

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

FACULTAD DE CIENCIAS

LA RECAUDACIÓN TRIBUTARIA EN EL ECUADOR: ANÁLISIS DE SERIES DE TIEMPO CON CAMBIOS DE RÉGIMEN (1993 – 2011).

PROYECTO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERA EN CIENCIAS ECONÓMICAS Y FINANCIERAS

ANDREA STEFANÍA AMAYA GONZÁLEZ

andrea_amaya_g@hotmail.com

DIRECTOR: Msc. JOSÉ FERNANDO RAMÍREZ ÁLVAREZ

jframirez@sri.gob.ec

CODIRECTOR: Dr. MARCO PATRICIO NARANJO CHIRIBOGA

mnaranjoch@yahoo.com

QUITO, MAYO 2014

DECLARACIÓN

Yo, Andrea Stefanía Amaya González, declaro bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentada para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

La Escuela Politécnica Nacional puede hacer uso de los derechos correspondientes a este trabajo, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normatividad institucional vigente.

Andrea Stefanía Amaya González

CERTIFICACIÓN

Nosotros, José Ramírez y Marco Naranjo, certificamos que el presente trabajo fue desarrollado por Andrea Stefanía Amaya González, bajo nuestra supervisión.

Msc. José Ramírez

DIRECTOR

Dr. Marco Naranjo

CODIRECTOR

AGRADECIMIENTOS

El momento más satisfactorio al conquistar una meta es mirar alrededor, reconocer el rol de todos aquellos que lo hicieron posible y decirles *GRACIAS*. Gracias por creer en este sueño, y gracias por depositar en él lo más valioso que tenían: su tiempo, su esfuerzo, su conocimiento, su abiduría, su inspiración.

Mi mayor agradecimiento es hacia DIOS. Gracias, porque Su amor transformó mi vida devolviéndole la esperanza y la alegría, porque caminó junto a mí en cada momento y porque fue la fuerza que me ayudó a dar cada paso y superar cada obstáculo. Gracias Señor por Tu fidelidad.

Mi profundo agradecimiento a mi familia, el motor de mi vida. A mi mamá, Mary, porque siempre ha estado a mi lado y ha sido mi fuerza y mi abiduría, porque se ha convertido en mi mejor ejemplo de vida, de amor y de sacrificio. A mi papá, Luis, porque siempre creyó en mí y me enseñó a soñar, porque me mostró que los límites no existen y que todo es posible si uno lucha por ello. Y a mis hermanos, Luis y Daniel, mi alegría. Gracias por iluminar mis días con su presencia, y por ser mi apoyo, mi consejero y mi amigo.

Un agradecimiento especial al director de este proyecto, Mac. Joaquín Ramírez, porque su responsabilidad, excelencia y pasión hacia su trabajo no solo contribuyeron invaluablemente a este proyecto, sino que han inspirado profundamente mi vida profesional y personal.

Finalmente, un sincero agradecimiento al codirector de este proyecto, Dr. Marco Naranjo, porque su abiduría, su calidad personal y su excelente sentido del humor hicieron de la universidad una experiencia única.

DEDICATORIA

Porque lo dieron todo para que yo pudiera lograr mis sueños.

Porque siempre creyeron en mí.

*Porque su amor, su fidelidad y su abnegación han hecho de mí la persona
que soy hoy.*

*Hoy, este triunfo es suyo: DIOS, Mamá, Papá, Luis y Daniel. Esta cosecha
es suya.*

Con profundo amor.

ÍNDICE DE CONTENIDO

LISTA DE FIGURAS	i	
LISTA DE TABLAS	ii	
LISTA DE ANEXOS	iii	
RESUMEN	iv	
ABSTRACT	v	
1	INTRODUCCIÓN	1
2	ANTECEDENTES	5
2.1	ANÁLISIS DEL CICLO ECONÓMICO EN EL ECUADOR	5
2.1.1	EVOLUCIÓN DEL PRODUCTO INTERNO BRUTO	5
2.1.2	ANÁLISIS DE CICLOS: EL FILTRO DE HODRICK – PRESCOTT.....	8
2.1.3	EL CICLO ECONÓMICO EN ECUADOR (1993 – 2011)	10
2.2	ANÁLISIS DE LA RECAUDACIÓN TRIBUTARIA EN ECUADOR	13
3	MARCO TEÓRICO	17
3.1	ACTIVIDAD DEL ESTADO EN LA ECONOMÍA	17
3.2	POLÍTICA FISCAL	20
3.2.1	GASTO PÚBLICO	21
3.2.2	FINANCIACIÓN PÚBLICA.....	22
3.2.2.1	Ingresos Coactivos	24
3.2.2.2	Impuesto sobre la Renta Personal	29
3.2.2.3	Impuesto sobre la Renta de Sociedades	30
3.2.2.4	Impuesto sobre el Valor Agregado	31
3.2.2.5	Requisitos para una buena Estructura Tributaria	32
3.3	CICLO ECONÓMICO	34
3.3.1	CICLO ECONÓMICO Y RECAUDACIÓN TRIBUTARIA	36
4	MARCO METODOLÓGICO	38

4.1	SERIES DE TIEMPO.....	38
4.1.1	COMPONENTES DE LAS SERIES DE TIEMPO	38
4.1.1.1	Componente de Tendencia.....	39
4.1.1.2	Componente Estacional	39
4.1.1.3	Componente Cíclico.....	40
4.1.1.4	Componente Irregular	40
4.1.2	PRUEBAS DE CAMBIO ESTRUCTURAL.....	41
4.1.2.1	Estadístico de Chow.....	41
4.1.2.2	Estadístico CUSUM.....	42
4.1.2.3	Estadístico CUSUMSQ.....	44
4.1.3	SERIES DE TIEMPO ESTACIONARIAS Y NO ESTACIONARIAS.....	44
4.1.3.1	Series de Tiempo Estacionarias	44
4.1.3.2	Series de Tiempo No Estacionarias	45
4.1.3.3	Pruebas de Estacionariedad.....	47
4.1.3.4	Corrección de Series de Tiempo No Estacionarias.....	53
4.1.4	MODELOS DE COINTEGRACIÓN	54
4.2	CADENAS DE MARCOV	56
4.2.1	CADENAS DE MARCOV REDUCIBLES.....	57
4.2.2	CADENAS DE MARCOV ERGÓDICAS.....	57
4.2.3	REPRESENTACIÓN DE LAS CADENAS DE MARCOV COMO VECTORES AUTORREGRESIVOS	58
4.3	SERIES DE TIEMPO CON CAMBIOS DE RÉGIMEN (MARCOV – SWITCHING)	60
4.3.1	UNA BREVE INTRODUCCIÓN	60
4.3.2	DESCRIPCIÓN DEL PROCESO.....	62
4.3.2.1	Distribución Mixta y Función de Máxima Verosimilitud.....	63
4.3.3	INFERENCIA ÓPTIMA DE LOS REGÍMENES	65
4.3.4	PRONÓSTICO DE LAS VARIABLES OBSERVABLES	68
5	RESULTADOS.....	69

5.1	ANÁLISIS DE LAS SERIES DE TIEMPO	69
5.1.1	TRANSFORMACIÓN DE DATOS NOMINALES A DATOS REALES ...	69
5.1.2	AJUSTE ESTACIONAL DE LAS SERIES.....	70
5.1.3	HOMOLOGACIÓN DE LAS SERIES	70
5.1.4	PRUEBAS DE CAMBIO ESTRUCTURAL.....	73
5.1.4.1	Pruebas de Cambio Estructural en el Modelo del Impuesto a la Renta	74
5.1.4.2	Pruebas de Cambio Estructural en el Modelo del Impuesto al Valor Agregado	77
5.2	PRUEBAS DE COINTEGRACIÓN	81
5.2.1	PRUEBA DE COINTEGRACIÓN PARA EL MODELO DEL IMPUESTO A LA RENTA.....	82
5.2.2	PRUEBA DE COINTEGRACIÓN PARA EL MODELO DEL IMPUESTO AL VALOR AGREGADO.....	83
5.3	MARCOV – SWITCHING	84
5.3.1	MARCOV – SWITCHING PARA EL MODELO DEL IMPUESTO A LA RENTA	85
5.3.2	MARCOV – SWITCHING PARA EL MODELO DEL IMPUESTO AL VALOR AGREGADO	89
5.3.3	ELASTICIDAD DE LA RECAUDACIÓN TRIBUTARIA	93
6	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	97
	REFERENCIAS	102
	ANEXOS	107

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Producto Interno Bruto Trimestral	5
Figura 2 Tendencia y Ciclo del Producto Interno Bruto en Ecuador	11
Figura 3 Impuesto a la Renta Trimestral	14
Figura 4 Impuesto al Valor Agregado Trimestral	15
Figura 5 - Clasificación de los Instrumentos Coactivos	26
Figura 6 Fases del Ciclo Económico	34
Figura 7 Prueba CUSUM para el modelo del Impuesto a la Renta	74
Figura 8 Prueba de CUSUMSQ para el modelo del Impuesto a la Renta	75
Figura 9 Prueba de Chow para el modelo del Impuesto a la Renta	76
Figura 10 Prueba CUSUM para el modelo del Impuesto al Valor Agregado	77
Figura 11 Prueba CUSUMSQ para el modelo del Impuesto al Valor Agregado	78
Figura 12 Prueba de Chow para el modelo del Impuesto al Valor Agregado	79
Figura 13 Prueba CUSUMSQ para el modelo del IVA (Con variables dicotómicas)	80
Figura 14 Impuesto a la Renta (IR) y Producto Interno Bruto (PIB)	85
Figura 15 Gráfico de Probabilidades para el Impuesto a la Renta	88
Figura 16 Impuesto al Valor Agregado (IVA) y Producto Interno Bruto (PIB)	89
Figura 17 Gráfico de Probabilidades para el Impuesto al Valor Agregado	92
Figura 18 Residuos del Modelo del Impuesto a la Renta	109
Figura 19 Histograma de los Residuos del Modelo del Impuesto a la Renta	110
Figura 20 Residuos del Modelo del Impuesto al Valor Agregado	111
Figura 21 Histograma de los Residuos del Modelo del Impuesto a la Renta	112

LISTA DE TABLAS

Tabla 1 Tasa de crecimiento y duración del Ciclo Económico en Ecuador	12
Tabla 2 Valores críticos asintóticos para la prueba de cointegración.....	56
Tabla 3 Prueba de Chow para el modelo del IVA	79
Tabla 4 Prueba de Chow para el Modelo del IVA (Incluyendo variables Dicotómicas) ...	81
Tabla 5 Prueba de Dickey – Fuller Aumentada.....	82
Tabla 6 Prueba de Raíz Unitaria para los Residuos (Modelo del Impuesto a la Renta).....	82
Tabla 7 Prueba de Clemente – Montañés – Reyes	83
Tabla 8 Prueba de Raíz Unitaria para los Residuos (Modelo del Impuesto al Valor Agregado).....	84
Tabla 9 Estimadores de Máxima Verosimilitud de los parámetros del Modelo Marcov – Switching para el Impuesto a la Renta	86
Tabla 10 Estimadores de Máxima Verosimilitud de los parámetros del Modelo Marcov – Switching para el Impuesto al Valor Agregado.....	90
Tabla 11 Elasticidad de la Recaudación del Impuesto a la Renta (En Porcentajes).....	94
Tabla 12 Elasticidad de la Recaudación del Impuesto al Valor Agregado (En Porcentajes)	95
Tabla 13 Prueba de Jarque – Bera para el modelo del IR.....	109
Tabla 14 Prueba de Jarque – Bera para el modelo del IVA.....	111

LISTA DE ANEXOS

ANEXO A – Prueba de Normalidad de los Errores.....	108
---	-----

RESUMEN

La recaudación tributaria de un país depende directamente de su nivel de actividad económica. En otras palabras, cuando el Producto Interno Bruto crece, crece también la cantidad de ingresos que percibe el Estado por concepto de impuestos, y cuando el Producto interno Bruto cae, cae también la cantidad de impuestos que recibe el Estado. Esta relación tiene un principio sencillo. Al aumentar la producción de un individuo, aumenta también su ingreso, y consecuentemente, su consumo. Y viceversa, una disminución en la producción genera una caída en el ingreso y en el consumo.

Entre los años 1993 y 2011, tanto la recaudación tributaria como el nivel de actividad económica en Ecuador experimentaron períodos de inestabilidad con fases de crecimiento y de decrecimiento. El objetivo del presente proyecto de investigación es estimar la relación que ha existido entre el Producto Interno Bruto y la recaudación de los dos impuestos más representativos en la economía ecuatoriana, el Impuesto a la Renta y el Impuesto al Valor Agregado. Para esto, se utilizará la metodología Marcov – Switching que, al combinar series de tiempo con cadenas de Marcov, es capaz de generar modelos que tomen en cuenta cambios estocásticos en las series.

Palabras clave: Recaudación tributaria, ciclo económico, elasticidad, cambios estocásticos, modelo Marcov – Switching.

ABSTRACT

Tax levying in a country depends directly on its level of economic activity. In other words, when the Gross Domestic Product grows, the incomes from taxes that are received by the State grow too. And when the Gross Domestic Product drops, the amount of taxes received by the State drops too. The connection between the GDP and the tax levying follows a simple principle. When an individual increases his production, his income increases, and so does his consumption. And vice versa, a reduction in an individual's production will cause a reduction in the individual's income and consumption.

Between 1993 and 2011, both the tax levying and the level of economic activity in Ecuador went through periods of instability with several upturns and downturns. This research project aims to estimate the relation between the Gross Domestic Product and the most important taxes in Ecuadorian economy, the Income Tax and the Value Added Tax. To achieve this goal, the project will use the Markov – Switching methodology, which combines Time Series Theory with Markov Chains in order to create models that take into account the probability of stochastic brakes in the series.

Keywords: Tax levying, economic cycle, elasticity, stochastic brakes, Markov – Switching models.

1 INTRODUCCIÓN

A lo largo de los años, el mercado ha demostrado ser incapaz de cumplir, por sí solo, con todas las funciones económicas, como la creación de condiciones de libre competencia, la provisión de todos los servicios y obras públicas necesarios para la sociedad o la distribución de la renta, nivel de empleo, y tasa de crecimiento económico socialmente deseados. Por esta razón, el capitalismo hoy en día precisa comportarse como un sistema económico mixto en el que los sectores público y privado interactúen constantemente y en el que la política pública complemente y corrija los fallos del mercado (Musgrave, 1959). Esta política pública debe tener tres objetivos principales: provisión de bienes sociales, distribución de la renta y estabilización económica (Musgrave & Musgrave, 1992).

La provisión de bienes sociales hace referencia a la asignación eficiente de recursos para producir a un costo mínimo aquellos bienes que la población más necesita, como defensa, infraestructura, administración de justicia, orden interno, entre otros. Los bienes sociales pueden ser utilizados colectivamente, su uso no supone un desgaste del bien o un perjuicio para los demás individuos, y no es posible excluir a un individuo de su disfrute, aun cuando éste no se encuentre dispuesto a pagar por ello. Debido a estas características, el mercado es incapaz de proveer bienes sociales, dejando al Estado la responsabilidad de cumplir con esta tarea (Musgrave & Musgrave, 1992).

Sin embargo, para proveer bienes sociales a la población, el Estado debe contar con fuentes de financiamiento. La Constitución del Ecuador (Artículo 286) define a los impuestos como ingresos permanentes del Estado, destinados a cubrir sus gastos permanentes; estos son, gastos en salud, educación, seguridad social e inversión (Asamblea Constituyente, 2008).

Efectivamente, en Ecuador, los impuestos constituyen una de las principales fuentes de ingresos. De acuerdo con el Informe de Ejecución Presupuestaria del 2011, los ingresos por concepto de impuestos representaron el 39,60% de los

ingresos totales. El Impuesto al Valor Agregado (IVA) representó un 17,37% y el Impuesto a la Renta 11,04%. Los ingresos tributarios, además, representaron el 98,23% de los ingresos tradicionales del Estado; de estos, el 43,08% correspondió al IVA y el 27,37 % al Impuesto a la Renta (Ministerio de Finanzas, 2012).

El informe de ejecución presupuestaria señala además que “los ingresos tradicionales recaudados superan al valor codificado en USD 241,14 millones, de los cuales USD 200,92 millones corresponden a impuestos. Su recaudación muestra este favorable desempeño en razón de mayores rendimientos en los tributos: a la renta, a los consumos especiales, a la salida de divisas y al valor agregado, que se originan especialmente por los mecanismos de control y modificaciones a la normativa tributaria implementados por el Servicio de Rentas Internas (SRI)” (Ministerio de Finanzas, 2012).

La administración tributaria tiene la facultad de determinar, recaudar y controlar los tributos internos del Estado (Congreso Nacional, 1997). Para cumplir con esta asignación, la Constitución (Artículo 300) señala que el régimen tributario se regirá por los principios de eficiencia y suficiencia recaudatoria. De acuerdo con estos principios, la administración tributaria debe procurar una adecuada gestión que supla todo aquello que el Presupuesto General del Estado ha estimado como ingresos por concepto de tributos. Es decir, la administración tributaria tiene en sus manos la responsabilidad de generar los recursos suficientes para solventar gran parte de los gastos del país (Asamblea Constituyente, 2008).

El Código Orgánico de Planificación y Finanzas Públicas (Artículo 5), por otro lado, contempla la sostenibilidad como uno de los principios rectores en la financiación pública. “Se entiende por sostenibilidad fiscal a la capacidad fiscal de generación de ingresos [...] que permitan garantizar la ejecución de las políticas públicas en el corto, mediano y largo plazos, de manera responsable y oportuna, salvaguardando los intereses de las presentes y futuras generaciones” (Asamblea Nacional, 2010)

Sin embargo, el nivel de recaudación tributaria no depende únicamente de la gestión de la hacienda pública, sino que también, puede ser influenciado por varios factores ajenos a su control, entre ellos, los ciclos económicos de un país (Martín, 2006).

Los ciclos económicos son oscilaciones del PIB “en torno a una tendencia en las que se pueden apreciar unas fases de expansión y otras de recesión” (Mochón pág. 317, 2007). De acuerdo con Gachet (2010), durante el período 1965 – 2008 se identificaron 8 ciclos económicos en Ecuador. Estos ciclos han sido poco estables debido a que Ecuador es un país emergente que ha experimentado varios shocks exógenos a lo largo de su historia. (Acosta, 2012).

En cuanto a los ingresos tributarios, tanto los directos como los indirectos, mostraron un comportamiento cíclico diferente. El Impuesto a la Renta Global presentó variaciones cerradas y lentas “que afectan negativamente el ciclo económico después de 4 – 7 meses, pero rezagan positivamente el crecimiento en 8 – 10 meses”. Se puede concluir entonces, que a mayor recaudación tributaria menor actividad económica, y a menor actividad económica menor recaudación. El desfase en el efecto obedece a los períodos de recaudación, esto es, el impuesto generado en un año es declarado y recaudado durante el año siguiente (Gachet, 2010).

El IVA, por otro lado, “influye de manera procíclica el crecimiento económico con 4 meses de adelanto y de manera anticíclica con 3 meses de rezago” (Gachet, 2010).

Dado que la economía del Ecuador ha experimentado varios ciclos en los últimos años y que estos ciclos presentan una duración cada vez más corta (Gachet, 2010), resulta indispensable crear un índice que prevea futuros cambios en la actividad económica y en la recaudación tributaria.

Hamilton (1994) identificó la necesidad modelizar estos cambios estructurales, conocidos como cambios de régimen, de manera endógena, y para ello elaboró el modelo de Marcov – switching que combina series de tiempo con cadenas de Marcov. Esta herramienta no ha sido utilizada antes para determinar la relación entre recaudación tributaria y actividad económica; sin embargo, su precisión al analizar comportamientos críticos en las variables y modelizar cambios estructurales endógenos, la convierten en la herramienta adecuada para analizar la relación entre estas dos variables y prever su comportamiento futuro.

El objetivo principal del presente proyecto de investigación es construir un índice que, de acuerdo con el comportamiento de la actividad económica del Ecuador a lo largo del tiempo, prevea futuros cambios en el nivel de recaudación tributaria.

Los objetivos secundarios del presente proyecto de investigación son explicar los ciclos económicos en el Ecuador y su relación con la recaudación tributaria, y detallar la metodología Marcov – switching y su aplicación a la recaudación tributaria y los ciclos económicos en el Ecuador.

Adicionalmente, en el presente trabajo de investigación se pretende demostrar que la elasticidad de la recaudación tributaria con respecto a la actividad económica es mayor en momentos de auge que en momentos de recesión.

2 ANTECEDENTES

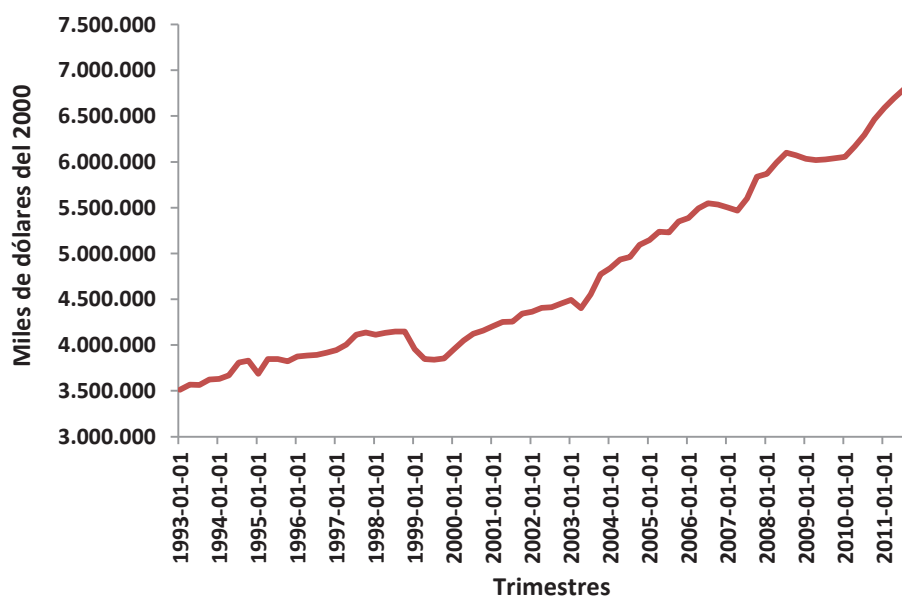
En el presente capítulo se realiza un breve análisis de la evolución de la recaudación tributaria y de la actividad económica en Ecuador entre los años 1993 y 2011. Posteriormente, se presenta los filtros estadísticos más utilizados para extraer el componente cíclico de las series de tiempo y se aplica estos filtros a la serie del Producto Interno Bruto con el fin de hallar el ciclo económico en Ecuador.

2.1 ANÁLISIS DEL CICLO ECONÓMICO EN EL ECUADOR

2.1.1 EVOLUCIÓN DEL PRODUCTO INTERNO BRUTO

A lo largo del período de estudio, entre los años 1993 y 2011, la actividad económica en Ecuador presentó una tendencia creciente, a pesar de haber sido afectada varias veces por diversos factores exógenos y endógenos.

Figura 1 Producto Interno Bruto Trimestral



Elaboración: Autor

Fuente: Banco Central del Ecuador

Descripción: La figura muestra la evolución del PIB trimestral en Ecuador en el periodo 1993 - 2011

El inicio de la década de los noventa estuvo marcado por un entorno internacional favorable. Durante estos años, las exportaciones se vieron beneficiadas por los buenos precios del petróleo, el auge de la producción camaronera, y el naciente mercado de flores de exportación (Gachet, 2010).

Adicionalmente, a través de las políticas neoliberales y de modernización del Estado, se logró un incremento de la inversión extranjera directa y de la actividad del sector privado. Estos factores, junto a la renegociación de la deuda externa a través del Plan Brady en 1994, contribuyeron a una reactivación de la actividad económica. En efecto, entre 1993 y 1996, el PIB creció a una tasa promedio del 2,6% (Acosta, 2012).

Sin embargo, a partir de 1997, la actividad económica decae fuertemente. Una serie de factores exógenos y endógenos desembocaron en una severa crisis política, económica y social, en la que el país experimentó una creciente inestabilidad, empobrecimiento e inequidad. Entre los factores exógenos más importantes se encuentran, el fenómeno de “El Niño”, que dejó pérdidas 2.870 millones de dólares aproximadamente, y la crisis financiera internacional, que restringió los créditos a los países en vías de desarrollo y provocó una fuerte caída del precio del petróleo (Acosta, 2012; Gachet, 2010).

Por otro lado, la política económica neoliberal que se había utilizado desde la década de 1980 y que continuó a lo largo de la década de 1990 es, con seguridad, el factor endógeno más influyente de la crisis de fin de siglo. La política económica neoliberal tenía como componentes la reestructuración del gasto público para priorizar el servicio de la deuda, reformas tributarias sin criterios de equidad ni progresividad, privatizaciones de empresas públicas, liberalización comercial, desregulación del mercado financiero y flexibilización laboral (Acosta, 2012). La crisis se vio agravada por la quiebra del sistema bancario en el año 1999. En un ambiente en el que el mercado financiero había sido desregulado, proliferaron la ineficiencia, la colocación de créditos con escaso control, los créditos vinculados y el derroche de recursos. Como consecuencia, más de una

decena de bancos fueron incapaces de cumplir con sus obligaciones para con sus clientes y se declararon insolventes. El gobierno respondió decretando un feriado bancario de 5 días, congelando los depósitos e interviniendo los bancos afectados.

Como resultado de esta crisis, entre 1998 y 2000, el PIB real medido en dólares decreció en 31%, siendo esta la mayor caída de la producción en el siglo XX (Naranjo, 2010). En enero del año 2000, en un esfuerzo por calmar la grave crisis, el gobierno decretó la dolarización oficial de la economía, fijando el tipo de cambio en 25.000 sucres por dólar. Con esta medida se logró estabilizar la actividad económica; y en consecuencia, en el año 2000, el PIB creció en aproximadamente un 4% (Naranjo, 2010).

A las condiciones que fomentaron la reactivación económica se suman, las modificaciones en las leyes que procuraron crear condiciones atractivas para la inversión extranjera directa, especialmente aquella destinada a la minería industrial, los altos precios del petróleo, las remesas de los emigrantes y la mejoría de la economía norteamericana, el mayor mercado para los productos de exportación ecuatorianos (Naranjo, 2010).

A pesar de que se dolarizó la economía, durante los primeros años del siglo XI, se continuó transitando por la senda de políticas neoliberales y no se superó la modalidad de acumulación primario extractivista, es decir, el Estado aún dependía en gran medida de las exportaciones de materias primas, entre ellas el petróleo y el banano (Acosta, 2012).

Sin embargo, a partir del año 2007, se comienza a revertir la tendencia neoliberal, que por más de dos décadas había regido la economía ecuatoriana. El principal avance fue la recuperación de la participación del Estado como eje fundamental en el proceso nacional de desarrollo. Esta participación se logró mayormente a través de la política fiscal; específicamente, a través de reformas tributarias que

buscan aumentar la progresividad y la equidad y disminuir la evasión, y a través de incrementos en el gasto público (Acosta, 2012).

Como consecuencia, el sector real de la economía experimentó una notable mejoría al incrementarse de manera importante el consumo, la inversión, las exportaciones y las importaciones. Esto contribuyó a un aumento de la producción nacional del 2% en 2007, 7.2% en 2008, 0.4% en 2009, 3.6% en 2010, y 6.5% en 2011 (Naranjo, 2010).

