencia de los voltajes indica una elevación de las amplitudes para la frecuencia fundamental y para las armónicas.

En el espectro de frecuencia de las corrientes se observa mayores valores de amplitud para el caso de baja impedancia interna.

fig 4.13 ESPECTRO DE FRECUENCIA RECEPTOR ABIERTO



4.5 EFECTO DEL TIPO DE FALLA

En las figs. 4.1 y figs. 4.4 (a,b,c,d) se muestran las formas de onda y espectros de frecuencias para la falla monofásica, mientras que en las figs. 4.14 y 4.15 se indican para el caso de falla trifásica.

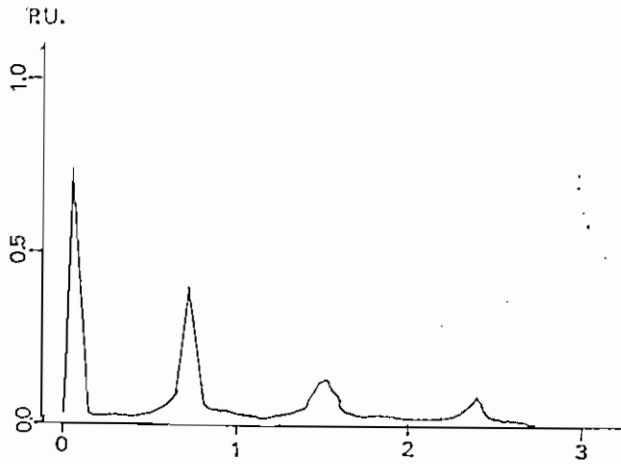
La falla trifásica muestra formas de onda de voltajes y corrientes más elevados, en los espectros de voltajes las armónicas tienen altas amplitudes, además la frecuencia predominante es más elevada respecto al valor del caso monofásico.

La fig. 3.4 presenta el caso de falla bifásica y al comparar con las figuras antes mencionadas se puede concluir que las fallas que no involucran tierra muestran voltajes y corrientes más elevados y formas de onda más distorsionadas.

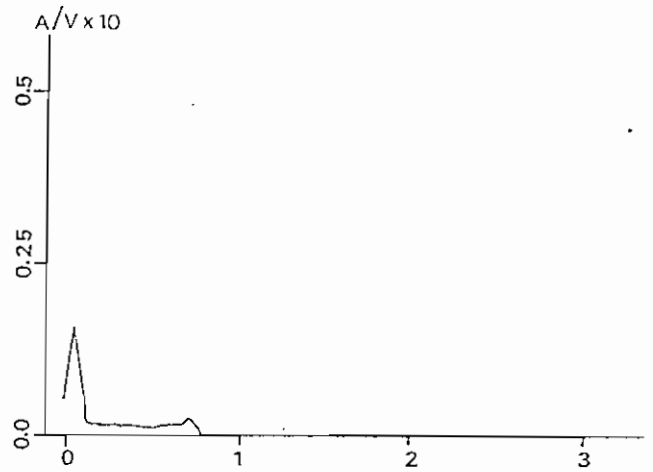
En la fig. 3.4 se observa que el voltaje en la fase sana no sufre distorsión, esto es debido a que las corrientes que fluyen en las fases fallosas son iguales y opuestas.

En este capítulo se ha procurado presentar los casos de mayor importancia para evitar la acumulación innecesaria de respuestas.

a) V_a



b) I_a



C A P I T U L O V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Ha sido común estudiar el fenómeno transitorio originado por una falla de la línea de transmisión por medio del método de ondas viajeras, en la presente tesis se presenta un método diferente que es la transformada modificada de Fourier.

Las formas de onda de los voltajes y corrientes transitorios con sus respectivos espectros de frecuencias proporcionan una valiosa información al sistema de protección para permitirle el despeje ultra - rápido de la falla.

Con la utilización del principio de superposición y de las componentes simétricas la solución del problema se ha simplificado de gran manera.

El método de solución empleado abre perspectivas para utilizarlo en otros ámbitos, especialmente en transitorios producidos por maniobra.

