

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA

MODELACIÓN Y SIMULACIÓN DE UN SISTEMA CENTRALIZADO DE BOMBEO HIDRÁULICO TIPO JET DE UN CAMPO PETROLERO

TESIS PREVIA A LA OBTENCIÓN DEL GRADO DE MAGÍSTER (M.Sc.) EN SISTEMAS DE TRANSPORTE DE PETRÓLEO Y DERIVADOS

ING. JOSÉ LUIS YUNAPANTA VELASTEGUÍ

jl_escorpion@hotmail.com

DIRECTOR: ING. M.Sc. LENÍN UBIDIA

ubidialenin@yahoo.com

Quito, Marzo 2011

DECLARACIÓN

Yo, José Luis Yunapanta Velasteguí, declaro que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

La Escuela Politécnica Nacional, puede hacer uso de los derechos correspondientes a este trabajo, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normatividad institucional vigente.

Ing. José Luis Yunapanta Velasteguí

CERTIFICACIÓN

Certifico que el siguiente trabajo fue desarrollado por el Ing. José Luis Yunapanta Velasteguí bajo mi supervisión.

Ing. M.Sc. Lenín Ubidia
DIRECTOR DE TESIS

AGRADECIMIENTO

Al Ing. M.Sc. Lenín Ubidia, por compartir sus conocimientos avanzados de Hidráulica e Hidrodinámica en el desarrollo de la Maestría en Sistemas de Transporte de Petróleo y Derivados, por su aporte científico aplicado al desarrollo tecnológico del país y por su acertada dirección y colaboración, fundamentales para culminar este proyecto.

Al Ing. M.Sc. Iván Zambrano Orejuela, por su abnegada gestión como Director de la Carrera de Postgrados de la Facultad de Ingeniería Mecánica, en su afán de interrelacionar la Industria con la Escuela Politécnica Nacional.

Al Ing. M.Sc. Ricardo Soto Aymar, por su apoyo en el desarrollo de la programación en Matlab.

A todas las personas que de una u otra forma han colaborado para la terminación exitosa de este trabajo.

DEDICATORIA

El presente trabajo está dedicado con mucho cariño para las personas más importantes en mi vida:

A mi bella y noble esposa Diana, con la que juntos emprendimos un proyecto de vida; con la que he compartido alegrías y también ciertos pesares, la persona que ha sabido ser un modelo de madre, comprensiva y preocupada por resolver ciertos problemas con equilibrado tino y delicadeza maternal, impartiendo claros consejos con benevolencia de Dios y haciendo de nuestros hijos buenos cristianos y amantes de la libertad. Te amo con todo mi corazón.

A mis padres Nicolás y Fanny, gracias por ser fuente inagotable que estimula mi corazón y mi mente, por enseñarme a valorar la vida, por compartir mis fracasos envolviéndome en un fuerte abrazo, por saborear mis victorias cuando estaba yo en la gloria. Por todos sus esfuerzos y enseñanzas he logrado ser quien soy yo ahora, hombre derecho, de moral amplia y de mirada segura hacia el futuro. Me ha bendecido Dios al darme padres como ustedes, y lo menos que puedo es expresarles mi respeto, cariño y gratitud imperecederos.

A mis hijos, porque son mi alegría, la más tierna compañía y la ilusión de mi vida. Por ellos mis desvelos y mis anhelos; para que siempre sean felices, para que nunca digan NO PUEDO, para que siempre luchen por alcanzar sus sueños, a sabiendas que para lograrlo requerirán de mucho esfuerzo y sacrificio.

A mis hermanos, que son mis amigos con los que siempre puedo contar y a los que quiero con toda mi alma. De manera especial a mi hermana Sandra Ileana, que desde el cielo guía y bendice mis pasos; y sé que se sentirá muy orgullosa por la culminación de este trabajo. Nunca te olvidaré mi hermana del alma.

José Luis

CONTENIDO

DECLARACION	ii
CERTIFICACION	iii
AGRADECIMIENTO	iv
DEDICATORIA	v
CONTENIDO	vi
SIMBOLOGIA	x
RESUMEN	xii
PRESENTACION	xiv
CAPITULO 1	1
SISTEMA DE BOMBEO HIDRAULICO	1
1.1 INTRODUCCION	1
1.1.1 LIMITACIONES DE OTRAS FORMAS DE LEVANTAMIENTO	2
1.1.2 VENTAJAS DEL BOMBEO HIDRAULICO.....	4
1.1.3 DESVENTAJAS DEL BOMBEO HIDRAULICO	6
1.1.4 TIPOS DE SISTEMAS DE OPERACION.....	7
1.1.5 TPOS DE INSTALACIONES DE BOMBAS DE SUBSUELO	13
1.1.6 INSTALACION CASIG-LIBRE	14
1.1.7 INSTALACION PARALELO-LIBRE.....	15
1.1.8 INSTALACIONES DE BOMBA FIJA.....	17
1.1.9 INSTALACION DEPENDIENTE DE CABLE.....	19
1.1.10 FLUIDO MOTRIZ.....	19
1.2 BOMBA JET	21
1.2.1 TEORIA	21
1.2.2 CAVITACION.....	25
1.2.3 EMULSIONES	26
1.2.4 CONSIDERACIONES DE DIMENSIONAMIENTO	27
1.3 BOMBA PISTON	27
1.3.1 OPERACION	28
1.3.2 BOMBA DE DESPLAZAMIENTO SIMPLE	29

1.3.3 BOMBA DE DOBLE DESPLAZAMIENTO	30
1.3.4 VELOCIDAD DEL PISTON	34
1.4 SISTEMA DE ACONDICIONAMIENTO DE FLUIDO MOTRIZ EN SUPERFICIE	35
1.4.1 SISTEMA DE ACONDICIONAMIENTO DE FLUIDO MOTRIZ CENTRALIZADO	35
1.4.2 SISTEMA DE ACONDICIONAMIENTO DE FLUIDO MOTRIZ INDEPENDIENTE	36
CAPITULO 2	39
ANALISIS ENERGETICO DE LA BOMBA JET	39
2.1 MODELO MATEMATICO	39
2.2 EFICIENCIA	48
2.3 CURVAS ADIMENSIONALES	48
2.4 CAUDAL EN LA BOQUILLA	51
2.5 CAVITACION	52
2.6 EFECTO DE LA PRESION DE DESCARGA	54
CAPITULO 3	59
REDES GENERALIDADES Y PRINCIPIOS BASICOS	59
3.1 INTRODUCCION	59
3.2 DEFINICION DE UNA RED DE DISTRIBUCION	59
3.3 DESARROLLO DEL MODELO	60
3.4 ELEMENTOS CONSTITUTIVOS MAS IMPORTANTES.....	62
3.5 FLUJO PERMANENTE EN CONDUCTOS CERRADOS.....	63
3.5.1 PRINCIPIO DE CONSERVACION DE MASA	63
3.5.2 ECUACION DE LA ENERGIA	65
3.5.3 ECUACION DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO	77
CAPITULO 4	80
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	80
4.1 INTRODUCCION	80
4.2 DETERMINACION DE LAS VARIABLES.....	80
4.2.1 VARIABLES LOCALES	80

4.2.2 VARIABLES DE RECORRIDO	81
4.3 PLANTEAMIENTO DE LAS CONDICIONES DEL PROBLEMA	82
4.3.1 ECUACIONES DE KIRCHOFF APLICADAS A REDES DE FLUIDO MOTRIZ.....	82
4.3.2 PROCEDIMIENTO DE ANALISIS	82
4.3.3 PRESENTACION MATEMATICA DEL METODO DE ANALISIS	82
4.4 RELACIONES FUNCIONALES PARA EL CALCULO.....	84
4.4.1 TUBERIAS.....	84
4.4.2 VALVULAS	87
4.4.3 BOMBA CENTRIFUGA	88
4.4.4 BOMBA JET	90
4.5 CRITERIOS DE ASIGNACION DE INCOGNITAS A LOS NUDOS.....	99
CAPITULO 5	101
PROCEDIMIENTO DE RESOLUCION	101
5.1 INTRODUCCION	101
5.2 RELACIONES DE CONECTIVIDAD	102
5.3 METODO DE LAS PRIMERAS APROXIMACIONES.....	105
5.3.1 LINEALIZACION DE ECUACIONES	105
5.3.2 CONFORMACION DEL SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES.....	122
5.4 METODO ITERATIVO DE NEWTON-RAPHSON APLICADO A LA SOLUCION DE REDES DE DISTRIBUCION DE PETROLEO.....	125
5.4.1 DESARROLLO MATEMATICO	126
5.4.2 PROCEDIMIENTO ITERATIVO DE RESOLUCION	127
CAPITULO 6	133
DESCRIPCION DEL PROGRAMA PARA EL CÁLCULO DE REDES DE DISTRIBUCION EN SISTEMAS CENTRALIZADOS DE BOMBEO HIDRAULICO	131
6.1 INTRODUCCION	131
6.2 DEFINICION DE VARIABLES, VECTORES, Y ARREGLOS UTILIZADOS EN EL DESARROLLO DE LOS ALGORITMOS	131
6.3 DESCRIPCION DE PROGRAMAS Y SUBPROGRAMAS	137

CAPITULO 7	143
APLICACIONES Y MANUAL DEL PROGRAMA	143
7.1 INTRODUCCION	143
7.2 LIMITACIONES Y ALCANCES DEL PROGRAMA.....	144
7.3 CODIFICACION DE LA RED	145
7.3.1 NUMERACION DE LOS ELEMENTOS DE LA RED	146
7.3.2 IDENTIFICACION DE INCOGNITAS.....	146
7.3.3 DETERMINACION DE VALORES CONOCIDOS EN LOS ELEMENTOS DE LA RED.....	147
7.3.4 CONDICIONES GENERALES DE LA RED.....	147
7.3.5 CRITERIOS DE DISEÑO.....	148
7.3.6 INGRESO DE DATOS	149
7.4 EJEMPLOS DE CALCULO	150
7.4.1 APLICACIÓN A UN SISTEMA DE ACONDICIONAMIENTO DE FLUIDO MOTRIZ INDEPENDIENTE.....	150
7.4.2 APLICACIÓN A UN SISTEMA DE ACONDICIONAMIENTO DE FLUIDO MOTRIZ CENTRALIZADO	159
CAPITULO 8	186
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	186
8.1 CONCLUSIONES.....	186
8.2 RECOMENDACIONES	187
BIBLIOGRAFIA	188
ANEXOS	189
ANEXO 1	190
PROGRAMA PARA SIMULACION DE SISTEMAS DE BOMBEO HIDRAULICO TIPO JET	190

SIMBOLOGÍA

A_n	Área de flujo en la boquilla
A_s	Área neta de producción en la garganta
A_t	Área total de flujo en la garganta
f_w	Corte de agua del fluido de producción
f_{w2}	Corte de agua del fluido de retorno
E_n	Energía por unidad de tiempo suministrada en la boquilla
E_s	Energía por unidad de tiempo agregada al fluido de producción
F_d	Pérdida de energía por unidad de tiempo debido a la fricción en el difusor
F_f	Pérdida total de energía por unidad de tiempo debido a la fricción
F_n	Pérdida de energía por unidad de tiempo debido a la fricción en la boquilla
F_s	Pérdida de energía por unidad de tiempo debido a la fricción en el circuito de succión.
F_t	Pérdida de energía por unidad de tiempo debido a la fricción en la garganta
F_1	Pérdida de presión en el fluido motriz en el tubing
F_2	Pérdida de presión en el circuito de retorno
GLR	Relación Gas-Líquido, scf/bbl
GOR	Relación Gas-Petróleo, scf/bbl
G_1	Gradiente del fluido motriz, psi/ft
G_2	Gradiente del fluido de retorno, psi/ft
G_3	Gradiente del fluido de producción, psi/ft
g	Aceleración de la gravedad
H	Relación adimensional de la cabeza de levantamiento
HP	Potencia, hp
HP_{q1}	Potencia suministrada en el fluido motriz
HP_{q3}	Potencia añadida al fluido de producción
H_1	Altura total, fluido motriz
H_2	Altura total, fluido en la descarga
H_3	Altura total, fluido de succión
h_1	Profundidad de asentamiento de la bomba
h_3	Nivel de fluido sobre la succión de la bomba

I	Intersección del eje vertical con la línea recta aproximada de la curva H vs. M
K	Constante
K_n	Coefficiente de pérdidas en la boquilla
K_d	Coefficiente de pérdidas en el difusor
K_s	Coefficiente de pérdidas en la succión
K_t	Coefficiente de pérdidas en la garganta
L	Pérdida de energía por unidad de tiempo en la mezcla de fluidos
M	Relación adimensional de flujos, q_3/q_1
M_c	Relación de flujos en el límite de cavitación
N	Variable algebraica intermedia utilizada en la definición de H
P_a	Presión en la entrada de la garganta, psi
P_b	Presión en la salida de la garganta, psi
P_{wh}	Presión de cabeza en la línea de retorno, psi
P_v	Presión de vapor, psi
q_1	Caudal de fluido motriz
q_2	Caudal de fluido de retorno, fluido motriz y fluido de producción
q_3	Caudal de fluido de producción
R	Relación de áreas, A_n/A_t
m	Pendiente de la línea recta aproximada de la curva H vs. M
γ	Gravedad específica
V_n	Velocidad del fluido en la boquilla
V_s	Velocidad del fluido en el área de succión, alrededor de la punta de la boquilla.
V_t	Velocidad del fluido en la garganta
H_v	Cabeza de velocidad del fluido motriz en la boquilla
f_{h3}	Porcentaje de sumergencia (h_3/h_1)
β_R	Variable algebraica intermedia para calcular f_{h3}
ρ	Gravedad específica (peso específico)
E	Eficiencia

RESUMEN

El presente trabajo realiza la Modelación y Simulación de un Sistema de Fluido Motriz Independiente y de un Sistema de Fluido Motriz Centralizado de Bombeo Hidráulico Tipo Jet de un Campo Petrolero.

El primer capítulo describe los conceptos fundamentales de un Sistema de Bombeo Hidráulico, sus ventajas y desventajas respecto a otros Sistemas de Levantamiento Artificial, tipos de instalaciones, tipos de bombas de subsuelo y finaliza haciendo una revisión de la bomba Jet, sus componentes principales y la influencia de los parámetros operacionales en el desempeño de la bomba.

El segundo capítulo se dedica al análisis energético de la bomba Jet, se desarrolla un modelo matemático basado en las ecuaciones de conservación de energía, momento y masa. Este conjunto de ecuaciones describen el comportamiento de bombas geoméricamente similares y nos permiten graficar las curvas características y de eficiencia que gobiernan el desempeño de este tipo de bombas.

En el tercer capítulo se define la necesidad de analizar el efecto sobre la distribución de presiones y caudales, en cambios de los elementos constitutivos del sistema o en sus condiciones de operación; se define el concepto de Red de Distribución, el desarrollo del modelo y los elementos constitutivos más importantes. También se realiza un análisis del flujo permanente en tuberías, y el desarrollo de las ecuaciones que controlan su comportamiento basados en el principio de conservación de la energía, principio de conservación de masa y principio de conservación de la cantidad de movimiento.

En el cuarto capítulo se desarrollan los criterios sobre los tipos de variables que deben considerarse en una Red de Distribución, las condiciones que deben ser

satisfechas en el problema, y las relaciones matemáticas que sustentarán el procedimiento de resolución para cada tipo de tramo.

El quinto capítulo describe el procedimiento de resolución para el sistema de ecuaciones no lineales resultantes, se escogió el Método de Newton-Raphson que es un procedimiento iterativo puramente matemático que permite la resolución de una Red de Distribución; el mismo requiere de estimaciones previas de las soluciones y de los cuales depende la eficiencia del método. Para la estimación de los valores iniciales y con el objetivo de garantizar la convergencia del proceso iterativo de Newton-Raphson se propone el método de las Primeras Aproximaciones, el que ha sido probado con éxito para fluidos monofásico incompresibles y que probado para Redes de Distribución arroja resultados satisfactorios.

En el sexto capítulo se realiza una descripción detallada de los programas y subprogramas desarrollados en Matlab para el Cálculo de Redes de Distribución en Sistemas Centralizados de Bombeo Hidráulico.

Finalmente en el séptimo capítulo se incluyen dos aplicaciones reales de simulación, la primera para un pozo Independiente y la otra para un Sistema Centralizado de Distribución de Fluido Motriz.

PRESENTACIÓN

Los pozos petroleros del Distrito Oriente del Ecuador en su gran mayoría requieren de un Sistema de Levantamiento Artificial como método para poder recuperar el petróleo desde el fondo del pozo hasta la superficie.

El Levantamiento Artificial Eléctrico es el predominante, seguido muy de cerca por el Levantamiento Artificial Hidráulico, el cual ha trascendido y adquirido notoriedad en los Campos Petrolíferos Ecuatorianos, ya que es un método que se adapta sin dificultad a la realidad de nuestros Yacimientos y es relativamente económico y versátil.

Por lo expuesto es necesario que los Ingenieros de Diseño, Proyectos y Producción que trabajamos en la industria petrolera, estemos familiarizados con los conocimientos fundamentales que controlan el comportamiento de cada uno de los elementos de una Red de Distribución y con herramientas informáticas que nos permitan modelar eficientemente un Sistema de Bombeo Hidráulico Independiente o Centralizado para optimizar la Producción.

La operación de estos sistemas requiere de un monitoreo continuo, lo cual se dificulta ya sea por el tamaño, la complejidad o la inaccesibilidad que presentan estos sistemas, o bien por requerimientos de diseño, ya que son sistemas presurizados con un mínimo de puntos disponibles para instrumentación y medición de los parámetros primarios de operación, tales como presión, y flujo. En todo caso, la simulación de la red permite evaluar éstas y otras variables, en un número mayor de localizaciones, de lo que es posible en forma física. La selección de puntos de monitoreo depende de la seguridad del tramo diseñado y la certeza de operación del tramo.

Durante la etapa de diseño, la simulación de la red es útil en la planeación de sistemas nuevos, la evaluación de diversas configuraciones del sistema, la

predicción de condiciones operativas en diferentes puntos de éste y la predicción y prevención de situaciones indeseables y riesgosas, entre otras.

Durante la etapa de operación normal, la simulación de la red permite la evaluación de los parámetros operativos básicos, tales como presión, velocidad y caudal del fluido.

El programa desarrollado en el presente trabajo nos permite realizar el análisis hidrodinámico de un pozo con una bomba hidráulica tipo Jet, de una tubería, de una válvula, de una bomba centrífuga ó de cualquier combinación que exista como red. Una sola red puede incluir tanto la red superficial como múltiples pozos.

Es importante anotar que el flujo que consideramos para la modelación de la Red es monofásico e incompresible, por lo que los resultados obtenidos no son exactos. En realidad en la red de un Sistema de bombeo hidráulico existe la presencia de flujos multifásicos, en especial el fluido de producción que está compuesto por las fases líquido-gas y la fase líquida no homogénea.

Espero que la aplicación del programa desarrollado en el presente trabajo contribuya de manera práctica en el diseño, rediseño, análisis y optimización de Sistemas Centralizados de Bombeo Hidráulico, y se vaya más allá del análisis individual de pozos.

Espero también que el trabajo desarrollado sirva de plataforma para el desarrollo de futuras investigaciones acerca de los Sistemas de Levantamiento Artificial, en el cual hay un camino largo por recorrer.

CAPÍTULO 1

SISTEMA DE BOMBEO HIDRAULICO

1.1. INTRODUCCION

Desde la década de 1930, varios miles de pozos de petróleo han sido y siguen siendo, producidos con bombas hidráulicas, y el número de nuevas instalaciones hidráulicas aumenta cada año.

El sistema de bombeo hidráulico toma el líquido (agua o petróleo) de un depósito en la superficie, lo pasa a través de una bomba de pistón múltiplex ó de una bomba eléctrica horizontal (bomba centrífuga multietapas) para incrementar la presión del líquido, y luego se inyecta el líquido presurizado (fluido motriz) hacia el fondo del pozo a través de una sarta de tubería. En la parte inferior de la sarta de tubería el fluido motriz es direccionado hacia la boquilla de la bomba jet, o hacia el motor hidráulico de una bomba de pistón, los cuales se han asentado por debajo del nivel de líquido del pozo.

El rango de la Presión de Inyección de Superficie es aproximadamente de 2000 a 4000 psi, llegando en algunos casos hasta los 4500 psi. Un motor eléctrico, un motor de combustión interna o un motor a gas son los encargados de accionar la bomba de pistón múltiplex.

El Levantamiento Artificial es necesario si un pozo dejó de fluir de manera natural, o si la rata de flujo es inferior a la deseada. El bombeo mecánico (Walking-Beam) es el método de Levantamiento Artificial más comúnmente usado en la actualidad, este ha sido utilizado al menos desde el año 476 D.C. cuando los egipcios utilizaron este principio para bombear agua.¹

¹ PUGH Toby; "Hydraulic Jet Pumping"; USA; 2008; p 242.

En comparación, el Bombeo Hidráulico (bomba de pistón o bomba jet) es mucho más nuevo. Incluso comparado con Bombeo Neumático (Gas-Lift), el cual fue utilizado por primera vez en Pensilvania en 1846, el bombeo hidráulico es un método de Levantamiento artificial relativamente nuevo.

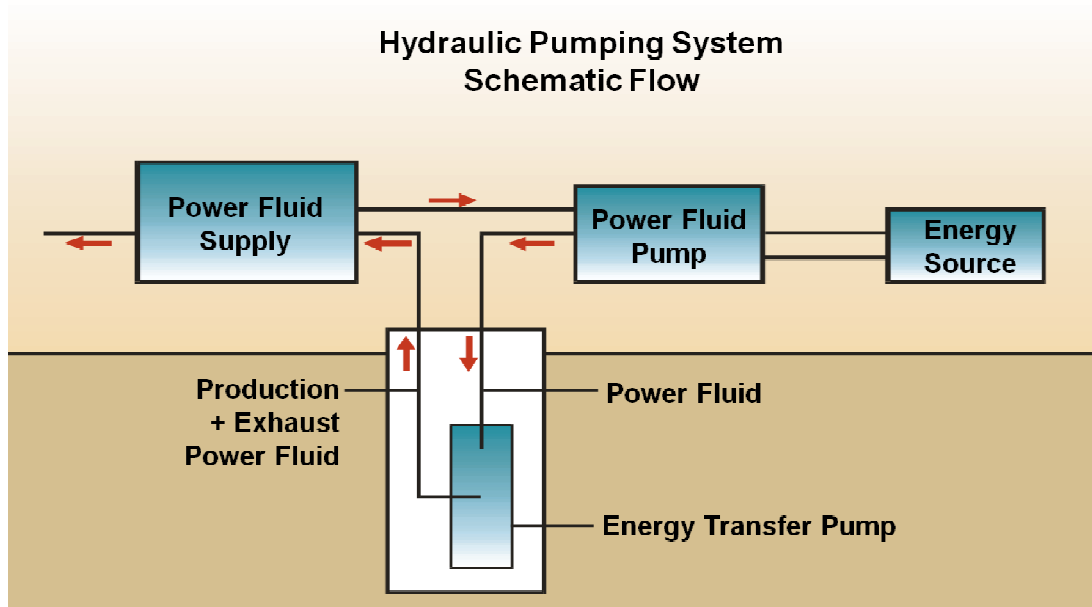


Fig.1.1: Diagrama de Flujo esquemático de un Sistema Hidráulico

Las primeras referencias escritas acerca de bombas jet se encontraron ya en Inglaterra en 1852. Sin embargo las fórmulas matemáticas consistentes para explicar el bombeo jet no fueron publicadas sino hasta 1933 cuando JE Gosline y MP O'Brien, de la Universidad de California publicaron su documento titulado "The Water Jet Pump". Ese documento y otros, fueron utilizados para desarrollar las ecuaciones utilizadas actualmente. Debido a la naturaleza iterativa de estas ecuaciones, la aplicación apropiada de las bombas jet mejoró con el uso generalizado de computadoras.

1.1.1. LIMITACIONES DE OTRAS FORMAS DE LEVANTAMIENTO

El principal factor limitante en el Levantamiento Artificial Mecánico es su propia sarta de varillas. Los miles de pies de varillas necesarios para transmitir el

movimiento recíproco desde la superficie a la bomba en el fondo del pozo, simplemente no pueden fabricarse con una resistencia suficiente para levantar grandes cargas desde grandes profundidades.

La barra superior debe levantar no sólo el fluido del pozo en cada golpe o desplazamiento sino también el peso de toda la varilla sumergida (hasta 15 toneladas de acero). El efecto combinado del peso de la varilla y los efectos dinámicos de la carga cíclica a lo largo de las varillas usadas en pozos verticales imponen serias limitaciones en las profundidades de bombeo y volúmenes de producción asociados (ver figura 1.2a).

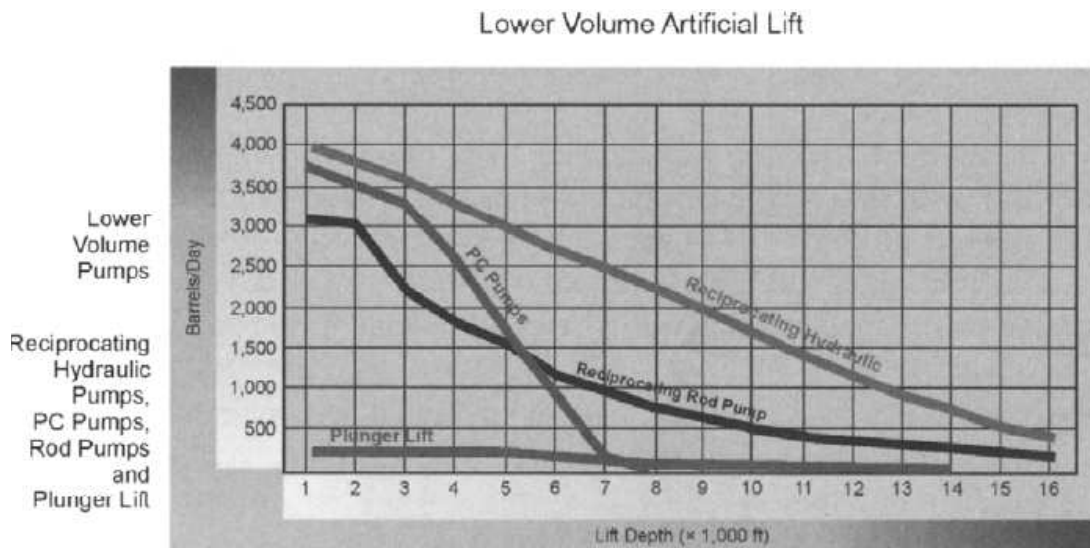


Fig.1.2a: Mecanismos de Levantamiento Artificial para Bajo Volumen

El uso de bombas electro sumergibles de alto volumen es cada vez más limitado con la profundidad. Los problemas incluyen la pérdida de Potencia en el cable, las limitaciones de presión de la descarga de la bomba, el gran número de etapas y la potencia del motor (ver figura 1.2b).²

El uso de Bombeo Neumático (Gas-Lift) también está restringido debido a los requerimientos de presión de fondo fluyente. Por regla general no es posible obtener el mismo diferencial de presión del reservorio (draw-down) con Gas-Lift que con las bombas, la interferencia de gas prevista no es un problema con las bombas.

² PUGH Toby; "Hydraulic Jet Pumping"; USA; 2008; p 245.

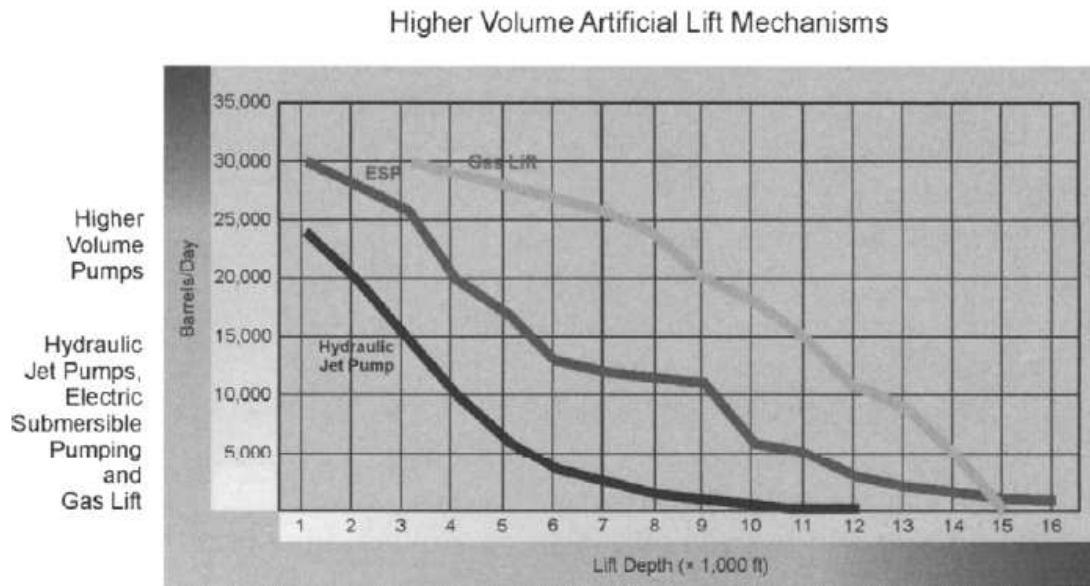


Fig.1.2b: Mecanismos de Levantamiento Artificial para Alto Volumen

Además los pozos profundos pueden requerir altas presiones del compresor, que pueden afectar negativamente la tubería de revestimiento (casing). Sin embargo, el Gas-Lift todavía puede ser ventajoso en pozos gaseosos y arenosos.

1.1.2. VENTAJAS DEL BOMBEO HIDRÁULICO

Hay numerosas ventajas en la utilización del bombeo hidráulico. Una de las principales ventajas es que funciona en un amplio rango de condiciones de pozos, tales como en profundidades de asentamiento de la bomba de hasta 12000 pies y tasas de producción de hasta 25000 bpd. Prácticamente todas las ventajas se aplican a la deshidratación de pozos de gas, así como también a las instalaciones de producción típicas.

- Normalmente, no se requiere equipo de reacondicionamiento de pozos (rig) para recuperar las bombas instaladas en el fondo del pozo (bombas libres). En muchos casos, esta puede ser la principal ventaja de los sistemas de bombeo hidráulico, en comparación a los otros sistemas.
- Tanto las bombas jet como las bombas pistón son altamente flexibles para ajustarse a un amplio rango de las tasas de producción.

- Tanto las bombas jet como las bombas de pistón son capaces de producir caudales más altos desde asentamientos más profundos, que otros sistemas de levantamiento artificial como: Bombeo Mecánico (Reciprocating Rod Pump), Bombeo de Pistón (Plunger-Lift) ó Bombeo de Cavidad Progresiva (PC Pumps).
- Las bombas jet pueden operar de manera confiable en pozos desviados.
- Productos químicos pueden ser añadidos al fluido motriz para controlar la corrosión, parafina, escala (carbonato de calcio), y también se puede utilizar agua fresca para disolver depósitos de sal.
- Las bombas jet no tienen partes móviles.
- Las bombas jet normalmente tienen un mejor desempeño en pozos con un alto GLR, que las bombas de desplazamiento positivo como las bombas de cavidad progresiva, las bombas de varillas o las bombas hidráulicas de pistón.
- Las bombas jet normalmente tienen un mejor desempeño en pozos con un alto GLR, que las bombas electro sumergibles (ESPs).
- Las bombas jet tienen largos períodos de vida útil.
- Las bombas jet estándar pueden operar sin problemas en temperaturas de hasta 400 °F, sólo es necesario utilizar elastómeros de alta temperatura para sus o'rings y empaquetaduras.
- Las bombas jet tienen bajos costos de mantenimiento.
- Las bombas jet se las puede reparar en la locación donde se realiza el trabajo.
- Las bombas jet pueden ser alojadas en diferentes dispositivos de fondo del pozo, como son: camisa (sliding sleeves), mandriles de Gas Lift, wireline nipples y en sus propias cavidades.
- Las bombas jet permiten una alta tolerancia de sólidos en el fluido de producción.
- Las bombas jet presentan una alta resistencia a los daños por corrosión, mediante el uso de materiales inoxidable (CRA, stainless steel) y la inyección de inhibidores de corrosión en el fluido motriz.
- Las bombas jet pueden producir altos volúmenes.
- La bomba hidráulica de pistón tiene una mejor eficiencia en el fondo del pozo que una bomba de varillas.

- Instalaciones con múltiples pozos pueden ser operadas, desde una misma fuente de poder (Sistema Centralizado).
- El fluido motriz sirve como diluyente cuando el fluido de producción es viscoso.
- El fluido motriz puede ser calentado, para levantar crudos pesados o crudos con un alto punto de solidificación.
- El bombeo hidráulico puede ser aplicado para pozos profundos y también para pozos someros.
- Los parámetros operacionales de superficie en el bombeo jet pueden ser utilizados para determinar la presión de fondo fluyente.
- En un Sistema Centralizado de Bombeo Hidráulico, se pueden añadir pozos o unidades de potencia adicionales, sin que esto represente una inversión considerable.
- El bombeo hidráulico ofrece la posibilidad de extraer fluido de formación de dos arenas de manera simultánea, mediante la utilización de completaciones duales.

1.1.3. DESVENTAJAS DEL BOMBEO HIDRÁULICO

- Un problema común para todos los tipos de Levantamiento Artificial, es que se aplica en forma poco apropiada en muchos casos; porque existe falta generalizada de conocimiento acerca del Sistema.
- El personal de operaciones requiere conocimiento suficiente (también es un problema común para todos los tipos de levantamiento).
- Las bombas hidráulicas de pistón tienen una fabricación compleja (al igual que las bombas electro sumergibles ESPs).
- Las presiones de operación cercanas a los 5000 psi representan un peligro para la seguridad.
- El fluido motriz requiere tratamiento. La arena y otros sólidos deben ser removidos para evitar daños por erosión en las partes internas de las bombas hidráulicas.
- La bomba jet requiere de un valor mínimo de presión de fondo fluyente para evitar el fenómeno de cavitación. Esta presión mínima puede ser del 10 al 30 %

de la presión hidrostática, dependiendo de la composición del fluido de producción.

- Las bombas hidráulicas de pistón tienen una capacidad limitada para tolerar sólidos en el fluido de producción.
- El uso de bombas hidráulicas en instalaciones off-shore se ha limitado a plataformas en las que ya existe un sistema de inyección de agua, debido a que los requisitos de espacio en la cubierta pueden ser grandes.
- La presión de colapso de la tubería de revestimiento es una limitante para instalaciones de flujo en reversa. Sólo las bombas jet pueden usarse con flujo en reversa.
- Las bombas jet tienen bajas eficiencias de operación, por lo que requieren de altos caballajes para su funcionamiento.
- Los caudales de fluido motriz varían de 1 a 4 veces los caudales del fluido de producción.
- La contrapresión en la bomba jet tiene una fuerte influencia en la presión de inyección del fluido motriz y puede incrementar la presión de inyección de 1,5 a 4 psi por cada psi que se incremente en la contrapresión. Esto es determinado por la división del área de la boquilla para el área de la garganta, llamada relación de áreas.

1.1.4. TIPOS DE SISTEMAS DE OPERACIÓN

Hay básicamente dos tipos de sistemas de operación en los sistemas de bombeo hidráulico: el sistema de fluido motriz cerrado y el sistema de fluido motriz abierto.³

En un sistema de fluido motriz abierto (OPF), el fluido motriz se mezcla con el fluido producido por el pozo y regresa a la superficie en este estado, mezclado.

En un sistema de fluido motriz cerrado (CPF), no se permite que el fluido producido por el pozo se mezcle con el fluido motriz en ninguna parte del sistema.

³ PUGH Toby; "Hydraulic Jet Pumping"; USA; 2008; p 248.

En las bombas jet, el fluido motriz se mezcla necesariamente con el fluido de producción, razón por la cual el sistema de fluido motriz cerrado (CPF) está limitado para bombas de pistón.

Sistema de Fluido Motriz Abierto (OPF)

El Sistema de Operación con bomba jet utiliza el Sistema de Fluido Motriz Abierto (OPF), dado que el fluido de operación o fluido motriz se mezclan con el fluido producido del pozo y regresa a la superficie en este estado, mezclado.

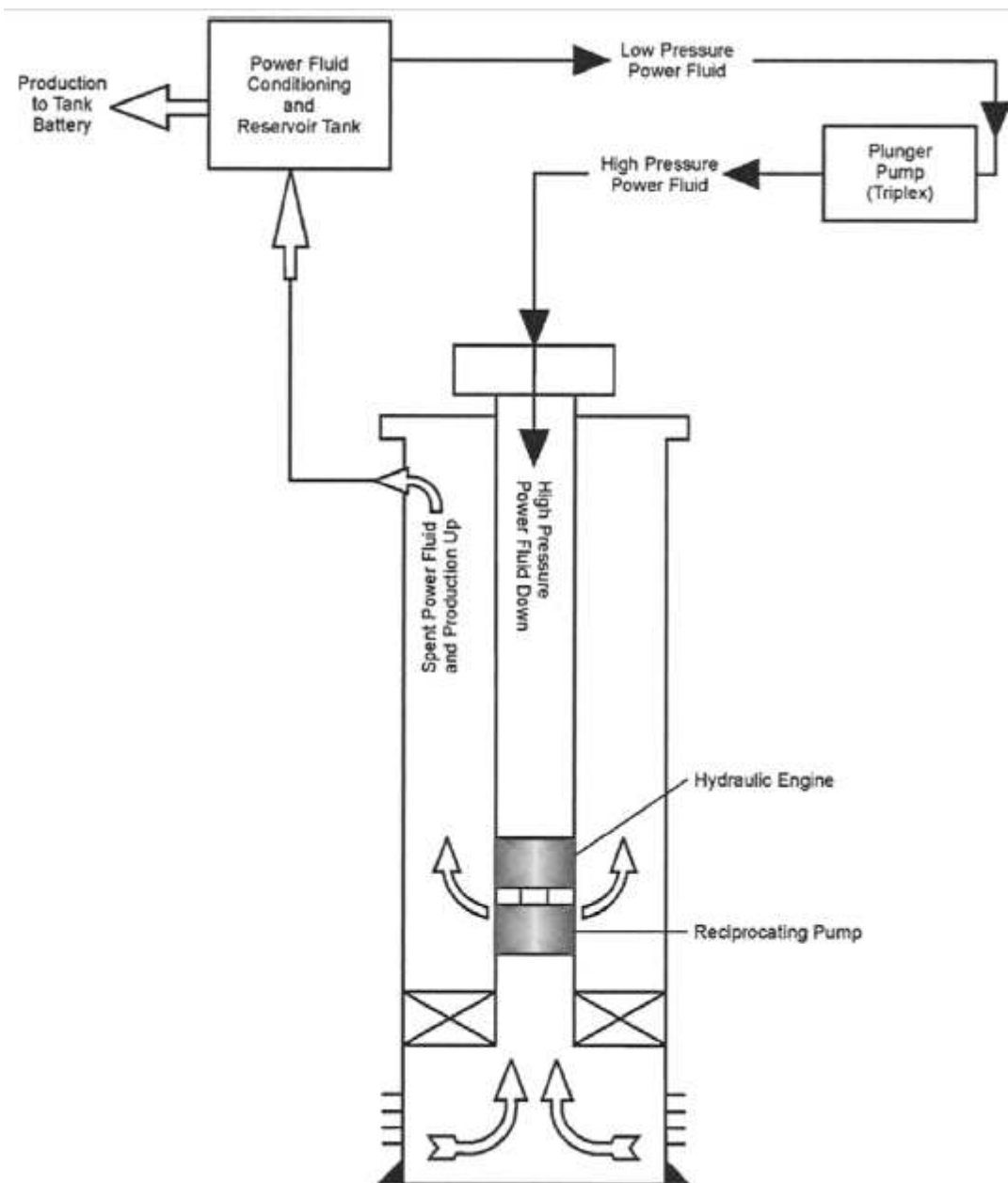


Fig.1.3: Sistema de Fluido Motriz Abierto (OPF)

El sistema mostrado en la figura 1.3 es un típico Sistema de Fluido Motriz Abierto (OPF). Este tipo de sistema no es recomendable para la deshidratación de pozos de gas, ya que la entrada de gas es a través de la bomba. Para la deshidratación de pozos de gas es recomendable utilizar el sistema de fluido motriz abierto, pero utilizando además una bomba jet acoplada al coiled tubing, similar al arreglo mostrado en la figura, este arreglo permite al gas bypassar la bomba a través del espacio anular casing-tubing. La bomba jet para CT (coiled-tubing) es mostrada en la figura 1.5.

En todos los sistemas de fluido motriz abierto, sólo se requieren dos conductos de fluido en el pozo: uno para conducir el fluido motriz a presión (normalmente el tubing) hacia la sección motriz de la bomba jet de subsuelo, y otro conducto (normalmente el espacio anular casing-tubing) para conducir la mezcla de fluidos hasta la superficie (fluido motriz que accionó la bomba, más el fluido de producción).

El sistema de fluido motriz abierto es más sencillo y económico, razón por la cual es más común en las instalaciones de sistemas de bombeo hidráulico en Ecuador.

Además de la sencillez y la ventaja económica, hay otras ventajas inherentes a la mezcla de los fluidos de inyección con el de producción:

- El fluido motriz circulante es el medio ideal para transportar aditivos químicos al fondo del pozo. Los inhibidores de corrosión, incrustación y parafina pueden agregarse para extender la vida útil de los equipos de subsuelo en particular y de todos los equipos y accesorios que conforman el sistema en general. Además si los fluidos producidos tienden a formar emulsiones dentro del pozo, pueden añadirse demulsificantes o antiespumantes al fluido motriz.
- El fluido motriz, al mezclarse, actúa como diluyente. Cuando se levantan fluidos de producción altamente corrosivos, el fluido motriz reduce su concentración a un 50 por ciento. Cuando se producen crudos pesados (extremadamente viscosos), el fluido motriz puede reducir la viscosidad y facilitar el transporte de éste hasta la superficie.

- Al producir fluidos con alto contenido de parafina o escala, el sistema permite circular fluidos calentados o disolventes (antiparafínicos o antiecalas) dentro de las líneas de fluido motriz, para eliminar la acumulación de cera o carbonato de calcio, que pueda restringir o paralizar la producción.⁴

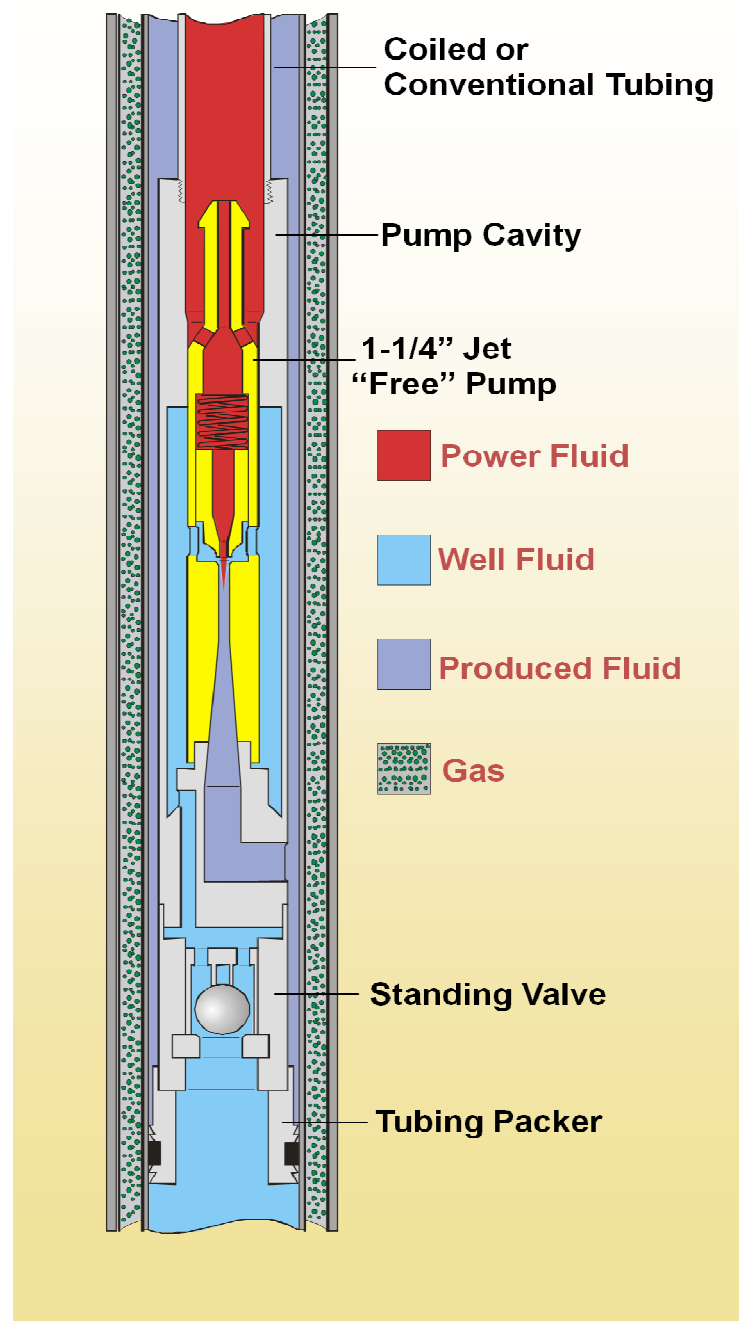


Fig.1.4: Instalación de Bomba Jet para Coiled Tubing 1 ¼ in.

⁴ PUGH Toby; "Hydraulic Jet Pumping"; USA; 2008; p 251.



Fig.1.5: Bomba Jet para Coiled Tubing 1 ¼ in.

Sistema de Fluido Motriz Cerrado (CPF)

En un sistema cerrado de fluido motriz (véase figura 1.6), se requiere una sarta adicional de tubería, tanto dentro del pozo como en la superficie. Una sarta es para transportar el fluido de producción hasta la superficie (batería de tanques), y la otra para que retorne el fluido motriz que ya cumplió su función en el fondo del pozo (accionar la bomba hidráulica) hasta el tanque de suministro correspondiente para volverse a presurizar y recircular.

Esta exigencia de una sarta adicional de tubería, más la complejidad asociada del diseño en el fondo del pozo, hace que el sistema cerrado sea más costoso que el

abierto. Por esta razón, el sistema CPF es menos popular y se utiliza menos que la configuración abierta de fluido motriz.

Ya que están separados en todo momento los fluidos motriz y de producción, el sistema cerrado ofrece algunas ventajas en los casos en que los fluidos producidos sean extremadamente abrasivos o corrosivos. Un sistema cerrado permite utilizar materiales menos sofisticados en la parte motriz de la bomba y podrá prolongar la vida útil de la bomba y también de las instalaciones relacionadas con el fluido motriz en la superficie, si no se usan inhibidores.

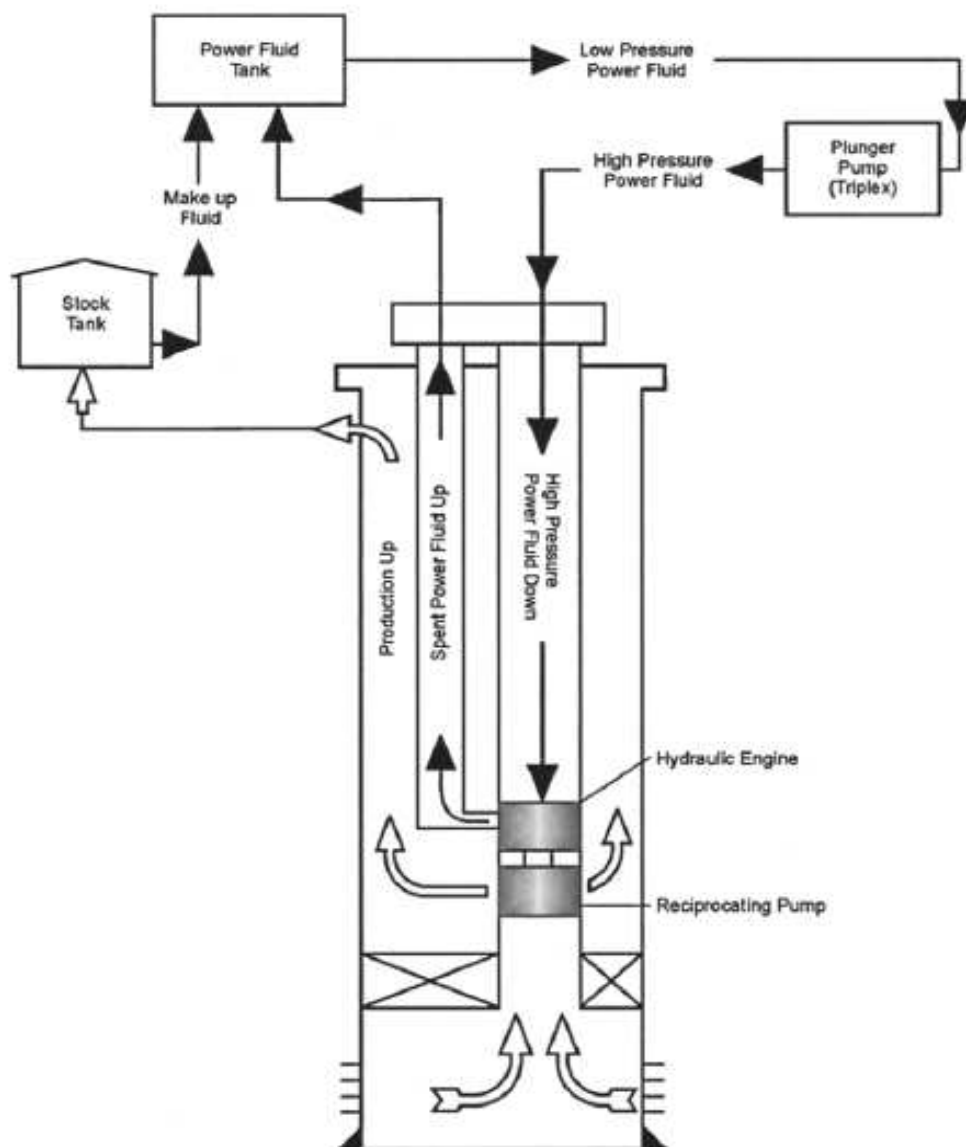


Fig.1-6: Sistema de Fluido Motriz Cerrado (CPF)

Un sistema cerrado puede resultar preferente en las plataformas o en lugares donde las facilidades de superficie son más pequeñas.

En la mayoría de bombas de subsuelo que se utilizan en sistemas cerrados. La parte bomba es lubricada por el fluido motriz, el pistón motriz está diseñado para tener un cierto grado de liqueo, así, el 10 % de el fluido motriz es perdido dentro del fluido de producción, esta cantidad de fluido debe ser retroalimentada al sistema de fluido motriz desde la línea de fluido de producción.

Incluso en un sistema cerrado, el fluido motriz no puede permanecer completamente limpio, dado que las tuberías, válvulas, bombas, tanques y demás accesorios no están completamente libres de contaminantes. Cuando un líquido que contiene materiales sólidos pasa a través pequeños espacios (como por ejemplo entre el pistón de la sección motriz de la bomba y su cilindro), se tenderá a retener el sólido.

1.1.5. TIPOS DE INSTALACIONES DE BOMBAS DE SUBSUELO

Existen tres tipos básicos de instalaciones de bombas de subsuelo: bomba libre (free-type), bomba fija (fixed-type) y bomba de cable (wireline-type).⁵

Instalación de Bomba Libre

Una instalación de bomba libre no requiere unidad de cable (slick line) para desplazar o recuperar la bomba de subsuelo.

La bomba es colocada dentro de la tubería que contiene el fluido motriz y es libre de moverse con el fluido motriz hacia el fondo del pozo y retornar nuevamente a la superficie cuando la dirección del fluido motriz es invertida (ver figura 1.7). Esta podría ser la principal ventaja de los sistemas de bombeo hidráulico.

⁵ PUGH Toby; "Hydraulic Jet Pumping"; USA; 2008; p 253.

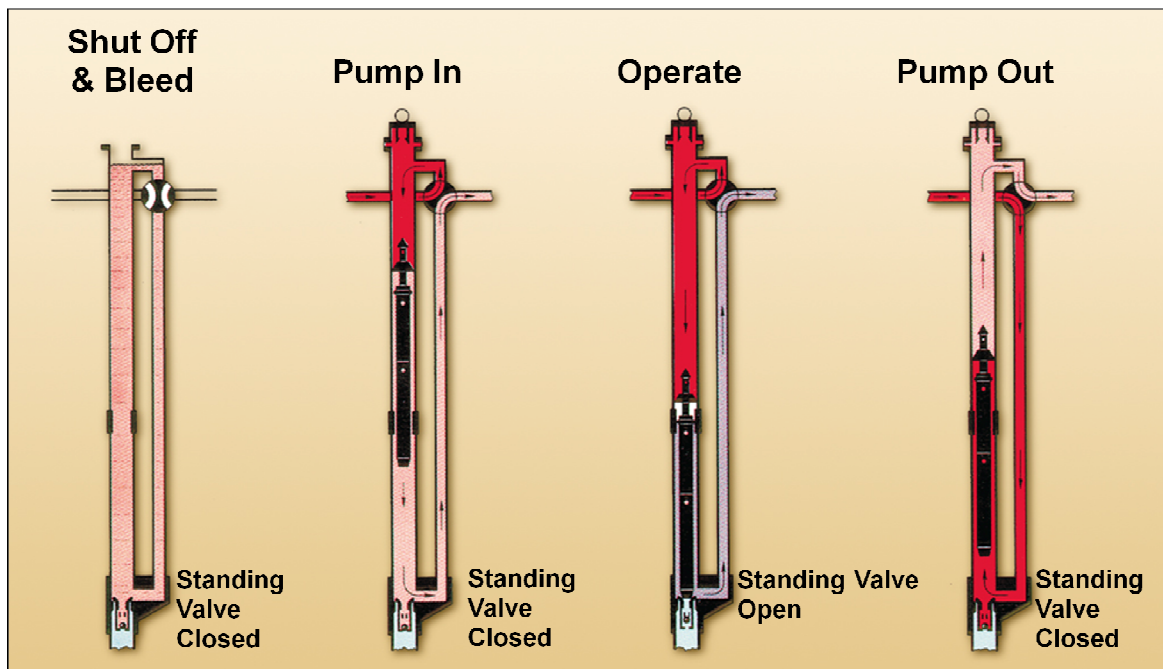


Fig. 1.7: Instalación/Remoción de una bomba libre.