En el año 2008, la crisis económica internacional afectó el crecimiento de la producción nacional; no obstante, los efectos negativos de la crisis se contrarrestaron en gran parte debido a los altos precios del petróleo y a la creciente inversión pública, la misma que se ha convertido en un motor de la economía y en una poderosa herramienta contracíclica (Acosta, 2012).

2.1.2 ANÁLISIS DE CICLOS: EL FILTRO DE HODRICK – PRESCOTT

“Las variaciones recurrentes en la actividad real respecto a una tendencia” (Muñoz & Kikut, 1994, pág. 9), constituyen lo que se conoce como ciclos económicos. Para analizar de mejor manera los ciclos económicos, es necesario remover la tendencia de la serie a través de un filtro estadístico (Muñoz & Kikut, 1994).

Un filtro estadístico es un proceso de suavizamiento que remueve las fluctuaciones sistemáticas de una serie de tiempo, con el fin de encontrar su tendencia. Estas fluctuaciones sistemáticas constituyen los ciclos de una serie y pueden ser de corto, mediano o largo plazo¹ (Gachet, 2010).

¹ Los ciclos de corto, mediano y largo plazo se pueden definir también como fluctuaciones de alta, media y baja frecuencia, respectivamente. A su vez, la frecuencia se entiende como la cantidad de ciclos completos que ocurren en un determinado período de tiempo (Gachet, 2010).

Uno de los filtros más utilizados para estimar los ciclos económicos es el filtro de Hodrick – Prescott. “Este filtro determina el componente que tiene mayor acercamiento a la series de datos [...], y que a su vez posee menor variabilidad en términos de crecimiento dependiendo de un parámetro de castigo [...]” (Gachet, 2010, pág. 106)

Hodrick y Prescott proponen que el componente tendencial de una serie es aquel que minimiza:

$$\min \sum_{t=1}^T [(C_t)^2 + \lambda((\tau_{t+1} - \tau_t) - (\tau_t - \tau_{t-1}))^2]$$

$$C_t = X_t - \tau_t$$

Donde,

C_t es el componente cíclico,

X_t es la serie original,

τ_t es el componente de tendencia

λ es el parámetro que castiga las segundas diferencias de τ_t

El primer término de esta minimización es la suma de las desviaciones de la serie respecto a la tendencia al cuadrado, y es una medida del grado de ajuste. Mientras que, el segundo término de la ecuación es la suma de cuadrados de las segundas diferencias de la tendencia, y es una medida del grado de suavidad (Muñoz & Kikut, 1994).

El parámetro λ penaliza las fluctuaciones en las segundas diferencias de X_t y debe ser especificado por el investigador. Los valores de λ que usualmente se utilizan son:

$\lambda = 100$	<i>series anuales</i>
$\lambda = 1600$	<i>series trimestrales</i>
$\lambda = 129119.77$	<i>series mensuales</i>

Sin embargo, una limitación del filtro de Hodrick – Prescott es que no excluye las fluctuaciones de alta frecuencia. Estas fluctuaciones, o ciclos de corto plazo, pueden estar asociados al componente irregular de la serie y, por lo tanto, pueden distorsionar las propiedades del ciclo económico (Gachet, 2010).

Para eliminar las fluctuaciones de alta frecuencia se puede calcular el filtro de Hodrick – Prescott en dos etapas. En este caso, el componente cíclico se determina a partir de la diferencia de dos ciclos preliminares. En el primer ciclo se utiliza un valor alto de λ para estimar las fluctuaciones de mediana y alta frecuencia. Y en el segundo ciclo se utiliza un valor pequeño de λ para estimar las fluctuaciones de alta frecuencia. La diferencia entre estos ciclos permite retener únicamente las fluctuaciones de mediano plazo (Gachet, 2010).

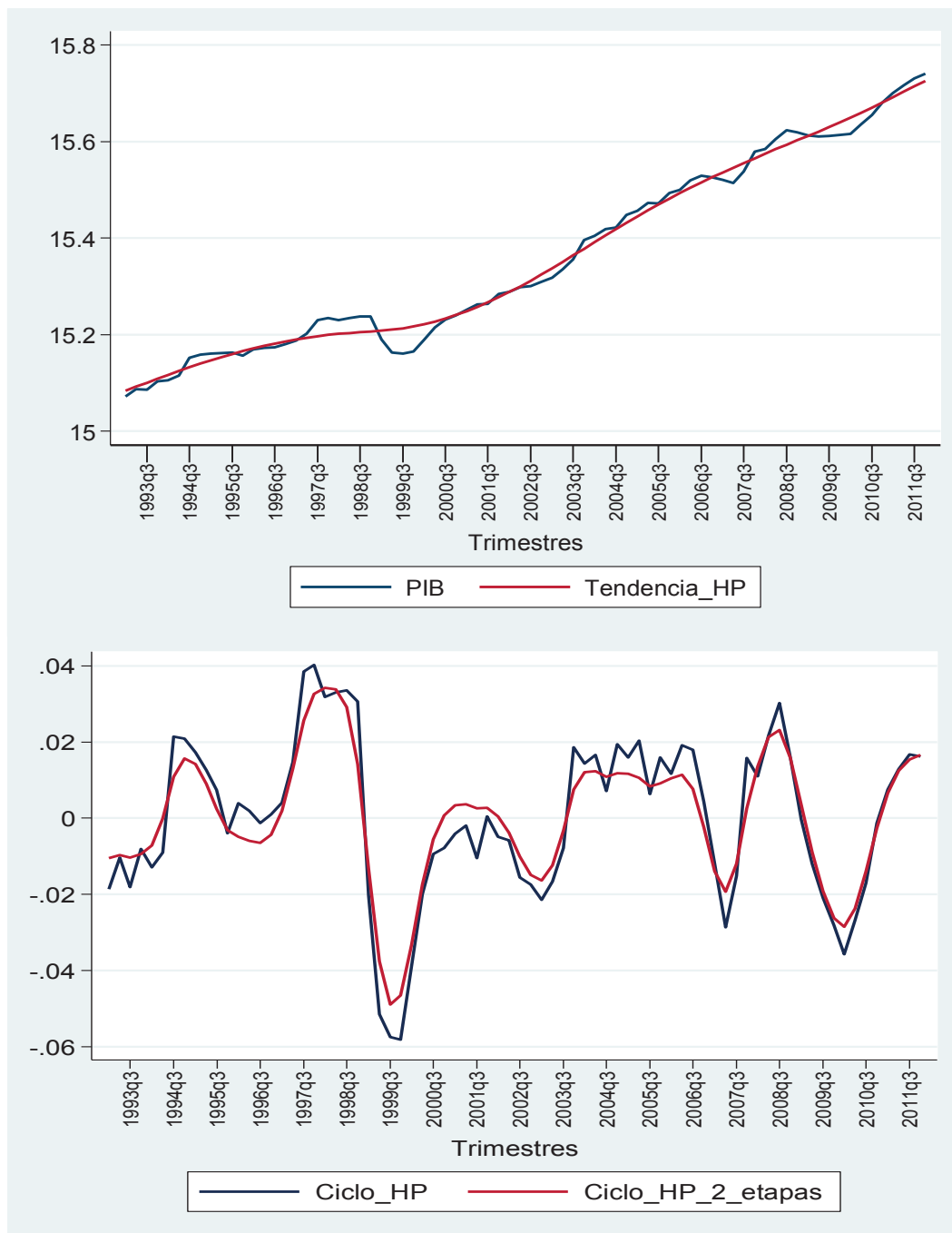
Los valores de λ para ciclos económicos de 1.5 a 8 años de duración son:

$\lambda = 0.11$	$\lambda = 2.91$	<i>series anuales</i>
$\lambda = 1$	$\lambda = 677.13$	<i>series trimestrales</i>
$\lambda = 68.74$	$\lambda = 54535.03$	<i>series mensuales</i>

2.1.3 EL CICLO ECONÓMICO EN ECUADOR (1993 – 2011)

Al aplicar el filtro de Hodrick – Prescott a la serie del producto interno bruto ecuatoriano, se pudieron identificar cinco ciclos económicos. Estos ciclos comprenden los siguientes períodos: 1995Q1 – 1998Q1, 1998Q2 – 2001Q2, 2001Q3 – 2005Q1, 2005Q2 – 2008Q3, 2008Q4 – 2011Q4. En el gráfico 2 se puede observar la tendencia a largo plazo del PIB, estimada a través del filtro de Hodrick – Prescott. También se puede observar los ciclos económicos a mediano plazo estimados a través del filtro de Hodrick – Prescott en dos etapas.

Figura 2 Tendencia y Ciclo del Producto Interno Bruto en Ecuador



Elaboración: Autor

Datos: Banco Central del Ecuador

Los ciclos económicos tienen una duración promedio de 13.6 trimestres (40.8 meses) con una desviación estándar de 0.89 trimestres (2.7 meses). El período de contracción, definido como el decrecimiento de la producción desde un punto

máximo (auge) a un punto mínimo (recesión), dura en promedio 7 trimestres (21 meses). Mientras que, el período de expansión, definido como el crecimiento desde un punto mínimo (recesión) a un punto máximo (auge) dura en promedio 6.6 trimestres (19.8 meses).

Los auges se observaron en los períodos: 1998Q1, 2001Q2, 2005Q1, 2008Q3 y 2011Q4. Y las recesiones se observaron en los períodos: 1996Q2, 1999Q3, 2003Q1, 2007Q2 y 2010Q1.

Tabla 1 Tasa de crecimiento y duración del Ciclo Económico en Ecuador

Ciclo	Tasa de Crecimiento	Duración (En Trimestres)	Contracción (En Trimestres)	Expansión (En Trimestres)
1995Q1 - 1998Q1	0.73%	13	7	6
1998Q2 - 2001Q2	0.19%	13	6	7
2001Q3 - 2005Q1	1.25%	15	7	8
2005Q2 - 2008Q3	0.98%	14	9	5
2008Q4 - 2011Q4	1%	13	6	7

Elaboración: Autor

Datos: Banco Central del Ecuador

2.2 ANÁLISIS DE LA RECAUDACIÓN TRIBUTARIA EN ECUADOR

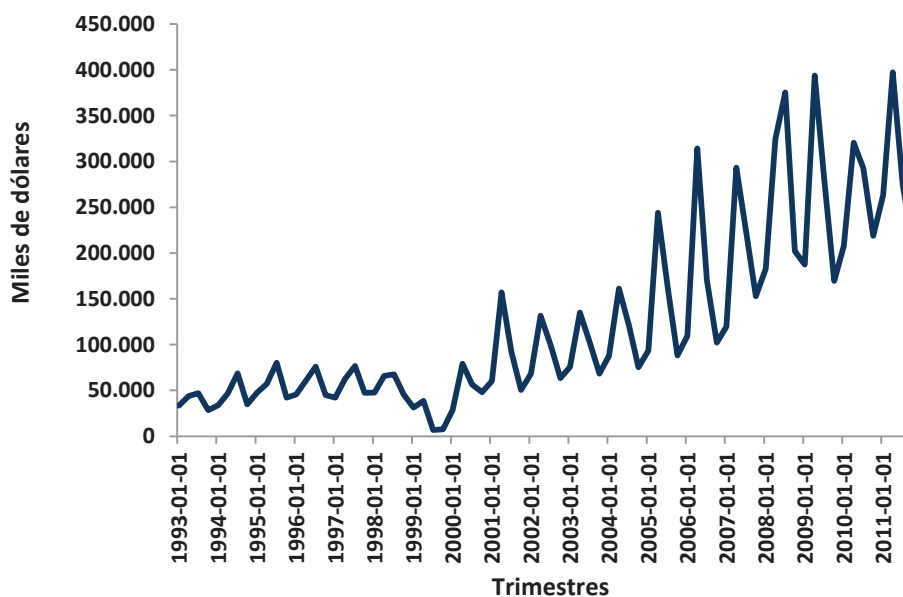
En Ecuador, los impuestos más importantes a nivel recaudatorio son el impuesto a la renta y el impuesto al valor agregado. El impuesto a la renta grava la suma de los rendimientos obtenidos por una persona o una empresa. El impuesto al valor agregado, por otro lado, es un impuesto aplicado sobre las ventas, cuyo fin es gravar el consumo de las personas.

En la década de 1990, en medio de un ambiente marcado por la inestabilidad económica, política y social, el Estado dio prioridad a la imposición indirecta debido a su fácil y rápida recaudación. En consecuencia, la participación promedio de la imposición indirecta en esta década fue del 64%; mientras que, la imposición directa tuvo una participación promedio del 36%.

Entre 1993 y 1998, la recaudación trimestral del impuesto a la renta creció a un promedio del 2%². Sin embargo, en diciembre del año 1998 se eliminó el impuesto a la renta y en su lugar se estableció el impuesto a la circulación de capitales con una tasa del 1% (Arias, Buenaño, Oliva, & Ramírez, 2008). En los trimestres siguientes, la recaudación de este impuesto cayó en más del 80%.

Casi un año más tarde, en noviembre de 1999, se restituyó el impuesto a la renta y el impuesto a la circulación de capitales se convirtió en anticipo del impuesto a la renta con una tasa de 0,8%, mismo que fue completamente eliminado en noviembre del año 2000 (Arias, Buenaño, Oliva, & Ramírez, 2008).

² Este crecimiento se estima a partir de la serie desestacionalizada de la recaudación del impuesto a la renta.

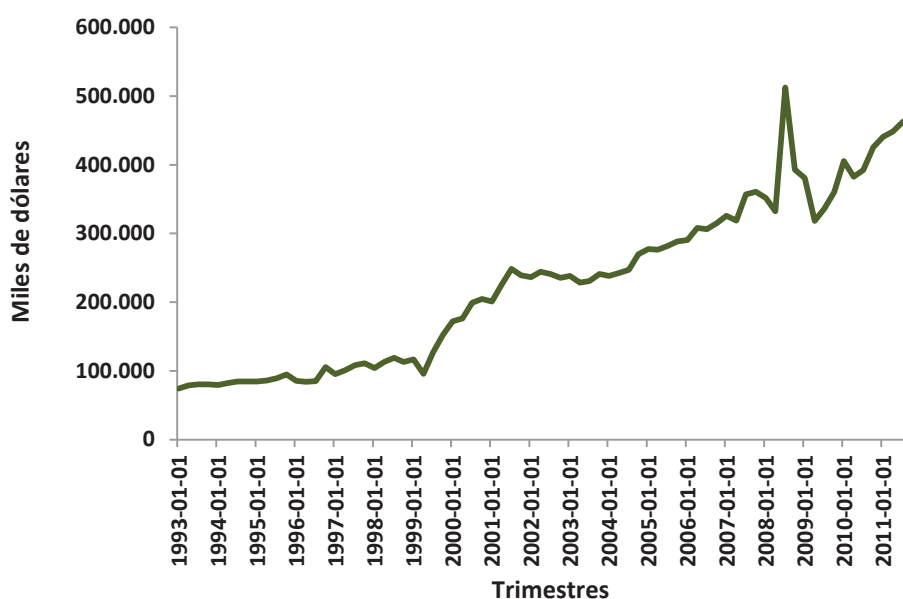
Figura 3 Impuesto a la Renta Trimestral

Elaboración: Autor

Fuente: Servicio de Rentas Internas

Descripción: La figura muestra la evolución de la recaudación trimestral del impuesto a la renta en Ecuador en el período 1993 - 2011

Por otro lado, entre 1993 y 1999, la recaudación trimestral del IVA creció a un promedio del 2.48%. Este crecimiento se vio impulsado por un incremento de su tasa del 10% al 12% en noviembre de 1999. En consecuencia, entre 1999 y 2000, su recaudación aumentó en más del 60%.

Figura 4 Impuesto al Valor Agregado Trimestral

Elaboración: Autor

Fuente: Servicio de Rentas Internas

Descripción: La figura muestra la evolución de la recaudación trimestral del impuesto al valor agregado en Ecuador en el período 1993 - 2011

Luego de la dolarización en el año 2000 la economía ecuatoriana entró en un ambiente de recuperación y estabilidad lo cual favoreció a la recaudación tributaria. En efecto, entre los años 2000 y 2011, la recaudación del impuesto a la renta creció a un promedio del 5%; mientras que, la recaudación del IVA lo hizo a una tasa del 2.82%

No obstante el crecimiento del impuesto a la renta, los impuestos indirectos continuaron registrando una mayor representatividad dentro de la recaudación tributaria total hasta el año 2007. En efecto, entre los años 2000 y 2007 los impuestos indirectos representaron el 68% de la recaudación tributaria; mientras que, los impuestos directos representaron apenas el 32%.

En diciembre del año 2007 se aprobó la Ley Reformatoria para la Equidad Tributaria (LRET) con el objetivo de alcanzar un régimen tributario más progresivo

y equitativo. Como resultado, entre 2008 y 2011, la imposición directa ha incrementado su participación a un promedio del 42%.

3 MARCO TEÓRICO

3.1 ACTIVIDAD DEL ESTADO EN LA ECONOMÍA

“La vida política de un país gira en torno a algunas cuestiones económicas básicas: ¿cómo influye el Estado en la economía? ¿Qué debe hacer el Estado? ¿Por qué realiza el sector público unas actividades económicas y el privado otras? ¿Debe hacer el Estado más de lo que hace actualmente o menos? ...” (Stiglitz, 2000, pág. 9).

Los Estados actuales pueden considerarse como el resultado de dos fuerzas que han venido actuando sobre el Estado Absolutista³ desde el siglo XVII. Estas fuerzas surgieron con el fin de limitar el poder del Estado en la economía de la nación.

La primera es la fuerza democratizadora, que concibe al Estado como “una institución protectora de la sociedad, que la defiende frente a terceros y que garantiza la justicia y el orden en las relaciones entre sus miembros” (Sevilla, 2004, pág. 17). Locke, el principal representante de esta corriente, intentó reducir las actuaciones del Estado exclusivamente a aquellas decididas democráticamente por los ciudadanos.

La otra fuerza limitadora del poder del Estado es el liberalismo, que concibe al Estado como “una institución que complementa la actividad privada, debiendo

³El Estado Absolutista fue una forma de gobierno predominante en los siglos XVII y XVIII. Se caracterizó por concentrar en manos de una sola persona, conocida como rey o monarca, todo el poder político y la soberanía de la Nación. Esto implicó la identificación del monarca con el Estado mismo (“el Estado soy yo”). La monarquía dependía de los recursos generados por el naciente mercado. El mercado, a su vez, se encontraba limitado por las fronteras políticas, y sometido a los impuestos y legislación comercial de la monarquía (González Alonso, 1987).

evitar, al mismo tiempo, inmiscuirse mediante reglamentaciones en la actividad del «sector privado» (Sevilla, 2004, pág. 18).

Adam Smith, el primer representante del liberalismo, en su obra *La Riqueza de las Naciones* defiende la idea de que el Estado debe desempeñar un papel limitado en la economía. Smith afirma que el bienestar de la sociedad se alcanza, automáticamente, cuando cada individuo busca su propio bienestar (Stiglitz, 2000).

“Cada individuo busca únicamente su propia ganancia, y en este caso, una mano invisible le lleva a promover un fin que no estaba en sus intenciones. Y ello no es necesariamente malo para la sociedad. Al buscar su propio interés a menudo promueve el de la sociedad más eficazmente que si realmente pretendiera promoverlo” (Smith, 1776 citado por Stiglitz, 2000, pág. 67).

Este bienestar social, de acuerdo con Smith, se basaba en el libre acceso al mercado⁴. “Si existe algún bien o servicio que la gente valora pero que actualmente no se produce, se estará dispuesto a pagar por él. Los empresarios, en su deseo de hacer dinero, siempre están a la caza de oportunidades” (Stiglitz, 2000, pág. 68).

La libertad de concurrir al mercado genera una competencia natural entre los empresarios, esta competencia se encarga de expulsar a los productores ineficientes. “La mayoría de los economistas (aunque no todos) está de acuerdo en que las fuerzas competitivas generan un elevado grado de eficiencia⁵ y en que la competencia estimula en buena medida la innovación” (Stiglitz, 2000, pág. 69).

⁴ El mercado es el mecanismo mediante el cual los agentes intercambian los bienes y servicios que requieren para cubrir sus necesidades y obtener bienestar

⁵ Al hablar de eficiencia se hace referencia a que en el mercado se produce lo que los consumidores desean de la forma más barata posible.

En general, un mercado se considera eficiente cuando cumple con un óptimo de Pareto. Esto es, cuando las asignaciones de recursos se han realizado de tal manera que no es posible mejorar el bienestar de algún individuo sin empeorar el bienestar de otro. Para que la economía sea eficiente en el sentido de Pareto, es necesario que exista competencia perfecta en el mercado (Stiglitz, 2000).

Sin embargo, esto no siempre sucede así, los mercados reales distan de los supuestos y no pueden cumplir por sí solos con todas las funciones económicas. El mercado no siempre genera competencia perfecta, estabilidad de precios, un alto nivel de empleo, satisfacción de todas las necesidades de la sociedad, ni una equitativa distribución de la riqueza. “Si todos los mercados funcionasen con la fluidez que exige el modelo competitivo y todos los precios, por tanto, fuesen perfectamente flexibles, no habría lugar, probablemente, para situaciones de desempleo y, en general, de subutilización de los recursos disponibles” (Sevilla, 2004, pág. 24).

Si bien, el predominio del Estado en la economía puede reflejar la presencia de ciertas ideologías políticas y sociales, la presencia del Estado obedece más al hecho de que el mercado es incapaz de realizar por sí solo todas las funciones económicas. Por tanto, el Estado es frecuentemente requerido para llevar a cabo políticas compensatorias que guíen, corrijan y complementen al mercado en estos aspectos (Musgrave & Musgrave, 1992).

Según la línea de pensamiento Keynesiana, la economía es propensa a auges y recesiones recurrentes debido a que el nivel de inversión es inestable (Brue & Grant, 2009).

“El gasto de inversión está determinado por la tasa de interés y la eficiencia marginal del capital [...] La eficiencia marginal del capital depende de la expectativa de futuras utilidades y del precio de oferta del capital. La tasa de utilidad esperada de las nuevas inversiones es inestable y, por consiguiente, es

una de las causas más importantes de las fluctuaciones de los negocios” (Brue & Grant, 2009, pág. 429).

Los economistas Keynesianos, por lo tanto, aconsejaban que el gobierno intervenga mediante políticas fiscales y monetarias que promuevan el pleno empleo, la estabilidad de precios y el crecimiento durante las diferentes etapas de la economía (Brue & Grant, 2009).

El campo de actuación del Estado, de acuerdo con Sevilla (2004), se puede resumir de la siguiente manera:

- Establecer y aplicar el marco normativo en el que ha de desarrollarse la sociedad. Un marco jurídico establecido por el poder legislativo, aplicado por el poder ejecutivo y garantizado por el poder judicial.
- Conservar el patrimonio futuro. Dicho patrimonio se encuentra conformado por el conjunto de recursos naturales, el medio ambiente, el capital humano y el capital cultural.
- Suministrar a la sociedad un conjunto de servicios y bienes públicos.
- Redistribuir la renta de acuerdo con las preferencias de la sociedad.
- Corregir los problemas de funcionamiento de mercado generados por la distancia entre el supuesto de competencia perfecta y la realidad de los mercados.
- Desarrollar políticas compensatorias para estabilizar los niveles de producción, empleo y precios.
- Establecer los incentivos necesarios para impulsar el crecimiento económico.

3.2 POLÍTICA FISCAL

Como se analizó en la sección anterior, el Estado debe llevar a cabo políticas que guíen, corrijan y complementen al mercado. Una de las principales herramientas con las que cuenta el Estado para alcanzar este objetivo es la política fiscal.

La política fiscal es la rama de la política económica que administra el presupuesto del Estado. Sus componentes principales son el gasto público y los impuestos (Escobar & Cuartas, 2006).

De acuerdo con Musgrave & Musgrave (1992), las tres funciones principales de la política fiscal son:

1. **Función de asignación:** la política fiscal se encarga de proveer a la población de bienes públicos.
2. **Función de distribución:** la política fiscal tiene la facultad de distribuir la renta y la riqueza de acuerdo a lo que la sociedad considera equitativo o justo.
3. **Función de estabilización:** la política fiscal se utiliza como un medio para mantener en la sociedad un alto nivel de empleo, estabilidad en el nivel de precios y una apropiada tasa de crecimiento económico.

En la presente investigación se hará énfasis en la necesidad del Estado asignar presupuesto para la provisión de bienes públicos a la sociedad, es decir, en la función de asignación de la política fiscal.

3.2.1 GASTO PÚBLICO

De acuerdo con Sevilla (2004, pág. 18) “el mercado es un mecanismo que solo suministra aquellos bienes y servicios para los que existe una demanda solvente, esto es, los bienes y servicios por los que los individuos están dispuestos a pagar”. A estos bienes se los considera bienes privados, y a las necesidades que satisfacen se las considera necesidades privadas. Pero, además de las necesidades privadas, los individuos tienen necesidades sociales, y los bienes y servicios que las satisfacen se denominan bienes públicos.

Los bienes públicos poseen dos características que los diferencian de los bienes privados. Los bienes públicos, por un lado, pueden ser utilizados colectivamente, es decir, por todos los individuos de la sociedad, y su consumo no supone

deterioro o perjuicio alguno del bien. Los bienes privados, por otro lado, son consumidos únicamente por quien los adquiere, por lo que, una vez consumido no estará disponible para los demás individuos. (Musgrave & Musgrave, 1992).

“O dicho en otros términos, cuando se trata de bienes privados, el beneficio que se deriva de su consumo o utilización se lo apropia totalmente el sujeto que lo consume, a diferencia de lo que sucede con los bienes públicos cuyos beneficios los disfrutan al mismo tiempo todos los ciudadanos” (Sevilla, 2004, pág. 18).

La segunda diferencia entre estos tipos de bienes es el precio. En los bienes privados, el precio constituye un medio de discriminación, esto significa que quien no paga por el bien no puede consumirlo. En cambio, los bienes públicos, una vez suministrados, no pueden excluir a ningún individuo de su disfrute, aún cuando el individuo no esté dispuesto a pagar por ello.

Debido a estas características, los bienes públicos no generan demanda y, por lo tanto, el mercado es incapaz de suministrarlos. La tarea de proveer bienes públicos a la sociedad queda entonces en manos del Estado. Cabe recalcar que al hablar de provisión de bienes públicos, se hace referencia a que el Estado financia su producción por medio del presupuesto y los pone a disposición de la población sin cargas directas (Musgrave & Musgrave, 1992).

Entre los principales bienes públicos provistos por el Estado se encuentran defensa, servicio exterior, administración de justicia, orden interno, establecimiento y aplicación de un marco normativo, infraestructura pública, entre otros. (Sevilla, 2004).

3.2.2 FINANCIACIÓN PÚBLICA

Si bien el Estado debe decidir qué bienes y servicios públicos debe proveer a la población para satisfacer sus necesidades sociales, paralelamente debe

determinar la forma en que financiará estos bienes y servicios. De acuerdo con Sevilla (2004), todo Estado cuenta con cuatro grupos principales de ingresos.