En la tesis se presenta el espectro de frecuencias originado por las formas de onda, lo cual es poco usual en el estudio de fallas, a pesar de la valiosa información que proporciona.

La demostración de la veracidad de los resultados obtenidos en la presente tesis, también ha permitido ratificar la certeza de los resultados logrados en la referencia 10.

A la culminación de este trabajo, nace la inquietud de implementar un programa que incluya la dependencia de los parámetros R, L, C con la frecuencia y la no transposición de la línea.

A P E N D I C E A

MANUAL DE USO DEL PROGRAMA

A.1. NOMENCLATURA

a) VARIABLES DE ENTRADA.

<u>SIMBOLO</u>	<u>DESCRIPCION</u>
F	Frecuencia Nominal, en Hertz
ALS	Inductancia interna de la fuente del extremo transmisor, en Henrios
ALR	Inductancia interna de la fuente del extremo receptor, en Henrios
DIFA	Diferencia de ángulo de fase entre los voltajes terminales, en grados
RO	Resistencia de secuencia cero de la línea, en ohms/Km.
ALO	Inductancia de secuencia cero de la línea, en Henrios/Km.
CO	Capacitancia de secuencia cero de la línea, en Faradios/Km.
R1	Resistencia de secuencia positiva de la línea, en ohms/Km
AL1	Inductancia de secuencia positiva de la línea, en Henrios/Km.
CC1	Capacitancia de secuencia positiva de la línea, en Faradios/Km.
DL	Longitud de la línea, en Km.
DX	Distancia del punto de falla al extremo transmisor, en Km.
DT	Incremento de tiempo, en segundos.
DW	Incremento de frecuencia angular, en radianes/seg.
N	Número de muestras de frecuencia.
MM	Número de muestras total a ser graficadas
NE	Número de muestras de estado estático a ser graficadas.

<u>SIMBOLO</u>	<u>DESCRIPCION</u>
INER	Indicador de extremo receptor <ul style="list-style-type: none"> - si el extremo está abierto = 0 - si existe doble fuente terminal $\neq 0$
INDG	Indicador de gráficos <ul style="list-style-type: none"> - Se requiere la graficación $\neq 0$ - No se requiere = 0
INEV	Indicador de espectro de frecuencias para voltajes. <ul style="list-style-type: none"> - Se requiere el espectro $\neq 0$ - No se requiere = 0
INEI	Indicador de espectro de frecuencias para corrientes <ul style="list-style-type: none"> - Si se requiere el espectro $\neq 0$ - En caso contrario = 0
ANGF	Angulo de iniciación de falla, en grados. En falla monofásica es el ángulo en la fase fallosa, en falla trifásica es el ángulo en la fase 'a', en las fallas bifásica y bifásica-tierra es el ángulo en la fase no fallosa.
KF	Indicador del tipo de falla <ul style="list-style-type: none"> - En falla monofásica = 0 - En falla trifásica = 1 - En falla bifásica = 2 - En falla bifásica-tierra, cualquier número del 3 al 9
INDNF	Indicador que se utiliza en todos los tipos de falla, excepto en la falla trifásica. <ul style="list-style-type: none"> - Si la falla es monofásica en fase 'a', o si la falla es bifásica o bifásica-tierra en fases 'b' y 'c' = 1

SIMBOLODESCRIPCION

- Si la falla es monofásica en fase 'b', o si la falla es bifásica o bifásica-tierra en fases 'a' y 'c'
= 2
- Si la falla es monofásica en fase 'c', o si la falla es bifásica o bifásica-tierra en fases 'a' y 'b'
= 3

ALSO

Inductancia interna de secuencia cero en el extremo transmisor, en Henrios. Solo se utiliza en fallas a tierra.

Si INER = 0 es necesario dar un valor muy elevado de ALR que simule el extremo receptor abierto, por ejemplo $ALR = 1 \times 10$ Henrios.

b) VARIABLES DE SALIDA.

