

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

FACULTAD DE CIENCIAS ADMINISTRATIVAS

**MODELO MATEMÁTICO DE PROGRAMACIÓN LINEAL PARA
OPTIMIZAR LA SELECCIÓN DE FERTILIZANTES A TRAVÉS DE
LA DISMINUCIÓN DE COSTOS EN EL CULTIVO DE PAPA**

**TESIS PREVIA A LA OBTENCIÓN DEL GRADO DE MAGÍSTER EN GERENCIA
EMPRESARIAL**

CAMPAÑA CRUZ DIEGO FABRICIO
diegocamcru@gmail.com

DIRECTOR: Ing. Félix Eduardo Vaca Obando, Ph.D.
felixvaca@yahoo.com

2011



ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIAS ADMINISTRATIVAS

ORDEN DE ENCUADERNACIÓN

De acuerdo con lo estipulado en el Art. 17 del instructivo para la Aplicación del Reglamento del Sistema de Estudios, dictado por la Comisión de Docencia y Bienestar Estudiantil el 9 de agosto del 2000, y una vez comprobado que se han realizado las correcciones, modificaciones y mas sugerencias realizadas por los miembros del Tribunal Examinador al informe de tesis de grado presentado por DIEGO FABRICIO CAMPAÑA CRUZ.

Se emite la presente orden de empastado, con fecha 19 de julio del 2011.

Para constancia firman los miembros del Tribunal Examinador:

NOMBRE	FUNCIÓN	FIRMA
Ing. Félix E. Vaca. O, Ph.D.	Director	
Mat. Marcelo Salvador	Examinador	
Mat. Nelson Alomoto	Examinador	

Ing. Giovanni D. Ambrosio
 DECANO



CERTIFICACIÓN

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por Diego Fabricio Campaña Cruz, bajo mi supervisión.



Ing. Félix Eduardo Vaca O, Ph.D.

DIRECTOR

AGRADECIMIENTOS

iv

CERTIFICACIÓN

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por Diego Fabricio Campaña Cruz, bajo mi supervisión.



Ing. Félix Eduardo Vaca O, Ph.D.

DIRECTOR

A Dios, fuente de Vida.

A la Facultad de Ciencias Administrativas docentes y personal administrativo que laboran en la Maestría de Gerencia Empresarial, en especial al Ing. Félix E. Vaca Obando por el tiempo dedicado y los oportunos consejos entregados durante la elaboración de este documento.

Al INIAP, Estación Experimental Santa Catalina, por su apoyo con la información entregada.

A mi hijo y esposa por el tiempo que no puede estar con ellos

A mi familia por su respaldo Incondicional.

A mi madre y padre por ser mis amigos y compañeros sinceros

DEDICATORIA

A Dios por darme el hermoso regalo de la vida y la voluntad de seguir adelante.

A mi esposa, Anita, por el regalo más bello que me ha dado, mi hijo.

A mi hijo Luis Eduardo, por quien realizó cualquier esfuerzo.

A mis padres, Cecilia y Salvador con quienes inicié mi aprendizaje en la vida. Ahora casi todo lo que soy y seré se los debo a su ejemplo de tenacidad, valor y amor. Por haber sido mis más dilectos y respetables amigos.

A mi familia Grace, Johanna, Carlos y Santiago quienes de una manera u otra me han apoyado y colaborado.

INDICE DE CONTENIDO

LISTA DE FIGURAS	i
LISTA DE TABLAS.....	ii
LISTA DE ANEXOS	iii
RESUMEN	iv
ABSTRACT	v
1. INTRODUCCIÓN.....	1
2. MARCO TEÓRICO	4
2.1. LA PAPA EN EL ECUADOR	4
2.1.1. ORIGEN E IMPORTANCIA.....	4
2.1.2. ZONAS DE CULTIVO DE PAPA	5
2.2. MANEJO DEL CULTIVO.....	6
2.2.1. PREPARACIÓN DEL SUELO	6
2.2.2. SIEMBRA	7
2.2.3. LABORES CULTURALES EN EL CULTIVO DE PAPA	7
2.2.4. FERTILIZACIÓN EN EL CULTIVO DE PAPA.....	8
2.2.4.1. Características Generales De Los Suelos	9
2.2.4.2. Requerimientos Nutricionales	9
Tabla 1. Extracción total de nutrientes por el cultivo de papa para diferentes niveles de producción	10
2.2.4.3. Nutrientes Necesarios en el Cultivo de Papa.....	10
2.2.4.3.1. Nitrógeno (N)	10
2.2.4.3.2. Fósforo (P).....	11
2.2.4.3.3. Potasio (K).....	11
2.2.4.3.4. Azufre (S)	12
2.2.4.3.5. Micronutrientes	12
2.2.4.4. Manejo Integrado De Plagas Y Enfermedades (MIP)	12
2.2.5. FERTILIZANTES.....	13
2.2.5.1. Clasificación De Los Fertilizantes	13
2.2.5.2. Contenido De Los Productos Fertilizantes	14
2.3. INVESTIGACIÓN OPERATIVA.....	14
2.3.1. PRINCIPIOS BÁSICOS Y METODOLOGÍA PARA LA FORMULACIÓN, RESOLUCIÓN E IMPLEMENTACIÓN DE MODELOS DE PROGRAMACIÓN MATEMÁTICA.....	15
2.3.2. PRINCIPIOS BÁSICOS PARA LA CONSTRUCCIÓN DE MODELOS....	15
2.3.2.1. Noción de Modelo.....	15
2.3.2.2. METODOLOGÍA	16
Figura 2. Esquema de la Metodología Utilizado En Los Modelos De Programación Matemática (VACA, 2010).....	17
2.3.2.2.1. Formulación Del Problema	17
2.3.2.2.3. Metodología para buscar la solución.....	20
2.3.2.2.4. Levantamiento de Datos.....	21
2.3.2.2.5. Solución del Modelo	22
2.3.2.2.6. Análisis de Resultados.....	23
Análisis de Post-Optimización.-.....	23
2.3.3. Programación Lineal.....	24
2.3.3.2. El Método Simplex Para Solución De Problemas De Programación Lineal.....	25

2.3.3.3.	Pasos en la formulación de un modelo lineal.....	26
2.3.3.4.	Análisis de Dualidad	26
2.3.3.4.1.	Cambios en los coeficientes de la función objetivo.....	27
2.3.3.4.2.	Cambio en la disponibilidad de recursos	27
3.	METODOLOGÍA – Desarrollo del Modelo matemático de Programación Lineal Para Optimizar La Selección de Fertilizantes a Través De La Disminución De Costos En El Cultivo De Papa.	28
3.1.	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.	28
3.1.1.	Descripción del Instituto Nacional Autónomo de Investigaciones Agropecuarias (INIAP)	28
3.1.2.	Objetivos Institucionales bajo los que trabaja INIAP	29
3.1.3.	Responsabilidad De Los Departamentos que se encuentran formando parte de INIAP.....	30
3.1.4.	Plan Estratégico Del Instituto Nacional Autónomo de Investigaciones Agropecuarias.	31
3.1.5.	Descripción Del Problema a Analizar.....	32
3.1.6.	Determinación De Costos De Producción e Índices De Producción	33
3.2.	FORMULACIÓN DEL MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL.....	34
3.2.1.	Formulación Del Modelo General Aplicado Al Problema A Investigar....	34
3.2.2.	Horizonte de Planificación.....	35
3.2.3.	Variables.	35
3.2.4.	Coeficientes de la función objetivo.	36
3.2.5.	Definición de la función objetivo.	37
3.2.6.	Definición de los tipos de restricciones.....	37
3.2.7.	Definición de los coeficientes de las restricciones.....	38
3.2.8.	Planteamiento de las Restricciones	38
3.3.	LEVANTAMIENTO DE LA INFORMACIÓN	40
3.3.1.	Análisis Químico De Suelos e Información Del Cultivo	40
3.3.2.	Conocimiento del Experto en Agronomía.....	41
3.3.3.	Requerimientos de Nutrientes del Cultivo de Papa.....	41
3.3.4.	Fertilizantes Utilizados en el Cultivo de Papa.	42
4.	RESULTADOS Y ANÁLISIS	48
4.1.	ANÁLISIS DE VARIABLES ESTRUCTURALES Y PRUEBA DEL MODELO 48	
4.2.	ANÁLISIS DE LA HOLGURAS.....	50
4.4.	ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD	51
4.4.1.	De los coeficientes de la función objetivo.....	51
4.4.2.	De los valores de los “Recursos”	52
4.5.	ANÁLISIS DE POST-OPTIMIZACIÓN	52
4.5.1.	Función Objetivo Original.....	52
4.5.2.	Modificación De Los Coeficientes De La Función Objetivo	53
4.5.3.	Justificación de la Modificación de los Coeficientes de la Función Objetivo 54	
4.5.4.	Análisis de Resultados.....	55
4.5.5.	Modificación De Los Recursos.....	59
4.5.5.1.	Modificación de los Macronutrientes (N, P, K)	59
4.5.5.2.	Modificación de los Micronutrientes	60
4.5.6.	Justificación del Cambio de los Recursos.....	62
4.5.6.1.	Modificación del Nitrógeno, Fósforo y Potasio	62