1. **Ingresos Patrimoniales:** son aquellos ingresos que se derivan de la utilización del patrimonio del Estado, esto es, de la explotación de recursos naturales que se encuentran dentro del territorio nacional⁶ y de los réditos obtenidos por las empresas públicas.
2. **Ingresos por Transferencias:** las transferencias pueden provenir tanto del exterior como del interior del país; no obstante, no constituyen una fuente de ingresos regular para todos los países. Los ingresos por transferencia suelen tener mayor importancia cuando se realiza entre los diferentes niveles gubernamentales dentro de un Estado, es decir, las transferencias desde la hacienda central hacia las haciendas regionales.
3. **Ingresos Coactivos:** estos constituyen la mayor parte de los ingresos de todas las haciendas, como media este tipo de ingresos puede suponer entre el 85 y el 90% del total de ingresos. Dentro de este grupo de ingresos se encuentran los impuestos.
4. **Ingresos por enajenación de activos y por endeudamiento:** todos los Estados pueden recurrir al financiamiento por enajenación de activos y por endeudamiento, en función a su capacidad patrimonial; por esta razón, a diferencia de los grupos de ingresos anteriores, esta clase de ingresos no puede considerarse periódica, ilimitada ni recurrente. Los ingresos por enajenación de activos y por endeudamiento se justifican entonces, únicamente para financiar gastos de capital que permitan que el patrimonio neto del Estado permanezca constante.

⁶ Esto se da en mayor medida con la minería y la explotación de hidrocarburos.

3.2.2.1 Ingresos Coactivos

Los ingresos coactivos son aquellos que se derivan del poder de coacción del Estado, esto es, la facultad que tiene el Estado de imponerlos a los agentes del sistema a través de instrumentos financieros como los impuestos, tasas y contribuciones (Seligman, 2010).

Para establecer la cuantía que debe pagar cada individuo por los bienes y servicios que recibe del Estado, se consideran dos aspectos elementales: el principio del beneficio y el principio de la capacidad de pago.

El principio de beneficio, como su nombre lo indica, establece que cada individuo debe contribuir a cubrir con los gastos del Estado de acuerdo con los beneficios que obtiene por los bienes y servicios que recibe de este. “El impuesto, pues, no sería otra cosa que el precio satisfecho por cada ciudadano por los bienes y servicios públicos que consume y, siendo así, debería corresponderse, al igual que ocurre en el mercado de bienes privados, con el beneficio o utilidad marginal que deriva cada sujeto de su consumo” (Sevilla, 2004, pág. 49).

El principio de la capacidad de pago, por el contrario, establece que cada individuo debe contribuir al Estado de acuerdo con sus posibilidades, independientemente del beneficio que reciba por los bienes provistos por el Estado. Aquí, el impuesto deberá cumplir un doble criterio de equidad: de *equidad horizontal*, en el que los individuos de igual capacidad deben soportar el mismo impuesto; y de *equidad vertical*, en el que los individuos de distinta capacidad deben soportar impuestos distintos (Sevilla, 2004).

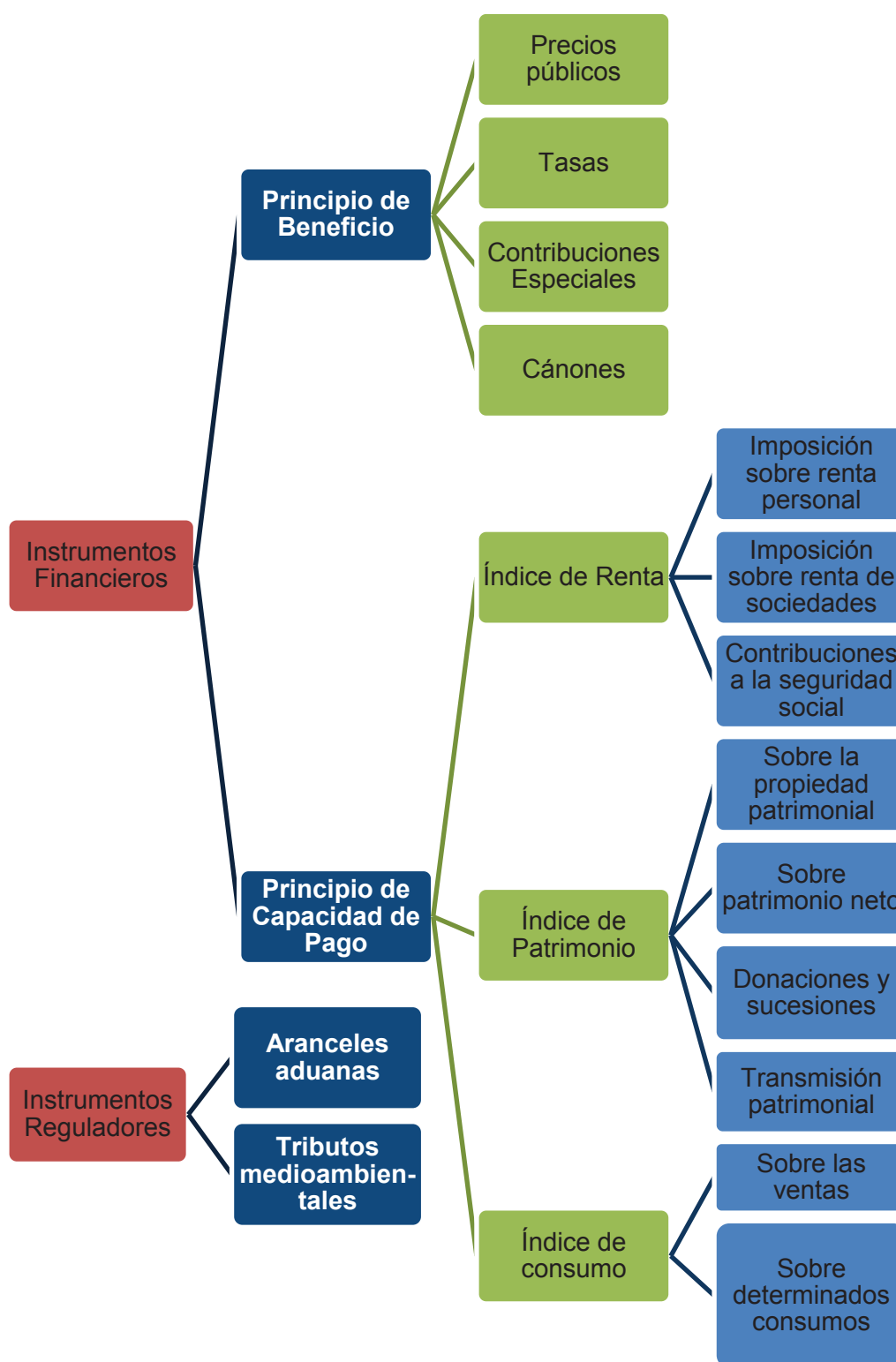
Clasificación de los Ingresos Coactivos

La gama de impuestos aplicados en un país puede resultar muy amplia dependiendo de su realidad económica, política y social. Con todo y a pesar de

las singularidades que se pueden hallar en cada país, es posible clasificar a los impuestos en dos grandes categorías: los instrumentos financieros y los impuestos reguladores. Los instrumentos financieros son los más importantes desde el punto de vista recaudatorio. Los instrumentos reguladores, en cambio, son importantes por su influencia sobre el comportamiento de los individuos (Sevilla, 2004).

En la figura se puede observar la clasificación general de los instrumentos coactivos.

Figura 5 - Clasificación de los Instrumentos Coactivos



Elaboración: Autor. Modificado de Sevilla, (2004)

De acuerdo con Sevilla (2004), los instrumentos financieros se pueden clasificar conforme al principio que los inspira, esto es, conforme al principio del beneficio o al principio de capacidad de pago.

En lo que se refiere al principio del beneficio, se han identificado cuatro instrumentos principales:

- **Precios públicos:** son utilizados cuando el Estado suministra, en calidad de monopolio, bienes y servicios demandados por los ciudadanos.
- **Tasas:** son contraprestaciones realizadas por los individuos por la demanda de bienes y servicios al Estado. Las tasas se diferencian de los precios públicos en que tal demanda es legalmente obligatoria.
- **Contribuciones especiales:** son contraprestaciones realizadas por los individuos que se benefician de cierta actividad pública, en este caso sin existir demanda individual. Las contribuciones especiales se realizan cuando el ámbito de los beneficiarios y el coste de dicha actividad pública se encuentran perfectamente acotados.
- **Cánones:** son los instrumentos más complejos, suponen una compensación por parte de los individuos al Estado por causa de las ventajas concedidas por éste.

Por otro lado, se tiene a los impuestos basados en el principio de capacidad de pago. Estos impuestos son los más importantes tanto por su número como por su capacidad recaudatoria.

Los impuestos basados en el principio de capacidad de pago pueden recaer sobre la renta, sobre el patrimonio y sobre el consumo. Los dos primeros tipos de impuestos se pueden considerar como impuestos directos por cuanto recaen directamente sobre los individuos que obtienen las ganancias o adueñan

patrimonio. Los impuestos que recaen sobre el consumo, por el contrario, se consideran impuestos indirectos por cuanto recaen sobre los vendedores pero son trasladados, vía precios, hacia los consumidores, quienes se convierten en los “auténticos contribuyentes”.

Finalmente, los instrumentos reguladores, como su nombre lo indica, influyen en el comportamiento de los agentes con el fin de alcanzar determinados objetivos, “su pretensión central consiste en orientar las conductas de los sujetos en una determinada dirección” (Sevilla, 2004, pág. 59).

Entre los impuestos reguladores se encuentran los aranceles de aduana y los tributos medioambientales. Los aranceles de aduana buscan intervenir en las operaciones de comercio exterior ya sea restringiendo o promoviendo tanto las importaciones como las exportaciones. Los tributos medioambientales, por otro lado, buscan limitar el uso de los recursos naturales y proteger el medio ambiente (Sevilla, 2004).

Clasificación de los impuestos

De acuerdo con el principio de capacidad de pago, tratado anteriormente, cada individuo debe aportar al Estado de acuerdo a sus posibilidades. Históricamente, se han utilizado tres indicadores de la capacidad de pago o posibilidades de un sujeto: la renta, el patrimonio y el consumo (Sevilla, 2004).

En la presente investigación se analizarán los impuestos más representativos, en términos recaudatorios, para las haciendas, el impuesto a la renta y el impuesto al valor agregado.

3.2.2.2 Impuesto sobre la Renta Personal

El impuesto personal sobre la renta grava la suma de los rendimientos obtenidos por una persona. Sevilla (2004) define a la renta obtenida por una persona durante un período como el valor de los bienes y servicios que haya consumido durante ese mismo período de tiempo más la variación neta registrada en el valor de su patrimonio.

Cabe recalcar que a pesar de que la renta se define teóricamente como la suma del consumo y las variaciones patrimoniales del individuo, en la práctica su cálculo difiere de esta definición. “Lo normal consiste en medir la corriente de ingresos que se incorpora al patrimonio y restarle la corriente de gastos que sale del patrimonio”⁷ (Sevilla, 2004, pág. 270).

El impuesto personal sobre la renta es un impuesto progresivo ya que puede tomar en cuenta todas las circunstancias personales que tengan influencia en la capacidad de pago del individuo. Por ejemplo, el impuesto a la renta permite graduar la carga impositiva en función del tamaño de la renta; asimismo, permite establecer rentas mínimas exentas con el fin de liberar del gravamen aquellos recursos que el individuo requiere para vivir de una forma aceptable. Adicionalmente, el impuesto toma en cuenta circunstancias de enfermedad, existencia de hijos, entre otras (Sevilla, 2004).

Finalmente, el impuesto a la renta constituye un impuesto directo en tanto el sujeto pasivo y el contribuyente coinciden en la misma persona.

⁷ Los gastos incluyen únicamente aquellos necesarios para la generación de riqueza, mas no los gastos de consumo (Sevilla, 2004).

3.2.2.3 Impuesto sobre la Renta de Sociedades

El impuesto sobre las sociedades es simétrico al impuesto personal sobre la renta solo que, en este caso, el objeto de gravamen es la renta obtenida por personas jurídicas.

Según Sevilla (2004), la renta de una sociedad está dada por las siguientes formas de acrecentamiento patrimonial:

- Rendimientos de actividades empresariales o profesionales
- Rendimientos del capital
- Ganancias (pérdidas) de capital
- Transferencias, o en general, transacciones sin contraprestación.

Conceptualmente, la renta de una entidad jurídica es igual a la de una persona natural; sin embargo, existen dos distinciones entre estas. Las entidades jurídicas no hablan de consumo personal, en este caso, el rubro equivalente al consumo personal sería la distribución de beneficios o, excepcionalmente, la retirada de una parte del capital social por parte de uno o varios accionistas. Adicionalmente, el patrimonio de la sociedad puede crecer debido a aportaciones de los socios. Ni el incremento ni las disminuciones de patrimonio en sociedades se toman en cuenta para el cálculo del impuesto (Sevilla, 2004).

El impuesto sobre la renta es uno de los más importantes a nivel recaudatorio; por esta razón, es importante que cubra todos los acrecentamientos patrimoniales. Dado que todo incremento patrimonial fluye bien hacia una persona jurídica o hacia una persona natural, el impuesto a la renta de sociedades debe configurarse de manera complementaria al impuesto a la renta personal. Esto es, el impuesto personal a la renta debe gravar todos los acrecentamientos patrimoniales que no se encuentren cubiertos por el impuesto a las sociedades, y viceversa (Sevilla, 2004).

3.2.2.4 Impuesto sobre el Valor Agregado

El impuesto sobre el valor agregado es un impuesto aplicado sobre las ventas⁸, que grava el consumo de las personas de manera uniforme, aplicando una tasa fija al valor de las ventas (Sevilla, 2004).

De acuerdo con Sevilla (2004), el IVA posee importantes características. Primeramente, el IVA se caracteriza por ser un impuesto indirecto en tanto es soportado por el consumidor final a través del precio del bien o servicio que consume, y no por el sujeto pasivo que es el que está legalmente obligado a ingresar el impuesto en la hacienda.

El IVA es además un impuesto plurifásico que grava la venta de bienes y servicios en todas las fases de comercialización; sin embargo, a diferencia de los demás impuestos plurifásicos, el IVA generado en una etapa no pasa a formar parte de los costos de producción de la siguiente etapa, evitando así la aplicación de un impuesto sobre otro, y lo que es más importante, eliminando cualquier efecto de amplificación sobre los precios.

Tratándose de un impuesto indirecto, que a través de traslaciones sucesivas alcanza al consumidor final, el IVA presenta un alto grado de regresividad en términos distributivos. Esto se debe a que las personas con un alto nivel de renta destinarán únicamente una parte de la misma hacia el consumo y el consecuente pago del impuesto; mientras que, las personas con rentas modestas destinarán una mayor parte o la totalidad de su renta al consumo y al pago del impuesto. Es

⁸ De acuerdo con Sevilla (2004), los impuestos sobre las ventas se clasifican en:

- **Impuestos monofásicos:** gravan exclusivamente las ventas de una fase a la siguiente.
- **Impuestos plurifásicos:** gravan las ventas en una o varias fases

En general, se han identificado tres fases o etapas en el proceso de producción y comercialización. Estas etapas son: producción, distribución mayorista y venta minorista. Por tanto, los impuestos monofásicos pueden aplicarse a las ventas de los fabricantes, de los mayoristas o de los minoristas. En cambio, los impuestos plurifásicos pueden gravar las ventas en dos o más fases.

decir, las personas con rentas modestas se verán más afectadas, en términos relativos, por el pago del IVA que las personas con rentas altas.

Comparado con los demás impuestos monofásicos y plurifásicos, el IVA posee una importante fortaleza. Al gravar todas las fases de comercialización, la administración tributaria tiene la posibilidad de introducir técnicas de cruces de información - “las ventas de unos será necesariamente las compras de otros”- (Sevilla, 2004, pág. 466). Además, se cuenta con una mayor cantidad de sujetos pasivos, lo que genera mayores posibilidades de control y por tanto un menor riesgo de evasión.

Cabe recalcar, sin embargo, que a pesar de sus importantes beneficios, el IVA es un impuesto complejo y difícil de administrar. Precisamente, la gran cantidad de sujetos pasivos y de información requieren de una gran capacidad de procesamiento y manejo de datos; razón por la cual, es necesario contar con una hacienda fuerte y bien organizada que sea capaz de administrar este impuesto de manera eficiente.

3.2.2.5 Requisitos para una buena Estructura Tributaria

De acuerdo con (Stiglitz, 2000), las características que una buena administración tributaria debe tener son:

- **Eficiencia económica:** los impuestos deben minimizar su incidencia en las decisiones que los individuos toman respecto al consumo, ahorro, inversión, trabajo, entre otros.
- **Sencillez administrativa:** gestionar impuestos conlleva elevados costos administrativos y un alto nivel de complejidad tanto para el contribuyente como para la hacienda. Una buena administración tributaria debe

administrar los impuestos de la forma más sencilla posible y al menor costo.

- **Flexibilidad:** los cambios en la situación económica de cada país requieren de una política tributaria ágil, que estabilice rápidamente las fluctuaciones en la actividad económica.
- **Responsabilidad política:** una estructura políticamente responsable debe ser clara y transparente con la información que posee, es decir, los ciudadanos tienen el derecho a saber hacia dónde se destina el pago de sus impuestos.
- **Justicia:** de acuerdo con (Musgrave & Musgrave, 1992) la carga tributaria debe ser equitativa, es decir, cada individuo debe aportar al estado su justa parte. Para esto la política tributaria debe ser equitativa horizontal y verticalmente. Un sistema tributario es equitativo horizontalmente cuando individuos de condiciones económicas similares son tratados de la misma forma, es decir, pagan los mismos impuestos. Mientras que, un sistema tributario es equitativo verticalmente cuando aquellos individuos que poseen un mayor bienestar deben pagar más impuestos (esto último introduce un sentido de progresividad).
- **Suficiencia recaudatoria:** como se mencionó anteriormente, los bienes públicos no generan demanda, por lo cual el mercado no los puede suplir.

“En el caso de los bienes públicos su disfrute generalizado resulta inevitable y, precisamente por ello nadie, ningún ciudadano estaría dispuesto a demandar –y pagar – por un bien que, una vez suministrado, podrían disfrutar gratuitamente todos los demás ciudadanos. Y, no habiendo tal demanda, no los podrá facilitar el mercado, con lo que las necesidades sociales sentidas por los ciudadanos quedarían insatisfechas.

Por eso debe intervenir el estado suministrando los correspondientes bienes públicos” (Sevilla, 2004, pág. 19).

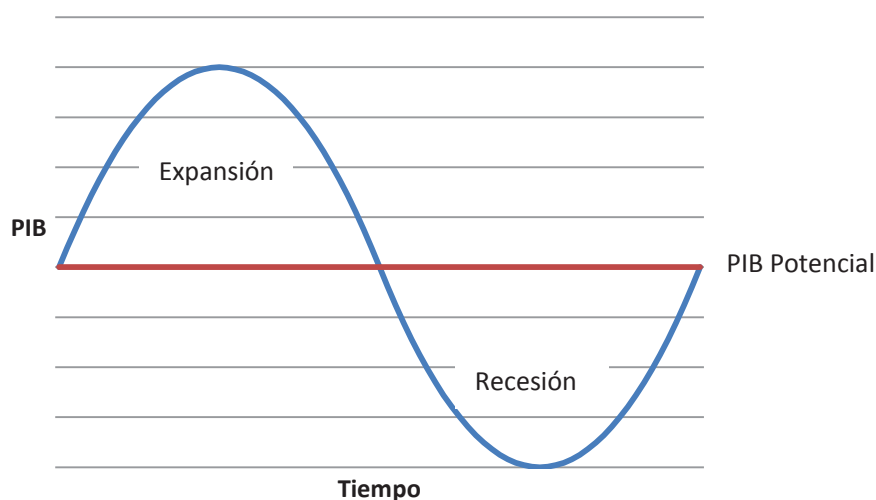
Al ser la recaudación de impuestos una de las principales fuentes de ingresos con las que cuenta un Estado, una buena política tributaria deberá prever la cantidad de recursos que se obtendrán, para cubrir los gastos planificados en el presupuesto del Estado.

3.3 CICLO ECONÓMICO

El ciclo económico se define como las fluctuaciones ascendentes y descendentes del PIB en torno a una tendencia, en estas fluctuaciones se pueden apreciar fases de expansión y fases de recesión (Mochón, 2006).

Las fases ascendentes se denominan expansión, en esta etapa la producción y el empleo crecen. Las fases descendentes se denominan recesión, en esta etapa, la producción y el empleo decrecen. Las cimas y los fondos constituyen los puntos de giro. Una depresión es una recesión de mayor magnitud y duración (Mochón, 2006).

Figura 6 Fases del Ciclo Económico



Elaboración: Autor. Tomado de Mochón (2006).

La preocupación por estudiar, analizar y prever los ciclos económicos data del siglo XIX, pero se acentuó luego de la Gran Depresión en 1929, suceso que inició en Estados Unidos, pero que afectó a casi todos los países del mundo (Escobar & Cuartas, 2006).

Escobar y Cuartas (2006) describen al ciclo económico como:

“Comportamiento fluctuante de la economía caracterizado por períodos de auge seguidos por períodos de estancamiento y contracción de la actividad económica. Estos movimientos no siempre son regulares y pueden durar varios años. En la etapa de expansión aumentan el empleo, la producción, los precios, los salarios y los beneficios hasta que se llega a un punto máximo. Viene un período de estancamiento que da paso a la contracción, reduciéndose los salarios, la producción, las ventas, etc., hasta alcanzar un nivel mínimo de actividad que da paso a la recuperación y a la expansión con lo que se reinicia un ciclo nuevo” (pág. 92).

Keynes, citado por López (2012), afirmó que el auge se da en condiciones en que existe una alta eficiencia marginal del capital y un excesivo optimismo acerca del rendimiento futuro de los bienes de capital⁹. En estas condiciones, los agentes del sistema destinarán gran parte de sus recursos a la inversión de bienes de capital. Como consecuencia de esta creciente inversión aumentará la tasa de interés y disminuirá la eficiencia marginal del capital dando lugar a un descenso de la actividad económica.

Avella y Fergusson (2003) describen más detalladamente este proceso. El ciclo inicia a partir de algún evento que estimule la inversión. El sistema bancario

⁹ De acuerdo con (Escobar & Cuartas, 2006), se denomina bienes de capital a aquellos bienes que se utilizan en el proceso productivo para la elaboración de otros bienes. Estos bienes no desaparecen con su primer uso, sino que poco a poco van incorporándose en el producto. Entre los bienes de capital se encuentran edificios, vehículos, maquinarias, herramientas, entre otros.

financiará esta creciente inversión, dando como resultado un aumento de la cantidad de dinero circulante en la economía. Como resultado, se incrementará la producción, la demanda de mano de obra y el nivel de precios. A su vez, el consumo de los nuevos trabajadores y las ganancias de los empresarios aumentarán. En este escenario de expansión y bonanza, los requerimientos de financiamiento seguirán incrementándose hasta el punto en que el sistema bancario alcance su límite y opte por aumentar la tasa de interés.

Por otro lado, Slutsky y Frisch, (citados por Avella y Fergusson, 2003), enfatizaron la naturaleza estocástica del ciclo. Para ellos, las economías siguen trayectorias de equilibrio de las cuales se alejan temporalmente debido a choques aleatorios. Estos choques aleatorios generalmente son pequeños y siguen una distribución normal. Las series económicas, además, seguirían cuatro trayectorias: crecimiento monótono, decrecimiento monótono, oscilaciones amortiguadas y oscilaciones explosivas.

3.3.1 CICLO ECONÓMICO Y RECAUDACIÓN TRIBUTARIA

Como se mencionó anteriormente, el PIB fluctúa alrededor de una tendencia a lo largo del tiempo, estas fluctuaciones componen lo que se conoce como ciclo económico. Dado que la recaudación tributaria depende del PIB, se puede esperar que esta también sea afectada por los ciclos económicos. “Si G y T fueran constantes a lo largo del ciclo, el balance fiscal no se vería afectado. Sin embargo, tanto el gasto como la recaudación tributaria están afectados por la posición cíclica de la economía” (De Gregorio, 2007, pág. 150)

Los ingresos públicos disminuyen en períodos de baja productividad y aumentan en períodos de alta productividad. En períodos de baja actividad económica, las empresas y las personas reciben menos ingresos, por lo cual pagan menos impuestos directos, y también consumen menos, por lo que pagan menos impuestos indirectos (De Gregorio, 2007).

Esta reducción de la recaudación tributaria al disminuir la productividad no es el resultado de una decisión o acción deliberada del Estado. Es consecuencia de la configuración misma de los impuestos. Dado que la mayoría de los impuestos proporcionales¹⁰, cuando disminuye el PIB, muchas de las fuentes de ingresos del Estado disminuyen automáticamente. Y viceversa, cuando aumenta el PIB, muchas de las fuentes de ingresos del Estado aumentan automáticamente (Krugman, Vells, & Olney, 2008).

Sin embargo, así como la recaudación tributaria puede influenciados por los ciclos económicos, los impuestos pueden ser utilizados como herramientas que influyan sobre el ciclo económico. Los ciclos económicos han tratado de ser combatidos en los distintos países a través de ciertas políticas, “las que si bien a veces no pueden impedir del todo que se produzcan nuevos ciclos al menos consiguen aminorar su intensidad y acortar su duración” (Escobar & Cuartas, 2006, pág. 92).

Las variables fiscales, utilizadas en estas políticas, actúan como estabilizadores que se ajustan a los cambios en la actividad económica y tienen un efecto contracíclico. Cuando el gobierno reduce los impuestos, el ingreso disponible de los hogares aumenta. Al incrementar el ingreso disponible, se incrementa el consumo y la inversión, lo que a su vez promueve el crecimiento económico. Por tanto, la reducción de impuestos es una política reactivadora o expansiva y es utilizada en momentos de recesión económica (Mochón, 2006).

Por el contrario, cuando el gobierno incrementa los impuestos, la renta disponible de los hogares decrece. Una reducción del ingreso disponible provoca una caída en el consumo y la inversión, dando lugar a una recesión económica. El incremento de impuestos es, por tanto, una medida restrictiva (Mochón, 2006).

¹⁰ Los impuestos proporcionales están directamente relacionados con el nivel de renta, es decir, cuando la renta aumenta los impuestos aumentan, y viceversa. En general, los impuestos proporcionales constituyen un determinado porcentaje de la renta; de manera que, si t es la tasa impositiva y Y el ingreso de una sujeto, el monto a pagar por concepto de impuestos es $(t \times Y)$ (Mochón, 2006).

4 MARCO METODOLÓGICO

El presente capítulo se compone de tres secciones principales. En la primera sección se analiza las principales características de las series de tiempo, entre estas se encuentran los componentes de las series, los quiebres estructurales, la presencia de estacionariedad y las propiedades de cointegración. En la segunda sección se realiza un análisis general sobre las cadenas de Markov y sus propiedades. Finalmente, en la tercera sección, se describe la metodología de Markov – Switching que combina series de tiempo con Cadenas de Markov.

4.1 SERIES DE TIEMPO

Una serie de tiempo es una secuencia de observaciones medidas en determinados momentos del tiempo, ordenadas cronológicamente y con frecuencia uniforme (diaria, mensual, trimestral, anual) (Villavicencio, Introducción a Series de Tiempo).

Las series de tiempo son conocidas como procesos estocásticos por cuanto su comportamiento no se conoce por anticipado (Wooldridge, 2010).

“Cuando se conforma una base de datos de series de tiempo se obtiene un resultado posible o realización del proceso estocástico. Únicamente se puede ver una sola realización, ya que no es posible retroceder el tiempo y empezar de nuevo el proceso. [...] No obstante, si ciertas condiciones históricas fueran distintas, por lo general se obtendría una realización diferente para el proceso estocástico y es por ello que los datos de series de tiempo se consideran como el resultado de variables aleatorias” (Wooldridge, 2010, pág. 341).