Hay dos tipos principales de diseño para la instalación de bombas libres: el diseño de casing-libre y el diseño paralelo-libre.

1.1.6. INSTALACIONES CASING-LIBRE

El sistema de fluido motriz abierto es una instalación casing-libre y se discutió en su totalidad. No es recomendable para la deshidratación de pozos de gas, ya que no cuenta con una sarta independiente para la salida del gas. La excepción es la configuración mostrada en la figura 1.4.

El diseño casing-libre es el menos complicado y menos costoso para las bombas libres. Consiste en una sola sarta de tubería, una cavidad para el alojamiento de la bomba de subsuelo y una empacadura.

Durante la operación, el fluido motriz es conducido a través de la sarta de tubería hacia el fondo del pozo, donde acciona la bomba de subsuelo y luego se mezcla

con el fluido producido (líquido y gas). Esta mezcla de fluidos retorna a la superficie a través del espacio anular casing-tubing.

La figura 1.8 muestra una instalación casing-libre, para un sistema de fluido motriz abierto. En este diseño todo el gas producido debe pasar a través de la bomba. Cualquier gas producido afecta negativamente la eficiencia volumétrica de una bomba de pistón. Esto también es cierto para la bomba jet, pero es posible mejorar el rendimiento de la bomba jet debido a la reducción de la presión de descarga por la presencia de gas en el tubing. Esto puede reducir la presión de inyección requerida más que el requerimiento de tener que usar una garganta más grande para manejar el gas que pasa a través de la bomba. Por la sencillez y menores costos del sistema de fluido motriz abierto casing-libre, existen más instalaciones de este tipo que cualquier otro tipo de diseño.

Las instalaciones tipo casing-libre de un sistema de fluido motriz abierto (OPF), con venteo de gas pueden ser utilizadas donde la eficiencia de desplazamiento de la bomba de subsuelo se ve severamente afectada por una relación gas-petróleo (GOR) alta. Una sarta adicional de tubería paralela se introduce hacia una empacadura dual ubicada por debajo de la bomba, para poder ventear el gas producido por una tubería independiente.

1.1.7. INSTALACIONES PARALELO-LIBRE

La instalación paralelo-libre también es una instalación de un sistema de fluido motriz abierto (OPF) en la que se usa una bomba estilo libre. Este diseño incorpora dos sartas de tubería, una cavidad para el alojamiento de la bomba de subsuelo, pero no tiene ninguna empacadura (ver figuras 1.8 y 1.9). La cavidad está adjunta a la tubería principal y tiene un dispositivo que recoge el petróleo en el fondo de la sarta de tubería paralela.

El fluido motriz se desplaza hacia el fondo del pozo a través de la sarta de tubería principal y acciona la bomba de subsuelo. El fluido motriz utilizado se mezcla con el fluido producido y la mezcla retorna a la superficie utilizando la sarta de tubería paralela. Este diseño de subsuelo permite que el gas sea venteadado hacia la

superficie utilizando el espacio anular casing-tubing. Con este tipo de instalación el espacio anular puede ser usado para producción de gas. El líquido producido puede ser agua o condensado en el caso de la deshidratación de un pozo de gas.

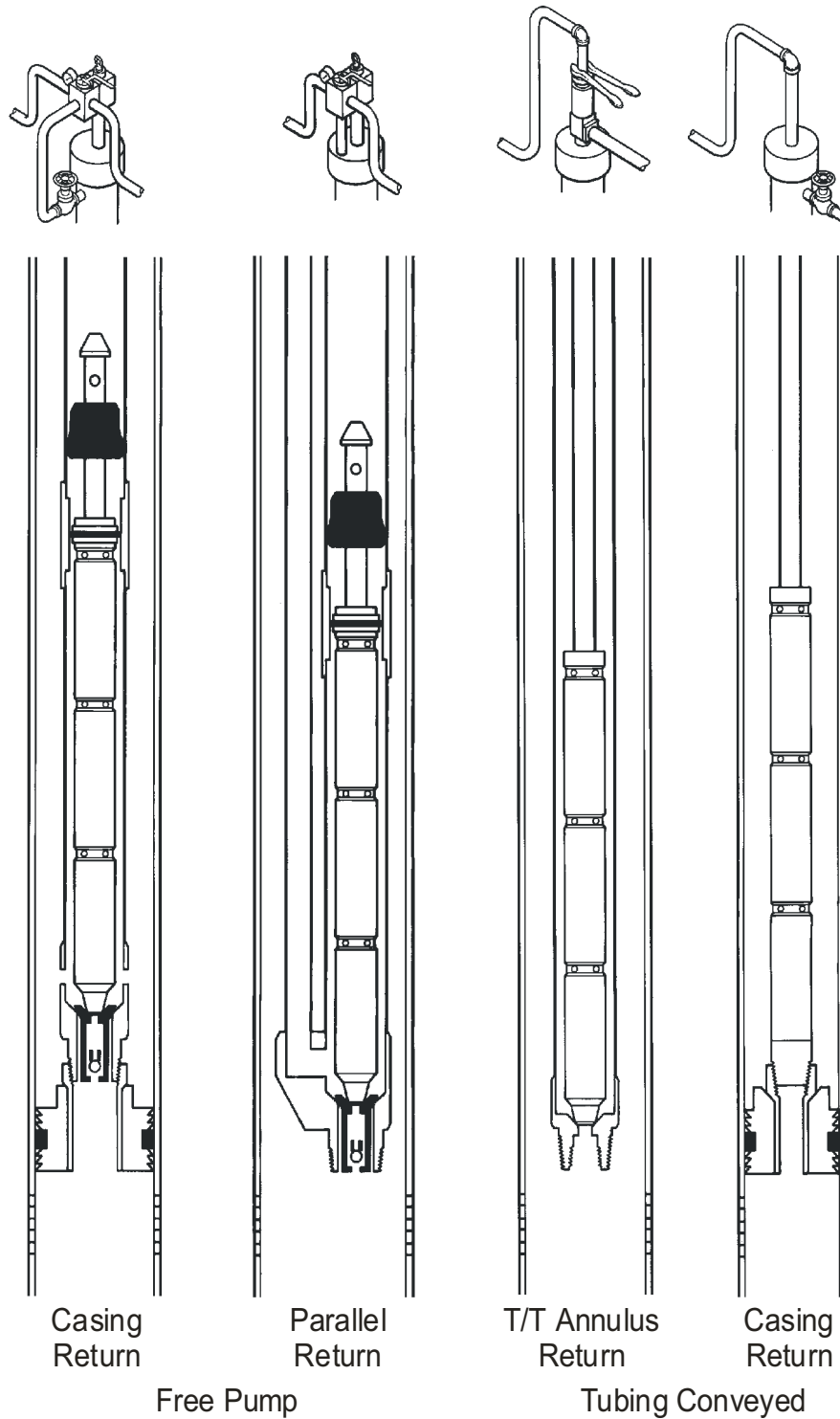


Fig.1.8: Instalaciones Bomba-Libre y Bomba-Fija.

La desventaja de este diseño es que requiere una sarta adicional de tubería. Normalmente la sarta paralela es de menor diámetro que la sarta principal, que contiene la bomba de subsuelo. La tubería paralela debe llevar los fluidos de inyección y de producción hasta la superficie. Esto puede crear altas pérdidas por fricción, transformándose en la necesidad de mayor potencia en la superficie. Sin embargo este problema es minimizado en un pozo de gas si los volúmenes de líquido producido son bajos.

El diámetro máximo de las sarts de tubería están limitado por el diámetro del casing, esto también limita el tamaño de la bomba que deberá introducirse. Este problema también se minimiza cuando para la deshidratación de un pozo de gas se utiliza una instalación como la mostrada en la figura 1.9.

Es posible tener una instalación paralelo-libre en un sistema de fluido motriz cerrado, pero para esto se requeriría tener tres sarts de tubería.

En las instalaciones tipo paralelo-libre, la sarta de tubería principal siempre debe estar anclada, para minimizar el estiramiento de la tubería, lo que podría eventualmente desasentar la sarta o sarts paralelas y deshabilitarlas de su función de conducir los fluidos de retorno.

1.1.8. INSTALACIONES DE BOMBA FIJA

Las instalaciones de bombas fijas son similares a las instalaciones de bombas mecánicas, están fijas en la tubería, al igual que las bombas electro sumergibles, o instalaciones convencionales de bombeo neumático.

Estas son instalaciones de tipo permanente, en el sentido de que se requiere una unidad de reacondicionamiento de pozos (rig) para retirar o dar mantenimiento a la bomba de subsuelo.

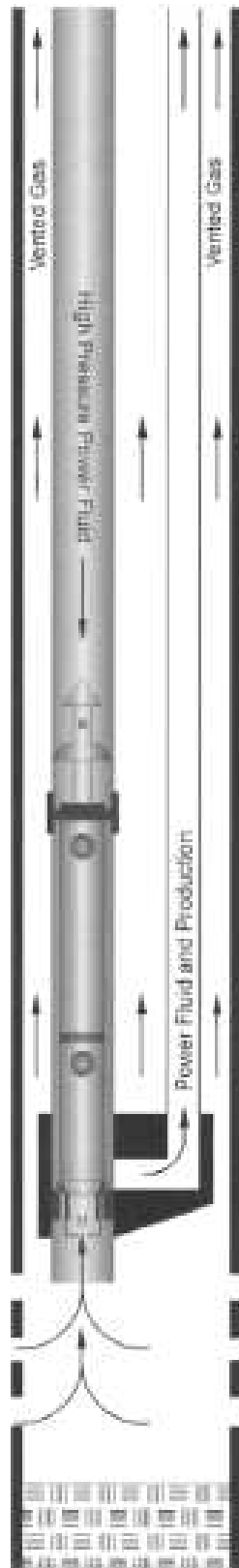


Fig. 1.9: Instalación Paralelo-Libre/Fluido Motriz Abierto

La principal razón para seleccionar una instalación fija sería para levantar grandes volúmenes de fluido. Ya que el tamaño físico de estas bombas no está limitado por el diámetro interior de la tubería, se pueden utilizar pistones más grandes en las secciones motriz y de bombeo de las bombas de subsuelo, lo que nos permitirá una mayor capacidad de desplazamiento. La figura 1-8 nos muestra una instalación típica de bomba fija.

1.1.9. INSTALACIÓN DEPENDIENTE DE CABLE

Este tipo de instalaciones solo es posible cuando tenemos como bomba de subsuelo una bomba jet. La bomba de subsuelo puede ser instalada en cualquier dispositivo que tenga comunicación con el espacio anular o casing. Normalmente son instaladas en camisas de circulación (sliding-sleeve), aunque también pueden ser instaladas en los mandriles utilizados en bombeo neumático, en un mandril de inyección de químicos ó en los agujeros de disparo en el tubing. La bomba es instalada en el pozo y recuperada del pozo mediante una unidad de cable (wireline), y puede ser operada mediante flujo directo o flujo inverso.

Este tipo de instalaciones es generalmente utilizado cuando la Cía. operadora no desea recuperar la sarta de tubería, para volverla a bajar utilizando una cavidad normal para el alojamiento de la bomba.

1.1.10. FLUIDO MOTRIZ

Los líquidos utilizados como fluido motriz en un sistema de bombeo hidráulico son normalmente el agua o el petróleo producidos por el pozo.

Fluido Motriz Petróleo

El petróleo tiene propiedades lubricantes que el agua no tiene, por esta razón cuando utilizamos petróleo como fluido motriz prolongamos la vida útil de los equipos inmersos en el sistema.

La compresibilidad del petróleo es mayor que la del agua, reduciendo de esta manera los efectos de golpe de ariete.

Las principales desventajas de utilizar petróleo como fluido motriz constituyen el peligro potencial de incendio y daños causados por contaminación.

Fluido Motriz Agua

Durante los últimos años se ha incrementado el número de sistemas de bombeo hidráulico que han cambiado el uso de fluido motriz agua en lugar de fluido motriz petróleo. La mayoría de estos cambios han sido por razones ecológicas, políticas de restricción, locaciones situadas en lugares poblados, incremento del corte de agua en el petróleo producido, o porque el fluido producido tenía una alta viscosidad.

Una alta viscosidad en el fluido motriz representa pérdidas por fricción excesivas en el sistema. Esto implica un incremento de la presión de operación y también un incremento de la potencia necesaria para levantar el fluido del fondo del pozo. En algunos casos la alta viscosidad del fluido se convierte en un factor prohibitivo y entonces es preferible utilizar agua como fluido motriz. Hay instalaciones de bombeo hidráulico en donde es necesario calentar el agua del pozo para que sea utilizado como fluido motriz y actúe como diluyente o disolvente para poder levantar crudos pesados.⁶

El agua tiene propiedades lubricantes menores que el petróleo por lo que a veces es necesario añadir aditivos químicos para mejorar estas propiedades, especialmente cuando utilizamos bombas hidráulicas de pistón. Normalmente los químicos usados incluirán inhibidores de oxígeno y agentes para combatir la corrosión, los cuales son fácilmente inyectados en la succión de la bomba multiplex por una bomba de químicos. Mejoras en los lubricantes así como en los diseños de los equipos de superficie y de fondo, han hecho que se vaya ampliando el uso del fluido motriz agua.

⁶ PUGH Toby; "Hydraulic Jet Pumping"; USA; 2008; p 261.

Ocasionalmente, los cristales de sal serán un problema cuando se utilice fluido motriz agua. Este problema puede ser resuelto utilizando agua fresca.

En sistemas cerrados, la inyección de químicos para controlar la lubricación y corrosión no incrementa los costos si se usa agua (frecuentemente se usa agua como fluido motriz). En sistemas abiertos la inyección de químicos al fluido motriz agua, puede incrementar los costos significativamente, debido a que el agua se combina con el fluido producido, por lo que se requiere de una inyección continua de inhibidores.

Las modificaciones en la bomba multiplex de superficie, para convertirla de servicio para petróleo a servicio para agua, están limitadas principalmente por el “fluid-end” de la bomba y sus pistones/cilindros. El “fluid-end” de una bomba para uso con petróleo puede ser construido con hierro dúctil o acero forjado, pero el “fluid-end” de una bomba para uso con agua debe ser construido con una aleación de aluminio/bronce para resistir los efectos corrosivos del agua. Esto hace que en la actualidad sean comunes las construcciones de “fluid-end” de aluminio/bronce para que las bombas puedan trabajar indistintamente con agua o con petróleo. Esto elimina la posibilidad de que las bombas multiplex tengan una aplicación equivocada. Pistones de metal y cilindros (camisas) de metal pueden ser usados cuando se trabaja con petróleo, pero cilindros de metal contra empaaduras suaves o ligeras son necesarios para servicio con agua. Al igual que la metalurgia de al “fluid-end”, se hace común el uso de pistones con empaaduras, para el uso indistinto con agua o con aceite.

1.2. BOMBA JET

1.2.1. TEORIA

Los componentes clave de una bomba jet son la boquilla y la garganta. La relación del área de la boquilla con el área de la garganta se conoce como la relación de áreas y es la que determina las características de desempeño o rendimiento de la bomba. Bombas con la misma relación de áreas tienen las

mismas curvas de rendimiento y eficiencia. Los caudales de fluido motriz y fluido de producción deben estar dentro de los parámetros físicos de diseño de la boquilla y la garganta con el fin de asegurar un funcionamiento correcto. No es raro para alguien centrarse en las relaciones usadas en la bomba jet, tal como la relación de áreas y olvidarse del tamaño real de sus partes. Esto puede conducir a aplicaciones incorrectas y fallas de desempeño o rendimiento.

El fluido motriz se bombea a un caudal determinado (q_1) desde la superficie hasta la bomba jet en el fondo del pozo, donde alcanza la boquilla (nozzle) con una presión total designada como P_1 (ver figura 1.13). Este fluido a alta presión pasa a través de la boquilla, donde es convertido de un fluido de baja velocidad y alta presión estática a un fluido con alta velocidad y baja presión estática (P_3). La baja presión estática permite al fluido del pozo ingresar desde el reservorio a la rata de producción deseada hasta la cara de formación del pozo y la bomba. El volumen de fluido motriz utilizado será proporcional al tamaño de la boquilla.⁷

Cada vez que un jet de líquido a alta velocidad se introduce en un líquido estancado o con ligero movimiento, ocurre una acción de arrastre en el límite entre los dos líquidos debido a la interacción de las partículas de alta velocidad con las partículas de baja velocidad. La mezcla de los dos líquidos se inicia por la acción de arrastre y la transferencia de momento acelera el líquido estancado o con movimiento ligero, en la dirección del flujo de alta velocidad. La mezcla de las dos corrientes es mínima en este punto, a lo sumo el líquido de movimiento ligero, en la frontera, es capaz de alejarse del jet de alta velocidad.

El líquido lento ingresa a una región de decrecimiento de área, el anular entre la corriente mezclada y las paredes internas de la garganta. A la entrada de la garganta, esa área anular es la diferencia entre el área a la salida de la boquilla y el área de la garganta. A medida que avanzan las dos corrientes, una mezcla completa se lleva a cabo, porque el líquido de movimiento lento en la frontera no es capaz de alejarse del jet de alta velocidad debido al impedimento de las paredes de la garganta. El área de la corriente mezclada progresivamente se

⁷ PUGH Toby; "Hydraulic Jet Pumping"; USA; 2008; p 262.

extiende, mientras que el área del núcleo del jet de alta velocidad disminuye progresivamente hasta desaparecer (ver figura 1.12).

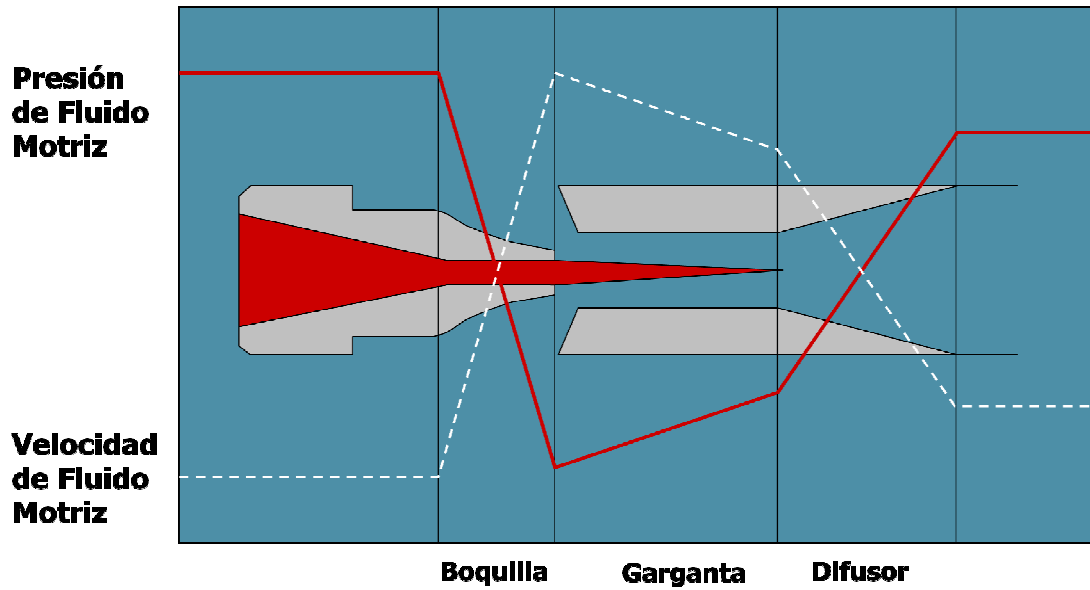


Fig.1.12: Velocidad de Flujo y Presión Estática en la Bomba Jet

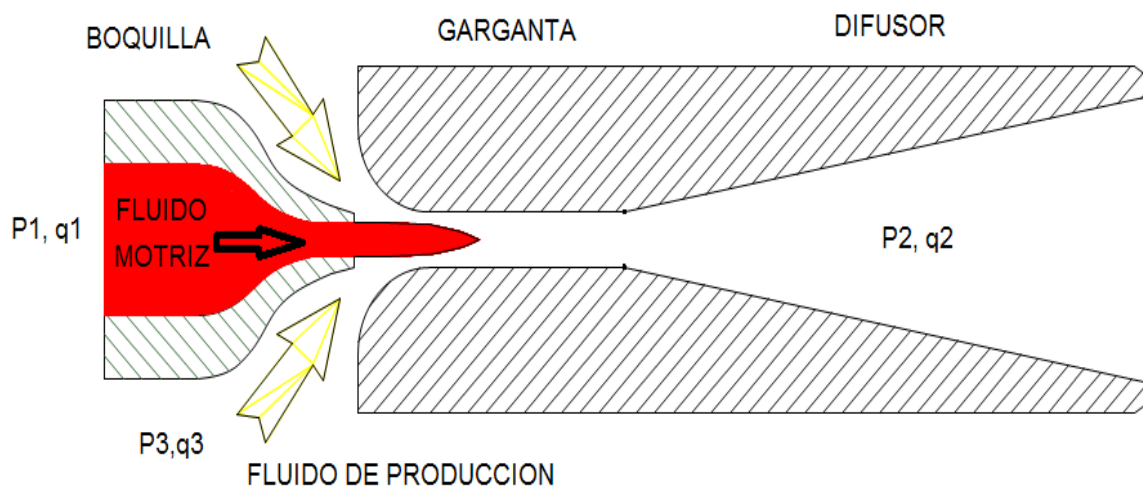


Fig.1.13: Caudal /Presiones de Entrada y Salida de la Bomba Jet

En o antes de la salida de la garganta, el fluido mezclado se ha extendido hasta tocar las paredes de la garganta. En este punto, todo el fluido secundario (de producción), se ha mezclado con el fluido primario (fluido motriz). El flujo sale entonces de la bomba a través de una sección difusora y es convertido en un flujo con alta presión estática y baja velocidad.

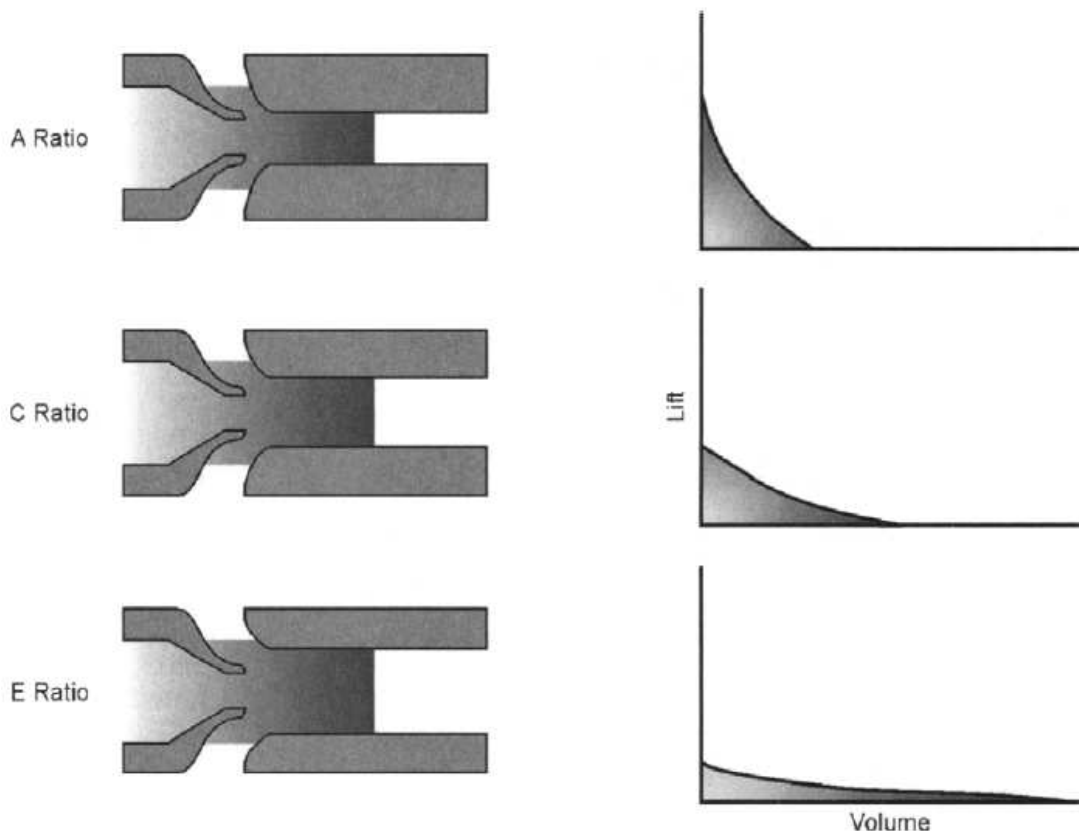


Fig.1.14: Relaciones Volumen/Presión para Diferente Relación de Áreas

Esta alta presión de descarga debe ser suficiente para levantar el caudal de fluido total (fluido primario más fluido secundario) hasta la superficie.

El área de la garganta debe ser suficiente como para permitir el paso del fluido motriz, además del fluido de producción (líquido más gas). El área anular entre la boquilla y la garganta permite el paso sólo del fluido de producción (líquido y gas) y es esta área la que determina las características de cavitación de la bomba.⁸

⁸ PUGH Toby; "Hydraulic Jet Pumping"; USA; 2008; p 255.

Para instalaciones de alto caudal, el tamaño de la boquilla es seleccionado de tal manera que el área anular en la garganta se maximice. La relación de áreas resultante es excelente para requerimientos de alto caudal y baja presión (Lift). Lo contrario es verdad para instalaciones que manejan bajos volúmenes de producción. El área anular es minimizada. La relación de área resultante para este caso es excelente para instalaciones que manejan alta presión (Lift) y bajos caudales. Sin embargo se debe tener cuidado cuando se usan relaciones de alta presión, dado que están más expuestas al fenómeno de cavitación que las relaciones de baja presión.

1.2.2. CAVITACION

La cavitación ocurre cuando la presión estática local es igual o menor que la presión de vapor del gas disuelto en el líquido. Normalmente este es un problema que ocurre todas las veces que demasiado fluido es forzado a atravesar el área anular que está disponible para esto, esto es el área de la garganta menos el área de la boquilla.

Cuanto mayor sea el volumen para un área de flujo dada, la velocidad es más alta y más baja la presión estática.

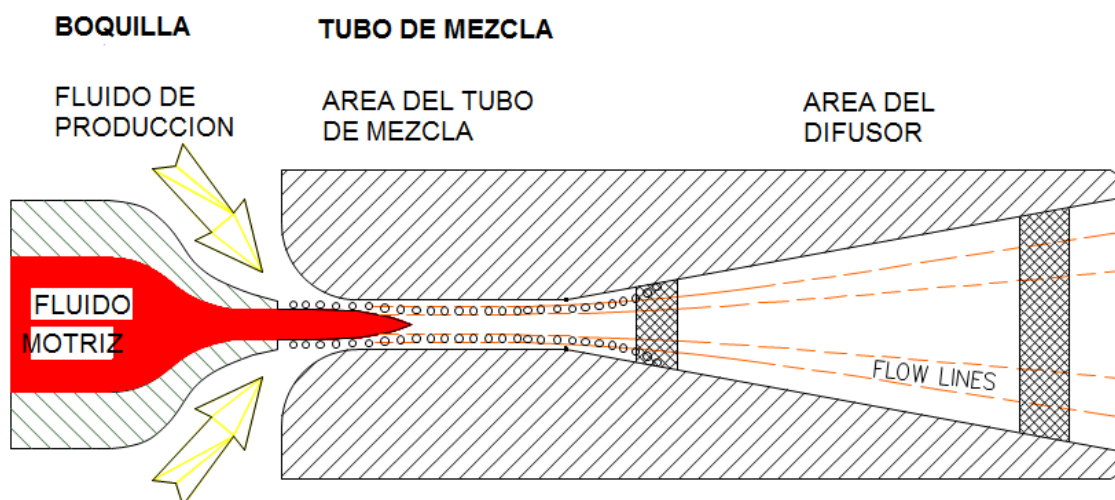


Fig.1.15: Burbujas de Cavitación y Daños debidos a “Cavitación por Fluido Motriz”

La cavitación también es posible cuando hay muy poca producción. Esta situación es llamada comúnmente cavitación por “fluido motriz”. Como es siempre el caso, el fluido motriz acelera el fluido de producción hasta una velocidad alta, pero la diferencia de velocidad está en su punto máximo cuando la rata de producción se aproxima a cero. La acción de corte entre los dos flujos generará vórtices y los núcleos de los vórtices pueden alcanzar presiones suficientemente bajas para que se formen burbujas de cavitación. Estas burbujas viajarán en la garganta y causarán daños por cavitación ya sea en la sección de diámetro constante o en el difusor. Más comúnmente el daño está localizado en el difusor, justo pasando la sección de diámetro constante (ver figura 1.15).

Al igual que con todas las burbujas de cavitación, el daño se mitiga si hay gas o petróleo, debido a su efecto de amortiguamiento. El daño es mayor cuando hay un alto porcentaje de agua, con pequeñas cantidades o sin petróleo o gas presente. Es posible tener una condición similar en el arranque. La razón de que este daño no es común en este instante es que existe un efecto de amortiguamiento causado por el fluido de producción presente, aunque es sabido que pasará. Este efecto podría no estar presente cuando un pozo es bombeado en vacío, y la cavitación es inevitable si las operaciones continúan por tiempos prolongados después de que el pozo está bombeando en vacío.

1.2.3. EMULSIONES

Desde hace tiempo atrás se supone que las bombas jet crean emulsiones, especialmente si el porcentaje de agua está en el rango del 60 al 70 %. Sin embargo aún no se ha identificado un caso en el que la emulsión haya ocurrido con independencia del porcentaje de agua. Cada vez que un fluido emulsionado ingresa a la bomba jet, también saldrá un fluido emulsionado si no se ha intentado romper la emulsión. Este fenómeno normalmente sucede debido a que la emulsión ha sido creada en otro lugar (por ejemplo: acidificación de un depósito de carbonato de calcio). Es posible crear una emulsión en la bomba jet por accidente, debido al uso de químicos incompatibles en el fluido motriz, en el que

esencialmente se volverán emulsionantes. Normalmente romper una emulsión significa agregar un demulsificante en el fluido motriz.⁹

1.2.4. CONSIDERACIONES DE DIMENSIONAMIENTO

Una bomba jet debe ser capaz de producir un caudal deseado de acuerdo con la capacidad del pozo. Los requerimientos de potencia en superficie deben mantenerse dentro de niveles razonables. La primera parte del proceso consiste en converger o intersecar la curva de rendimiento de la bomba jet con la curva de influjo del pozo (PI ó IPR). El balance del proceso consiste en mantenerse dentro de las limitaciones operativas para una instalación en particular. Las limitaciones más comunes son la presión y el caudal del fluido motriz, deberemos también tener en consideración las limitaciones de espacio, especialmente en instalaciones en plataformas. La contrapresión (presión de descarga) otorgada a una bomba jet siempre debe ser tan baja como sea posible. Se requiere de un computador para realizar los cálculos.

1.3. BOMBAS PISTON

Las bombas de subsuelo son el corazón de un sistema de bombeo hidráulico. La bomba de pistón es accionada por un pistón reciprocante de la sección motriz, que está conectado con el pistón de la sección de bombeo (ver figura 1.16). Aunque la longitud de la carrera de una bomba particular está fijada, varios tamaños de bombas están disponibles para diferentes requerimientos de volumen y profundidad. Un amplio rango de velocidades de operación aumenta aún más la flexibilidad de estas bombas.

Los componentes básicos de una bomba hidráulica de pistón incluyen un pistón y un cilindro de la sección motriz, una válvula inversora motriz (que controla el movimiento ascendente o descendente, como consecuencia de direccionar el

⁹ PUGH Toby; "Hydraulic Jet Pumping"; USA; 2008; p 266.

fluido motriz a las secciones apropiadas) y el pistón y cilindro de la sección de bombeo. Válvulas convencionales (bola y asiento) controlan la entrada y descarga del fluido de producción. El arreglo de estos componentes en la bomba está basado en las especificaciones de diseño de cada bomba en particular.

Los dos diseños más comunes de las bombas de pistón son:

- La bomba de “acción-simple”, que desplaza el fluido de producción sólo durante la carrera ascendente o sólo durante la carrera descendente.
- La bomba de “acción-doble”, que desplaza el fluido de producción en ambos sentidos, durante la carrera ascendente y durante la carrera descendente.

La sección motriz podría ser diseñada para desplazar volúmenes iguales tanto en la carrera ascendente como en la descendente (bomba de doble desplazamiento) o desplazar una cantidad mayor de fluido motriz durante una de las carreras (bomba de simple desplazamiento).

El fluido motriz utilizado para accionar estas bombas es petróleo limpio o agua fresca, que se toma de la parte superior de un tanque de decantación o de una unidad Econodraulic. En un sistema de fluido motriz abierto, el fluido motriz utilizado se mezcla con el fluido de producción en la bomba y regresan a la superficie juntos.

La potencia requerida para retornar el fluido motriz a la superficie es la necesaria para superar la fricción mecánica y del fluido y la diferencia de áreas de los pistones para desplazar el fluido motriz y el de retorno.

A pesar de que la presión estática de la columna del fluido motriz de entrada y la presión estática de la columna de fluido motriz de retorno no son iguales, ellas son similares.

1.3.1. OPERACIÓN

Las bombas hidráulicas de pistón de subsuelo están compuestas de dos secciones básicas: una sección motriz hidráulica y una sección bomba. Estas dos

secciones están conectadas directamente por una varilla (“middle rod”). A medida que el pistón de la sección motriz se mueve hacia arriba, el pistón de la sección bomba también se mueve hacia arriba, provocando el llenado de la cámara del cilindro bajo el pistón, con fluido de producción. Cuando el pistón motriz realiza una carrera descendente, el pistón bomba también realiza una carrera descendente, desplazando el fluido de producción del cilindro de la bomba.¹⁰

La estructura de la sección bomba es similar a la del bombeo mecánico, que tiene un cilindro, un pistón, una válvula de pistón móvil y una válvula de pie. Sin embargo al no tener ninguna conexión mecánica con la superficie, ya que la sarta de varilla se reemplaza por una columna de fluido motriz a alta presión, muchas de las limitaciones del bombeo mecánico son eliminadas.

1.3.2. BOMBA DE DESPLAZAMIENTO SIMPLE

La bomba de la figura 1.16 es una bomba de desplazamiento simple y su funcionamiento es como sigue. Tiene un mecanismo asistido, cambiando hidráulicamente la válvula inversora. Este arreglo hace imposible detenerse a la bomba sin importar la lentitud a la que opere.

La sección motriz de una bomba de desplazamiento simple está constituida básicamente por un cilindro motriz, un pistón motriz y un mecanismo de válvula inversora. La válvula inversora se desplaza por la presión hidráulica, pero su movimiento se inicia por acción mecánica. El conjunto es montado y se mueve con el pistón motriz. El asiento del pistón motriz está expuesto a la presión del fluido motriz durante la carrera ascendente y a la presión de descarga durante la carrera descendente.

Las presiones que actúan en el área superior del pistón motriz son contrarias a las que actúan en la base del pistón. Durante la carrera descendente, la válvula reversa está en la posición inferior.

¹⁰ PUGH Toby; “Hydraulic Jet Pumping”; USA; 2008; p 268.

Al final de la carrera descendente, el mecanismo asistido mencionado anteriormente golpea la válvula, levantándola de su asiento y las fuerzas de presión desplazan la válvula a la posición superior.

Con la válvula reversa en la posición superior, un camino es abierto para exponer la parte superior del pistón motriz a la presión de descarga.

El desbalance de presiones resultantes crea una fuerza neta hacia arriba en el pistón motriz.

Al final de la carrera descendente, el mecanismo asistido golpea otra vez la válvula, levantándola de su asiento y reabre el camino para que la parte superior del pistón motriz y la válvula reversa sean expuestas al fluido motriz otra vez.

Debido a que no existe una varilla sobre la parte superior del pistón motriz, existe un área mayor de exposición al fluido motriz en la parte superior que en la parte inferior del pistón, dando como resultado una fuerza neta hacia abajo.

La estructura de la sección bomba es similar a la de un sistema de bombeo mecánico, en la que hay un cilindro, un pistón, una válvula de pistón móvil y una válvula de pie. La sarta de varillas es reemplazada con una columna de fluido motriz a alta presión, que suministra la energía necesaria para mover el pistón motriz.

A medida que el pistón de la sección motriz se mueve hacia arriba, el pistón de la sección bomba también se mueve hacia arriba, provocando el llenado de la cámara del cilindro bajo el pistón, con fluido de producción. Cuando el pistón motriz se mueve hacia abajo, el pistón bomba también realiza una carrera descendente, desplazando el fluido de producción en el cilindro de la bomba.¹¹

1.3.3. BOMBA DE DOBLE DESPLAZAMIENTO

La bomba de la figura 1.17 es una bomba de doble desplazamiento y su operación es la siguiente. Así como en el caso de las bombas de desplazamiento

¹¹ PUGH Toby; "Hydraulic Jet Pumping"; USA; 2008; p 269.

simple, modelos adicionales con diferentes diseños están disponibles, pero el concepto es válido para todos ellos.

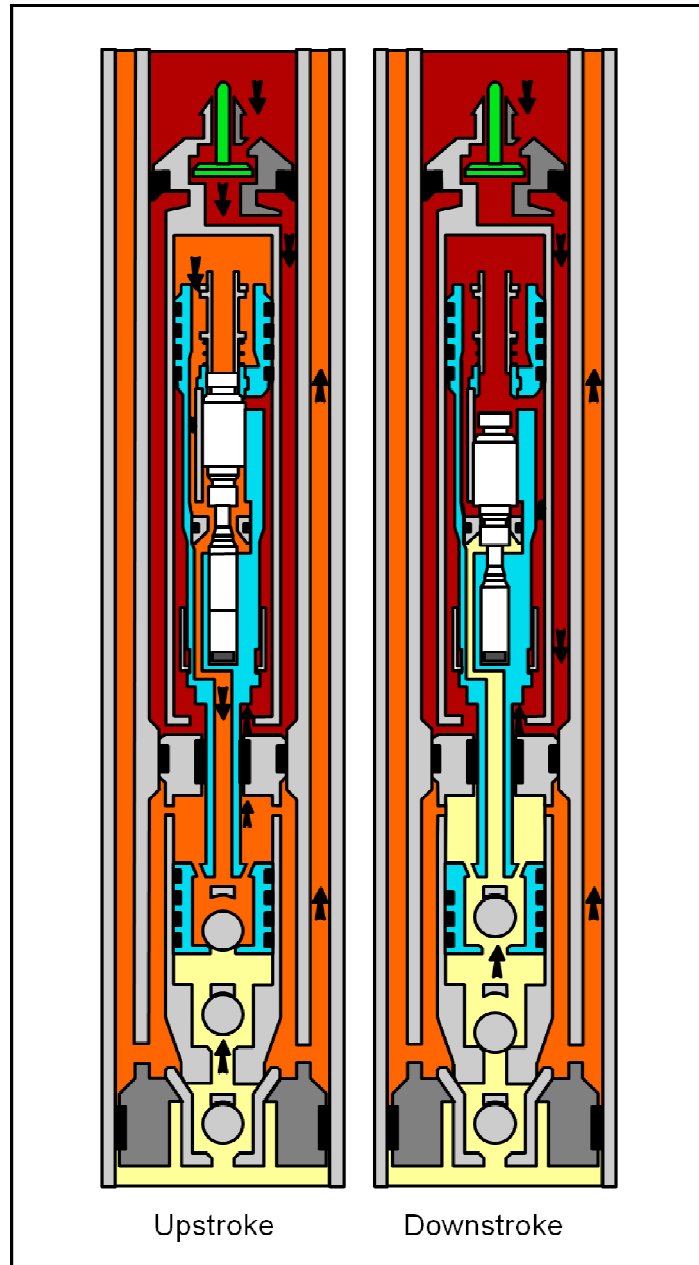


Fig. 1.16: Bomba Pistón de Desplazamiento Simple

Cuando la bomba inicia la carrera ascendente, el “reversing valve” está ubicado en la parte superior del “valve body”. El fluido motriz ingresa a la bomba a través de los orificios centrales del “valve body”. El “reversing valve” direcciona el fluido motriz dentro del cilindro, en la cámara ubicada sobre el “reversing valve” y bajo el

pistón superior. Debido a que la presión bajo el pistón superior es mayor que la presión sobre éste, se produce un movimiento hacia arriba del pistón.

El fluido que se encuentra sobre el pistón superior es fluido de producción que ingresó al cilindro superior durante la carrera descendente. Este ingresó a través de la sección de la bomba ubicado entre la válvula de admisión y la válvula de descarga. El movimiento ascendente de los pistones fuerza a que la válvula de admisión se cierre y la válvula de descarga se abra, permitiendo que el fluido de producción salga de la bomba y la cavidad y fluya hasta la superficie.¹²

El pistón inferior también se mueve hacia arriba, permitiendo que el fluido motriz utilizado y que se encuentra sobre el pistón, ingrese en el extremo inferior del “valve body”. Este fluido motriz utilizado pasa por el “reversing valve”, sale de la bomba y retorna a la superficie.

Bajo del pistón inferior, se reduce la presión dentro del cilindro inferior y entre las válvulas inferiores, debido al movimiento ascendente. Esta reducción de presión abre la válvula de admisión, mientras que en el lado de retorno, la presión alta cierra la válvula de descarga. Esta acción permite que el fluido de producción ingrese en el cilindro inferior y posteriormente sea descargado en la carrera descendente.

En la carrera descendente, el fluido de producción presente en el cilindro inferior es descargado. El fluido de producción también ingresa a la bomba por debajo de la válvula de admisión de producción inferior, pero es direccionado hacia la sección de la válvula superior a través de los tubos paralelos de la cavidad.

Este fluido ingresa entonces en el cilindro superior, sobre el pistón, para posteriormente ser descargado en la siguiente carrera ascendente.

Durante la carrera descendente el pistón superior también se mueve hacia abajo, haciendo que el fluido motriz utilizado y que se encuentra bajo este pistón ingrese en el extremo superior del “valve body”. Este fluido motriz utilizado pasa por el “reversing valve”, sale de la bomba y retorna a la superficie.

¹² PUGH Toby; “Hydraulic Jet Pumping”; USA; 2008; p 271.

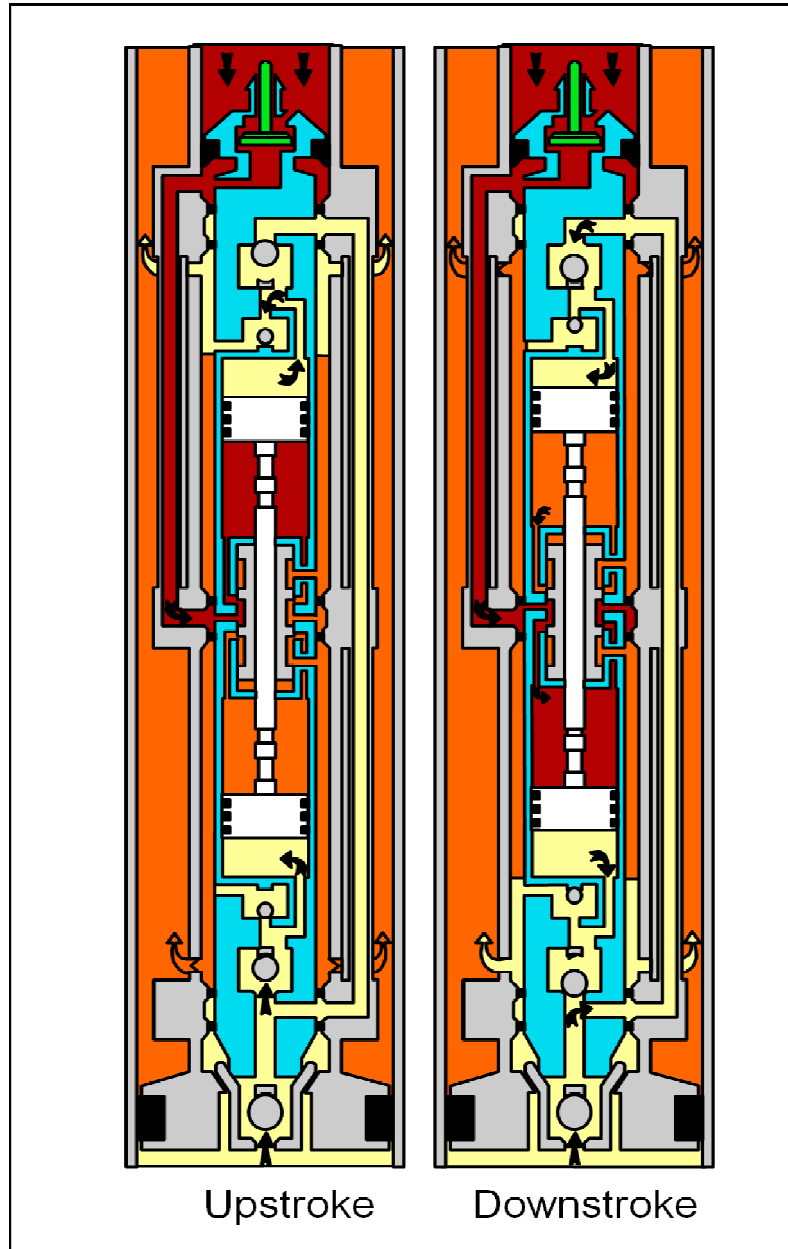


Fig. 1.17: Bomba Pistón de Doble Desplazamiento

Otra carrera ascendente empieza cuando la bomba alcanza el final de la carrera descendente. Una vez más, una sección reducida (diámetro externo) de la varilla que conecta los pistones, ingresa en el diámetro interno del “reversing valve”. Este socavón crea un camino que permite al asiento del “reversing valve” exponerse al fluido motriz. Con una mayor presión abajo, el “reversing valve” cambia su posición a la parte superior del “valve body”. Este cambio de posición hace que el fluido motriz sea direccionado a la mitad de la parte superior de la bomba y se inicie la carrera ascendente.

1.3.4. VELOCIDAD DEL PISTÓN

Una causa común de falla entre las bombas hidráulicas de pistón es la velocidad excesiva en la carrera de desplazamiento. Esto normalmente ocurre cuando se bombea en vacío o una situación de golpe de fluido está presente.

La velocidad de la bomba en la figura 1.16 está controlada por el tamaño del agujero u orificio, en la parte que impacta mecánicamente el “reversing valve” levantándolo de su asiento al final de la carrera ascendente. Esta parte es conocida como una varilla de empuje. El orificio funciona como un choque y reduce el volumen de fluido motriz que puede conducir el pistón motriz hacia abajo a una presión de inyección dada. Mientras más pequeño sea el orificio, más lenta será la velocidad del pistón de la bomba para una presión de inyección dada. Si se reduce el tamaño del orificio, también reduciremos el volumen de fluido motriz hacia el pistón motriz y seguramente la presión del fluido motriz en la superficie se incrementará. Sin embargo, el bypass en la línea de superficie del fluido motriz debe ser ajustado para que la presión de inyección no se incremente, sino que más bien haya un incremento en la cantidad de fluido que está siendo desviado de regreso al tanque de fluido motriz. De esta manera la velocidad descendente de la bomba de pistón está controlada y cualquier daño debido a condiciones de bombeo en vacío está minimizado.

La bomba en la figura 1.17 controla la velocidad del pistón a través de una serie de agujeros sensitivos en el “reversing valve”. Estos agujeros censan cada vez que el fluido motriz que pasa a través del “reversing valve”/“valve body” es excesivo y direccionan el “reversing valve” para restringir el flujo.¹³

¹³ PUGH Toby; “Hydraulic Jet Pumping”; USA; 2008; p 272.

1.4. SISTEMA DE ACONDICIONAMIENTO DE FLUIDO MOTRIZ EN SUPERFICIE

El propósito de un sistema de acondicionamiento de fluido motriz en superficie es proveer de manera constante y adecuada el suministro de fluido motriz idóneo para accionar las bombas de subsuelo. La operación exitosa y económica de cualquier instalación de bombeo de fluido depende, en gran medida, de la eficacia del sistema de acondicionamiento en superficie, al suministrar un fluido motriz limpio para las bombas de potencia en superficie y las bombas de subsuelo.

La presencia de gas, sólidos o materiales abrasivos en el fluido motriz afectará gravemente la operación y la vida útil de la unidad de potencia de superficie y la bomba en el fondo del pozo. Por eso, el objetivo principal al acondicionar el petróleo o el agua motriz, es librarlo al máximo posible, de gases y sólidos. El sistema que acondiciona el fluido motriz realmente incluye todos los equipos relacionados con el procesamiento y tratamiento de dicho fluido.

Existen dos tipos de sistemas de acondicionamiento de fluido motriz para las instalaciones de bombeo hidráulico: el sistema de fluido motriz centralizado y el sistema de acondicionamiento de fluido motriz autónomo o individual, ubicado en la locación misma del pozo.

1.4.1. SISTEMA DE ACONDICIONAMIENTO DE FLUIDO MOTRIZ CENTRALIZADO

Una batería centralizada de tanques (ver figura 1-18) es aquella en la que el fluido motriz para uno o más pozos es tratado para eliminar gas y sólidos, en una Central de Facilidades de Producción (CPF).

La figura 1-19 muestra un típico sistema centralizado de tratamiento de fluido motriz que ha sido probado durante muchos años de experiencia. El diseño de este sistema de tratamiento de fluido motriz supone que los separadores de

producción y el calentador han entregado petróleo en el tanque de almacenamiento, libre de gas, al sistema de tratamiento.

El tanque de decantación de fluido motriz utilizado en este sistema, es normalmente de 24 pies de altura, compuesto por 3 anillos empernados, que proporciona una altura adecuada para el flujo por gravedad de fluido desde el tanque hasta la succión de la bomba centrífuga

El propósito del tanque de decantación de fluido motriz es permitir la separación de sólidos que el separador de producción no ha removido en el sistema de flujo continuo.

En un tanque de fluido estático, todo material extraño que sea más pesado que el fluido en si tiene que asentarse en el fondo. Algunas partículas, como por ejemplo la arena muy fina, caerán más lentamente que los sólidos más pesados. Estos factores, más los relacionados con la resistencia por viscosidad, influyen en la velocidad de separación. Sin embargo, con el tiempo, todos los sólidos y líquidos más pesados se asientan, dejando una capa de fluido limpio.

En un sistema de tratamiento de fluido motriz no es práctico ni tampoco es necesario proporcionar espacio en el tanque que permita una decantación total bajo condiciones estables. Se logra una decantación satisfactoria cuando la velocidad de flujo ascendente en el tanque de decantación es ligeramente inferior a la velocidad de caída de los materiales contaminantes. Las pruebas y la experiencia han demostrado que una velocidad ascendente de 1 pie/hora es suficientemente baja para que se produzca la separación por gravedad de las partículas suspendidas, en la mayoría de petróleos.¹⁴

1.4.2. SISTEMA DE ACONDICIONAMIENTO DE FLUIDO MOTRIZ INDEPENDIENTE

También conocido como Unidad Econodraulic, es un paquete completo de equipos, instalado en la locación del pozo o cerca de él, que cumple con las

¹⁴ PUGH Toby; "Hydraulic Jet Pumping"; USA; 2008; p 274.

mismas funciones que un sistema de acondicionamiento de fluido motriz centralizado.

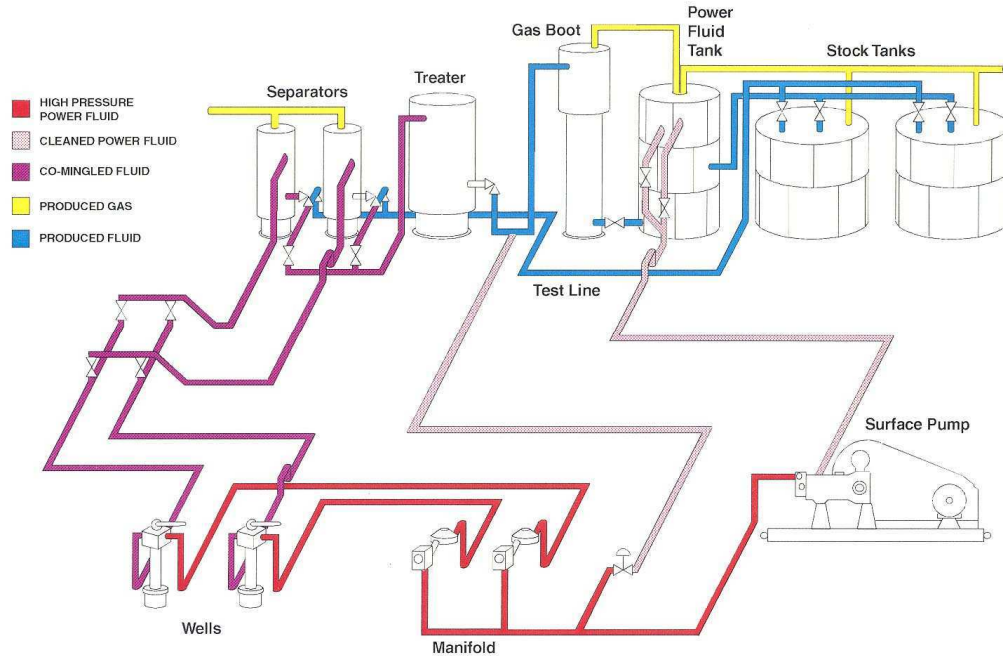


Fig.1.18: Batería de Tanques

Los componentes básicos son: un separador trifásico, una o más centrifugas ciclónicas para eliminar los sólidos presentes en el fluido, una bomba de desplazamiento positivo múltiplex y un motor de combustión interna o eléctrico.

Estas unidades son portátiles, requieren un mínimo de mano de obra y materiales para su instalación (ver figura 1.20).¹⁵

¹⁵ PUGH Toby; "Hydraulic Jet Pumping"; USA; 2008; p 276.