4.5.6.2. Modificación de Macronutrientes Nitrógeno, Fósforo, Potasio y Micronutrientes Boro y Zinc.....	62
4.5.6.3. Análisis de Resultados.....	63
5. CONCLUSIONES	67
6. RECOMENDACIONES	67
7. BIBLIOGRAFÍA	68
8. ANEXOS	71

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Problema real hasta Modelo Formal.....	15
Figura 2. Esquema de la Metodología Utilizado En Los Modelos De Programación Matemática.....	17
Figura 3. La mezcla correcta de fertilizantes consiste en dos subproblemas: Determinar los requerimientos de nutrientes (laboratorio Análisis) y Formular la mezcla de costo mínimo.....	34
Figura 4. Esquema de los datos que se requieren en el modelo y como se integran al mismo.....	42
Figura 5. Variación del costo en fertilización con respecto a los análisis de post optimización de los coeficientes de la función objetivo.....	57
Figura 6. Variación del costo de los elementos contenidos en los fertilizantes con relación a los cambios realizados en los coeficientes de la función objetivo.....	58
Figura 7. Variación del costo por elemento contenido en los fertilizantes con relación a los cambios realizados en los recursos.....	65
Figura 8. Variación del costo por elemento contenido en los fertilizantes con relación a los cambios realizados en los recursos.....	66

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Extracción total de nutrientes por el cultivo de papa para diferentes niveles de producción.....	10
Tabla 2 : Fortalezas, Oportunidades, Debilidades y Amenazas presentes en el INIAP.....	32
Tabla 3. Lista de los Fertilizantes cuya formulación predomina en el mercado y se utilizan en la producción de papa comercial.....	35
Tabla 4. Contenido porcentual de los elementos en fertilizantes más utilizados y mejores para el Cultivo de papa.....	36
Tabla 5. Requerimientos Nutricionales para el cultivo de papa con los que se pueden alcanzar una producción de 50t/ha.....	38
Tabla 6. Análisis de las variables Estructurales con respecto a la Cantidad requerida de los fertilizantes para satisfacer las necesidades del cultivo de papa.....	48
Tabla 7. Resultados obtenidos con Tora de las variables duales.....	50
Tabla 8: Resultados del Análisis de Sensibilidad de los Coeficientes de la función Obtenidos en el programa TORA.....	51
Tabla 9. Resultados del análisis de Sensibilidad de los “Recursos” obtenidos en el programa TORA.....	52
Tabla 10: Informe ejecutivo de Post Optimización de los coeficientes de la función objetivo.....	56
Tabla 11 : Informe ejecutivo de Post Optimización de las variaciones realizadas en los recursos.....	64

LISTA DE ANEXOS

Anexo A. Costos de Producción de Cultivo de Papa.....	72
Anexo B. Salida del Programa Tora	74

RESUMEN

El importante incremento de la población mundial en los últimos años viene exigiendo un constante reto a la agricultura para proporcionar un mayor número de alimentos, tanto en calidad como en cantidad. La papa es considerada un alimento básico en la alimentación mundial, y su importancia motivo a la ONU (Organización de las Naciones Unidas) a declarar el 2008 como el año internacional de la papa (VILLAVICENCIO,2008). Una de las tecnologías claves para obtener altos rendimientos en el cultivo es la fertilización, además esta representa el 40% de los costos totales en la producción de papa (BERNAL, 2004). El objetivo de este trabajo es i) Formular un modelo de programación lineal, esto es, plantear la función objetivo y las restricciones ii) Resolver el modelo iii) Realizar el análisis de los resultados iv) utilizar técnicas de post-optimización generando posibles escenarios que son justificados adecuadamente.

Este modelo permitirá al técnico agrícola e interesados visualizar la minimización de los costos relativos a fertilización en el cultivo de papa, facilitando y ahorrando tiempo y recursos en el escogitamiento de los fertilizantes (ANGEL, TALADRIZ, & WEBER, 2001)

Palabras Clave: Papa, fertilizantes, modelo matemático, programación lineal.

ABSTRACT

The important world population growth in the last years demands a constant challenge to agriculture in order for it to provide better food, both in quantity and quality. Potato is considered one of the most basic foodstuffs globally. Due to its importance, UNO (United Nations Organization) declared 2008 as the International Year of Potato (VILLAVICENCIO, 2008). One of the key technologies used to obtain higher yields in potato production is fertilization. Moreover, this technology represents 40% of total production costs (BERNAL, 2004). (ANGEL, TALADRIZ, & WEBER, 2001)

The objective of this paper is: I) Elaborate a linear programming model, which means, establish the objective functions and its restrictions. ii) Solve the model iii) Analyze results iv) Use post-optimization techniques in order to generate properly justified scenarios.

This model will allow the agricultural technician and others interested to visualize the cost minimization respect to fertilization in potato production, easing and saving time and resources in the choose of fertilizers.

Key Words: Potato, fertilizers, mathematical model, linear programming.

1. INTRODUCCIÓN

El importante incremento de la población mundial en los últimos años viene exigiendo un constante reto a la agricultura para proporcionar un mayor número de alimentos, tanto en cantidad como en calidad. Desde el inicio del siglo XIX, la población mundial se ha incrementado un 550 por cien, habiendo pasado de 1.000 millones a 6.500 millones en la actualidad, con unas previsiones de que se alcancen entre nueve y diez millones de habitantes en el año 2050. (Asociación Nacional de Fabricantes de Fertilizantes de España)

Para alcanzar el reto de poder incrementar la producción agrícola para abastecer al crecimiento de la población, únicamente existen dos factores posibles:

- Aumentar las superficies de cultivo, posibilidad cada vez más limitada sobre todo en los países desarrollados, lo que iría en detrimento de las grandes masas forestales. (Asociación Nacional de Fabricantes de Fertilizantes de España)
- Proporcionar a los suelos fuentes de nutrientes adicionales en formas asimilables por las plantas, para incrementar los rendimientos de los cultivos. (Asociación Nacional de Fabricantes de Fertilizantes de España)

Esta última opción es posible mediante la utilización adecuada de fertilizantes minerales. (Asociación Nacional de Fabricantes de Fertilizantes de España).

El uso indebido de los fertilizantes inorgánicos, puede traer grandes contaminaciones e intoxicaciones, afectando fuentes de agua subterráneas. Además que un uso irracional incrementa los costos de producción del cultivo. (CADAHÍA, EYMAR, LUCENA, & et.al., 2005)

En el Ecuador los fertilizantes son productos que representan entre el 20 y 40 % de los costos de producción del cultivo. (BERNAL, 2004)

Es prioritario implementar e investigar nuevas técnicas que logran un óptimo potencial de producción, un eficaz y eficiente uso de insumos y a la vez amigables con el medio ambiente. (CADAHÍA, EYMAR, LUCENA, & et.al., 2005)

La papa es considerada un alimento básico en la alimentación mundial y por su resistencia al clima podría convertirse en la carta oculta para reducir el hambre y la pobreza en el mundo. La importancia de su cultivo y el aumento en la población mundial motivaron a la ONU (Organización de las Naciones Unidas) a declarar el 2008 como el Año Internacional de la Papa (VILLAVICENCIO, 2008). El propósito es crear conciencia de su importancia como alimento en los países en desarrollo y promover la investigación de los sistemas de producción de la papa. (VILLAVICENCIO, 2008).

En 2010 en el Ecuador la superficie sembrada es de 51008 Ha con una producción de 286790 Tm. (Instituto Nacional de Estadísticas y Censos, 2011). Lo cual da un promedio de producción por hectárea de 5.622 t/ha, lo cual es bajo inclusive dentro de la región. (Instituto Nacional de Estadísticas y Censos, 2011) (MATEOS, 2008)

Una de las tecnologías básicas para obtener una alta producción es la fertilización. La combinación de fertilizantes adecuada y a bajo precio permitirá reducir costos unitarios, generando mayores beneficios al agricultor. (Instituto de la Potasa y el Fósforo, 1997)

En la Serranía de Ecuador la papa es un cultivo importante en la alimentación de la población, con un consumo anual per cápita que fluctúa entre 80 Kg y 122 Kg, además este cultivo es muy sensible a los niveles de fertilización. (PUMISACHO & SHERWOOD, El Cultivo de Papa en el Ecuador, 2002)

El técnico al conocer los requerimientos nutricionales del cultivo, por un lado y los fertilizantes disponibles por otro lado, con ello recomendar una mezcla adecuada para cada consulta basándose en su conocimiento y experiencia (SUMNER) (ANGEL, TALADRIZ, & WEBER, 2001). El proceso descrito conlleva mucho tiempo y no resulta necesariamente en soluciones óptimas (Disminución de costos de fertilización). (Instituto de la Potasa y el Fósforo, 1997).

Por ello el planteamiento de un Modelo de programación lineal ayudaría a encontrar soluciones rápidas y óptimas que permitan disminuir la incurrencia en los costos de la fertilización de los insumos utilizados.