SIMBOLODESCRIPCION

VS(k,i)	Voltajes de fase en función del tiempo en el extremo transmisor (p.u.)
CIS(k,i)	Corrientes de fase en función del tiempo en el extremo transmisor, en Amp/Volt.
YV(k,i)	Muestras de Voltaje graficadas, en p.u.
YI(k,i)	Muestras de corriente graficadas, en Amp/Volt.
POT(1)	Espectro de amplitud en función de frecuencia
FAS(1)	Espectro de fase en función de la frecuencia

A.2. FORMA DE PROPORCIONAR LOS DATOS AL PROGRAMA

La explicación dada en la sección A.1. facilita la entrada de datos, a continuación se dan explicaciones sobre ciertas dudas que pudieran aparecer en el manejo de datos.

Las variables F, ALS, ALR, DIFA se escriben en la misma tarjeta, en caso de tener un sistema con extremo receptor abierto se incluye un elevado valor de ALR en los datos, a continuación se introducen los parámetros de la línea, en una tarjeta están los datos de secuencia cero RO, ALO, CO y en otra los de secuencia positiva R1, AL1, CC1.

Los valores relativos a distancias DL, DX en una misma tarjeta, se escriben conjuntamente DT, DW, N, MM, NE, es necesario aclarar que M es igual a la resta entre el número de muestras totales MM menos el número de muestras de estado estático NE y si se desea calcular los espectros de frecuencias, el valor de M debe ser una potencia de dos, por ejemplo M puede ser 64, 128 hasta 512, este requerimiento es necesario cumplir debido a que la transformada rápida de Fourier utiliza el sistema binario, otra forma de proporcionar los datos daría lugar a errores.

El número de muestras de frecuencias N puede ser máximo 512, los indicadores INER, INDG, INEV, INEI se incluyen en la misma tarjeta, en otra va ANGF.

Si se requiere los espectros, es necesario proporcionar un número de muestras tal que cubran un período transitorio completo.

Si existe falla trifásica, no es necesario escribir ningún dato adicional a los mencionados anteriormente, en caso existan fallas a tierra se dan los datos de INDNF y ALSO en la misma tarjeta y si es fa-

lla bifásica solo es necesario el dato de INDNF.

A continuación se muestra en hojas de codificación, la forma de proporcionar los datos al programa, especialmente lo relativo al formato.

A P E N D I C E B

LA TRANSFORMADA DE FOURIER

La complejidad de los sistemas da lugar a la necesidad de evaluar la transformada inversa en forma numérica.

Al utilizar la transformada de Fourier surgen dos problemas inmediatamente, el primero se refiere a las oscilaciones de Gibbs y el segundo surge debido al hecho de que los polos de integración en la integral inversa pueden cerrar el camino de integración.

B.1. OSCILACIONES DE GIBBS⁸

La integral de Fourier debe ser evaluada numéricamente, para esto es necesario cambiar el rango de integración que inicialmente es infinito $[-\infty, \infty]$ a un rango finito $(-\Omega, \Omega)$, esto inevitablemente produce las oscilaciones de Gibbs asociadas con las series de Fourier y producen un error apreciable en la vecindad de la discontinuidad y conforme se alejan de ella las oscilaciones se van amortiguando.

Para reducir las oscilaciones de Gibbs se utiliza el factor σ , a continuación se explicará la forma de calcular dicho factor.

Se tiene la siguiente serie de Fourier:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(w) \exp(jwt) dw \quad \text{B.1}$$

al considerar su forma truncada

$$f_{\Omega}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\Omega}^{\Omega} f(w) \exp(jwt) dw \quad \text{B.2}$$

Si en vez de considerar la forma truncada, se considera el promedio local de $f_{\Omega}(t)$ entre un rango de $\pm \pi/\Omega$

$$\begin{aligned}
 f_{\sigma}(t) &= \frac{\Omega}{2\pi} \int_{t-\pi/\Omega}^{t+\pi/\Omega} f_{\Omega}(\tau) d\tau \\
 &= \frac{\Omega}{2\pi} \int_{t-\pi/\Omega}^{t+\pi/\Omega} d\tau \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{-\Omega}^{\Omega} f(w) \exp(jw\tau) dw \\
 &= \frac{\Omega}{4\pi^2} \int_{-\Omega}^{\Omega} f(w) \exp(jw\tau) \frac{(\exp(\frac{jw\pi}{\Omega}) - \exp(-\frac{jw\pi}{\Omega}))}{jw} dw \\
 f_{\sigma}(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\Omega}^{\Omega} f(w) \exp(jw\tau) \frac{\sin(\frac{\pi w}{\Omega})}{\frac{\pi w}{\Omega}} dw \quad \text{B.4}
 \end{aligned}$$

El uso de $f_{\sigma}(t)$ en lugar de $f_{\Omega}(t)$ produce la reducción en la función de las oscilaciones de Gibbs.