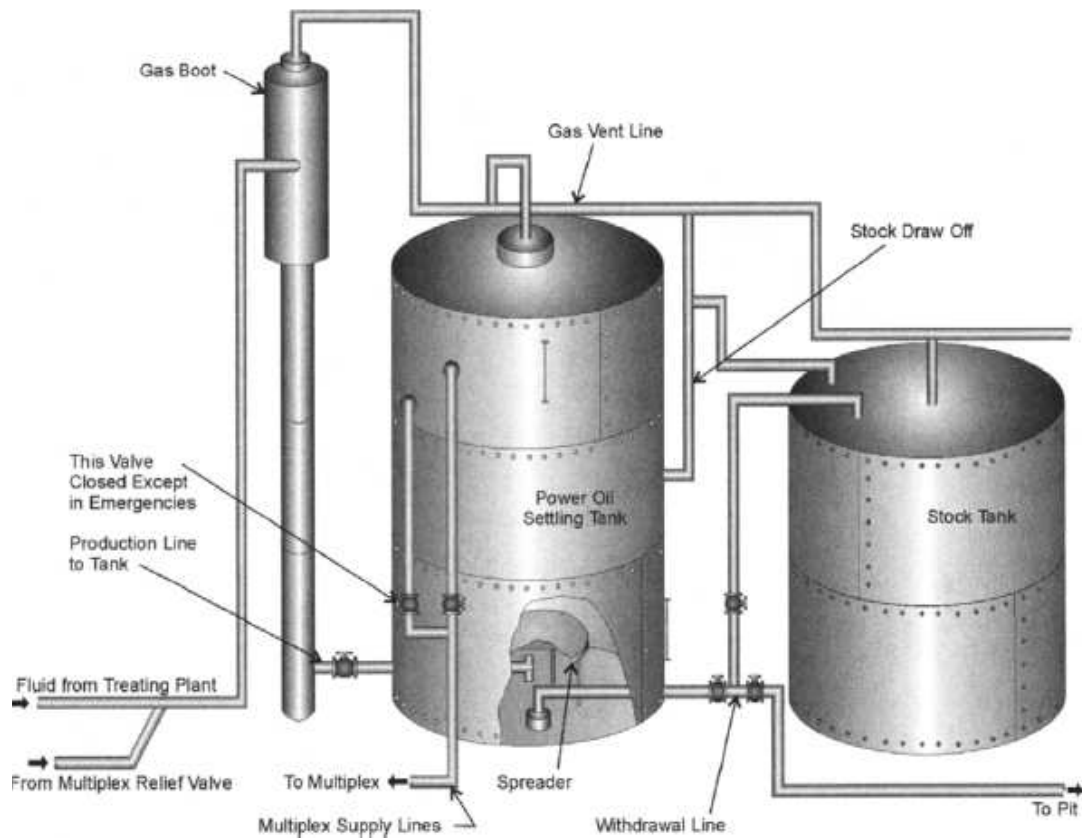


Fig. 1.19: Batería de Tanques para Tratamiento de Fluido Motriz

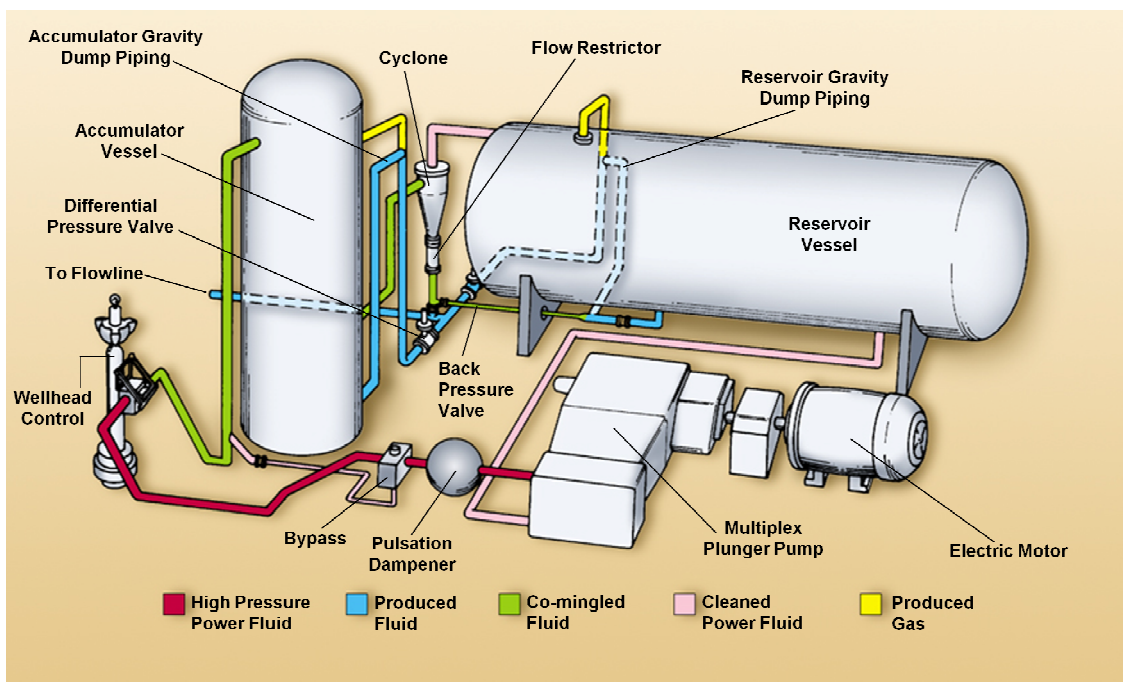


Fig. 1.20: Unidad Econodraulic

CAPITULO 2

ANALISIS ENERGETICO DE LA BOMBA JET

2.1. MODELO MATEMÁTICO

Los fabricantes de bombas Jet ofrecen un gran número de combinaciones de boquilla y garganta para varias condiciones de bombeo. Para cada tamaño de boquilla, 5 o más gargantas pueden ser usadas para dar diferentes curvas características H vs. M. Donde H y M son relaciones que se definen más adelante.

No hay estandarización de tamaños, sin embargo, conducen a un número muy grande de curvas características. Dado que cada curva es realmente una familia de curvas que depende de la presión en la boquilla, la selección de la bomba apropiada para un pozo en particular es confusa. Este problema puede ser simplificado con un modelo matemático unificado.

Cunningham ha difundido la presentación original de Gosline y O'Brien escribiendo un juego de ecuaciones que describen el comportamiento de bombas geoméricamente similares. Si las ecuaciones son escritas dimensionalmente, éstas se aplicarán para todos los tamaños de bombas, siempre y cuando el número de Reynolds sea lo suficientemente alto para considerar los efectos de la viscosidad despreciables. Debido que la bomba jet para pozos petroleros requiere de altas presiones y altas velocidades por las grandes alturas de levantamiento involucradas, esta última condición es normalmente alcanzada.

El modelo matemático de una bomba jet está basado en las ecuaciones de conservación de energía, momento y masa. Las pérdidas por fricción reales de los fluidos se tienen en cuenta en los coeficientes de pérdidas por fricción (K). El fluido motriz es un líquido de densidad ρ_1 . En la siguiente derivación, el fluido de

producción puede ser un segundo líquido de densidad ρ_1 ó ρ_3 , o una mezcla de líquido con gas en solución, o un gas. Estos tres regímenes de flujo son referidos como líquido-jet líquido (LJL), líquido-jet gas líquido (LJGL), y líquido-jet gas (LJG).

Para la simplificación de las ecuaciones antes mencionadas es necesario tener en cuenta las siguientes suposiciones:¹⁶

- a. El fluido motriz y el fluido de producción ingresan a la garganta de mezcla con una distribución uniforme de velocidades, y la mezcla de flujos sale de la garganta y el difusor con un perfil uniforme de velocidades.
- b. La fase de gas, si se presenta, es sometida a compresión isotérmica en la garganta y difusor.
- c. Los flujos bifásicos a la entrada y salida de la garganta consisten en una mezcla homogénea de burbujas de gas en un líquido continuo (gas en solución).
- d. La transferencia de calor del gas hacia el líquido es despreciable, la temperatura del líquido permanece constante.
- e. El cambio de solubilidad del gas en el líquido, cuando cambia de la presión de succión (P_3) a la presión de descarga (P_2) es despreciable.
- f. La formación de vapor y su condensación en líquido son despreciables.

El siguiente análisis sigue el formato usado por Gosline y O'Brien y se refiere a la figura 2.1.

Definimos los términos:

$$M = \frac{q_3}{q_1} \quad (2.1)$$

$$R = \frac{A_n}{A_t} \quad (2.2)$$

¹⁶ KARASSIK Igor J.; "Pump Handbook"; McGraw Hill; USA; 2001; p 4.6.

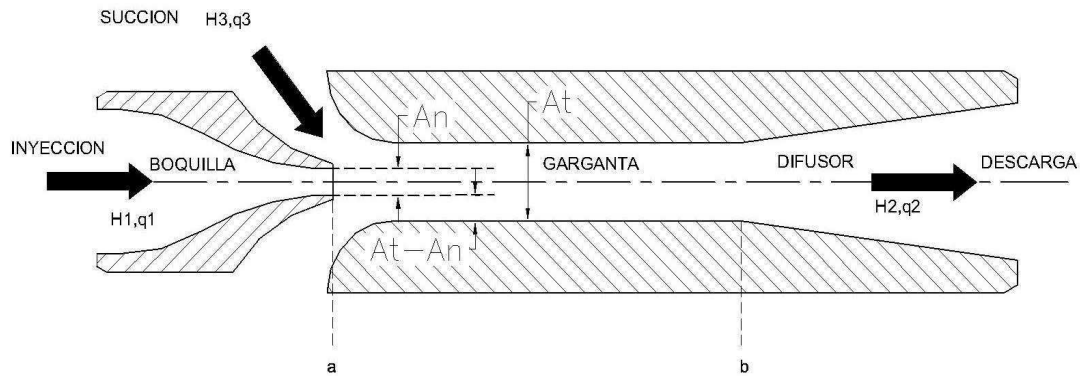


Fig. 2.1. Nomenclatura Bomba Jet

Relaciones de continuidad:

$$q_1 = A_n V_n \quad (2.3)$$

$$q_3 = A_s V_s \quad (2.4)$$

$$q_2 = q_1 + q_3 = A_t V_t \quad (2.5)$$

$$A_t = A_n + A_s \quad (2.6)$$

Combinando las ecuaciones 2.5 y 2.6 tenemos:

$$V_t = \frac{q_1 + q_3}{A_t} = \frac{q_1 + q_3}{A_n + A_s} \quad (2.7)$$

Combinando las ecuaciones 2.2 y 2.6 tenemos:

$$\frac{A_s}{A_n} = \frac{A_t - A_n}{A_n} = \frac{1 - R}{R} \quad (2.8)$$

El modelo de pérdidas de energía en mezcla de fluido que se propone en este trabajo no considera los detalles de los flujos, sin embargo, en una escala macroscópica establece que la pérdida de energía asociada con la mezcla será proporcional al cuadrado de la diferencia de velocidades entre los fluidos mezclados. La pérdida de energía por unidad de tiempo en la zona de mezcla de la garganta es expresada de la siguiente manera:

$$L = q_1 \rho \frac{(V_n - V_t)^2}{2g} + q_3 \rho \frac{(V_s - V_t)^2}{2g} \quad (2.9)^{17}$$

La energía por unidad de tiempo suministrada en la boquilla es:

$$E_n = q_1 \rho (H_1 - H_2) \quad (2.10)$$

La energía por unidad de tiempo añadida al fluido de producción es:

$$E_s = q_3 \rho (H_2 - H_3) \quad (2.11)$$

La pérdida de energía por unidad de tiempo debido a la resistencia por fricción en los límites de la cámara de mezcla (garganta) es aproximadamente:

$$F_t = \rho K_t (q_1 + q_3) \frac{(V_t)^2}{2g} \quad (2.12)$$

Donde V_t es la velocidad promedio de la ecuación 2.7 y K_t es el factor de fricción calculado para flujo en tuberías.

De manera análoga, en el difusor, circuito de succión y en la boquilla:

$$F_d = \rho K_d (q_1 + q_3) \frac{(V_t)^2}{2g} \quad (2.13)$$

$$F_s = \rho K_s (q_3) \frac{(V_s)^2}{2g} \quad (2.14)$$

$$F_n = \rho K_n (q_1) \frac{(V_n)^2}{2g} \quad (2.15)$$

La pérdida total de energía por unidad de tiempo debido a la fricción es igual a la suma de las pérdidas parciales y se expresa de la siguiente forma:

$$F_f = \rho K_t (q_1 + q_3) \frac{(V_t)^2}{2g} + \rho K_d (q_1 + q_3) \frac{(V_t)^2}{2g} + \rho K_s (q_3) \frac{(V_s)^2}{2g} + \rho K_n (q_1) \frac{(V_n)^2}{2g} \quad (2.16)$$

Simplificando nos da:

$$F_f = \rho (K_t + K_d) (q_1 + q_3) \frac{(V_t)^2}{2g} + \rho K_s (q_3) \frac{(V_s)^2}{2g} + \rho K_n (q_1) \frac{(V_n)^2}{2g} \quad (2.17)$$

¹⁷ BROWN Kermit E.; "The Technology of Artificial Lift Methods"; PennWell Publishing Company; 1980; p 455.

La energía suministrada es igual al trabajo realizado por unidad de tiempo más las pérdidas en la mezcla y más las pérdidas debidas a la fricción. Utilizando las ecuaciones 2.9, 2.10, 2.11 y 2.17 tenemos:¹⁸

$$E_n = E_s + L + F_f \quad (2.18)$$

$$q_1\rho(H_1 - H_2) = q_3\rho(H_2 - H_3) + q_1\rho\frac{(V_n - V_t)^2}{2g} + q_3\rho\frac{(V_s - V_t)^2}{2g} + \rho(K_t + K_d)(q_1 + q_3)\frac{(V_t)^2}{2g} + \rho K_s(q_3)\frac{(V_s)^2}{2g} + \rho K_n(q_1)\frac{(V_n)^2}{2g} \quad (2.19)$$

Dividiendo la ecuación 2.19 para q_1 , reemplazando la ecuación 2.1 y simplificando ρ , obtenemos:

$$(H_1 - H_2) = M(H_2 - H_3) + \frac{(V_n - V_t)^2}{2g} + M\frac{(V_s - V_t)^2}{2g} + (K_t + K_d)(1 + M)\frac{(V_t)^2}{2g} + K_s M\frac{(V_s)^2}{2g} + K_n\frac{(V_n)^2}{2g} \quad (2.20)$$

Es conveniente expresar V_s y V_t en términos de la velocidad de la boquilla V_n . De 2.1 y 2.4 obtenemos:

$$V_s = \frac{q_3}{A_s} = \frac{Mq_1}{A_s} \quad (2.21)$$

Reemplazando 2.3 y 2.8 en 2.21 tenemos:

$$V_s = \frac{MV_n A_n}{A_s} = MV_n \left(\frac{R}{1 - R} \right) \quad (2.22)$$

De 2.1 y 2.7 obtenemos:

$$V_t = \frac{q_1 \left(\frac{q_3}{q_1} + 1 \right)}{A_t} = \frac{q_1(1 + M)}{A_t} = \frac{V_n A_n}{A_t} (1 + M)$$

$$V_t = V_n R(1 + M) \quad (2.23)$$

¹⁸ BROWN Kermit E.; "The Technology of Artificial Lift Methods"; PennWell Publishing Company; 1980; p 456.

Sustituyendo 2.22 y 2.23 en 2.20 obtenemos:

$$(H_1 - H_2) = M(H_2 - H_3) + \frac{[V_n - V_n R(1+M)]^2}{2g} + M \frac{[M V_n \left(\frac{R}{1-R}\right) - V_n R(1+M)]^2}{2g} + (K_t + K_d) (1+M) \frac{[V_n R(1+M)]^2}{2g} + K_s M \frac{[M V_n \left(\frac{R}{1-R}\right)]^2}{2g} + K_n \frac{(V_n)^2}{2g}$$

Simplificando tenemos:

$$(H_1 - H_2) = M(H_2 - H_3) + \frac{V_n^2}{2g} [1 - R(1+M)]^2 + \frac{V_n^2}{2g} M \left[M \frac{R}{1-R} - R(1+M) \right]^2 + (K_t + K_d) (1+M) \frac{V_n^2}{2g} [R(1+M)]^2 + K_s M \frac{V_n^2}{2g} \left(\frac{MR}{1-R} \right)^2 + K_n \frac{(V_n)^2}{2g}$$

$$(H_1 - H_2) = M(H_2 - H_3) + \frac{V_n^2}{2g} \left\{ [1 - R(1+M)]^2 + M \left[M \frac{R}{1-R} - R(1+M) \right]^2 \right\} + (K_t + K_d) (1+M) \frac{V_n^2}{2g} [R(1+M)]^2 + K_s M \frac{V_n^2}{2g} \left(\frac{MR}{1-R} \right)^2 + K_n \frac{(V_n)^2}{2g} \quad (2.24)$$

Consideremos luego la ecuación de la energía en los circuitos de inyección, succión y descarga:

Inyección,

$$H_1 = \frac{P_a}{\rho} + \frac{V_n^2}{2g} + K_n \frac{V_n^2}{2g}$$

$$H_1 = \frac{P_a}{\rho} + (1 + K_n) \frac{V_n^2}{2g} \quad (2.25)$$

Succión,

$$H_3 = \frac{P_a}{\rho} + \frac{V_s^2}{2g} + K_s \frac{V_s^2}{2g}$$

$$H_3 = \frac{P_a}{\rho} + (1 + K_s) \frac{V_s^2}{2g} \quad (2.26)$$

Descarga,

$$\frac{P_b}{\rho} + \frac{V_t^2}{2g} = H_2 + K_d \frac{V_t^2}{2g} \quad (2.27)$$

Haciendo la diferencia entre 2.25 y 2.26 obtenemos:

$$H_1 - H_3 = (1 + K_n) \frac{V_n^2}{2g} - (1 + K_s) \frac{V_s^2}{2g} \quad (2.28)$$

Reemplazando 2.22 en 2.28 nos da:

$$H_1 - H_3 = (1 + K_n) \frac{V_n^2}{2g} - (1 + K_s) \frac{V_n^2}{2g} M^2 \left(\frac{R}{1-R} \right)^2 \quad (2.29)$$

Despejando $V_n^2/2g$:

$$\frac{V_n^2}{2g} = \frac{H_1 - H_3}{(1 + K_n) - (1 + K_s) M^2 \left(\frac{R}{1-R} \right)^2} \quad (2.30)$$

Reemplazando 2.30 en 2.24:

$$(H_1 - H_2) = M(H_2 - H_3) + \frac{H_1 - H_3}{(1 + K_n) - (1 + K_s) M^2 \left(\frac{R}{1-R} \right)^2} \left\{ [1 - R(1 + M)]^2 + M \left[M \frac{R}{1-R} - \right. \right. \\ \left. \left. R1 + M2 + (K_t + K_d) 1 + M3R2 + K_s M3R1 - R2 + K_n \right] \right\}$$

Simplificando,

$$(H_1 - H_2) = M(H_2 - H_3) + \frac{H_1 - H_3}{(1 + K_n) - (1 + K_s) M^2 \left(\frac{R}{1-R} \right)^2} \left\{ K_n + K_s M^3 \left(\frac{R}{1-R} \right)^2 + (K_t + \right. \\ \left. K_d) 1 + M3R2 + 1 - R1 + M2 + MMR1 - R - R1 + M2 \right\}$$

$$(H_1 - H_2) = M(H_2 - H_3) + \frac{H_1 - H_3}{(1 + K_n) - (1 + K_s) M^2 \left(\frac{R}{1-R} \right)^2} \left\{ K_n + K_s M^3 \left(\frac{R}{1-R} \right)^2 + (K_t + \right. \\ \left. K_d) 1 + M3R2 + 1 - 2R1 + M + R21 + M2 + M3R1 - R2 - 2M21 + MR21 - R + M(1 + M)2R2 \right\}$$

$$(H_1 - H_2) = M(H_2 - H_3) + \frac{H_1 - H_3}{(1+K_n) - (1+K_s)M^2\left(\frac{R}{1-R}\right)^2} \left\{ (1+K_n) + (1+K_s)M^3\left(\frac{R}{1-R}\right)^2 + \right. \\ \left. (Kt+Kd) \right. \\ \left. 1+M3R2-2R-2RM+R2+2R2M+R2M2-2R21-RM2-2R21-RM3+R2M+2R2M2+ \right. \\ \left. R2M3 \right. \\ (H_1 - H_2) = M(H_2 - H_3) + \frac{H_1 - H_3}{(1+K_n) - (1+K_s)M^2\left(\frac{R}{1-R}\right)^2} \left\{ (1+K_n) + (1+K_s)M^3\left(\frac{R}{1-R}\right)^2 + \right. \\ \left. (Kt+Kd) \right. \\ \left. 1+M3R2+(R2+3R2M+3R2M2+R2M3)-2R-2RM-2R21-RM2-2R21-RM3 \right. \\ (H_1 - H_2) = M(H_2 - H_3) + \frac{H_1 - H_3}{(1+K_n) - (1+K_s)M^2\left(\frac{R}{1-R}\right)^2} \left\{ (1+K_n) + (1+K_s)M^3\left(\frac{R}{1-R}\right)^2 + \right. \\ \left. (Kt+Kd) 1+M3R2+R21+M3-2R(1+M)-2R21-RM2(1+M) \right. \\ (H_1 - H_2) = M(H_2 - H_3) + \frac{H_1 - H_3}{(1+K_n) - (1+K_s)M^2\left(\frac{R}{1-R}\right)^2} \left\{ (1+K_n) + (1+K_s)M^3\left(\frac{R}{1-R}\right)^2 + \right. \\ \left. (1+Kt+Kd) 1+M3R2-2R(1+M)-2R21-RM2(1+M) \right. \quad (2.31)$$

La ecuación 2.31 la podemos expresar de la siguiente manera:

$$(H_1 - H_2) = M(H_2 - H_3) + N(H_1 - H_3) \quad (2.32) \quad ^{19}$$

Donde,

$$N = \frac{\left[(1+K_n) + (1+K_s)M^3\left(\frac{R}{1-R}\right)^2 + (1+K_t+K_d) (1+M)^3R^2 - 2R(1+M) - 2\frac{R^2}{1-R}M^2(1+M) \right]}{\left[(1+K_n) - (1+K_s)M^2\left(\frac{R}{1-R}\right)^2 \right]} \quad (2.33)$$

Arreglando la ecuación 2.32 tenemos:

$$1 = \frac{H_2 - H_3}{H_1 - H_2} M + \frac{H_1 - H_3}{H_1 - H_2} N \quad (2.34)$$

Si utilizamos la siguiente igualdad (2.35) como un artificio y reemplazamos en 2.34 tenemos:

¹⁹ BROWN Kermit E.; "The Technology of Artificial Lift Methods"; PennWell Publishing Company; 1980; 457.

$$\frac{H_2 - H_3}{H_1 - H_2} + 1 = \frac{H_1 - H_3}{H_1 - H_2} \quad (2.35)$$

$$1 = \frac{H_2 - H_3}{H_1 - H_2} M + \left(\frac{H_2 - H_3}{H_1 - H_2} + 1 \right) N \quad (2.34)$$

Definimos,

$$H = \frac{H_2 - H_3}{H_1 - H_2}$$

Entonces,

$$1 = HM + (H + 1)N = HM + HN + N$$

$$H = \frac{1 - N}{M + N} = \frac{H_2 - H_3}{H_1 - H_2} \quad (2.35)$$

Donde M está definido por la ecuación 2.1 y N definido por la ecuación 2.33.

En la ecuación 2.33, los parámetros K_n, K_s, K_t, K_d y R son características geométricas de la bomba, mientras que el parámetro restante, M, es una función de los flujos en la bomba ya que:

$$M = \frac{q_3}{q_1} \quad (2.1)$$

La ecuación 2.35, sin embargo, es una función solo de M para una bomba dada. Así, de acuerdo con la ecuación 2.35, la altura total es una aproximación muy cercana a la presión estática en aplicaciones de bombeo hidráulico, entonces:

$$H = \frac{P_2 - P_3}{P_1 - P_2} = \frac{1 - N}{M + N} = f(M) \quad (2.36)$$

De aquí en adelante, la altura total H_i se asumirá igual a la presión estática P_i . El significado físico del parámetro H puede ser visto como la relación de ganancia de altura o presión experimentada por el fluido de producción en la bomba, para la pérdida de altura o presión sufrida por el fluido motriz en la bomba. Debe estar claro que para altas presiones de descarga, como en un pozo profundo, la

geometría de la bomba (descrita por R) y la relación de flujos M deben ser seleccionadas para dar un valor alto de H.²⁰

2.2. EFICIENCIA

La eficiencia de una bomba jet está definida como la relación de la potencia añadida al fluido de producción para la potencia perdida por el fluido motriz. Debemos notar que al ser P_1 y P_2 variables que intervienen en la determinación de la eficiencia, implícitamente se está tomando en cuenta las pérdidas en la tubería.²¹

La potencia añadida al fluido producido por el pozo es:

$$(HP)_{q_3} \propto q_3(P_2 - P_3) \quad (2.37)$$

Y la potencia perdida por el fluido motriz es:

$$(HP)_{q_1} \propto q_1(P_1 - P_2) \quad (2.38)$$

Las ecuaciones 2.37 y 2.38 nos dan la eficiencia de la bomba jet:

$$E = \frac{(HP)_{q_3}}{(HP)_{q_1}} = \frac{q_3(P_2 - P_3)}{q_1(P_1 - P_2)} \quad (2.39)$$

Notemos que el lado derecho de la ecuación 2.39 es:

$$MxH = \frac{q_3}{q_1} \times \frac{(P_2 - P_3)}{(P_1 - P_2)}$$

De tal manera que:

$$Eficiencia = E = MH = \frac{q_3(P_2 - P_3)}{q_1(P_1 - P_2)} \quad (2.40)$$

²⁰ BROWN Kermit E.; "The Technology of Artificial Lift Methods"; PennWell Publishing Company; 1980; p 457.

²¹ BROWN Kermit E.; "The Technology of Artificial Lift Methods"; PennWell Publishing Company; 1980; p 458.

2.3. CURVAS CARACTERÍSTICAS ADIMENSIONALES

El rendimiento o desempeño de bombas jet geoméricamente similares (mismo R) operando en el mismo rango de Número de Reynolds se describió en las ecuaciones 2.33, 2.36 y 2.40. La figura 2.2 muestra la representación de éstas ecuaciones, graficando H vs. M para varios valores de R. Las eficiencias correspondientes también son graficadas como una función de M. Estas curvas son graficadas utilizando los siguientes coeficientes de pérdidas, los cuales fueron determinados experimentalmente por Gosline y O'Brien:

$$K_n = 0,15; \quad K_s = 0,0; \quad K_t = 0,28; \quad K_d = 0,10$$

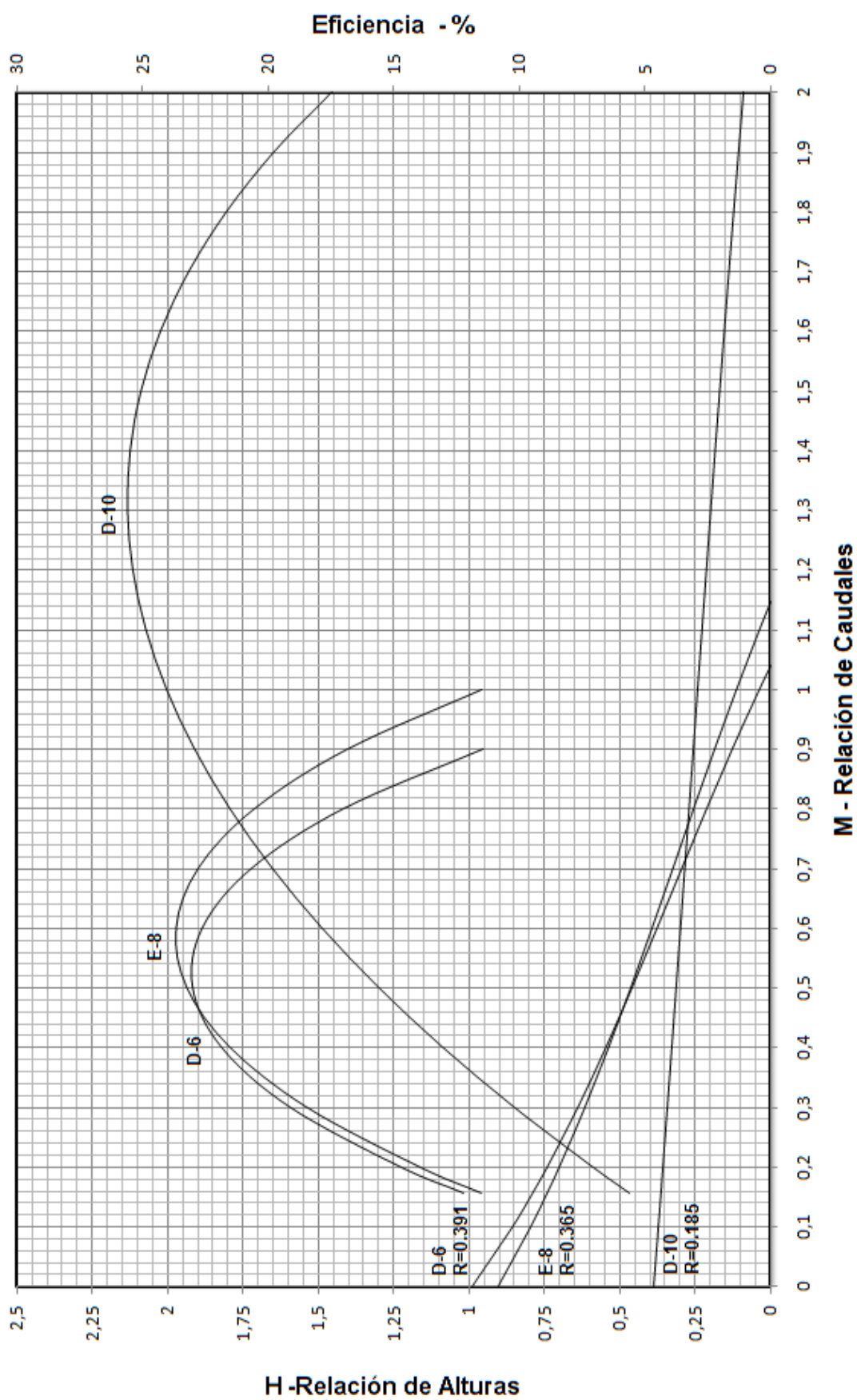
La relación de áreas seleccionado cubre el rango desde una bomba con una altura de cabeza H relativamente alta y bajo caudal de flujo (bomba D-6 con R=0,391) hasta una bomba con una altura de cabeza H relativamente baja y alto caudal de flujo (bomba D-10 con R=0,185).

Las bombas de altura de cabeza alta normalmente se podrían utilizar en un pozo profundo con un alto levantamiento. Nótese que el punto de máxima eficiencia para la relación A ocurre en M=0,52. Esto significa que por cada barril producido (q_3), es necesario suministrar dos barriles de fluido motriz (q_1). Por el otro lado, la bomba de alto caudal de flujo podría ser aplicada en pozos someros con bajo levantamiento y requeriría solamente 0,7 barriles de fluido motriz por cada barril de producción en el punto de máxima eficiencia (M=1,35).

Se debe enfatizar que las curvas representadas en la figura 2.2 delinean solo los puntos de operación permisibles para una bomba jet sin tener en cuenta la cavitación.²²

²² BROWN Kermit E.; "The Technology of Artificial Lift Methods"; PennWell Publishing Company; 1980; p 458.

Fig. 2.2: Curva Característica y Eficiencia de la Bomba Jet



2.4. CAUDAL EN LA BOQUILLA

La ecuación 2.29 Puede ser arreglada para obtener la velocidad del jet producido en la boquilla

$$V_n = \sqrt{\frac{2g(H_1 - H_3)}{(1 + K_n) - (1 + K_s)M^2 \left(\frac{R}{1-R}\right)^2}} \quad (2.41)$$

De la ecuación de continuidad:

$$q_1 = A_n V_n \quad (2.3)$$

$$q_1 = A_n \sqrt{\frac{2g(H_1 - H_3)}{(1 + K_n) - (1 + K_s)M^2 \left(\frac{R}{1-R}\right)^2}} \quad (2.42)^{23}$$

La ecuación 2.42 nos indica que el caudal que atraviesa la boquilla no es sólo función del diferencial de alturas de cabeza ($H_1 - H_3$) sino también del caudal del fluido de producción reflejado en el término del denominador que contiene M.

Ensayos realizados por Cunningham, sin embargo, indican que prácticamente ninguna dependencia del caudal de fluido producido es observado en bombas con la boquilla retirada entre uno hasta dos diámetros de boquilla, desde la entrada a la garganta.

Una representación adecuada del caudal en la boquilla es:

$$q_1 = A_n \sqrt{\frac{2g(P_1 - P_3)}{\rho(1 + K_n)}} \quad (2.43)$$

Donde las alturas totales de cabeza han sido reemplazadas por la presión estática como habíamos indicado. Nótese también que la presión de descarga, P_2 , no es parte de la ecuación 2.43.

²³ BROWN Kermit E.; "The Technology of Artificial Lift Methods"; PennWell Publishing Company; 1980; p 460.

2.5. CAVITACIÓN

Como puede ser deducido de la ecuación 2.26, la presión P_a en la entrada a la garganta es siempre menor que la cabeza de succión H_3 , para caudales de succión mayores que cero. Si P_a es reducido bajo P_v , la presión de vapor del fluido que está siendo bombeado, se crearán condiciones para cambio de fase, creándose cavidades de vapor para formar un proceso llamado cavitación. Dado que P_v es la mínima presión que puede ser obtenida en la entrada de la garganta, el caudal de succión (fluido de producción) en este punto es el máximo que puede ser obtenido con el valor particular de altura de cabeza de succión H_3 . Intentos de disminuir P_a bajo P_v mediante el incremento del caudal en la boquilla simplemente conducirán a incrementar el volumen de vapor a la P_v en el fluido de succión (producción).

Debido a que el fluido de producción se acelera hasta una alta velocidad (60 a 90 m/s) para ingresar a la garganta, la cavitación es un problema potencial. Las áreas de flujo de la boquilla y garganta definen un área anular de paso de flujo en la entrada de la garganta. La disminución de esta área, incrementa la velocidad de una cantidad dada de fluido de producción que la atraviesa. La presión estática del fluido cae porque el cuadrado de la velocidad aumenta, y a altas velocidades esta presión bajará hasta alcanzar la presión de vapor P_v . A esta presión se produce una restricción del flujo dentro de la garganta y no es posible un incremento de producción a esa presión de entrada a la bomba, aún si el caudal y la presión del fluido motriz son incrementados. Consecuentemente el colapso de las cavidades de vapor generadas en la bomba puede causar erosión, conocido como daño por cavitación. Así para un caudal de producción y presión de entrada dados, existirá un área de flujo mínima requerida para mantener la velocidad de entrada del fluido lo suficientemente baja para evitar la cavitación.

La descripción del fenómeno de cavitación analizado, sugiere que si el caudal de producción tiende a cero, la cavitación potencial desaparecerá porque las velocidades del fluido son muy bajas. Bajo estas condiciones, sin embargo, la diferencia de velocidades entre el jet de fluido motriz y el lento movimiento del fluido de producción, alcanza su valor máximo, que crea una zona de corte en el

límite entre ellos. La zona de corte constantemente genera vórtices, cuyos núcleos están a presiones reducidas. Cavidades de vapor podrían formarse en los núcleos de los vórtices, produciendo la erosión de las paredes de la garganta al colapsar las burbujas debido al decaimiento del vórtice e incremento de la presión en la bomba. Aunque ningún tratado teórico de este fenómeno se ha publicado, este ha sido el tema de trabajos experimentales. Esto ha permitido la inclusión de zonas de daño potencial en gráficos que predicen este comportamiento. Las siguientes correlaciones experimentales predicen el daño por cavitación a bajos caudales del fluido de producción (bajo aporte) y bajas presiones de entrada a la bomba, antes de que ocurra la condición de restricción de flujo. Bajo estas condiciones, erosión por cavitación ha sido observada incluso a muy bajos caudales del fluido de producción. Si una bomba jet es operada cerca de su mejor punto de eficiencia, los vórtices cortantes son un efecto indistintamente secundario en el proceso de cavitación.

Además el colapso de las burbujas de cavitación en la garganta de la bomba causa daños severos debido a las ondas de choque y alta velocidad de los micros jets resultantes del colapso asimétrico de burbujas. Por estas razones, la predicción del punto de cavitación es importante en aplicaciones de bombas jet.

Cunningham y Brown han demostrado que el valor limitante de M en el punto de cavitación puede ser predicho por:

$$M_c = \frac{1 - R}{R} \sqrt{\frac{P_3 - P_v}{I_c H_{velocidad}}} \quad (2.44)^{24}$$

Donde $H_{velocidad}$ es la altura de cabeza debido a la velocidad del jet, de la ecuación 2.30 y I_c es un índice de cavitación determinado experimentalmente.

Desde que:

$$H_{velocidad} = \frac{P_1 - P_3}{(1 + K_n) - (1 + K_s)M^2 \left(\frac{R}{1 - R}\right)^2} \quad (2.45)$$

²⁴ BROWN Kermit E.; "The Technology of Artificial Lift Methods"; PennWell Publishing Company; 1980; p 460.

De la ecuación 2.30

Sustituyendo 2.45 en 2.44 y simplificando tenemos:

$$M_c = \frac{1-R}{R} \sqrt{1+K_n} \sqrt{\frac{(P_3 - P_v)/(P_1 - P_3)}{I_c + (P_3 - P_v)/(P_1 - P_3)}} \quad (2.46)$$

Si $P_v = 0$, entonces

$$M_c = \frac{1-R}{R} \sqrt{1+K_n} \sqrt{\frac{P_3}{I_c(P_1 - P_3) + P_3}} \quad (2.47)$$

Numerosos ensayos realizados por diferentes investigadores han ubicado el valor de I_c entre 0.8 y 1.67, siendo 1.35 un valor de diseño conservador. La operación en valores de M menores que M_c no tendrá problemas de cavitación. Los intentos de incrementar M sobre M_c conducirán a la cavitación en la entrada de la garganta y el rendimiento de la bomba se desviará de la curva característica H vs. M esperada.

2.6. EFECTO DE LA PRESIÓN DE DESCARGA

En la figura 2.2 se ve que las curvas características adimensionales para diferentes relaciones R , se cruzan unas con otras. Por ejemplo, en el punto para $M=0.71$ y $H=0.30$, el comportamiento de las bombas con relaciones $R=0,391$ y $R=0,185$ son idénticos. Sin embargo, se ha demostrado previamente que las características de cavitación de las dos bombas podrían no ser las mismas. De manera similar, la respuesta a un cambio en la presión de descarga será diferente para las dos bombas con relaciones R diferentes.

Como ejemplo consideremos las bombas "D-6" y "D-10" operando con las siguientes presiones:

$$P_1 = 6000 \text{ psi}, \quad P_2 = 3000 \text{ psi}, \text{ y } P_3 = 2100 \text{ psi}$$

De la ecuación 2.36

$$H = \frac{P_2 - P_3}{P_1 - P_2} = \frac{3000 - 2100}{6000 - 3000} = 0.3, \text{ entonces } M = 0.71; \text{ para las dos bombas.}$$

Incrementando P_2 en un 5 % ($P_2 = 3150 \text{ psi}$) encontramos un valor diferente de H,

$$H = \frac{P_2 - P_3}{P_1 - P_2} = \frac{3150 - 2100}{6000 - 3150} = 0.368$$

Para $H=0.368$ la bomba "D-6" operará con un valor M de 0.6, mientras la bomba "D-10" operará con un valor M aproximado de sólo 0.14. En el caso de la bomba "D-6", un incremento del 5% en la presión de descarga produce una disminución del 15% en el valor de M y por tanto del caudal del fluido de producción q_3 . Para la bomba "D-10", sin embargo, la disminución del caudal de producción es de 80% para el mismo 5% de incremento en la presión de descarga.

En la práctica, de todos modos, un operador incrementará P_1 en un esfuerzo por mantener la pérdida de producción. Por esta razón, la manera más apropiada para analizar la sensibilidad de la presión de retorno (contrapresión) para varias relaciones, es preguntar cuánta presión adicional del fluido motriz es necesario suministrar en superficie, para recuperar la producción después de un incremento gradual de la presión de retorno.

Matemáticamente, esta es la tasa de cambio de P_1 con respecto a P_2 , manteniendo constante P_3 y q_3 . Esto es:

$$\text{Sensibilidad a la Presión de Retorno} = X = \left(\frac{\partial P_1}{\partial P_2} \right)_{P_3, q_3 = \text{constantes}} \quad 25$$

Las curvas H vs. M de la figura 2.2 pueden ser linealizadas de la siguiente forma:

$$H = I - mH \quad (2.47)$$

Donde I es la intersección con el eje vertical en la figura 2.2a y m es la pendiente de la línea recta.

De la ecuación 2.48

²⁵ BROWN Kermit E.; "The Technology of Artificial Lift Methods"; PennWell Publishing Company; 1980; p 462.

$$M = \frac{I - H}{m} \quad (2.49)$$

Las ecuaciones 2.1 y 2.49 nos dan:

$$\frac{q_3}{q_1} = \frac{I - H}{m} \quad (2.50)$$

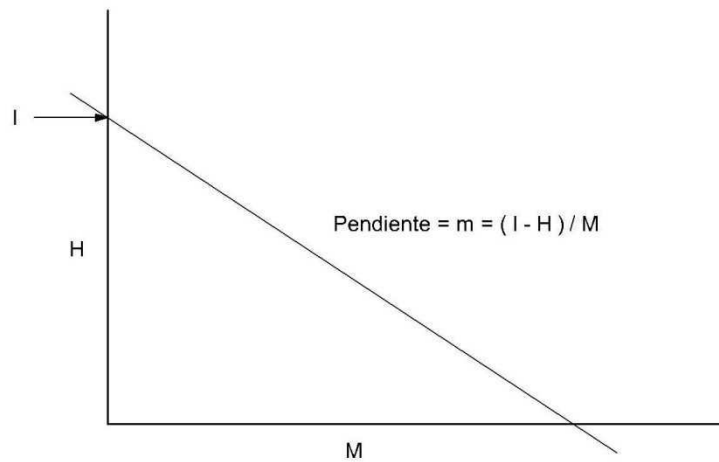


Fig. 2.2a: Curva característica linealizada

Para una bomba dada, la ecuación 2.43 puede ser escrita como

$$q_1 = K\sqrt{P_1 - P_3} \quad (2.51)$$

y cuando combinamos con la ecuación 2.50 tenemos:

$$q_3 = K\sqrt{P_1 - P_3} \left(\frac{I - H}{m} \right) \quad (2.52)$$

Sustituyendo la ecuación 2.36 en la ecuación 2.52 tenemos:

$$q_3 = \frac{K\sqrt{P_1 - P_3}}{m} \left[I - \left(\frac{P_2 - P_3}{P_1 - P_2} \right) \right]$$

que puede ser arreglada de la siguiente manera:

$$q_3 \left(\frac{m}{K} \right) = \sqrt{P_1 - P_3} \left[I - \left(\frac{P_2 - P_3}{P_1 - P_2} \right) \right] \quad (2.53)$$

La ecuación 2.53 tiene ahora a q_3 en términos de las dos presiones de interés, P_1 y P_2 , m , K , I y P_3 son constantes. Derivando parcialmente cada lado de la ecuación 2.53 con respecto a P_2 y manteniendo q_3 constante tenemos:

$$0 = \frac{1}{2\sqrt{P_1 - P_3}} \frac{\partial P_1}{\partial P_2} (I) - \frac{1}{2} \frac{\frac{\partial P_1}{\partial P_2}}{\sqrt{P_1 - P_3}} H + \sqrt{P_1 - P_3} \frac{\partial}{\partial P_2} \left(I - \frac{P_2 - P_3}{P_1 - P_2} \right)$$

$$0 = \frac{\partial P_1}{\partial P_2} \frac{I}{2} - \frac{H}{2} \frac{\partial P_1}{\partial P_2} + (P_1 - P_3) \frac{\partial}{\partial P_2} \left(I - \frac{P_2 - P_3}{P_1 - P_2} \right)$$

$$0 = \frac{\partial P_1}{\partial P_2} \left(\frac{I}{2} - \frac{H}{2} \right) + (P_1 - P_3) \left\{ 0 - \left[\frac{(P_1 - P_2) - (P_2 - P_3) \left(\frac{\partial P_1}{\partial P_2} - 1 \right)}{(P_1 - P_2)^2} \right] \right\}$$

$$0 = \frac{\partial P_1}{\partial P_2} \left(\frac{I}{2} - \frac{H}{2} \right) - (P_1 - P_3) \left[\frac{1 - H \left(\frac{\partial P_1}{\partial P_2} - 1 \right)}{(P_1 - P_2)} \right]$$

$$0 = \frac{\partial P_1}{\partial P_2} \left(\frac{I}{2} - \frac{H}{2} \right) - \frac{(P_1 - P_3)}{(P_1 - P_2)} \left[1 - H \left(\frac{\partial P_1}{\partial P_2} - 1 \right) \right]$$

Pero, $\frac{(P_1 - P_3)}{(P_1 - P_2)} = H + 1$, de la ecuación 2.35, entonces

$$0 = \frac{\partial P_1}{\partial P_2} \left(\frac{I}{2} - \frac{H}{2} \right) - (H + 1) \left[1 - H \left(\frac{\partial P_1}{\partial P_2} - 1 \right) \right]$$

$$0 = \frac{\partial P_1}{\partial P_2} \left(\frac{I}{2} - \frac{H}{2} \right) - (H + 1) + H(H + 1) \frac{\partial P_1}{\partial P_2} - H(H + 1)$$

$$0 = \frac{\partial P_1}{\partial P_2} \left[\frac{I}{2} - \frac{H}{2} + H(H + 1) \right] - (H + 1) - H(H + 1)$$

$$0 = \frac{\partial P_1}{\partial P_2} \left(\frac{I - H + 2H(H + 1)}{2} \right) - H^2 - 2H - 1$$

$$0 = \frac{\partial P_1}{\partial P_2} \left(\frac{I - H + 2H(H + 1)}{2} \right) - (H + 1)^2$$

$$\frac{\partial P_1}{\partial P_2} = X = \frac{2(H + 1)^2}{I - H + 2H(H + 1)} \quad (2.54)^{26}$$

La ecuación 2.54 tiene varias características importantes. Primero, para un valor dado de H, valores pequeños de I, dan mayores incrementos en P_1 con respecto a los incrementos en P_2 .

Así, la bomba "D-10" con $I \cong 0.40$, tendrá $\frac{\partial P_1}{\partial P_2} = 3.84$ para $H = 0.3$; mientras que la bomba con relación "D-6" con $I \cong 1.0$, tendrá $\frac{\partial P_1}{\partial P_2} = 2.28$.

Por lo tanto, en el ejemplo anterior, para incrementar P_2 en 150 psi, la bomba "D-10" requerirá de un incremento de $150 \times 3.84 = 576$ psi en la presión de la triplex de superficie. La bomba "D-6", por otro lado, requerirá de un incremento de $150 \times 2.28 = 342$ psi, para mantener la misma producción.

Otra predicción de la ecuación 2.54 es que la Sensibilidad, X, es una función del punto sobre la curva H vs. M sobre el cual está operando la bomba. En la bomba "D-10", si $H = 0.4$, entonces $X = 3.5$, pero si $H = 0$, entonces $X = 5$.

Es importante minimizar la presión de descarga de la bomba para alcanzar bajas potencias de operación. Además, debe tenerse en cuenta que cualquier error en los datos del pozo que afecten la presión de descarga de la bomba, como la gradiente de los fluidos, presión de cabeza y relación gas-petróleo, conducirán a grandes errores en predicción de comportamientos de bombas con pequeñas relaciones R tales como la bomba "D-10", que en bombas con altas relaciones R tales como la bomba "D-6".

²⁶ BROWN Kermit E.; "The Technology of Artificial Lift Methods"; PennWell Publishing Company; 1980; p

CAPITULO 3

REDES - GENERALIDADES Y PRINCIPIOS BÁSICOS

3.1. INTRODUCCION

El análisis de Sistemas Centralizados de Bombeo Hidráulico, orientado al diseño de redes de tubería y optimización de sistemas ya existentes es de interés práctico en la Industria Petrolera,

En todo caso siempre se encuentra involucrado el problema de analizar el efecto sobre la distribución de presiones y gastos, en cambios de los elementos constitutivos del sistema o en sus condiciones de operación.

Considerando los gastos de operación que implica este tipo de sistemas y conociendo que aún un pequeño cambio en el mismo produce ahorros sustanciales se ve la necesidad de contar con un método que permita cuantificar el efecto de las diferentes variables sobre la distribución de presiones en el sistema.

3.2. DEFINICION DE UNA RED DE DISTRIBUCION

Una red de distribución de un Sistema Centralizado de Bombeo Hidráulico es un sistema interconectado de segmentos de tubería que tiene por finalidad transportar el fluido motriz de una estación de bombeo a los lugares de consumo.

El análisis de redes consiste en determinar el estado final en que queda el sistema en su conjunto para satisfacer las condiciones de flujo presentes y futuras.

3.3. DESARROLLO DEL MODELO

Analizar una Red de Distribución de fluido motriz implica determinar presiones, caudales y diámetros que se emplearán en la configuración de la red, evaluar el efecto de los cambios en el sistema y en las condiciones de operación.

El presente análisis se basa exclusivamente en un régimen de flujo en estado permanente. A fin de tratar de forma general cualquier sistema de recolección o distribución de fluidos se acostumbra describirlos en términos de topología de la Red.

Los nudos representan físicamente puntos donde convergen dos o más tuberías, bombas, válvulas o puntos de consumo. Los tramos son elementos a través de los cuales hay intercambio de masa de un nudo a otro, representados por tuberías, válvulas y bombas.

Cuando un nudo es el término de un tramo, se dice que tanto el nudo y el tramo son incidentes entre sí. Dos tramos están conectados si son incidentes por lo menos en un nudo común. A una serie de tramos conectados formando una trayectoria o circuito cerrado se denomina Malla.²⁷

La relación entre nudos, tramos y mallas se halla dada por la siguiente expresión en forma de ecuación.

Esto es:

$$NT = NL + NM - NB$$

Donde:

NT = Número de Tramos

NL = Número de Nudos Libres

NM = Número de Mallas

²⁷ BRITO Jorge & JUMBO Edgar; "Cálculo de Redes de Distribución de Fluidos de Trabajo para Campos Petroleros"; Tesis de Grado; EPN; 1979; p 23.

NB = Número de Nudos Base Localizados

Los Nudos Base Localizados (NB) representan en la red de distribución los sitios donde la presión se halla determinada con respecto a una base arbitraria de referencia.

Se denomina un Nudo Libre (NL) aquel al cual es posible asignar una incógnita.

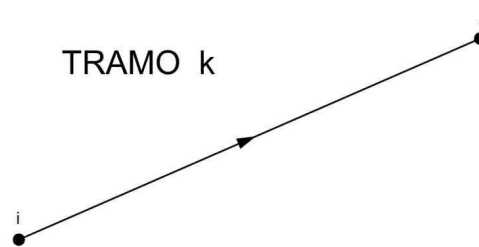


Fig. 3.1: Tramo Típico de una Red

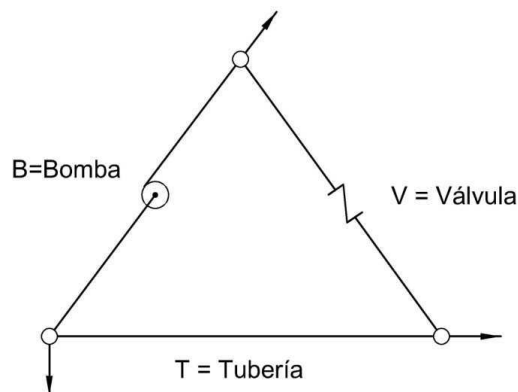


Fig. 3.2: Gráfico Tipo de una Red de Distribución

Para formular un modelo matemático del fenómeno de flujo, es necesario representar en términos de relaciones matemáticas el flujo a través de sus elementos. Estas ecuaciones se establecen aplicando la ecuación de la continuidad en cada uno de los nudos, la cual establece para régimen permanente, que la suma algebraica de los caudales o gastos (Q) que entran o salen de un nudo a través de los conectores, más el consumo o aporte del nudo (C) debe ser cero.²⁸

²⁸ BRITO Jorge & JUMBO Edgar; "Cálculo de Redes de Distribución de Fluidos de Trabajo para Campos Petroleros"; Tesis de Grado; EPN; 1979; p 25.

Esto es:

$$F_j = \sum_{i=1}^{NNV} Q_{ij} + C_j = 0 \quad ; \quad j = 1, NL \quad (3.1)$$

Donde:

NL = Número de Nudos libres de la red

C_j = Consumo o aporte en el Nudo j

Q_{ij} = Caudal circulante de i a j

NNV =Número de nudos vecinos al nudo j

De esta forma se plantea una ecuación para cada Nudo Libre de la red, es decir, en una red de NL Nudos Libres pueden plantearse NL ecuaciones de la forma indicada.

3.4. ELEMENTOS CONSTITUTIVOS MÁS IMPORTANTES

La conveniencia de simplificar el análisis, es un criterio muy acertado en la práctica de ingeniería, siempre que la incidencia de estas simplificaciones sea mínima frente a la influencia de aspectos más representativos.

Se acostumbra a seleccionar de entre una multitud de componentes de una red los elementos con mayor representatividad.

De acuerdo a la función y al grado de incidencia en la alteración del flujo, los elementos más importantes a considerarse para los fines de cálculo son:

- a) Tuberías.- Responsables de la pérdida de energía mecánica, que depende de su rugosidad.
- b) Válvulas.- Perturbaciones llamadas “turbulencia” son las responsables de la pérdida de energía en la región inmediata corriente abajo del componente.

- c) Bombas Centrifugas.- Su función característica es transferir energía al fluido.
- d) Bombas Jet de subsuelo.- Son las encargadas de generar el diferencial de presiones necesario en el fondo del pozo para que exista aporte de caudal al sistema.

3.5. FLUJO PERMANENTE EN CONDUCTOS CERRADOS

El análisis del transporte de fluido a través de tuberías a presión depende de tres principios fundamentales, el principio de conservación de masa, el principio de conservación de energía y el principio de conservación de la cantidad de movimiento. Cada principio se considera en términos de las ecuaciones derivadas de su aplicación.²⁹

3.5.1. PRINCIPIO DE CONSERVACION DE MASA

En general la velocidad de variación de una propiedad extensiva a través de un volumen de control viene dada por la siguiente relación:

$$\frac{DN}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} \oint_{\forall} \eta \rho d\forall + \oint_A \eta \rho \bar{V} d\bar{A} \quad (3.2)$$

N = Propiedad extensiva

η = Propiedad extensiva por unidad de masa

ρ = Densidad del fluido

V = Velocidad media

A = Área

²⁹ SANKS Robert L.; "Flow in Conduits"; USA; 2007; p 3.1.