2. MARCO TEÓRICO

2.1. LA PAPA EN EL ECUADOR

2.1.1. ORIGEN E IMPORTANCIA

La mayor diversidad genética de papa (*Solanum tuberosum* L.) cultivada y silvestre se encuentra en las tierras altas de los Andes de América del Sur. La primera crónica conocida que menciona la papa fue escrita por Pedro Cieza de León en 1538. Cieza encontró tubérculos que los indígenas llamaban “papas”, primero en la parte alta del valle del Cuzco, Perú y posteriormente en Quito, Ecuador. El centro de domesticación del cultivo se encuentra en los alrededores del Lago Titicaca, cerca de la frontera actual entre Perú y Bolivia. Existe evidencia arqueológica que prueba que varias culturas antiguas, como la Inca, la Tiahuanaco, la Nazca y la Mochica, cultivaron la papa. (PUMISACHO & SHERWOOD, 2002).

A mediados del siglo XVI los españoles introdujeron la papa a Europa. Durante los siguientes dos siglos la papa fue sólo una curiosidad, siendo cultivada en áreas pequeñas y mantenida principalmente por propósitos botánicos. En el siglo XVII se introdujo el cultivo en América del Norte, probablemente a través de Europa. A través del tiempo, la papa evolucionó hasta ser un alimento básico de alto valor nutritivo. (PUMISACHO & SHERWOOD, 2002).

La calidad y cantidad de las sustancias nutritivas del tubérculo varían por variedad de papa y condiciones de campo. El contenido de agua en un tubérculo fresco varía entre 63% a 87%; de hidratos de carbono, 13% a 30% (incluyendo el contenido de fibra 0.17% a 3.48%), de proteínas 0.7% a 4.6%; de grasas entre 0.02% a 0.96%; y de cenizas, 0.44% a 1.9%. Los otros constituyentes básicos son: azúcares, ácido ascórbico y vitaminas. (CAMARA DE AGRICULTURA, 2010)

Principalmente la papa se comercializa en fresco debido a que su uso mayormente es para la alimentación diaria, pero a nivel industrial la papa se usa

principalmente para producción de harina y almidón. También la industria ofrece papa procesada, pre cocida, pre frita, entre otras. (PUMISACHO & SHERWOOD, El Cultivo de Papa en el Ecuador, 2002)

La papa, junto con el arroz y el trigo, es uno de los cultivos más importantes, con el cual se alimenta el mundo. A nivel mundial se producen 315 millones de toneladas de papa y poco a poco va teniendo un rol preponderante en cuanto a la seguridad alimentaria. (BRITISH BROADCASTING CORPORATION BBC, 2008)

2.1.2. ZONAS DE CULTIVO DE PAPA

La producción de papa en Ecuador se distribuye en tres zonas geográficas: norte (Carchi e Imbabura), centro (Pichincha, Cotopaxi, Tungurahua, Chimborazo y Bolívar) y sur (Azuay, Cañar y Loja). Las diferencias agroecológicas están determinadas no por la latitud, sino por las relaciones entre clima, fisiografía y altura. (PUMISACHO & SHERWOOD, El Cultivo de Papa en el Ecuador, 2002)

En general, el cultivo de la papa en el país se desarrolla en terrenos irregulares, en laderas hasta con más de 45% de pendiente y en un rango de altitud de 2.400 a 3.800 m.s.n.m. en los pisos interandinos y subandinos. Una fracción importante del cultivo se desarrolla en condiciones de subpáramo, particularmente en el subpáramo húmedo. Aunque el cultivo se encuentra en los valles bajos, debido a presión demográfica, la tendencia actual es un desplazamiento hacia el páramo, con el consiguiente deterioro ambiental y el riesgo de pérdida del cultivo por heladas. (CAMARA DE AGRICULTURA, 2010)

La papa se produce en las diez provincias de la Sierra, constituyéndose las más representativas por el volumen de producción, Carchi, Pichincha, Tungurahua, Chimborazo y Cotopaxi. (CAMARA DE AGRICULTURA, 2010) (PUMISACHO & SHERWOOD, El Cultivo de Papa en el Ecuador, 2002)

2.2. MANEJO DEL CULTIVO.

2.2.1. PREPARACIÓN DEL SUELO

El cultivo de papa es exigente en cuanto a la preparación del suelo. Se busca dejar el terreno con una buena estructura, razonablemente suelto (no pulverizado), sin capas compactas o piedras. En general el laboreo de un lote en rastrojo o barbecho (periodo de descanso del lote posterior a la cosecha) recientes, exigirá menor número de labores que aquel lote con un período de descanso más largo o un terreno con pastura. (OYARZÚN, CHAMORRO, CÓRDOVA, MERINO, VALVERDE, & VELÁZQUEZ, 2002) Las principales labores de siembra son:

Arada. Se realiza unos dos meses antes de la siembra. Consiste en la roturación de la capa superficial, a fin de aflojar el suelo, incorporar los residuos vegetales y controlar malezas. (TORRES, VALVERDE, & ANDRADE, 2009)

Cruza. Esta actividad le sigue a la arada, Tiene como fin romper los terrones grandes Buscar aperos. (MONTESDEOCA, 2005)

Rastra. Involucra pases cruzados del campo para desmenuzar los terrones del suelo, a fin de obtener una cama superficial suelta, de 10 a 20 cm de profundidad (PUMISACHO & VELÁSQUEZ, Manual del Cultivo de Papa para pequeños Productores, 2009)

Desinfestación del suelo. Antes de sembrar es necesario realizar el combate de ciertas plagas del suelo, en lugares donde existen problemas. (PUMISACHO & VELÁSQUEZ, 2009)

Surcado. Se debe realizar un día antes de la siembra con el fin de mantener la humedad en el terreno. En terrenos inclinados se debe seguir las curvas de nivel o trazarlos perpendiculares a la pendiente. Los surcos deben tener una gradiente del 2% y su profundidad puede ser de 10 a 15 cm. (MONTESDEOCA, 2005)

2.2.2. SIEMBRA

Profundidad de siembra. Depende de la humedad y temperatura del suelo, del tamaño de los tubérculos y sus brotes. Cuando hay suficiente humedad, los tubérculos deben ser tapados con una capa de 5 cm de tierra. En terrenos secos se recomienda taparlos con una capa de 8 a 12 cm de tierra (TORRES, VALVERDE, & ANDRADE, 2009)

Distancia de Siembra. Distancias de 0.15 a 0.60 m entre plantas, y distancias de 0.90 a 1.60 m entre surcos. Pumisacho y Velásquez (2009) recomiendan distancias de 0.30 a 0.50 m entre plantas, y distancias de 1.00 a 1.20 m entre surcos. En la producción de semilla se recomienda distancias de 1 m entre surcos y 0,25 m entre plantas

2.2.3. LABORES CULTURALES EN EL CULTIVO DE PAPA

Las labores o prácticas culturales comprenden tres actividades básicas: el retape, el rascadillo y los aporques. Estas labores pueden efectuarse manualmente, por tracción animal o tracción mecánica, y se realizan después de que las plantas han emergido. La anticipación o retraso de estas prácticas afecta el desarrollo del cultivo (OYARZÚN, CHAMORRO, CÓRDOVA, MERINO, VALVERDE, & VELÁZQUEZ, 2002)

Retape. Esta labor se realiza comúnmente en la provincia de Carchi entre los 15 y 21 días después de la siembra. Ayuda a incorporar la fertilización y controlar las malezas (TORRES, VALVERDE, & ANDRADE, 2009)

Rascadillo o deshierba. Mediante esta labor se controla las malezas y se remueve superficialmente el suelo para evitar la pérdida de humedad. Esta labor se realiza de 30 a 50 días después de la siembra. Sin embargo, esto depende de la humedad presente y de la preparación del suelo. Si el nivel de humedad es bajo y si el suelo se ha preparado en forma adecuada, la cantidad de malezas será menor. En extensiones pequeñas se puede realizar esta labor en forma manual utilizando azadón, o por tracción animal. En extensiones grandes o de topografía ligeramente plana se puede utilizar un cultivador. Otra alternativa es la

aplicación de herbicidas entre 20 a 25 días después de la siembra, usando Afalon , Karmex o Sencor (TORRES, VALVERDE, & ANDRADE, 2009)

Medio aporque. El medio aporque es un primer colme de tierra alrededor de las plantas y a lo largo de la línea de siembra. La época propicia para realizar esta labor se encuentra entre los 50 a 80 días después de la siembra. Su función es proporcionar soporte a la planta, aflojar el suelo y controlar malezas. Esta labor se realiza en forma manual o en forma mecanizada (tractor o yunta) (PUMISACHO & VELÁSQUEZ, 2009)

Aporque. Esta labor se realiza entre los 90 y 110 días después de la siembra. Cumple las mismas funciones que el medio aporque, además de brindar un ambiente propicio para la tuberización. Con esta labor se da forma definitiva a los surcos (TORRES, VALVERDE, & ANDRADE, 2009)