Desde la expresión B.4 se define al factor

$$\sigma = \frac{\sin(\frac{\pi w}{\Omega})}{\frac{\pi w}{\Omega}} \quad \text{B.5}$$

A continuación en la figura 1 se representa el efecto del factor σ en una onda rectangular.

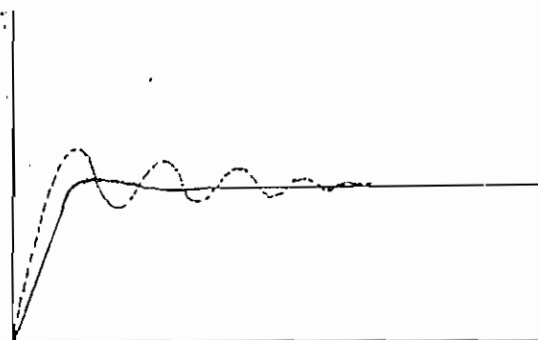


fig 1 Representación de la onda rectangular
 — Con el factor sigma
 --- Sin el factor sigma

B.2. LA TRANSFORMADA MODIFICADA DE FOURIER⁹

Los polos de $f(w)$ pueden en algunos casos cerrarse sobre el eje real, esto causa en la integración picos sobre una serie de pequeños intervalos situados en la proximidad de los polos, por lo tanto para obtener una buena precisión numérica es necesario tomar pequeños pasos de frecuencia. Esta limitación puede ser superada con el uso de la transformada modificada de Fourier, que al mismo tiempo presente la ventaja adicional de evitar problemas asociados con la convergencia de la integral.

Se considera el problema de encontrar la respuesta de un sistema lineal para una función de entrada que se inicia en el tiempo cero. Supongamos que la ecuación diferencial del sistema es conocida y puede ser escrita de la siguiente manera:

$$F(D).f(t) = g(t) \quad D \equiv d/dt \quad B.6$$

Donde $f(t)$ es la función respuesta, $g(t)$ es la función de entrada, y ambos son cero para $t < 0$. Para tomar la transformada modificada de Fourier de la ecuación B.6, toda la expresión multiplicamos por $\exp(-(a + jw)t)$ y si integramos t sobre el rango $(0, \infty)$ la ecuación B.6 se transforma a

$$F(a' + jw) \bar{f}_+(a' + jw) = \bar{g}_+(a' + jw) \quad B.7$$

donde:

$$\bar{g}_+(a' + jw) = \int_0^{\infty} g(t) \exp(-(a' + jw)t) dt \quad B.8$$

y a' debe ser escogida lo suficientemente alta para asegurar la convergencia de la integral, entonces $\bar{f}_+(a' + jw)$ es conocida y $f(t)$ debe ser encontrada desde:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{f}_+(a' + jw) \exp((a' + jw)t) dw, \quad t > 0$$

$$f(t) = \frac{\exp(a't)}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{f}_+(a' + jw) \exp(jwt) dw, \quad t > 0 \quad \text{B.9}$$

$$0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{f}_+(a' + jw) \exp((a' + jw)t) dw, \quad t < 0$$

B.10

Con $a' = 0$ la transformada se convierte en la usual de Fourier y $f(jw)$ es la respuesta de frecuencia.

Si $\bar{f}_+(a' + jw)$ es separado en partes real e imaginaria en la forma:

$$\bar{f}_+(a' + jw) = P(a', w) + jQ(a', w) \quad \text{B.11}$$

donde P y Q son funciones con coeficientes reales, luego esto nos conduce a usar el método de Solodovnikov que da lugar a las siguientes ecuaciones.