Para nuestro caso $N = m$, y $\eta = 1$ por lo que la ecuación 3.2 se expresa de la siguiente manera:

$$\frac{Dm}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} \oint_{\forall} \rho d\forall + \oint_A \rho \bar{V} d\bar{A} = 0 \quad (3.2)$$

La ecuación de la continuidad para un volumen de control que encierra un tramo de tubería establece que:

$$\frac{d}{dt} \oint_{\forall} \rho d\forall + \int_A \rho \bar{V} d\bar{A} = 0$$

$$\int_{A_1} \rho \bar{V} d\bar{A} + \int_{A_2} \rho \bar{V} d\bar{A} = 0$$

$$\rho_1 Q_1 = \rho_2 Q_2 = \text{constante} \quad (3.3)$$

Esto significa que para cualquier tubería que transporte un fluido continuo en estado estable, la cantidad de materia que entra en la sección 1 es igual a la cantidad de materia que sale en la sección 2. Pero si además conocemos que el fluido es incompresible, es decir $\rho_1 = \rho_2$, entonces:

$$Q = A_1 V_1 = A_2 V_2 = \text{constante} \quad (3.4)$$

El caudal másico que atraviesa la superficie viene dado por:

$$m = \int \rho \bar{V} d\bar{A} \quad (3.5)$$

El caudal volumétrico Q , que atraviesa una superficie, se puede calcular eliminando la densidad de la ecuación anterior.

$$Q = \int \bar{V} d\bar{A} \quad (3.6)$$

Si tanto la densidad como la velocidad son uniformes sobre el área de la sección transversal y esta es perpendicular a la velocidad, la ecuación original se reduce a la forma:

$$m = \rho VA \quad (3.7)$$

Si la velocidad es uniforme y perpendicular al área, la ecuación se reduce a la forma:

$$Q = VA \quad (3.8)$$

Donde:

Q=Caudal volumétrico

V=Velocidad media

3.5.2. ECUACION DE LA ENERGIA

$$E = Q - W \quad (3.9)$$

$$E = m \left(\frac{V^2}{2} + gz + u \right) \quad (3.10)$$

Recordando que las propiedades extensivas varían en el tiempo de acuerdo a la ecuación 3.2 tenemos:

$$\frac{DN}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} \oint_{\forall} e \rho d\forall + \oint_A e \rho \bar{V} d\bar{A} \quad (3.2)$$

Donde:

$$N = E$$

$$e = \frac{E}{m} = \frac{V^2}{2} + gz + u$$

Reemplazando en la ecuación 3.2 tenemos:

$$\frac{DE}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} (Q - W) = \frac{\partial}{\partial t} \oint_{\forall} e \rho d\forall + \oint_A e \rho \bar{V} d\bar{A}$$

$$(\dot{Q} - \dot{W}) = \frac{\partial}{\partial t} \int_V e \rho dV + \oint_A e \rho \bar{V} d\bar{A} \quad (3.11)$$

Esta ecuación de la energía necesita ser desarrollada con más amplitud, basados en la primera y segunda ley de la Termodinámica y de las aplicaciones en las diferentes áreas de la ingeniería.

El término W de la ecuación 3.11 incluye el trabajo realizado en los ejes W_e cuando está presente una turbomáquina, el trabajo realizado por la presión W_p , y las pérdidas W_l , dado que el sistema para desplazarse realiza un trabajo.

Si consideramos que Δt es el tiempo que le toma a un sistema el ir de un estado 1 al estado 2, y multiplicamos la ecuación 3.11 por Δt tenemos:

$$Q|_1^2 - W|_1^2 = \Delta t \oint_A e \rho \bar{V} d\bar{A} \quad (3.12)$$

Dado que para el estado estable se cumple que:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V e \rho dV = 0$$

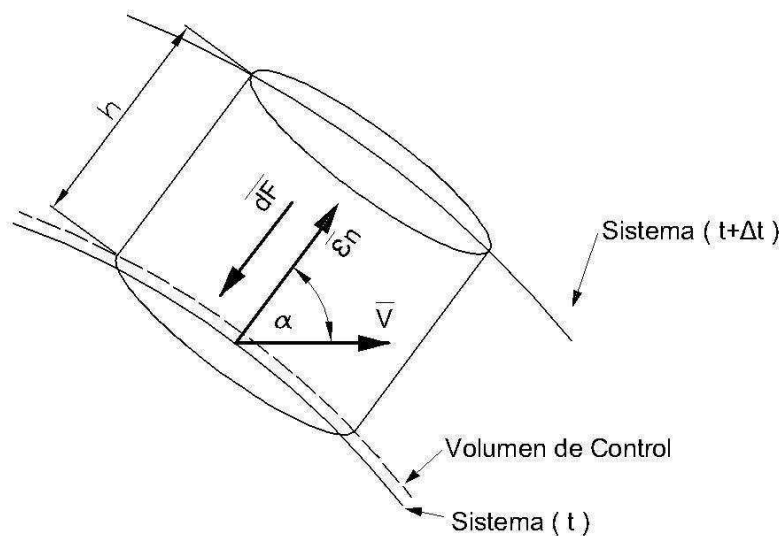


Fig.3.3: Volumen de Control

De acuerdo con la figura 3.3, el trabajo de la presión W_p es:

$$d\bar{F} = -P \cdot d\bar{A}$$

Por definición de trabajo:

$$dW_p = d\bar{F} \cdot h$$

$$h = V \cdot \cos(\alpha) \cdot \Delta t$$

$$dW_p = P \cdot dA \cdot V \cdot \cos(\alpha) \cdot \Delta t \quad \text{y} \quad \bar{V} \cdot d\bar{A} = V \cdot dA \cdot \cos(\alpha)$$

$$dW_p = P \cdot \bar{V} \cdot d\bar{A} \cdot \Delta t \quad (3.13)$$

La ecuación 3.13 puede ser positiva o negativa dependiendo del ángulo α .

$$W_p = \oint_A P \cdot \bar{V} \cdot d\bar{A} \cdot \Delta t = \Delta t \oint_A P \cdot \bar{V} \cdot d\bar{A} \quad (3.14)$$

Retomando la ecuación 3.12 tenemos:

$$Q - W = \Delta t \oint_A e\rho\bar{V}d\bar{A} \quad (3.12)$$

$$Q - (W_e + W_p + W_l) = \Delta t \oint_A e\rho\bar{V}d\bar{A}$$

$$Q - W_e = \Delta t \oint_A e\rho\bar{V}d\bar{A} + W_p + W_l \quad (3.15)$$

Reemplazando 3.14 en 3.15 tenemos:

$$Q - W_e = \Delta t \oint_A e\rho\bar{V}d\bar{A} + \Delta t \oint_A P \cdot \bar{V} \cdot d\bar{A} + W_l \quad (3.16)$$

Dividiendo la ecuación anterior para Δt nos da:

$$\dot{Q} - \dot{W}_e = \oint_A e \rho \bar{V} d\bar{A} + \oint_A P \cdot \bar{V} \cdot d\bar{A} + \dot{W}_l$$

$$\dot{Q} - \dot{W}_e = \oint_A e \rho \bar{V} d\bar{A} + \oint_A \frac{P}{\rho} P \cdot \bar{V} \cdot d\bar{A} + \dot{W}_l$$

$$\dot{Q} - \dot{W}_e = \oint_A \left(e + \frac{P}{\rho} \right) \rho \bar{V} d\bar{A} + \dot{W}_l$$

Reemplazando el valor de la energía por unidad de masa $e = \frac{V^2}{2} + gz + u$ en la ecuación anterior tenemos:

$$\dot{Q} - \dot{W}_e = \oint_A \left(\frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz + u \right) \rho \bar{V} d\bar{A} + \dot{W}_l \quad (3.17)$$

Si la ecuación 3.17 la aplicamos al caso particular de un ducto cerrado tenemos:

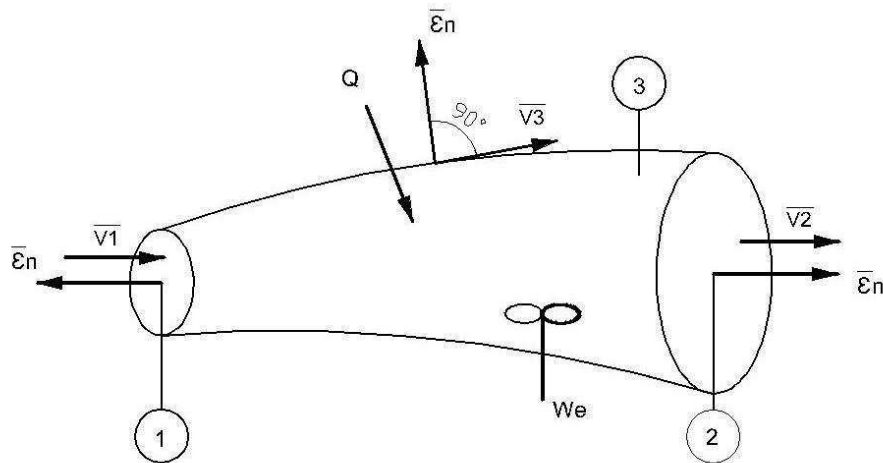


Fig.3.4: Volumen de control en un ducto cerrado

$$\begin{aligned} \dot{Q} - \dot{W}_e &= \oint_{A_1} \left(\frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz + u \right) \rho \bar{V} d\bar{A} + \oint_{A_2} \left(\frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz + u \right) \rho \bar{V} d\bar{A} \\ &+ \oint_{A_3} \left(\frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz + u \right) \rho \bar{V} d\bar{A} + \dot{W}_l \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{Q} - \dot{W}_e = & \\ & \left(\frac{P_1}{\rho_1} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 + u_1 \right) \rho_1 V_1 A_1 \cos(180) + \left(\frac{P_2}{\rho_2} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 + u_2 \right) \rho_2 V_2 A_2 \cos(0) + \\ & \left(\frac{P_3}{\rho_3} + \frac{V_3^2}{2} + gz_3 + u_3 \right) \rho_3 V_3 A_3 \cos(90) + \dot{W}_l \end{aligned}$$

La ecuación de continuidad nos indica que:

$$\rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2 = \dot{m} = \text{flujo de masa por unidad de tiempo}$$

Entonces:

$$\dot{Q} - \dot{W}_e = \left(\frac{P_1}{\rho_1} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 + u_1 \right) \dot{m} + \left(\frac{P_2}{\rho_2} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 + u_2 \right) \dot{m} + 0 + \dot{W}_l$$

Dividiendo cada término de la ecuación anterior para \dot{m} tenemos:

$$q - w = \left(\frac{P_1}{\rho_1} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 + u_1 \right) + \left(\frac{P_2}{\rho_2} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 + u_2 \right) + W_l$$

Nótese que los puntos o áreas de integración en la ecuación anterior se convierten en el estado 1 y estado 2 respectivamente.

$$q|_1^2 - w|_1^2 = \left(\frac{P_2}{\rho_2} - \frac{P_1}{\rho_1} \right) + \left(\frac{V_2^2}{2} - \frac{V_1^2}{2} \right) + g(z_2 - z_1) + (u_2 - u_1) + W_l|_1^2$$

$$q|_1^2 - w|_1^2 = \int_1^2 d \left(\frac{P}{\rho} \right) + \left(\frac{V_2^2}{2} - \frac{V_1^2}{2} \right) + g(z_2 - z_1) + (u_2 - u_1) + W_l|_1^2$$

$$q|_1^2 - w|_1^2 = \int_1^2 \frac{dP}{\rho} + \int_1^2 P d \left(\frac{1}{\rho} \right) + \frac{V^2}{2} \Big|_1^2 + gz|_1^2 + u|_1^2 + W_l|_1^2$$

Sabemos también que el volumen específico $v = 1/\rho$ de tal manera que reemplazando en la ecuación anterior nos da:

$$q|_1^2 - w|_1^2 = \int_1^2 P dv + u|_1^2 + \int_1^2 \frac{dP}{\rho} + \frac{V^2}{2} \Big|_1^2 + gz|_1^2 + W_l|_1^2$$

Para un proceso reversible o irreversible, la primera ley de la termodinámica establece entre el estado 1 y estado 2, la siguiente relación:

$$q|_1^2 = \int_1^2 P dv + u|_1^2$$

De tal manera que, cuando el problema de la transferencia de calor no es importante podemos decir que:

$$-w|_1^2 = \int_1^2 \frac{dP}{\rho} + \frac{V^2}{2} \Big|_1^2 + gz|_1^2 + W_l$$

Para nuestro caso en particular, consideramos el fluido incompresible ($\rho = \text{constante}$), de tal manera que la Ecuación de la Energía puede ser expresada de la siguiente manera:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 + w = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + W_l \quad (3.18)$$

Donde:

P_1 = Presión de ingreso del fluido

P_2 = Presión de salida del fluido

V_1 = Velocidad de ingreso del fluido

V_2 = Velocidad de salida del fluido

W_l = Pérdida de energía debido a tuberías y accesorios

w = Energía adicionada o removida por unidad de masa (turbomáquina)

Z_1 = Altura a inicio del tramo

Z_2 = Altura al finalizar el tramo

ρ = Densidad del fluido

g = Gravedad

Esta es la forma de la ecuación de la energía, cada término de la ecuación representa una cantidad de energía por unidad de masa de fluido que fluye en el sistema.

Es muy importante que la ecuación general de la energía esté escrita en la dirección del flujo. Los signos algebraicos juegan un papel crítico debido a que el lado izquierdo de la ecuación establece que un elemento de fluido que tenga una cierta cantidad de energía por unidad de masa en la sección 1 puede tener una adición de energía (+w), una remoción de energía (-w) o una pérdida de energía ($-W_l$), antes de que alcance la sección 2. En tal punto contiene una cantidad diferente de energía por unidad de masa según lo indican los términos de la parte derecha de la ecuación.

Cuando no existe la acción de una turbomaquinaria, es decir $w = 0$, la Ecuación de la Energía se simplifica y se conoce como la Ecuación de Bernoulli, la misma que se expresa de la siguiente manera:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + W_l \quad (3.19)$$

3.5.2.1. Pérdidas

En general, existen dos tipos importantes de pérdidas de energía, la energía disipada por efectos de fricción entre el fluido y las paredes de la tubería; y las pérdidas de carga debido a la turbulencia en válvulas y accesorios de la tubería.

Pérdidas por fricción en tuberías

La fórmula de Hazen-Williams ha sido utilizada en Estados Unidos por alrededor de 95 años, es simple y fácil de usar, sin embargo tiene serias limitaciones en cuanto al rango de trabajo, pues solamente es válida para rangos de temperatura cercanos a la temperatura ambiente, velocidades de flujo convencionales, diámetros de tubería convencionales (8-60 in). Además el régimen de flujo debe estar en la zona de transición.

La ecuación de Manning es similar a la fórmula de Hazen-Williams y está sujeta a las mismas limitaciones.

La ecuación de Colebrook-White es más precisa que la fórmula de Hazen-Williams y es aplicable a un rango más amplio de caudales, tamaños de tubería y temperatura. Es ampliamente usada en Inglaterra y el resto de Europa.

La ecuación de Darcy-Weisbach es la única fórmula racional, y es aplicable a flujo laminar, turbulento o de transición; a todos los tamaños de tubería y a cualquier fluido newtoniano incompresible a cualquier temperatura. Esta ecuación no ha sido popular, ya que al tratarse de una ecuación implícita, ésta debe ser resuelta por ensayos sucesivos. Este fue el inconveniente de su uso, pero hoy en día con la ayuda de computadores modernos ó incluso de calculadoras programables de bolsillo, la ecuación se resuelve en segundos.

A continuación sólo analizaremos las ecuaciones de Hazen-Williams y Darcy-Weisbach.

Ecuación de Hazen-Williams

La ecuación original de Hazen-Williams en unidades del SI es la siguiente:

$$V = 0.849 C R^{0.63} S^{0.54} \quad (3.20)$$

En donde:

V = Velocidad [m/s]

C = Coeficiente de rugosidad (rango)

R = Radio hidráulico [m]

S = Pérdida de carga por fricción por unidad de longitud [m/m]

El radio hidráulico se define como el área de la sección transversal dividida para el perímetro en contacto con el fluido. Para tuberías llenas $R = D/4$, donde D es el diámetro interno.

La pérdida de carga por fricción se expresa más convenientemente en términos de su gradiente h_f de la siguiente manera:

$$h_f = \left[10700 \left(\frac{Q}{C} \right)^{1.85} \right] D^{-4.87} = \left(\frac{151 Q}{C D^{2.63}} \right)^{1.85} \quad (3.21)^{30}$$

Donde:

³⁰ SANKS Robert L.; "Flow in Conduits"; USA; 2007; p 3.5.

h_f = Gradiente de pérdida de carga por fricción [$m/1000 m$]

Q = Caudal [m^3/s]

D = Diámetro de la tubería [m]

C = Coeficiente de rugosidad (tablas)

Ecuación de Darcy-Weisbach

La deducción de la ecuación de Darcy-Weisbach para una tubería circular es:

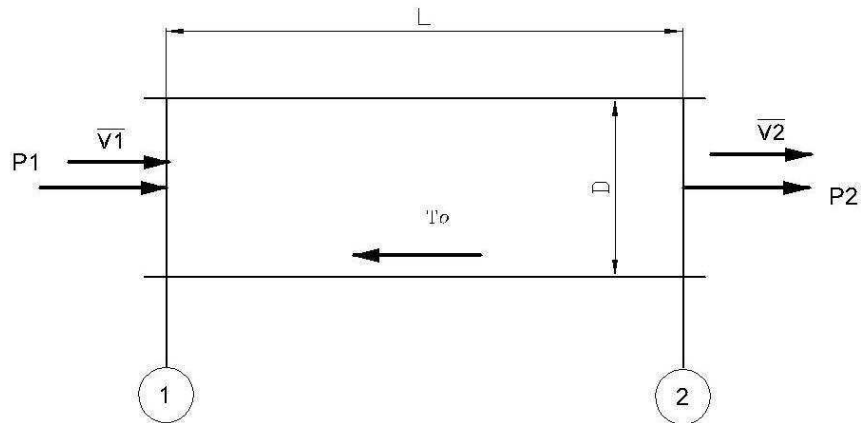


Fig. Diagrama de cuerpo libre de un tramo de tubería circular

$$P_1 A_1 - P_2 A_2 = \tau_o A_L \quad (3.22)$$

$$A = A_1 = A_2 = \pi \frac{D^2}{4} \quad (3.23)$$

$$\text{Area longitudinal} = A_L = \pi D L \quad (3.24)$$

Reemplazando 3.23 y 3.24 en 3.22 tenemos:

$$(P_1 - P_2) \pi \frac{D^2}{4} = \tau_o \pi D L$$

$$4\tau_o = D \left(\frac{P_1 - P_2}{L} \right) \quad (3.25)$$

Sabemos que en la subcapa laminar se cumple la siguiente relación:

$$\tau_o = \mu \frac{dV}{dy} \quad (3.26)$$

Análisis dimensional:

$$\tau_o = \tau_o \left(\bar{V}, \rho, D, \mu, \frac{\epsilon}{D} \right)$$

$$\phi \left(\bar{V}, \rho, D, \mu, \frac{\epsilon}{D} \right) = 0$$

$$N = \text{número de variables} = 5$$

$$K = \text{número de unidades} = 3$$

$$\pi_i = \text{número de relaciones adimensionales} = N - K = 2$$

$$\psi \left(\pi_1, \pi_2, \frac{\epsilon}{D} \right) = 0$$

$$\pi_1 = \rho^{x_1} V^{x_2} D^{x_3} \mu$$

$$\pi_2 = \rho^{y_1} V^{y_2} D^{y_3} \tau_o$$

Resolviendo,

$$\pi_1 = \frac{\rho V D}{\mu}$$

$$\pi_1 = \frac{\tau_o}{\rho V^2}$$

Entonces:

$$\psi \left(\pi_1, \pi_2, \frac{\epsilon}{D} \right) = 0$$

$$\psi \left(\frac{\tau_o}{\rho V^2}, \frac{\rho V D}{\mu}, \frac{\epsilon}{D} \right) = 0$$

$$\mathcal{R} = \text{número de Reynolds} = \frac{\rho V D}{\mu}$$

$$\psi \left(\frac{\tau_o}{\rho V^2}, \mathcal{R}, \frac{\epsilon}{D} \right) = 0$$

$$\frac{\tau_o}{\rho V^2} = \varphi\left(\mathcal{R}, \frac{\epsilon}{D}\right) \quad (3.26)$$

Definimos el factor de fricción f :

$$f = \frac{8\tau_o}{\rho V^2} = \frac{4\tau_o}{\rho \frac{V^2}{2}} \quad (3.27)$$

Reemplazando 3.25 en 3.27 tenemos:

$$f = \frac{D \left(\frac{P_1 - P_2}{L}\right)}{\rho \frac{V^2}{2}} = \left(\frac{P_1 - P_2}{\rho}\right) \left(\frac{D}{L}\right) \left(\frac{2}{V^2}\right) \quad (3.28)$$

Aplicando la ecuación de la energía entre los puntos 1 y 2 de la figura tenemos:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + H_f \quad (3.29)$$

$$\left(\frac{P_1 - P_2}{\rho}\right) = gH_f \quad (3.30)$$

Reemplazando 3.30 en la ecuación 3.28 y despejando H_f obtenemos la conocida fórmula para pérdidas en Tuberías de Darcy-Weisbach, la cual es:

$$H_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (3.31)$$

$$f = f\left(\mathcal{R}, \frac{\epsilon}{D}\right)$$

Donde:

H_f = Pérdida de carga

f = Factor de fricción adimensional

V = Velocidad media del fluido en [m/s]

L = Longitud de la tubería [m]

D = Diámetro de la tubería [m]

$Q =$ Caudal [m^3/s]

$g =$ Gravedad (m/s^2)

La ecuación de Darcy-Weisbach tiene las siguientes ventajas:

- Está basada en fundamentos científicos
- Es dimensionalmente consistente
- Es útil para cualquier fluido (petróleo, gas, agua salada y lodos)
- Puede obtenerse analíticamente en la región de flujo laminar
- Es útil en la región de transición entre flujo laminar y flujo turbulento completamente desarrollado.
- La variación del factor de fricción también está desarrollada.

La desventaja de la ecuación es que el factor de fricción no depende solamente de la rugosidad ϵ sino también del número de Reynolds \mathcal{R} , una variable expresada por la siguiente relación:

$$\mathcal{R} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{V D}{\nu} \quad (3.32)$$

En donde:

$\mathcal{R} =$ Número de Reynolds (adimensional)

$V =$ Velocidad [m/s]

$D =$ Diámetro interno de la tubería [m]

$\nu =$ Viscosidad cinemática [m^2/s]

$\mu =$ Viscosidad dinámica [Kg/ms]

$\rho =$ Densidad [Kg/m^3]

Determinación del factor de fricción f

En la región de flujo laminar, donde \mathcal{R} es menor que 2000, $f = 64/\mathcal{R}$ y es independiente de la rugosidad. Para valores de número de Reynolds entre 2000 y

4000, el flujo es inestable y puede fluctuar entre laminar y turbulento, entonces f es indeterminado. Cuando \mathcal{R} es muy grande (sobre 10^5), el flujo es completamente turbulento y f depende solamente de la rugosidad. En la zona de transición, entre flujo laminar y flujo turbulento, el factor de fricción es afectado tanto por la rugosidad como por el número de Reynolds, y puede ser calculado por la expresión semianalítica desarrollada por Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{\mathcal{R}\sqrt{f}} \right) \quad (3.33)$$

En donde:

ε = Rugosidad absoluta [mm]

D = Diámetro interno de la tubería [mm]

Una ecuación explícita empírica para calcular el factor de fricción f fue desarrollada por Swamee y Jain:

$$f = \frac{0.25}{\left[\log_{10} \left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{5.74}{\mathcal{R}^{0.9}} \right) \right]^2} \quad (3.34)^{31}$$

El valor del factor de fricción f calculado con la ecuación 3.34 difiere del calculado con la ecuación de Colebrook en menos del 1%.

3.5.3. ECUACION DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

La fuerza que actúa sobre una masa, la acelera de acuerdo a la tercera ley del movimiento de Newton:

$$\sum \vec{F} = \frac{D\bar{M}}{Dt} = \frac{D}{Dt}(m \cdot \vec{V}) \quad (3.20)$$

Donde:

$$\bar{M} = m \cdot \vec{V} = \text{Cantidad de Movimiento}$$

³¹ SANKS Robert L.; "Flow in Conduits"; USA; 2007; p 3.6.

Conocemos que la velocidad de variación de una propiedad extensiva a través de un volumen de control viene dada por la siguiente relación:

$$\frac{DN}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} \oint_{\forall} \eta \rho d\forall + \oint_A \eta \rho \bar{V} d\bar{A} \quad (3.2)$$

N = Propiedad extensiva

η = Propiedad extensiva por unidad de masa

ρ = Densidad del fluido

V = Velocidad media

A = Área

Para nuestro caso $N = \bar{M} = m \cdot \bar{V}$, y $\eta = \bar{M}/m = \bar{V}$ por lo que la ecuación 3.2 se expresa de la siguiente manera:

$$\sum \bar{F} = \frac{D\bar{M}}{Dt} = \frac{D}{Dt} (m \cdot \bar{V}) = \frac{\partial}{\partial t} \oint_{\forall} \bar{V} \rho d\forall + \oint_A \bar{V} \rho \bar{V} d\bar{A} \quad (3.20)$$

Si la ecuación 3.20 la aplicamos al caso particular de un ducto cerrado (fig. 3.4) tenemos:

$$\sum \bar{F} = m \left(\frac{d\bar{V}}{dt} \right) = \oint_{A_1} \bar{V} \rho \bar{V} d\bar{A} + \oint_{A_2} \bar{V} \rho \bar{V} d\bar{A}$$

$$\sum \bar{F} = m\bar{a} = \bar{V}_1 \rho_1 V_1 dA \cdot \cos(180) + \bar{V}_2 \rho_2 V_2 dA \cdot \cos(0)$$

$$\sum \bar{F} = m\bar{a} = \bar{V}_1 \rho_1 V_1 dA (-1) + \bar{V}_2 \rho_2 V_2 dA (1)$$

Sabemos:

$$\rho = \rho_1 = \rho_2$$

$$Q = V_1 A_1 = V_2 A_2$$

Entonces:

$$\sum \bar{F} = m\bar{a} = \rho Q \bar{V}_2 - \rho Q \bar{V}_1$$

$$\sum \bar{F} = m\bar{a} = \rho Q (\bar{V}_2 - \bar{V}_1) \quad (3.21)$$

En donde:

\bar{F} = Resultante de todas las fuerzas actuantes

m = Masa

\bar{a} = Aceleración en la dirección de la fuerza \bar{F}

ρ = Densidad del fluido

Q = Caudal que circula por la tubería

$(\bar{V}_2 - \bar{V}_1)$ = Diferencia vectorial de la velocidad de salida, menos la velocidad de entrada.³²

³² SANKS Robert L.; "Flow in Conduits"; USA; 2007; p 3.4.

CAPITULO 4

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

4.1. INTRODUCCION

En el presente capítulo se desarrollan los criterios sobre los tipos de variables que deben considerarse en una Red de Distribución, las condiciones que deben ser satisfechas en el problema, y las relaciones matemáticas que sustentarán el procedimiento de resolución.

Se describe los criterios que determinan la asignación de incógnitas asociadas al problema.

4.2. DETERMINACION DE LAS VARIABLES

Para el caso de un sistema de conductos conectados en forma de Red, se distingue dos tipos de variables:

4.2.1. VARIABLES LOCALES

Son aquellas variables asociadas a los Nudos de una Red y son:

En cuanto a lo geométrico puede presentarse la posibilidad de un diámetro (D) incógnita, se asignará como variable local a uno de los Nudos incidentes en uno de sus extremos.

En lo correspondiente a características energéticas, a un Nudo se le asigna la variable energética local representada por la presión (H) incógnita. La cual suele presentarse en mayor proporción como variable desconocida a ser calculada.

A un nudo se le asigna la variable de flujo local dada por el Consumo o Aporte desconocido (C). Pueden darse tres tipos de variantes posibles:

Si se aporta fluido a la Red, siendo entonces el valor de la variable (dato o incógnita) positiva.

Si se consume fluido de la Red, siendo entonces el valor de la variable (dato o incógnita) negativa.

Que en el Nudo analizado no exista ni Consumo ni Aporte de fluido, lo que implica un valor igual a cero.

4.2.2. VARIABLES DE RECORRIDO

Son consideradas bajo dos puntos de vista:

Tomando como referencia dos localizaciones en el recorrido del Tramo. Porque pueden ser evaluadas en cualquier sitio perteneciente al recorrido del Tramo.

Antes que se efectúe el proceso de cálculo de la Red, este grupo de variables siempre son desconocidas y son evaluadas en base a las variables locales debidamente calculadas.

Como variables de recorrido pueden diferenciarse dos tipos, uno inherente al flujo y el otro a la pérdida de energía.

En lo que se refiere al flujo y como variable de recorrido, se halla la velocidad media del flujo incompresible circulante por el Tramo, la cual depende de los niveles energéticos de los Nudos incidentes a los extremos del elemento.

La variable de recorrido de carácter energético, constituye la pérdida de carga o caída de presión.

4.3. PLANTEAMIENTO DE LAS CONDICIONES DEL PROBLEMA

Las Leyes de Kirchoff constituyen la base fundamental para el cálculo en una Red de Distribución.³³

4.3.1. ECUACIONES DE KIRCHOFF APLICADAS A REDES DE FLUIDO MOTRIZ

Obedece a dos leyes fundamentales que mantienen las siguientes condiciones:

La suma algebraica de los caudales en cada Nudo de la Red es igual a cero.

La suma algebraica de las pérdidas de carga en los Tramos que forma un circuito cerrado es nula.

4.3.2. PROCEDIMIENTO DE ANALISIS

La solución de la Red de Distribución puede darse en base a dos criterios que son:

Partiendo de la primera ley de Kirchoff a través de la expresión matemática de tipo $Q = f(\Delta H)$, encontrar en la solución final de la Red el cumplimiento de la segunda ley de Kirchoff.

Partiendo de la segunda ley de Kirchoff a través de la expresión matemática de tipo $\Delta H = f(Q)$, encontrar en la solución final de la Red el cumplimiento de la primera ley de Kirchoff.

4.3.3. PRESENTACION MATEMATICA DEL METODO DE ANALISIS

Se utiliza el segundo tipo de solución, que partiendo de la segunda ley de Kirchoff se busca el cumplimiento de la primera.

³³ CARNAHAN Brice; "Applied Numerical Methods"; John Wiley & Sons; New York; 1978.

Para lo cual se utilizará la siguiente expresión general de la primera ley de Kirchoff:

$$F_j = \sum_{i=1}^{NV} Q_{ij} + C_j = 0 \quad ; \quad j = 1, NL \quad (4.1)$$

Donde:

NL = Número de Nudos libres de la red

C_j = Consumo o aporte en el Nudo j

Q_{ij} = Caudal circulante de i a j

NV = Número de nudos vecinos al nudo j

Se denomina un Nudo Libre (NL) aquel al cual es posible asignar una incógnita.

Los Nudos Base Localizados (NB) representan en la red de distribución los sitios donde la presión o la altura de carga (H_i) son conocidas.

Se plantea entonces una ecuación para cada Nudo Libre de la Red, es decir en una Red de NL Nudos Libres pueden plantearse NL ecuaciones.

El caudal circulante por el elemento ij está en función de la pérdida de carga en el mismo y de sus características físicas, lo cual puede expresarse de la siguiente manera:

$$Q_{ij} = Q_{ij}(H_i - H_j; R_{ij}) \quad (4.2)$$

Donde:

$H_i - H_j$ = Pérdida de carga en el Tramo ij

R_{ij} = Término que contempla las características físicas del Tramo ij

Entonces si reemplazamos la ecuación 4.2 en la ecuación 4.1 obtenemos:

$$F_j = \sum_{i=1}^{NV} Q_{ij}(H_i - H_j; R_{ij}) + C_j = 0 \quad ; \quad j = 1, NL \quad (4.3)$$

Por ejemplo en la siguiente Red de distribución:

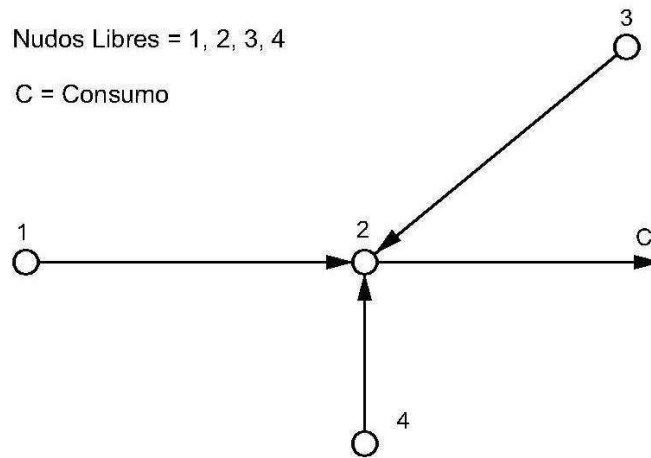


Fig.4.1: Ejemplo de una Red de Distribución

Para el Nudo Libre 2 debe plantearse la siguiente ecuación general:

$$F_2 = Q_{12}(H_1 - H_2; R_{12}) + Q_{32}(H_3 - H_2; R_{32}) + Q_{42}(H_4 - H_2; R_{42}) + C_2$$

4.4. RELACIONES FUNCIONALES PARA EL CÁLCULO

En esta sección, se presentan las relaciones más importantes para el cálculo de las pérdidas de carga al fluir líquido en los diferentes tipos de tramos existentes en la red de distribución. Cabe anotar que para la obtención de estas relaciones se ha considerado un flujo monofásico e incompresible.

En una bomba no hay cálculo de pérdidas, hay una relación de H con Q establecida por la curva característica propia de cada bomba.

4.4.1. TUBERIAS

En general para un tramo de tubería k, con nudo inicial *i* y nudo final *j*, podemos plantear la ecuación de Bernoulli de la siguiente manera:

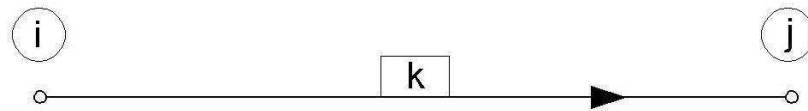


Fig.4.2: Tramo Tubería

$$\frac{P_i}{\rho} + \frac{V_i^2}{2} + gz_i = \frac{P_j}{\rho} + \frac{V_j^2}{2} + gz_j + gH_f \quad (4.4)$$

$$\frac{V_i^2}{2} = \frac{V_j^2}{2}$$

$$\left(\frac{P_i}{\rho g} + z_i \right) = \left(\frac{P_j}{\rho g} + z_j \right) + H_f$$

$$H_i = H_j + H_{f_{ij}}$$

$$H_i - H_j = H_{f_{ij}} \quad (4.5)$$

La pérdida de carga por fricción en un tramo de tubería circular, adopta la forma propuesta por Darcy-Weisbach:

$$H_{f_{ij}} = \frac{8fL_{ij}Q_{ij}^2}{D_{ij}^5g\pi^2} \quad (4.6)$$

Por lo que reemplazando la ecuación 4.6 en la ecuación 4.5 tenemos la relación funcional $H - Q$, para una tubería,

$$H_{ij} = H_i - H_j = H_{f_{ij}} = \frac{8fL_{ij}Q_{ij}^2}{D_{ij}^5g\pi^2} \quad (4.7)$$

Donde:

$$H_{ij} = H_i - H_j = \text{Pérdida de carga}$$

Para el caso de un tramo tipo tubería se plantean dos casos:

- Cuando el diámetro de la tubería es conocido
- Cuando el diámetro de la tubería es incógnita

Tubería de Diámetro conocido:

$$H_{ij} = \frac{8fL_{ij}Q_{ij}^2}{D_{ij}^5 g \pi^2} \quad (4.8)$$

Si definimos:

$$K_{tub\ ij} = \frac{8fL_{ij}}{D_{ij}^5 g \pi^2} \quad (4.9)$$

Entonces reemplazando la ecuación 4.9 en 4.8 tenemos:

$$H_{ij} = K_{tub.i j} Q_{ij}^2 \quad (4.10)$$

Despejando el caudal Q de la ecuación anterior, tenemos la siguiente expresión equivalente:

$$Q_{ij} = \frac{1}{K_{tub.i j}^{1/2}} |H_i - H_j|^{1/2} \quad (4.11)$$

Reescrita la ecuación anterior (4.11) para tener el signo que determine el sentido de flujo, se tiene:

$$Q_{ij} = \frac{(H_i - H_j)}{K_{tub.i j}^{1/2}} * \frac{1}{|H_i - H_j|^{1/2}} \quad (4.12)$$

De tal forma que:

Q_{ij} es positivo cuando la orientación del flujo es de i a j

Q_{ij} es negativo cuando la orientación del flujo es de j a i

Tubería de Diámetro incógnita:

Despejando el diámetro D_{ij} de la ecuación 4.8 tenemos:

$$D_{ij} = \left(L_{ij} \frac{8f}{\pi^2 g H_{ij}} \right)^{1/5} Q_{ij}^{2/5} \quad (4.13)$$

Si definimos:

$$Knld_{ij} = \left(L_{ij} \frac{8f}{\pi^2 g H_{ij}} \right)^{1/5} \quad (4.14)$$

Donde:

$$H_{ij} = H_i - H_j = \text{Dato conocido}$$

La ecuación 3.13 puede ser escrita de la siguiente manera:

$$Q_{ij} = D_{ij}^{5/2} * \frac{1}{Knld_{ij}} \quad (4.15)$$

4.4.2. VALVULAS

Utilizada para propósitos de control de flujo, involucra pérdidas locales cuya magnitud se expresa como una fracción de la carga de la velocidad.

Las pérdidas locales se calculan empleando la siguiente fórmula:

$$H_{ij} = Kacc_{ij} * Q_{ij}^2 \quad (4.16)$$

De la cual se obtiene:

$$Q_{ij} = \frac{1}{Kacc_{ij}^{1/2}} * |H_i - H_j|^{1/2} \quad (4.17)$$

Donde:

$Kacc_{ij}$ = Coeficiente de la válvula o accesorio dado por el fabricante

Reescrita la ecuación anterior para tener el signo que determine el sentido de flujo, se tiene:

$$Q_{ij} = \frac{(H_i - H_j)}{Kacc_{ij}^{1/2}} * \frac{1}{|H_i - H_j|^{1/2}} \quad (4.18)$$

De tal forma que:

Q_{ij} es positivo cuando la orientación del flujo es de i a j

Q_{ij} es negativo cuando la orientación del flujo es de j a i.

4.4.3. BOMBA CENTRIFUGA

Su función característica es transferir energía hacia una corriente móvil de fluido.

El flujo en una bomba siempre es positivo, es decir va de i a j.

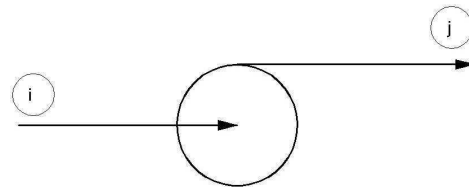


Fig.4.3: Representación de una bomba centrífuga

Esto implica que cuando se hace el modelo, siempre tiene que ponerse en un sentido el flujo a través de la bomba.

La curva característica H vs. Q de una bomba centrífuga, para una velocidad constante N puede ser expresada de la siguiente manera:³⁴

$$H = A + B * Q + C * Q^2 \quad (4.19)$$

Donde A , B y C son constantes que dependen del diseño de la bomba.

Para nuestro análisis utilizaremos la ecuación simplificada de la forma:

$$\bar{H} = a + b * Q^2 \quad (4.20)$$

Los coeficientes m y n que relacionan las ecuaciones 4.19 y 4.20 se obtienen por el método de los mínimos cuadrados de la siguiente manera:

Sea el diferencial de error,

³⁴ STEPANOFF A.J.; "Centrifugal and Axial Flow Pumps, Theory, Design and Application"; John Wiley & Sons; New York; 1978; p 168.

$$dE = (H - \bar{H})^2 * dQ \quad (4.21)$$

$$dE = (A + B * Q + C * Q^2 - a - b * Q^2)^2 * dQ \quad (4.22)$$

$$E = \int_0^{Q_{max}} (A + B * Q + C * Q^2 - a - b * Q^2)^2 * dQ \quad (4.23)$$

Derivamos la ecuación 4.23 con respecto a la variable a y la variable, y las expresiones resultantes igualamos a cero con la finalidad de minimizar el error, obteniéndose:

$$\frac{dE}{da} = \frac{d}{da} \int_0^{Q_{max}} (A + B * Q + C * Q^2 - a - b * Q^2)^2 * dQ = 0$$

$$\int_0^{Q_{max}} 2 * (A + B * Q + C * Q^2 - a - b * Q^2)^2 (-1) * dQ = 0$$

$$A * Q_{max} + \frac{B}{2} * Q_{max}^2 + \frac{C}{3} * Q_{max}^3 - a * Q_{max} - \frac{b}{3} * Q_{max}^3 = 0 \quad (4.24)$$

$$\frac{dE}{db} = \frac{d}{db} \int_0^{Q_{max}} (A + B * Q + C * Q^2 - a - b * Q^2)^2 * dQ = 0$$

$$\int_0^{Q_{max}} 2 * (A + B * Q + C * Q^2 - a - b * Q^2)^2 (-Q^2) * dQ = 0$$

$$\frac{A}{3} * Q_{max}^3 + \frac{B}{4} * Q_{max}^4 + \frac{C}{5} * Q_{max}^5 - \frac{a}{3} * Q_{max}^3 - \frac{b}{5} * Q_{max}^5 = 0 \quad (4.25)$$

Resolviendo las ecuaciones 4.24 y 4.25 obtenemos los siguientes valores para a y b respectivamente:

$$a = A + \frac{3}{16} * B * Q_{max}$$

$$b = \frac{15}{16} * \frac{B}{Q_{max}} + C$$

En los siguientes capítulos cuando analicemos la curva característica de la bomba centrífuga solamente nos referiremos a su forma simplificada dada por:

$$H = a + b * Q^2 \quad (4.20)$$

Si despejamos el caudal de la expresión anterior obtenemos la relación funcional que será utilizada en la red:

$$Q_{ij} = \left(\frac{H_{ij} - a}{b} \right)^{1/2} \quad (4.26)$$

4.4.4. BOMBA JET

Para introducir la bomba Jet como elemento de una red, vamos a considerar cada una de sus partes constitutivas como un elemento o tramo de la red.

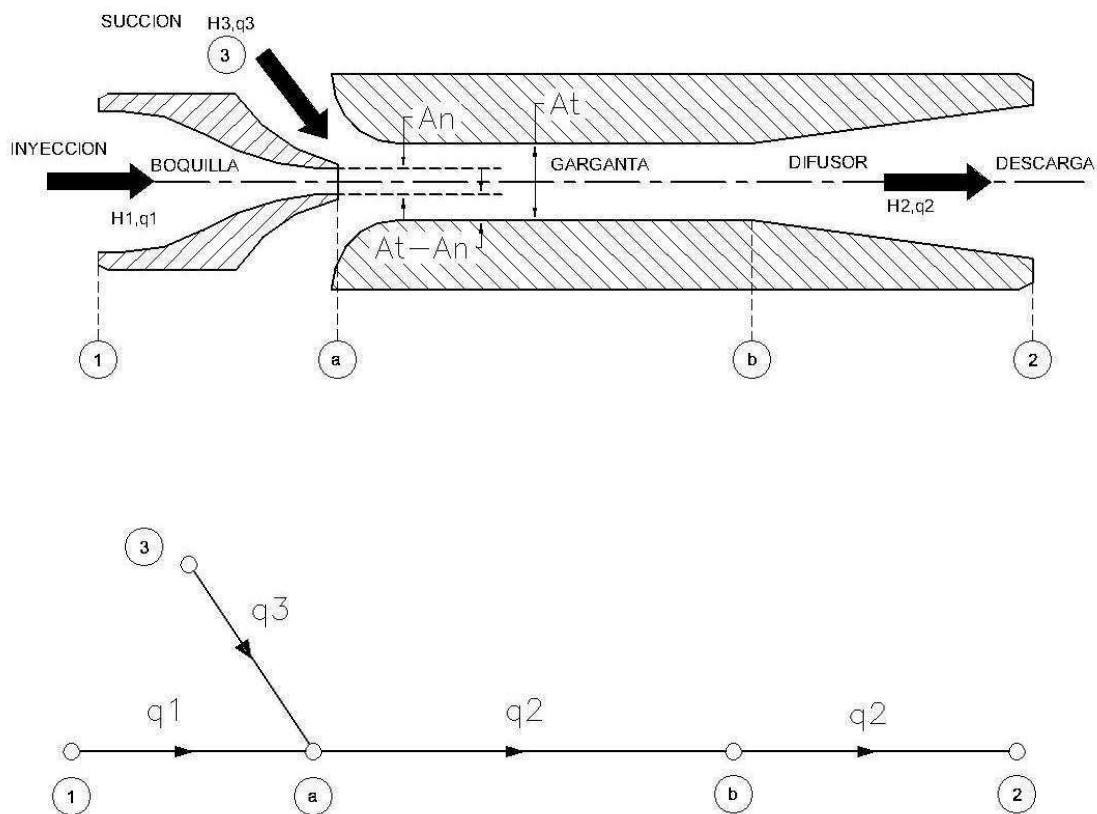


Fig.4.4: Representación de la bomba Jet como una Red

En donde:

Tramo_{1-a} representa la boquilla o eyector de la bomba Jet

Tramo_{3-a} representa la succión de la bomba Jet

Tramo_{a-b} representa la garganta o tubo de mezcla de la bomba Jet

Tramo_{b-2} representa el difusor de la bomba Jet

Ecuación para la tobera convergente o boquilla (Tramo 1-a):

$$\frac{P_1}{\rho_1 g} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_a}{\rho_1 g} + \frac{V_{1a}^2}{2g} + Z_a + K_n \frac{V_{1a}^2}{2g} \quad (4.27)$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = \text{despreciable}$$

$$\left(\frac{P_1}{\rho_1 g} + Z_1 \right) = \left(\frac{P_a}{\rho_1 g} + Z_a \right) + \frac{V_{1a}^2}{2g} + K_n \frac{V_{1a}^2}{2g}$$

$$H_1 = H_a + \frac{V_{1a}^2}{2g} (1 + K_n)$$

$$H_1 - H_a = \frac{(1 + K_n)}{2g} V_{1a}^2 \quad (4.28)$$

También conocemos que:

$$q_1 = V_{1a} * A_n \quad (4.29)$$

De donde:

$$V_{1a}^2 = \frac{(q_1)^2}{(A_n)^2} \quad (4.30)$$

Reemplazando la ecuación 4.30 en la ecuación 4.28 tenemos:

$$H_1 - H_a = \frac{(1 + K_n)}{2g(A_n)^2} * (q_1)^2 \quad (4.31)$$

Si definimos:

$$Z_{1a} = \frac{(1 + K_n)}{2g(A_n)^2}$$

Entonces la ecuación 4.31 se puede escribir de la siguiente manera:

$$H_1 - H_a = Z_{1a} * (q_1)^2 \quad (4.32)$$

Para el caudal en función de la altura tenemos:

$$q_1 = \frac{(H_1 - H_a)^{1/2}}{(Z_{1a})^{1/2}} \quad (4.33)$$

Reescrita la ecuación anterior para tener el signo que determine el sentido de flujo, se tiene:

$$q_1 = \frac{1}{(Z_{1a})^{1/2}} \frac{(H_1 - H_a)}{|H_1 - H_a|^{1/2}} \quad (4.34)$$

Si definimos:

$$C_{1a} = \frac{1}{(Z_{1a})^{1/2}}$$

Entonces la ecuación 4.34 se escribe de la siguiente manera:

$$q_1 = C_{1a} * \frac{(H_1 - H_a)}{|H_1 - H_a|^{1/2}} \quad (4.35)$$

Ecuación para la succión (Tramo 3-a):

$$\frac{P_3}{\rho_3 g} + \frac{V_3^2}{2g} + Z_3 = \frac{P_a}{\rho_3 g} + \frac{V_{3a}^2}{2g} + Z_a + K_s \frac{V_{3a}^2}{2g} \quad (4.36)$$

$$\frac{V_3^2}{2g} = \text{despreciable}$$

$$\left(\frac{P_3}{\rho_3 g} + Z_3 \right) = \left(\frac{P_a}{\rho_3 g} + Z_a \right) + \frac{V_{3a}^2}{2g} + K_s \frac{V_{3a}^2}{2g}$$

$$H_3 = H_a + \frac{V_{3a}^2}{2g} (1 + K_s)$$

$$H_3 - H_a = \frac{(1 + K_s)}{2g} V_{3a}^2 \quad (4.37)$$

También conocemos que:

$$q_3 = V_{3a} * A_s \quad (4.38)$$

De donde:

$$V_{3a}^2 = \frac{(q_3)^2}{(A_s)^2} \quad (4.39)$$

Reemplazando la ecuación 4.39 en la ecuación 4.37 tenemos:

$$H_3 - H_a = \frac{(1 + K_s)}{2g(A_s)^2} * (q_3)^2 \quad (4.40)$$

Si definimos:

$$Z_{3a} = \frac{(1 + K_s)}{2g(A_s)^2}$$

Entonces la ecuación 4.40 se puede escribir de la siguiente manera:

$$H_3 - H_a = Z_{3a} * (q_3)^2 \quad (4.41)$$

Poniendo el caudal en función de la altura tenemos:

$$q_3 = \frac{(H_3 - H_a)^{1/2}}{(Z_{3a})^{1/2}} \quad (4.45)$$

Reescrita la ecuación anterior para tener el signo que determine el sentido de flujo, se tiene:

$$q_3 = \frac{1}{(Z_{3a})^{1/2}} \frac{(H_3 - H_a)}{|H_3 - H_a|^{1/2}} \quad (4.46)$$

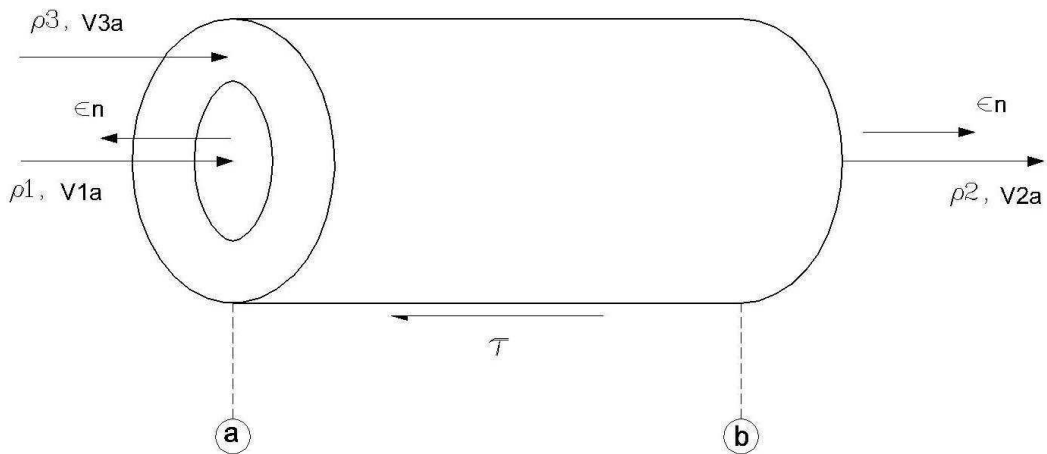
Si definimos:

$$C_{3a} = \frac{1}{(Z_{3a})^{1/2}}$$

Entonces la ecuación 4.46 se escribe de la siguiente manera:

$$q_3 = C_{3a} * \frac{(H_3 - H_a)}{|H_3 - H_a|^{1/2}} \quad (4.47)$$

Ecuación en el Tubo de Mezcla (Tramo a-b):



Aplicando la Ecuación de la Cantidad de Movimiento para el volumen de control anterior:

$$\sum \bar{F} = m \left(\frac{d\bar{V}}{dt} \right) = \oint_{A_1} \bar{V} \rho \bar{V} d\bar{A} + \oint_{A_2} \bar{V} \rho \bar{V} d\bar{A} + \oint_{A_3} \bar{V} \rho \bar{V} d\bar{A} \quad (4.48)$$

$$\sum \bar{F} = \bar{V}_{1a} \rho_1 V_{1a} dA \cdot \cos(180) + \bar{V}_{3a} \rho_3 V_{3a} dA \cdot \cos(180) + \bar{V}_{2a} \rho_2 V_{2a} dA \cdot \cos(0)$$

$$\sum \bar{F} = -\rho_1 (V_{1a})^2 A_n - \rho_3 (V_{3a})^2 A_s + \rho_2 (V_{2a})^2 A_t \quad (4.49)$$

Realizando el balance de fuerzas que actúan en el sistema tenemos:

$$\sum \bar{F} = P_a A_t - P_b A_t - \tau * A_w \quad (4.50)$$

Donde:

τ = Esfuerzo cortante

A_w = Área longitudinal

Si igualamos las ecuaciones 4.42 y 4.43 tenemos:

$$P_a A_t - P_b A_t - \tau * A_w = -\rho_1 (V_{1a})^2 A_n - \rho_3 (V_{3a})^2 A_s + \rho_2 (V_{2b})^2 A_t \quad (4.51)^{35}$$

Por la aplicación de la ecuación de la continuidad en cada uno de los tramos sabemos que:

$$q_1 = V_{1a} * A_n$$

$$q_2 = V_2 * A_t$$

$$q_3 = V_{3a} * A_s$$

De donde obtenemos:

$$V_{1a}^2 = \frac{(q_1)^2}{(A_n)^2} \quad (4.52)$$

$$V_2^2 = \frac{(q_2)^2}{(A_t)^2} \quad (4.53)$$

$$V_{3a}^2 = \frac{(q_3)^2}{(A_s)^2} \quad (4.54)$$

Reemplazando las ecuaciones 4.52, 4.53 y 4.54 en la ecuación 4.51 y simplificando tenemos:

$$\begin{aligned} (P_a - P_b) A_t - \tau * A_w &= -\rho_1 \frac{(q_1)^2}{A_n} - \rho_3 \frac{(q_3)^2}{A_s} + \rho_2 \frac{(q_2)^2}{A_t} \\ (P_a - P_b) - \tau * \frac{A_w}{A_t} &= \frac{\rho_2}{(A_t)^2} * (q_2)^2 - \frac{\rho_1}{A_n A_t} * (q_1)^2 - \frac{\rho_3}{A_s A_t} * (q_3)^2 \\ \frac{(P_a - P_b)}{\rho_2 g} - \tau * \frac{A_w}{\rho_2 g A_t} &= \frac{1}{g (A_t)^2} * (q_2)^2 - \frac{\rho_1}{\rho_2 g A_n A_t} * (q_1)^2 - \frac{\rho_3}{\rho_2 g A_s A_t} * (q_3)^2 \\ (H_a - H_b) - \tau * \frac{A_w}{\rho_2 g A_t} &= \frac{1}{g (A_t)^2} * (q_2)^2 - \frac{\rho_1}{\rho_2 g A_n A_t} * (q_1)^2 - \frac{\rho_3}{\rho_2 g A_s A_t} * (q_3)^2 \quad (4.55) \end{aligned}$$