2.2.4. FERTILIZACIÓN EN EL CULTIVO DE PAPA

El grado de fertilidad de un suelo se mide normalmente en función de la disponibilidad de nutrientes para las plantas. Sin embargo, un suelo con alta cantidad de nutrientes no es necesariamente fértil, ya que diversos factores, como la compactación, mal drenaje, sequía, enfermedades o insectos pueden limitar la disponibilidad de nutrientes. Por ello, el concepto de fertilidad debería incluir criterios químicos, físicos y biológicos. El cultivo intensivo, erosión continua y pobre manejo agronómico, entre otras prácticas pueden contribuir a la pérdida de Fertilidad de un suelo. (PUMISACHO & SHERWOOD, El Cultivo de Papa en el Ecuador, 2002)

Los cultivos extraen grandes cantidades de nitrógeno (N), fósforo (P), azufre (S), potasio (K) y algunos micronutrientes como zinc (Zn), manganeso (Mn) y boro (Bo). La fertilización de la papa es una práctica generalizada en el país y muy variada en cuanto a dosis, fuentes y épocas de aplicación. (TORRES, VALVERDE, & ANDRADE, 2009)

2.2.4.1. Características Generales De Los Suelos

En Ecuador, alrededor del 80% de los suelos cultivados con papa son de origen volcánico (Andisoles). Son negros con materiales amorfos, tienen alta capacidad de fijación de fósforo y altos contenidos de materia orgánica MO (8 a 16% por volumen). Son suelos localizados en zonas frías, lo que debido a una baja actividad microbiana retarda la descomposición de la materia orgánica y promueve su acumulación a través de los años. Generalmente son suelos franco, franco arenoso, franco arcilloso y franco limoso. Por su textura y topografía poseen buen drenaje natural. Generalmente, la porosidad, permeabilidad y capacidad de retención de la humedad son altas. Con respecto a sus características químicas, aproximadamente el 50% de los suelos tiene contenidos bajos de nitrógeno, a pesar de los altos contenidos de materia orgánica. El 80% tiene contenidos bajos de fósforo y el 70% niveles altos de potasio, calcio y magnesio. El azufre es considerado como un elemento generalmente limitante en la producción de papa, debido a su pérdida por lixiviación y extracción por los cultivos. En el caso de micronutrientes, existen deficiencias comunes para zinc, manganeso y boro. El pH del suelo expresa la concentración de los iones de hidrógeno (H⁺) y está expresada en términos logarítmicos en una escala de 0 a 14. Números bajos de pH (de 0 a 7) significa acidez, siete neutral y números altos (de 8 a 10) alcalinidad. La mayoría de suelos de las zonas paperas tienen valores de pH entre ácidos y ligeramente ácidos (< 6.4). La papa cultivada en un suelo ácido tiene dificultad en absorber la mayoría de nutrientes que demanda la papa. (PUMISACHO & SHERWOOD, El Cultivo de Papa en el Ecuador, 2002)

2.2.4.2. Requerimientos Nutricionales

Según PUMISACHO & SHERWOOD (2002):

La extracción de nutrimentos del suelo por el cultivo de papa depende de la variedad, fertilidad del suelo, condiciones climáticas, rendimiento y manejo del cultivo. La extracción total de fósforo es inferior a la de nitrógeno y potasio. Sin embargo, debido al alto grado de fijación del fósforo en los suelos del país, las cantidades de fertilizantes fosfatados aplicados al suelo en Ecuador

son mayores a las de nitrógeno y potasio. La mayor demanda nutricional del cultivo de papa se presenta a partir de los 50 días, cuando inician la tuberización y crecimiento del follaje .

Tabla 1. Extracción total de nutrientes por el cultivo de papa para diferentes niveles de producción

Rendimiento t/ha	N	P ₂ O ₅	K ₂ O	Ca	Mg	S	Zn	Cu	Fe	Mn
	kg/ha						g/ha			
	Ecuador									
17	70	15	140	25	10		400	35	1050	200
50	220	50	350	95	35		900	60	4600	550

Fuente: PUMISACHO & SHERWOOD, El Cultivo de Papa en el Ecuador, 2002

2.2.4.3. Nutrientes Necesarios en el Cultivo de Papa

2.2.4.3.1. Nitrógeno (N)

El N del suelo puede provenir de materiales orgánicos, fertilizantes sintéticos y del aire. Debido a su alta movilidad se pierde rápidamente por lixiviación y volatilización. Como resultado, las cantidades disponibles en el suelo son en general insuficientes para cubrir la demanda de la mayoría de los cultivos. La erosión del suelo y la remoción por las cosechas contribuyen a este proceso. El N es considerado como uno de los elementos más importantes en la nutrición de las plantas. Es constituyente de la clorofila y está involucrado en el proceso de fotosíntesis. Es componente de las vitaminas y aminoácidos que forman proteínas. (Instituto de la Potasa y el Fósforo, 1997)

Una deficiencia de N reduce la producción de clorofila y produce clorosis en las hojas viejas de la planta. Dosis excesivas de nitrógeno en papa pueden prolongar el ciclo vegetativo, reducir el porcentaje de materia seca de los tubérculos, provocar acame y aumentar la susceptibilidad de la planta a enfermedades. En algunos casos favorece el crecimiento exagerado del follaje, reduciendo la producción de tubérculos. (PUMISACHO & SHERWOOD, El Cultivo de Papa en el Ecuador, 2002)

2.2.4.3.2. Fósforo (P)

La fuente de fósforo más común para la fabricación de los fertilizantes es la roca fosfórica, acidificada con ácido sulfúrico (H_2SO_4) o fosfórico (H_3PO_4). Debido a la alta capacidad de fijación de P en los suelos, es uno de los elementos más limitantes de la producción de papa, aún cuando los requerimientos del cultivo son relativamente bajos (hasta 100 Kg de P_2O_5 /ha). (Instituto de la Potasa y el Fósforo, 1997)

El P es esencial para la calidad y rendimiento de los cultivos. Contribuye a los procesos de fotosíntesis, respiración, almacenamiento y transferencia de energía, división y crecimiento celular, y transferencia genética. El P promueve la rápida formación de tubérculos y crecimiento de las raíces. Mejora la resistencia a las bajas temperaturas, incrementa la eficiencia del uso de agua, contribuye a la resistencia a enfermedades y acelera la madurez. (PUMISACHO & SHERWOOD, El Cultivo de Papa en el Ecuador, 2002)

2.2.4.3.3. Potasio (K)

La mayoría de los suelos (70% de suelos analizados) de la sierra ecuatoriana se caracterizan por tener contenidos altos de potasio. El cultivo de papa extrae grandes cantidades de potasio (300 a 600 kg/ha de K_2O), la cual excede la demanda de N. El potasio en las plantas es vital para la fotosíntesis, especialmente en la síntesis de proteínas. Es importante para la descomposición de carbohidratos para producir energía, ayuda a controlar el balance iónico y contribuye a la translocación de metales pesados como Fe. Además da resistencia a enfermedades, como la fusariosis y la mancha negra del tubérculo. El K es un activador de los sistemas enzimáticos que regulan el metabolismo de la planta, como la apertura y cierre de los estomas lo cual contribuye a la resistencia de sequía. Cuando existe deficiencia en potasio las hojas superiores son pequeñas, arrugadas y de un color verde más oscuro de lo normal. Ocurre necrosis en las puntas y márgenes y clorosis intervenal en las hojas viejas (PUMISACHO & SHERWOOD, El Cultivo de Papa en el Ecuador, 2002)

2.2.4.3.4. Azufre (S)

La principal fuente de azufre (S) natural es la materia orgánica, que provee más del 95% del S encontrado en el suelo. En las zonas paperas del país, alrededor del 70% de los suelos son deficientes en (S). Por ello, la probabilidad de respuesta del cultivo a la fertilización con azufre es alta. El S ayuda a desarrollar enzimas y vitaminas vegetales. Contribuye al proceso de formación de la clorofila, y está presente en varios compuestos orgánicos de la planta. Los síntomas de deficiencia en S son similares a los de falta de N. Presenta un color verde pálido en las hojas más jóvenes. Cuando la deficiencia de S es severa, la sintomatología se generaliza en toda la planta. (Instituto de la Potasa y el Fósforo, 1997) (PUMISACHO & SHERWOOD, El Cultivo de Papa en el Ecuador, 2002)

2.2.4.3.5. Micronutrientes

Las plantas utilizan en su nutrición pequeñas cantidades de ciertos elementos, denominados microelementos. Los vegetales los requieren solamente en cantidades muy pequeñas que oscilan entre 0,01 a 0,5 ppm. Los micronutrientes tienen varias propiedades en común, entre las que están la de actuar como activadores de muchas enzimas esenciales para la vida animal y vegetal, aunque cuando presentes en cantidades elevadas en las soluciones nutritivas o solución del suelo, producen toxicidad. (HERNÁNDEZ, 2002) (Instituto de la Potasa y el Fósforo, 1997)