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{2 \exp(a't)}{\pi} \int_0^{\infty} P(a', w) \cos(wt) dw \\ &= - \frac{2 \exp(a't)}{\pi} \int_0^{\infty} Q(a', w) \sin(wt) dw \end{aligned} \quad \text{B.12}$$

para $t > 0$, luego si limitamos el rango de integración a Ω e incorporamos el factor sigma se hallan las siguientes expresiones:

$$f_r(t) = \frac{\exp(a't)}{2\pi} \int_{-\Omega}^{\Omega} f_+(a' + jw) \exp(jwt) \frac{\sin(\pi w/\Omega)}{\pi w/\Omega} dw$$

B.13

$$f_r(t) = \frac{2\exp(a't)}{\pi} \int_0^{\Omega} P(a', w) \cos(wt) \frac{\sin(\pi w/\Omega)}{\pi w/\Omega} dw \quad \text{B.14}$$

$$f_r(t) = \frac{-2\exp(a't)}{\pi} \int_0^{\Omega} Q(a', w) \frac{\sin(\pi w/\Omega)}{\pi w/\Omega} \sin(wt) dw \quad \text{B.15}$$

Las ecuaciones B.14 y B.15 son aplicables siempre que en un sistema la dependencia de los parámetros con la frecuencia sea ignorada.

El valor de a' debe ser escogido un valor suficientemente alto para asegurar la convergencia de la integral, pero a' no puede ser muy elevado, puesto que la expresión $\exp(a't)$ se incrementaría muy rápidamente.

Se debe escoger a' de tal manera que se cumplan los dos requerimientos mencionados anteriormente.

Se realizaron varias pruebas para encontrar el valor más adecuado de a' , para un rango de $90 < a' < 150$ se obtienen respuestas satisfactorias y el valor óptimo encontrado es de $a' = 120$, con ese valor se han corrido todos los ejemplos mostrados en la presente tesis.

A continuación se muestra en la figura 2 el efecto de tomar un valor de a' muy pequeño

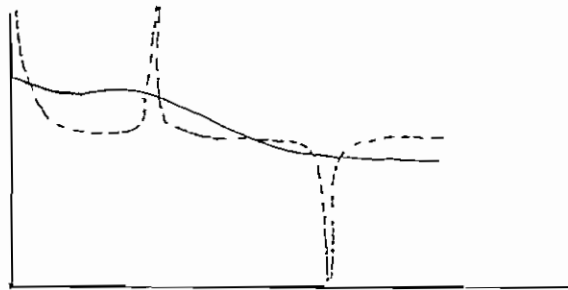


Fig 2 Efecto del valor de a'
 --- Valor de a' demasiado pequeño
 — Valor de a' adecuado.

A P E N D I C E C

IMPEDANCIA THEVENIN REFERIDA AL PUNTO DE FALLA

Utilizando la figura 2.7 y asumiendo secciones de línea homogéneas se tiene las siguientes relaciones matriciales.

$$\begin{bmatrix} \bar{E}_{ff} \\ -\bar{I}_{fSf} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A1 & B1 \\ C1 & D1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_{Sf} \\ -\bar{I}_{Sf} \end{bmatrix} \quad c.1$$

$$\begin{bmatrix} \bar{E}_{ff} \\ \bar{I}_{fRf} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A2 & B2 \\ C2 & D2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_{Rf} \\ \bar{I}_{Rf} \end{bmatrix} \quad c.2$$

Los voltajes y corrientes en cada extremo están relacionados a través de las impedancias de las fuentes.

$$\bar{V}_{Sf} = -Z_S \cdot \bar{I}_{Sf} \quad c.3$$

$$\bar{V}_{Rf} = Z_R \cdot \bar{I}_{Rf} \quad c.4$$

Sustituyendo la ecuación c.4 en la ecuación c.2 se obtiene:

$$\bar{E}_{ff} = (A2 + B2 \cdot Z_R^{-1}) \cdot \bar{V}_{Rf} \quad c.5$$

$$\bar{I}_{fRf} = (C2 + D2 \cdot Z_R^{-1}) \cdot \bar{V}_{Rf} \quad c.6$$

Entonces, combinando las expresiones c.5 y c.6

$$\bar{E}_{ff} = (A2 + B2 \cdot Z_R^{-1})(C2 + D2 \cdot Z_R^{-1})^{-1} \cdot \bar{I}_{fRf} \quad c.7$$