Asumiendo que por el tubo de mezcla circula el fluido completamente mezclado, la caída de presión por efecto de la fuerza cortante será:

³⁵ KARASSIK Igor J.; "Pump Handbook"; McGraw Hill; USA; 2001; p 4.7.

$$\Delta P_{\tau} = \frac{\tau * A_w}{A_t} = \rho_2 * K_t * \frac{(V_2)^2}{2} = \frac{\rho_2 K_t}{2 (A_t)^2} * (q_2)^2 \quad (4.56)$$

Reemplazando 4.56 en 4.55 y simplificando tenemos:

$$(H_a - H_b) - \frac{K_t}{2g(A_t)^2} (q_2)^2 = \frac{1}{g(A_t)^2} * (q_2)^2 - \frac{\rho_1}{\rho_2 g A_n A_t} * (q_1)^2 - \frac{\rho_3}{\rho_2 g A_s A_t} * (q_3)^2$$

$$(H_a - H_b) = \frac{(2 + K_t)}{2g(A_t)^2} (q_2)^2 - \frac{\rho_1}{\rho_2 g A_n A_t} * (q_1)^2 - \frac{\rho_3}{\rho_2 g A_s A_t} * (q_3)^2 \quad (4.57)$$

Si definimos:

$$X_1 = \frac{(2 + K_t)}{2g(A_t)^2}$$

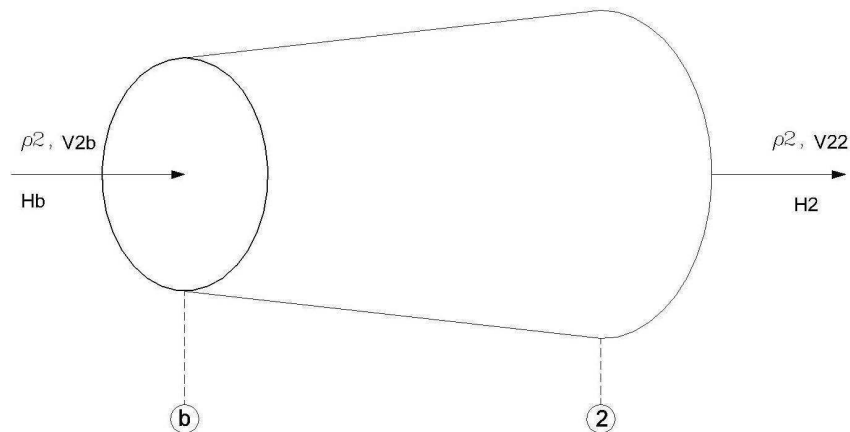
$$X_2 = \frac{\rho_1}{\rho_2 g A_n A_t}$$

$$X_3 = \frac{\rho_3}{\rho_2 g A_s A_t}$$

La ecuación 4.57 la podemos reescribir de la siguiente manera:

$$(H_a - H_b) = X_1 * (q_2)^2 - X_2 * (q_1)^2 - X_3 * (q_3)^2 \quad (4.58)$$

Ecuación en el Difusor o Tobera divergente (Tramo b-2):



Planteando la ecuación de la energía entre los puntos b y 2 tenemos:

$$\frac{P_b}{\rho_2 g} + \frac{V_{2b}^2}{2g} + Z_b = \frac{P_2}{\rho_2 g} + \frac{V_{22}^2}{2g} + Z_2 + K_d \frac{V_{2b}^2}{2g} \quad (4.52)$$

$$Z_b = Z_2$$

$$\frac{P_b}{\rho_2 g} + \frac{V_{2b}^2}{2g} = \frac{P_2}{\rho_2 g} + \frac{V_{22}^2}{2g} + K_d \frac{V_{2b}^2}{2g}$$

$$\frac{P_2}{\rho_2 g} - \frac{P_b}{\rho_2 g} = \frac{V_{2b}^2}{2g} - K_d \frac{V_{2b}^2}{2g} - \frac{V_{22}^2}{2g}$$

$$\frac{P_2}{\rho_2 g} - \frac{P_b}{\rho_2 g} = \frac{(1 - K_d)}{2g} V_{2b}^2 - \frac{V_{22}^2}{2g}$$

$$H_b - H_2 = \frac{V_{22}^2}{2g} - \frac{(1 - K_d)}{2g} V_{2b}^2 \quad (4.53)$$

Aplicando la ecuación de la continuidad tenemos que:

$$q_2 = q_b$$

$$V_{2b} * A_t = V_{22} * A_d$$

De donde:

$$V_{2b}^2 = \frac{(q_2)^2}{(A_t)^2} \quad (4.54)$$

$$V_{22}^2 = \frac{(q_2)^2}{(A_d)^2} \quad (4.55)$$

Reemplazando las ecuaciones 4.54 y 4.55 en 4.53 tenemos:

$$H_b - H_2 = \frac{1}{2g} \frac{(q_2)^2}{(A_d)^2} - \frac{(1 - K_d)}{2g} \frac{(q_2)^2}{(A_t)^2}$$

$$H_b - H_2 = (q_2)^2 \left[\frac{1}{2g} \frac{1}{(A_d)^2} - \frac{(1 - K_d)}{2g} \frac{1}{(A_t)^2} \right] \quad (4.56)$$

Si definimos:

$$Z_{2b} = \left[\frac{1}{2g(A_d)^2} - \frac{(1 - K_d)}{2g(A_t)^2} \right]$$

Entonces la ecuación 4.56 se puede escribir de la siguiente manera:

$$H_b - H_2 = Z_{2b} * (q_2)^2 \quad (4.57)$$

Poniendo el caudal en función de la altura tenemos:

$$q_2 = \frac{(H_b - H_2)^{1/2}}{(Z_{2b})^{1/2}} \quad (4.58)$$

Reescrita la ecuación anterior para tener el signo que determine el sentido de flujo, se tiene:

$$q_2 = \frac{1}{(Z_{2b})^{1/2}} \frac{(H_b - H_2)}{|H_b - H_2|^{1/2}} \quad (4.59)$$

Si definimos:

$$C_{2b} = \frac{1}{(Z_{2b})^{1/2}}$$

Entonces la ecuación 4.59 se escribe de la siguiente manera:

$$q_2 = C_{2b} * \frac{(H_b - H_2)}{|H_b - H_2|^{1/2}} \quad (4.60)$$

Modelo No Lineal de la bomba Jet:

$$F_j = \sum_{i=1}^{NV} Q_{ij} + C_j = 0 \quad (4.61)$$

$$F_a = Q_{1a} + Q_{3a} + Q_{ab} = 0$$

Es decir, para el nudo a se cumple que:

$$q_1 + q_3 + q_2 = 0$$

$$C_{1a} * \frac{(H_1 - H_a)}{|H_1 - H_a|^{1/2}} + C_{3a} * \frac{(H_3 - H_a)}{|H_3 - H_a|^{1/2}} + C_{ab} * \frac{(H_a - H_b)}{|H_a - H_b|^{1/2}} = 0 \quad (4.62)$$

Y para el nudo b, tenemos:

$$F_b = Q_{ab} + Q_{b2} = 0$$

$$C_{ab} * \frac{(H_a - H_b)}{|H_a - H_b|^{1/2}} + C_{b2} * \frac{(H_b - H_2)}{|H_b - H_2|^{1/2}} = 0 \quad (4.63)$$

4.5. CRITERIOS DE ASIGNACION DE INCOGNITAS A LOS NUDOS

Luego que las variables conocidas que intervienen en el cálculo de una Red se encuentran ya definidas, las variables desconocidas en calidad de incógnitas, son asignadas tomando en cuenta las siguientes restricciones:

En un Nudo, la incógnita a ser asignada debe ser siempre cualquiera de los tres tipos de variables locales y estas son:

D = Diámetro de la Tubería

H = Pérdida de Carga ó Presión

C = Consumo o Aporte de fluido

Lo que implica que no se acepta otro tipo de variable en calidad de incógnita.

Todo Nudo Libre tiene asociada una incógnita, es decir que habrán tantas incógnitas como Nudos Libres existan en la Red.

Se asignará una sola incógnita y nada más que una a un Nudo Libre.

En un Nudo donde no existe Consumo o Aporte de fluido, nunca deberá asignarse la variable local (C) como incógnita, lo cual implica contar con dos opciones: Que se asigne la incógnita Diámetro, de uno de sus Tramos incidentes o que se asigne su Presión desconocida. Por el contrario si la incógnita asociada es el Diámetro de uno de sus Tramos incidentes, el valor de la Presión deberá ser conocido.

Al menos en un Nudo de la Red es indispensable que la Presión sea conocida es decir nunca podrá plantearse el caso de que todas las presiones en una Red sean desconocidas.

No existe limitación alguna en cuanto al número de Consumos como incógnitas.

En lo que respecta al número de Diámetros incógnitas, máximo se tendrán tantas incógnitas cuantos Nudos Libres existan en la Red, debido a que siempre se tendrán igual o mayor número de Tramos que Nudos Libres.

Un Nudo común a dos o más tramos, se encuentra únicamente con la capacidad de tener como incógnita el Diámetro desconocido de uno solo de sus tramos incidentes, si existiese otro Tramo incidente a este con Diámetro desconocido, se asignará como incógnita a un Nudo diferente.³⁶

³⁶ BRITO Jorge & JUMBO Edgar; "Cálculo de Redes de Distribución de Fluidos de Trabajo para Campos Petroleros"; Tesis de Grado; EPN; 1979; p 42.

CAPITULO 5

PROCEDIMIENTO DE RESOLUCION

5.1. INTRODUCCION

En el capítulo anterior se desarrollaron las expresiones matemáticas que relacionan el Caudal con las cabezas de Presión o pérdida de carga H , para cada tipo de tramo, y se advirtió que eran de naturaleza no lineal. Además la ecuación que establece el balance de caudales para cada Nudo Libre involucra la conformación de un sistema de ecuaciones no lineales, cuya resolución presenta cierto grado de dificultad.

Entre los métodos existentes para la solución de sistemas de ecuaciones no lineales, se escogió el Método Iterativo de Newton-Raphson, que es un procedimiento iterativo puramente matemático que permite la resolución adecuada de este tipo de sistemas.

Como es conocido, este método requiere de la estimación previa inicial de los valores de las incógnitas; la correcta estimación de estos valores aproximados es importante para la eficiencia del método y está asociado con problemas de convergencia o de obtención de valores físicamente absurdos.

La convergencia del procedimiento iterativo, depende de la naturaleza de las relaciones funcionales y sobre todo de los valores supuestos como primera aproximación para cada incógnita.

Cuando se tienen redes de distribución extensas, el número de incógnitas asociadas a la red es grande, lo cual implica cierta dificultad en estimar los valores iniciales para las incógnitas, de tal manera que garanticen la convergencia en un número prudente de iteraciones y obtener valores reales de las mismas.

Con el propósito de solucionar este problema, se aplica un algoritmo que permita la evaluación de dichos valores en forma automática. El algoritmo llamado “PRIMERAS APROXIMACIONES” fue empleado con éxito para fluidos incompresibles monofásicos y que probado para redes de distribución de gases y líquidos arroja resultados satisfactorios.

5.2. RELACIONES DE CONECTIVIDAD

La representación de las relaciones topológicas de la Red entre Nudos y Tramos se especifica con un arreglo de dimensiones $NT \times 2$. A tal arreglo lo denominamos NUDO y se tiene que:

NUDO i = Nudo que incide en el extremo izquierdo del tramo k .

NUDO j = Nudo que incide en el extremo derecho del tramo k .

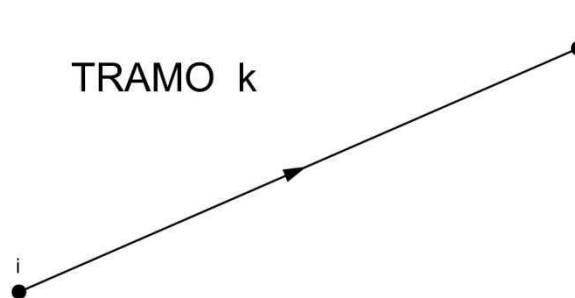


Fig.5.1: Tramo típico de una Red

El arreglo NUDO se prepara como dato de entrada asumiendo la orientación del tramo en cada caso, cuyo algoritmo se indica más adelante.

Además del arreglo Nudo se generan otros dos, llamados: LINK y NUDO VECINO.

El arreglo LINK indica:

- El número de Tramos o barras incidentes en un Nudo genérico
- La incidencia positiva o negativa de un tramo sobre un Nudo genérico

Considerando la figura 5.1 se tiene que:

El Tramo k incide positivamente en el Nudo i.

El Tramo k incide negativamente en el Nudo j.

NBI = Número de barras o tramos incidentes en un Nudo Libre.

Mientras tanto el arreglo NUDO VECINO indica el número de Nudos vecinos a un Nudo genérico j, además de identificarlos.

Considerando la Figura 5.1, se tiene que el Nudo i es vecino al Nudo j debido a que es el extremo del tramo incidente al Nudo j.

De esta manera los arreglos o matrices: NUDO, LINK y NUDO VECINO, conjuntamente con el vector NBI, constituyen la información ordenada que proporciona las relaciones entre Nudos y Tramos.

A continuación se presenta una Red Típica para la cual se generan los arreglos a los que se ha hecho referencia.

Se debe ingresar:

El tipo de Tramo, que puede ser una Tubería (T), Válvula (V), Bomba Centrífuga (B) o Bomba Jet, constituida por la Boquilla (J), Succión (I), Tubo de mezcla (X) y Difusor (R).

El tipo de Nudo, sea éste, Libre (L) o Base (B).

El tipo de incógnita asociada al Nudo como es la Presión (H), el Consumo (C) o el Diámetro (D).

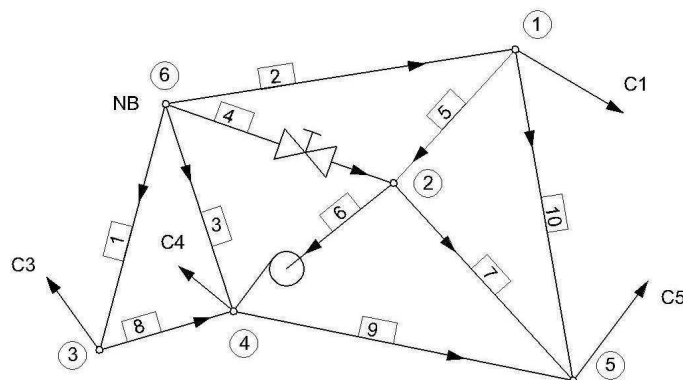


Fig.5.2a: Red Típica

Cuando la incógnita es el diámetro, se ingresará el tramo al cual se le asigna la incógnita, el mismo que debe ser igual al número de nudo

TRAMOS	NUDO		TIPO
	k	i j	
1	6	3	T
2	6	1	T
3	6	4	T
4	6	2	V
5	1	2	T
6	2	4	B
7	2	5	T
8	3	4	T
9	4	5	T
10	1	5	T

Fig.5.2b: Representación de la Red mediante el arreglo NUDO

NUDOS	NBI	LINK				NV				TIPO	INCOGNITA
		1	2	3	4	1	2	3	4		
1	3	-2	10	5		2	5	6		L	H
2	4	-4	-5	6	7	1	4	5	6	L	H
3	2	-1	8			4	6			L	H
4	4	-8	-6	-3	9	2	3	5	6	L	H
5	3	-9	-7	-10		1	2	4		L	H
6	4	1	3	4	2	1	2	4	3	B	

Fig.5.2c: Representación de la Red mediante los arreglos LINK y NV

En el arreglo anterior puede verse que el Nudo 3 tiene dos Nudos Vecinos que son el Nudo 4 y 6, igualmente tiene dos tramos incidentes que son el Tramo 1 y 8, el Tramo 1 incide negativamente, en tanto que el Tramo 8 incide positivamente en el Nudo 3.

5.3. MÉTODO DE LAS PRIMERAS APROXIMACIONES

Este método consiste básicamente en linealizar las relaciones funcionales que se han establecido para cada tipo de tramo, de tal manera que, al plantear el sistema de ecuaciones necesarias para la solución de la red se obtenga un sistema lineal de ecuaciones, que al ser resuelto determine el primer valor aproximado para cada incógnita de la red. Estos valores posteriormente serán utilizados como punto de partida referencial para el refinamiento del cálculo por el método de Newton-Raphson.³⁷

La linealización tiene como objetivo determinar la recta que represente en mejor forma o con el menor error posible las ecuaciones funcionales originales para los diferentes elementos que forman parte de la red.

El criterio para la determinación de la curva linealizada es el de los “Mínimos Cuadrados”, es decir, que el sumatorio de errores al cuadrado entre el valor predicho por la recta y el valor determinado por la relación original sea mínimo.

A continuación se presenta la linealización de las relaciones funcionales de los diferentes tipos de tramos existentes en una red.

5.3.1. LINEALIZACION DE ECUACIONES

5.3.1.1. Caso de Tubería

Tubería de Diámetro conocido:

La relación funcional para una tubería de diámetro conocido es de acuerdo a la ecuación 4.10 del capítulo anterior:

$$H_{ij} = K_{tub.ij} * (Q_{ij})^2 \quad (5.1)$$

Donde:

³⁷ SAN ANDRES Alberto & UBIDIA Mauricio; “Cálculo y Diseño de Redes de Distribución de Gas Natural en Estado Estable”; Tesis de Grado; EPN; 1980; p 20.

$$K_{tub\ ij} = \frac{8fL_{ij}}{(D_{ij})^5 g\pi^2} \quad (5.2)$$

La ecuación 5.1 es evidentemente una relación no lineal, buscamos entonces la ecuación de una recta que represente de la mejor manera posible a la curva. Puede suponerse una relación lineal de la forma:

$$\bar{H}_{ij} = K_{lt.ij} * Q_{ij} \quad (5.3)$$

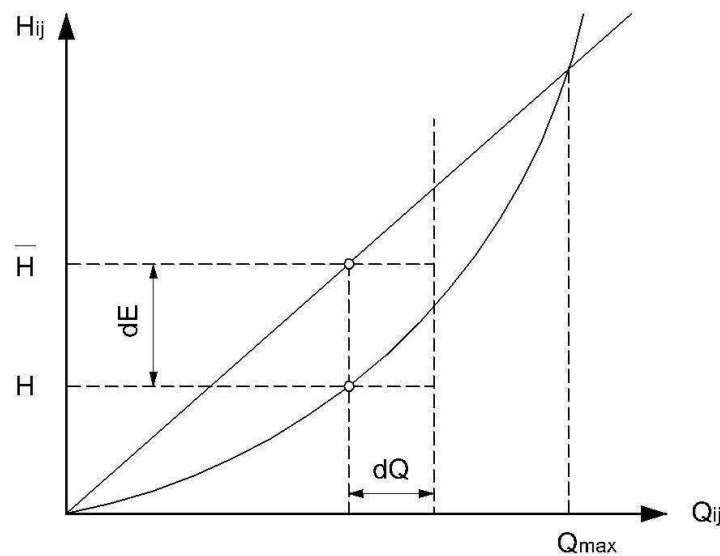


Fig.5.4: Función no Lineal y Lineal para un tramo tipo Tubería

Donde:

$K_{lt.ij}$ = Pendiente de la relación lineal \bar{H} vs. Q

Q_{max} = Caudal máximo de fluido, dato supuesto

En el intervalo de la abscisa donde está el diferencial de Caudal dQ , la relación lineal supuesta en comparación a la relación no lineal, incurre en un diferencial de error denotado por dE , el cual de acuerdo al Método de los Mínimos Cuadrados se expresa por:

$$dE = (H_{ij} - \bar{H}_{ij})^2 dQ \quad (5.4)$$

El error total (E), una vez que se reemplaza las equivalencias de las ecuaciones (5.1) y (5.3) se expresa por:

$$E = \int_0^{Q_{max}} (H_{ij} - \bar{H}_{ij})^2 dQ$$

$$E = \int_0^{Q_{max}} (k_{tub.ij}Q^2 - K_{lt.ij}Q)^2 dQ \quad (5.5)$$

Donde Q_{max} es un parámetro para el máximo valor de caudal, para la integración.

El error mínimo E, se obtiene cuando la primera derivada es igual a cero:

$$\frac{\partial E}{\partial K_{lt.ij}} = 0 \quad (5.6)$$

Por lo que:

$$\frac{\partial E}{\partial K_{lt.ij}} = 0 = \frac{\partial}{\partial K_{lt.ij}} \int_0^{Q_{max}} (K_{tub.ij}Q^2 - K_{lt.ij}Q)^2 dQ$$

$$\int_0^{Q_{max}} \frac{\partial}{\partial K_{lt.ij}} (K_{tub.ij}Q^2 - K_{lt.ij}Q)^2 dQ = 0$$

$$\int_0^{Q_{max}} 2(K_{tub.ij}Q^2 - K_{lt.ij}Q)(-Q)dQ = 0$$

$$\int_0^{Q_{max}} (-K_{tub.ij}Q^3 + K_{lt.ij}Q^2)dQ = 0$$

Entonces:

$$\frac{K_{lt.ij}Q_{max}^3}{3} - \frac{K_{tub.ij}Q_{max}^4}{4} = 0$$

$$\frac{K_{lt.ij}}{3} = \frac{K_{tub.ij}Q_{max}}{4}$$

Por lo tanto:

$$K_{lt.ij} = \frac{3}{4} K_{tub.ij} * Q_{max} \quad (5.7)$$

Reemplazando en la ecuación 5.11 la ecuación 5.6 se obtiene:

$$K_{lt.ij} = \frac{6fL_{ij}Q_{max}}{D_{ij}^5 g \pi^2} \quad (5.8)$$

Despejando el caudal Q_{ij} de la ecuación 5.7 tenemos:

$$Q_{ij} = \frac{1}{K_{lt.ij}} * \bar{H}_{ij} \quad (5.9)$$

Si definimos:

$$K_{Lin_{ij}} = \frac{1}{K_{lt.ij}} = \frac{D_{ij}^5 g \pi^2}{6fL_{ij}Q_{max}} \quad (5.10)$$

Entonces la ecuación linealizada para un tramo tipo tubería, con el diámetro conocido es:

$$Q_{ij} = K_{Lin} * \bar{H}_{ij} \quad (5.11)$$

Tubería de Diámetro incógnita:

Despejando el diámetro de la ecuación 4.8 del capítulo anterior, se obtiene:

$$D_{ij} = \left(\frac{8fL_{ij}}{\pi^2 g H_{ij}} \right)^{1/5} * Q_{ij}^{2/5} \quad (5.12)$$

Considerando que H_{ij} es un valor conocido, definimos:

$$Knld_{ij} = \left(\frac{8fL_{ij}}{\pi^2 g H_{ij}} \right)^{1/5} \quad (5.13)$$

Por lo que la ecuación 5.12 se convierte en:

$$D_{ij} = Knld_{ij} * Q_{ij}^{2/5} \quad (5.14)$$

Una ecuación linealizada de 5.14 puede ser:

$$\bar{D}_{ij} = Kld_{ij} * Q_{ij} \quad (5.15)$$

De manera análoga a la linealización de la ecuación para un tramo tipo tubería con diámetro conocido, encontramos una relación entre las constantes de tal manera que el error sea mínimo.

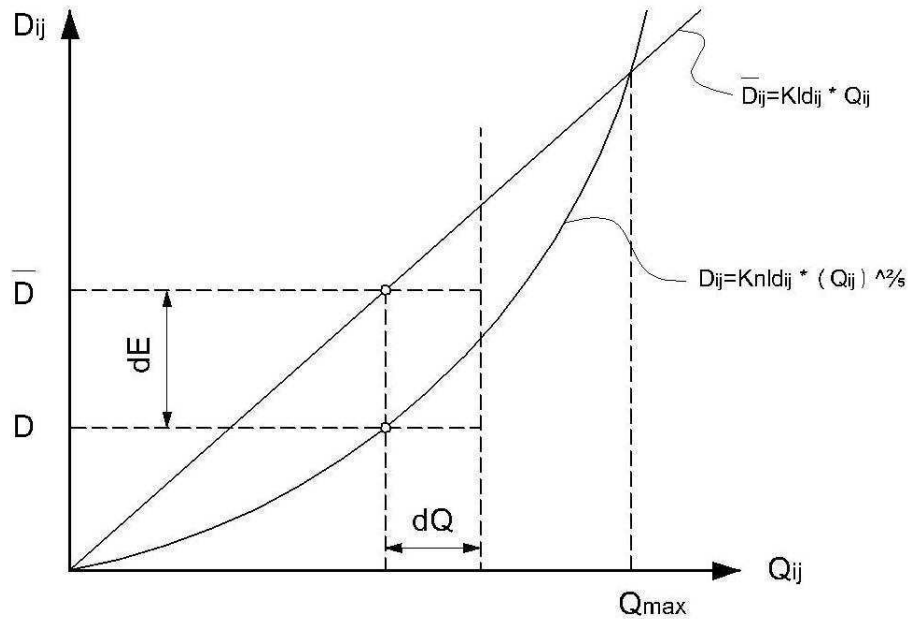


Fig.5.5: Función no Lineal y Lineal para un tramo tipo Tubería de diámetro desconocido

En la figura anterior se muestran las funciones lineal y no lineal del diámetro, en la cual:

Kld_{ij} = Pendiente de la relación lineal

Q_{max} = Caudal máximo del fluido, dato supuesto

$D_{ij} = Knld_{ij} * Q_{ij}^{2/5}$ es la relación no lineal

$\bar{D}_{ij} = Kld_{ij} * Q_{ij}$ es la relación lineal

$$dE = (D_{ij} - \bar{D}_{ij})^2 dQ$$

$$dE = (Knld_{ij} * Q^{2/5} - Kld_{ij} * Q)^2 dQ$$

$$E = \int_0^{Q_{max}} (Knld_{ij} * Q^{2/5} - Kld_{ij} * Q)^2 dQ$$

Derivado la ecuación anterior con respecto a Kld e igualando a cero se minimiza el error (E),

$$\frac{dE}{dKld_{ij}} = 0$$

$$\frac{dE}{dKld_{ij}} = \frac{d}{dKld_{ij}} \int_0^{Q_{max}} (Knld_{ij} * Q^{2/5} - Kld_{ij} * Q)^2 dQ = 0$$

$$\int_0^{Q_{max}} (-2Q)(Knld_{ij} * Q^{2/5} - Kld_{ij} * Q) dQ = 0$$

$$\int_0^{Q_{max}} (Kld_{ij} * Q^2 - Knld_{ij} * Q^{7/5}) dQ = 0$$

$$Kld_{ij} \frac{Q^3}{3} \Big|_0^{Q_{max}} - Knld_{ij} * \frac{Q^{12/5}}{12/5} \Big|_0^{Q_{max}} = 0$$

$$Kld_{ij} * Q_{max}^3 - \frac{5}{4} * Knld_{ij} * Q_{max}^{12/5} = 0$$

$$Kld_{ij} = \frac{5}{4} * Knld_{ij} * \left(\frac{Q_{max}^{12/5}}{Q_{max}^3} \right) \quad (5.16)$$

Reemplazando la ecuación 5.13 en 5.16 se tiene:

$$Kld_{ij} = \frac{5}{4} * \left(\frac{8fL_{ij}}{\pi^2 g H_{ij}} \right)^{1/5} * \left(\frac{Q_{max}^{12/5}}{Q_{max}^3} \right) \quad (5.17)$$

Despejando el caudal Q_{ij} de la ecuación 5.15 tenemos:

$$Q_{ij} = \frac{1}{Kld_{ij}} * \bar{D}_{ij} \quad (5.18)$$

Si definimos:

$$Klind_{ij} = \frac{1}{Kld_{ij}} = \frac{4}{5} * \left(\frac{\pi^2 g H_{ij}}{8 f L_{ij}} \right)^{1/5} * \left(\frac{Q_{max}^3}{Q_{max}^{12/5}} \right) \quad (5.19)$$

Entonces la ecuación linealizada para un tramo tipo tubería con el diámetro incógnita es:

$$Q_{ij} = Klind_{ij} * \bar{D}_{ij} \quad (5.20)$$

5.3.1.2. Caso de Válvula

Al considerar el caso de una válvula, la ecuación a analizar es:

$$H_{ij} = Kacc_{ij} * Q_{ij}^2 \quad (5.21)$$

Una ecuación lineal aproximada a la ecuación 5.25 puede ser:

$$\bar{H}_{ij} = Klinval_{ij} * Q_{ij} \quad (5.22)$$

La ecuación 5.21 y 5.22, así como las variables para la linealización por el método de los mínimos cuadrados se representan en la figura 5.6.

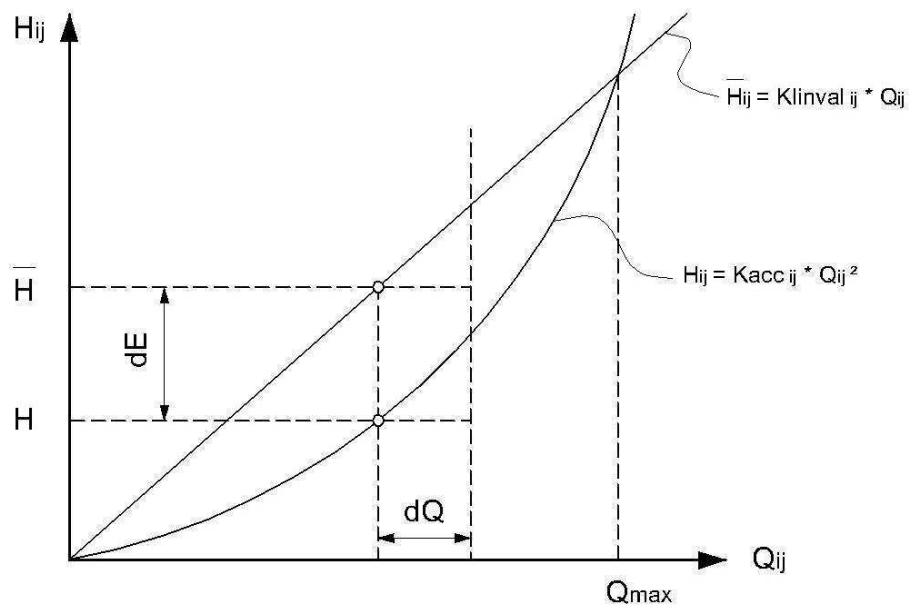


Fig.5.6: Función Lineal y no Lineal para un tramo tipo Válvula

Donde:

$K_{linval_{ij}}$ = Pendiente de la función lineal

Q_{max} = Caudal máximo de fluido, dato supuesto

$H_{ij} = K_{acc_{ij}} * Q_{ij}^2$ es la relación no lineal

$\bar{H}_{ij} = K_{linval_{ij}} * Q_{ij}$ es la relación lineal

De manera análoga a los casos anteriores de linealización por el método de los mínimos cuadrados tenemos:

$$dE = (H_{ij} - \bar{H}_{ij})^2 dQ$$

$$dE = (K_{acc_{ij}} * Q^2 - K_{linval_{ij}} * Q)^2 dQ$$

$$E = \int_0^{Q_{max}} (K_{acc_{ij}} * Q^2 - K_{linval_{ij}} * Q)^2 dQ \quad (5.23)$$

Minimizamos el error, derivando la ecuación 5.23 con respecto a $K_{linval_{ij}}$ e igualando la expresión resultante a cero:

$$\frac{dE}{dK_{linval_{ij}}} = 0 = \frac{d}{dK_{linval_{ij}}} \int_0^{Q_{max}} (K_{acc_{ij}} * Q^2 - K_{linval_{ij}} * Q)^2 dQ$$

$$\int_0^{Q_{max}} \frac{d}{dK_{linval_{ij}}} (K_{acc_{ij}} * Q^2 - K_{linval_{ij}} * Q)^2 dQ = 0$$

$$\int_0^{Q_{max}} 2(K_{acc_{ij}} * Q^2 - K_{linval_{ij}} * Q)(-Q) dQ = 0$$

$$\int_0^{Q_{max}} (-K_{acc_{ij}} * Q^3 + K_{linval_{ij}} * Q^2) dQ = 0$$

Entonces:

$$\frac{K_{linval_{ij}} * Q_{max}^3}{3} - \frac{K_{acc_{ij}} * Q_{max}^4}{4} = 0$$

$$\frac{K_{linval_{ij}}}{3} = \frac{K_{acc_{ij}} * Q_{max}}{4}$$

Por lo tanto:

$$K_{linval_{ij}} = \frac{3}{4} * K_{acc_{ij}} * Q_{max} \quad (5.24)$$

Despejando el caudal Q_{ij} de la ecuación 5.22 tenemos:

$$Q_{ij} = \frac{1}{K_{linval_{ij}}} * \bar{H}_{ij} \quad (5.25)$$

Si definimos:

$$K_{LV,ij} = \frac{1}{K_{lt,ij}} \quad (5.26)$$

Entonces la ecuación linealizada para un tramo tipo Válvula es:

$$Q_{ij} = K_{LV,ij} * \bar{H}_{ij} \quad (5.27)$$

5.3.1.3. Caso de Bombas Centrífugas

La curva característica para una bomba centrífuga, es decir la relación entre H vs. Q , se establece de acuerdo a la ecuación desarrollada por Stepanoff, de la cual en su forma reducida y de acuerdo a su deducción en el capítulo anterior se expresa de la siguiente manera:

$$H_b = A + B * Q^2 \quad (5.28)$$

En donde a y b son constantes dependientes del diseño de la bomba. Para una velocidad constante N, esta es una ecuación de la curva H vs. Q .

Podemos entonces plantear la siguiente ecuación lineal aproximada:

$$H_b = a + b * Q \quad (5.29)$$

La ecuación 5.28 y 5.29, así como las variables para la linealización por el método de los mínimos cuadrados se representan en la figura 5.7.

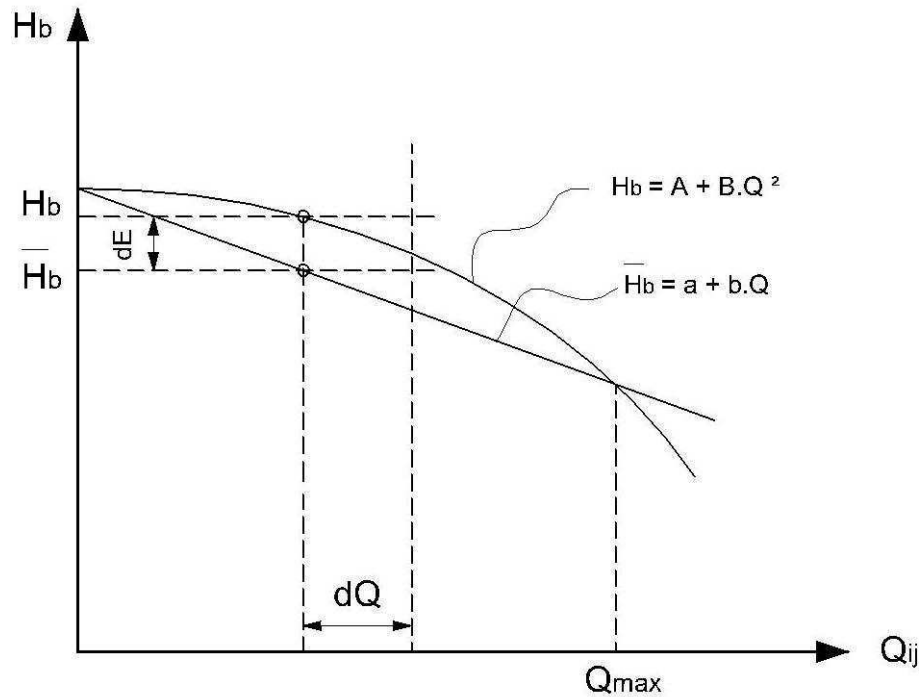


Fig.5.7: Función Lineal y no Lineal para una Bomba Centrífuga

Donde:

$b =$ Pendiente de la función lineal

$a =$ intersección con las ordenadas de la función lineal

$Q_{max} =$ Caudal máximo de fluido, dato supuesto

Si planteamos la ecuación de la energía para un tramo tipo bomba centrífuga tenemos:

$$\frac{P_i}{\rho} + \frac{V_i^2}{2} + gz_i + gH_b = \frac{P_j}{\rho} + \frac{V_j^2}{2} + gz_j + gH_f \quad (5.30)$$

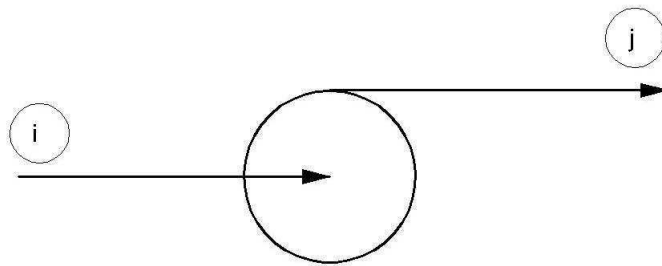


Fig.5.8: Tramo tipo Bomba Centrífuga

El factor de las pérdidas H_f , lo introducimos como parte del trabajo H_b realizado por la bomba:

$$\left(\frac{P_i}{\rho g} + z_i\right) + H_b = \left(\frac{P_j}{\rho g} + z_j\right)$$

$$H_i + H_b = H_j$$

De donde:

$$H_i - H_j = H_{ij} = H_b = A + B * Q^2 \quad (5.31)$$

De manera análoga a los casos anteriores de linealización por el método de los mínimos cuadrados tenemos:

$$dE = (H_{ij} - \bar{H}_{ij})^2 dQ$$

$$dE = (A + B * Q^2 - a - b * Q)^2 dQ$$

$$E = \int_0^{Q \max} (A + B * Q^2 - a - b * Q)^2 dQ \quad (5.32)$$

Minimizamos el error, derivando la ecuación 5.36 con respecto a a y b e igualando las expresiones resultantes a cero tenemos:

$$\frac{dE}{da} = \frac{d}{da} \int_0^{Q \max} (A + B * Q^2 - a - b * Q)^2 dQ = 0$$

$$\int_0^{Q_{max}} 2(A + B * Q^2 - a - b * Q)(-1)dQ = 0$$

$$AQ + \frac{B}{3}Q^3 - aQ - \frac{b}{2}Q^2 = 0$$

$$A + \frac{B}{3}Q^2 - a - \frac{b}{2}Q = 0 \quad (5.33)$$

$$\frac{dE}{db} = \frac{d}{db} \int_0^{Q_{max}} (A + B * Q^2 - a - b * Q)^2 dQ = 0$$

$$\int_0^{Q_{max}} 2(A + B * Q^2 - a - b * Q)(-Q)dQ = 0$$

$$\int_0^{Q_{max}} (AQ + B * Q^3 - aQ - b * Q^2)dQ = 0$$

$$\frac{A}{2}Q^2 + \frac{B}{4}Q^4 - \frac{a}{2}Q^2 - \frac{b}{3}Q^3 = 0$$

$$\frac{A}{2} + \frac{B}{4}Q^2 - \frac{a}{2} - \frac{b}{3}Q = 0 \quad (5.34)$$

Resolviendo las ecuaciones 5.33 y 5.34 encontramos los valores de a y b para la ecuación lineal 5.29

$$a = A - \frac{1}{6}B * Q_{max}^2 \quad (5.35)$$

$$b = B * Q_{max} \quad (5.36)$$

Por lo tanto la ecuación lineal 5.33 puede escribirse de la siguiente forma:

$$H_b = \left(A - \frac{1}{6}B * Q_{max}^2 \right) + (B * Q_{max}) * Q \quad (5.37)$$

Despejando el caudal Q_{ij} de la ecuación 5.33 tenemos:

$$Q_b = \frac{H_b - a}{b} \quad (5.38)$$

Entonces la ecuación linealizada para un tramo tipo Bomba Centrífuga es:

$$Q_{ij} = \frac{H_{ij} - a}{b} \quad (5.39)$$

5.3.1.4. Caso de Bombas Jet

En el capítulo anterior encontramos una ecuación para cada una de las partes constitutivas de la bomba Jet, procederemos entonces a linealizar dichas ecuaciones.

Boquilla o Tobera Convergente (Tramo 1-a):

La relación entre la altura H y el caudal Q está definida por la ecuación 4.28:

$$H_{1a} = H_1 - H_a = Z_{1a} * Q^2 \quad (4.32)$$

En donde:

$$Z_{1a} = \frac{(1 + K_n)}{2g(A_n)^2}$$

Propondremos entonces una relación lineal de la forma:

$$\bar{H}_{1a} = \bar{Z}_{1a} * Q \quad (5.40)$$

De manera análoga a los casos anteriores de linealización por el método de los mínimos cuadrados tenemos:

$$\begin{aligned} dE &= (H_{1a} - \bar{H}_{1a})^2 dQ \\ dE &= (Z_{1a} * Q^2 - \bar{Z}_{1a} * Q)^2 dQ \\ E &= \int_0^{Q \max} (Z_{1a} * Q^2 - \bar{Z}_{1a} * Q)^2 dQ \quad (5.41) \end{aligned}$$

Minimizamos el error, derivando la ecuación 5.41 con respecto a \bar{Z}_{1a} e igualando la expresión resultante a cero:

$$\frac{dE}{d\bar{Z}_{1a}} = \frac{d}{d\bar{Z}_{1a}} \int_0^{Q_{max}} (Z_{1a} * Q^2 - \bar{Z}_{1a} * Q)^2 dQ = 0$$

$$\int_0^{Q_{max}} 2(Z_{1a} * Q^2 - \bar{Z}_{1a} * Q)(-Q)dQ = 0$$

$$\int_0^{Q_{max}} (-Z_{1a} * Q^3 + \bar{Z}_{1a} * Q^2)dQ = 0$$

Entonces:

$$\frac{\bar{Z}_{1a} * Q_{max}^3}{3} - \frac{Z_{1a} * Q_{max}^4}{4} = 0$$

$$\frac{\bar{Z}_{1a}}{3} = \frac{Z_{1a} * Q_{max}}{4}$$

Por lo tanto:

$$\bar{Z}_{1a} = \frac{3}{4} * Z_{1a} * Q_{max} \quad (5.42)$$

Despejando el caudal Q_{1a} de la ecuación 5.40 tenemos:

$$Q_{1a} = \frac{1}{\bar{Z}_{1a}} * \bar{H}_{1a} \quad (5.43)$$

Si definimos:

$$Z_{LB} = \frac{1}{\bar{Z}_{1a}} = \frac{8g(A_n)^2}{3(1 + K_n) * Q_{max}} \quad (5.44)$$

Entonces la ecuación linealizada para la boquilla de la bomba jet es:

$$Q_{1a} = q_1 = Z_{LB} * \bar{H}_{1a} \quad (5.45)$$

Succión (Tramo 3-a):

Para la entrada del fluido de producción hacia el tubo de mezcla, tenemos la siguiente relación H vs. Q :

$$H_{3a} = H_3 - H_a = Z_{3a} * Q_{3a}^2 \quad (5.46)$$

En donde:

$$Z_{3a} = \frac{(1 + K_s)}{2g(A_s)^2}$$

Propondremos entonces una relación lineal de la forma:

$$\bar{H}_{3a} = \bar{Z}_{3a} * Q_{3a} \quad (5.47)$$

Aplicando el mismo procedimiento de linealización que para la boquilla, obtenemos:

$$\bar{Z}_{3a} = \frac{3}{4} * Z_{3a} * Q_{max} \quad (5.48)$$

Despejando el caudal Q_{3a} de la ecuación 5.47 tenemos:

$$Q_{3a} = \frac{1}{\bar{Z}_{3a}} * \bar{H}_{3a} \quad (5.49)$$

Si definimos:

$$Z_{LS} = \frac{1}{\bar{Z}_{3a}} = \frac{8g(A_s)^2}{3(1 + K_s) * Q_{max}} \quad (5.50)$$

Entonces la ecuación linealizada para la succión de la bomba jet es:

$$Q_{3a} = q_3 = Z_{LS} * \bar{H}_{3a} \quad (5.51)$$

Tubo de mezcla o garganta (Tramo a-b):

La ecuación 4.58 del Capítulo 4 puede ser reescrita de la siguiente manera:

$$H_{ba} = H_b - H_a = Z_{ba} * Q_{ba}^2 \quad (5.52)$$

En la cual:

$$Z_{ba} = \left[\frac{1}{2g(A_t)^2} \right] \left[2b + \frac{2SM^2b^2}{(1-b)} - b^2(2 + K_t)(1 + SM)(1 + M) \right]$$

$$S = \frac{\rho_3}{\rho_1}$$

$$M = \frac{q_3}{q_1}$$

$$b = \frac{A_n}{A_t}$$

Propondremos entonces una relación lineal de la forma:

$$\bar{H}_{ba} = \bar{Z}_{ba} * Q_{ba} \quad (5.53)$$

Aplicando el mismo procedimiento de linealización que para los casos de la boquilla y la succión, obtenemos:

$$\bar{Z}_{ba} = \frac{3}{4} * Z_{ba} * Q_{max} \quad (5.54)$$

Despejando el caudal Q_{ba} de la ecuación 5.53 tenemos:

$$Q_{ba} = \frac{1}{\bar{Z}_{ba}} * \bar{H}_{ba} \quad (5.55)$$

Si definimos:

$$Z_{LM} = \frac{1}{\bar{Z}_{ba}} \quad (5.56)$$

Entonces la ecuación linealizada para el tubo de mezcla de la bomba jet es:

$$Q_{ba} = q_2 = Z_{LM} * \bar{H}_{ba} \quad (5.57)$$

Difusor o Tobera Divergente (Tramo b-2):

En el Capítulo 4 dedujimos la siguiente ecuación para la relación H vs. Q en el difusor de la bomba jet:

$$H_{b2} = H_b - H_2 = Z_{b2} * Q_{b2}^2 \quad (5.58)$$

En la cual:

$$Z_{b2} = \left[\frac{1}{2g(A_d)^2} - \frac{(1 - K_d)}{2g(A_t)^2} \right]$$

Propondremos entonces una relación lineal de la forma:

$$\bar{H}_{b2} = \bar{Z}_{b2} * Q_{b2} \quad (5.59)$$

Aplicando el mismo procedimiento de linealización que para los casos anteriores, obtenemos:

$$\bar{Z}_{b2} = \frac{3}{4} * Z_{b2} * Q_{max} \quad (5.60)$$

Despejando el caudal Q_{b2} de la ecuación 5.59 tenemos:

$$Q_{b2} = \frac{1}{\bar{Z}_{b2}} * \bar{H}_{b2} \quad (5.61)$$

Si definimos:

$$Z_{LD} = \frac{1}{\bar{Z}_{b2}} \quad (5.62)$$

Entonces la ecuación linealizada para la tobera divergente o difusor de la bomba jet es:

$$Q_{b2} = q_2 = Z_{LD} * \bar{H}_{b2} \quad (5.63)$$

5.3.2. CONFORMACIÓN DEL SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES PARA EL MÉTODO DE LAS PRIMERAS APROXIMACIONES.

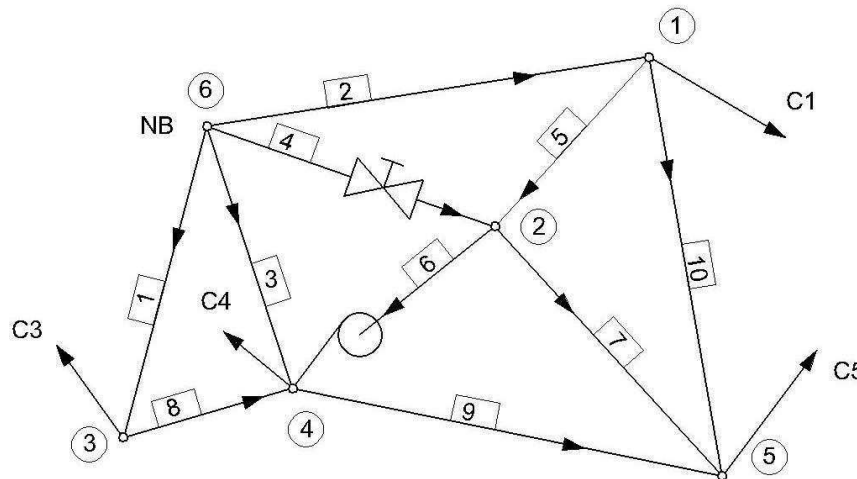
Luego que se encuentran establecidas las ecuaciones lineales, se conformará el sistema de ecuaciones, de cuya solución se encuentran las primeras aproximaciones de las incógnitas del problema.

La ecuación (4.3), establece el balance de caudales en un Nudo:

$$F_j = \sum_{i=1}^{NV} Q_{ij}(H_i - H_j; R_{ij}) + C_j = 0 \quad ; \quad j = 1, NL \quad (4.3)$$

Aplicando la ecuación (4.3) para cada Nudo, se obtiene un sistema de ecuaciones lineales, cuyo número es igual al total de Nudos libres en la Red.

Tomaremos como ejemplo la Red de la figura 5.2a, la topología de la cual se muestra en las figuras 5.2b y 5.2c, para el planteamiento de las ecuaciones correspondientes en los nudos libres:



Nudo 1:

$$F_1 = Q_{12} + Q_{61} + Q_{15} + C_1 = 0$$

$$F_1 = K_{12} * (H_1 - H_2) + K_{61} * (H_1 - H_6) + K_{15} * (H_1 - H_5) + C_1 = 0$$

Nudo 2:

$$F_2 = Q_{62} + Q_{12} + Q_{24} + Q_{25} = 0$$

$$F_2 = K_{62} * (H_2 - H_6) + K_{12} * (H_2 - H_1) + \frac{1}{b} (H_4 - H_2 - a) + K_{25} * (H_2 - H_5) = 0$$

Nudo 3:

$$F_3 = Q_{34} + Q_{63} + C_3 = 0$$

$$F_3 = K_{34} * (H_3 - H_4) + K_{63} * (H_3 - H_6) + C_3 = 0$$

Nudo 4:

$$F_4 = Q_{34} + Q_{64} + Q_{24} + Q_{45} + C_4 = 0$$

$$F_4 = K_{34} * (H_4 - H_3) + K_{64} * (H_4 - H_6) + \frac{1}{b} (H_4 - H_2 - a) + K_{45} * (H_4 - H_5) + C_4 = 0$$

Nudo 5:

$$F_5 = Q_{45} + Q_{15} + Q_{25} + C_5 = 0$$

$$F_5 = K_{45} (H_5 - H_4) + K_{15} (H_5 - H_1) + K_{25} * (H_5 - H_2) + C_5 = 0$$

Expresando el sistema de ecuaciones en notación matricial:

$$[K_{Lin}][I] = -[F]$$

Donde:

$[K_{Lin}]$: Matriz de coeficientes de las incógnitas (cuyas filas representan los números de los Nudos y sus Columnas la incógnita asociada a c/u de ellos).

$[I]$: Vector de Incógnitas asociadas a cada Nudo.

$[F]$: Vector de Términos independientes.

Aplicando para el ejemplo en consideración tenemos:

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{12} + K_{61} + K_{15} & -K_{12} & - & - & -K_{15} \\ -K_{12} & K_{62} + K_{12} + K_{25} - \frac{1}{b} & - & 1/b & -K_{25} \\ - & - & K_{34} + K_{63} & -K_{34} & - \\ - & -1/b & -K_{34} & K_{34} + K_{64} + K_{45} + \frac{1}{b} & -K_{45} \\ -K_{15} & -K_{25} & - & -K_{45} & K_{45} + K_{15} + K_{25} \end{bmatrix}$$

$$[I] = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \\ H_5 \end{bmatrix}$$

$$[F] = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \end{bmatrix}$$

La programación de la ubicación de cada término conviene sea ejecutada tomando en consideración columna por columna, cuya incógnita asociada determina un caso diferente, lo cual a breves rasgos puede explicarse así:

Cuando la incógnita en el nudo Libre es el Consumo, su columna respectiva llevara todos los términos igual a cero excepto el correspondiente a la fila de su nudo que será igual a uno.

Cuando la incógnita en el Nudo Libre es el Diámetro tiene incidencia en las ecuaciones de los extremos del tramo ij ; su columna respectiva llevará únicamente los términos diferentes de cero calculados con la ecuación (5.19). La ubicación de uno de ellos será correspondiente a la fila del nudo al cual se asocia el diámetro incógnita; y, la del segundo será correspondiente a la fila del nudo adyacente al nudo que se asignó tal incógnita.

Cuando la incógnita es la presión (ó H), esta variable incide en el nudo al cual se asigna la incógnita y en los nudos adyacentes al considerado; su columna respectiva se formará por términos calculados con la ecuación (5.10) en el caso

de tubería de diámetro conocido, con la ecuación (5.26) en el caso de válvula, y con las ecuaciones (5.35 y 5.36) en el caso de una bomba centrífuga.

La ubicación de tales términos guardará correspondencia con los números de los nudos adyacentes al nudo que se asignó dicha incógnita. Además en la ubicación correspondiente con el nudo pivote se almacenará la sumatoria de todos los términos diferentes de cero con signo contrario; es decir, el acumulado cambiado de signo de todos los términos localizados en los lugares que corresponde a los nudos adyacentes al pivote.

Una vez estructurada la matriz de coeficientes, se procede a la formación del vector de términos independientes. Para esto, se analiza en primera instancia si el nudo considerado tiene o no aporte o consumo. En el caso de existir, si es consumo se acumula el valor con signo negativo; y, si es aporte se acumula con signo positivo en la localidad correspondiente a dicho nudo. Seguidamente, mediante análisis de la naturaleza del tramo analizado de los tipos de incógnita de asignación en los nudos incidentes en sus extremos, se acumulan en dicho vector los valores que se generan en calidad de términos independientes con sus respectivos signos algebraicos.

5.4. MÉTODO ITERATIVO DE NEWTON-RAPHSON APLICADO A LA SOLUCION DE REDES DE DISTRIBUCION DE PETROLEO

Al plantear la ecuación de balance de caudales en cada nudo de la red, tal como se ha indicado anteriormente, se obtiene un sistema de ecuaciones no lineales, cuya solución la encontraremos ayudados por el método de Newton-Raphson.