2.2.4.4. Manejo Integrado De Plagas Y Enfermedades (MIP)

Conocemos como plaga y peste para referirnos al conjunto de anomalías que ocurren durante el crecimiento y funcionamiento del cultivo causadas por agentes bióticos y abióticos. Esta definición incluye además de insectos a las enfermedades causadas por hongos, bacterias, virus y aquellas causadas por factores como deficiencias nutricionales, salinidad y granizos. (OYARZÚN, CHAMORRO, CÓRDOVA, MERINO, VALVERDE, & VELÁZQUEZ, 2002)

En términos generales, el MIP es simplemente el manejo del agroecosistema a favor del agricultor. El MIP propone una estrategia de manejo que, tomando en cuenta la socioeconomía y ecología de la finca, utiliza todos los métodos y técnicas apropiadas y disponibles para promover la salud y productividad del cultivo. La prevención, el uso de umbrales y sistemas de apoyo a decisiones son elementos claves en el MIP. (PUMISACHO & VELÁSQUEZ, Manual del Cultivo de Papa para pequeños Productores, 2009)

2.2.5. FERTILIZANTES

2.2.5.1. Clasificación De Los Fertilizantes

Se pueden clasificar según el estado físico en Sólidos, líquidos y gaseosos. Dentro de los abonos químicos sólidos encontramos distintas formulaciones. Algunos tienen sólo un compuesto, otro dos, tres o incluso más y blending (mezcla de los anteriores), y sus métodos de aplicación varían desde la incorporación al suelo con maquinaria(en profundidad), o a mano (sobre la superficie). La mayoría de los abonos compuestos que se encuentran en el mercado son en realidad Blending. La diferencia entre Blending y abono compuesto es que el primero se puede separar físicamente. (ej, mientras que la urea es blanca el DAP son cristales que pueden verse con lupa, por tanto DAP es en realidad un Blending). (IDEA BOOKS, S.A., 1998)

Los abonos líquidos son diluciones relativamente estables de iones. Se pueden distinguir según la disolución sea verdadera o coloidal. Existe infinidad de formulaciones, pero las más frecuentes son las compuestas por los dos o tres macroelementos N-P o N-P-K. A menudo se adicionan microelementos. Su uso suele estar destinado a las aplicaciones foliares y a la fertirrigación. (IDEA BOOKS, S.A., 1998)

Los abonos gaseosos suelen tener su forma más característica en las botellas de dióxido de carbono, su aplicación es en un recinto cerrado como un invernadero. (IDEA BOOKS, S.A., 1998)

2.2.5.2. Contenido De Los Productos Fertilizantes

El contenido de nutrientes presente en un material fertilizante es el grado fertilizante, o análisis garantizado. Por ley se requiere a los fabricantes explicar el grado en cada etiqueta del envase, sea bolsa, o bidón. El grado de fertilizante se etiqueta con un código de tres números, de los tres macronutrientes primarios: nitrógeno (N), fósforo (P), y potasio (K). El primer valor corresponde al contenido de nitrógeno total, el segundo al fósforo disponible (P_2O_5), y el tercero al contenido de potasio soluble en agua (K_2O). (IDEA BOOKS, S.A., 1998)

2.3. INVESTIGACIÓN OPERATIVA

Es una rama de las matemáticas, consistente en el uso de modelos matemáticos, estadísticas y algoritmos con objeto de realizar un proceso de toma de decisiones. La principal característica consiste en construir un modelo científico del sistema del cual se pueden predecir y comparar los resultados de diversas estrategias, decisiones, incorporando medidas de azar y del riesgo. El objetivo es ayudar a los responsables a determinar su política y actuaciones en forma científica. (LINARES, 2001) (VACA, 2010).

La investigación operativa colabora con los decisores en el diseño y mejora de las operaciones y decisiones, resuelven problemas y ayudan en las funciones de gestión, planificación o predicción, aportan conocimiento y ayuda en la toma de decisiones. La investigación operativa aplica las técnicas científicas más adecuadas seleccionadas de la matemática, ingeniería o cualquier ciencia social o de administración de empresas. Su trabajo consiste en recoger y analizar datos, desarrollar y probar modelos matemáticos, proponer soluciones o recomendaciones, interpretar la información y, en definitiva ayudar a implantar aplicaciones informáticas, sistemas, servicios técnicos o productos. (LINARES, 2001) (VACA, 2010)

2.3.1. PRINCIPIOS BÁSICOS Y METODOLOGÍA PARA LA FORMULACIÓN, RESOLUCIÓN E IMPLEMENTACIÓN DE MODELOS DE PROGRAMACIÓN MATEMÁTICA.

Los procesos de análisis empleados para la formulación de modelos de Programación Matemática son los que constituyen el "Método Científico", esquema de raciocinio utilizado por los investigadores, que en muchos casos obliga al estudio de operaciones muy complejas y a la constitución de equipos multidisciplinares formados por especialistas en cada uno de los factores que componen el problema. (VACA, 2010)

2.3.2. PRINCIPIOS BÁSICOS PARA LA CONSTRUCCIÓN DE MODELOS

2.3.2.1. Noción de Modelo.

Una de las características básicas de la Programación Matemática es la amplia utilización de modelos matemáticos para representar el problema a ser analizado. Por otra parte, ni el uso de modelos matemáticos es privado de la Programación Matemática. El concepto de modelo está íntimamente relacionado con la propia definición del llamado método científico. (VACA, 2010)

Este método, que en la ciencia en general busca identificar el comportamiento de la naturaleza, a través de la formulación de leyes o teorías, se basa en la secuencia: Observación, Generalización (abstracción), Experimentación y Validación. (VACA, 2010)

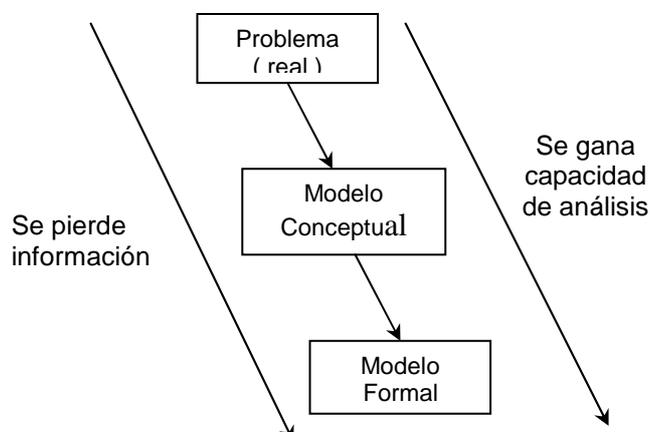


Figura 1. Problema real hasta Modelo Formal (VACA, 2010)

El modelo científico, propio de esta metodología, pretende interpretar la naturaleza. Los modelos de Programación Matemática tienen por objetivo, prever para resolver un problema específico, y en la mayoría de las veces, controlar un determinado sistema. (VACA, 2010)

El “conocimiento” del observador” a través del conjunto de información que acumuló en su experiencia administrativa y científica, asocia un modelo conceptual, donde la percepción de la realidad, a través de analogías con situaciones científicas (leyes, teorías u otros modelos), permite definir un modelo conceptual. La colocación de estos en términos formales, nos lleva a la formulación rigurosa del modelo, donde parte de la información puede ser condensada en variables agrupadas, perdiendo “parte de su riqueza”. El modelo del problema, será entonces transformado en un modelo científico, abstracto, sobre el cual se debe realizar la experimentación. (VACA, 2010)

La construcción de modelos es un proceso de aprendizaje, donde el conocimiento adquirido en la formalización tiene gran influencia en el proceso anterior de percepción. (VACA, 2010)

2.3.2.2. METODOLOGÍA

La metodología de formulación, desarrollo e implementación de modelos matemáticos, consiste en una organización particular de las actividades que conducen a la solución del problema formulado. A continuación se presenta el conjunto de actividades y la secuencia en que deben ser consideradas a) Formulación del problema, b) Formulación del modelo de Programación Lineal, c) Metodología para buscar la solución, d) Levantamiento de datos, e) Solución del modelo y análisis de resultados, f) Implementación de la solución, g) Comparación de resultados, h) Experiencia. (VACA, 2010)