Sustituyendo la ecuación c.3 en la ecuación c.1

$$\bar{E}_{ff} = (A1 + B1 \cdot Z_S^{-1}) \cdot \bar{V}_{Sf} \quad c.8$$

$$\bar{I}_{fSf} = -(C1 + D1 \cdot Z_S^{-1}) \cdot \bar{V}_{Sf} \quad c.9$$

Combinando las expresiones c.8 y c.9

$$\bar{E}_{ff} = -(A1 + B1 \cdot Z_S^{-1})(C1 + D1 \cdot Z_S^{-1})^{-1} \cdot \bar{I}_{fSf} \quad c.10$$

Utilizando las ecuaciones c.7 y c.10

$$(\bar{I}_{fSf} - \bar{I}_{fRf}) = -((C1 + D1 \cdot Z_S^{-1})(A1 + B1 \cdot Z_S^{-1})^{-1} + (C2 + D2 \cdot Z_R^{-1})(A2 + B2 \cdot Z_R^{-1})^{-1}) \cdot \bar{E}_{ff} \quad c.11$$

Por lo tanto, de la expresión c.11 se puede hallar la impedancia Thevenin.

$$z_{th} = \bar{E}_{ff} \cdot (\bar{I}_{fSf} - \bar{I}_{fRf})^{-1}$$

$$z_{th} = -((C1 + D1 \cdot Z_S^{-1})(A1 + B1 \cdot Z_S^{-1})^{-1} + (C2 + D2 \cdot Z_R^{-1})(A2 + B2 \cdot Z_R^{-1})^{-1})^{-1} \quad c.12$$

REFERENCES

1. Humpage, W.D., Wong, K.P., Al - Dabbagh, M.H., & Mukhtar, E.S., "DYNAMIC SIMULATION OF HIGH SPEED PROTECTION", Proc. IEE, 1974, Vol. 121, No. 6, pp. 474 - 480.
2. Kothari, G.C., Parthasarathy, K., Ashok Kumar, B.S., & Khincha, M.E., "COMPUTER - AIDED ANALYSIS OF HIGH - SPEED PROTECTIVE RELAYS", Proc. IEE, 1974, Vol. 121, No. 7, pp. 687 - 694.
3. Battisson, M.J., Day, S.J., Mullinex, N., Parton, K.C., & Reed, J.R., "CALCULATION OF SWITCHING PHENOMENA IN POWER SYSTEMS", Proc. IEE, Vol. 114, No. 4, April 1967, pp. 478-486
4. Wedepohl, L.M., & Mohamed, S.E.T, "MULTICONDUCTOR TRANSMISSION LINES", Proc. IEE, Vol. 116, No. 9, September 1969, pp. 1553 - 1563.
5. Brigham, E.O., & Morrow, R.E., "THE FAST FOURIER TRANSFORM", Spectrum, December 1967, pp. 63- 70
6. Cooley, J.W., Lewis, P.A., & Welch, P.D., "APPLICATION OF THE FAST FOURIER TRANSFORM TO COMPUTATION OF FOURIER INTEGRALS, FOURIER SERIES, AND CONVOLUTION INTEGRALS", IEE Transactions on Audio and Electroacoustics, Vol. AU - 15, No. 2, June 1967, pp. 79 - 84.
7. Ametani, A., & Imanishi, K., "DEVELOPMENT OF EXPONENTIAL FOURIER TRANSFORM AND ITS APPLICATION TO ELECTRICAL TRANSIENTS", Proc. IEE, Vol. 126, No. 1, January 1979, pp. 51 - 56.