El método de Newton es eficiente en la solución de sistemas de ecuaciones no lineales, converge muy rápidamente y proporciona una buena precisión en los resultados. El principal inconveniente es la determinación de los valores iniciales de las incógnitas, pero ha sido superado gracias a la utilización del método de las "Primeras Aproximaciones" y cuya aplicación sitúa a las aproximaciones logradas muy cerca de las soluciones reales.

El método de Newton-Raphson transforma el sistema de ecuaciones no lineales en uno lineal, en el cual, las incógnitas de este sistema ya no son las incógnitas definidas al inicio de la concepción del problema sino sus variaciones y que hacen posible el acercamiento a la solución final. De esta manera mediante iteraciones sucesivas se llega a obtener las soluciones a las incógnitas que determinan el comportamiento real de la red.

5.4.1. DESARROLLO MATEMÁTICO

La ecuación de balance de caudales aplicada en cada Nudo Libre, está definida por la expresión:

$$F_j = \sum_{i=1}^{NV} Q_{ij}(H_i - H_j; R_{ij}) + C_j = 0 \quad ; \quad j = 1, NL \quad (4.3)$$

El método Iterativo de Newton-Raphson, exige el planteamiento de una ecuación de la forma:

$$F_j + \sum_{i=1}^{NL} \frac{\partial F_j}{\partial I_i} \Delta I_i = 0 \quad (5.64)$$

Donde:

I_i : Incógnitas asociadas a cada nudo libre

La ecuación anterior se puede escribir en forma de matriz así:

$$[J][\Delta I_i] = -[F] \quad (5.65)$$

Donde:

$[J]$: Es la matriz jacobiana (Derivadas parciales) dada por:

$$[J] = \left[\frac{\partial F_j}{\partial I_i} \right] \rightarrow [J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial I_1} & \frac{\partial F_1}{\partial I_2} & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial I_N} \\ \frac{\partial F_2}{\partial I_1} & \frac{\partial F_2}{\partial I_2} & \dots & \frac{\partial F_2}{\partial I_N} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial F_N}{\partial I_1} & \frac{\partial F_N}{\partial I_2} & \dots & \frac{\partial F_N}{\partial I_N} \end{bmatrix} \quad (5.66)$$

[ΔI_i] : Es la matriz de variación diferencial de las incógnitas.

$$[\Delta I] = \begin{bmatrix} \Delta I_1 \\ \Delta I_2 \\ \vdots \\ \Delta I_N \end{bmatrix} \quad (5.67)$$

[F]: Es la matriz conformada por la sumatoria de caudales y consumos o aportes en cada nudo libre.

$$[F] = \begin{bmatrix} F_1(I_1, I_2, \dots, I_N) \\ F_2(I_1, I_2, \dots, I_N) \\ \dots \dots \dots \\ F_N(I_1, I_2, \dots, I_N) \end{bmatrix} \quad (5.68)$$

Las derivadas parciales se evalúan numéricamente como:

$$\frac{\partial F_j}{\partial I_i} = \frac{F_j(I_1, I_2, \dots, I_i + \Delta I_i, \dots, I_N) - F_j(I_1, I_2, \dots, I_i, \dots, I_N)}{\Delta I_i} \quad (5.69)$$

5.4.2. PROCEDIMIENTO ITERATIVO DE RESOLUCIÓN

5.4.2.1. Consideración de las aproximaciones iniciales

Las incógnitas asociadas para el método de las “Primeras Aproximaciones”, en la iniciación del programa no varían para el método iterativo de Newton-Raphson.

Los resultados obtenidos en el método de las “Primeras Aproximaciones”, pasan a ser los valores iniciales con los que parte la primera iteración del método de Newton-Raphson.

5.4.2.2. Cálculo de la suma de caudales en cada nudo

La función que representa la suma de caudales en cada nudo F_j se evalúa en base a la ecuación (4.3) en la cual el término Q_{ij} adopta las expresiones siguientes:

En el caso de tuberías con diámetro conocido considera la ecuación (4.12)

En el caso de tuberías con diámetro incógnita considera la ecuación (4.15)

En el caso de válvula considera la ecuación (4.18)

En el caso de bombas centrífugas considera la ecuación (4.26)

En el caso de bombas jet considera las ecuaciones (4.35) para la tobera convergente o boquilla; (4.47) para la succión; (4.58) para el tubo de mezcla y (4.60) para el difusor o tobera divergente.

5.4.2.3. Planteamiento del Sistema de Ecuaciones

La aplicación de la ecuación (5.64) en cada Nudo Libre de la red, involucra el planteamiento de un sistema de ecuaciones lineales conformando por tantas ecuaciones como nudos existan en la red.

Este sistema de ecuaciones en notación matricial se expresa por:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial I_1} & \frac{\partial F_1}{\partial I_2} & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial I_N} \\ \frac{\partial F_2}{\partial I_1} & \frac{\partial F_2}{\partial I_2} & \dots & \frac{\partial F_2}{\partial I_N} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial F_N}{\partial I_1} & \frac{\partial F_N}{\partial I_2} & \dots & \frac{\partial F_N}{\partial I_N} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Delta I_1 \\ \Delta I_2 \\ \vdots \\ \Delta I_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -F_1 \\ -F_2 \\ \vdots \\ -F_N \end{bmatrix} \quad (5.70)$$

En forma simplificada se representa mediante la ecuación siguiente:

$$\left[\frac{\partial F}{\partial I} \right] * [\Delta I] = -[F] \quad (5.71)$$

Donde:

$\left[\frac{\partial F}{\partial I} \right]$: Matriz de derivadas parciales (Jacobiano)

$[\Delta I]$: Vector de variación de las incógnitas

$[F]$: Vector de función suma de caudales

5.4.2.4. Resolución del sistema de Ecuaciones

Una vez que se han obtenido las matrices: $\left[\frac{\partial F}{\partial I}\right]$, $[\Delta I]$ y $[F]$, el sistema puede ser resuelto despejando $[\Delta I]$ y aplicando la inversa a la matriz $\left[\frac{\partial F}{\partial I}\right]$, es decir:

$$[\Delta I] = -inv\left(\left[\frac{\partial F}{\partial I}\right]\right) * [F] \quad (5.72)$$

5.4.2.5. Obtención de los nuevos valores de las incógnitas

Luego de resolver el sistema de ecuaciones y obtener los valores de variación de las incógnitas ΔI , el programa procede a obtener los valores de estas variaciones para la iteración siguiente, para ello se suma el valor anterior de cada incógnita con su incremento, de la siguiente manera:

Sea:

$$[J(I^K)] * [\Delta I^K] = -[F(I^K)] \quad (5.73)$$

Donde:

I^K : Es un vector que contiene el valor de las incógnitas a la iteración K-ésima

$J(I^K)$: Es el Jacobiano del sistema de ecuaciones

ΔI^K : Es el vector de valores de variación para las incógnitas del sistema

De esta manera el valor de la incógnita I , a la interacción $(K + 1)$ –ésima está dado por:

$$I^{K+1} = I^K + \Delta I^K \quad (5.74)$$

Una vez obtenidos los nuevos valores de las incógnitas, el programa vuelve a calcular las funciones F_j en los nudos de la red, y sus valores absolutos los

compara con suficientemente pequeño asumido como límite de convergencia. La solución del sistema se alcanza cuando:

$$|F_j| \leq \xi \quad (5.79)$$

CAPÍTULO 6

DESCRIPCIÓN DEL PROGRAMA PARA EL CÁLCULO DE REDES DE DISTRIBUCIÓN EN SISTEMAS CENTRALIZADOS DE BOMBEO HIDRAULICO

6.1. INTRODUCCIÓN

En el capítulo anterior se establecen los fundamentos y define el procedimiento general para cada uno de los mecanismos de resolución, basados en los cuales se desarrolla un programa elaborado en Matlab para el cálculo de redes de distribución aplicado a Sistemas Centralizados de Bombeo Hidráulico, que permite su aplicación en forma sencilla, rápida y segura. Para la comprensión del programa se proporciona su desarrollo por medio de la adecuada definición de arreglos y vectores, así como de variables creadas en el proceso.

Este desarrollo permite entender y analizar la secuencia de etapas que una a continuación de otra y en forma estrictamente ordenada conforman un programa o un subprograma.

A continuación se define los nombres de las variables, vectores y arreglos que se utilizan en el programa, luego se presenta la descripción del programa principal y subprogramas utilizados.

6.2. DEFINICIÓN DE VARIABLES, VECTORES Y ARREGLOS UTILIZADOS EN EL DESARROLLO DE LOS ALGORÍTMOS.

A : Función suma de caudales en cada nudo libre, evaluada en $(H_i - \Delta H)$. Método de las “Primeras Aproximaciones”.

Anl :	Función suma de caudales en cada nudo libre evaluada en $(H_i - \Delta H)$. Método iterativo de "Newton-Raphson".
B :	Matriz de derivadas parciales para el método de las "Primeras Aproximaciones".
Bnl :	Matriz de derivadas parciales para el método iterativo de "Newton-Raphson". Jacobiano
Consumo :	Vector de valores iniciales de la incógnita Consumos.
D :	Vector de valores iniciales de la incógnita Diámetros.
DeltaH :	Valor arbitrario, establecido como variación infinitesimal de la variable H.
Deltasolución :	Matriz solución del sistema de ecuaciones lineales (método de las "Primeras Aproximaciones").
Deltasoluciónnl :	Matriz solución del sistema de ecuaciones no lineales (método iterativo de "Newton-Raphson").
Descargabomba :	Matriz de caracteres en donde se señala el nudo en el cual descarga la bomba.
Dnew :	Valor para la siguiente iteración (método de las "Primeras Aproximaciones").
Dnlnew :	Posición del Nudo Derecho para el caso de Bombas (método iterativo de "Newton-Raphson").
F :	Función suma de caudales en cada nudo libre (método de las "Primeras Aproximaciones").
Fnew :	Función suma de caudales en cada nudo libre evaluada en la siguiente iteración (método de las

“Primeras Aproximaciones”).

Fnl :	Función suma de caudales en cada nudo libre (método iterativo de “Newton-Raphson”).
Fnlnew :	Función suma de caudales en cada nudo libre evaluada en la siguiente iteración (método iterativo de “Newton-Raphson”).
Fverif :	Función de verificación del método de las “Primeras Aproximaciones” igualado a cero.
Fverifnl :	Función de verificación del método iterativo de “Newton-Raphson” igualado a cero.
H1 :	Posición del nudo izquierdo para el método de las “Primeras Aproximaciones”.
H2 :	Posición del nudo derecho para el método de las “Primeras Aproximaciones”.
Hdesc :	Posición del nudo derecho para el caso de bombas centrífugas (Método de las “Primeras Aproximaciones”).
Hf :	Variación de pérdida de carga en un Tramo ij.
Hinicial :	Vector inicial de la variable pérdidas de carga H.
Hnew :	Nuevo valor de la variable H para la siguiente iteración (método de las “Primeras Aproximaciones”).
Hnldesc :	Posición del nudo derecho para el caso de bombas centrífugas (método iterativo de “Newton- Raphson).
Hnlnew :	Nuevo valor de la variable H para la siguiente iteración (método iterativo de “Newton-Raphson”).

Hnlsucc :	Posición del nudo izquierdo para el caso de bombas centrífugas (método iterativo de “Newton-Raphson”).
Hsucc :	Posición del nudo izquierdo par el caso de bombas centrífugas (método de las “Primeras Aproximaciones”).
Kldiam :	Matriz que contiene los coeficientes de las ecuaciones lineales en el caso de tubería con diámetro incógnita (método de las “Primeras Aproximaciones”).
Klineal :	Matriz que contiene los coeficientes de las ecuaciones lineales (método de las “Primeras Aproximaciones”).
KnID :	Matriz que contiene los coeficientes de las ecuaciones no lineales en el caso de tuberías con diámetro incógnita (método de “Newton-Raphson”).
KnIHC :	Matriz que contiene los coeficientes de las ecuaciones lineales en el caso de tubería con diámetro conocido (método de las “Primeras Aproximaciones”).
Klval :	Matriz que contiene los coeficientes de las ecuaciones lineales en el caso de válvulas (método de las “Primeras Aproximaciones”).
Knlval :	Matriz que contiene los coeficientes de las ecuaciones no lineales en el caso de válvulas (método de “Newton-Raphson”).
Knolineal :	Matriz que contiene los coeficientes de las ecuaciones no lineales (método de “Newton- Raphson”).
Kval :	Constante de la válvula (f^*L/D).
L :	Vector longitud, en el caso de tramo tipo tubería.

L1, L2 :	Tramos incidentes sobre un nudo.
Link :	Matriz que define la orientación y el número de barras que inciden en un nudo.
NudDesBomb :	Extremo de descarga de la bomba centrífuga.
Nudo :	Matriz que define los extremos de un tramo.
Nudovecino :	Matriz de nudos vecinos a un nudo libre.
Potbomba :	Potencia de la Bomba/Motor/Turbina
Q :	Vector solución de caudales que circulan en los diferentes tramos de la red, obtenido por el método de las "Primeras Aproximaciones".
Qmax :	Valor referencial del caudal que circula en la red.
Qmin :	Valor mínimo del caudal.
Qnl :	Vector solución final de los caudales que circulan en los diferentes tramos de la red.
Ro :	Densidad del Fluido.
SH1 :	Posición del nudo izquierdo para el método iterativo de "Newton-Raphson".
SH2 :	Posición del nudo derecho para el método iterativo de "Newton-Raphson".
SolucionConsumo :	Vector solución de la incógnita Consumo, obtenido por el método de las "Primeras Aproximaciones".

SolucionDiametro :	Vector solución de la incógnita Diámetro, obtenido por el método de las “Primeras Aproximaciones”.
SolucionH :	Vector solución de la incógnita H, obtenido por el método de las “Primeras Aproximaciones”.
SolucionnlConsumo :	Vector solución final de la incógnita Consumo.
SolucionnlDiametro :	Vector solución final de la incógnita Diámetro.
SolucionnlH :	Vector solución final de la incógnita H.
a :	Constante de linealización para la bomba centrífuga.
b :	Constante de linealización para la bomba centrífuga.
f :	Factor de fricción.
i :	Índice de laso iterativo para tramos (matriz Nudo).
incognitadiámetro :	Indica si el Diámetro es incógnita en un tramo.
j :	Índice de laso iterativo para nudos (matriz Nudosvecinos).
j1, j2 :	Extremo izquierdo y derecho de un tramo.
k	Índice de Laso Iterativo que encera el vector nbpn (número de tramos incidentes en el nudo).
nb :	Números de tramo en la red.
nbpn :	Número de tramos incidentes en el nudo.
nitermax :	Número de iteraciones máximo.
nn :	Número de nudos.

nbase :	Número de nudos base.
nlibres :	Número de nudos libres.
nudoadiacente :	Nudo asociado a un tramo.
nudoder :	Nudo a donde llega el fluido.
nudoizq :	Nudo de donde sale el fluido.
tipoincognita :	Incógnita asociada al nudo libre (D,H,C).
tiponudo :	Puede ser Nudo Libre o Base
tipotramo :	Puede ser: Tubería (T), Válvula (V), Bomba centrífuga (B), Tobera convergente o boquilla de la Bomba Jet (J), Succión de la Bomba Jet (I), Tubo de mezcla de la Bomba Jet (X) y Tobera divergente o difusor de la Bomba Jet (R).
tramo :	Indica el Tramo i.
tramoincogdiam :	Tramo que asocia el diámetro como incógnita.

6.3. DESCRIPCION DE PROGRAMAS Y SUBPROGRAMAS

6.3.1. PROGRAMA PRINCIPAL

Nombre:	REDES.m
Objetivo:	Organiza la secuencia general del programa mediante el llamado a los diferentes subprogramas. Lectura de las características generales de la red e igualación a cero de las variables a utilizarse para el cálculo posterior.
Descripción:	Su estructuración comprende las siguientes etapas: <ul style="list-style-type: none"> • Ingreso de datos.

- Igualación a cero de vectores y arreglos de almacenamiento de valores.
- Lectura de la información concerniente a toda la red.
- Cálculo de las soluciones aproximadas a las incógnitas asignadas, ecuaciones linealizadas.
- Cálculo de las soluciones definitivas utilizando el método de "Newton-Raphson".

6.3.1.1. Subrutina Nudos

Nombre: Nudos
 Objetivo: Definir el nudo de inicial y el nudo final correspondientes a un tramo.
 Descripción: Determina el sentido de flujo supuesto inicialmente en cada uno de los tramos que constituyen la red.

6.3.1.2. Subrutina Link

Nombre: Link
 Objetivo: Establecer las relaciones de conectividad entre los elementos de la red.
 Descripción: Determina el número de tramos vecinos a un nudo dado.

6.3.1.3. Subrutina Nudos Vecinos

Nombre: Nudosvecinos
 Objetivo: Establecer los nudos vecinos a los nudos libres en toda la red.
 Descripción: Especifica los nudos vecinos al nudo libre.

6.3.2. SUBPROGRAMA PRIMERAS APROXIMACIONES

Nombre: PRIMERASAPROXIMACIONES.m
 Objetivo: Cálculo de los valores iniciales de las incógnitas.
 Descripción: Resolución del sistema de ecuaciones lineales para el caso de las primeras aproximaciones.

6.3.2.1. Subrutina Klineal

Nombre: Klineal
 Objetivo: Determinación de los coeficientes lineales.
 Descripción: Cálculo de los coeficientes lineales necesarios para la formación del sistema de ecuaciones, dependiendo del tipo de tramo y de la incógnita asociada a cada nudo libre.

6.3.2.2. Subrutina F

Nombre: F
 Objetivo: Evaluación de la sumatoria de caudales y consumos o aportes en cada nudo libre de la red, siendo sus propósitos:

- Servir de criterio de convergencia comparativo del proceso iterativo.
- Formar el vector de términos independientes en el sistema de ecuaciones para la aplicación del método de “Newton-Raphson” en el caso de las “Primeras Aproximaciones”.

 Descripción: Efectúa la suma de caudales en cada nudo, realizando consideraciones apropiadas para el sentido de flujo, añadiendo luego el valor del consumo o aporte conocido.

6.3.2.3. Subrutina Jacobiano

Nombre: Jacobiano.m
 Objetivo: Calcula y ubica simultáneamente los valores que conforman la matriz de derivadas de la función suma de caudales respecto a las incógnitas en cuestión.
 Descripción: El cálculo de las derivadas y su ubicación en la matriz se efectúa de acuerdo al tipo de tramo e incógnita, con la siguiente secuencia:

- Derivar la función suma de caudales respecto a la presión.
- Derivar la función suma de caudales respecto al diámetro, para el caso de diámetro incógnita.
- Derivar la función suma de caudales respecto al consumo (igual a uno).

6.3.2.4. Subrutina Solución

Nombre: SolucionH, SolucionD, SolucionConsumo.
 Objetivo: Determinar los nuevos valores para las incógnitas.
 Descripción: Calcula los nuevos valores para las incógnitas asociadas a los nudos libres, en función del criterio de que el nuevo valor es igual al anterior sumado el valor proveniente de la solución del sistema de ecuaciones.

6.3.2.5. Subrutina Caudales

Nombre: Q
 Objetivo: Calcular el caudal en cada tramo de la red.
 Descripción: Realiza el cálculo en cada tramo, de acuerdo a las relaciones funcionales lineales correspondientes a tubería (T), válvula (V), Bomba (B), boquilla de la bomba Jet (J), succión de la bomba Jet (I), tubo de mezcla de la bomba Jet (X) ó difusor de la bomba Jet (R).

6.3.3. SUBPROGRAMA NEWTON-RAPHSON

Nombre: NEWTONRAPHSON
 Objetivo: Calcular los valores finales de las incógnitas.
 Descripción: Resolución del sistema de ecuaciones no lineales por el método de "Newton-Raphson".

6.3.3.1. Subrutina Knolineal

Nombre: Knolineal
 Objetivo: Determinar los coeficientes no lineales.
 Descripción: Calcula los coeficientes no lineales necesarios para la formación del sistema de ecuaciones, dependiendo del tipo de tramo y de la incógnita asociada a cada nudo.

6.3.3.2. Subrutina Fnl

- Nombre: Fnl
- Objetivo: Evaluar la sumatoria de caudales y consumos o aportes en cada nudo libre de la red, siendo sus propósitos:
- Servir de criterio comparativo de convergencia del proceso.
 - Formar el vector de términos independientes en el sistema de ecuaciones para el método de “Newton-Raphson”.
- Descripción: Efectúa la suma de caudales en cada nudo, realizando consideraciones apropiadas para el sentido de flujo, añadiendo luego el valor del consumo o aporte conocido.

6.3.3.3. Subrutina Jacobianonl

- Nombre: Jacobianonl
- Objetivo: Calcular y ubicar simultáneamente los valores que conforman la matriz de derivadas de la función suma de caudales respecto a las incógnitas en cuestión, considerando las ecuaciones no lineales.
- Descripción: El cálculo de las derivadas y su ubicación en la matriz se efectúa de acuerdo al tipo de incógnita, con la siguiente secuencia:
- Derivada de la función suma de caudales respecto a la pérdida de carga ó presión (H).
 - Derivada de la función suma de caudales respecto al diámetro, cuando el diámetro es la incógnita.
 - Derivada de la función suma de caudales respecto al Consumo (igual a 1).

6.3.3.4. Subrutina Solucionnl

- Nombre: Solucionnl
- Objetivo: Determinar los nuevos valores para las incógnitas.
- Descripción: Calcula los nuevos valores para las incógnitas asociadas a los nudos libres, en función del criterio de que el nuevo valor es igual al anterior sumado el valor proveniente de la solución del sistema de ecuaciones.

6.3.3.5. Subrutina Caudalesnl

Nombre: Qnl

Objetivo: Calcular el caudal definitivo en cada tramo de la red.

Descripción: Realiza el cálculo en cada tramo, de acuerdo a las relaciones funcionales no lineales correspondientes a tubería (T), válvula (V), Bomba (B), boquilla de la bomba Jet (J), succión de la bomba Jet (I), tubo de mezcla de la bomba Jet (X) ó difusor de la bomba Jet (R).

CAPÍTULO 7

APLICACIONES Y MANUAL DEL PROGRAMA

7.1. INTRODUCCIÓN

Una vez estructurado el programa para el cálculo de la Red de un Sistema de Bombeo Hidráulico, que incluye la línea de fluido motriz, la bomba Jet instalada en el fondo del pozo y la línea de fluido de retorno, es necesario comprobar la capacidad y eficiencia del mismo, en base a ejemplos de cálculo.

En las aplicaciones desarrolladas más adelante, se verifican los parámetros operacionales para Sistemas de Bombeo Hidráulico con Sistemas de acondicionamiento de fluido motriz independiente y para Sistemas de Bombeo Hidráulico con Sistemas de acondicionamiento de fluido motriz centralizado; y se simula el comportamiento de los diferentes elementos que conforman la red con todas las variantes posibles.

Los Sistemas para los cuales se realizaron las simulaciones pertenecen a Pozos del Campo Petrolero Bloque-7 perteneciente a la Cía. estatal EP PETROAMAZONAS, específicamente en el Pozo Payamino-21 para el caso de un Sistema Independiente y los Pozos Coca-02, Coca-06, Coca-08, Coca-01, Coca-12, Coca-07, Coca-15, Coca-04, Coca-11 y Coca-13 para el caso de un Sistema Centralizado.

Previo al desarrollo de las aplicaciones, se van explicando los pasos correspondientes para la utilización adecuada del programa computacional desarrollado en el presente trabajo. Como en todo proceso que involucra un programa computacional se requiere la elaboración previa de los datos que ingresan al computador, así como la codificación de éstos para su lectura en la máquina.

7.2. LIMITACIONES Y ALCANCES DEL PROGRAMA

El programa desarrollado en el presente trabajo para el cálculo de Redes en un Sistema de Bombeo Hidráulico incluye los elementos y dispositivos de fondo de un pozo petrolero como parte de la Red de distribución de fluido motriz y de fluido de producción en la superficie, presenta ventajas respecto a otros métodos de independientes de análisis que utilizan Software especializado para la Red de distribución en superficie y para la selección de la bomba Jet adecuada que será instalada en el fondo del pozo.

En primer lugar cabe indicar la flexibilidad del método en cuanto al tipo de incógnitas que permite considerar (presiones, diámetros y consumos). La posibilidad de asociar como incógnita consumos o aportes en nudos permite considerar el comportamiento de la bomba Jet y de tanques de almacenamiento en la red.

Por otra parte, el programa elaborado permite analizar elementos que normalmente se ignoran en los métodos corrientes de cálculo, como son: válvulas, bombas centrífugas y bombas jet, utilizadas en la extracción de petróleo. Esto da la posibilidad de obtener una mejor aproximación al comportamiento real de un Sistema de Bombeo Hidráulico.

El programa tiene la capacidad de "Simulación de Redes"; esto es, el lograr resultados confiables que permitan un análisis verdaderamente racional ante cambios de diversa índole que puedan darse tanto en la geometría de la red o sus componentes, como también en el reemplazo del tipo de elementos. Este hecho proporciona un estudio completo de tales cambios y su incidencia en las variables de la red como son: Velocidades y Caudales del fluido, Presiones en los diferentes nudos de la red, Diámetros desconocidos en los tramos de tubería, Áreas de la boquilla, tubo de mezcla y difusor de la bomba jet, etc. Lo cual representa una base confiable para un diseño óptimo.

Es importante notar que el método permite su utilización tanto en diseño como en verificación del funcionamiento de la red, ya sea ésta, nueva, en operación o la ampliación de una existente.

Es relevante además la posibilidad que nos brinda el programa para determinar los parámetros operacionales inherentes a la bomba jet, de esta manera podemos saber con bastante aproximación la presión a la entrada de la boquilla, la presión de descarga, y la presión de entrada a la bomba ó presión de "Intake", la cual asociada a la producción en esas condiciones representa el dato más importante para el diseño del tipo de levantamiento artificial a utilizarse.

Ciertos procesos de cálculo de redes tradicionalmente utilizados, tienen un punto de complicación vulnerable cuando el número de circuitos cerrados de elementos o mallas se incrementa considerablemente. Este particular, para los métodos seguidos en el presente trabajo, no tiene incidencia, puesto que pueden formarse las mallas que sean de acuerdo a lo establecido en el Modelaje de Redes, cuyo número no tiene importancia en el procedimiento de resolución seguido.

En lo referente a los elementos constitutivos, la Red está compuesta por tramos y nudos. Los tramos pueden ser de 7 tipos: Tuberías (T), Válvulas (V), Bombas Centrífugas (B) y Bombas Jet que a la vez está constituida por 4 tramos que son, Boquilla o Tobera convergente (J), Succión ó "Intake" (I), Tubo de Mezcla ó "Mixing Tube" (X) y Difusor o Tobera divergente (D).

Los nudos mientras tanto pueden ser puntos de concurrencia de dos o más tramos, puntos localizados de aporte o consumo de fluido, puntos de existencia de tanques y puntos localizados de presiones fijadas o a determinarse.

7.3. CODIFICACION DE LA RED

Al surgir la necesidad de resolver una Red de Distribución, conviene iniciar la labor siguiendo una serie de facetas ordenadas de preparación de datos disponibles y de variables asignadas como incógnitas a solucionarse.

La información básica que el Ingeniero debe compilar y arreglar se resume a continuación:

7.3.1. NUMERACION DE LOS ELEMENTOS DE LA RED

El primer paso para transformar una red en datos interpretables para el computador es la numeración de sus elementos, para lo cual es recomendable apoyarse en un plano de la red correspondiente al Sistema de Bombeo Hidráulico.

Los tramos de la red deben numerarse en forma consecutiva ascendente a partir del número 1, de manera que el último tramo tenga un número de orden igual al número de tramos de la red.

Para numerar los nudos se debe proceder en idéntica forma, es decir, el último nudo debe tener un número de orden que coincida con el número de nudos de la red. En el caso de los nudos base, se enumeran a partir del último número asignado al nudo libre, en forma secuencial ascendente de tal manera que el número del último nudo base corresponda al número total de nudos de la red.

7.3.2. IDENTIFICACION DE INCÓGNITAS

A continuación se procede a la asignación de incógnitas a cada uno de los nudos de la red. Debe existir una correspondencia biunívoca entre incógnitas y nudos, cumpliéndose que el número de incógnitas sea igual al número de nudos.

Las incógnitas de la red propuesta en el presente trabajo pueden ser de dos tipos:

- a. Consumos o Aportes en nudos: La incógnita de este tipo sólo incide en el nudo al cual se le asigna y no existen limitaciones en cuanto a su número.
- b. Presiones o Pérdida de Carga (H) en los nudos: Este tipo de incógnita tiene incidencia tanto en el nudo que está ubicada como en sus nudos vecinos

conectados a través de un tramo. En la red no puede plantearse el caso en el que a todos sus nudos se le asigne la incógnita presión.

Si la red no contiene bombas debe cumplirse que al menos la presión en uno de sus nudos sea conocida. Si la red contiene una bomba, se debe conocer al menos dos datos de presión en la red, uno en cualquier nudo antes de la bomba y el otro en cualquier nudo después de la bomba.

7.3.3. DETERMINACION DE VALORES CONOCIDOS EN LOS ELEMENTOS DE LA RED

Definidas las incógnitas asociadas para los diversos elementos de la red, se determinan todos los valores que tienen los términos que son conocidos; así como las condiciones generales de flujo.

7.3.4. CONDICIONES GENERALES DE LA RED

Es necesario especificar la densidad del petróleo que es utilizado como fluido motriz, la densidad del fluido de producción y la densidad de la mezcla. Además luego del ingreso del número de tramos, número de nudos libres y número de nudos base, el programa requiere:

Tramos:

a. Tubería

- Longitud [m]
- Diámetro [m]

b. Válvula

- Diámetro [m]
- Constante del accesorio [s^2/m^5]

c. Bomba Centrífuga

- Coeficiente “a” de la ecuación de la curva característica H vs. Q
- Coeficiente “b” de la ecuación de la curva característica H vs. Q

d. Bomba Jet

- Área de la boquilla [m²]
- Área del tubo de mezcla [m²]
- Área de la succión [m²]
- Área del difusor [m²]
- Factor de pérdidas por fricción en la boquilla K_n
- Factor de pérdidas por fricción en la succión K_s
- Factor de pérdidas por fricción en el tubo de mezcla K_t
- Factor de pérdidas por fricción en el difusor K_d
- Relación entre los caudales de fluido de producción y motriz (G)

Nudos:

En cada nudo de la red debe indicarse si es nudo libre o nudo base.

a. Nudo libre

- Presión (H) [m] ó Consumo [m³/s]

b. Nudo base

- Presión o Pérdida de carga H [m]

7.3.5. CRITERIOS DE DISEÑO

- Especificar los tipos de fluido a transportarse

- Verificar propiedades mecánicas de la tubería y sus características geométricas.
- Verificar propiedades mecánicas y características geométricas de las válvulas existentes en la red.
- Confirmar especificaciones técnicas de las bombas centrífugas.
- Confirmar especificaciones técnicas de las bombas Jet.
- Determinar el rango permisible de los caudales (velocidades) que van a circular en la red.
- Archivo con los datos correspondientes a cada Pozo.
- Observar restricciones especiales que pudieran presentarse en una red específica a resolverse (temperatura y viscosidad del fluido).

7.3.6. INGRESO DE DATOS

En el presente trabajo se han implementado 3 formas diferentes de ingreso de datos, con la finalidad de facilitar su manipulación cuando se trabajan con redes de un gran número de elementos.

La primera forma sigue la secuencia de ingreso de datos definida por el algoritmo del programa REDES.m, la cual es muy eficiente pero requiere de un cuidado especial en su digitación.

Como método alternativo para el ingreso de datos se sugiere la elaboración de una hoja electrónica, en la cual se compila de manera adecuada los datos necesarios requeridos para la solución de la red. En el programa principal **REDES.m** se ha elaborado un algoritmo que llama a cada uno de éstos datos alojados en la hoja electrónica. Es muy útil cuando simulamos la red, variando cada uno de los parámetros operacionales.

Finalmente los datos de una red en particular se van grabando en un archivo con su correspondiente nombre particular, de tal manera que si necesitamos revisar una red ya existente lo podemos hacer sin problema.

7.4. EJEMPLOS DE CALCULO

En los Campos Petroleros que utilizan como método de Levantamiento artificial el Bombeo Hidráulico, las redes de distribución de petróleo están estandarizadas y sus componentes son los definidos en el **Capítulo 1**. Para la validación del presente trabajo se desarrollan aplicaciones tanto para un Sistema de Acondicionamiento de Fluido Motriz Independiente como para un Sistema de Acondicionamiento de Fluido Motriz Centralizado.

7.4.1. APLICACIÓN A UN SISTEMA DE ACONDICIONAMIENTO DE FLUIDO MOTRIZ INDEPENDIENTE.

El pozo Payamino-21 tiene instalado para su operación un Sistema de Acondicionamiento de Fluido Motriz Independiente, un diagrama esquemático de esta instalación se muestra en la figura 7.1.

En este Sistema se encuentran instalados registradores de presión y caudal que nos permiten conocer estos parámetros y nos sirven como referencia del comportamiento del Pozo.

Los parámetros operacionales de la bomba Jet en el fondo del pozo, se desconocen porque no se pueden ubicar físicamente sensores de presión en lugares como en la entrada del fluido motriz a la bomba Jet, en la entrada del fluido de producción en la bomba Jet, en la salida del fluido motriz de la boquilla o tobera convergente, en la salida del tubo de mezcla y finalmente en la descarga de la bomba Jet.

Es en este instante en donde adquiere notoriedad el programa desarrollado en el presente trabajo, ya que el mismo nos permite determinar con bastante aproximación las presiones en los puntos o lugares mencionados.

Nuestro primer escenario plantea: conocido el caudal de producción, la presión de inyección en la cabeza del pozo, la presión de retorno en la cabeza del pozo, los

datos correspondientes al diseño mecánico de la completación, el grado API del fluido motriz y de producción, y los datos geométricos de la bomba Jet instalada; determinar la presión de entrada del fluido de producción a la bomba Jet (presión de “Intake”), la presión de entrada del fluido motriz a la boquilla de la bomba Jet, la presión a la salida de la boquilla, la presión a la salida del tubo de mezcla, la presión de descarga de la mezcla de fluido en el difusor, el caudal de inyección a la bomba Jet y el caudal de retorno de la mezcla de los fluidos.

Es importante anotar que la variable H del programa se refiere a la altura piezométrica en cada nudo de la red, es decir:

$$H_i = \frac{P_i}{\rho g} + Z_i$$

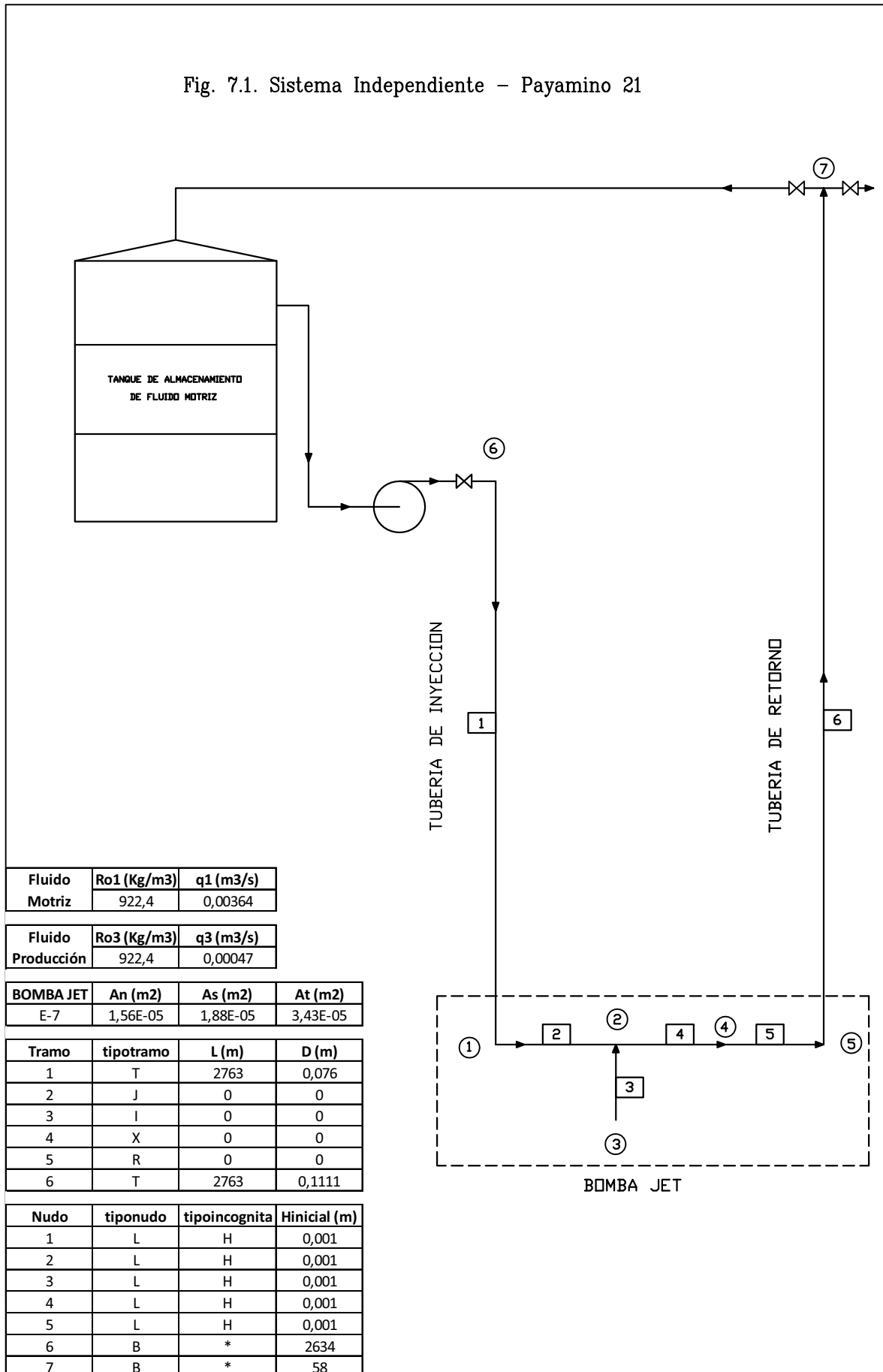
Por lo que para obtener valores en unidades de presión se debe realizar el algebra correspondiente.

Un segundo escenario plantea: conocido el caudal de producción, el caudal inyección a la bomba Jet, la presión de retorno en la cabeza del pozo, los datos correspondientes al diseño mecánico de la completación, el grado API del fluido motriz y de producción, y los datos geométricos de la bomba Jet instalada; determinar la presión de inyección en la cabeza del pozo, la presión de entrada del fluido de producción a la bomba Jet (presión de “Intake”), la presión de entrada del fluido motriz a la boquilla de la bomba Jet, la presión a la salida de la boquilla, la presión a la salida del tubo de mezcla, la presión de descarga de la mezcla de fluido en el difusor, y el caudal de retorno de la mezcla de los fluidos.

Los dos casos analizados arrojan resultados coherentes y con una confiable aproximación a los datos obtenidos por medición.

Los datos compilados de entrada y resultados obtenidos luego de correr el programa se muestran a continuación.

Fig. 7.1. Sistema Independiente – Payamino 21



Fluido	Ro1 (Kg/m3)	q1 (m3/s)
Motriz	922,4	0,00364

Fluido	Ro3 (Kg/m3)	q3 (m3/s)
Producción	922,4	0,00047

BOMBA JET	An (m2)	As (m2)	At (m2)
E-7	1,56E-05	1,88E-05	3,43E-05

Tramo	tipotramo	L (m)	D (m)
1	T	2763	0,076
2	J	0	0
3	I	0	0
4	X	0	0
5	R	0	0
6	T	2763	0,1111

Nudo	tiponudo	tipocognita	Hinicial (m)
1	L	H	0,001
2	L	H	0,001
3	L	H	0,001
4	L	H	0,001
5	L	H	0,001
6	B	*	2634
7	B	*	58

PAY21_E1

```
=====
INFORMACION GENERAL
=====
```

```
f = 0.01700
Qmax = 0.01000
DeltaH = 0.01000
DeltaD = 0.00100
DeltaC = 0.00010
nitermax = 100
conv = 0.00001
Ro = 922.400
Ro3 = 922.400
```

```
=====
BOMBA JET - CARACTERISTICAS GEOMETRICAS
=====
```

```
Kn = 0.15000
Ks = 0.00000
Kt = 0.28000
Kd = 0.10000
Ad = 0.00044
```

```
=====
Numero de Barras = 6
Numero de Nudos = 7
Numero de Nudos Base = 2
Numero de Nudos libres = 5
=====
```

```
=====
INFORMACION EN LOS TRAMOS
=====
```

Tramo	Tipo	Longitud	Diametro	An	At
1	T	2763	0.076	0.000e+000	0.000e+000
2	J	0	0	1.550e-005	0.000e+000
3	I	0	0	1.550e-005	0.000e+000
4	X	0	0	1.550e-005	3.430e-005
5	R	0	0	1.550e-005	3.430e-005
6	T	2763	0.1111	0.000e+000	0.000e+000

```
=====
INFORMACION EN LOS NUDOS
=====
```

Nudo	Tipo	Incognita	Hinicial	Consumo	Descargabomba
1	L	H	0.001	0	N
2	L	H	0.001	0	N
3	L	H	0.001	-0.00047	N
4	L	H	0.001	0	N
5	L	H	0.001	0	N
6	B	*	2634	0	N
7	B	*	58	0	N

```
=====
TOPOLOGIA DE LA RED
=====
```

```
* TRAMOS
```


Tramo	Nudo	
	NI	ND
1	6	1
2	1	2
3	3	2
4	2	4
5	4	5
6	5	7

* NUDOS

NudoL	Link		
1	-1	2	0
2	-2	-3	4
3	3	0	0
4	-4	5	0
5	-5	6	0

NudoL	Nudovecino		
1	6	2	0
2	1	3	4
3	2	0	0
4	2	5	0
5	4	7	0

=====

CUADRO DE RESULTADOS

=====

RESULTADOS DEL METODO DE LAS PRIMERAS APROXIMACIONES

=====

* TRAMOS

Tramo	Q	D
i	m3/s	m
1	0.001509	0.076
2	0.001509	0
3	0.00047	0
4	0.001979	0
5	0.001979	0
6	0.001979	0.111

* NUDOS

Nudo	H	C	Fverificacion
i	m	m3/s	
1	2616.66	0	5.55E-012
2	-147.175	0	-2.485E-012
3	-141.41	-0.00047	-2.616E-016
4	60.4893	0	-8.693E-015
5	61.4066	0	1.501E-015

=====

SOLUCION AL PROBLEMA NO LINEAL

```

=====
* TRAMOS
  Tramo      Q      D
-----
  i          m3/s    m
-----
  1          0.003223  0.076
  2          0.003223    0
  3          0.00047   0
  4          0.003693    0
  5          0.003693    0
  6          0.003695  0.111
=====
* NUDOS
  Nudo      H      C      Fverificacion
-----
  i         m      m3/s
-----
  1         2618    0      -5.265E-009
  2         73.704  0      1.532E-009
  3         74.065 -0.00047 9.378E-018
  4         61.194  0      -5.133E-014
  5         61.139  0      1.328E-006
>>

```

PAYAMINO_21_E3

```
=====
INFORMACION GENERAL
=====
```

```
f = 0.01700
Qmax = 0.01000
DeltaH = 0.01000
DeltaD = 0.00100
DeltaC = 0.00010
nitermax = 100
conv = 0.00001
Ro = 922.400
Ro3 = 922.400
```

```
=====
BOMBA JET - CARACTERISTICAS GEOMETRICAS
=====
```

```
Kn = 0.15000
Ks = 0.00000
Kt = 0.28000
Kd = 0.10000
Ad = 0.00044
```

```
=====
Numero de Barras = 6
Numero de Nudos = 7
Numero de Nudos Base = 1
Numero de Nudos libres = 6
=====
```

```
=====
INFORMACION EN LOS TRAMOS
=====
```

Tramo	Tipo	Longitud	Diametro	An	At
1	T	2763	0.076	0.000e+000	0.000e+000
2	J	0	0	1.550e-005	0.000e+000
3	I	0	0	1.550e-005	0.000e+000
4	X	0	0	1.550e-005	3.430e-005
5	R	0	0	1.550e-005	3.430e-005
6	T	2763	0.1323	0.000e+000	0.000e+000

```
=====
INFORMACION EN LOS NUDOS
=====
```

Nudo	Tipo	Incognita	Hinicial	Consumo	Descargabomba
1	L	H	0.001	-0.00318	N
2	L	H	0.001	0	N
3	L	H	0.001	0	N
4	L	H	0.001	-0.00047	N
5	L	H	0.001	0	N
6	L	H	0.001	0	N
7	B	*	250	0	N

```
=====
TOPOLOGIA DE LA RED
=====
```

```
* TRAMOS
```

Tramo	Nudo	
	NI	ND
1	1	2
2	2	3
3	4	3
4	3	5
5	5	6
6	6	7

* NUDOS

NudoL	Link		
1	1	0	0
2	-1	2	0
3	-2	-3	4
4	3	0	0
5	-4	5	0
6	-5	6	0

NudoL	Nudovecino		
1	2	0	0
2	1	3	0
3	2	4	5
4	3	0	0
5	3	6	0
6	5	7	0

=====

CUADRO DE RESULTADOS

=====

RESULTADOS DEL METODO DE LAS PRIMERAS APROXIMACIONES

=====

* TRAMOS

Tramo	Q	D
i	m ³ /s	m
1	0.00318	0.076
2	0.00318	0
3	0.00047	0
4	0.00365	0
5	0.00365	0
6	0.00365	0.132

=====

* NUDOS

Nudo	H	C	Fverificacion
i	m	m ³ /s	
1	5729.06	-0.00318	3.378E-015
2	5692.52	0	-3.31E-015
3	-132.088	0	3.4E-016
4	-126.323	-0.00047	-2.87E-016

5	250.932	0	-5.623E-013
6	252.624	0	6.469E-013

=====

SOLUCION AL PROBLEMA NO LINEAL

=====

* TRAMOS

Tramo	Q	D
i	m3/s	m
1	0.00318	0.076
2	0.00318	0
3	0.0004732	0
4	0.00365	0
5	0.00365	0
6	0.003665	0.132

* NUDOS

Nudo	H	C	Fverificacion
i	m	m3/s	
1	2736.4	-0.00318	2.732E-017
2	2721	0	2.342E-017
3	251.32	0	-3.329E-006
4	251.69	-0.00047	3.197E-006
5	251.29	0	1.121E-009
6	251.29	0	1.553E-005

>>

7.4.2. APLICACIÓN A UN SISTEMA DE ACONDICIONAMIENTO DE FLUIDO MOTRIZ CENTRALIZADO.

El Campo Coca utiliza para la extracción de petróleo el Levantamiento Artificial Hidráulico, tiene instalado para su operación un Sistema de Acondicionamiento de Fluido Motriz Centralizado, el mismo que suministra el fluido motriz a 10 pozos en los cuales se hallan instaladas bombas Jet. Un diagrama esquemático de la red de distribución del fluido motriz se muestra en la figura 7.2.

Al igual que en el Sistema independiente, es posible instalar registradores de presión y caudal en superficie, los mismos que nos sirven como parámetros referenciales para analizar el comportamiento del Sistema y de cada pozo en particular.

Los parámetros operacionales de la bomba Jet en el fondo del pozo, se desconocen porque no se pueden ubicar físicamente sensores de presión en lugares como en la entrada del fluido motriz a la bomba Jet, en la entrada del fluido de producción en la bomba Jet, en la salida del fluido motriz de la boquilla o tobera convergente, en la salida del tubo de mezcla y finalmente en la descarga de la bomba Jet.

En el caso de un Sistema independiente, la alteración de los parámetros operacionales solo afecta a un pozo en particular, mientras que en el caso de un Sistema Centralizado afecta a toda la Red.

Nuestro primer escenario de análisis plantea: conocido el caudal de producción de cada pozo, la presión de Planta, las presiones de inyección en la cabeza del pozo, las presiones de retorno en la cabeza del pozo, los datos correspondientes al diseño mecánico de la completación en cada pozo, el grado API del fluido motriz y de producción, y los datos geométricos de las bombas Jet instaladas; determinar la presión de entrada del fluido de producción a la bomba Jet (presión de "Intake"), la presión de entrada del fluido motriz a la boquilla de la bomba Jet, la presión a la salida de la boquilla, la presión a la salida del tubo de mezcla, la

presión de descarga de la mezcla de fluido en el difusor, el caudal de inyección a la bomba Jet y el caudal de retorno de la mezcla de los fluidos.

Un segundo escenario plantea: conocidos los caudales de producción para cada pozo, los caudales de inyección a la bomba Jet, las presiones de retorno en la cabeza del pozo, los datos correspondientes al diseño mecánico de la completación, el grado API del fluido motriz y de producción, y los datos geométricos de la bomba Jet instalada; determinar las presiones de inyección en la cabeza del pozo, las presiones de entrada del fluido de producción a la bomba Jet (presión de "Intake"), las presiones de entrada del fluido motriz a la boquilla de la bomba Jet, las presiones a la salida de la boquilla, las presiones a la salida del tubo de mezcla, las presiones de descarga de la mezcla de fluido en el difusor, y los caudales de retorno de la mezcla de los fluidos.

Los resultados obtenidos son coherentes y muy satisfactorios, teniendo en cuenta que estamos considerando flujo monofásico e incompresible.

Los datos compilados de entrada y resultados obtenidos con la ayuda del programa desarrollado en el presente trabajo se muestran a continuación.