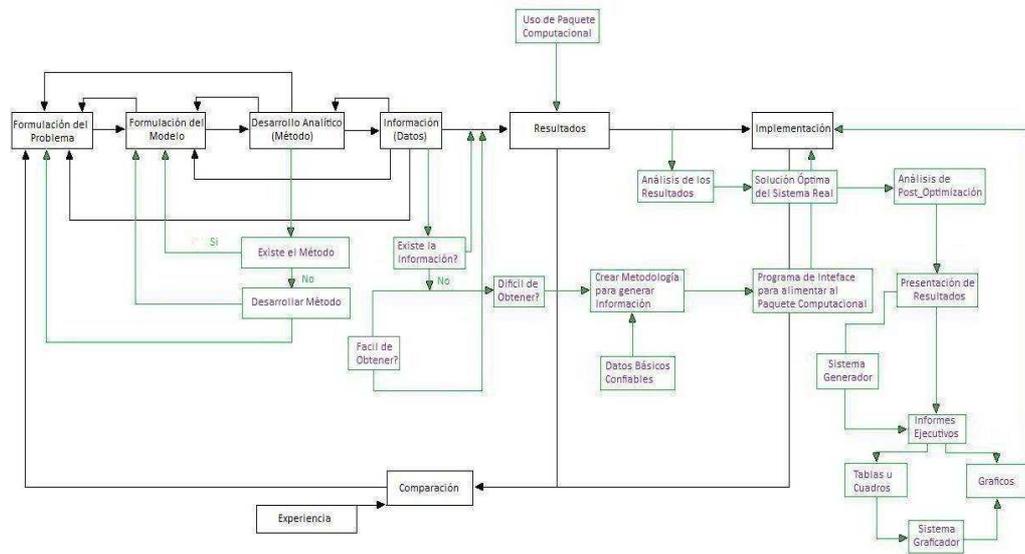


Figura 2. Esquema de la Metodología Utilizado En Los Modelos De Programación Matemática (VACA, 2010)

2.3.2.2.1. Formulación Del Problema

Esta etapa es fundamental porque afecta de manera relevante al modelo, a la información y a los resultados del modelo, por lo tanto, se la debe reexaminar durante las fases posteriores de la metodología. Su éxito depende del grado de precisión con que se defina el problema, para lo cual es importante considerar toda la información que se pueda obtener del sistema, determinar que información se debe utilizar, eso es, que se puede eliminar y que se debe incluir, las interrelaciones que existen entre los elementos del modelo, las posibles alternativas de formulación del problema, el tiempo para la toma de decisiones, y sobre todo se debe definir e identificar claramente las metas, las mismas que deben ser expresadas en términos de un objetivo y de las restricciones. (VACA, 2010)

La formulación del problema debe ser lo más precisa posible, destacando claramente los objetivos buscados. Del grado de precisión con que se defina el problema, dependerá la mayor o menor dificultad en llevar a cabo las etapas posteriores. (VACA, 2010)

Quien formula el problema debe tener un conocimiento profundo y completo del sistema a ser representado. El desconocimiento del sistema puede llevar a no detectar claramente el problema o a definirlo de manera equivocada. Muchos problemas no se resuelven porque no han sido definidos como tales o no han sido bien definidos. (VACA, 2010)

Es recomendable que quienes definan el problema sean los niveles ejecutivos de las empresas ó instituciones en las que se pretende implementar el modelo. (VACA, 2010)

Se debe tomar en cuenta que el definir el problema implica un compromiso para analizarlo, resolverlo e implementarlo, lo que requiere de inversión de recursos: económicos, humanos y materiales, por lo que los ejecutivos deben comprometerse a brindar todo el apoyo necesario a fin de conseguir los objetivos. (VACA, 2010)

2.3.2.2.2. Formulación del Modelo.

El proceso de formulación del modelo del sistema real bajo estudio, juega un papel importante ya que dependiendo del modelo que se construya se tendrá una u otra solución para el problema. Para plantear el problema algebraicamente se deben determinar (VACA, 2010):

Definir el Horizonte de Planificación.- El horizonte de planificación será definido, en general, de conformidad con la vida útil estimada para el modelo y para los datos con que se alimentará el mismo. Generalmente el horizonte de planificación está dado en unidades de tiempo, pero puede ser definido en otras unidades. El modelo en si podrá ser válido por mucho tiempo, pero lo que determina la validez de los resultados es la información que alimenta al modelo. (VACA, 2010) (TAHA, 2002) (HILLIER, 2001)

Definición De Las Variables.- En los sistemas existen variables que son las más representativas, otras que pueden ser menos representativas y otras que no

serán representativas. Por lo tanto es necesario seleccionar del sistema real un conjunto de variables que sean las más significativas, para que puedan representarlo de la forma más exacta posible. En general en los sistemas existen variables que desde el punto de vista de cualquier analista son representativas, pero también existen variables que dependiendo de la definición del problema y del analista (s) que formulará (n) el modelo pueden o no ser seleccionadas para estructurar el mismo. Es recomendable que en todo el proceso se estructuren, cuando sea necesario, grupos interdisciplinarios de trabajo para tener una mejor concepción del sistema. (VACA, 2010) (TAHA, 2002) (HILLIER, 2001)

Definición de la Función Objetivo.- Definidas las variables se debe estructurar la función económica a optimizarse, esta optimización se restringe a maximizar o minimizar la función y todos los elementos que en ella entran deben ser cuantificables, lo que implica que pueden existir en el sistema elementos que no son cuantificables o que son difíciles de asignarles un valor, en ese caso, esos elementos no pueden ser considerados. (VACA, 2010) (TAHA, 2002) (HILLIER, 2001)

Definición de las restricciones.- Luego se deben definir las funciones que representarán las limitaciones o restricciones a las cuales se sujetará la optimización de la función objetivo. De igual forma los elementos que integrarán las restricciones deben ser cuantificables. (TAHA, 2002) (VACA, 2010).

Se deberán representar como funciones de restricción todos los recursos que disponga el sistema, tales como: económicos, humanos, material primas, condiciones o propiedades que se deben cumplir, recursos físicos, condiciones de operatividad, etc. (VACA, 2010) (TAHA, 2002) (HILLIER, 2001)

Construcción del Modelo.- En resumen, luego de tener un conocimiento detallado de los principales recursos y actividades del sistema, se construye el modelo que represente matemáticamente las características del problema, de una forma simple y clara, identificando los componentes que contribuyen a la efectividad de operación del sistema, a las variables de entrada y sus relaciones,

los resultados esperados, y un horizonte de tiempo para establecer el cumplimiento de la finalidad propuesta. (VACA, 2010) (HILLIER, 2001)

En Programación para la formulación de modelos se utilizan varios elementos entre los que se consideran valores cuantificables, cada uno de ellos constituirá una variable de decisión (x_1, x_2, \dots, x_n), la función objetivo ($z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$) que estará sujeta a restricciones, expresadas mediante inecuaciones ó igualdades ($a_{ij}x_i + \dots + a_{nm} \leq b_i$), donde las constantes de la función objetivo (c_1, c_2, \dots, c_n) y de las restricciones (a_{ij}) son llamadas parámetros del modelo. (HILLIER, 2001) (VACA, 2010)

Para que un modelo sea una representación válida del problema, los valores que tomen las variables de decisión deben maximizar ó minimizar la función objetivo (Max, Min), sujeta a las restricciones especificadas. (TAHA, 2002)

Las diversas situaciones que se pueden presentar en la realidad, permiten enfrentar sistemas de gran tamaño y complejidad, los mismos que para que sean manejables se los puede representar mediante sub-modelos, que unidos representan a todo el sistema original. (VACA, 2010) (TAHA, 2002) (HILLIER, 2001)

2.3.2.2.3. Metodología para buscar la solución.

Una vez concluida la fase de formulación del modelo se procede a buscar el método que permita resolverlo, esto es, la técnica mediante la cual se encuentren los valores de cada una de las variables de decisión para llegar a la solución óptima. (VACA, 2010) (TAHA, 2002).

En ocasiones, de acuerdo con la naturaleza del problema, no es posible definir claramente un método analítico para resolverlo, o no existe un método para resolver el modelo, entonces, existen dos alternativas de solución de este problema:

a) Desarrollar un Método que resuelva este tipo de Modelo. Esto implica, tener la

disponibilidad del conocimiento y la experiencia para desarrollar un método, lo cual no siempre es posible. Además requiere invertir tiempo, recursos humanos y económicos y en el caso de tener la capacidad de hacerlo, debemos preguntar si la solución del problema inicialmente planteado puede esperar hasta que se desarrolle el Método que generalmente requiera mucho tiempo y pruebas. (VACA, 2010) (TAHA, 2002)

b) La otra alternativa es reformular las etapas anteriores, esto es, la formulación del problema y/o el replanteamiento del Modelo para una revisión o simplificación del mismo, a fin de facilitar, si es posible su análisis posterior. (VACA, 2010) (TAHA, 2002)

En el caso de los modelos de Programación Lineal el método se encuentra definido, por lo que esta etapa se puede considerar que ha sido resuelta, sin embargo, este proceso también puede influenciar la reestructuración del modelo en virtud de alguna complejidad que puede dificultar la utilización del método existente. (VACA, 2010) (TAHA, 2002)

2.3.2.2.4. Levantamiento de Datos

En esta fase es necesario determinar el conjunto de datos que alimentarán al modelo, estos datos pueden ser o no posibles de obtenerse, se los puede conseguir con un determinado grado de dificultad en un periodo largo de tiempo, que puede ser igual o mayor que el horizonte de planificación del modelo. (TAHA, 2002).