8. Day, S.J., Mullinex, N. & Reed, J.R., "DEVELOPMENTS IN OBTAINING TRANSIENT RESPONSE USING FOURIER TRANSFORMS: GIBBS PHENOMENA AND FOURIER INTEGRALS", Internat. J. Elect, Engng, Educ., 1965, Vol. 3, pp. 501 - 506.
9. Day, S.J., Mullinex, N. & Reed, J.R., "DEVELOPMENTS IN OBTAINING TRANSIENT RESPONSE USING FOURIER TRANSFORMS: USE OF THE MODIFIED FOURIER TRANSFORM", Internat. J. Elect, Engng. Educ., 1966, No. 4, pp. 31 - 40.
10. Rodas, M., "LA TRANSFORMADA RAPIDA DE FOURIER", Tesis de Ingeniería, E.P.N., 1977.
11. Swift, G.W., "THE SPECTRA OF FAULT - INDUCED TRANSIENTS", IEEE Trans., Vol. PAS - 98, No. 3 May/June 1979, pp. 940 - 947. 2
12. Dommel, H.W., "DIGITAL COMPUTER SOLUTION OF ELECTRO - MAGNETIC TRANSIENTS IN SINGLE AND MULTI - PHASE NETWORKS", IEEE Trans. Vol. PAS - 88, pp. 388 - 399, April 1969.
13. Lee, C.M., "DISCRETE FOURIER TRANSFORMS WITH APPLICATIONS TO FOURIER SERIES AND CONVOLUTION INTEGRALS", University of British Columbia Computing Centre, Vancouver, B.C., Canada V6T 1w5, January 1974 edition.
14. Johns, A.T., & Aggarwal, R.K., "DIGITAL SIMULATION OF FAULTED E.H.V. TRANSMISSION LINES WITH PARTICULAR REFERENCE TO VERY - HIGH - SPEED PROTECTION", Proc. IEE, VOL. 123, No. 4, April 1976, pp. 353 - 359.
15. Chiluiza, W., "PROGRAMA DIGITAL PARA EL CALCULO MATRICIAL DE PARAMETROS ELECTRICOS EN LINEAS DE TRANSMISION", Tesis de Ingeniería, E.P.N., Diciembre 1979.

16. Bickford, J.P., & Abdel - Rahman, M.H.
"APPLICATION OF WAVE METHODS TO THE CALCULATION OF TRANSIENT - FAULT CURRENTS AND VOLTAGES IN POWER SYSTEMS NETWORKS", IEE Proceedings - C. Vol. 127, Part C, No. 3, May 1980, pp. 153 - 168.
17. Jhons, A.T., & Aggarwall, R.K., "DIGITAL SIMULATION OF FAULT AUTOCLOSURE SEQUENCE WITH PARTICULAR REFERENCE TO THE PERFORMANCE EVALUATION OF PROTECTION FOR E.H.V. TRANSMISSION LINES", IEE, Proceedings. Vol-128, Part C, No. 4, July 1981, pp. 183 - 194.
18. Greenwood, A., "ELECTRICAL TRANSIENTS IN POWER SYSTEMS", John Wiley & Sons. Inc 1971.
- X19. Boonyubol, Ch., Calabrese, C., & Tudor, J., "A MATHEMATICAL ANALYSIS OF TRANSMISSION LINE TRANSIENTS RELATED TO FAULT SURGES," IEEE, Trans, Vol. PAS-89, No. 6, July/August 1970, pp. 1207 - 1214.
20. Stevenson, W., "ANALISIS DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA", Mc Graw - Hill, Book, Co, INC., U.S.A., 1978.
21. Hwei, P. Hsu., "ANALISIS DE FOURIER", fondo Educativo Interamericano S.A., 1970.
- (X)22. Kimbark, E., & Legate, A., "FAULT SURGE VERSUS SWITCHING SURGE A STUDY OF TRANSIENT OVERVOLTAGES CAUSED BY LINE - TO GROUND FAULTS", IEEE Trans, Vol PAS - 87, No. 9, September 1968, pp. 1762 - 1769.
23. Garcia, F., "CALCULO DIGITAL DE VOLTAJES Y CORRIENTES TRANSITORIOS", Tesis de Ingenieria, E.P.N. Agosto 1978.

24. Reyes, L., "CALCULO DIGITAL DE LOS PARAMETROS DE LINEAS ELECTRICAMENTE LARGAS", Tesis de Ingeniería, E.P.N, Diciembre 1980.