4.1.1 COMPONENTES DE LAS SERIES DE TIEMPO

El análisis de series de tiempo se basa en el supuesto de que el valor que toma la variable observada es consecuencia de cuatro componentes: tendencial, cíclico, estacional e irregular. (Anderson, Sweeney, & Williams, 2004)

4.1.1.1 Componente de Tendencia

De acuerdo con Wooldridge (2010), la tendencia es el crecimiento de una serie a lo largo del tiempo. Una serie con tendencia lineal en el tiempo puede ser formulada de la siguiente manera:

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + \varepsilon_t \quad (1)$$

α_1 mide el cambio en y_t de un período al siguiente debido únicamente al transcurso del tiempo. En este caso, y_t varía en promedio α_1 cuando t aumenta en 1 ($\Delta y_t = y_t - y_{t-1} = \alpha_1$). Si $\alpha_1 > 0$, y_t estará creciendo en el tiempo; mientras que, si $\alpha_1 < 0$, y_t estará decreciendo en el tiempo.

Muchas series de tiempo se aproximan mejor mediante una tendencia exponencial, en donde el logaritmo natural de la serie depende linealmente del tiempo:

$$\log(y_t) = \beta_0 + \beta_1 t + \varepsilon_t \quad (2)$$

donde,

$$\Delta \log(y_t) \approx \frac{(y_t - y_{t-1})}{y_{t-1}} \quad (3)$$

Por lo que β_1 se interpreta como la tasa de crecimiento promedio de un período a otro.

4.1.1.2 Componente Estacional

El componente estacional se refiere a las fluctuaciones observadas durante el año y que se repiten de manera regular de un año a otro. Su duración, dirección y magnitud son estables (UNECE, 2012).

Los efectos estacionales pueden ser causados por eventos sociales, fechas especiales en el calendario, cambios climáticos, entre otros (UNECE, 2012).

Las series que muestran efectos estacionales a menudo deben ser ajustadas antes de utilizarse en el análisis (Wooldridge, 2010). “Una serie ajustada estacionalmente es aquella en la que, en principio, se le han eliminado los factores estacionales” (Wooldridge, 2010, pág. 368).

4.1.1.3 Componente Cíclico

Aunque una serie puede exhibir una tendencia durante largos períodos, los valores de dicha serie no caen exactamente sobre la línea de tendencia; sino que, con frecuencia, las observaciones se encuentran por debajo o por encima de la tendencia regular de los datos (Anderson, Sweeney, & Williams, 2004). “Cualquier secuencia de puntos recurrente encima o debajo de la línea de tendencia, puede atribuirse al componente cíclico de la serie” (pág. 176).

4.1.1.4 Componente Irregular

El componente irregular constituye el residuo entre el valor esperado¹¹ y el valor real de la serie. El componente irregular es el que explica la aleatoriedad de la serie de tiempo. Es causado por factores de corto plazo no anticipados y no recurrentes; por esta razón, no es sistemático ni predecible (Anderson, Sweeney, & Williams, 2004).

¹¹ El valor esperado de la serie de tiempo está dado por las componentes de tendencia, estacional y cíclica.

4.1.2 PRUEBAS DE CAMBIO ESTRUCTURAL

Una hipótesis importante al realizar análisis estadísticos es que los parámetros de las series permanecen constantes a lo largo del tiempo; sin embargo, en la práctica esta hipótesis no siempre se cumple. Debido a diversos factores, las series de tiempo pueden experimentar fuertes cambios en su comportamiento. Ignorar estos cambios estructurales puede dar como resultado estimaciones imprecisas, y por lo tanto, poco confiables (Montañés, 1995).

Existen varias herramientas que permiten verificar la presencia de cambios estructurales en las series, entre ellas se encuentran el estadístico de Chow, el estadístico CUSUM, y el estadístico CUSMSQ (Montañés, 1995).

4.1.2.1 Estadístico de Chow

Se supone el siguiente modelo

$$Y = \beta X + \varepsilon \quad (4)$$

$$\varepsilon \sim N.i.i.d.(0, \sigma^2)$$

Si existe un solo quiebre a lo largo de la serie en el momento t , este modelo podría representarse como:

$$Y_1 = \beta_1 X_1 + \varepsilon_1 \quad (5)$$

$$Y_2 = \beta_2 X_2 + \varepsilon_2 \quad (6)$$

donde, el primer modelo explica las t primeras observaciones ($t < T$) y el segundo modelo explica las $T - t$ observaciones restantes.

Montañés (1995) define el estadístico de Chow como

$$F_{CHOW} = \frac{\varepsilon^T \varepsilon - \varepsilon_{12}^T \varepsilon_{12}}{\varepsilon_{12}^T \varepsilon_{12}} \frac{T - 2k}{k} \quad (7)$$

donde, k es el número de parámetros del modelo, ε es el vector de residuos del modelo estimado sin considerar cambios estructurales, y ε_{12} es el vector de residuos de los modelos que consideran el cambio estructural.

Valores altos del estadístico Chow demuestran que el comportamiento de las variables es explicado de mejor manera si se fracciona el modelo normal en dos regresiones independientes. Es decir, valores altos del estadístico Chow implican que existe un quiebre estructural en la serie (Montañés, 1995).

4.1.2.2 Estadístico CUSUM

El estadístico CUSUM (Cumulative Sum) está basado en el uso de residuos recursivos normalizados. “El residuo recursivo correspondiente a la observación t se define como el error de predicción de Y_t , utilizando el estimador de mínimos cuadrados ordinarios obtenido con las $t - 1$ primeras observaciones” (Fernández, 2009, pág. 1).

$$\varepsilon_t = Y_t - X_t \beta_{t-1} \quad (8)$$

donde,

$$\beta_{t-1} = (X_{t-1}^T X_{t-1})^{-1} (X_{t-1}^T Y_{t-1}) \quad (9)$$

Los residuos recursivos normalizados¹² son:

¹² La media y la varianza de ε_t son:

$$E(\varepsilon_t | X_t) = E(Y_t | X_t) - X_t E(\beta_{t-1}) = X_t \beta_{t-1} - X_t \beta_{t-1} = 0$$

$$Var(\varepsilon_t | X_t) = \sigma_\varepsilon^2 + X_t^T Var(\beta_{t-1}) X_t = \sigma_\varepsilon^2 \left(1 + X_t^T (X_{t-1}^T X_{t-1})^{-1} X_t \right)$$

$$w_t = \frac{\varepsilon_t}{\sqrt{1 + X_t^T (X_{t-1}^T X_{t-1})^{-1} X_t}} \quad (10)$$

El estadístico CUSUM se define como la suma acumulada de los residuos normalizados (Montañés, 1995)

$$W_N = \frac{1}{\sigma} \sum_{t=k+1}^N w_t \quad (11)$$

donde, σ es la estimación de la desviación estándar del modelo.

Si el vector de coeficientes β es constante durante todo el periodo, los residuos recursivos presentarán una media igual a 0. Sin embargo, si β experimenta un cambio estructural a partir del $N - \text{ésimo}$ período, la media de los residuos recursivos será distinta de 0 desde ese instante (Montañés, 1995).

Los intervalos de confianza de W_N están dados por las rectas que unen los puntos

$$(k \pm a \sqrt{N - k}); (N \pm 3a \sqrt{N - k}) \quad (12)$$

donde, a es una constante que depende del nivel de significancia¹³.

Por lo tanto, el contraste se lleva a cabo mediante el análisis gráfico de la evolución de W_N . Si W_N permanece dentro de los intervalos durante todo el período, se puede concluir que la serie no tiene cambios estructurales (Fernández, 2009).

¹³ Si el nivel de significancia es 1% entonces $a = 1,143$, si el nivel de significancia es 5% $a = 0,948$, y si el nivel de significancia $a = 0,85$

4.1.2.3 Estadístico CUSUMSQ

El estadístico CUSUMSQ (CUSUM cuadrado) también se basa en el uso de residuos recursivos normalizados. Sin embargo, a diferencia del estadístico CUSUM, sus resultados son más fiables en aquellos casos en que los parámetros tienen comportamiento más errático que sistemático (Montañés, 1995).

“En estas circunstancias, los residuos recursivos van a tomar valores tanto positivos como negativos, lo que hace que éstos tiendan a compensarse entre sí”. Dado que los valores de los errores se encontrarán muy cercanos a cero, el estadístico CUSUM tendrá dificultad en detectar quiebres en la serie de tiempo.

El estadístico CUSUMSQ se define como:

$$S_t = \frac{\sum_{t=k}^t W_t}{\sum_{t=k}^N W_t^2} \quad (13)$$

El intervalo de confianza de S_t está dado por

$$\left(\pm c + \frac{t-k}{\sqrt{N-k}} \right) \quad (14)$$

Asimismo, si el estadístico CUSUMSQ excede las bandas de confianza se concluye que existe un cambio estructural.

4.1.3 SERIES DE TIEMPO ESTACIONARIAS Y NO ESTACIONARIAS

4.1.3.1 Series de Tiempo Estacionarias

Gujarati (2004) expresa que “un proceso estocástico es estacionario si su media y su varianza son constantes en el tiempo y si el valor de la covarianza entre dos

períodos depende solamente de la distancia o rezago entre estos dos períodos de tiempo y no del tiempo en el cual se ha calculado la covarianza” (pág. 772).

Es decir, una serie de tiempo estacionaria debe cumplir con las siguientes propiedades:

$$E(Y_t) = \mu \quad (15)$$

$$Var(Y_t) = E(Y_t - \mu)^2 = \sigma^2 \quad (16)$$

$$Y_k = E[(Y_t - \mu)(Y_{t+k} - \mu)] \quad (17)$$

En consecuencia, una serie de tiempo estacionaria tenderá a regresar a su media y estas fluctuaciones alrededor de la media serán de amplitud constante (Gujarati, 2004).

4.1.3.2 Series de Tiempo No Estacionarias

Al contrario de las series de tiempo estacionarias, una serie de tiempo no estacionaria tendrá una media que varía con el tiempo, una varianza que varía con el tiempo, o ambas (Gujarati, 2004).

De acuerdo con Gujarati (2004), el ejemplo clásico de una serie de tiempo no estacionaria es el modelo de caminata aleatoria.

Se dice que Y_t es un modelo de caminata aleatoria si:

$$Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (18)$$

Donde, ε_t es una serie aleatoria con media μ , varianza σ^2 y sin correlación serial. Como se puede observar, el valor de Y en el tiempo t es igual a su valor en el tiempo $(t - 1)$ más un choque aleatorio. El modelo de caminata aleatoria puede o no presentar variación.

- **Caminata aleatoria con variación**

El modelo de caminata aleatoria con variación se puede expresar de la siguiente manera

$$Y_t = \delta + Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (19)$$

donde δ se conoce como parámetro de variación y $\varepsilon_t \sim RB(0, \sigma^2)$ ¹⁴.

Aquí, la media y la varianza de Y_t están dadas por

$$E(Y_t) = E\left(t\delta + Y_0 + \sum_{t=1}^n \varepsilon_t\right) = t\delta + Y_0 \quad (20)$$

$$Var(Y_t) = E\left[(Y_t - E(Y_t))^2\right] = t\sigma^2 \quad (21)$$

Como se puede observar, tanto la media como la varianza de la caminata aleatoria con variación se incrementan con el tiempo, con lo cual infringen las condiciones de estacionariedad.

- **Caminata aleatoria sin variación**

Asimismo, el modelo de caminata aleatoria sin variación se puede expresar de la siguiente manera

$$Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (22)$$

En este modelo, la media y la varianza están dadas por:

¹⁴ La expresión: $u_t \sim RB(0, \sigma^2)$ indica que u_t es un ruido blanco. Se dice que un proceso es puramente aleatorio o de ruido blanco si tiene una media igual a cero, varianza constante σ^2 , y no está serialmente correlacionado. En general, al realizar análisis econométricos se supone que el término de error del modelo u_t es un ruido blanco (Gujarati, 2004).

$$E(Y_t) = E\left(Y_0 + \sum_{t=1}^n \varepsilon_t\right) = Y_0 \quad (23)$$

$$Var(Y_t) = t\sigma^2 \quad (24)$$

En este caso, la media de Y_t es igual a su valor inicial Y_0 , que es constante. Sin embargo, al igual que la caminata aleatoria con variación, la varianza también crece con el tiempo.

Tanto el modelo de caminata aleatoria con variación como sin variación, tienen lo que se conoce como problema de raíz unitaria. Si se expresa Y_t como

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (25)$$

El modelo de caminata aleatoria adquiere el nombre de raíz unitaria ya que $\rho = 1$. De esta manera, “los términos no estacionariedad, caminata aleatoria y raíz unitaria se consideran sinónimos” (Gujarati, 2004, pág. 776)

4.1.3.3 Pruebas de Estacionariedad

Si bien, lo ideal es contar con una serie de tiempo estacionaria, es común encontrar series de tiempo que no lo son.

“En un nivel práctico, si se quiere entender la relación entre dos o más variables [...] se necesita dar por sentada algún tipo de estabilidad en el tiempo. Si se permite que la relación entre dos variables (por ejemplo y_t y x_t) cambie de forma arbitraria en cada período, no se puede esperar aprender mucho acerca de cómo un cambio en una variable afecta a la otra [...]” (Wooldridge, 2010, pág. 379).

Si una serie de tiempo es no estacionaria, el análisis de su comportamiento es útil únicamente durante el período considerado sin la posibilidad de realizar generalizaciones válidas para otros períodos pasados o futuros. Por lo tanto, cada

período deberá ser considerado como un episodio particular cuya información no permitirá realizar pronósticos significativos para el futuro (Gujarati, 2004).

En consecuencia, antes de comenzar el análisis, es necesario determinar si una serie es estacionaria o no. De acuerdo con Gujarati (2004), las pruebas más utilizadas para detectar la estacionariedad son la prueba gráfica, la función de autocorrelación y las pruebas de raíz unitaria.

- **Prueba Gráfica**

El gráfico de la serie de tiempo, si bien no es una prueba formal, proporciona una clave inicial respecto a la posible naturaleza de los datos. El gráfico puede revelar la presencia de puntos atípicos, tendencia positiva o negativa, varianza creciente, entre otros (Gujarati, 2004).

- **Función de Autocorrelación**

De acuerdo con Gujarati (2004), la función de autocorrelación se define como:

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \quad (26)$$

donde,

$$\gamma_k = \frac{\sum [Y_t - E(Y_t)][Y_{t+k} - E(Y_t)]}{n} \quad (27)$$

$$\gamma_0 = \frac{[Y_t - E(Y_t)]^2}{n} \quad (28)$$

γ_k es la covarianza muestral al rezago k y γ_0 es la varianza muestral. El gráfico de ρ_k frente a K se conoce como correlograma muestral.

Si la serie de tiempo es estacionaria, los coeficientes de autocorrelación ρ_k serán cercanos a cero. Mientras que, si la serie de tiempo es no estacionaria, los

coeficientes de autocorrelación serán cercanos a uno aun cuando los rezagos k sean muy altos.

- **Pruebas de Raíz Unitaria**

Se considera el siguiente modelo

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + u_t \quad -1 \leq \rho \leq 1 \quad (29)$$

En presencia de una raíz unitaria, es decir, si $\rho = 1$, los resultados serán poco confiables; por esta razón se calcula el modelo de la primera diferencia de Y_t sobre Y_{t-1} .

Así,

$$Y_t - Y_{t-1} = \rho Y_{t-1} - Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (30)$$

$$\Delta Y_t = \delta Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (31)$$

Donde $\delta = \rho - 1$

El objetivo básico de las pruebas de raíz unitaria es estimar el valor de δ . Si δ es estadísticamente igual a cero, se concluye que el modelo es de raíz unitaria y, por lo tanto, es no estacionario.

Dos de las pruebas de raíz unitaria más utilizadas son Dickey – Fuller y Dickey – Fuller Aumentada (Gujarati, 2004).

La prueba de Dickey – Fuller se basa en la construcción de tres modelos:

1. ΔY_t es una caminata aleatoria

$$\Delta Y_t = \delta Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (32)$$

2. ΔY_t es una caminata aleatoria con variación

$$\Delta Y_t = \beta_1 + \delta Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (33)$$

3. ΔY_t es una caminata aleatoria con variación alrededor de una tendencia:

$$\Delta Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (34)$$

La prueba de Dickey – Fuller Aumentada utiliza los mismos modelos que la prueba de Dickey – Fuller, y añade a estos modelos los valores rezagados de la variable ΔY_t .

4. ΔY_t es una caminata aleatoria

$$\Delta Y_t = \delta Y_{t-1} + \alpha_i \sum_{i=1}^m \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (35)$$

5. ΔY_t es una caminata aleatoria con variación

$$\Delta Y_t = \beta_1 + \delta Y_{t-1} + \alpha_i \sum_{i=1}^m \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (36)$$

6. ΔY_t es una caminata aleatoria con variación alrededor de una tendencia:

$$\Delta Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta Y_{t-1} + \alpha_i \sum_{i=1}^m \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (37)$$

La prueba de Dickey – Fuller supone que el término de error ε_t se encuentra idéntica e independientemente distribuido. Por otro lado, la prueba de Dickey – Fuller Aumentada supone una correlación serial entre los términos de error ε_t . En ambos casos, las hipótesis son

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{H}_0: \delta = 0 \text{ Existe Raíz Unitaria} \\ \mathbf{H}_1: \delta < 0 \text{ No existe Raíz Unitaria} \end{array} \right\}$$

Si se acepta la hipótesis nula, se concluye que la serie Y_t es no estacionaria. En cambio, si se rechaza la hipótesis nula, se concluye que la serie Y_t es estacionaria con media cero en el primer modelo, estacionario con media diferente de cero en el segundo modelo, y estacionaria alrededor de una tendencia en el tercer modelo.

Sin embargo, es muy importante recalcar que si existen quiebres estructurales en las series de tiempo, los resultados de las pruebas tradicionales de Dickey – Fuller y Dickey – Fuller Aumentada no serán confiables. En presencia de cambios estructurales se puede recurrir a la prueba de raíz unitaria Clemente – Montañés – Reyes (Gujarati, 2004).

- **Prueba de Clemente – Montañés – Reyes**

De acuerdo con Baum (2005), las pruebas de raíz unitaria Dickey – Fuller y Dickey – Fuller aumentada toman la presencia de cambios estructurales como evidencia de no estacionariedad de las series de tiempo. Para evitar esta confusión, se ha utilizado pruebas de raíz unitaria que tomen en cuenta los quiebres estructurales a través de modelos determinísticos.

Clemente, Montañés y Reyes proponen una prueba que permite dos quiebres estructurales en las series de tiempo. Estos quiebres pueden ser valores atípicos aditivos o valores atípicos de cambio transitorio. Para los valores atípicos aditivos se utiliza el modelo AO (Additive Outlier) que captura los cambios repentinos en la

serie. Para los valores atípicos de cambio transitorio se utiliza el modelo IO (Innovative Outlier) que captura los cambios graduales en la serie.

El modelo AO para dos quiebres estructurales se describe como:

$$Y_t = \beta_1 + \alpha_1 DU_{1t} + \alpha_2 DU_{2t} + \bar{Y}_t \quad (38)$$

donde $DU_{mt} = 1$ para $t > T_m$ y $DU_{mt} = 0$ en los demás casos, para $m = 1, 2$. T_1 y T_2 son los puntos de quiebre en la serie. Los residuos de esta regresión, \bar{Y}_t , equivalen a la serie original sin el efecto de los cambios estructurales. Estos residuos se convierten en la variable dependiente del siguiente modelo:

$$\bar{Y}_t = \sum_{i=1}^m w_{1i} DT_{1,t-i} + \sum_{i=1}^m w_{2i} DT_{2,t-i} + \delta \bar{Y}_{t-1} + \sum_{i=1}^m \theta_i \Delta \bar{Y}_{t-i} + \varepsilon_t \quad (39)$$

donde $DT_m = 1$ para $t = T_m + 1$, y $DT_m = 0$ en los demás casos, para $m = 1, 2$. Al igual que en las pruebas de Dickey – Fuller, se contrasta siguiente hipótesis utilizando los valores críticos provistos por Perron y Vogelsang:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{H}_0: \delta = 0 \text{ Existe Raíz Unitaria} \\ \mathbf{H}_1: \delta < 0 \text{ No existe Raíz Unitaria} \end{array} \right\}$$

Por otro lado, el modelo IO expresa los cambios en la serie a través del siguiente modelo ARMA

$$Y_t = \beta_1 + \alpha_1 DU_{1t} + \alpha_2 DU_{2t} + \phi_1 DT_{1t} + \phi_2 DT_{2t} + \delta Y_{t-1} + \sum_{i=1}^m \theta_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (40)$$

Donde, nuevamente, una estimación de δ significativamente igual a cero demuestra la no estacionariedad de la serie.

4.1.3.4 Corrección de Series de Tiempo No Estacionarias

Trabajar con series de tiempo no estacionarias genera dos problemas. Primero, las series de tiempo no estacionarias resultan poco útiles si se desea realizar generalizaciones y pronósticos. Segundo, realizar una regresión de una serie de tiempo no estacionaria sobre una o más series de tiempo no estacionarias puede generar una regresión espuria¹⁵ (Gujarati, 2004).

Afortunadamente, las series de tiempo no estacionarias pueden ser transformadas en series estacionarias.

1. Proceso Estacionario en Diferencias

Si una serie de tiempo tiene una raíz unitaria, su primera diferencia es estacionaria, por lo cual, un proceso de raíz unitaria puede transformarse en estacionario si se toma su primera diferencia ΔY_t .

Así,

$$Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (41)$$

$$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1} = \varepsilon_t \quad (42)$$

donde, ε_t es un ruido blanco (Gujarati, 2004).

¹⁵ La regresión espuria se conoce también como regresión sin sentido. Una regresión espuria puede definirse de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} Y_t &= Y_{t-1} + \varepsilon_t & \varepsilon_t &\sim i.i.d.(0, \sigma^2) \\ X_t &= X_{t-1} + \varepsilon_t & \varepsilon_t &\sim i.i.d.(0, \sigma^2) \end{aligned}$$

Donde Y_t y X_t son dos series independientes. Se dice que es una regresión espuria si al correr el modelo $Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \varepsilon_t$, se obtiene β_1 significativo (Gómez, Manjarrez, & Ventosa, 2009).

Si una serie es estacionaria en su primera de diferencia, se dice que es integrada de orden uno, $I(1)$. Si es estacionaria en su segunda diferencia, se dice que es $I(2)$, y así sucesivamente.

2. Proceso Estacionario con Tendencia

Si la serie de tiempo posee una tendencia, es decir, crece o decrece con el tiempo, la forma de transformarla en estacionaria es realizando la regresión de la serie sobre el tiempo.

Así,

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \varepsilon_t \quad (43)$$

4.1.4 MODELOS DE COINTEGRACIÓN

Como se mencionó anteriormente, estimar un modelo entre dos o más series no estacionarias puede generar una regresión espuria; razón por la cual, se recomienda diferenciar las series $I(1)$ antes de utilizarse en modelos de regresión. Sin embargo, una regresión en diferencias explica únicamente el cambio en una variable en función del cambio en otra, y no necesariamente explica la relación de estas variables en niveles, lo cual limita el alcance de las preguntas que se pueden responder (Wooldridge, 2010).

No obstante, dos o más variables $I(1)$ pueden presentar una relación significativa, no espuria, si cumplen con los supuestos de cointegración.

Se consideran dos series $\{Y_t; t = 1, 2, 3, \dots\}$ y $\{X_t; t = 1, 2, 3, \dots\}$ no estacionarias. Ambas series son integradas de orden uno, $I(1)$, es decir, ambas series son estacionarias en su primera diferencia.

En general, la combinación lineal de dos variables $I(1)$, en este caso $Y_t - \beta X_t$, dará como resultado una variable igualmente $I(1)$ para cualquier β . Sin embargo, es posible que para alguna $\beta \neq 0$, $Y_t - \beta X_t$ dé como resultado un proceso $I(0)$.

Entonces, sea

$$\mu_t = Y_t - \alpha - \beta X_t \quad (44)$$

Si μ_t es un proceso estacionario se dice que las series Y_t y X_t están cointegradas, y que β es el parámetro de cointegración (Wooldridge, 2010).

“El concepto de cointegración puede extenderse a un modelo de regresión que contenga k regresoras, en cuyo caso se tendrá k parámetros de cointegración” (Gujarati, 2004, pág. 763).

Para probar la cointegración, el primer paso es estimar el parámetro de cointegración β a través de la regresión entre dos series $I(1)$:

$$Y_t = \alpha + \beta X_t \quad (45)$$

Posteriormente, se obtienen los residuos de esta regresión y se les aplica la prueba de Dickey – Fuller o Dickey - Fuller aumentada. No obstante, existe un ligero problema. La hipótesis nula establece que las series no están cointegradas, lo cual significa que, bajo la hipótesis nula, se está estimando un modelo espurio. El problema surge debido a que la estimación por mínimos cuadrados ordinarios (MCO) utiliza los parámetros que minimizan la suma de residuos al cuadrado. En consecuencia, se puede obtener residuos, μ_t , que parezcan estacionarios a pesar de que Y_t y X_t no estén cointegradas (Wooldridge, 2010).

Por esta razón, los valores críticos de significancia DF y DFA no son apropiados para probar la estacionariedad en los residuos. Para solucionar este problema, Engle y Granger calcularon nuevos valores críticos.

Tabla 2 Valores críticos asintóticos para la prueba de cointegración

Nivel de Significancia	1%	5%	10%
Valor crítico	-3.9	-3.34	-3.04

Elaboración: Autor. Tomado de Wooldrige (2010, Tabla 18-4)

Al igual que en las pruebas DF y DFA, si el estadístico t es mayor en valor absoluto al valor crítico expresado en la tabla, se concluye que μ_t es $I(0)$, y por lo tanto, que las series están cointegradas.

La cointegración tiene una valiosa interpretación económica. Que dos series estén cointegradas evidencia que tienden a moverse conjuntamente, es decir, se evidencia que existe una relación de largo plazo, o de equilibrio, entre ellas (Gujarati, 2004).

4.2 CADENAS DE MARCOV

Sea s_t una variable aleatoria que puede asumir únicamente valores enteros $\{1, 2, \dots, N\}$. S_t sigue un proceso de Cadena de Markov si y solo si la probabilidad de que $s_t = j$ depende únicamente de su valor pasado inmediato, es decir, del valor de s_{t-1} (Hamilton, 1994). Así,

$$P \{s_t = j | s_{t-1} = i, s_{t-2} = k, \dots\} = P \{s_t = j | s_{t-1} = i\} = p_{ij} \quad (46)$$

Donde, p_{ij} se conoce como probabilidad de transición, y expresa la probabilidad de que el estado i esté seguido por el estado j . Las probabilidades de transición de los N estados pueden ser representadas en una matriz de transición ($N \times N$) (Hamilton, 1994).

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{21} & \dots & p_{N1} \\ p_{12} & & \ddots & p_{N2} \\ p_{1N} & p_{2N} & \dots & p_{NN} \end{bmatrix} \quad (47)$$

4.2.1 CADENAS DE MARCOV REDUCIBLES

Se sabe que la suma de las probabilidades de transición debe ser igual a la unidad,

$$p_{i1} + p_{i2} + \dots + p_{ii} + \dots + p_{iN} = 1 \quad (48)$$

para $\forall i = 1, 2, \dots, N$

Por lo tanto, la existencia de $p_{ii} = 1$, implica $p_{ij} = 0$ para $\forall j = 1, 2, \dots, N$.