Fig. 7.2. Red de distribución de fluido motriz – Campo Coca

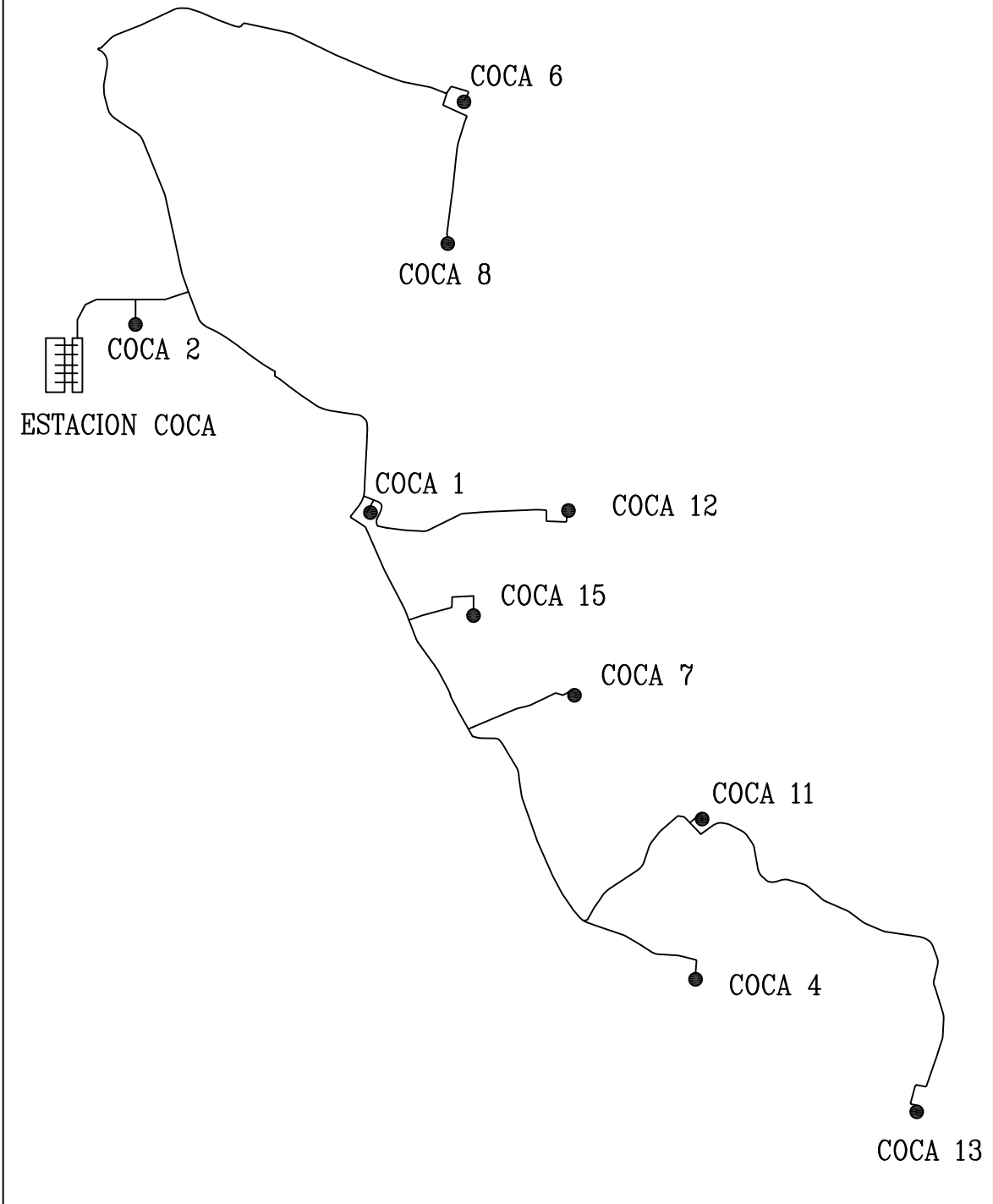


Fig. 7.3. Topología de la red de distribución de fluido motriz – Campo Coca

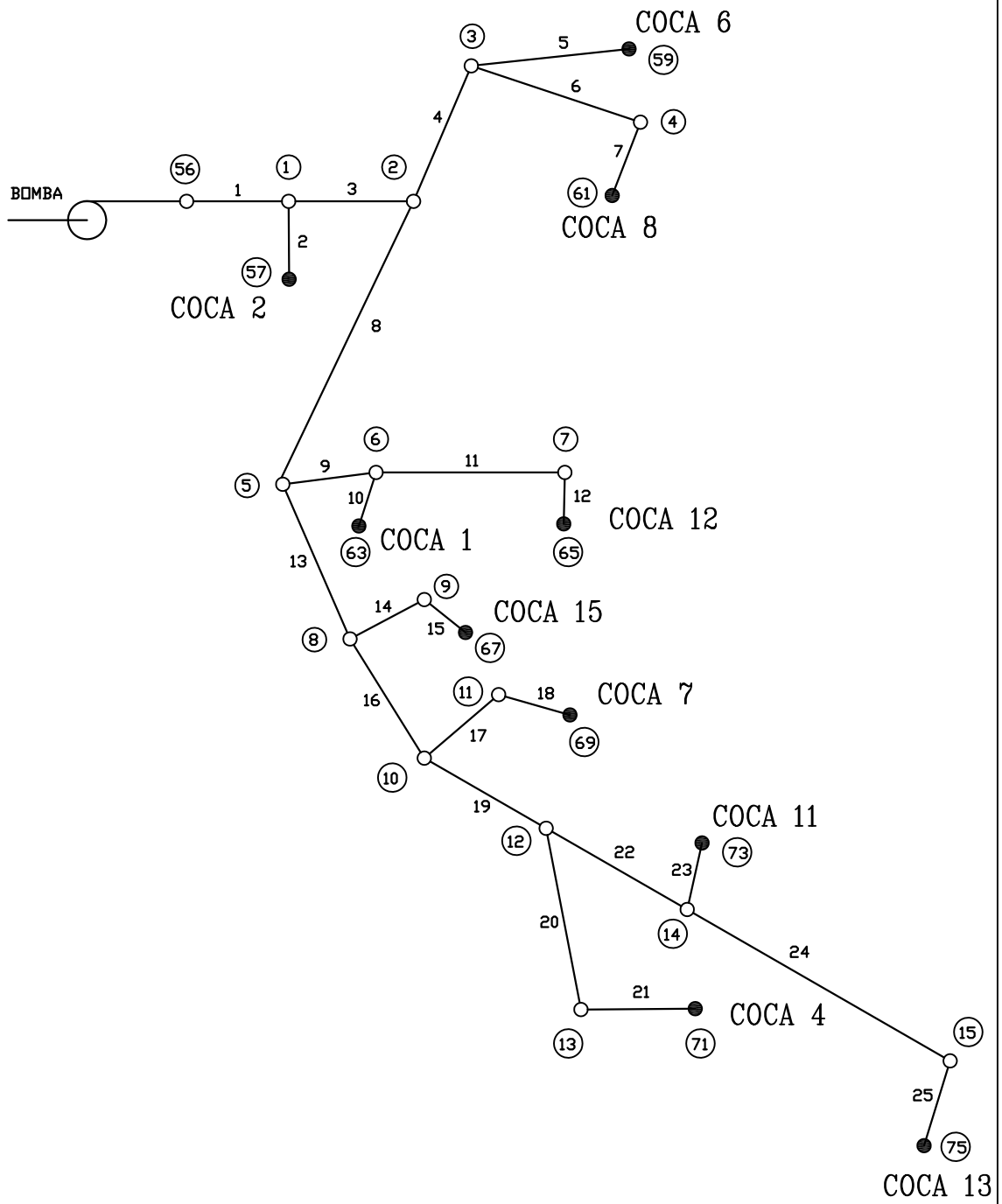
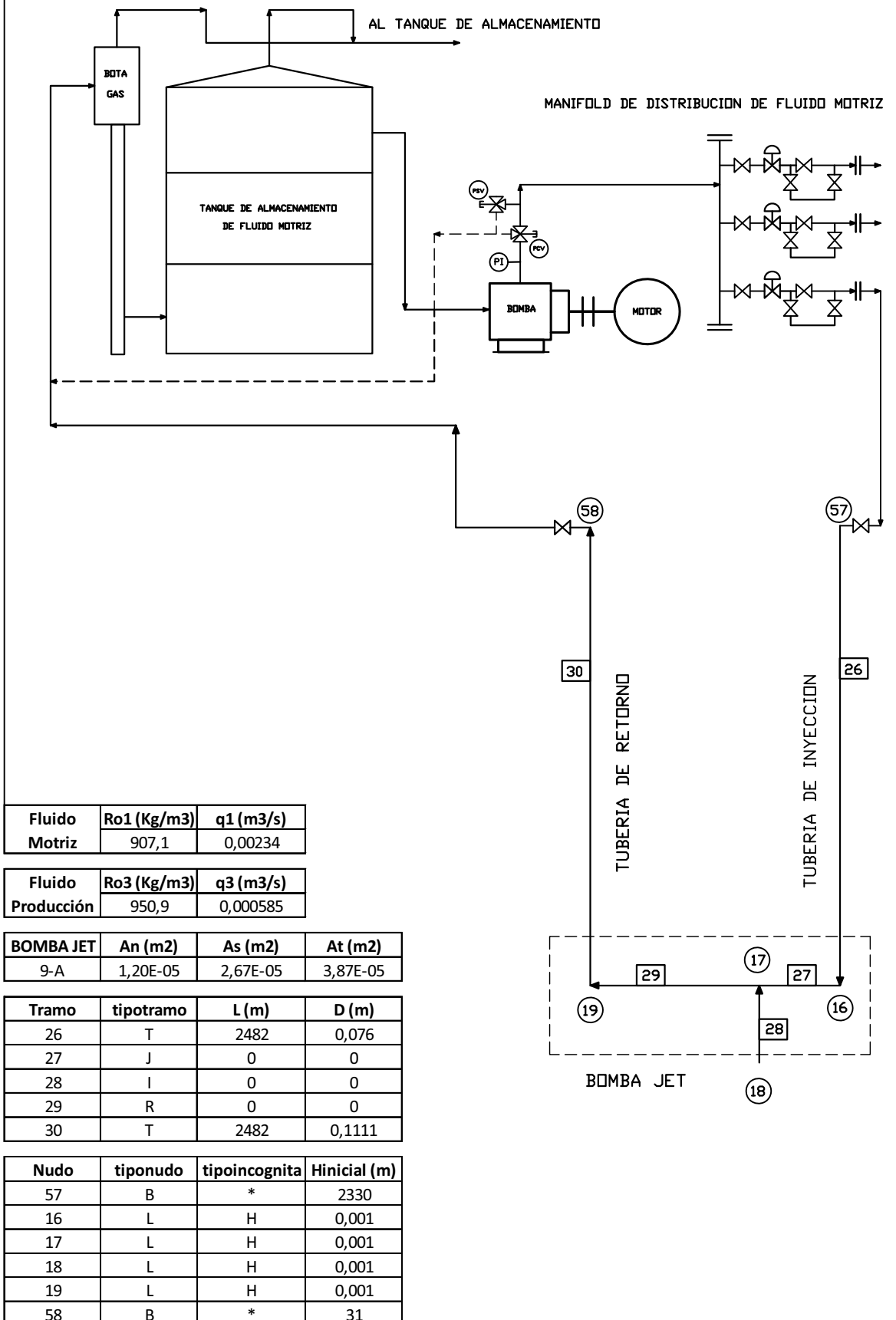


Fig. 7.4. Sistema Centralizado - Topología Coca 2



Fluido	Ro1 (Kg/m3)	q1 (m3/s)
Motriz	907,1	0,00234

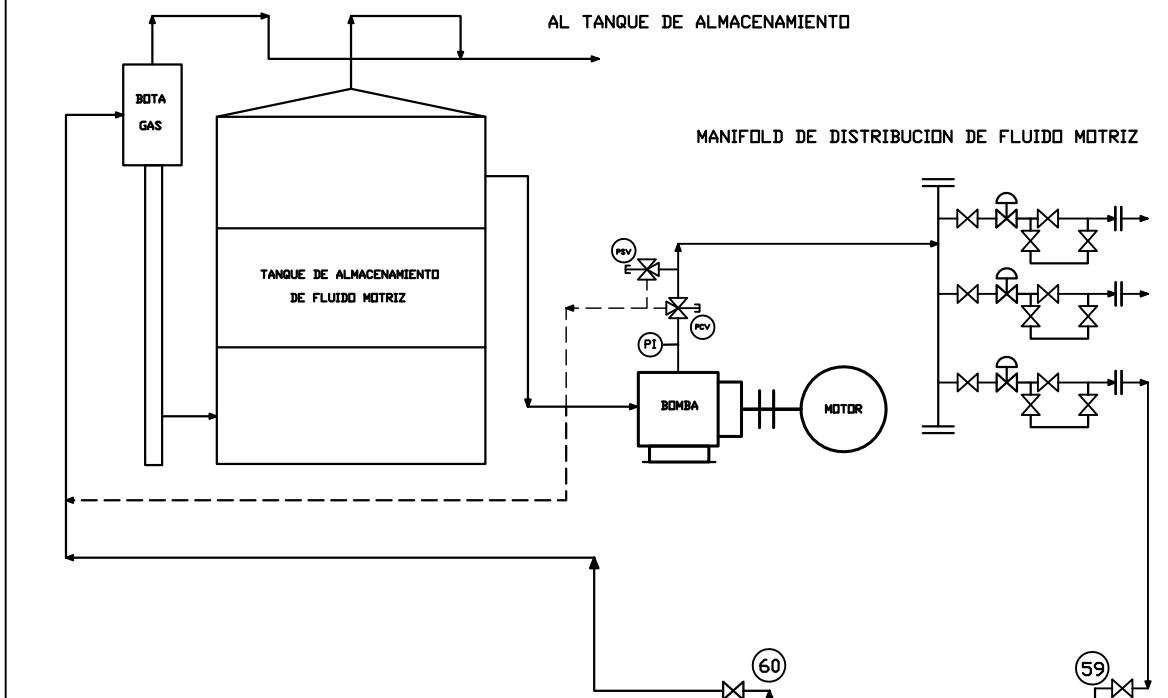
Fluido	Ro3 (Kg/m3)	q3 (m3/s)
Producción	950,9	0,000585

BOMBA JET	An (m2)	As (m2)	At (m2)
9-A	1,20E-05	2,67E-05	3,87E-05

Tramo	tipotramo	L (m)	D (m)
26	T	2482	0,076
27	J	0	0
28	I	0	0
29	R	0	0
30	T	2482	0,1111

Nudo	tiponudo	tipocognita	Hinicial (m)
57	B	*	2330
16	L	H	0,001
17	L	H	0,001
18	L	H	0,001
19	L	H	0,001
58	B	*	31

Fig. 7.5. Sistema Centralizado - Topología Coca 6



Fluido	Ro1 (Kg/m3)	q1 (m3/s)
Motriz	907,1	0,001734

Fluido	Ro3 (Kg/m3)	q3 (m3/s)
Producción	905,3	0,000236

BOMBA JET	An (m2)	As (m2)	At (m2)
8-A	9,29E-06	2,07E-05	2,99E-05

Tramo	tipotramo	L (m)	D (m)
31	T	2636	0,076
32	J	0	0
33	I	0	0
34	R	0	0
35	T	2636	0,1111

Nudo	tiponudo	tipoincognita	Hinicial (m)
59	B	*	2174
20	L	H	0,001
21	L	H	0,001
22	L	H	0,001
23	L	H	0,001
70	B	*	85

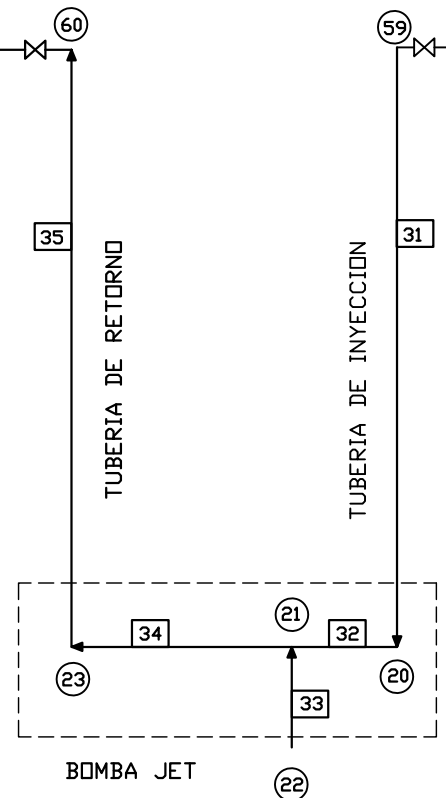
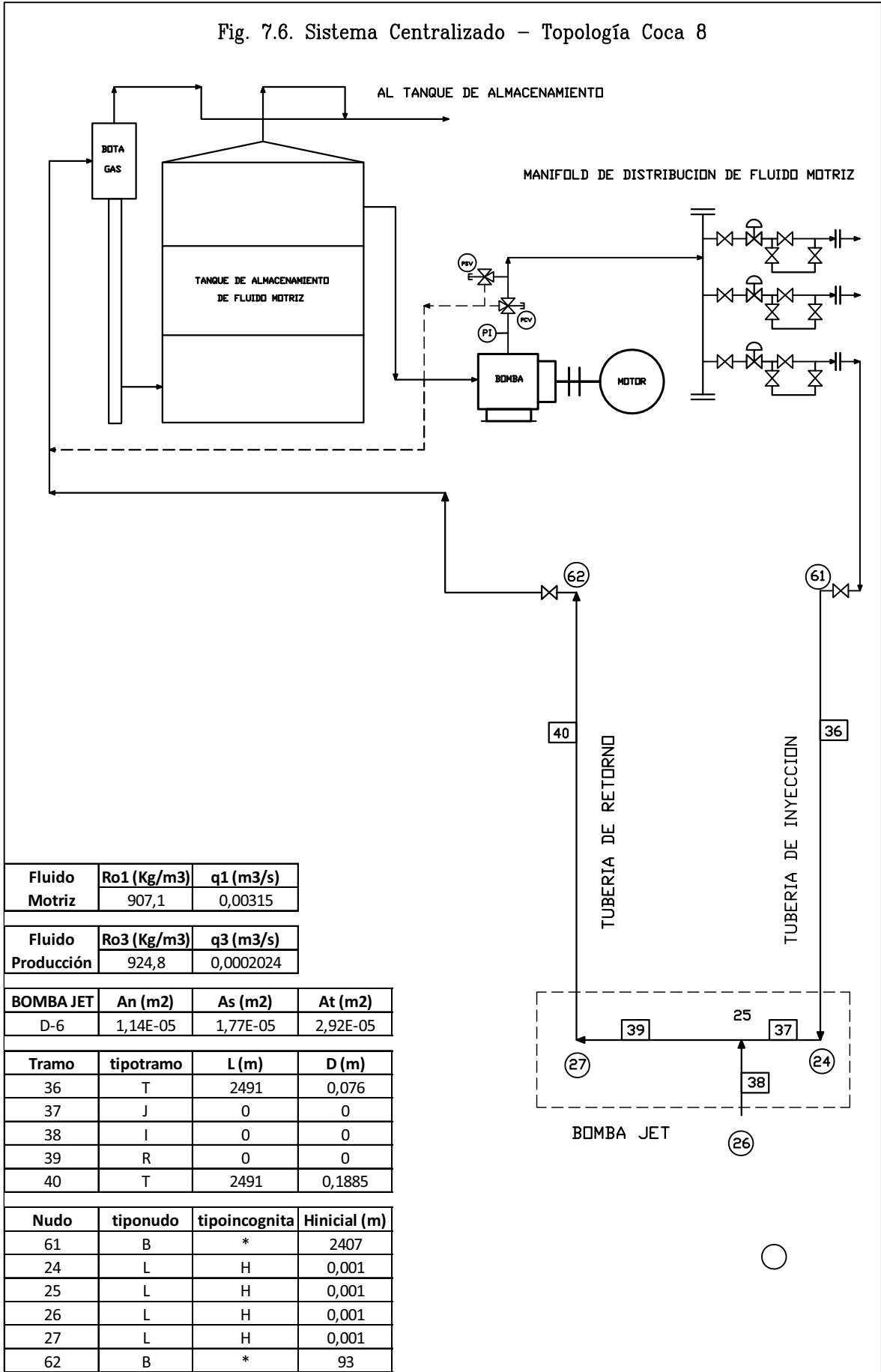


Fig. 7.6. Sistema Centralizado - Topología Coca 8



Fluido	Ro1 (Kg/m3)	q1 (m3/s)
Motriz	907,1	0,00315

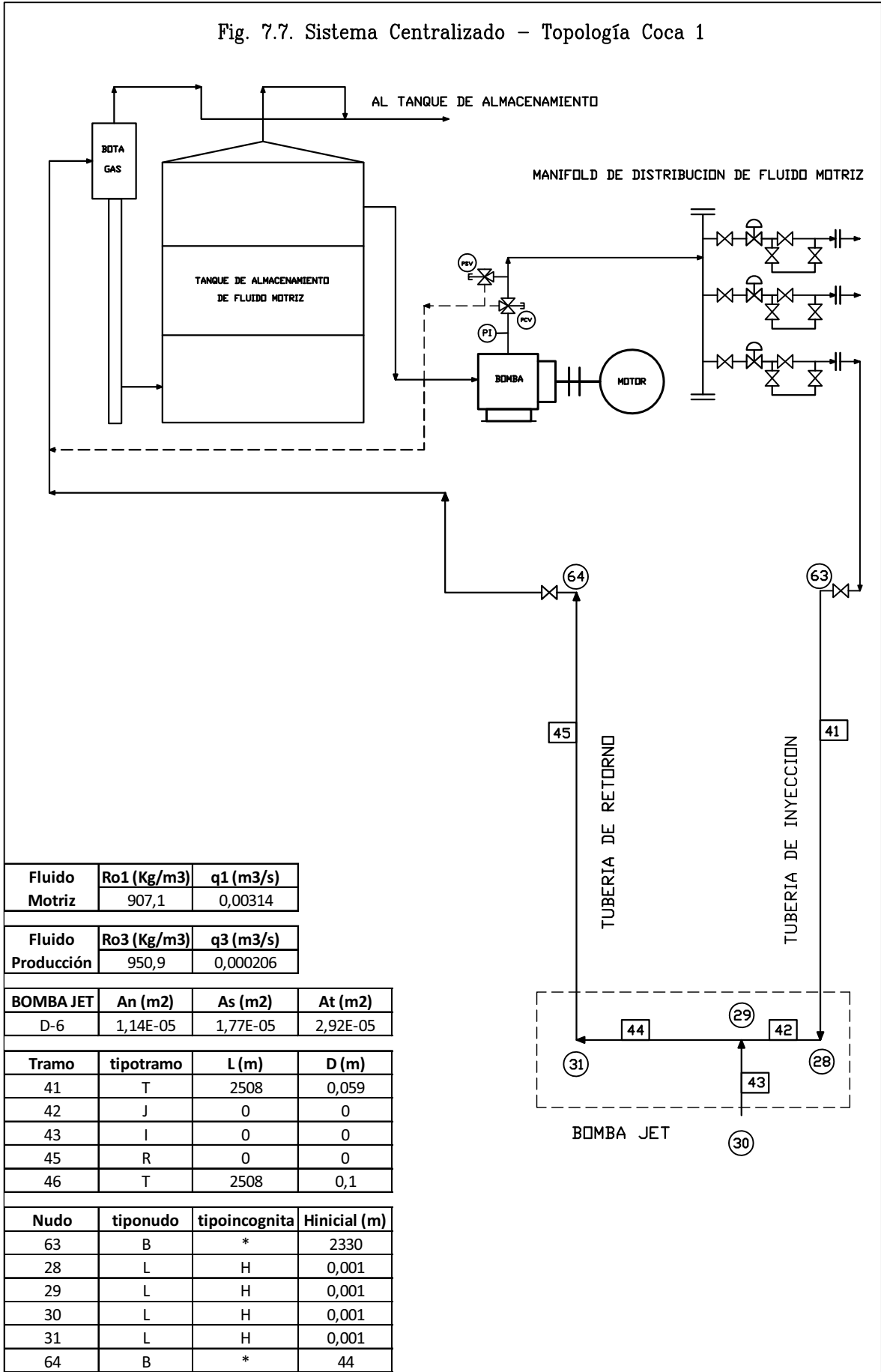
Fluido	Ro3 (Kg/m3)	q3 (m3/s)
Producción	924,8	0,0002024

BOMBA JET	An (m2)	As (m2)	At (m2)
D-6	1,14E-05	1,77E-05	2,92E-05

Tramo	tipotramo	L (m)	D (m)
36	T	2491	0,076
37	J	0	0
38	I	0	0
39	R	0	0
40	T	2491	0,1885

Nudo	tiponudo	tipocognita	Hinicial (m)
61	B	*	2407
24	L	H	0,001
25	L	H	0,001
26	L	H	0,001
27	L	H	0,001
62	B	*	93

Fig. 7.7. Sistema Centralizado - Topología Coca 1



Fluido	Ro1 (Kg/m3)	q1 (m3/s)
Motriz	907,1	0,00314

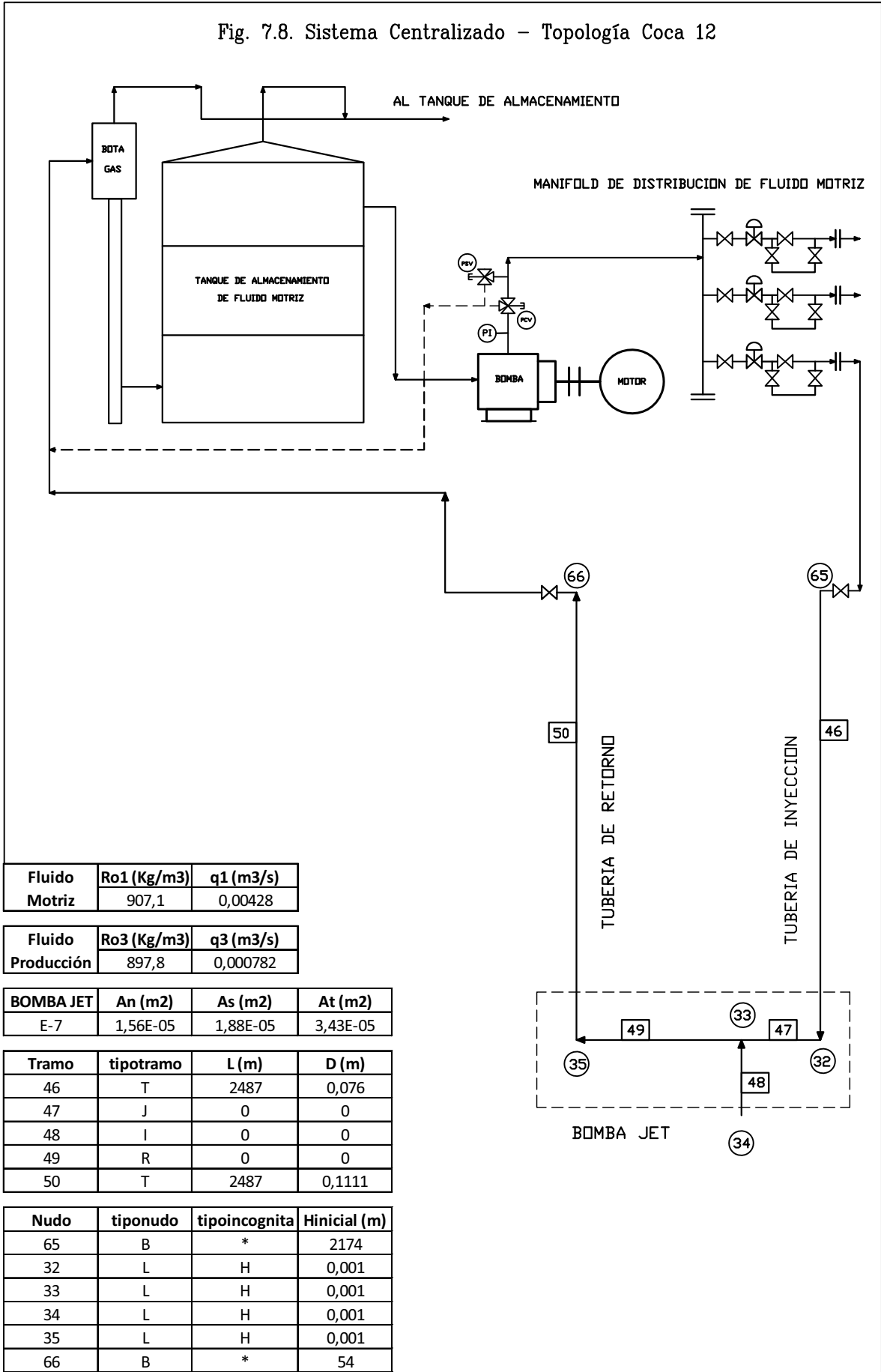
Fluido	Ro3 (Kg/m3)	q3 (m3/s)
Producción	950,9	0,000206

BOMBA JET	An (m2)	As (m2)	At (m2)
D-6	1,14E-05	1,77E-05	2,92E-05

Tramo	tipotramo	L (m)	D (m)
41	T	2508	0,059
42	J	0	0
43	I	0	0
45	R	0	0
46	T	2508	0,1

Nudo	tiponudo	tipocognita	Hinicial (m)
63	B	*	2330
28	L	H	0,001
29	L	H	0,001
30	L	H	0,001
31	L	H	0,001
64	B	*	44

Fig. 7.8. Sistema Centralizado - Topología Coca 12



Fluido	Ro1 (Kg/m3)	q1 (m3/s)
Motriz	907,1	0,00428

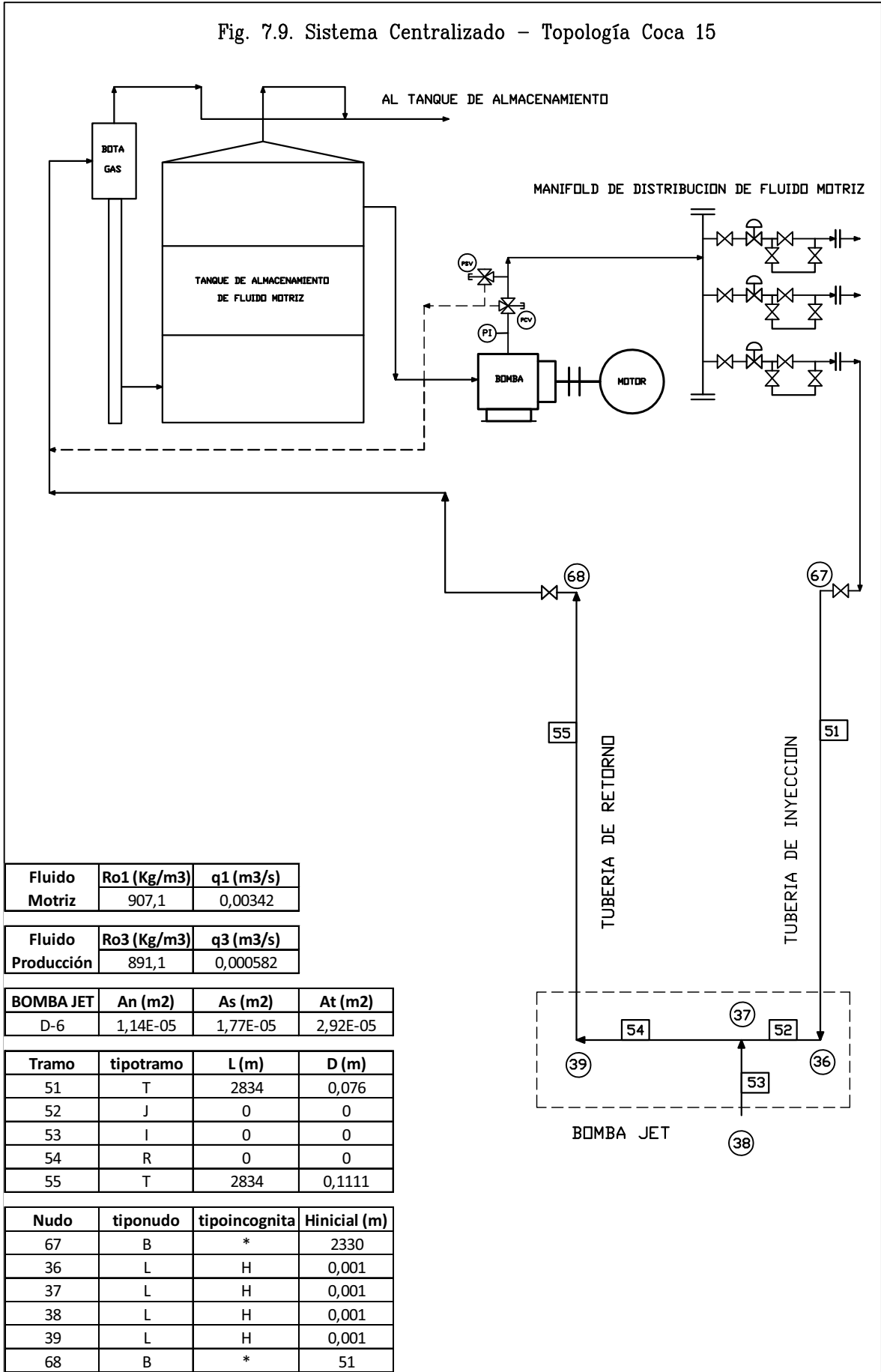
Fluido	Ro3 (Kg/m3)	q3 (m3/s)
Producción	897,8	0,000782

BOMBA JET	An (m2)	As (m2)	At (m2)
E-7	1,56E-05	1,88E-05	3,43E-05

Tramo	tipotramo	L (m)	D (m)
46	T	2487	0,076
47	J	0	0
48	I	0	0
49	R	0	0
50	T	2487	0,1111

Nudo	tiponudo	tipoincognita	Hinicial (m)
65	B	*	2174
32	L	H	0,001
33	L	H	0,001
34	L	H	0,001
35	L	H	0,001
66	B	*	54

Fig. 7.9. Sistema Centralizado - Topología Coca 15



Fluido	Ro1 (Kg/m3)	q1 (m3/s)
Motriz	907,1	0,00342

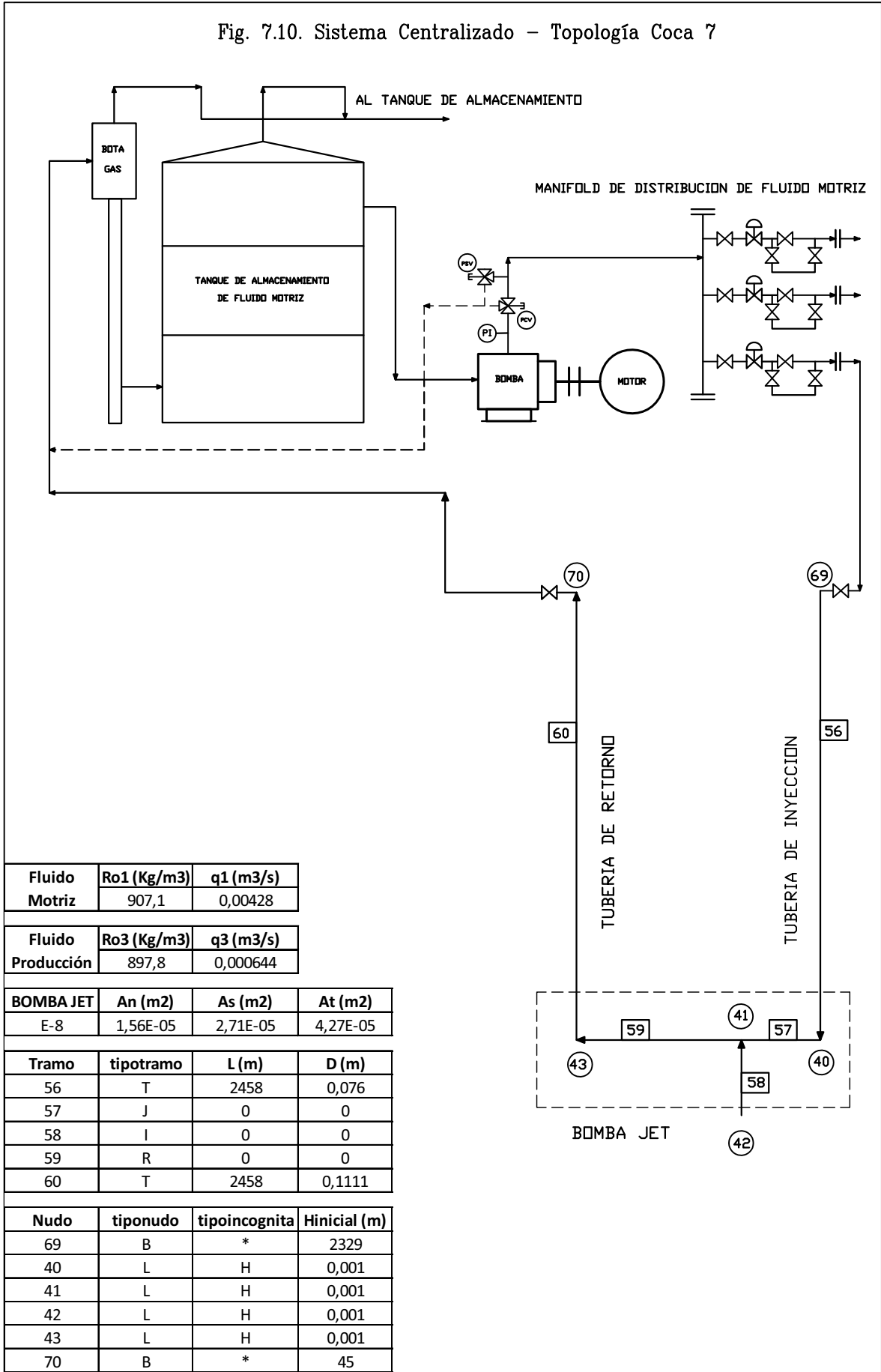
Fluido	Ro3 (Kg/m3)	q3 (m3/s)
Producción	891,1	0,000582

BOMBA JET	An (m2)	As (m2)	At (m2)
D-6	1,14E-05	1,77E-05	2,92E-05

Tramo	tipotramo	L (m)	D (m)
51	T	2834	0,076
52	J	0	0
53	I	0	0
54	R	0	0
55	T	2834	0,1111

Nudo	tiponudo	tipocognita	Hinicial (m)
67	B	*	2330
36	L	H	0,001
37	L	H	0,001
38	L	H	0,001
39	L	H	0,001
68	B	*	51

Fig. 7.10. Sistema Centralizado – Topología Coca 7



Fluido	Ro1 (Kg/m3)	q1 (m3/s)
Motriz	907,1	0,00428

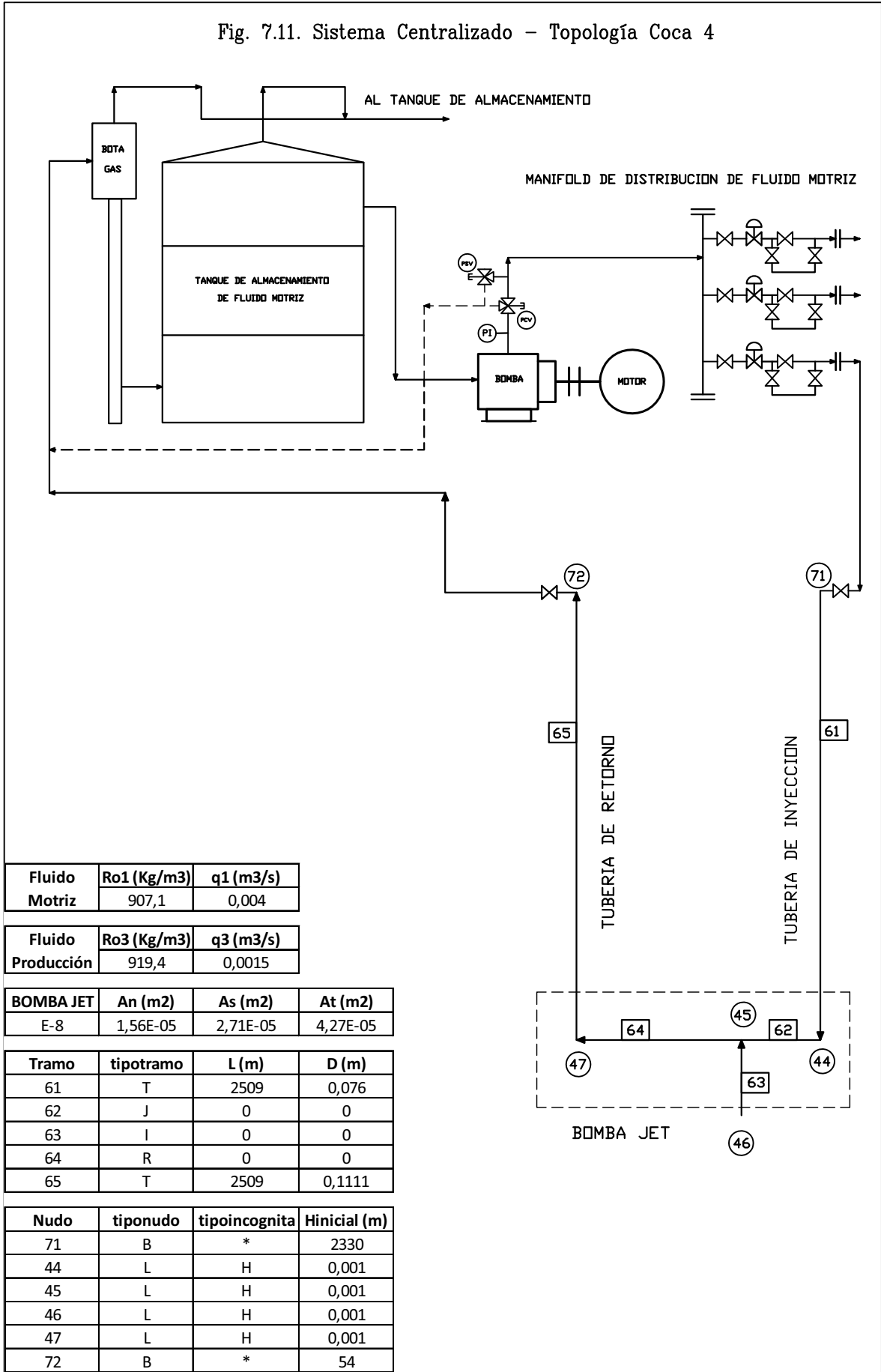
Fluido	Ro3 (Kg/m3)	q3 (m3/s)
Producción	897,8	0,000644

BOMBA JET	An (m2)	As (m2)	At (m2)
E-8	1,56E-05	2,71E-05	4,27E-05

Tramo	tipotramo	L (m)	D (m)
56	T	2458	0,076
57	J	0	0
58	I	0	0
59	R	0	0
60	T	2458	0,1111

Nudo	tiponudo	tipocognita	Hinicial (m)
69	B	*	2329
40	L	H	0,001
41	L	H	0,001
42	L	H	0,001
43	L	H	0,001
70	B	*	45

Fig. 7.11. Sistema Centralizado – Topología Coca 4



Fluido	Ro1 (Kg/m3)	q1 (m3/s)
Motriz	907,1	0,004

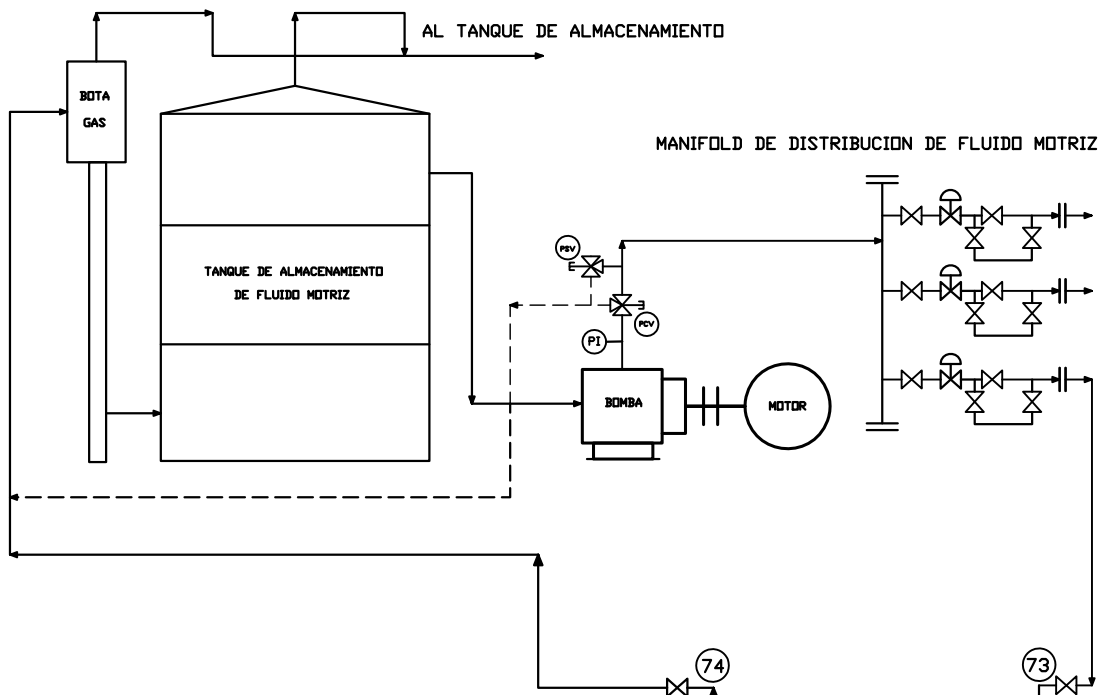
Fluido	Ro3 (Kg/m3)	q3 (m3/s)
Producción	919,4	0,0015

BOMBA JET	An (m2)	As (m2)	At (m2)
E-8	1,56E-05	2,71E-05	4,27E-05

Tramo	tipotramo	L (m)	D (m)
61	T	2509	0,076
62	J	0	0
63	I	0	0
64	R	0	0
65	T	2509	0,1111

Nudo	tiponudo	tipoincognita	Hinicial (m)
71	B	*	2330
44	L	H	0,001
45	L	H	0,001
46	L	H	0,001
47	L	H	0,001
72	B	*	54

Fig. 7.12. Sistema Centralizado – Topología Coca 11



Fluido	Ro1 (Kg/m3)	q1 (m3/s)
Motriz	907,1	0,00335

Fluido	Ro3 (Kg/m3)	q3 (m3/s)
Producción	950,9	0,0002024

BOMBA JET	An (m2)	As (m2)	At (m2)
D-6	1,14E-05	1,77E-05	2,92E-05

Tramo	tipotramo	L (m)	D (m)
66	T	2523	0,076
67	J	0	0
68	I	0	0
69	R	0	0
70	T	2523	0,1111

Nudo	tiponudo	tipocognita	Hinicial (m)
73	B	*	2330
48	L	H	0,001
49	L	H	0,001
50	L	H	0,001
51	L	H	0,001
74	B	*	113

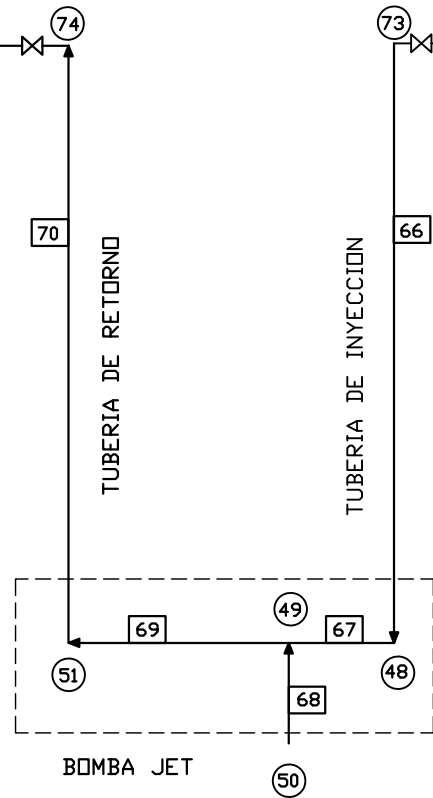
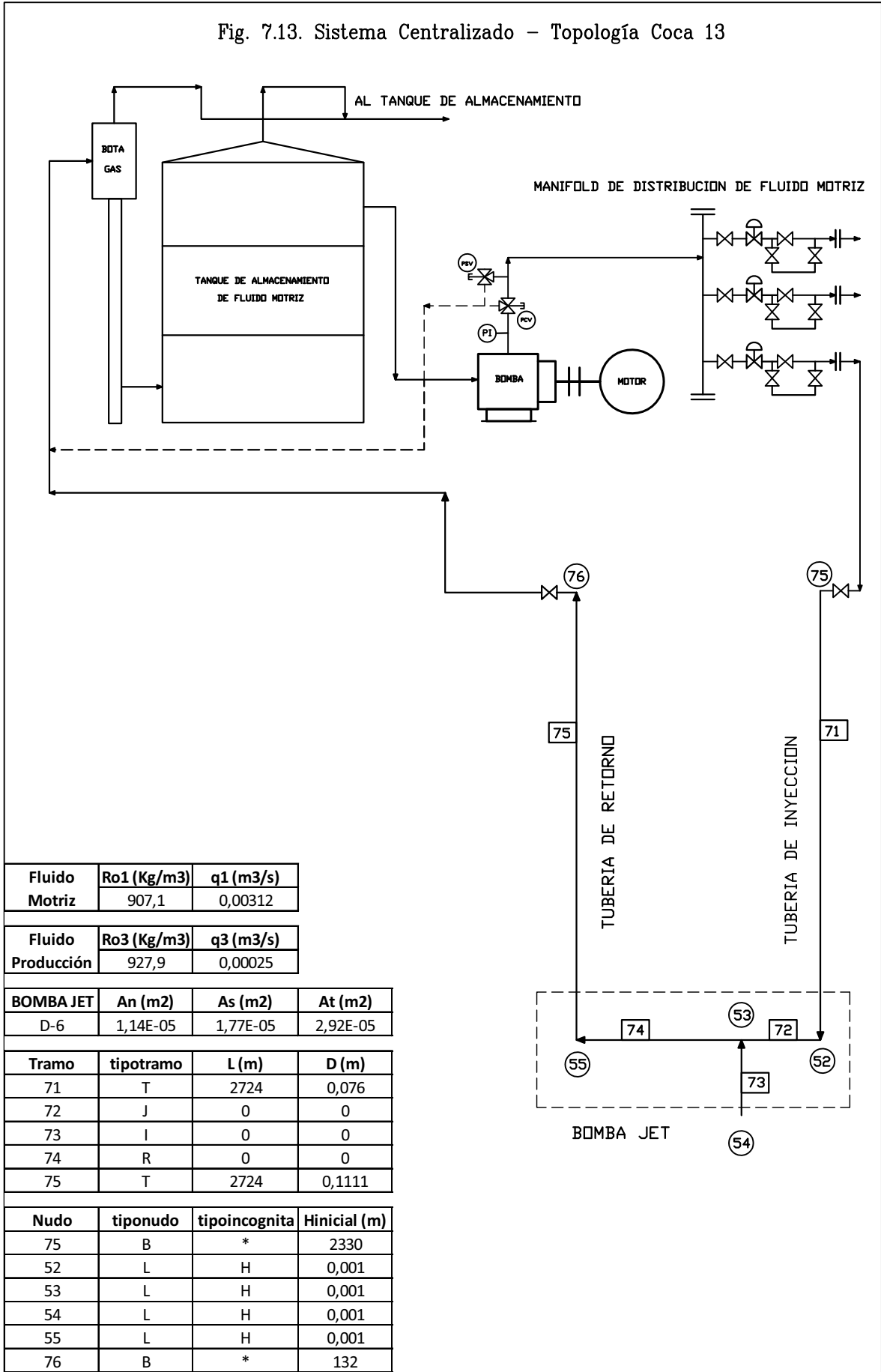


Fig. 7.13. Sistema Centralizado – Topología Coca 13



Fluido	Ro1 (Kg/m3)	q1 (m3/s)
Motriz	907,1	0,00312

Fluido	Ro3 (Kg/m3)	q3 (m3/s)
Producción	927,9	0,00025

BOMBA JET	An (m2)	As (m2)	At (m2)
D-6	1,14E-05	1,77E-05	2,92E-05

Tramo	tipotramo	L (m)	D (m)
71	T	2724	0,076
72	J	0	0
73	I	0	0
74	R	0	0
75	T	2724	0,1111

Nudo	tiponudo	tipoincognita	Hinicial (m)
75	B	*	2330
52	L	H	0,001
53	L	H	0,001
54	L	H	0,001
55	L	H	0,001
76	B	*	132

TOTAL

=====

INFORMACION GENERAL

=====

f = 0.01700
 Qmax = 0.01000
 Qmin = 0.00100
 DeltaH = 0.01000
 DeltaD = 0.00100
 DeltaC = 0.00010
 nitermax = 100
 conv = 0.00001
 Ro = 907.100

=====

BOMBA JET - CARACTERISTICAS GEOMETRICAS

=====

Kn = 0.15000
 Ks = 0.00000
 Kt = 0.28000
 Kd = 0.10000
 Ad = 0.00044

=====

Numero de Barras =75
 Numero de Nudos =76
 Numero de Nudos Base =21
 Numero de Nudos libres =55

=====

INFORMACION EN LOS TRAMOS

=====

Tramo	Tipo	Longitud	Diametro	An	At
1	T	360	0.097180	0.000000	0.000000
2	T	60	0.047630	0.000000	0.000000
3	T	120	0.097180	0.000000	0.000000
4	T	1350	0.097180	0.000000	0.000000
5	T	100	0.047630	0.000000	0.000000
6	T	700	0.097180	0.000000	0.000000
7	T	80	0.047630	0.000000	0.000000
8	T	1000	0.097180	0.000000	0.000000
9	T	70	0.097180	0.000000	0.000000
10	T	65	0.047630	0.000000	0.000000
11	T	580	0.097180	0.000000	0.000000
12	T	92	0.047630	0.000000	0.000000
13	T	700	0.097180	0.000000	0.000000
14	T	650	0.097180	0.000000	0.000000
15	T	95	0.047630	0.000000	0.000000
16	T	300	0.097180	0.000000	0.000000
17	T	780	0.097180	0.000000	0.000000
18	T	63	0.047630	0.000000	0.000000
19	T	350	0.097180	0.000000	0.000000
20	T	450	0.097180	0.000000	0.000000
21	T	85	0.047630	0.000000	0.000000
22	T	550	0.097180	0.000000	0.000000
23	T	90	0.047630	0.000000	0.000000

24	T	1500	0.097180	0.000000	0.000000
25	T	87	0.047630	0.000000	0.000000
26	T	2482	0.076000	0.000000	0.000000
27	J	0	0.000000	0.000012	0.000000
28	I	0	0.000000	0.000000	0.000000
29	R	0	0.000000	0.000000	0.000039
30	T	2482	0.111100	0.000000	0.000000
31	T	2636	0.076000	0.000000	0.000000
32	J	0	0.000000	0.000009	0.000000
33	I	0	0.000000	0.000000	0.000000
34	R	0	0.000000	0.000000	0.000030
35	T	2636	0.111100	0.000000	0.000000
36	T	2491	0.076000	0.000000	0.000000
37	J	0	0.000000	0.000011	0.000000
38	I	0	0.000000	0.000000	0.000000
39	R	0	0.000000	0.000000	0.000029
40	T	2491	0.188500	0.000000	0.000000
41	T	2508	0.059000	0.000000	0.000000
42	J	0	0.000000	0.000011	0.000000
43	I	0	0.000000	0.000000	0.000000
44	R	0	0.000000	0.000000	0.000029
45	T	2508	0.100000	0.000000	0.000000
46	T	2487	0.076000	0.000000	0.000000
47	J	0	0.000000	0.000016	0.000000
48	I	0	0.000000	0.000000	0.000000
49	R	0	0.000000	0.000000	0.000034
50	T	2487	0.111100	0.000000	0.000000
51	T	2834	0.076000	0.000000	0.000000
52	J	0	0.000000	0.000011	0.000000
53	I	0	0.000000	0.000000	0.000000
54	R	0	0.000000	0.000000	0.000029
55	T	2834	0.111100	0.000000	0.000000
56	T	2458	0.076000	0.000000	0.000000
57	J	0	0.000000	0.000016	0.000000
58	I	0	0.000000	0.000000	0.000000
59	R	0	0.000000	0.000000	0.000043
60	T	2458	0.111100	0.000000	0.000000
61	T	2509	0.076000	0.000000	0.000000
62	J	0	0.000000	0.000016	0.000000
63	I	0	0.000000	0.000000	0.000000
64	R	0	0.000000	0.000000	0.000043
65	T	2509	0.111100	0.000000	0.000000
66	T	2523	0.076000	0.000000	0.000000
67	J	0	0.000000	0.000011	0.000000
68	I	0	0.000000	0.000000	0.000000
69	R	0	0.000000	0.000000	0.000029
70	T	2523	0.111100	0.000000	0.000000
71	T	2562	0.076000	0.000000	0.000000
72	J	0	0.000000	0.000011	0.000000
73	I	0	0.000000	0.000000	0.000000
74	R	0	0.000000	0.000000	0.000029
75	T	2562	0.111100	0.000000	0.000000

=====

INFORMACION EN LOS NUDOS

Nudo	Tipo	Incognita	Hinicial	Consumo
1	L	H	0.001	0.000000
2	L	H	0.001	0.000000
3	L	H	0.001	0.000000
4	L	H	0.001	0.000000
5	L	H	0.001	0.000000
6	L	H	0.001	0.000000
7	L	H	0.001	0.000000
8	L	H	0.001	0.000000
9	L	H	0.001	0.000000
10	L	H	0.001	0.000000
11	L	H	0.001	0.000000
12	L	H	0.001	0.000000
13	L	H	0.001	0.000000
14	L	H	0.001	0.000000
15	L	H	0.001	0.000000
16	L	H	0.001	0.000000
17	L	H	0.001	0.000000
18	L	H	0.001	-0.000585
19	L	H	0.001	0.000000
20	L	H	0.001	0.000000
21	L	H	0.001	0.000000
22	L	H	0.001	-0.000236
23	L	H	0.001	0.000000
24	L	H	0.001	0.000000
25	L	H	0.001	0.000000
26	L	H	0.001	-0.000202
27	L	H	0.001	0.000000
28	L	H	0.001	0.000000
29	L	H	0.001	0.000000
30	L	H	0.001	-0.000206
31	L	H	0.001	0.000000
32	L	H	0.001	0.000000
33	L	H	0.001	0.000000
34	L	H	0.001	-0.000782
35	L	H	0.001	0.000000
36	L	H	0.001	0.000000
37	L	H	0.001	0.000000
38	L	H	0.001	-0.000582
39	L	H	0.001	0.000000
40	L	H	0.001	0.000000
41	L	H	0.001	0.000000
42	L	H	0.001	-0.000644
43	L	H	0.001	0.000000
44	L	H	0.001	0.000000
45	L	H	0.001	0.000000
46	L	H	0.001	-0.001500
47	L	H	0.001	0.000000
48	L	H	0.001	0.000000
49	L	H	0.001	0.000000
50	L	H	0.001	-0.000202
51	L	H	0.001	0.000000
52	L	H	0.001	0.000000