En modelos matemáticos de planificación regional o a nivel de país, generalmente se requieren volúmenes grandes de información que pueden estar descentralizadas, por lo tanto, será necesario formar un equipo que se encargue de recopilar esta información, dándoles a seguir el tratamiento necesario para que puedan ser utilizadas en el modelo. (VACA, 2010)

En muchas ocasiones los datos pueden estar distorsionados o desactualizados. Por lo tanto es conveniente tomar en cuenta la calidad y confiabilidad de los datos

que alimentan al modelo, ya sea experimental ó estadísticamente, verificando de esta forma si los datos satisfacen todos los requerimientos del modelo, si no es así, se puede iniciar lo que se conoce como enriquecimiento del modelo que consiste en modificar y validarlo regresando inclusive a etapas anteriores, hasta obtener un modelo que represente más fielmente al sistema y nos permita confiar en las decisiones que se tomarán basadas en él. (VACA, 2010)

2.3.2.2.5. Solución del Modelo

En la Programación Matemática, los modelos resultantes para analizar los sistemas, tienen muchas variables y restricciones, por lo que es indispensable utilizar Paquetes Computacionales para resolverlos. Estos paquetes pueden existir en el mercado de software y se los deberá utilizar, lo que implica el saber manejar los paquetes, esto es saber cuáles son los formatos de entrada de los datos y que significan los valores calculados por el programa y que se presentan como resultados, y que en la mayoría de los programas, no solo nos dan los valores de las variables, sino también otro tipo de información relacionada con el sistema que estamos analizando. En caso de no existir disponibles los paquetes computacionales, se deberá conocer los lenguajes computacionales adecuados para poder programarlos y así resolver los modelos. (VACA, 2010)

En esta etapa se determinan los valores para cada una de las variables de decisión que optimizan la función objetivo y cumplen con todas las restricciones, es decir, aquellos valores que nos permiten alcanzar la efectividad del sistema representado. (TAHA, 2002)

No siempre es posible obtener una solución óptima del modelo, si no es factible hacerlo, es necesario reformularlo ó volver a las fases anteriores hasta obtener los resultados esperados. Si el modelo está bien construido, la solución será una alternativa óptima para la toma de decisiones. (VACA, 2010) (TAHA, 2002)

2.3.2.2.6. Análisis de Resultados.

Los resultados obtenidos reflejarán la estructura del modelo y de los datos con que se alimentó al mismo; estos resultados deben ser analizados de acuerdo con el conocimiento previo que se posee del sistema. Su análisis exige un conocimiento total del sistema, ya que si los resultados están “distorsionados” con la realidad, significa que se deben reestructurar las etapas anteriores, porque se supone que el modelo y su funcionamiento nos deben dar resultados de acuerdo a la realidad que tratan de representar. (VACA, 2010) (TAHA, 2002).

Una vez que los resultados son aplicables, estos servirán de base para la aplicación de las Técnicas de Post-optimización. Básicamente se podrán aplicar las Técnicas de:

Análisis de Post-Optimización.- Es el proceso que permite aumentar la aplicación de la programación lineal en la práctica , para ello se agrega una dimensión dinámica que investigue el impacto que se tiene al hacer cambios en los parámetros del modelo (coeficientes de la función objetivo y de las restricciones) sobre la solución óptima. El *análisis de post-optimización* propiamente dicho, estudia como quedan afectadas las condiciones de optimalidad y de factibilidad de la solución actual, cuando se produce una modificación o un cambio en alguno de los coeficientes de problema. Además, permite establecer la solución cuando se introducen nuevas variables o nuevas restricciones en el problema. (TAHA, 2002).

Análisis de Sensibilidad.- El análisis de sensibilidad, muy ligado a la post optimización determina el rango o campo de variación admisible para los diferentes coeficientes del problema, dentro del cual la solución actual se mantiene como factible y como óptima. (TAHA, 2002).

2.3.3. Programación Lineal.

La Programación Lineal es un procedimiento o algoritmo matemático mediante el cual se resuelve un problema indeterminado, formulado a través de ecuaciones lineales, optimizando la función objetivo, también lineal. (CASTILLO E., 2002)

Consiste en optimizar (minimizar o maximizar) una función lineal, denominada función objetivo, de tal forma que las variables de dicha función estén sujetas a una serie de restricciones que expresamos mediante un sistema de inecuaciones lineales. (CASTILLO E., 2002)

2.3.3.1. Historia de la Programación Lineal

El problema de la resolución de un sistema lineal de inecuaciones se remonta, al menos, a Fourier, después de quien nace el método de eliminación de Fourier-Motzkin. La programación lineal se plantea como un modelo matemático desarrollado durante la Segunda Guerra Mundial para planificar los gastos y los retornos, a fin de reducir los costos al ejército y aumentar las pérdidas del enemigo. Se mantuvo en secreto hasta 1947. En la posguerra, muchas industrias lo usaron en su planificación diaria. (CORONADO, 1999)

Los fundadores de la técnica son George Dantzig, quien publicó el algoritmo simplex, en 1947, John von Neumann, que desarrolló la teoría de la dualidad en el mismo año, y Leonid Kantoróvich, un matemático ruso, que utiliza técnicas similares en la economía antes de Dantzig y ganó el premio Nobel en economía en 1975. En 1979, otro matemático ruso, Leonid Khachiyan, demostró que el problema de la programación lineal era resoluble en tiempo polinomial. Más tarde, en 1984, Narendra Karmarkar introduce un nuevo método del punto interior para resolver problemas de programación lineal, lo que constituiría un enorme avance en los principios teóricos y prácticos en el área. (CORONADO, 1999)

El ejemplo original de Dantzig de la búsqueda de la mejor asignación de 70 personas a 70 puestos de trabajo es un ejemplo de la utilidad de la programación lineal. La potencia de computación necesaria para examinar todas las

permutaciones a fin de seleccionar la mejor asignación es inmensa; el número de posibles configuraciones excede al número de partículas en el universo. Sin embargo, toma sólo un momento encontrar la solución óptima mediante el planteamiento del problema como una programación lineal y la aplicación del algoritmo simplex. La teoría de la programación lineal reduce drásticamente el número de posibles soluciones óptimas que deberán ser revisadas. (CORONADO, 1999)

2.3.3.2. El Método Simplex Para Solución De Problemas De Programación Lineal.

Es un procedimiento iterativo que permite ir mejorando la solución a cada paso. El proceso concluye cuando no es posible seguir mejorando más dicha solución. Partiendo del valor de la función objetivo en un vértice cualquiera, el método consiste en buscar sucesivamente otro vértice que mejore al anterior. La búsqueda se hace siempre a través de los lados del polígono (o de las aristas del poliedro, si el número de variables es mayor). Como el número de vértices (y de aristas) es finito, siempre se podrá encontrar la solución. (HAEUSSLER E. P., 1997)

El método del simplex se utiliza, sobre todo, para resolver problemas de programación lineal en los que intervienen tres o más variables. (HILLIER, 2001)

La transición de la solución del punto esquina geométrico hasta el método simplex implica un procedimiento de computo que determina en forma algebraica los puntos esquina. Esto se logra convirtiendo primero a todas las restricciones de desigualdad en ecuaciones en ecuaciones para después manipular esas ecuaciones en una forma sistemática. (HAEUSSLER E. P., 1997) (HILLIER, 2001)

Una propiedad general del método simplex es que resuelve la programación lineal en iteraciones. Cada iteración desplaza la solución a un nuevo punto esquina que tiene potencial de mejorar el valor de la función objetivo. El proceso termina cuando ya no se pueden obtener mejoras. El método simplex implica cálculos tediosos y voluminosos, lo que hace que la computadora sea una

herramienta esencial para resolver los problemas de programación lineal (TAHA, 2002)

2.3.3.3. Pasos en la formulación de un modelo lineal.

a) Determinar las variables de decisión y representarlas algebraicamente.-

Las variables de decisión son los factores sujetos a cambio cuyos valores pueden cambiar o al menos variar dentro de ciertos límites, bajo el control del decisor o modelizador. (HAEUSSLER E. P., 1997).

b) Determinar las restricciones, expresadas como ecuaciones o inecuaciones lineales en las variables de decisión.-

Las restricciones generalmente representan la disponibilidad de algún tipo de recurso. (TAHA, 2002)

c) Determinar la función objetivo, función lineal de las variables de decisión, que hay que optimizar.-

La función objetivo se formula como una función matemática de las variables de decisión y viene a representar los deseos del decisor de maximizar un beneficio o minimizar un coste. (LINARES, 2001)

2.3.3.4. Análisis de Dualidad

La programación lineal puede ser usada para resolver una extensa variedad de problemas propios de los negocios, ya sea para maximizar utilidades o minimizar costos. En cada caso la solución óptima no explica cómo podrían ser asignados los recursos para obtener un objetivo establecido. (HAEUSSLER, 1997)

De acuerdo con TAHA (2002)

Cada problema de programación lineal se le asocia otro problema de programación lineal, llamado el problema de programación dual. La solución óptima del problema de programación dual, proporciona la siguiente información respecto del problema de programación original:

1. La solución óptima del problema dual proporciona los precios en el mercado o

los beneficios de los recursos escasos asignados en el problema original. (TAHA, 2002)

2. La solución óptima del problema dual aporta la solución óptima del problema original y viceversa. (TAHA, 2002)

Normalmente llamamos al problema de programación lineal original el problema de programación primal. (HAEUSSLER, 1997)

Las variables duales representan el valor por unidad del recurso. En las publicaciones, las variables se conocen con el nombre abstracto de precios duales, otros nombres son precios sombra y multiplicadores simplex (TAHA, 2002)

2.3.3.4.1. Cambios en los coeficientes de la función objetivo.

Los cambios en los coeficientes harán cambiar la pendiente y en consecuencia el óptimo. Sin embargo, hay un intervalo de variación dentro del cual el óptimo permanece sin cambio. En forma específica nos interesa determinar el intervalo de optimalidad donde se mantenga sin cambio la solución óptima. (TAHA, 2002)

2.3.3.4.2. Cambio en la disponibilidad de recursos

Las restricciones representan el uso de recursos limitados, ya sea en forma directa o indirecta. Investigándose la sensibilidad de la solución óptima a cambios en la cantidad de los recursos disponibles. (TAHA, 2002)

3. METODOLOGÍA – Desarrollo del Modelo matemático de Programación Lineal Para Optimizar La Selección de Fertilizantes a Través De La Disminución De Costos En El Cultivo De Papa.