Se concluye que una vez que se ha ingresado al estado i no hay probabilidad de salir de este estado y pasar a un estado j . En este caso, el estado i se conoce como estado absorbente y la Cadena de Markov se considera reducible (Belaustegui, 2003).

Caso contrario, si $p_{ii} < 1$ para todo $i = 1, 2, \dots, N$, la Cadena de Markov se considera irreducible (Belaustegui, 2003).

4.2.2 CADENAS DE MARCOV ERGÓDICAS

Como se señaló anteriormente, la suma de las probabilidades de transición debe ser igual a uno para todos los estados, es decir,

$$\mathbf{P}^t \mathbf{1} = \mathbf{1} \quad (49)$$

Donde

$$P^t = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1N} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2N} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ p_{N1} & p_{N2} & \dots & p_{NN} \end{bmatrix} (N \times N)$$

$$\mathbf{1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} (N \times 1)$$

Esta igualdad implica que la unidad es un valor propio de la matriz P^{16} y que $\mathbf{1}$ es su vector propio asociado (Hamilton, 1994).

Si una matriz de transición P es irreducible y tiene uno de sus valores propios igual a la unidad y el resto de valores propios menores a uno, se dice que la Cadena de Markov es ergódica (Hamilton, 1994).

En este caso, el vector propio asociado al valor propio unitario de la matriz P se conoce como vector de probabilidades ergódicas y se denota π . El vector de probabilidades ergódicas cumple la ecuación:

$$P\pi = \pi \tag{50}$$

4.2.3 REPRESENTACIÓN DE LAS CADENAS DE MARCOV COMO VECTORES AUTORREGRESIVOS

Sea ξ_t un vector aleatorio ($N \times 1$) cuyo j – ésimo elemento es 1 si $s_t = j$, y es en 0 en cualquier otro caso.

¹⁶ Específicamente, la unidad es un valor propio de P^t ; sin embargo, dado que una matriz y su transpuesta tienen los mismos valores propios, se deduce que la unidad es un valor propio de la matriz de transición P .

$$\xi_t = \begin{cases} (1,0,0, \dots, 0) & \text{cuando } s_t = 1 \\ (0,1,0, \dots, 0) & \text{cuando } s_t = 2 \\ (0,0,0, \dots, 1) & \text{cuando } s_t = N \end{cases} \quad (51)$$

De acuerdo con Hamilton (1994), si en el momento t el estado es igual a i ($s_t = i$), entonces en el momento $t + 1$, ξ_{t+1} será un vector aleatorio cuyo j – ésimo elemento tomará el valor 1 con probabilidad p_{ij} . Por tanto, el valor esperado de ξ_{t+1} dado $s_t = i$, es igual a

$$E(\xi_{t+1}|s_t = i) = \begin{bmatrix} p_{i1} \\ p_{i2} \\ \vdots \\ p_{iN} \end{bmatrix} \quad (52)$$

Como se puede observar, este vector es igual a la i – ésima columna de la matriz de transición \mathbf{P} . Por lo cual, la esperanza condicional de ξ_{t+1} también puede ser expresada de la siguiente forma:

$$E(\xi_{t+1}|\xi_t) = \mathbf{P} \cdot \xi_t \quad (53)$$

Para Hamilton (1994), esto implica que una Cadena de Markov puede escribirse como un vector autorregresivo de primer orden

$$\xi_{t+1} = \mathbf{P} \cdot \xi_t + v_{t+1} \quad (54)$$

Donde, v_{t+1} o término de error, es una variable no observable con $E(v_{t+1}) = 0$.

El vector de probabilidades ergódicas $\boldsymbol{\pi}$ también puede ser visto como el vector de probabilidades incondicionales para cada uno de los N diferentes estados (Hamilton, 1994). Para esto, se va a suponer que el símbolo $\boldsymbol{\pi}_j$ denota la probabilidad incondicional $P\{s_t = j\}$, entonces el vector $\boldsymbol{\pi} = (\boldsymbol{\pi}_1, \boldsymbol{\pi}_2, \dots, \boldsymbol{\pi}_N)$ puede ser entendido como la esperanza incondicional de ξ_t :

$$\boldsymbol{\pi} = E(\xi_t) \quad (55)$$

Tomando en cuenta la ecuación (54) y la definición (55), esto se transforma en:

$$\pi = P \cdot \pi$$

Como se puede observar, esta ecuación es idéntica a la ecuación (50) que caracteriza a π , el eigenvector de P asociado al eigenvalor unitario. En una cadena de Markov ergódica el eigenvalor unitario es único, y por lo tanto, el vector de probabilidades ergódicas π puede interpretarse como el vector de probabilidades incondicionales (Hamilton, 1994).

4.3 SERIES DE TIEMPO CON CAMBIOS DE RÉGIMEN (MARCOV – SWITCHING)

4.3.1 UNA BREVE INTRODUCCIÓN

Muchas series de tiempo experimentan episodios en los cuales su comportamiento cambia dramáticamente. Este tipo de cambios se puede observar en gran parte de las series económicas y financieras; y suele ser el resultado de guerras, cambios significativos en las políticas de gobierno, pánico bancario, entre otros (Hamilton, 1994).

De acuerdo con Hamilton (1994), los quiebres en las series de tiempo se conocen como cambios de régimen o cambios estructurales y generalmente son el resultado de un proceso aleatorio, es decir, no son perfectamente predecibles o predeterminados.

Un ejemplo para modelar este tipo de series con cambio estructural aleatorio en media es:

$$y_t - u_{s_t^*} = \phi(y_{t-1} - u_{s_t^*}) + \varepsilon_t \quad (56)$$

donde, s_t^* es una variable aleatoria no observable que indica el estado o régimen en el que se encuentra el proceso en el tiempo t . Si $s_t^* = 1$, entonces el proceso se encuentra en el régimen 1; mientras que, si $s_t^* = 2$, el proceso está en el régimen 2. Asimismo, el parámetro $u_{s_t^*}$ es u_1 cuando la serie se encuentra en el régimen 1, y es u_2 cuando la serie se encuentra en el régimen 2.

Dado que s_t^* es una variable aleatoria que toma únicamente valores discretos, se asumirá que es generada por un proceso de Cadenas de Markov.

El proceso de Cadenas de Markov resulta útil al momento de trabajar con series de tiempo que experimentan cambios de régimen debido a tres razones principales.

Primero, con cadenas de Markov se puede modelar series que hayan experimentado cambios de régimen permanentes, como la dolarización en Ecuador en el año 2000. Este evento permanente puede ser modelado con una cadena de Markov con dos estados, en la cual el segundo estado es absorbente. La ventaja de utilizar una cadena de Markov en lugar de variables dicotómicas cuando existe un cambio permanente en una serie, es que la cadena de Markov permite generar pronósticos significativos que tomen en cuenta la posibilidad de un cambio de régimen antes de que tal cambio ocurra (Hamilton, 1994).

Segundo, con cadenas de Markov se puede modelar eventos inusuales relativamente cortos, como desastres naturales, crisis económicas o guerras. Al utilizar cadenas de Markov, se puede suponer, por ejemplo, que si en un período de tiempo de cien años se observó una crisis económica, al tomar otro período de tiempo de cien años, es muy probable que se observe nuevamente una crisis económica. Esto se debe a que al utilizar cadenas de Markov se asume que el futuro va a ser, de alguna manera, semejante al pasado (Hamilton, 1994).

Finalmente, una de las principales ventajas de trabajar con cadenas de Markov es su flexibilidad. Utilizando cadenas de Markov se puede identificar cambios de régimen endógenos basándose únicamente en la base de datos disponible (Hamilton, 1994).

4.3.2 DESCRIPCIÓN DEL PROCESO

El objetivo de este análisis es desarrollar un modelo cuyos parámetros cambien cuando exista un cambio de régimen.

Se considera el siguiente modelo

$$Y_t = \beta 1_{s_t} + \beta 2_{s_t} X_t + \varepsilon_t \quad (57)$$

$$\varepsilon_t \sim i. i. d. N(0, \sigma^2)$$

donde, s_t es el resultado de un proceso de Cadenas de Markov y determina el régimen o estado en el que el modelo se encuentra en el tiempo t .

Si existen N posibles estados ($s_t = 1, 2, 3, \dots, N$), entonces se tendrán N diferentes conjuntos de parámetros $\theta_{s_t} = (\beta 1_{s_t}, \beta 2_{s_t}, \sigma^2_{s_t})$ (Hamilton, 1994).

En cada régimen, se presume que la variable endógena Y_t ha sido generada a partir de la distribución $N(\mu_{s_t}, \sigma^2_{s_t})$; por tanto, la densidad condicional de Y_t dado el estado $s_t = j$ está dada por

$$f(Y_t | s_t = j, \mathbf{X}_t, \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left\{-\frac{(Y_t - \beta 1_j - \beta 2_j X_t)^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (58)$$

donde, \mathbf{X}_t es el vector que contiene las variables exógenas y θ es el conjunto de parámetros $\theta = (\beta 1_1, \dots, \beta 1_N, \beta 2_1, \dots, \beta 2_N, \sigma^2)$.

Así, si existen N regímenes, existirán N diferentes densidades para Y_t . Estas densidades se pueden recolectar en un vector ($N \times 1$) denominado η_t :

$$\eta_t = \begin{bmatrix} f(Y_t|s_t = 1, \mathbf{X}_t, \boldsymbol{\theta}) \\ f(Y_t|s_t = 2, \mathbf{X}_t, \boldsymbol{\theta}) \\ \vdots \\ f(Y_t|s_t = N, \mathbf{X}_t, \boldsymbol{\theta}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left\{\frac{-(Y_t - \beta 1_1 - \beta 2_1 X_t)^2}{2\sigma^2}\right\} \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left\{\frac{-(Y_t - \beta 1_2 - \beta 2_2 X_t)^2}{2\sigma^2}\right\} \\ \vdots \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left\{\frac{-(Y_t - \beta 1_N - \beta 2_N X_t)^2}{2\sigma^2}\right\} \end{bmatrix} \quad (59)$$

Por otro lado, el régimen s_t ha sido generado por una distribución de probabilidad, en la cual, la probabilidad incondicional de que s_t tome el valor j es π_j :

$$\pi_j = P\{S_t = j; \boldsymbol{\theta}\} \quad (60)$$

para $j = 1, 2, \dots, N$

Estas probabilidades $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_N$ se incluyen dentro de un vector de probabilidades $\boldsymbol{\pi}$ y forman parte del conjunto de parámetros a estimarse $\boldsymbol{\theta}$.

4.3.2.1 Distribución Mixta y Función de Máxima Verosimilitud

Es necesario recordar que, para dos eventos A y B , la probabilidad condicional de que ocurra el evento A dado el evento B está dada por:

$$P\{A|B\} = \frac{P\{A \cap B\}}{P\{B\}} \quad (61)$$

$$P\{B\} \neq 0$$

Esta expresión implica que, la probabilidad de que los eventos A y B ocurran conjuntamente está dada por:

$$P\{A \cap B\} = P\{A|B\} \times P\{B\} \quad (62)$$

Aplicando esta propiedad al modelo de Marcov - Switching, se puede concluir que la probabilidad de que los eventos $S_t = j$ y Y_t ocurran conjuntamente estaría dada por:

$$p(Y_t, S_t = j; \theta) = f(Y_t | S_t = j; \theta) \cdot P\{S_t = j; \theta\} \quad (63)$$

Reemplazando las ecuaciones (58) y (60) en la ecuación (63), se tiene:

$$p(Y_t, S_t = j; \theta) = \frac{\pi_j}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left\{\frac{-(Y_t - \beta_{1j} - \beta_{2j}X_t)^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (64)$$

Esta función se conoce como función de densidad de probabilidad conjunta.

La densidad incondicional de Y_t se puede obtener al sumar el valor de la función de densidad conjunta para todos los regímenes j :

$$f(Y_t | \mathbf{X}_t, \theta) = \sum_{j=1}^N p(Y_t, S_t = j; \theta) \quad (65)$$

Donde,

$$\begin{aligned}
f(Y_t | \mathbf{X}_t, \boldsymbol{\theta}) &= \frac{\pi_1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left\{\frac{-(Y_t - \beta_{1_1} - \beta_{2_1}X_t)^2}{2\sigma^2}\right\} \\
&+ \frac{\pi_2}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left\{\frac{-(Y_t - \beta_{1_2} - \beta_{2_2}X_t)^2}{2\sigma^2}\right\} + \dots \\
&+ \frac{\pi_N}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left\{\frac{-(Y_t - \beta_{1_N} - \beta_{2_N}X_t)^2}{2\sigma^2}\right\}
\end{aligned} \tag{66}$$

Dado que el régimen S_t no es observable, la función de densidad incondicional es la función que más apropiadamente describe Y_t . Si la variable S_t se encuentra independiente e idénticamente distribuida a lo largo del tiempo, entonces la función de máxima verosimilitud puede calcularse como:

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{t=1}^T \log f(Y_t | \mathbf{X}_t, \boldsymbol{\theta}) \tag{67}$$

Los estimadores de máxima verosimilitud de $\boldsymbol{\theta}$ se obtienen al maximizar la función máxima verosimilitud sujeta las siguientes restricciones:

$$\begin{aligned}
\pi_1 + \pi_2 + \dots + \pi_N &= 1 \\
\pi_j &\geq 0 \quad \text{para } j = 1, 2, \dots, N
\end{aligned}$$

4.3.3 INFERENCIA ÓPTIMA DE LOS REGÍMENES

Si bien, uno de los objetivos más importantes al trabajar con modelos de Markov - Switching es estimar el valor de $\boldsymbol{\theta}$ basado en las observaciones disponibles \mathbf{X}_t , también es importante estimar qué régimen fue el responsable de producir Y_t en cada momento del tiempo.

Dado que, al observar directamente una serie de tiempo, resulta imposible establecer con exactitud en qué régimen se encontró el proceso en cada

momento del tiempo, lo mejor que se puede hacer es estimar la probabilidad de estar en el régimen j en un determinado período (Hamilton, 1994).

Sea $P\{s_t = j | \mathbf{X}_t; \boldsymbol{\theta}\}$ la probabilidad de estar en el régimen j , basada en los datos obtenidos hasta el momento t y en el conjunto de parámetros $\boldsymbol{\theta}$. De acuerdo con la definición de probabilidad condicional en la ecuación (61), $P\{s_t = j | \mathbf{X}_t; \boldsymbol{\theta}\}$ se puede expresar de la siguiente manera:

$$P\{s_t = j | \mathbf{X}_t; \boldsymbol{\theta}\} = \frac{p(Y_t, S_t = j | \mathbf{X}_t; \boldsymbol{\theta})}{f(Y_t | \mathbf{X}_t; \boldsymbol{\theta})} = \frac{\pi_j \cdot f(Y_t | S_t = j; \boldsymbol{\theta})}{f(Y_t | \mathbf{X}_t; \boldsymbol{\theta})} \quad (68)$$

De la ecuación (60) se recuerda que,

$$\boldsymbol{\pi}_j = P\{S_t = j; \boldsymbol{\theta}\}$$

Si se asume que el vector de variables \mathbf{X}_t es exógeno, se concluye que \mathbf{X}_t no contiene más información del régimen S_t que aquella contenida en \mathbf{X}_{t-1} . Dicho de otra manera,

$$\boldsymbol{\pi}_j = P\{S_t = j; \mathbf{X}_{t-1}, \boldsymbol{\theta}\}$$

Adicionalmente, de las ecuaciones (54) y (55), se deduce que el vector de probabilidades $\boldsymbol{\pi}$ se puede definir como:

$$\boldsymbol{\pi} = \mathbf{P} \cdot E(\boldsymbol{\xi}_t) = E(\boldsymbol{\xi}_{t+1})$$

donde,

\mathbf{P} : Es la matriz (N x N) de probabilidades de transición (p_{ij})

$\boldsymbol{\xi}_t$: ES un vector aleatorio (N x 1) cuyo j – ésimo elemento es 1 si $s_t = j$, y es en 0 en cualquier otro caso.

$\boldsymbol{\xi}_{t+1}$: es un vector aleatorio cuyo j – ésimo elemento tomará el valor 1 con probabilidad p_{ij} .

Por lo tanto, la ecuación (68) se puede escribir en notación vectorial de la siguiente manera:

$$\pi_j \cdot f(Y_t | S_t = j; \theta) = (\xi_{t|t-1} \odot \eta_t) \quad (69)$$

$$f(Y_t | X_t, \theta) = \mathbf{1}'(\xi_{t|t-1} \odot \eta_t) \quad (70)$$

De acuerdo con Hamilton (1994), estas probabilidades se recogen en un vector (Nx1) que se denotará $\xi_{t|t}$

$$\xi_{t|t} = \frac{(\xi_{t|t-1} \odot \eta_t)}{\mathbf{1}'(\xi_{t|t-1} \odot \eta_t)} \quad (71)$$

Con:

$$\xi_{t+1|t} = P \cdot \xi_{t|t}$$

Donde,

η_t : Es la densidad condicional de Y_t .

$\mathbf{1}$: Es un vector (Nx1) de 1.

\odot : Simboliza la multiplicación de elemento por elemento.

Se puede notar que $\xi_{t|t}$, y $\xi_{t+1|t}$, están basadas en todas las observaciones de la variable Y_t , en los parámetros poblacionales θ , y en las probabilidades de transición p_{ij} ¹⁷. Dado que estos valores no se conocen inicialmente, se asume un valor inicial para θ y para $\xi_{1|0}$ ¹⁸ y se itera entre las ecuaciones de $\xi_{t|t}$ y $\xi_{t+1|t}$ para $t = 1, 2, 3, \dots, n$. (Hamilton, 1994)

¹⁷ En adelante, p_{ij} se considerará dentro de los parámetros poblacionales θ .

¹⁸ Para establecer el valor inicial de $\xi_{1|0}$ existen varias opciones. La primera opción es igualar $\xi_{1|0}$ al vector de probabilidades incondicionales π . La segunda opción es establecer $\xi_{1|0} = \rho$, donde ρ es un vector fijo (Nx1) de constantes positivas que suman la unidad, tal como $\rho = N^{-1}$. Finalmente, $\xi_{1|0}$ puede ser estimado a través de la función de máxima verosimilitud junto con θ , sujeto a la restricción de que $\mathbf{1}'\rho = 1$

4.3.4 PRONÓSTICO DE LAS VARIABLES OBSERVABLES

Conociendo Y_t y X_{t+1} es sencillo pronosticar Y_{t+1} . Por ejemplo, con el modelo

$$Y_{t+1} = \beta_{0_{s_{t+1}}} + \beta_{1_{s_{t+1}}} X_{t+1} + \beta_{2_{s_{t+1}}} Y_t + \varepsilon_{t+1} \quad (72)$$

El valor esperado de Y en el período $t + 1$ es igual a:

$$E(Y_{t+1} | s_{t+1} = j, \mathbf{X}_{t+1}, \mathbf{Y}_t, \boldsymbol{\theta}) = \beta_{0_{s_{t+1}}} + \beta_{1_{s_{t+1}}} X_{t+1} + \beta_{2_{s_{t+1}}} Y_t \quad (73)$$

Existen N diferentes pronósticos condicionales asociados a los N posibles regímenes (Hamilton, 1994).

Por otro lado, el pronóstico incondicional de Y_{t+1} está dado por:

$$\begin{aligned} & E(Y_{t+1} | \mathbf{X}_{t+1}, \mathbf{Y}_t, \boldsymbol{\theta}) \\ &= \int Y_{t+1} \cdot f(Y_{t+1} | \mathbf{X}_{t+1}, \mathbf{Y}_t, \boldsymbol{\theta}) dY_{t+1} \\ &= \int Y_{t+1} \cdot \left\{ \sum_{j=1}^N p(Y_{t+1}, s_{t+1} = j | \mathbf{X}_{t+1}, \mathbf{Y}_t, \boldsymbol{\theta}) \right\} dY_{t+1} \\ &= \int Y_{t+1} \cdot \left\{ \sum_{j=1}^N [f(Y_{t+1} | s_{t+1} = j, \mathbf{X}_{t+1}, \mathbf{Y}_t, \boldsymbol{\theta}) P(s_{t+1} = j | \mathbf{X}_{t+1}, \mathbf{Y}_t, \boldsymbol{\theta})] \right\} dY_{t+1} \\ &= \sum_{j=1}^N P\{s_{t+1} = j | \mathbf{X}_{t+1}, \mathbf{Y}_t, \boldsymbol{\theta}\} \int Y_{t+1} \cdot f(Y_{t+1} | s_{t+1} = j, \mathbf{X}_{t+1}, \mathbf{Y}_t, \boldsymbol{\theta}) dY_{t+1} \\ &= \sum_{j=1}^N P\{s_{t+1} = j | \mathbf{X}_{t+1}, \mathbf{Y}_t, \boldsymbol{\theta}\} \times E(Y_{t+1} | s_{t+1} = j, \mathbf{X}_{t+1}, \mathbf{Y}_t, \boldsymbol{\theta}) \end{aligned}$$

Es decir el pronóstico incondicional de Y_{t+1} es la suma de los productos entre el pronóstico condicional de Y_{t+1} y la probabilidad de ocurrencia del régimen j (Hamilton, 1994).

5 RESULTADOS

En el presente capítulo se redacta todo el proceso para estimar los modelos de series de tiempo con cambios de régimen entre el Producto Interno Bruto y la recaudación tributaria. Se inicia con el análisis y tratamiento previo de las series de tiempo, seguido de la aplicación de pruebas de cointegración para garantizar una relación significativa de las series a largo plazo. Posteriormente, se despliega los resultados de haber aplicado la metodología Marcov - Switching a las series de tiempo estudiadas, y se calcula la elasticidad de la recaudación tributaria para momentos de auge y recesión en la economía Ecuatoriana.

5.1 ANÁLISIS DE LAS SERIES DE TIEMPO

Previo a la estimación de los modelos Marcov – Switching, es necesario retirar de las series de tiempo los efectos de los precios, efectos estacionales, cambios normativos y quiebres estructurales determinísticos. De esta manera, se excluyen todos los efectos que sean ajenos a la gestión de la Administración Tributaria y que impidan observar de manera clara el comportamiento de las series.

5.1.1 TRANSFORMACIÓN DE DATOS NOMINALES A DATOS REALES

“La mayor parte del comportamiento económico se ve influido por las variables reales y no las nominales” (Wooldridge, 2010, pág. 356). Por esta razón, las series en dólares nominales (o dólares corrientes) deben ser convertidas a dólares reales (o dólares constantes).

La transformación de datos nominales a datos reales tiene el fin de eliminar el efecto de la inflación, para lo cual utiliza el índice de precios al consumidor (IPC).

Adicionalmente, con el fin de eliminar el efecto de la devaluación monetaria, se ajusta las series por el tipo de cambio. Previamente, el tipo de cambio de cada

período debe haberse dividido para el tipo de cambio utilizado al momento de la dolarización (25.000 sucres por dólar).

5.1.2 AJUSTE ESTACIONAL DE LAS SERIES

El ajuste estacional consiste en eliminar de las series las fluctuaciones regulares que se repiten de un año a otro. Estas fluctuaciones pueden ser causadas por eventos sociales, fechas especiales en el calendario, cambios climáticos, entre otros.

Para ajustar estacionalmente las series, se utiliza la metodología Tramo/Seats¹⁹. Tramo es un programa utilizado para estimar modelos de regresión con observaciones ausentes, puntos atípicos y errores posiblemente no estacionarios, como los ARIMA. Seats, por otro lado, es un programa basado en modelos ARIMA que estima los componentes tendencial, estacional, cíclico e irregular de las series. En conjunto, Tramo/Seats realiza la estimación ARIMA y la descomposición en componentes de la serie de tiempo (Kikut Valverde & Ocampo Chacón, 2005).

5.1.3 HOMOLOGACIÓN DE LAS SERIES

Finalmente, se procede a excluir de las series tributarias los efectos producidos por los cambios en política tributaria. Para lograrlo, es necesario estimar un modelo ARIMA incluyendo variables dicotómicas en los períodos donde existen cambios de política. Dichas variables dicotómicas dependerán de la naturaleza del valor atípico.

- **Valor atípico aditivo** es aquel que perturba a la serie en un solo momento del tiempo. Este valor atípico puede ser modelado por una variable

¹⁹ Las siglas *Tramo* significan “Time series Regression with ARIMA noise, Missing Values and Outliers”. Mientras que, las siglas *Seats* significan “Signal Extraction in ARIMA Time series” (Banco de España, 2013).

dicotómica que sea igual a uno en el período del cambio de política tributaria e igual a cero en todos los demás períodos.

$$D = \begin{cases} 1 & t = T \\ 0 & t \neq T \end{cases}$$

Donde,

T es el momento en el que se da el cambio de política tributaria.

- **Cambio de nivel**, se da cuando un acontecimiento afecta la serie a partir de un momento y su efecto permanece a lo largo del tiempo. La variable dicotómica que modele estos valores atípicos será igual a uno para todos los períodos posteriores al cambio de política tributaria.

$$D = \begin{cases} 1 & t \geq T \\ 0 & t < T \end{cases}$$

Donde,

T es el momento en el que se da el cambio de política tributaria.

- **cambio temporal**, está dado por un acontecimiento que afecta fuertemente a la serie en un momento, pero cuyo efecto se desvanece con el tiempo. La variable dicotómica modelará el cambio paulatino a través de una función exponencial

$$D = \begin{cases} 0 & t < T \\ 1 & t = T \\ e_i^{(t+i)-t} & t > T \end{cases}$$

Donde,

T es el momento en el que se da el cambio de política tributaria.

Los cambios normativos que afectaron la recaudación del impuesto a la renta y que fueron tomados en cuenta en el proceso de homologación son:

- En diciembre del año 1998, mediante la Ley de Reordenamiento en Materia Económica en el Área Tributario Financiera, se eliminó el impuesto a la renta y en su lugar se estableció el impuesto a la circulación de capitales con una tasa del 1% (Arias, Buenaño, Oliva, & Ramírez, 2008).
- En noviembre de 1999, se restituyó el impuesto a la renta y el impuesto a la circulación de capitales se convirtió en anticipo del impuesto a la renta con una tasa de 0,8% (Arias, Buenaño, Oliva, & Ramírez, 2008).
- En noviembre del año 2000, el impuesto a la circulación de capitales fue eliminado (Arias, Buenaño, Oliva, & Ramírez, 2008).
- En enero del año 2008, a través de la Ley Reformatoria para la Equidad Tributaria, se incrementó dos rangos en la tarifa del impuesto a la renta de personas naturales (30% y 35%); además, se incrementó las tarifas del impuesto a la renta de herencias, legados y donaciones, se estableció el anticipo mínimo del impuesto a la renta y se aumentaron las exoneraciones y deducciones (Servicio de Rentas Internas, 2012).
- En julio del año 2008, mediante la Ley Orgánica Reformatoria e Interpretativa a la Ley de Régimen Tributario Interno, al Código Tributario, a la Ley Reformatoria para la Equidad Tributaria del Ecuador y a la Ley de Régimen del Sector Eléctrico, se elimina el concepto de impuesto definitivo al anticipo del impuesto a la renta (Servicio de Rentas Internas, 2012).
- En diciembre del año 2009, con la Ley Reformatoria a la Ley de Régimen Tributario Interno y a la Ley Reformatoria para la Equidad Tributaria se restituye al anticipo de impuesto a la renta como impuesto definitivo (Servicio de Rentas Internas, 2012).
- En diciembre del año 2010, mediante la aprobación del Código Orgánico de la Producción, Comercio e Inversiones, el impuesto a la renta de sociedades experimentó una reducción gradual en su tarifa del 25% al 22% y un aumento de exoneraciones y deducciones (Servicio de Rentas Internas, 2012).