53	L	H	0.001	0.000000
54	L	H	0.001	-0.000250
55	L	H	0.001	0.000000
56	B	*	3028	0.000000
57	B	*	2330	0.000000
58	B	*	31	0.000000
59	B	*	2174	0.000000
60	B	*	85	0.000000
61	B	*	2407	0.000000
62	B	*	93	0.000000
63	B	*	2330	0.000000
64	B	*	44	0.000000
65	B	*	2174	0.000000
66	B	*	54	0.000000
67	B	*	2330	0.000000
68	B	*	51	0.000000
69	B	*	2329	0.000000
70	B	*	45	0.000000
71	B	*	2330	0.000000
72	B	*	54	0.000000
73	B	*	2330	0.000000
74	B	*	113	0.000000
75	B	*	2330	0.000000
76	B	*	132	0.000000

=====

TOPOLOGIA DE LA RED

=====

* TRAMOS

Tramo Nudo

	NI	ND
1	56	1
2	1	57
3	1	2
4	2	3
5	3	59
6	3	4
7	4	61
8	2	5
9	5	6
10	6	63
11	6	7
12	7	65
13	5	8
14	8	9
15	9	67
16	8	10
17	10	11
18	11	69
19	10	12
20	12	13
21	13	71
22	12	14
23	14	73

24	14	15
25	15	75
26	57	16
27	16	17
28	18	17
29	17	19
30	19	58
31	59	20
32	20	21
33	22	21
34	21	23
35	23	60
36	61	24
37	24	25
38	26	25
39	25	27
40	27	62
41	63	28
42	28	29
43	30	29
44	29	31
45	31	64
46	65	32
47	32	33
48	34	33
49	33	35
50	35	66
51	67	36
52	36	37
53	38	37
54	37	39
55	39	68
56	69	40
57	40	41
58	42	41
59	41	43
60	43	70
61	71	44
62	44	45
63	46	45
64	45	47
65	47	72
66	73	48
67	48	49
68	50	49
69	49	51
70	51	74
71	75	52
72	52	53
73	54	53
74	53	55
75	55	76

* NUDOS

NudoL Link

1	-1	2	3
2	-3	4	8
3	-4	5	6
4	-6	7	0
5	-8	9	13
6	-9	10	11
7	-11	12	0
8	-13	14	16
9	-14	15	0
10	-16	17	19
11	-17	18	0
12	-19	20	22
13	-20	21	0
14	-22	23	24
15	-24	25	0
16	-26	27	0
17	-27	-28	29
18	28	0	0
19	-29	30	0
20	-31	32	0
21	-32	-33	34
22	33	0	0
23	-34	35	0
24	-36	37	0
25	-37	-38	39
26	38	0	0
27	-39	40	0
28	-41	42	0
29	-42	-43	44
30	43	0	0
31	-44	45	0
32	-46	47	0
33	-47	-48	49
34	48	0	0
35	-49	50	0
36	-51	52	0
37	-52	-53	54
38	53	0	0
39	-54	55	0
40	-56	57	0
41	-57	-58	59
42	58	0	0
43	-59	60	0
44	-61	62	0
45	-62	-63	64
46	63	0	0
47	-64	65	0
48	-66	67	0
49	-67	-68	69
50	68	0	0
51	-69	70	0
52	-71	72	0
53	-72	-73	74

54	73	0	0
55	-74	75	0

NudoL Nudovecino

1	56	57	2
2	1	3	5
3	2	4	59
4	3	61	0
5	2	6	8
6	5	7	63
7	6	65	0
8	5	9	10
9	8	67	0
10	8	11	12
11	10	69	0
12	10	13	14
13	12	71	0
14	12	15	73
15	14	75	0
16	57	17	0
17	16	18	19
18	17	0	0
19	17	58	0
20	59	21	0
21	20	22	23
22	21	0	0
23	21	60	0
24	61	25	0
25	24	26	27
26	25	0	0
27	25	62	0
28	63	29	0
29	28	30	31
30	29	0	0
31	29	64	0
32	65	33	0
33	32	34	35
34	33	0	0
35	33	66	0
36	67	37	0
37	36	38	39
38	37	0	0
39	37	68	0
40	69	41	0
41	40	42	43
42	41	0	0
43	41	70	0
44	71	45	0
45	44	46	47
46	45	0	0
47	45	72	0
48	73	49	0
49	48	50	51
50	49	0	0

51	49	74	0
52	75	53	0
53	52	54	55
54	53	0	0
55	53	76	0

=====

CUADRO DE RESULTADOS

=====

RESULTADOS DEL METODO DE LAS PRIMERAS APROXIMACIONES

=====

* TRAMOS

Tramo	Q	D
i	m3/s	m
1	0.5132	0.0972
2	0.1833	0.0476
3	0.3299	0.0972
4	0.1225	0.0972
5	0.08829	0.0476
6	0.0342	0.0972
7	0.0342	0.0476
8	0.2074	0.0972
9	0.1261	0.0972
10	0.0579	0.0476
11	0.06817	0.0972
12	0.06817	0.0476
13	0.08136	0.0972
14	0.02119	0.0972
15	0.02119	0.0476
16	0.06018	0.0972
17	0.02251	0.0972
18	0.02251	0.0476
19	0.03767	0.0972
20	0.01554	0.0972
21	0.01554	0.0476
22	0.02213	0.0972
23	0.01305	0.0476
24	0.009075	0.0972
25	0.009075	0.0476
26	0.000883	0.076
27	0.000883	0
28	0.000585	0
29	0.001468	0
30	0.001468	0.111
31	0.0004735	0.076
32	0.0004735	0
33	0.000236	0
34	0.0007095	0
35	0.0007095	0.111
36	0.0008347	0.076
37	0.0008347	0
38	0.0002024	0

39	0.001037	0
40	0.001037	0.189
41	0.0007722	0.059
42	0.0007722	0
43	0.000206	0
44	0.0009782	0
45	0.0009782	0.1
46	0.001625	0.076
47	0.001625	0
48	0.000782	0
49	0.002407	0
50	0.002407	0.111
51	0.0008368	0.076
52	0.0008368	0
53	0.000582	0
54	0.001419	0
55	0.001419	0.111
56	0.001517	0.076
57	0.001517	0
58	0.000644	0
59	0.002161	0
60	0.002161	0.111
61	0.001634	0.076
62	0.001634	0
63	0.0015	0
64	0.003134	0
65	0.003134	0.111
66	0.0007561	0.076
67	0.0007561	0
68	0.0002024	0
69	0.0009585	0
70	0.0009585	0.111
71	0.0007575	0.076
72	0.0007575	0
73	0.00025	0
74	0.001007	0
75	0.001007	0.111

=====

* NUDOS

Nudo	H	C	Fverificacion
i	m	m3/s	
1	2803.19	0.000000	5.765E-011
2	2755.02	0.000000	6.948E-011
3	2553.83	0.000000	1.021E-011
4	2524.7	0.000000	1.53E-011
5	2502.64	0.000000	-3.437E-013
6	2491.9	0.000000	1.914E-011
7	2443.8	0.000000	3.996E-011
8	2433.34	0.000000	-9.944E-012
9	2416.59	0.000000	2.516E-011
10	2411.38	0.000000	6.5E-013
11	2390.01	0.000000	2.119E-011

12	2395.34	0.000000	-5.151E-012
13	2386.83	0.000000	1.348E-011
14	2380.53	0.000000	2.145E-011
15	2363.97	0.000000	3.948E-012
16	2320.88	0.000000	2.918E-012
17	-377.445	0.000000	2.569E-012
18	-62.2589	-0.000585	-2.911E-016
19	33.27	0.000000	1.97E-015
20	2168.81	0.000000	9.12E-012
21	-245.585	0.000000	-4.024E-013
22	-33.8091	-0.000236	-4.77E-018
23	86.1652	0.000000	3.668E-014
24	2398.35	0.000000	5.248E-012
25	-418.224	0.000000	-3.713E-012
26	-172.126	-0.000202	-6.405E-017
27	93.1145	0.000000	1.241E-012
28	2301.43	0.000000	1.671E-012
29	-435.681	0.000000	2.354E-013
30	-192.875	-0.000206	-2.789E-017
31	46.5871	0.000000	-2.912E-016
32	2157.19	0.000000	4.285E-012
33	-800.782	0.000000	-1.798E-012
34	54.0176	-0.000782	-1.825E-016
35	57.7301	0.000000	2.122E-015
36	2320.14	0.000000	6.089E-012
37	-645.996	0.000000	-2.982E-012
38	39.9897	-0.000582	5.855E-018
39	53.5051	0.000000	-1.415E-014
40	2313.49	0.000000	6.513E-012
41	-447.462	0.000000	-1.926E-012
42	-111.916	-0.000644	8.793E-017
43	48.3095	0.000000	-3.53E-014
44	2312.95	0.000000	4.56E-012
45	-659.965	0.000000	-1.946E-012
46	121.587	-0.001500	1.223E-015
47	58.8983	0.000000	-1.032E-014
48	2322.07	0.000000	7.463E-012
49	-358.06	0.000000	-2.939E-012
50	-119.498	-0.000202	-1.721E-017
51	114.507	0.000000	2.939E-016
52	2321.93	0.000000	1.025E-011
53	-363.11	0.000000	-2.93E-012
54	-68.4429	-0.000250	-9.866E-018
55	133.608	0.000000	5.393E-014

=====

SOLUCION AL PROBLEMA NO LINEAL

=====

* TRAMOS

Tramo	Q	D
i	m ³ /s	m
1	0.08556	0.0972
2	0.02803	0.0476

3	0.05752	0.0972
4	0.02369	0.0972
5	0.02042	0.0476
6	0.003273	0.0972
7	0.003273	0.0476
8	0.03383	0.0972
9	0.02278	0.0972
10	0.006226	0.0476
11	0.01656	0.0972
12	0.01656	0.0476
13	0.01105	0.0972
14	0.003157	0.0972
15	0.003157	0.0476
16	0.007894	0.0972
17	0.003019	0.0972
18	0.003019	0.0476
19	0.004875	0.0972
20	0.001935	0.0972
21	0.001935	0.0476
22	0.00294	0.0972
23	0.001603	0.0476
24	0.001337	0.0972
25	0.001337	0.0476
26	0.00234	0.076
27	0.00234	0
28	0.000585	0
29	0.002925	0
30	0.002925	0.111
31	0.001734	0.076
32	0.001734	0
33	0.0002364	0
34	0.00197	0
35	0.00197	0.111
36	0.002218	0.076
37	0.002218	0
38	0.0002025	0
39	0.00242	0
40	0.00242	0.189
41	0.002146	0.059
42	0.002146	0
43	0.0002061	0
44	0.002352	0
45	0.002352	0.1
46	0.002772	0.076
47	0.002772	0
48	0.000782	0
49	0.003554	0
50	0.003554	0.111
51	0.002124	0.076
52	0.002124	0
53	0.000582	0
54	0.002706	0
55	0.002706	0.111
56	0.002991	0.076

57	0.002991	0
58	0.000644	0
59	0.003635	0
60	0.003635	0.111
61	0.002919	0.076
62	0.002919	0
63	0.0015	0
64	0.004419	0
65	0.004419	0.111
66	0.002121	0.076
67	0.002121	0
68	0.0002025	0
69	0.002323	0
70	0.002323	0.111
71	0.002109	0.076
72	0.002109	0
73	0.0002504	0
74	0.002359	0
75	0.002359	0.111

=====

* NUDOS

Nudo	H	C	Fverificacion
i	m	m3/s	
1	2600.5	0.000000	6.939E-018
2	2536.1	0.000000	1.388E-017
3	2413.1	0.000000	-3.643E-017
4	2411.9	0.000000	4.033E-017
5	2350.3	0.000000	6.939E-017
6	2344.5	0.000000	-2.429E-017
7	2318.7	0.000000	-4.163E-017
8	2336.5	0.000000	5.551E-017
9	2335.4	0.000000	2.082E-017
10	2333.4	0.000000	4.484E-016
11	2332.3	0.000000	-3.734E-016
12	2332.1	0.000000	-4.51E-016
13	2331.8	0.000000	2.877E-016
14	2331.3	0.000000	3.049E-016
15	2330.9	0.000000	-4.523E-016
16	2322.4	0.000000	7.112E-017
17	69.255	0.000000	-3.065E-015
18	93.839	-0.000585	1.063E-017
19	32.775	0.000000	-4.351E-012
20	2169.6	0.000000	-6.316E-013
21	111.1	0.000000	-3.967E-007
22	117.79	-0.000236	3.958E-007
23	85.854	0.000000	-5.57E-008
24	2400.1	0.000000	-4.716E-013
25	154.9	0.000000	-1.093E-007
26	161.55	-0.000202	1.091E-007
27	93.087	0.000000	-2.985E-008
28	2307	0.000000	-1.244E-013
29	101.28	0.000000	-1.387E-007

30	107.96	-0.000206	1.383E-007
31	45.973	0.000000	-1.873E-008
32	2162.9	0.000000	2.559E-017
33	208.27	0.000000	2.472E-017
34	297.4	-0.000782	7.177E-017
35	56.687	0.000000	-3.889E-014
36	2322.7	0.000000	2.342E-017
37	138.22	0.000000	-3.686E-017
38	191.45	-0.000582	2.266E-017
39	52.75	0.000000	4.346E-014
40	2316.6	0.000000	-1.214E-017
41	109.6	0.000000	-1.045E-014
42	138.42	-0.000644	9.4E-015
43	47.728	0.000000	-1.958E-012
44	2317.7	0.000000	-1.952E-017
45	170.84	0.000000	1.735E-018
46	327.16	-0.001500	2.168E-019
47	58.139	0.000000	-2.038E-016
48	2323.6	0.000000	4.144E-013
49	168.52	0.000000	-9.321E-008
50	174.96	-0.000202	9.3E-008
51	114.14	0.000000	1.589E-008
52	2323.6	0.000000	-6.434E-013
53	190.42	0.000000	-3.999E-007
54	200.28	-0.000250	3.992E-007
55	133.2	0.000000	-2.395E-008

>>

CAPITULO 8

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

8.1. CONCLUSIONES

Como conclusión del presente trabajo es necesario puntualizar la importancia y ventajas tanto del método de cálculo propuesto así como del programa elaborado para calcular la Red de un Sistema Centralizado de Bombeo Hidráulico tipo Jet.

En primer lugar, el tipo de incógnitas que permite considerar el método proporciona gran versatilidad al mismo, ubicándolo en una posición ventajosa frente a otros métodos. Por otra parte, el programa elaborado considera elementos que normalmente no se toman en cuenta en métodos corrientes de cálculo, específicamente como la bomba Jet.

Esta particularidad nos permitirá una operación eficiente de estos sistemas, ya que requieren de un monitoreo continuo y en diferentes puntos de las variables más importantes que gobiernan el sistema, como son la Presión, la Velocidad y el Caudal del fluido. El programa además me permite ir probando con diferentes configuraciones de boquilla y tubo de mezcla en la bomba Jet, con la finalidad de optimizar la Producción del Sistema de Levantamiento.

De los ejemplos de cálculo realizados se observa que el programa es muy eficiente y converge perfectamente tanto para el análisis de un solo pozo ó para el análisis de un Sistema Centralizado con 10 pozos, para los cuales tenemos resultados muy satisfactorios y coherentes comparados con los obtenidos mediante la instalación de sensores de presión electrónicos en la Bomba Jet.

En cuanto al programa desarrollado, se ha logrado minimizar los tiempos de ejecución, optimizar el alcance resolutivo y mejorar el ingreso de datos mediante una hoja electrónica.

El uso del programa es sencillo, pero requiere de mucha paciencia al momento de ingresar datos, especialmente cuando tenemos Redes compuestas por varios pozos de petróleo.

8.2. RECOMENDACIONES

El presente trabajo ha sido desarrollado con el afán de aportar en la solución de problemas inherentes a los Sistemas de Bombeo Hidráulico, y se ha logrado este objetivo dentro del alcance y limitaciones definidas, por lo que el criterio para el análisis de los resultados es muy importante.

Una de las limitaciones de este programa es que su análisis es para un fluido incompresible monofásico, por lo que quedan abiertas las puertas para en futuras investigaciones implementar su desarrollo a aplicaciones de flujo multifásico y otros tipos de Levantamiento Artificial.

BIBLIOGRAFÍA

- BROWN Kermit E.; "The Technology of Artificial Lift Methods"; PennWell Publishing Company; 1980.
- KARASSIK Igor J.; "Pump Handbook"; McGraw Hill; USA; 2001.
- STEPANOFF A.J.; "Centrifugal and Axial Flow Pumps, Theory, Design and Application"; John Wiley & Sons; New York; 1978.
- PUGH Toby; "Hydraulic Jet Pumping"; México; USA; 2008.
- SANKS Robert L.; "Flow in Conduits"; USA; 2007.
- WILEY & STREETER; "Fluid Transients"; USA; 1978.
- CARNAHAN Brice; "Applied Numerical Methods"; John Wiley & Sons; New York; 1978.
- NAKAMURA Shoichiro; "Análisis Numérico y Visualización Gráfica con MATLAB"; México; 1997.
- BRITO Jorge & JUMBO Edgar; "Cálculo de Redes de Distribución de Fluidos de Trabajo para Campos Petroleros"; Tesis de Grado; EPN; 1979.
- CADENA Alberto; "Cálculo y Diseño de Redes de Distribución de Agua Potable"; Tesis de Grado; EPN; 1979.
- SAN ANDRES Alberto & UBIDIA Mauricio; "Cálculo y Diseño de Redes de Distribución de Gas Natural en Estado Estable"; Tesis de Grado; EPN; 1980.

ANEXOS

ANEXO 1

**PROGRAMA PARA SIMULACION DE SISTEMAS DE BOMBEO
HIDRAULICO TIPO JET**

PROGRAMA PRINCIPAL REDES.m

```

1 clear;
2 clc;
3 NOMBRE=input('TITULO_DE_LA_RED: ','s');
4 Qmax=0.01;
5 DeltaH=0.01 ;
6 DeltaD=0.001 ;
7 DeltaC=0.0001 ;
8 nitermax=100;
9 conv=0.00001;
10 % CARACTERISTICAS GEOMETRICAS DE LA BOMBA JET
11 Kn=0.15 ; % Coeficiente de pérdidas por fricción en la boquilla
12 Ks=0.00 ; % Coeficiente de pérdidas por fricción en la succión
13 Kt=0.28 ; % Coeficiente de pérdidas por fricción en el tubo de mezcla
14 Kd=0.10 ; % Coeficiente de pérdidas por fricción en el difusor
15 Ad=0.0004383 ; % Area del difusor (m2)
16 %
17 ti=upper(input('DESEA INGRESAR UNA NUEVA RED O UNA RED EXISTENTE ("N" ó "E"): \n','s'));
18 if ti=='N'
19   Ro=input('Ingrese Densidad Fluido Motriz(Kg/m3):');
20   Ro3=input('Ingrese Densidad Fluido de Producción(Kg/m3):');
21   f=input('Ingrese Factor de Fricción:');
22   nb=input('NumeroTramos=');
23   nn=input('NumeroNudos=');
24   nnbase=input('NumeroNudosBase=');
25   nnlibres=nn-nnbase;
26
27   Kval=zeros(1,nb);
28   An=zeros(1,nb);
29   As=zeros(1,nb);
30   At=zeros(1,nb);
31   G=zeros(1,nb);
32   D=zeros(1,nb);
33   L=zeros(1,nb);
34   Potbomba=zeros(1,nb);
35   Knolineal=zeros(1,nb);
36   Klineal=zeros(nb,2);
37
38   Consumo=zeros(1,nn);
39   Descargabomba= repmat('N',1,nn);
40   Hinicial= repmat(0.01,1,nn);
41   incognitadiámetro= repmat('N',1,nb);
42
43   for i=1:nb
44     fprintf('----- \n')
45     fprintf('Tramo: % 3.0f.\n',i);
46     Nudo(i,1)=input('NudoIzquierdo=');
47     Nudo(i,2)=input('NudoDerecho=');
48     sw1 = 1;
49     while sw1 == 1
50       tipotramo(i)=upper(input('TipoTramo "T","V","B","J","I","X","R":','s'));
51       if tipotramo(i)=='T' | tipotramo(i)=='V' | tipotramo(i)=='B' | tipotramo(i)=='J' | tipotramo(i)=='I' | tipotramo(i)=='X' | tipotramo(i)=='R'
52         sw1 = 0;

```



```

105         Hinicial(i)=input('Ingrese Valor H (m) en nudo con ? Diametro=');
106         tramoincogdiam=input('Ingresar Numero Tramo con ? Diam=');
107         incognitadiámetro(tramoincogdiam)=char('S');
108         if incognitadiámetro(tramoincogdiam)=='S'
109             nudoizq=Nudo(tramoincogdiam,1);
110             nudoder=Nudo(tramoincogdiam,2);
111         end
112     end
113 end
114 end
115 end
116 if tiponudo(i)=='B'
117     Hinicial(i)=input('Ingrese valor de H (m) en nudo base=');
118 end
119 end
120 end
121 end
122 for i=1:nn
123     fprintf('----- \n')
124     if tiponudo(i)=='B' , break, end
125     fprintf('Consumo nudo : % 3.0f.\n',i);
126     Consumo(i)=input('Consumo en el nudo (m3/s)=');
127 end
128 nbpn=zeros(1,nn);
129 for i=1:nb
130     j1=Nudo(i,1);
131     if tiponudo(j1)=='B'
132         j1=0;
133     end
134     if j1>0
135         nbpn(j1)=nbpn(j1)+1;
136         L1=nbpn(j1);
137         Link(j1,L1)=i;
138     end
139     j2=Nudo(i,2);
140     if tiponudo(j2)=='B'
141         j2=0;
142     end
143     if j2>0
144         nbpn(j2)=nbpn(j2)+1;
145         L2=nbpn(j2);
146         Link(j2,L2)=-i;
147     end
148 end
149 for i=1:nn
150     for j=1:nbpn(i)
151         tramo=Link(i,j);
152         tramo1=abs(tramo);
153         if tramo<0
154             nudoadyacente=Nudo(tramo1,1);
155             Nudovecino(i,j)=nudoadyacente;
156         end

```



```

157     if tramo>0
158         nudoadiacente=Nudo(tramo1,2);
159         Nudovecino(i,j)=nudoadiacente;
160     end
161 end
162 end
163 save([NOMBRE '_DATOS'])
164 else
165 ta=upper(input('DESEA LEER UN ARCHIVO DE MATLAB(.mat) ó DE EXCEL(.xlsx)? ("M" ó "E"): \n','s'));
166 if ta=='M'
167     archivo_datos=input('INGRESE EL NOMBRE DEL ARCHIVO DE CATOS *.mat: \n','s');
168     load(archivo_datos)
169 else
170     archivo_datos=input('INGRESE EL NOMBRE DEL ARCHIVO DE CATOS *.xlsx: \n','s');
171     Ro=xlsread(archivo_datos,'GENERAL','B1:B1');
172     Ro3=xlsread(archivo_datos,'GENERAL','B2:B2');
173     f=xlsread(archivo_datos,'GENERAL','B3:B3');
174     nb=xlsread(archivo_datos,'GENERAL','B4:B4');
175     nn=xlsread(archivo_datos,'GENERAL','B5:B5');
176     nnbase=xlsread(archivo_datos,'GENERAL','B6:B6');
177     nbpnmax=xlsread(archivo_datos,'GENERAL','B7:B7');
178     nnlibres=nn-nnbase;
179
180     [nt,tipotramo]=xlsread(archivo_datos,'RED1',['B2:B' num2str(nb+1)]);
181     tipotramo=cell2mat(tipotramo);
182     L=xlsread(archivo_datos,'RED1',['C2:C' num2str(nb+1)]);
183     D=xlsread(archivo_datos,'RED1',['D2:D' num2str(nb+1)]);
184     Kval=xlsread(archivo_datos,'RED1',['E2:E' num2str(nb+1)]);
185     Potbomba=xlsread(archivo_datos,'RED1',['F2:F' num2str(nb+1)]);
186     An=xlsread(archivo_datos,'RED1',['H2:H' num2str(nb+1)]);
187     As=xlsread(archivo_datos,'RED1',['I2:I' num2str(nb+1)]);
188     At=xlsread(archivo_datos,'RED1',['J2:J' num2str(nb+1)]);
189     G=xlsread(archivo_datos,'RED1',['K2:K' num2str(nb+1)]);
190     [nt,incognitadiámetro]=xlsread(archivo_datos,'RED1',['G2:G' num2str(nb+1)]);
191     incognitadiámetro=cell2mat(incognitadiámetro);
192
193     [nt,tiponudo]=xlsread(archivo_datos,'RED2',['B2:B' num2str(nn+1)]);
194     tiponudo=cell2mat(tiponudo);
195     [nt,tipoincognita]=xlsread(archivo_datos,'RED2',['C2:C' num2str(nn+1)]);
196     tipoincognita=cell2mat(tipoincognita);
197     Hinicial=xlsread(archivo_datos,'RED2',['D2:D' num2str(nn+1)]);
198     Consumo=xlsread(archivo_datos,'RED2',['E2:E' num2str(nn+1)]);
199     [nt,Descargabomba]=xlsread(archivo_datos,'RED2',['F2:F' num2str(nn+1)]);
200     Descargabomba=cell2mat(Descargabomba);
201
202     Nudo=xlsread(archivo_datos,'Nudo',['B2:C' num2str(nb+1)]);
203
204     Link=xlsread(archivo_datos,'Link',['B2:' char(nbpnmax+65) num2str(nnlibres+1)]);
205     nbpn=xlsread(archivo_datos,'Link',[char(nbpnmax+66) '2:' char(nbpnmax+66) num2str(nnlibres+1)]);
206
207     Nudovecino=xlsread(archivo_datos,'Nudovecino',['B2:' char(nbpnmax+65) num2str(nnlibres+1)]);
208

```

```

209     save([NOMBRE '_DATOS'])
210
211 end
212 end
213
214 clc;
215 fprintf(NOMBRE)
216 fprintf(' \n')
217 fprintf('\n =====')
218 fprintf(' INFORMACION GENERAL \n')
219 fprintf(' =====')
220 fprintf(' f = %2.5f\n',f)
221 fprintf(' Qmax = %2.5f\n',Qmax)
222 fprintf(' DeltaH = %2.5f\n',DeltaH)
223 fprintf(' DeltaD = %2.5f\n',DeltaD)
224 fprintf(' DeltaC = %2.5f\n',DeltaC)
225 fprintf(' nitermax = %2.0f\n',nitermax)
226 fprintf(' conv = %2.5f\n',conv)
227 fprintf(' Ro = %2.3f\n',Ro)
228 fprintf(' Ro3 = %2.3f\n',Ro3)
229 fprintf('\n =====')
230 fprintf(' BOMBA JET - CARACTERISTICAS GEOMETRICAS \n')
231 fprintf(' =====')
232 fprintf(' Kn = %2.5f\n',Kn)
233 fprintf(' Ks = %2.5f\n',Ks)
234 fprintf(' Kt = %2.5f\n',Kt)
235 fprintf(' Kd = %2.5f\n',Kd)
236 fprintf(' Ad = %2.5f\n',Ad)
237 fprintf(' =====')
238 fprintf(' Numero de Barras =%2d\n',nb)
239 fprintf(' Numero de Nudos =%2d\n',nn)
240 fprintf(' Numero de Nudos Base =%2d\n',nnbase)
241 fprintf(' Numero de Nudos libres =%2d\n',nnlibres)
242 fprintf(' =====')
243 fprintf(' INFORMACION EN LOS TRAMOS \n')
244 fprintf(' =====')
245 fprintf(' Tramo Tipo Longitud Diametro An At\n')
246 for i=1:nb
247 fprintf('%8g %5c %6G %6G %5.3e %5.3e \n',i,tipotramo(i),L(i),D(i),An(i),At(i))
248 end
249 fprintf(' =====')
250 fprintf(' INFORMACION EN LOS NUDOS \n')
251 fprintf(' =====')
252 fprintf(' Nudo Tipo Incognita Hinicial Consumo Descargabomba\n')
253 for i=1:nn
254 fprintf('%8g %4c %5c %5.5G %8.7G %3c\n',i,tiponudo(i),tipoincognita(i),Hinicial(i),Consumo(i)
255 end
256 fprintf(' =====')
257 fprintf(' TOPOLOGIA DE LA RED\n')
258 fprintf(' =====')
259 fprintf(' * TRAMOS\n')
260 [x,y]=size(Nudo);

```

```

261 TRT=zeros(nb,y+1);
262 for i=1:nb
263     for j=1:y+1
264         if j==1
265             TRT(i,j)=(i);
266         elseif (j>1 & j<=y+1 & i<=x)
267             TRT(i,j)=Nudo(i,j-1);
268         end
269     end
270 end
271 fprintf(' Tramo Nudo \n')
272 fprintf(' ----- \n')
273 fprintf('      NI ND \n')
274 disp(TRT)
275 fprintf(' * NUDOS\n')
276 [m,n]=size(Link);
277 TRN=zeros(nnlibres,2*n+1);
278 for i=1:nnlibres
279     for j=1:2*n+1
280         if j==1
281             TRNL(i,j)=(i);
282         elseif (j>1 & j<=n+1 & i<=m)
283             TRNL(i,j)=Link(i,j-1);
284         end
285     end
286 end
287 fprintf(' NudoL Link \n')
288 disp(TRNL)
289 [m,n]=size(Link);
290 TRN=zeros(nnlibres,2*n+1);
291 for i=1:nnlibres
292     for j=1:2*n+1
293         if j==1
294             TRNNV(i,j)=(i);
295         elseif (j>1 & j<=n+1 & i<=m)
296             TRNNV(i,j)=Nudovecino(i,j-1);
297         end
298     end
299 end
300 fprintf(' NudoL Nudovecino\n')
301 disp(TRNNV)
302 PRIMERASAPROXIMACIONES

```

SUBPROGRAMA PRIMERASAPROXIMACIONES.m

```

1 format short
2 for i=1:nb
3   if tipotramo(i)=='T'
4     if incognitadiámetro(i)=='S'
5       H1=Nudo(i,1);
6       H2=Nudo(i,2);
7       Hf=abs(Hinicial(H2)-Hinicial(H1));
8       KnLD=((8*f*L)/(9.8*Hf*pi^2)).^(0.2);
9       Klineal(i,1)=1/Klindiam(f,L(i),Hf,Qmax);
10    end
11    if incognitadiámetro(i)=='N'
12      Klineal(i,1)=1/Klintub(L(i),D(i),f,Qmax);
13    end
14  end
15  if tipotramo(i)=='V'
16    Klineal(i,1)=1/Klinval(Kval(i),Qmax);
17  end
18  if tipotramo(i)=='B'
19    PotenciaBomba=Potbomba(i);
20    a=Klinbom1(PotenciaBomba,Ro,Qmax,Qmin);
21    b=Klinbom2(PotenciaBomba,Ro,Qmax,Qmin);
22    Klineal(i,1)=1/b;
23    Klineal(i,2)=a/b;
24  end
25  if tipotramo(i)=='J'
26    Klineal(i,1)=1/Zlinboquilla(Kn,An(i),Qmax);
27  end
28  if tipotramo(i)=='I'
29    Klineal(i,1)=1/Zlinsuccion(Ks,As(i),An(i),Ro3,Ro,G(i),Qmax);
30  end
31  if tipotramo(i)=='X'
32    Klineal(i,1)=1/Zlinmixing(An(i),At(i),Ro,Ro3,Kt,G(i),Qmax);
33  end
34  if tipotramo(i)=='R'
35    Klineal(i,1)=1/Zlindifusor(An(i),At(i),Ro3,Ro,Ad,Kd,G(i),Qmax);
36  end
37 end
38
39 Hinicial;
40 D;
41 Consumo;
42 for M=1:100
43   for i=1:nnlibres
44     F(i)=FuncJacob(i,nbpn,Nudo,Link,Hinicial,D,Consumo,Klineal,tipotramo,incognitadiámetro,L,f,Qmax);
45   end
46   for i=1:nnlibres
47     for j=1:nnlibres
48       if tipoincognita(i)=='H'
49         Hnew=Hinicial;
50         Hnew(j)=Hinicial(j)+DeltaH;
51         Fnew=FuncJacob(i,nbpn,Nudo,Link,Hnew,D,Consumo,Klineal,tipotramo,incognitadiámetro,L,f,Qn
52         A(i,j)=Fnew;

```

```

53     end
54     if tipoincognita(i)=='C'
55         Consumonew=Consumo;
56         Consumonew(j)=Consumo(j)+DeltaC;
57         Fnew=FuncJacob(i,nbpn,Nudo,Link,Hinicial,D,Consumonew,Klineal,tipotramo,incognitadiámetro,
58         A(i,j)=Fnew;
59     end
60     if tipoincognita(i)=='D'
61         Dnew=D;
62         Dnew(j)=D(j)+DeltaD;
63         Fnew=FuncJacob(i,nbpn,Nudo,Link,Hinicial,Dnew,Consumo,Klineal,tipotramo,incognitadiámetro,
64         A(i,j)=Fnew;
65     end
66 end
67 end
68 for i=1:nlibres
69     for j=1:nlibres
70         if tipoincognita(i)=='H'
71             B(i,j)=(-F(i)+A(i,j))/DeltaH;
72         end
73         if tipoincognita(i)=='C'
74             B(i,j)=(-F(i)+A(i,j))/DeltaC;
75         end
76         if tipoincognita(i)=='D'
77             B(i,j)=(-F(i)+A(i,j))/DeltaD;
78         end
79     end
80 end
81 SolucionH=Hinicial;
82 SolucionConsumo=Consumo;
83 SolucionD=D;
84 Deltasolucion=-F*inv(B) ;
85 for i=1:nlibres
86     if tipoincognita(i)=='H'
87         SolucionH(i)=Hinicial(i)+Deltasolucion(i);
88     end
89     if tipoincognita(i)=='C'
90         SolucionConsumo(i)=Consumo(i)+Deltasolucion(i);
91     end
92     if tipoincognita(i)=='D'
93         SolucionD(i)=D(i)+Deltasolucion(i);
94     end
95 end
96 for i=1:nlibres
97     Fverif(i)=FuncJacob(i,nbpn,Nudo,Link,SolucionH,SolucionD,SolucionConsumo,Klineal,tipotramo,incog
98 end
99     if abs(Fverif) <= conv,break,end
100 SolucionH;
101 SolucionD;
102 SolucionConsumo;
103
104 Hinicial=SolucionH;

```

```

105 D=SolucionD;
106 Consumo=SolucionConsumo;
107 end
108 for i=1:nb
109   if tipotramo(i)=='T' | tipotramo(i)=='V'
110     H1izq=(Nudo(i,1));
111     H2der=(Nudo(i,2));
112     if incognitadiámetro(i)=='S'
113       Q(i)=Klineal(i,1)*abs(SolucionD(i));
114     end
115     if incognitadiámetro(i)=='N'
116       Q(i)=Klineal(i,1)*( SolucionH(H1izq)-SolucionH(H2der));
117     end
118   end
119   if tipotramo(i)=='B'
120     Hsucc=(Nudo(i,1));
121     Hdesc=(Nudo(i,2));
122     Q(i)=Klineal(i,1)*(SolucionH(Hdesc)-SolucionH(Hsucc))-Klineal(i,2);
123   end
124   if tipotramo(i)=='J' | tipotramo(i)=='T' | tipotramo(i)=='X' | tipotramo(i)=='R'
125     H1izq=(Nudo(i,1));
126     H2der=(Nudo(i,2));
127     Q(i)=Klineal(i,1)*( SolucionH(H1izq)-SolucionH(H2der));
128   end
129 end
130
131 fprintf(' =====
132 fprintf(' CUADRO DE RESULTADOS \n')
133 fprintf(' =====
134 fprintf(' RESULTADOS DEL METODO DE LAS PRIMERAS APROXIMACIONES \n')
135 fprintf(' =====
136 fprintf(' * TRAMOS\n')
137 fprintf(' Tramo    Q      D      \n')
138 fprintf(' -----\n')
139 fprintf(' i      m3/s    m      \n')
140 fprintf(' -----\n')
141 for i=1:nb
142   fprintf('%6g %12.4G %7.3G\n',i,Q(i),SolucionD(i))
143 end
144 fprintf(' =====
145 fprintf(' * NUDOS\n')
146 fprintf(' Nudo  H    C    Fverificacion\n')
147 fprintf(' -----\n')
148 fprintf(' i    m    m3/s    \n')
149 fprintf(' -----\n')
150 for i=1:nnlibres
151   fprintf('%5g %8G %7.4G %12.4G \n',i,SolucionH(i),SolucionConsumo(i),Fverif(i))
152 end
153 fprintf(' =====
154 save(['NOMBRE '_RESULTADOS'])
155 NEWTONRAPHSON

```

SUBPROGRAMA NEWTONRAPHSON.m

```

1 format short
2 for i=1:nb
3   Tramo=i;
4   if tipotramo(i)=='T'
5     if incognitadiámetro(i)=='S'
6       SH1=Nudo(i,1);
7       SH2=Nudo(i,2);
8       Hf=abs(Hinicial(SH2)-Hinicial(SH1));
9       KnID=((8*f*L)/(9.8*Hf*pi^2)).^(0.2);
10      Knlineal(i,1)=KnID(i);
11    end
12    if incognitadiámetro(i)=='N'
13      Knlineal(i,1)=KnolintubH(i,L(i),D(i),f);
14    end
15  end
16  if tipotramo(i)=='V'
17    Knlval(i)=Kval(i);
18    Knlineal(i,1)=Knolival(Kval(i));
19  end
20  if tipotramo(i)=='B'
21    PotenciaBomba=Potbomba(i);
22    Knlineal(i,1)=Knolinbom(Potbomba(i),Ro);
23  end
24  if tipotramo(i)=='J'
25    Knlineal(i,1)=Znolinboquilla(i,Kn,An(i));
26  end
27  if tipotramo(i)=='I'
28    Knlineal(i,1)=Znolinsuccion(i,Ks,As(i),An(i),Ro3,Ro,G(i));
29  end
30  if tipotramo(i)=='X'
31    Knlineal(i,1)=Znolinmixing(i,An(i),At(i),Ro,Ro3,Kt,G(i));
32  end
33  if tipotramo(i)=='R'
34    Knlineal(i,1)=Znolindifusor(i,An(i),At(i),Ro3,Ro,Ad,Kd,G(i));
35  end
36 end
37 SolucionH;
38 SolucionConsumo;
39 SolucionD;
40 for N =1:50000
41   for i=1:nlibres
42     Fnl(i)=FuncJacobnl(i,nbpn,Nudo,Link,SolucionH,SolucionConsumo,SolucionD,Knlineal,tipotramo,incc
43   end
44   for i=1:nlibres
45     for j=1:nlibres
46       if tipoincognita(i)=='H'
47         Hnlnew=SolucionH;
48         Hnlnew(j)=SolucionH(j)+DeltaH;
49         Fnlnew=FuncJacobnl(i,nbpn,Nudo,Link,Hnlnew,SolucionConsumo,SolucionD,Knlineal,tipotramo
50         Anl(i,j)=Fnlnew;
51       end
52       if tipoincognita(i)=='C'

```

```

53     Consumonlnew=SolucionConsumo;
54     Consumonlnew(j)=SolucionConsumo(j)+DeltaC;
55     Fnlnew=FuncJacobnl(i,nbpn,Nudo,Link,SolucionH,Consumonlnew,SolucionD,Knolineal,tipotramc
56     Anl(i,j)=Fnlnew;
57     end
58     if tipoincognita(i)=='D'
59         Dnlnew=SolucionD;
60         Dnlnew(j)=SolucionD(j)+DeltaD;
61         Fnlnew=FuncJacobnl(i,nbpn,Nudo,Link,SolucionH,SolucionConsumo,Dnlnew,Knolineal,tipotramc
62         Anl(i,j)=Fnlnew;
63     end
64     end
65 end
66 for i=1:nnlibres
67     for j=1:nnlibres
68         if tipoincognita(i)=='H'
69             Bnl(i,j)=(-Fnl(i)+Anl(i,j))/DeltaH;
70         end
71         if tipoincognita(i)=='C'
72             Bnl(i,j)=(-Fnl(i)+Anl(i,j))/DeltaC;
73         end
74         if tipoincognita(i)=='D'
75             Bnl(i,j)=(-Fnl(i)+Anl(i,j))/DeltaD;
76         end
77     end
78 end
79 SolucionnlH=SolucionH;
80 SolucionnlConsumo=SolucionConsumo;
81 SolucionnlDiametro=SolucionD;
82 Deltasolucionnl=-Fnl*inv(Bnl);
83 for i=1:nnlibres
84     if tipoincognita(i)=='H'
85         SolucionnlH(i)=SolucionH(i)+Deltasolucionnl(i);
86     end
87     if tipoincognita(i)=='C'
88         SolucionnlConsumo(i)=SolucionConsumo(i)+Deltasolucionnl(i);
89     end
90     if tipoincognita(i)=='D'
91         SolucionnlDiametro(i)=SolucionD(i)+Deltasolucionnl(i);
92     end
93 end
94 for i=1:nnlibres
95     Fverifnl(i)=FuncJacobnl(i,nbpn,Nudo,Link,SolucionnlH,SolucionnlConsumo,SolucionnlDiametro,Knolin
96     end
97     if abs(Fverifnl) <= conv, break; end
98     SolucionnlH;
99     SolucionnlConsumo;
100    SolucionnlDiametro;
101
102    SolucionH=SolucionnlH;
103    SolucionConsumo=SolucionnlConsumo;
104    SolucionD=SolucionnlDiametro;

```



```

105 end
106 for i=1:nb
107 SH1=(Nudo(i,1));
108 SH2=(Nudo(i,2));
109 if tipotramo(i)=='T' | tipotramo(i)=='V'
110     if incognitadiámetro(i)=='N'
111         Qnl(i)=(SolucionnlH(SH1)-SolucionnlH(SH2))*((1/(Knolineal(i,1)*abs(SolucionnlH(SH1)-SolucionnlH(SH2)))));
112     end
113     if incognitadiámetro(i)=='S'
114         Qnl(i)=(abs(SolucionnlDiametro(i))*(1/Knolineal(i,1))).^(5/2);
115     end
116 end
117 if tipotramo(i)=='B'
118     Hnlsucc=Nudo(i,1);
119     Hnldesc=Nudo(i,2);
120     Qnl(i)=Knolineal(i,1)*((1/(SolucionnlH(Hnldesc)-SolucionnlH(Hnlsucc))));
121 end
122 if tipotramo(i)=='J' | tipotramo(i)=='T' | tipotramo(i)=='X' | tipotramo(i)=='R'
123     Qnl(i)=(SolucionnlH(SH1)-SolucionnlH(SH2))*((1/(Knolineal(i,1)*abs(SolucionnlH(SH1)-SolucionnlH(SH2)))));
124 end
125 end
126 fprintf(' SOLUCION AL PROBLEMA NO LINEAL \n')
127 fprintf(' =====\n')
128 fprintf(' * TRAMOS\n')
129 fprintf(' Tramo    Q    D    \n')
130 fprintf(' -----\n')
131 fprintf(' i    m3/s    m    \n')
132 fprintf(' -----\n')
133 for i=1:nb
134     fprintf('%6g %12.4G %7.3G\n',i,Qnl(i),SolucionnlDiametro(i))
135 end
136 fprintf(' =====\n')
137 fprintf(' * NUDOS\n')
138 fprintf(' Nudo    H    C    Fverificacion\n')
139 fprintf(' -----\n')
140 fprintf(' i    m    m3/s    \n')
141 fprintf(' -----\n')
142 for i=1:nnlibres
143     fprintf('%5g %8.5G %7.4G %12.4G \n',i,SolucionnlH(i),SolucionnlConsumo(i),Fverifnl(i))
144 end
145

```

FUNCION JACOBIANO

```

1 function F=FuncJacob(i,nbpn,Nudo,Link,Hinicial,D,Consumo,Klineal,tipotramo,incognitadiámetro,L,f,Qmax);
2 Ftot=0;
3 for j=1:max(nbpn)
4   tram=abs(Link(i,j)) ;
5   tramo=abs(tram);
6   if Link(i,j)<0
7     H1=Nudo(tramo,1);
8     H2=Nudo(tramo,2);
9     if tipotramo(tramo)=='T' | tipotramo(tramo)=='V'
10      if incognitadiámetro(tramo)=='S'
11        F1=-Klineal(tramo,1)*D(i);
12        Ftot=Ftot+F1;
13      end
14      if incognitadiámetro(tramo)=='N'
15        F1=-(Hinicial(H1)-Hinicial(H2))*Klineal(tramo,1);
16        Ftot=Ftot+F1;
17      end
18    end
19    if tipotramo(tramo)=='B'
20      Hsucc=Nudo(tramo,1);
21      Hdesc=Nudo(tramo,2);
22      Q=Klineal(tramo,1)*(Hinicial(Hdesc)-Hinicial(Hsucc))-Klineal(tramo,2);
23      F1=-Q;
24      Ftot=Ftot+F1;
25    end
26    if tipotramo(tramo)=='J' | tipotramo(tramo)=='I' | tipotramo(tramo)=='X' | tipotramo(tramo)=='R'
27      F1=-(Hinicial(H1)-Hinicial(H2))*Klineal(tramo,1);
28      Ftot=Ftot+F1;
29    end
30  end
31  if Link(i,j)>0
32    H1=Nudo(tramo,2);
33    H2=Nudo(tramo,1);
34    if tipotramo(tramo)=='T' | tipotramo(tramo)=='V'
35      if incognitadiámetro(tramo)=='S'
36        F1=Klineal(tramo,1)*D(i);
37        Ftot=Ftot+F1;
38      end
39      if incognitadiámetro(tramo)=='N'
40        F1=(Hinicial(H1)-Hinicial(H2))*Klineal(tramo,1);
41        Ftot=Ftot+F1;
42      end
43    end
44    if tipotramo(tramo)=='B'
45      Hsucc=Nudo(tramo,1);
46      Hdesc=Nudo(tramo,2);
47      Q=Klineal(tramo,1)*(Hinicial(Hdesc)-Hinicial(Hsucc))-Klineal(tramo,2);
48      F1=Q;
49      Ftot=Ftot+F1;
50    end
51  if tipotramo(tramo)=='J' | tipotramo(tramo)=='I' | tipotramo(tramo)=='X' | tipotramo(tramo)=='R'

```

```
52     F1=- (Hinicial(H1)-Hinicial(H2))*Klineal(tramo,1);
53     Ftot=Ftot+F1;
54     end
55 end
56 end
57 F=Ftot+Consumo(i);
58 Ftot=0 ;
```

FUNCION JACOBIANO NO LINEAL

```

1 function Fnl=FuncJacobnl(i,nbpn,Nudo,Link,SolucionH,SolucionConsumo,SolucionD,Knolineal,tipotramo,inc
2 Ftotnl=0;
3 for j=1:max(nbpn)
4   tram=abs(Link(i,j)) ;
5   tramo=abs(tram);
6   if Link(i,j)<0
7     SH1=Nudo(tramo,1);
8     SH2=Nudo(tramo,2);
9     if tipotramo(tramo)=='T' | tipotramo(tramo)=='V'
10      if incognitadiámetro(tramo)=='S'
11        Fnl1=-(abs(SolucionD(i))*(1/Knolineal(tramo,1)))^(5/2);
12        Ftotnl=Ftotnl+Fnl1;
13      end
14      if incognitadiámetro(tramo)=='N'
15        Fnl1=-(SolucionH(SH1)-SolucionH(SH2))*((1/(Knolineal(tramo,1)*abs(SolucionH(SH1)-SolucionH(SH
16        Ftotnl=Ftotnl+Fnl1;
17      end
18    end
19    if tipotramo(tramo)=='B'
20      Hnlsucc=Nudo(tramo,1);
21      Hnldesc=Nudo(tramo,2);
22      Fnl1=-Knolineal(tramo,1)*(1/(SolucionH(Hnldesc)-SolucionH(Hnlsucc)));
23      Ftotnl=Ftotnl+Fnl1;
24    end
25    if tipotramo(tramo)=='J' | tipotramo(tramo)=='I' | tipotramo(tramo)=='X' | tipotramo(tramo)=='R'
26      Fnl1=-(SolucionH(SH1)-SolucionH(SH2))*((1/(Knolineal(tramo,1)*abs(SolucionH(SH1)-SolucionH(SH
27      Ftotnl=Ftotnl+Fnl1;
28    end
29  end
30  if Link(i,j)>0
31    SH1=Nudo(tramo,2);
32    SH2=Nudo(tramo,1);
33    if tipotramo(tramo)=='T' | tipotramo(tramo)=='V'
34      if incognitadiámetro(tramo)=='S'
35        Fnl1=(abs(SolucionD(i))*(1/Knolineal(tramo,1)))^(5/2);
36        Ftotnl=Ftotnl+Fnl1;
37      end
38      if incognitadiámetro(tramo)=='N'
39        Fnl1=-(SolucionH(SH1)-SolucionH(SH2))*((1/(Knolineal(tramo,1)*abs(SolucionH(SH1)-SolucionH(SH
40        Ftotnl=Ftotnl+Fnl1;
41      end
42    end
43    if tipotramo(tramo)=='B'
44      Hnlsucc=Nudo(tramo,1);
45      Hnldesc=Nudo(tramo,2);
46      Fnl1=Knolineal(tramo,1)*(1/(SolucionH(Hnldesc)-SolucionH(Hnlsucc)));
47      Ftotnl=Ftotnl+Fnl1;
48    end
49    if tipotramo(tramo)=='J' | tipotramo(tramo)=='I' | tipotramo(tramo)=='X' | tipotramo(tramo)=='R'
50      Fnl1=-(SolucionH(SH1)-SolucionH(SH2))*((1/(Knolineal(tramo,1)*abs(SolucionH(SH1)-SolucionH(SH
51      Ftotnl=Ftotnl+Fnl1;

```

```
52     end
53   end
54 end
55 Fnl=Ftotnl+SolucionConsumo(i);
56 Ftotnl=0;
```

FUNCIONES COMPLEMENTARIAS

```

1 % KNOLINVAL
2
3 function Knlval=KnolINVAL(Kval)
4 Knlval=Kval;
5
6
7 % KNOLINTUBH
8
9
10 function KnlHC=KnolintubH(i,L,D,f)
11 KnlHC=(8*f*L)/(9.8*pi^2*D.^5);
12
13
14 % KNOLINTUBD
15
16
17 function KnlD=KnolintubD(nb,Nudo,Hinicial,tipotramo,incognitadiámetro,f,L)
18 for i=1:nb
19     if tipotramo(i)=='T'
20         if incognitadiámetro(i)=='S'
21             H1=Nudo(i,1);
22             H2=Nudo(i,2);
23             Hf=abs(Hinicial(H2)-Hinicial(H1));
24             KnlD=((8/(9.8*pi^2))*f*L./Hf).^0.2;
25         end
26     end
27 end
28
29
30 % KNOLINBOM
31
32 function Kbom=Knolinbom(Potbomba,Ro)
33 Kbom=Potbomba/(Ro*9.8);
34
35
36 % KLINVAL
37
38
39 function Klval=Klinval(Kval,Qmax)
40 Klval=Kval;
41 Klval=(3/4)*Knlval*Qmax;
42
43
44 % KLINTUB
45
46
47 function Klt=Klintub(L,D,f,Qmax)
48 Ktub=(16/(2*9.8*pi^2))*f*L/D.^5;
49 Klt=(3/4)*Ktub*Qmax;
50
51

```

```

52
53 % KLINDIAM
54
55
56 function Klindiam=Klindiam(f,L,Hf,Qmax)
57 KnID=((8/(9.8*pi^2))*f*L/Hf).^0.2;
58 Klindiam=(5/4)*KnID*(Qmax^2.4)/(Qmax^3);
59
60
61
62 % KLINBOM2
63
64
65 function b=Klinbom2(Potbomba,Ro,Qmax,Qmin)
66 Kbom=Potbomba/(Ro*9.8);
67 b=(6*Kbom*(2-log(Qmax/Qmin))/(Qmax^2-Qmin^2));
68
69
70
71 % KLINBOM1
72
73
74 function a=Klinbom1(Potbomba,Ro,Qmax,Qmin)
75 Kbom=Potbomba/(Ro*9.8);
76 a=(Kbom*log(Qmax/Qmin)-((6*Kbom*(2-log(Qmax/Qmin))/(Qmax^2-Qmin^2))*(Qmax^2-Qmin^2))/2)/(C
77
78
79 % ZLINBOQUILLA
80
81 function Zlb=Zlinboquilla(Kn,An,Qmax)
82 Znlb=(1+Kn)/(2*9.8*(An)^2);
83 Zlb=(3/4)*Znlb*Qmax;
84
85
86 % ZLINMIXING
87
88
89 function Zlmx=Zlinmixing(An,At,Ro,Ro3,Kt,G,Qmax)
90 S=(Ro3/Ro);
91 R=(An/At);
92 Znlmx=-((1/(2*9.8*(At)^2))*(2*R+((2*S*G^2*R^2)/(1-R))-R^2*(2+Kt)*(1+S*G)*(1+G)));
93 Zlmx=(3/4)*Znlmx*Qmax;
94
95
96
97 % ZLINDIFUSOR
98
99 function Zld=Zlindifusor(Kd,Ad,At,Qmax)
100 Znld=-(((1+Kd)/(2*9.8*(At)^2)-(1)/(2*9.8*(Ad)^2)));
101 Zld=(3/4)*Znld*Qmax;
102

```

```

103
104 % ZLINSUCCION
105
106
107 function Zls=Zlinsuccion(Ks,As,Qmax)
108 Znl=(1+Ks)/(2*9.8*(As)^2);
109 Zls=(3/4)*Znl*Qmax;
110
111
112 % ZNOLINBOQUILLA
113
114
115 function Znlb=Znolinboquilla(i,Kn,An)
116 Znlb=(1+Kn)/(2*9.8*(An)^2);
117
118
119
120 % ZNOLINMIXING
121
122
123 function Znlmx=Znolinmixing(i,An,At,Ro,Ro3,Kt,G)
124 S=(Ro3/Ro);
125 R=(An/At);
126 Znlmx=-((1/(2*9.8*(At)^2))*(2*R+((2*S*G^2*R^2)/(1-R))-R^2*(2+Kt)*(1+S*G)*(1+G)));
127
128
129
130 % ZNOLINDIFUSOR
131
132
133 function Znld=Znolindifusor(i,Kd,Ad,At)
134 Znld=-(((1+Kd)/(2*9.8*(At)^2)-(1)/(2*9.8*(Ad)^2)));
135
136
137 % ZNOLINSUCCION
138
139
140 function Znl=(1+Ks)/(2*9.8*(As)^2);
141 Znl=(1+Ks)/(2*9.8*(As)^2);
142
143
144
145
146
147
148
149
150
151
152
153

```