Por otro lado, los cambios normativos que afectaron la recaudación del impuesto al valor agregado son:

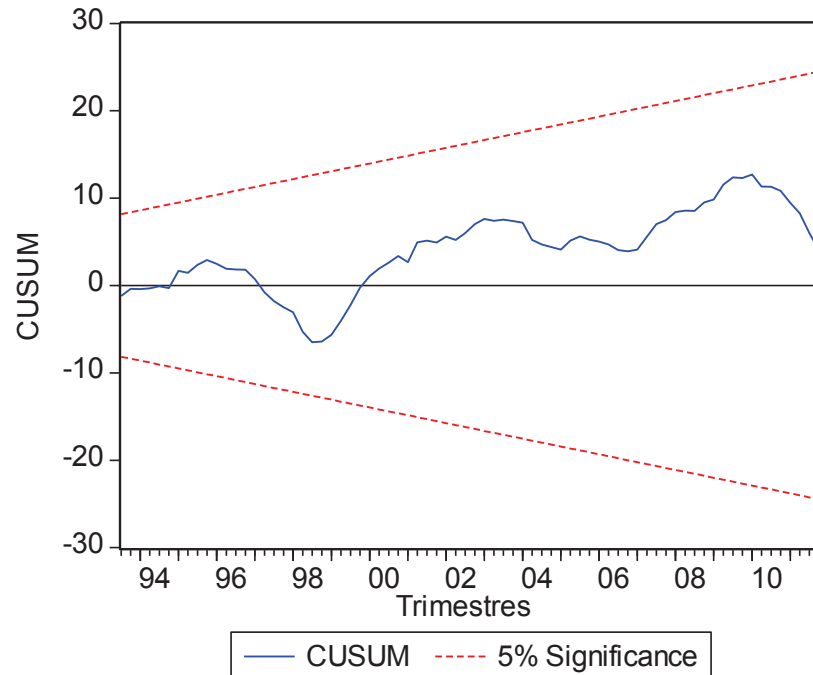
- En noviembre de 1999 se incrementó la tasa del IVA del 10% al 12%.
- Entre junio y agosto del año 2001, la tarifa del IVA se incrementó del 12% al 14%.
- En diciembre del año 2007, se aprobó la Ley Reformatoria para la Equidad Tributaria en la que se incluyó en la tarifa 0% del IVA las adquisiciones del sector público, lámparas fluorescentes, medicina pre pagada, fabricación de medicamentos, seguros y reaseguros de salud y vida.
- En julio del año 2008, mediante la Ley Orgánica Reformatoria e Interpretativa a la Ley de Régimen Tributario Interno, al Código Tributario, a la Ley Reformatoria para la Equidad Tributaria del Ecuador y a la Ley de Régimen del Sector Eléctrico, se incluyó la tarifa 0% del IVA para vehículos híbridos, aviones, avionetas y helicópteros; además, se disminuyó el tiempo de recuperación del IVA retenido.
- En octubre del 2009, a través de la Ley Orgánica de Empresas Públicas, se modificó la tarifa 0% de IVA a devolución del impuesto.
- En diciembre de 2009 con la Ley Reformatoria a la Ley de Régimen Tributario Interno y a la Ley Reformatoria para la Equidad Tributaria, se eliminó la tasa 0% del IVA para periódicos, revistas, aviones, avionetas y helicópteros.
- En diciembre del año 2010, con la aprobación del Código de la Producción, Comercio e Inversiones, se autorizó la devolución del IVA para el combustible aéreo de carga.

5.1.4 PRUEBAS DE CAMBIO ESTRUCTURAL

Como siguiente paso, es imprescindible determinar si existen cambios estructurales determinísticos en las series; de este modo, se podrá elegir adecuadamente las pruebas de estacionariedad a aplicarse. Para determinar la existencia de cambios estructurales se utilizarán las pruebas CUSUM, CUSUMSQ y Chow.

5.1.4.1 Pruebas de Cambio Estructural en el Modelo del Impuesto a la Renta

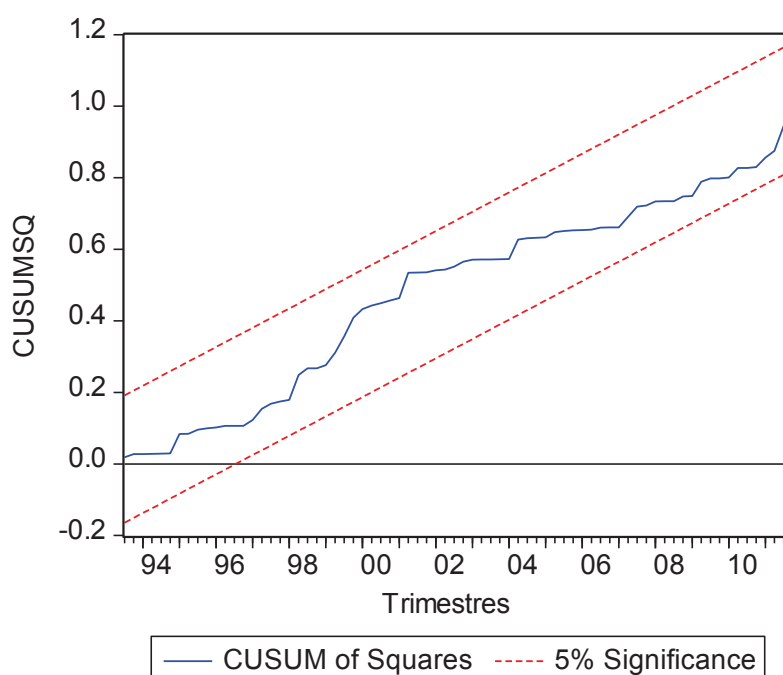
Figura 7 Prueba CUSUM para el modelo del Impuesto a la Renta



Elaborado por: Autor

Descripción: La figura muestra el resultado de la prueba CUSUM aplicada al modelo del Impuesto a la Renta en función del PIB. Las bandas representan los intervalos de confianza. Si el estadístico CUSUM se encuentra dentro de los intervalos de confianza, se concluye que no existen cambios estructurales en el modelo.

Figura 8 Prueba de CUSUMSQ para el modelo del Impuesto a la Renta



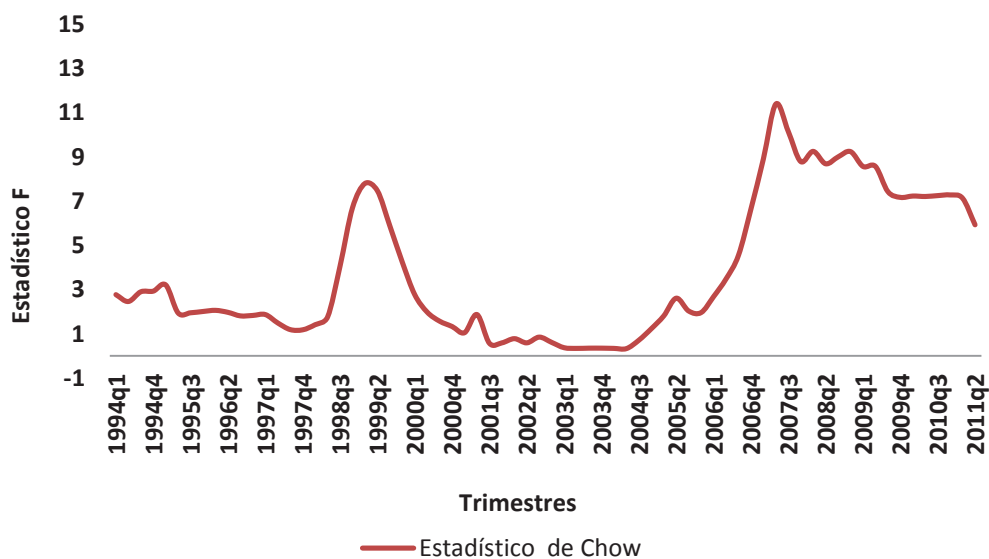
Elaborado por: Autor

Descripción: La figura muestra el resultado de la prueba CUSUMSQ aplicada al modelo del Impuesto a la Renta en función del PIB. Las bandas representan los intervalos de confianza. Si el estadístico CUSUMSQ se encuentra dentro de los intervalos de confianza, se concluye que no existen cambios estructurales en el modelo.

Tanto la prueba CUSUM como CUSUMSQ muestran que el modelo del Impuesto a la renta no sufre quiebres estructurales. Dado que, en ambos casos, los estadísticos permanecen dentro del intervalo de confianza se estima que los residuos recursivos normalizados son cercanos a cero, y por tanto, los coeficientes que mejor explican el modelo permanecen constantes durante todo el período.

Para confirmar la ausencia de cambios estructurales, se realiza la prueba de Chow.

Figura 9 Prueba de Chow para el modelo del Impuesto a la Renta



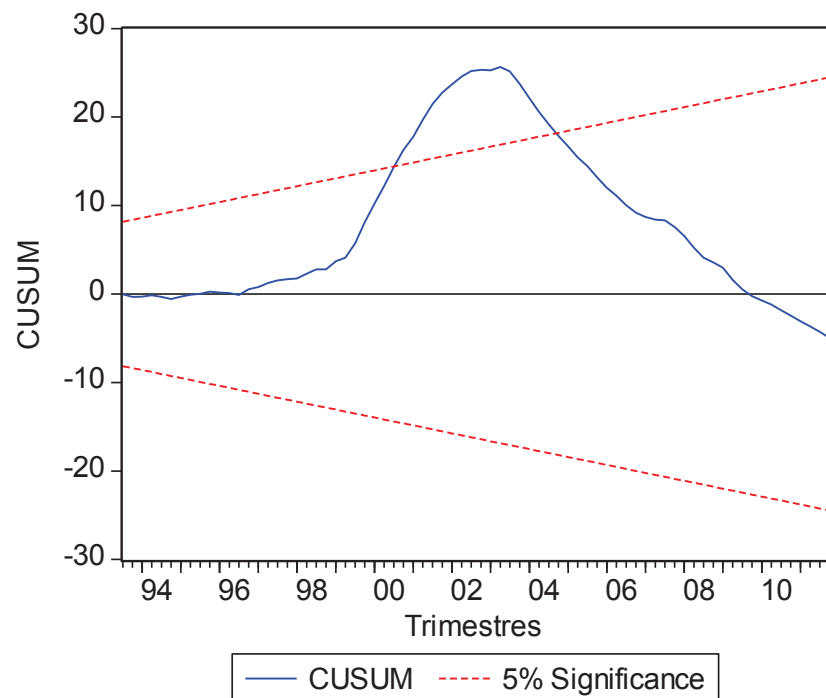
Elaborado por: Autor

Descripción: La figura muestra el resultado de la prueba de Chow aplicada al modelo del Impuesto a la Renta en función del PIB. Valores bajos del estadístico de Chow indican que no existen quiebres estructurales en el modelo.

Los bajos valores que registra la prueba de Chow para el modelo del impuesto a la renta, confirman que el comportamiento de las variables se explica bien con un solo modelo; por lo tanto, se concluye que el modelo del impuesto a la renta no presenta quiebres estructurales.

5.1.4.2 Pruebas de Cambio Estructural en el Modelo del Impuesto al Valor Agregado

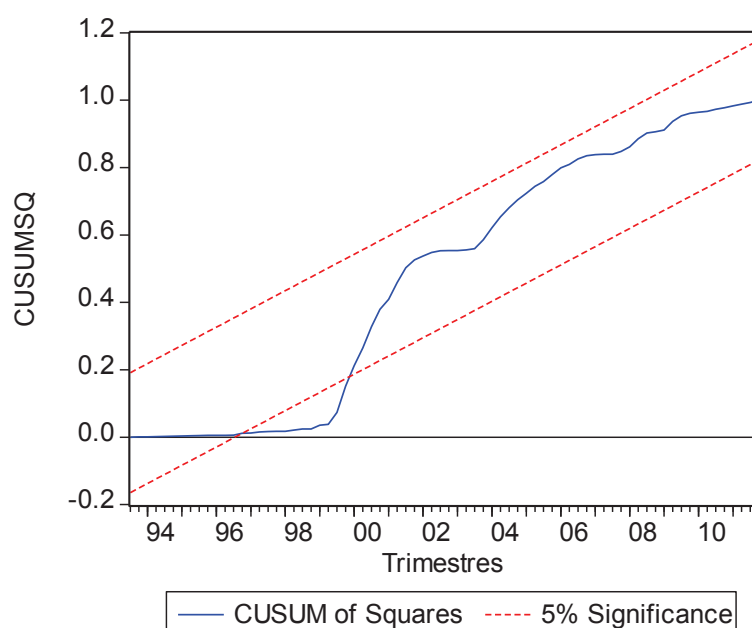
Figura 10 Prueba CUSUM para el modelo del Impuesto al Valor Agregado



Elaborado por: Autor

Descripción: La figura muestra el resultado de la prueba CUSUM aplicada al modelo del Impuesto al Valor Agregado en función del PIB. Las bandas representan los intervalos de confianza. Si el estadístico CUSUM sale de los intervalos de confianza, se concluye que existen cambios estructurales en el modelo

Figura 11 Prueba CUSUMSQ para el modelo del Impuesto al Valor Agregado



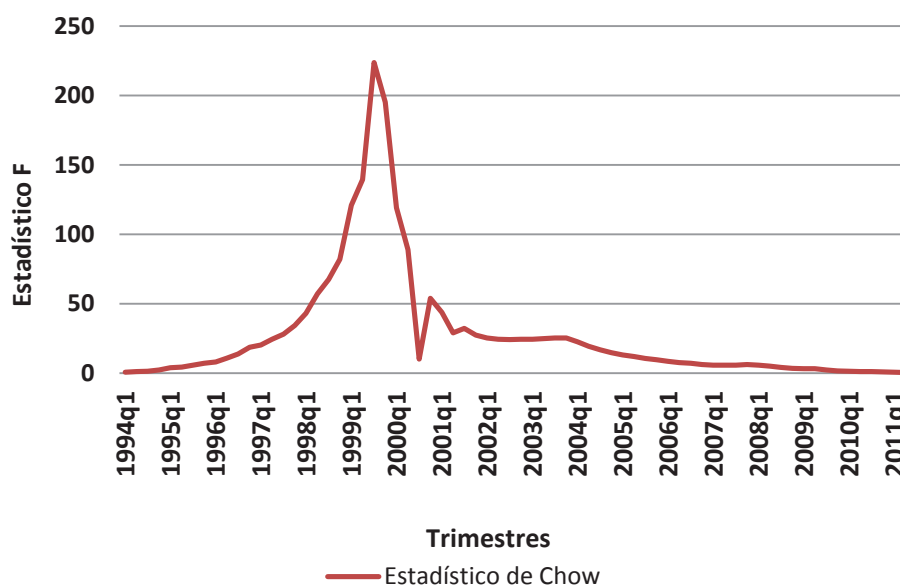
Elaborado por: Autor

Descripción: La figura muestra el resultado de la prueba CUSUMSQ aplicada al modelo del Impuesto al Valor Agregado en función del PIB. Las bandas representan los intervalos de confianza. Si el estadístico CUSUM sale de los intervalos de confianza, se concluye que existen cambios estructurales en el modelo

En el caso del modelo del impuesto al valor agregado, tanto la prueba CUSUM como la prueba CUSUMSQ evidencian un quiebre estructural. La prueba CUSUM sugiere un quiebre alrededor del año 2002; mientras que, la prueba CUSUMSQ sugiere un quiebre alrededor del año 1999.

Para validar la existencia de dichos quiebres estructurales, se realiza la prueba de Chow.

Figura 12 Prueba de Chow para el modelo del Impuesto al Valor Agregado



Elaborado por: Autor

Descripción: La figura muestra el resultado de la prueba Chow aplicada al modelo del Impuesto al Valor Agregado en función del PIB. Valores altos de este estadístico revelan que existen cambios estructurales en el modelo.

Tabla 3 Prueba de Chow para el modelo del IVA

Trimestre	Est. Chow	Valor P
1998Q3	67.56	0.00
1998Q4	81.94	0.00
1999Q1	121.05	0.00
1999Q2	139.28	0.00
1999Q3	223.60	0.00
1999Q4	195.08	0.00
2000Q1	119.04	0.00
2000Q2	88.84	0.00
2000Q3	10.19	0.00

Elaborado por: Autor

Descripción: La tabla muestra los valores del estadístico de Chow para los períodos en donde se presume que existe cambio estructural.

La prueba de Chow confirma la existencia de un cambio estructural en el tercer trimestre del año 1999. Este quiebre probablemente obedece a la fuerte crisis económica que atravesó Ecuador a finales de la década de 1990.

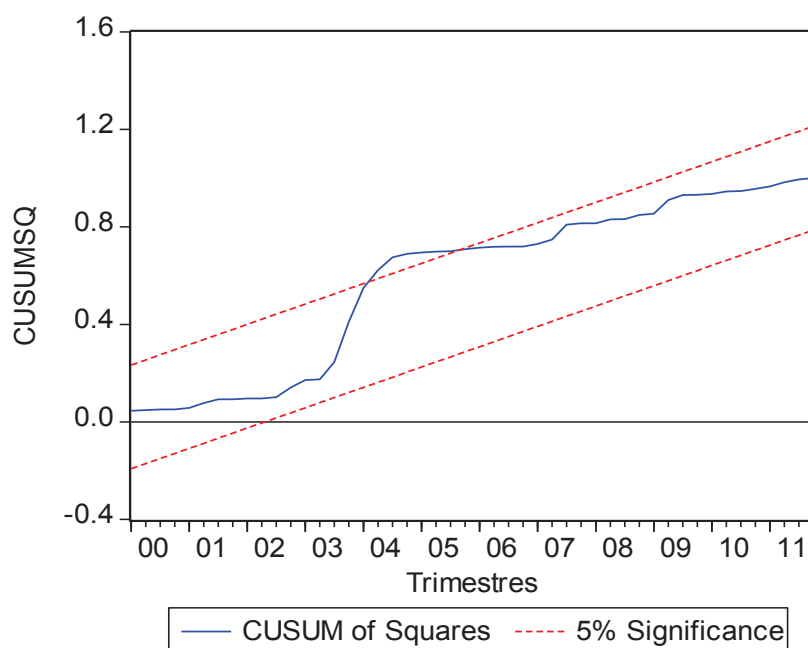
Para corregir este quiebre, se incluye en el modelo dos variables dicotómicas:

$$D_t = \begin{cases} 1 & t \geq 1999Q3 \\ 0 & t < 1999Q3 \end{cases}$$

$$D_t \log PIB = D_t \times \log PIB$$

Para comprobar si existen más cambios estructurales, se realiza nuevamente la prueba CUSUMSQ, incluyendo las variables dicotómicas en el modelo.

Figura 13 Prueba CUSUMSQ para el modelo del IVA (Con variables dicotómicas)



Descripción: La figura muestra el resultado de la prueba CUSUMSQ aplicada al modelo del IVA con variables dicotómicas

La prueba CUSUMSQ muestra un posible cambio estructural alrededor del año 2004. Para corroborar la existencia de este cambio estructural, se utiliza la prueba de Chow.

Tabla 4 Prueba de Chow para el Modelo del IVA (Incluyendo variables Dicotómicas)

Trimestre	Est. Chow	Probabilidad
2003q1	0.37	0.69
2003q2	0.34	0.71
2003q3	0.35	0.7
2003q4	0.35	0.7
2004q1	0.34	0.71
2004q2	0.33	0.72
2004q3	0.71	0.49
2004q4	1.23	0.29
2005q1	1.81	0.17

Elaborado por: Autor

Descripción: La tabla muestra los valores del estadístico de Chow para los períodos en donde se cree que existe cambio estructural.

Sin embargo, la prueba de Chow muestra que no existen quiebres en el modelo. Como se puede observar en la tabla, el estadístico de Chow es estadísticamente igual a cero para los trimestres en los que se cree que podría existir cambio estructural.

5.2 PRUEBAS DE COINTEGRACIÓN

Antes de estimar un modelo entre la recaudación tributaria y el Producto Interno Bruto, es imprescindible verificar que existe una relación estable y significativa entre las series a largo plazo, es decir, es necesario descartar una relación espuria entre las mismas. Para esto, se utiliza la prueba de cointegración.

La prueba de cointegración consiste en verificar que todas las series utilizadas en el modelo sean integradas de orden uno, es decir, estacionarias en su primera diferencia, y que el residuo de su regresión sea estacionario.

5.2.1 PRUEBA DE COINTEGRACIÓN PARA EL MODELO DEL IMPUESTO A LA RENTA

Para verificar la existencia de raíces unitarias en las series en logaritmos de la recaudación del impuesto a la renta y del PIB, se utiliza la prueba de Dickey – Fuller aumentada.

Tabla 5 Prueba de Dickey – Fuller Aumentada

Variable	Estadístico	Valores Críticos de Dickey - Fuller		
		1%	5%	10%
log IR	-0.621	-3.545	-2.91	-2.59
D.log IR	-13.611	-3.545	-2.91	-2.59
log PIB	0.946	-3.545	-2.91	-2.59
D.log PIB	-6.828	-3.545	-2.91	-2.59

Elaborado por: Autor

Descripción: La tabla muestra el resultado de la prueba de raíz unitaria Dickey – Fuller Aumentada para las series en logaritmos del IR y del PIB.

Tabla 6 Prueba de Raíz Unitaria para los Residuos (Modelo del Impuesto a la Renta)

Variable	Estadístico	Valores Críticos de Engle y Granger		
		1%	5%	10%
Residuos	-5.055	-3.90	-3.34	-3.04

Elaborado por: Autor

Descripción: La tabla muestra el resultado de la prueba de raíz para los residuos del modelo del del Impuesto a la Rente en función del PIB utilizando los valores críticos de Engle y Granger.

La prueba de Dickey – Fuller aumentada muestra que tanto el logaritmo del impuesto a la renta como el logaritmo del PIB tienen raíz unitaria, y que su primera diferencia es estacionaria. Asimismo, la prueba de Engle y Granger evidencia que los residuos de la regresión entre el logaritmo del impuesto a la renta y el logaritmo del PIB son estacionarios. Por lo tanto, se comprueba que ambas series están cointegradas.

5.2.2 PRUEBA DE COINTEGRACIÓN PARA EL MODELO DEL IMPUESTO AL VALOR AGREGADO

Dado que el modelo del Impuesto al valor agregado presentó cambios estructurales, se utiliza la prueba de Clemente – Montañés – Reyes para verificar la presencia de raíces unitarias en las series.

Tabla 7 Prueba de Clemente – Montañés – Reyes

Variable	Estadístico t	Valor Crítico (5%)
logIVA	-3.57	-5.49
Δ logIVA	-9.67	-5.49
logPIB	-3.11	-5.49
Δ logPIB	-8.79	-5.49

Elaborado por: Autor

Descripción: La tabla muestra el resultado de la prueba de raíz unitaria Clemente – Montañés – Reyes para las series del IVA y el PIB, y para los residuos de su regresión.

Tabla 8 Prueba de Raíz Unitaria para los Residuos (Modelo del Impuesto al Valor Agregado)

Variable	Estadístico	Valores Críticos de Engle y Granger		
		1%	5%	10%
Residuos	-5.31	-3.90	-3.34	-3.04

Elaborado por: Autor

Descripción: La tabla muestra el resultado de la prueba de raíz unitaria para los residuos del modelo entre el IVA y el PIB utilizando los valores críticos de Engle y Granger.

La prueba de Clemente – Montañés – Reyes muestran que las series de los logaritmos del IVA y del PIB son integradas de orden uno. La prueba de Engle y Granger muestra los residuos de su regresión son estacionarios. Por lo tanto, se demuestra que ambas series están cointegradas.

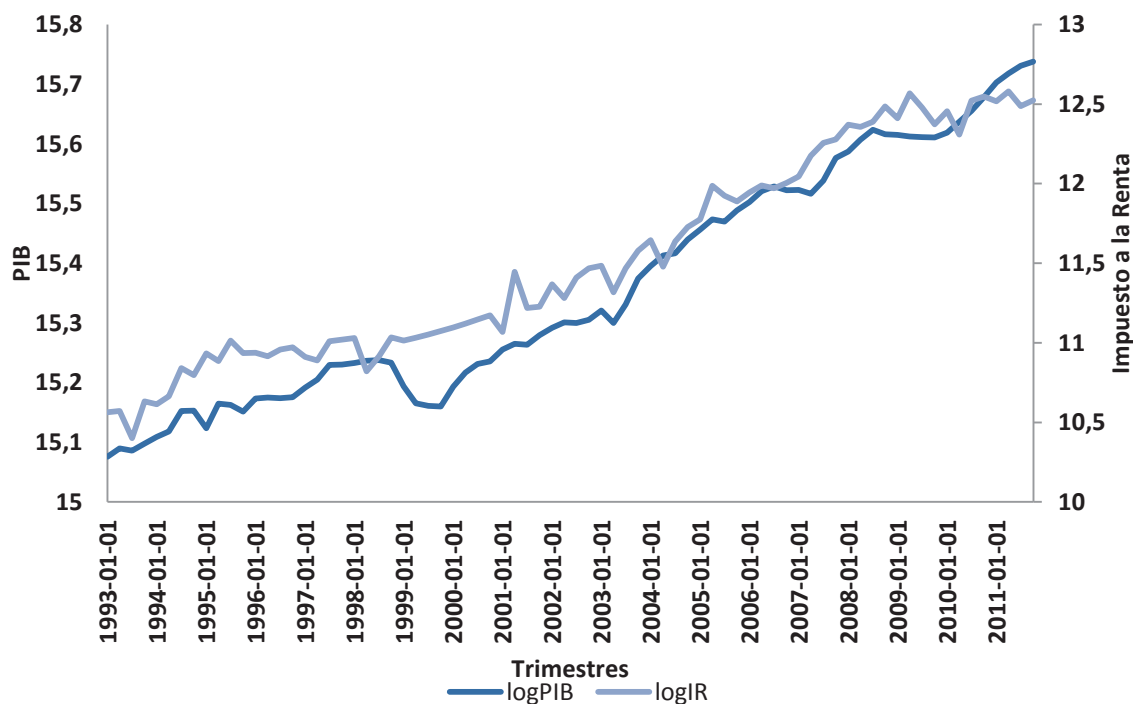
5.3 MARCOV – SWITCHING

Finalmente, el objetivo de esta investigación es establecer una relación entre la recaudación tributaria y el producto interno bruto en Ecuador, que tome en cuenta la probabilidad de cambios de régimen endógenos.

Para estos modelos, se utilizan las series trimestrales en logaritmos de la recaudación tributaria y del PIB en el período 1993 – 2011.

5.3.1 MARCOV – SWITCHING PARA EL MODELO DEL IMPUESTO A LA RENTA

Figura 14 Impuesto a la Renta (IR) y Producto Interno Bruto (PIB)



Elaborado por: Autor

Descripción: La figura muestra las series trimestrales de la recaudación de Impuesto a la Renta y del PIB. La serie del Impuesto a la Renta ha sido previamente convertida a términos reales, ajustada estacionalmente y homologada. La serie del PIB ha sido ajustada estacionalmente.

Entre las series de recaudación de Impuesto a la Renta y del PIB, se ajustó el siguiente modelo de cambios de régimen:

$$\log IR_{s_t} = \beta_1 s_t + \beta_2 s_t \log PIB + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t \sim i.i.d. N(0, \sigma^2)$$

donde,

$\log IR$ es el logaritmo natural del Impuesto a la Renta,

$\log PIB$ es el logaritmo natural del PIB,

S_t sigue un proceso de cadenas de Markov de dos estados con probabilidades de transición p_{ij} .

Los estimadores de máxima verosimilitud de los parámetros del modelo se pueden observar en la Tabla.

Tabla 9 Estimadores de Máxima Verosimilitud de los parámetros del Modelo Markov – Switching para el Impuesto a la Renta

	Régimen 1		Régimen 2	
	Coeficiente	Estadístico t	Coeficiente	Estadístico t
Intercepto	43.78	-172.79	-32.07	-54.36
LogPIB	3.59	218.15	2.83	73.72

Elaborado por: Autor

En el primer régimen, un aumento de 1% en el PIB genera un incremento del 3,59% en la recaudación del impuesto a la renta. Mientras que, en el segundo régimen, un aumento de 1% en el PIB provoca un incremento del 2,83% en la recaudación del impuesto a la renta.

Las probabilidades de transición de un régimen a otro (p_{ij}) se encuentran expresadas en la siguiente matriz:

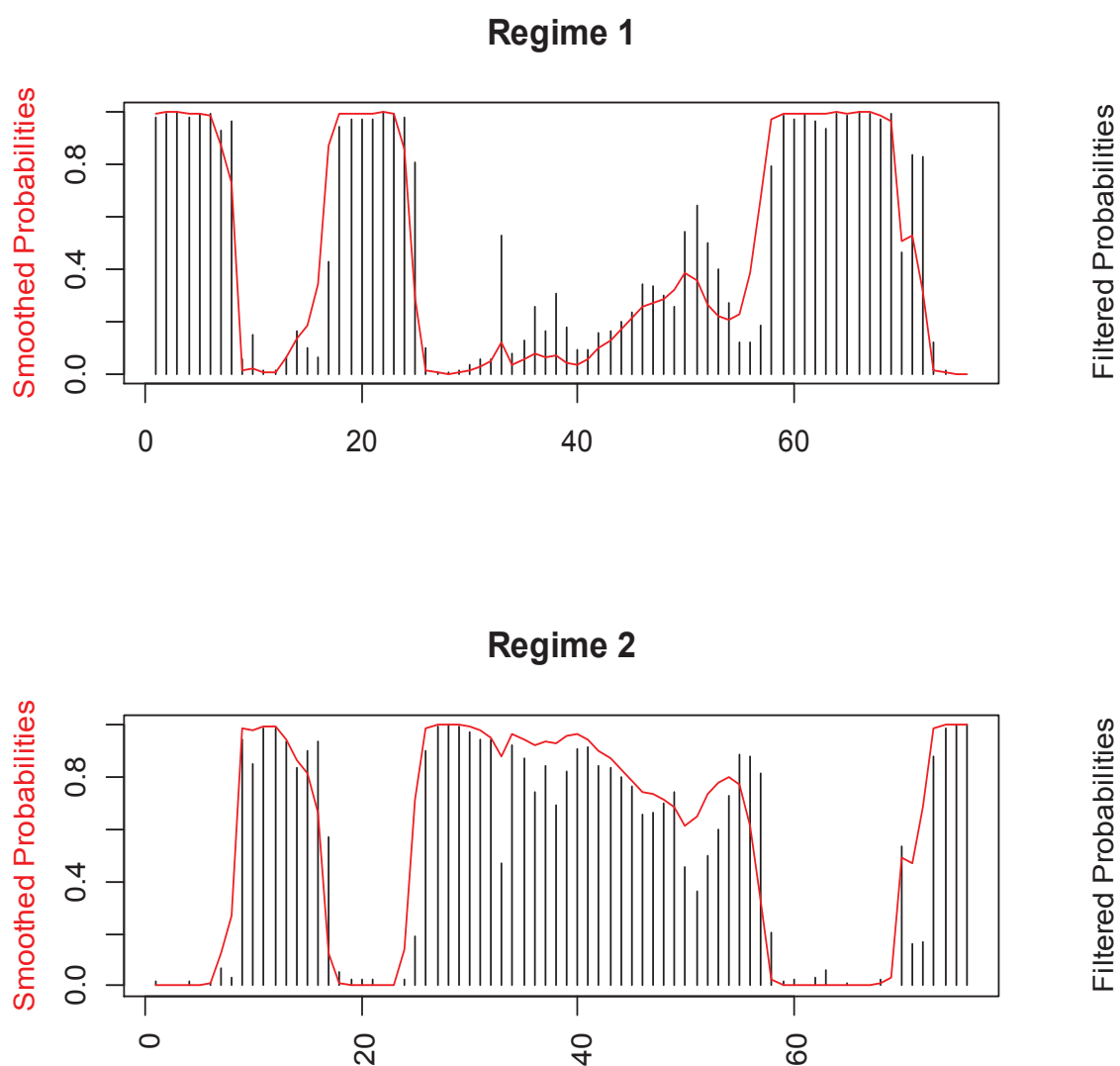
$$P = \begin{Bmatrix} 0.917 & 0.094 \\ 0.083 & 0.906 \end{Bmatrix}$$

Como se puede observar en la matriz P , cada estado es altamente persistente, es decir, una vez que el proceso entró en un estado, la probabilidad de que

permanezca en él es muy alta. Efectivamente, cuando el proceso se encuentra en el primer régimen, la probabilidad de que se mantenga en el mismo régimen es $p_{11} = 0.917$; mientras que la probabilidad de que cambie al segundo régimen es $p_{12} = 0.083$. De la misma manera, una vez que el proceso se encuentra en el segundo régimen, la probabilidad de que se mantenga en el mismo régimen es $p_{22} = 0.906$; mientras que la probabilidad de que vuelva al primer régimen es $p_{21} = 0.094$.

Por otro lado, uno de los objetivos principales al trabajar con modelos Markov – Switching es estimar la probabilidad de que el proceso haya sido generado por el primer o el segundo régimen en cada momento del tiempo. Esta probabilidad se ilustra a continuación:

Figura 15 Gráfico de Probabilidades para el Impuesto a la Renta



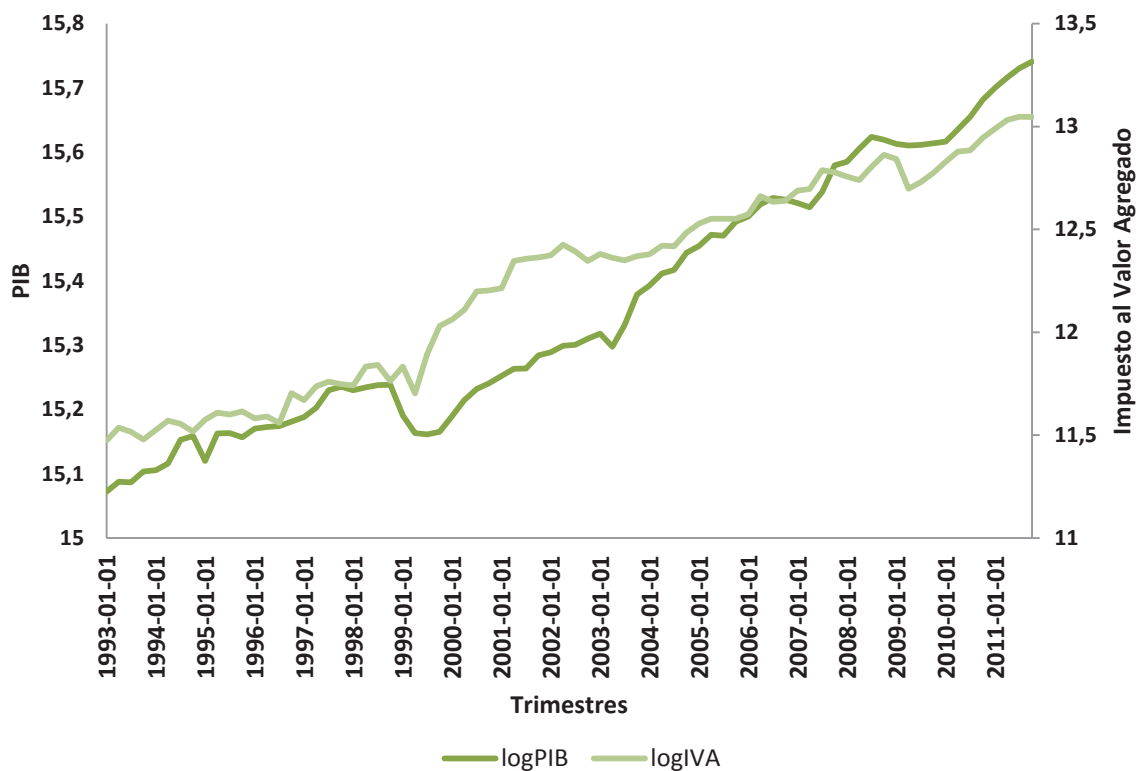
Elaborado por: Autor

Descripción: La figura muestra la probabilidad de que la recaudación del Impuesto a la Renta haya sido generada por el primer régimen $P\{S_t = 1|Y_t, X_t, \theta\}$, o por el segundo régimen $P\{S_t = 2|Y_t, X_t, \theta\}$, en cada momento del tiempo.

De acuerdo con la figura, en los trimestres 1993Q1 – 1994Q4, 1997Q2 – 1999Q1 y 2007Q2 – 2010Q4 la relación entre la recaudación tributaria y el PIB se encuentra mejor explicada por el primer modelo; mientras que, en los demás trimestres esta relación se encuentra mejor explicada por el segundo modelo.

5.3.2 MARCOV – SWITCHING PARA EL MODELO DEL IMPUESTO AL VALOR AGREGADO

Figura 16 Impuesto al Valor Agregado (IVA) y Producto Interno Bruto (PIB)



Elaborado por: Autor

Descripción: La figura muestra las series trimestrales de la recaudación de Impuesto al Valor Agregado y del PIB. La serie del IVA ha sido previamente convertida a términos reales, ajustada estacionalmente y homologada. La serie del PIB ha sido ajustada estacionalmente.

Dado que en el tercer trimestre de 1999 se identificó un quiebre estructural en el modelo entre la recaudación del Impuesto al Valor Agregado y el PIB, se incluyó una variable dicotómica en el modelo de cambios de régimen:

$$\log IVA_{S_t} = \beta_1 s_t + \beta_2 s_t \log PIB + \beta_3 D_t + \beta_4 D_t \log PIB + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t \sim i.i.d.N(0, \sigma^2)$$

donde,

$$D_t = \begin{cases} 1 & t \geq 1999Q3 \\ 0 & t < 1999Q3 \end{cases}$$

$$D_t \log PIB = D_t \times \log PIB$$

$\log IR$ es el logaritmo natural del Impuesto al Valor Agregado

$\log PIB$ es el logaritmo natural del PIB

S_t es generado por un proceso de cadenas de Markov con dos estados y con probabilidades de transición p_{ij} .

Los estimadores de máxima verosimilitud de los parámetros del modelo se expresan a continuación:

Tabla 10 Estimadores de Máxima Verosimilitud de los parámetros del Modelo Markov – Switching para el Impuesto al Valor Agregado

	Régimen 1		Régimen 2	
	Coficiente	Estadístico t	Coficiente	Estadístico t
Intercepto	-24.58	-71.16	-22.84	-170.33
LogPIB	2.39	105.15	2.28	262.06
d1	11.42	68.81	11.42	68.81
d1_logPIB	-0.73	-67.78	-0.73	-67.78

Elaborado por: Autor

Nota: únicamente los coeficientes del intercepto y el logaritmo del PIB cambian de régimen.

Debido al quiebre estructural determinístico en el tercer trimestre de 1999, los regímenes en el modelo del IVA se interpretan de dos maneras, antes del quiebre estructural y después del quiebre estructural.

- Antes del quiebre estructural: en el primer régimen, si el PIB aumenta en 1%, la recaudación de IVA aumenta en 2.39%. En el segundo régimen, si el PIB aumenta en 1%, la recaudación de IVA aumenta en 2.28%.
- Después del quiebre estructural: en el primer régimen, si el PIB aumenta en 1%, la recaudación de IVA aumenta en 1.66%. En el segundo régimen, si el PIB aumenta en 1%, la recaudación de IVA aumenta en 1.55%.

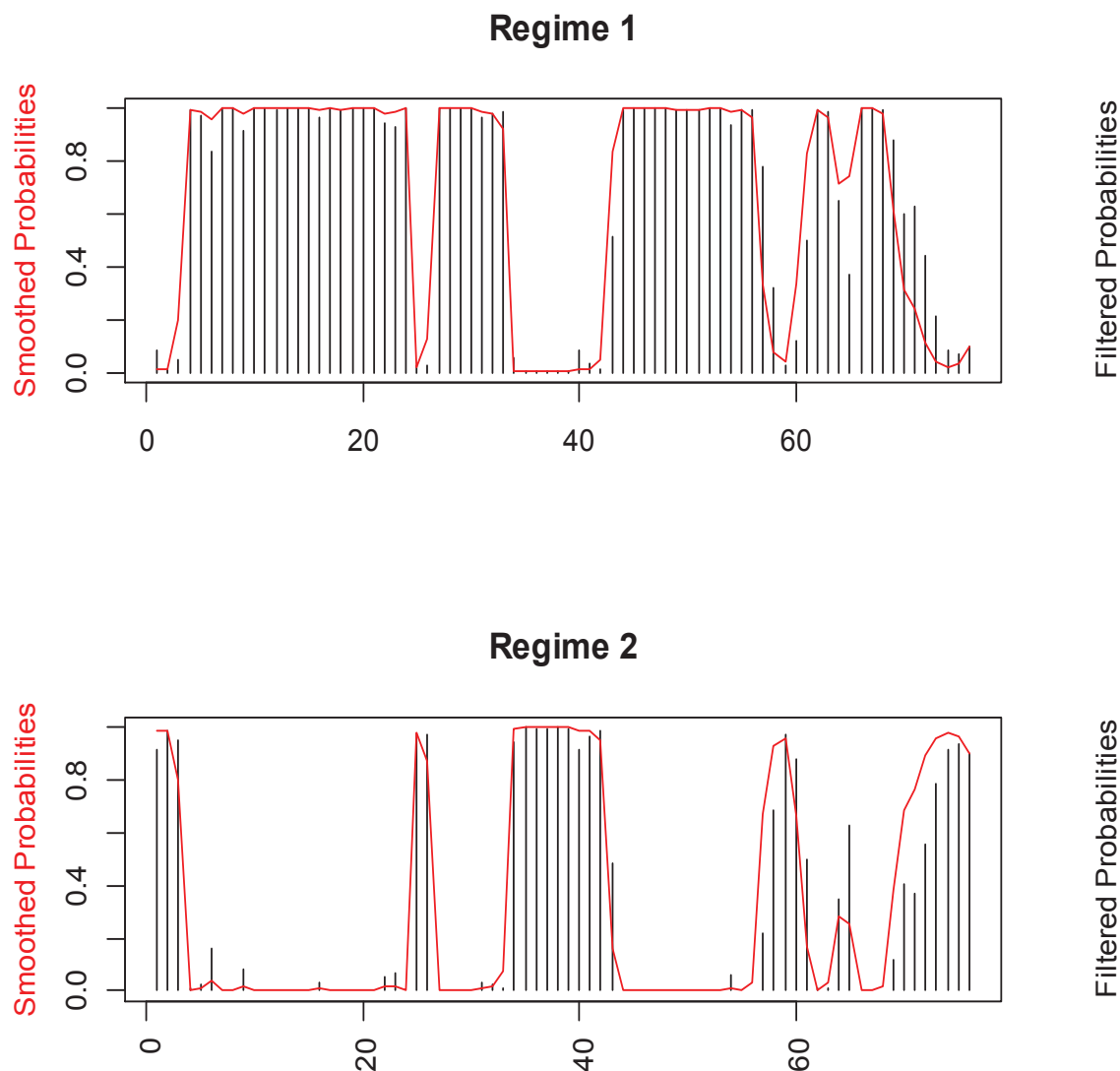
Las probabilidades de transición p_{ij} se encuentran expresadas en la siguiente matriz.

$$P = \begin{Bmatrix} 0.911 & 0.184 \\ 0.089 & 0.816 \end{Bmatrix}$$

Al igual que en el modelo del Impuesto a la Renta, en el modelo del Impuesto al Valor Agregado, cada estado es altamente persistente. En este caso, la probabilidad de que proceso se mantenga en el primer régimen de un momento a otro es $p_{11} = 0.911$ y la probabilidad de que el proceso cambie del primer al segundo régimen es $p_{12} = 0.089$. Igualmente, la probabilidad de que el proceso se mantenga en el segundo régimen es $p_{22} = 0.816$ y la probabilidad de que el proceso vuelva del segundo al primer régimen es $p_{21} = 0.184$.

Finalmente, la probabilidad de estar en el primer o el segundo régimen en cada momento del tiempo se grafica a continuación:

Figura 17 Gráfico de Probabilidades para el Impuesto al Valor Agregado



Elaborado por: Autor

Descripción: La figura muestra la probabilidad de que la recaudación del Impuesto al Valor Agregado haya sido generada por el primer régimen $P\{S_t = 1|Y_t, X_t, \theta\}$, o por el segundo régimen $P\{S_t = 2|Y_t, X_t, \theta\}$, en cada momento del tiempo.

En este caso, la relación entre la recaudación del impuesto al valor agregado y el PIB se encuentra mejor explicada por el primer modelo en los trimestres: 1994Q4 – 1998Q4, 1999Q3 – 2001Q1, 2003Q4 – 2007Q1, 2008Q2 – 2008Q3 y 2009Q2 – 2009Q4. El resto de los trimestres se encuentra mejor explicado por el modelo del segundo régimen.

5.3.3 ELASTICIDAD DE LA RECAUDACIÓN TRIBUTARIA

La elasticidad tiene como objetivo establecer una relación entre el cambio en una variable con respecto al cambio en otra. En este caso, el cambio en la recaudación tributaria con respecto al cambio en el producto interno bruto (Salim, 2006).

El uso de elasticidades no se realiza de forma automática, sino que depende de la fase del ciclo económico en que se realizan las estimaciones (Salim, 2006).

De acuerdo con la teoría económica, la posición cíclica de la producción afecta a la recaudación tributaria. En períodos de baja productividad, las empresas y las personas reciben menos ingresos, por lo cual pagan menos impuestos directos, y también consumen menos, por lo que pagan menos impuestos indirectos, y viceversa (De Gregorio, 2007). De esta manera, cuando disminuye el PIB, muchas de las fuentes de ingresos del Estado disminuyen automáticamente; y cuando aumenta el PIB, muchas de las fuentes de ingresos del Estado aumentan automáticamente (Krugman, Vells, & Olney, 2008).

En general, se espera que en períodos de auge económico la recaudación tributaria crezca más rápidamente que en períodos de recesión, es decir, se espera que la elasticidad de la recaudación tributaria con respecto a la producción sea mayor en períodos de auge que en períodos de recesión (Conejo, Otoya, & Cardoza, 2011).

El coeficiente estimado $\beta_{2_{S_t}}$ en el modelo Markov – Switching, se interpreta como el cambio porcentual en la recaudación tributaria cuando el PIB aumenta en 1%, en el régimen j . De este modo, la elasticidad en los diferentes momentos del ciclo económico estaría dada por:

$$E = \sum_{j=1}^N (\beta_{2_j} \times P\{S_t = j\})$$

donde,

$P\{S_t = j\}$ es la probabilidad de estar en el régimen j en el momento t ,

N es el número de estados del modelo.

En el capítulo de antecedentes se realizó un estudio sobre los ciclos económicos en Ecuador. En ese capítulo se pudo identificar cinco ciclos en el período 1993 – 2011. Estos ciclos comprenden los siguientes trimestres: 1995Q1 – 1998Q1, 1998Q2 – 2001Q2, 2001Q3 – 2005Q1, 2005Q2 – 2008Q3, 2008Q4 – 2011Q4.

Las recesiones se observaron en los períodos: 1996Q2, 1999Q3, 2003Q1, 2007Q2 y 2010Q1. Y los auges se observaron en los períodos: 1998Q1, 2001Q2, 2005Q1, 2008Q3 y 2011Q4.

Las elasticidades de la recaudación del impuesto a la renta y del impuesto al valor agregado en los diferentes momentos de auge y recesión, se observan en las siguientes tablas.

Tabla 11 Elasticidad de la Recaudación del Impuesto a la Renta (En Porcentajes)

Recesión		Auge	
Trimestre	Elasticidad	Trimestre	Elasticidad
1996Q2	2.97	1998Q1	3.58
1999Q3	2.86	2001Q2	2.90
2003Q1	2.91	2005Q1	3.05
2007Q2	3.45	2008Q3	3.22
2010Q1	3.58	2011Q4	2.85

Elaborado por: Autor

La recaudación del impuesto a la renta es elástica con respecto a la producción. La elasticidad promedio en períodos de recesión es de 3.15%, ligeramente mayor a la elasticidad promedio en períodos de auge que alcanza el 3.12%.

Como se puede observar en la tabla, la elasticidad en momentos de auge es mayor a la elasticidad en momentos de recesión en la mayoría de los períodos. Sin embargo, la elasticidad en auge es superada por la elasticidad en recesión en los dos últimos ciclos económicos. El primero de estos ciclos comienza en el segundo trimestre del año 2005. La actividad económica se contrae hasta alcanzar su punto mínimo (recesión) el segundo trimestre del año 2007, con una elasticidad de la recaudación tributaria de 3.45%. A partir de ese momento, la economía inicia su fase de expansión hasta llegar a su punto máximo (auge) el tercer trimestre del año 2008, con una elasticidad de 3.22%.

Asimismo, el segundo ciclo comienza en el cuarto trimestre del año 2008. La actividad económica desciende hasta su recesión en el primer trimestre del año 2010, con una elasticidad de la recaudación tributaria de 3.58%. A partir de ese momento, la economía inicia su fase de crecimiento hasta alcanzar el auge en el cuarto trimestre del año 2011 con una elasticidad de 2.85%.

Tabla 12 Elasticidad de la Recaudación del Impuesto al Valor Agregado (En Porcentajes)

Recesión		Auge	
Trimestre	Elasticidad	Trimestre	Elasticidad
1996Q2	2.38	1998Q1	2.38
1999Q3	1.64	2001Q2	1.55
2003Q1	1.55	2005Q1	1.65
2007Q2	1.58	2008Q3	1.65
2010Q1	1.64	2011Q4	1.56

Elaborado por: Autor

Al igual que la recaudación del impuesto a la renta, la recaudación del IVA es elástica con respecto a la producción. La elasticidad promedio en períodos de recesión es de 1.76%, exactamente igual a la elasticidad promedio en períodos de

auge. No obstante, existen ciclos en los que la elasticidad es mayor en auge que en recesión, y ciclos en los que la elasticidad es menor en auge que en recesión.

El primero de los ciclos en los que la elasticidad es menor durante el auge, es el ciclo comprendido entre 1998Q2 – 2001Q2. Durante la recesión de este ciclo, alcanzada en el tercer trimestre de 1999, la elasticidad de la recaudación del IVA fue del 1.64%; mientras que, durante el auge, alcanzado en el segundo trimestre del año 2001, la elasticidad fue solo del 1.55%.

Una relación muy similar se observa en el ciclo 2008Q4 – 2011Q4, en el cual la elasticidad de la recaudación del IVA fue de 1.64% durante la recesión (primer trimestre del 2010) y de 1.56% durante el auge (cuarto trimestre del 2011).

6 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Los impuestos constituyen una herramienta vital para alcanzar el bienestar de la sociedad. En su calidad de ingresos permanentes, los impuestos están destinados a cubrir los gastos permanentes del Estado, como la provisión de salud, educación, defensa, administración de justicia, orden interno e infraestructura, entre otros bienes y servicios públicos. Debido a la importancia de los impuestos en la economía, la hacienda pública, debe procurar recaudar todo aquello que el Presupuesto General del Estado ha estimado como ingresos tributarios, es decir, una buena política tributaria deberá cumplir con el principio de suficiencia recaudatoria.

En este sentido, la administración tributaria se ha enfrentado a una tarea compleja a lo largo de los años; puesto que la recaudación de impuestos depende de diversos factores, algunos de ellos ajenos a su control. Uno de estos factores es el nivel de actividad económica o producción de un país. En efecto, los principales impuestos de la economía se configuran como una proporción ya sea del ingreso o del consumo; por tanto, cuando disminuye la actividad económica, la recaudación tributaria disminuye automáticamente. En otras palabras, la recaudación tributaria está afectada por la posición cíclica de la economía, disminuyendo en períodos de baja productividad y aumentando en períodos de alta productividad.

Sin embargo, la actividad económica no sigue una trayectoria totalmente estable y predecible, sino todo lo contrario, una economía de mercado se encuentra sujeta a constantes fluctuaciones a lo largo del tiempo. Estas fluctuaciones, mejor conocidas como ciclos económicos, presentan períodos de expansión y de contracción, en los cuales las diferentes variables macroeconómicas como la inversión, la producción, los precios, el empleo, los salarios y las tasas de interés oscilan alrededor de una tendencia.

La economía ecuatoriana no ha sido una excepción. Efectivamente, entre los años 1993 y 2011, la actividad económica se vio afectada por diferentes factores exógenos y endógenos. Entre estos factores se encontraron, el conflicto bélico con el Perú, el fenómeno de “El Niño”, la crisis financiera internacional, la crisis bancaria nacional y las políticas neoliberales que buscaban garantizar el servicio de la deuda externa en detrimento de las profundas necesidades sociales. En consecuencia, en el período estudiado, se presentaron cinco ciclos económicos de mediano plazo con una duración promedio de tres años y medio, con aproximadamente dos años de contracción y un año y medio de expansión. A pesar de esto, el producto interno bruto trimestral creció a una tasa promedio de 0.91%, pasando de US\$3,513 millones en 1993 a US\$6,858 millones en 2011.

Por otro lado, la recaudación tributaria, tanto del impuesto a la renta como la del impuesto al valor agregado, presentó una tendencia creciente en el tiempo.

La recaudación del impuesto a la renta trimestral creció a una tasa promedio de 3.22%, y pasó de US\$46.7 millones en el primer trimestre de 1993 a US\$583 millones en el último trimestre de 2011. El impuesto a la renta, sin embargo, se vio afectado por varios cambios normativos, entre estos se encuentran, su eliminación y reemplazo por el impuesto a la circulación de capitales en el año 1999, incrementos en la tarifa para personas naturales en el año 2008, y la reducción de la tarifa para sociedades en el año 2010.

Cabe recalcar, que el impuesto a la renta ha aumentado de manera importante su participación dentro de la recaudación tributaria en Ecuador. En la década de 1990, la imposición indirecta tuvo una participación promedio del 64%; mientras que, la imposición directa tuvo una participación del 36%, esto se debió a la importancia que se le dio a la imposición indirecta por su fácil y ágil recaudación. Sin embargo, a partir del año 2009, la participación de la imposición directa en la recaudación tributaria ha incrementado a más del 40%, esto se debió principalmente al crecimiento económico y la profunda reforma tributaria promovida por la Ley para la Equidad Tributaria.

Por otro lado, la recaudación del impuesto al valor agregado trimestral creció a un ritmo promedio de 3.9%, pasando de US\$ 104 millones en el primer trimestre de 1993 a US\$ 1,303 millones en el cuarto trimestre de 2011. Al igual que el impuesto a la renta, el IVA experimentó cambios normativos que afectaron su recaudación. Entre estos cambios normativos se tuvo el incremento de la tarifa del 10% al 12% en 1999, la inclusión de ciertos bienes y servicios en la tarifa 0% en los años 2007 y 2008, y la modificación de tarifa 0% a devolución del impuesto en el año 2009.

El objetivo principal de esta investigación fue construir un índice que, de acuerdo con el comportamiento de la actividad económica en Ecuador a lo largo del tiempo, anticipara futuros cambios en el nivel de recaudación tributaria. Para tal efecto, se utilizó la metodología de Marcov – Switching que modela la relación entre dos variables tomando en cuenta la probabilidad de un cambio de régimen; de manera que, se pudiera observar los cambios estocásticos en la relación entre la recaudación tributaria y el PIB.

Para el estudio se utilizó series trimestrales del Producto Interno Bruto, recaudación del Impuesto a la Renta y recaudación del Impuesto al Valor Agregado, provistas por el Banco Central y el Servicio de Rentas Internas. Previo a la estimación de los modelos, fue necesario convertir las series nominales a términos reales, retirar el efecto estacional, y retirar los efectos de los cambios en la normativa tributaria y de los quiebres estructurales; de manera que se pueda observar claramente el comportamiento real de las series. Adicionalmente, se probó la cointegración de las series con el fin de garantizar que existe una relación estable y significativa a largo plazo y evitar estimar un modelo espurio entre el PIB y la recaudación tributaria.

Posteriormente, se procedió a estimar los modelos Marcov – Switching para el Impuesto la Renta y para el IVA. La principal limitación encontrada fue la ausencia de una regla exacta para determinar el número de estados o regímenes que mejor

caracterizara al conjunto de datos. Razón por lo cual fue necesario determinar el número de estado de cada modelo manera empírica, es decir, se estimó modelos con varios estados y se escogió el más significativo de ellos. Para ambos casos, el Impuesto a la Renta y el IVA, el modelo más significativo fue aquel con dos regímenes.

Al estimar los modelos Markov – Switching con dos regímenes, se pudo concluir que tanto la recaudación del Impuesto a la Renta como la recaudación del IVA son elásticas con respecto al PIB. Es decir, la recaudación tributaria varía en mayor proporción que el Producto Interno Bruto.

En el caso del impuesto a la renta, un incremento de 1% en el PIB genera un incremento del 3,59% en la recaudación del impuesto a la renta en el primer régimen, y un incremento del 2,83% en el segundo régimen. La alta elasticidad del impuesto a la renta con respecto al PIB puede deducirse como resultado de la naturaleza progresiva de este impuesto, es decir, al tener el Impuesto a la Renta fines redistributivos, aumenta la tasa impositiva a medida que aumenta la base imponible. Adicionalmente, cada estado es altamente persistente, por lo que una vez que el proceso entró en un estado, la probabilidad de que permanezca en el es muy alta.

En el caso del impuesto al valor agregado se puede diferenciar dos etapas, antes y después del quiebre estructural determinístico en el año 1999. Antes del quiebre, si el PIB aumenta en 1%, la recaudación de IVA aumenta en 2.39% en el primer régimen y en 2.28% en el segundo régimen. Después del quiebre, si el PIB aumenta en 1%, la recaudación de IVA aumenta en 1.66% en el primer régimen y en 1.55% en el segundo régimen. Al igual que en el modelo del Impuesto a la Renta, en el modelo del Impuesto al Valor Agregado, cada estado es altamente persistente.

La construcción de estos modelos, que establecen la probabilidad de un cambio de régimen en la recaudación de impuestos, ha constituido una valiosa

herramienta para entender la relación entre la recaudación tributaria y el PIB en Ecuador, permitiendo monitorear su comportamiento a lo largo del tiempo. Por tanto, el índice ha contribuido a una mejor gestión en la recaudación, generando los recursos que el Estado necesita para promover el desarrollo del país y el bienestar de su población.

En cuanto a la elasticidad de la recaudación tributaria, se ha comprobado que esta ha sido mayor en momentos de auge que en momentos de recesión en la mayoría de los ciclos económicos que experimentó Ecuador; sin embargo, hubo ciclos en los que esta relación no se cumplió, principalmente debido a cambios importantes en la economía nacional como la crisis de fin de siglo y la aprobación de la Ley Reformatoria para la Equidad Tributaria.

Como recomendación final, se sugiere ampliar los ámbitos de aplicación de los modelos Markov – Switching. En efecto, se puede realizar el análisis de la recaudación tributaria con cambios de régimen estableciendo una relación entre el impuesto al valor agregado y el consumo nacional. El Impuesto al Valor Agregado es un impuesto que se aplica sobre las ventas con el objetivo gravar el consumo de los individuos, en consecuencia, se podría establecer una relación más directa entre el consumo nacional y la recaudación del IVA. Adicionalmente, se puede modelizar la relación entre las variables considerando períodos atípicos, como la crisis de 1999. Finalmente, se podría actualizar el período de estudio hasta períodos más recientes.

REFERENCIAS

1. Acosta, A. (2012). *Breve Historia Económica del Ecuador* (Tercera edición ed.). Quito: Corporación Editora Nacional.
2. Anderson, D. R., Sweeney, D. J., & Williams, T. A. (2004). *Métodos Cuantitativos Para los Negocios* (Novena edición ed.). Cengage Learning.
3. Arias, D., Buenaño, E., Oliva, N., & Ramírez, J. (2008). Historia del Sistema Tributario Ecuatoriano 1950 - 1999. *Fiscalidad II* , 85 - 124.
4. Asamblea Constituyente. (2008). *Constitución del Ecuador*. Obtenido de http://www.asambleanacional.gov.ec/documentos/constitucion_de_bolsillo.pdf
5. Asamblea Nacional. (2010). *Código Orgánico de Planificación y Finanzas Públicas*. Quito.
6. Avella, M., & Fergusson, L. (Diciembre de 2003). *El Ciclo Económico, Enfoques e Ilustraciones. Los Ciclos Económicos de Estados Unidos y Colombia*. Obtenido de Banco de la República.
7. Badillo, R., Belaire, J., & Contreras, D. (2006). *Contrastes de Raíz Unitaria para Series Temporales en Presencia de Cambios Estructurales*. Obtenido de Universidad de Valencia. Departamento de Análisis Económico: <http://centros.uv.es/web/departamentos/D10/data/investigacion/PDF47.pdf>
8. Banco de España. (2013). *Programas Estadísticos y Econométricos*. Recuperado el 2013, de http://www.bde.es/bde/es/secciones/servicios/Profesionales/Programas_estadi.html
9. Baum, C. (2005). Stata: The language of choice for time series analysis. *The Stata Journal* , págs. 46 - 63.

10. Belaustegui, C. (9 de Noviembre de 2003). *Cadenas de Markov y Teorías de Colas*. Recuperado el 2013, de <http://materias.fi.uba.ar/6615/Material/markov.pdf>
11. Brue, S. L., & Grant, R. R. (2009). *Historia del Pensamiento Económico*. México D.F.: CENGAGE Learning.
12. Conejo, C., Otoyá, M., & Cardoza, D. (2011). Ingresos fiscales y Elasticidades Tributarias: Estimación de las Elasticidades Tributarias de Corto y Largo Plazo para los Principales Impuestos. *Economía y Sociedad* (39 - 40), 47 - 61.
13. Congreso Nacional. (1997). *Ley de Creación del Servicio de Rentas Internas (SRI)*. Quito.
14. De Gregorio, J. (2007). *Macroeconomía. Teoría y Políticas* (Primera edición ed.). México: Pearson, Prentice Hall.
15. Escobar, H., & Cuartas, V. (2006). *Diccionario Económico Financiero*. Recuperado el 10 de 12 de 2012, de Google Libros: <http://books.google.com.ec/books?id=O2U5GgwjKsC&printsec=frontcover#v=onepage&q&f=false>
16. Fernández, V. (Octubre de 2009). *Apuntes de Teoría Econométrica*. Recuperado el Mayo de 2013, de Contrastes de Estabilidad: CUSUM, CUSUM2: www.oocities.org/vivipauf/cusum2.PDF
17. Gachet, I. (2010). *Hechos Estilizados de la Economía Ecuatoriana: Ciclo Económico 1965 - 2008*. Quito: Centro de Estudios Fiscales.
18. Gómez, M., Manjarrez, O., & Ventosa, D. (Mayo de 2009). *Regresión Espuria en Especificaciones Dinámicas*. Obtenido de <http://www.paginasprodigy.com/mgomez17/ensayos2009.pdf>

19. González Alonso, B. (1987). *Del Estado Absoluto al Estado Constitucional*. Recuperado el 14 de Febrero de 2013, de <http://ddd.uab.cat/pub/manuscrits/02132397n4-5p81.pdf>
20. Gujarati, D. N. (2004). *Econometría* (Cuarta edición ed.). (D. Garmendia Guerrero, & G. Arango Medina, Trads.) México D.F.: McGraw - Hill Interamericana.
21. Hamilton, J. D. (1994). *Time Series Analysis*. Princeton: Princeton University Press.
22. Hofacker, A. (2008). *Rapid lean construction - quality rating model*. Manchester: s.n.
23. Kikut Valverde, A. C., & Ocampo Chacón, A. N. (2005). *Ajuste Estacional de Series Económicas con Tramo/Seats y Censur X12 - ARIMA*. Recuperado el 2013, de <http://www.bccr.fi.cr/ndie/DIE-01-2005-NT-NOTA%20TECNICA-AJUSTE%20ESTACIONAL%20SERIES%20ECONO.pdf>
24. Koskela, L. (1992). *Application of the new production philosophy to construction*. Finland: VTT Building Technology.
25. Krugman, P., Vells, R., & Olney, M. (2008). *Fundamentos de Economía* (Primera edición ed.). Barcelona: Reverté.
26. López Flores, C. R. (2012). *Los Ciclos Económicos, John Maynard Keynes*. Recuperado el 19 de 03 de 2013, de <http://paginas.ufm.edu/clyntonr/Los%20Ciclos%20Econ%C3%B3micos.pdf>
27. Martín, F. (2006). *Los Factores Determinantes de la Recaudación Tributaria*. Obtenido de http://www.mecon.gov.ar/sip/basehome/factores_recaudacion_tributaria.pdf

28. Mochón, F. (2006). *Principios de Economía* (Tercera edición ed.). Madrid: McGraw - Hill.
29. Montañés, A. (2 de Junio de 1995). *Contrastes de Cambio Estructural*. Obtenido de <http://dae.unizar.es/amontane/e2/CambioEs.PDF>
30. Muñoz, E., & Kikut, A. C. (1994). *El filtro de Hodrick y Prescott: una técnica para la extracción de la tendencia de una serie*. Costa Rica: Banco Central de Costa Rica, Departamento de Investigaciones Económicas.
31. Musgrave, R. A. (1959). *Teoría de la Hacienda Pública*. (J. M. Lozano Irueste, Trad.) Madrid: McGraw - Hill / Ediciones Juan Bravo.
32. Musgrave, R. A., & Musgrave, P. B. (1992). *Hacienda Pública Teórica y Aplicada* (Quinta edición ed.). (J. F. Corona Ramón, J. Costas Terrones, & A. Diaz Alvarez, Trads.) Madrid: McGraw - Hill / Interamericana de España S.A.
33. Naranjo, M. (2010). *La Economía del Ecuador con Dolarización Oficial: 10 Años Después*. Quito: Colegio de Economistas de Pichincha.
34. Salim, J. A. (2006). Proyección, Acompañamiento y Análisis del Comportamiento de la Recaudación Tributaria. En *Serie Temática Tributaria CIAT. Recaudaciones* (págs. 1 - 34). Brasil: Centro Interamericano de Administraciones Tributarias.
35. Seligman, R. (23 de Febrero de 2010). *Forexeco.com*. Recuperado el 16 de Febrero de 2013, de <http://www.forexeco.com/16-ingresos-publicos-concepto-y-clases/Servicio de Rentas Internas>. (2012). *Una Nueva Política Fiscal para el Buen Vivir*. Quito: Servicio de Rentas Internas.
36. Sevilla, J. V. (2004). *Política y Técnica Tributarias*. Madrid: Instituto de Estudios Fiscales.

37. Stiglitz, J. E. (2000). *La Economía del Sector Público* (Tercera Edición ed.). Barcelona: Antoni Bosch Editor S.A.
38. UNECE. (2012). *Practical Guide to Seasonal Adjustment with DEMETRA+*. *From Source Series to User Communication*. Recuperado el 15 de Abril de 2013, de http://www.unece.org/fileadmin/DAM/stats/publications/Practical_Guide_to_Seasonal_Adjustment_final_web.pdf
39. Villavicencio, J. (s.f.). *Introducción a Series de Tiempo*. Recuperado el 10 de Abril de 2013, de http://www.estadisticas.gobierno.pr/iepr/LinkClick.aspx?fileticket=4_BxecUaZmg%3D&tabid=100
40. Villavicencio, J. (2010). *Introducción a Series de Tiempo*. Recuperado el 10 de Abril de 2013, de http://www.estadisticas.gobierno.pr/iepr/LinkClick.aspx?fileticket=4_BxecUaZmg%3D&tabid=100
41. Wooldridge, J. M. (2010). *Introducción a la Econometría. Un enfoque moderno* (Cuarta edición ed.). (M. d. Hano, & E. Hernan D'Borneville, Trads.) Santa Fe: Cengage Learning Editores.

ANEXOS

ANEXO A – Prueba de Normalidad de los Errores**Prueba de Normalidad de Jarque – Bera**

Luego de haber estimado los modelos de regresión para la recaudación del impuesto a la renta y del impuesto al valor agregado, es necesario verificar que se cumpla el supuesto de normalidad de los términos de error. En este proyecto se utilizará la prueba de normalidad de Jarque – Bera.

La prueba de normalidad de Jarque – Bera es una prueba asintótica o de muestras grandes. Esta prueba consiste en determinar si los valores de asimetría y curtosis de una serie de datos se apartan de las normas 0 y 3, respectivamente (Gujarati, 2004). El estadístico de Jarque – Bera se define de la siguiente manera:

$$JB = n \left[\frac{S^2}{6} + \frac{(K - 3)^2}{24} \right]$$

Donde,

n es el tamaño de la muestra

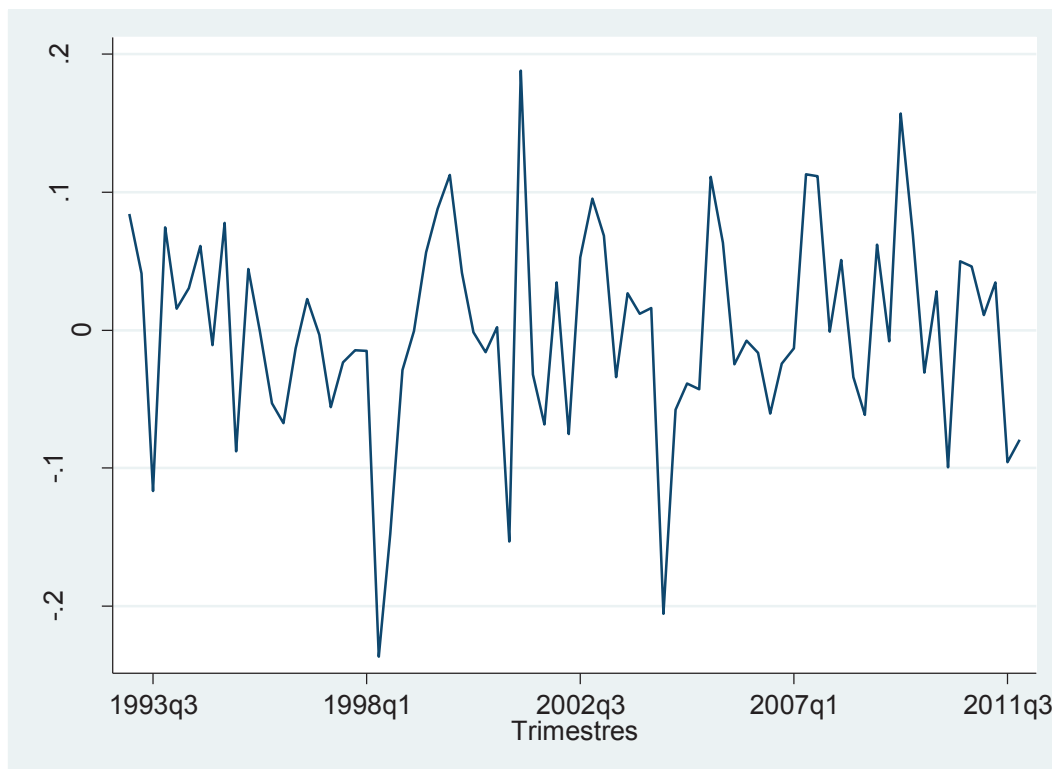
S es la asimetría,

K es la curtosis.

Según la hipótesis nula de normalidad, el estadístico JB sigue una distribución ji cuadrado con 2 grados de libertad. Si el estadístico JB es menor que el estadístico ji cuadrado, se concluye que los errores se encuentran normalmente distribuidos, es decir, se acepta la hipótesis nula de normalidad (Gujarati, 2004).

1. Modelo del Impuesto a la Renta

Figura 18 Residuos del Modelo del Impuesto a la Renta



Elaborado por: Autor

Descripción: La figura muestra los residuos del modelo Marcov – Switching entre la recaudación del Impuesto a la Renta y el PIB.

Tabla 13 Prueba de Jarque – Bera para el modelo del IR

Variable	n	Asimetría	Curtosis	Estadístico JB	Ji - Cuadrado $(\chi^2_{(2),0.05})$	Prob. > $\chi^2_{(2),0.05}$
Residuos_IR	76	-0.44	3.97	5.43	5.99	0.0618

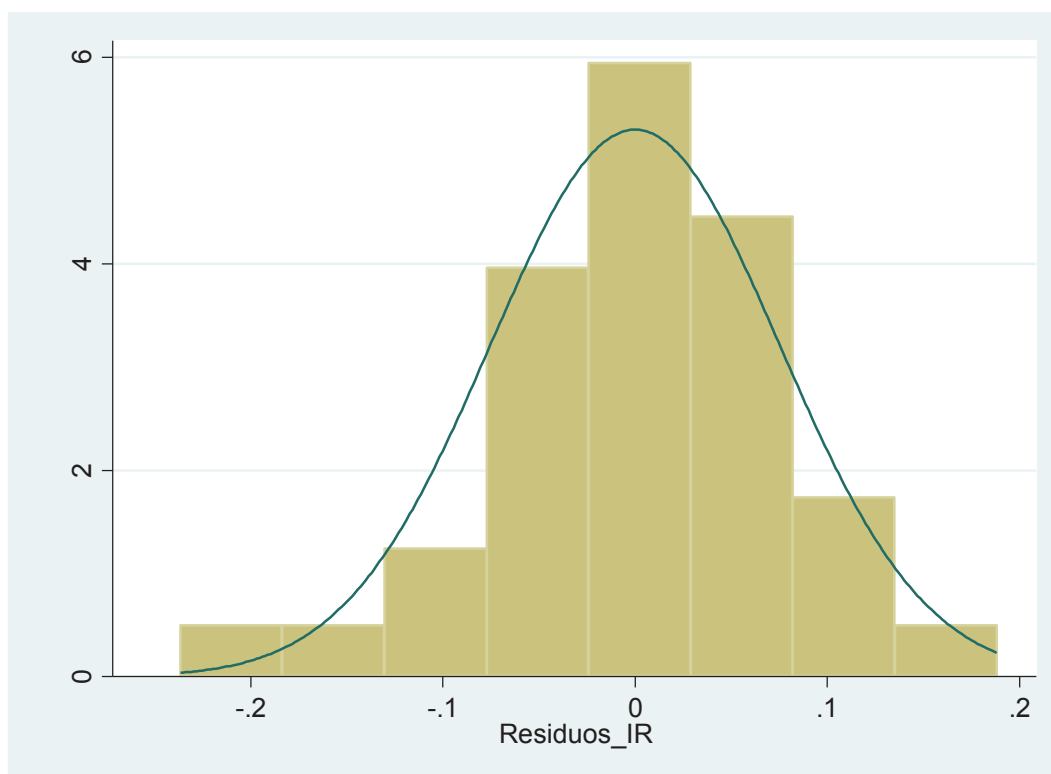
Elaborado por: Autor

En la tabla se puede observar los valores de la asimetría y curtosis de los residuos del modelo del Impuesto a la Renta con los cuales se calcula el estadístico JB. El estadístico Jb

(5.43) es menor al estadístico $\chi^2_{(2),0.05}$ (5.99), con lo cual se concluye que los errores del modelo se encuentran normalmente distribuidos.

Este resultado se puede confirmar al realizar un histograma de los residuos

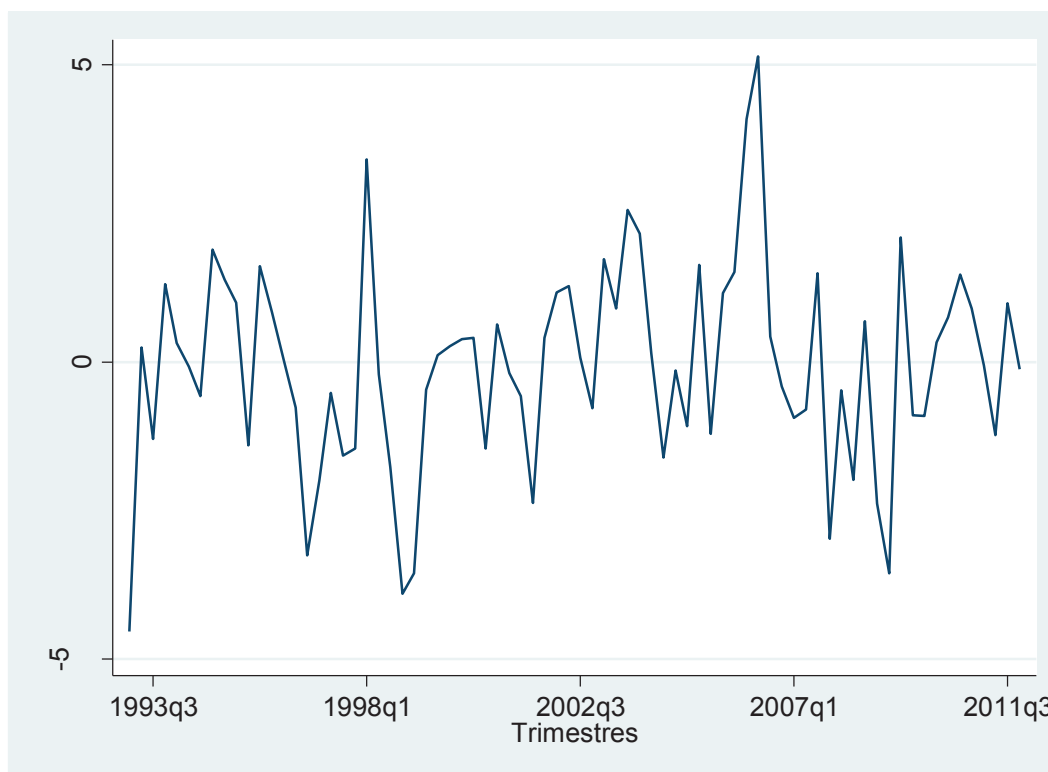
Figura 19 Histograma de los Residuos del Modelo del Impuesto a la Renta



Elaborado por: Autor

2. Modelo del Impuesto al Valor Agregado

Figura 20 Residuos del Modelo del Impuesto al Valor Agregado



Elaborado por: Autor

Descripción: La figura muestra los residuos del modelo Marcov – Switching entre la recaudación del Impuesto la Valor Agregado y el PIB.

Tabla 14 Prueba de Jarque – Bera para el modelo del IVA

Variable	n	Asimetría	Curtosis	Estadístico JB	Ji - Cuadrado	Valor p
Residuos_IVA	76	0.012	3.71	1.6	5.99	0.447

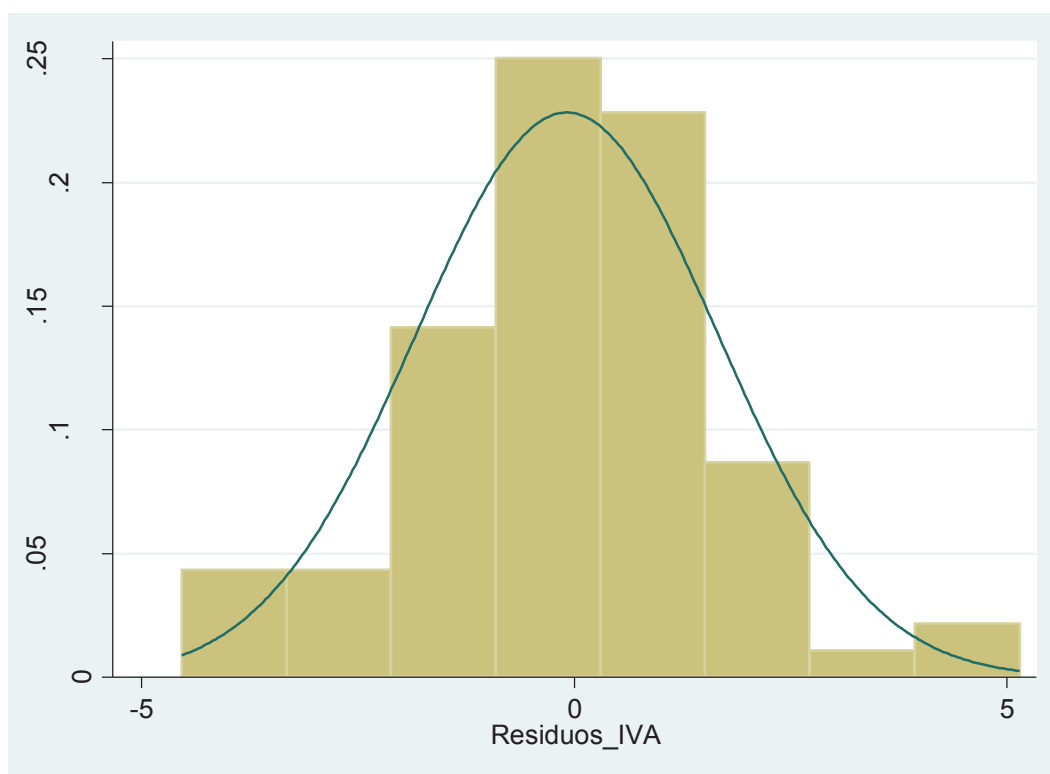
Elaborado por: Autor

En la tabla se encuentran los valores de la asimetría y curtosis de los residuos del modelo del Impuesto al Valor Agregado con los cuales se calcula el estadístico JB. Como se puede

observar, el estadístico JB (1.6) es menor al estadístico $\chi^2_{(2),0.05}$ (5.99), con lo cual se concluye que los errores del cumplen con el supuesto de normalidad.

Este resultado se puede confirmar al realizar un histograma de los residuos

Figura 21 Histograma de los Residuos del Modelo del Impuesto a la Renta



Elaborado por: Autor