3.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

3.1.1. Descripción del Instituto Nacional Autónomo de Investigaciones Agropecuarias (INIAP)

Desde su creación en 1959, el INIAP ha generado y continúa produciendo una gran cantidad de información tecnológica con el fin de contribuir al incremento de la productividad agropecuaria nacional. El Instituto mantiene un serio compromiso con la seguridad alimentaria de la población y con la necesidad de lograr una producción agropecuaria competitiva, para afrontar con éxito los desafíos de la globalización, entre los cuales están la participación en tratados de libre comercio y las exigencias de los mercados internacionales que demandan productos agropecuarios de alta calidad, que solamente se logran con la aplicación de tecnologías generadas y adaptadas a las condiciones agroecológicas del país. (DELGADO & JATIVA, 2010)

La constitución Política de la República y otros cuerpos legales derivados o conexos, establecen políticas de Estado a favor del sector agropecuario, en razón al carácter estratégico de la agricultura y su rol generador de empleos y de divisas, a la vez que disponen una atención prioritaria de este sector, por parte del Estado, para garantizar un ambiente sano ecológicamente equilibrado que garantice la sostenibilidad, la seguridad y soberanía alimentaria, es decir el buen vivir, *sumak kawsay*. (DELGADO & JATIVA, 2010)

El trabajo institucional se enmarca en el conjunto de políticas oficiales y se ejecuta a través de Proyectos de Investigación, Desarrollo, Producción y Servicios orientados a solucionar problemas y demandas del sector agropecuario, agroforestal y agroindustrial. (DELGADO & JATIVA, 2010)

La Investigación se orienta por las políticas instituciones del INIAP y se la ejecuta a través de proyectos de Mejoramiento Genético Vegetal, Control y Manejo de Plagas, Manejo de Suelos y Fitonutrición, Composición Física, Química y Funcional de productos y alimentos de consumo humano y animal; Investigación y Desarrollo Agroindustrial, Promoción para la Diversificación del Consumo, Manejo de Cuencas Hidrográficas, Manejo de Sistemas Forestales, Biología Molecular aplicada, Conservación *in-situ* y *ex-situ* de especies vegetales. (DELGADO & JATIVA, 2010)

La producción de semillas de calidad, se realiza en las categorías prebásica, básica y registrada de las principales especies y variedades demandadas en la región interandina. También se ofertan plantas de especies frutales andinas e introducidas. Además, multiplicación acelerada de plantas *in-vitro*. También se ejecutan actividades de producción de semillas de buena calidad por sistemas no convencionales. (DELGADO & JATIVA, 2010)

Se ofrecen servicios especializados en laboratorios de análisis de: Suelos y Aguas, Nutrición y Calidad, Sanidad Vegetal, Biotecnología, Calidad de Semillas, así como servicios de custodia, análisis de distinguibilidad, homogeneidad y estabilidad (DHE) de especies vegetales. (DELGADO & JATIVA, 2010)

La Transferencia de Tecnología se realiza a través de eventos de difusión y capacitación, investigación participativa, dirigida a diversos grupos de interés (productores, estudiantes, técnicos, profesionales y público en general), ya sea en las instalaciones de la Estación Experimental o en las zonas donde se ejecutan los proyectos, conjuntamente con actores locales. (DELGADO & JATIVA, 2010)

3.1.2. Objetivos Institucionales bajo los que trabaja INIAP

- a) Investigar, desarrollar y aplicar el conocimiento científico y tecnológico para lograr una racional explotación, utilización y conservación de los recursos naturales del sector agropecuario. (DELGADO & JATIVA, 2010)

- b) Contribuir al incremento sostenido y sustentable de la producción, productividad y al mejoramiento cualitativo de los productos agro-pecuarios, mediante la generación, adaptación, validación y transferencia de tecnología. (DELGADO & JATIVA, 2010)

3.1.3. Responsabilidad De Los Departamentos que se encuentran formando parte de INIAP

El Instituto Nacional Autónomo de Investigaciones Agropecuarias mantiene su estructura operativa por Programas y Departamentos, enfocándose los primeros en rubros o grupo de rubros y, los segundos, en disciplinas que trabajan horizontalmente a través y en todos los rubros, conforme las demandas y prioridades establecidas. (DELGADO & JATIVA, 2010)

Los principales programas y departamentos de investigación son:

Programas: Arroz, Cacao y Café, Papa, Maíz, Banano y Plátano, Leguminosas, Soya, Forestería, Cebada, Palma Africana, Frutales, Hortalizas, Nuevos Cultivos.

Departamentos: Protección Vegetal, Manejo de Suelos y Agua, Recursos Genéticos, Biotecnología, Nutrición y Calidad, Economía Agrícola, Producción Animal y Producción de semillas. Los programas y departamentos ejecutan sus actividades a través de proyectos, calificados socialmente por su prioridad temática, por los objetivos planteados, la metodología aplicada y los resultados esperados; plantean las actividades suficientes y necesarias para su logro, así como el presupuesto y la fuente de financiamiento. El INIAP utiliza como herramienta de planificación de sus proyectos al Marco Lógico. Los resultados obtenidos en los proyectos que ejecuta INIAP, independientemente de su financiamiento, son de propiedad Institucional y están direccionados a solucionar problemas tecnológicos de zonas específicas con potencial de producción, en rubros con demanda real de mercado o necesarios para la seguridad alimentaria; en su mayoría proponen la conjunción de recursos y capacidades, de forma preferente con aliados estratégicos locales, de forma interdisciplinaria y con visión de cadenas productivas. (DELGADO & JATIVA, 2010)

3.1.4. Plan Estratégico Del Instituto Nacional Autónomo de Investigaciones Agropecuarias.

Misión

"Generar y proporcionar tecnologías apropiadas, productos, servicios y capacitación especializadas para contribuir al desarrollo sostenible de los sectores agropecuario, agroforestal y agroindustrial" (DELGADO & JATIVA, 2010)

En concordancia con su misión, el INIAP investigará, generará, adaptará, promoverá y difundirá conocimiento y tecnologías adecuadas a las demandas preferentemente de las cadenas agro-productivas, a fin de propender al desarrollo sustentable y competitivo del sector y contribuir al bienestar de la sociedad ecuatoriana. Esta misión la cumplirá en forma directa o asociada con otras organizaciones públicas y privadas. (DELGADO & JATIVA, 2010)

Visión

Hasta el 2020, INIAP será la institución líder en la innovación y desarrollo tecnológico agropecuario sustentable, que satisface con productos especializados y de alta calidad las demandas efectivas de los sectores agropecuario, agroforestal y agroindustrial, con alto prestigio nacional e internacional, que forma y cuenta con personal de alta calidad profesional y humana, comprometidos con el desarrollo científico y socioeconómico de país. (DELGADO & JATIVA, 2010)

Valores

- ✓ Rigor científico
- ✓ Enfoque estratégico
- ✓ Eficiencia y eficacia
- ✓ Visión proactiva
- ✓ Cultura de alianzas
- ✓ Misión social con equidad
- ✓ Responsabilidad ambiental

- ✓ Formación de recursos humanos
- ✓ Ética y disciplina

Tabla 2 : Fortalezas, Oportunidades, Debilidades y Amenazas presentes en INIAP.

FORTALEZAS	OPORTUNIDADES	DEBILIDADES	AMENAZAS
Personal altamente Capacitado	Convenios con organismos internacionales	Promedio de edad alto entre el personal	Dependencia de las políticas del gobierno de turno
Laboratorios totalmente Equipados y nuevos	INIAP es reconocida su labor en el país	Presupuesto estatal bajo para investigación	Fuga de Cerebros por baja paga
Equipos informáticos nuevos	Posibilidad de Inversiones tanto Nacionales como Internacionales	Hay actividades que aun son realizadas de manera manual	Bajo recambio generacional.
Estaciones experimentales en las principales productoras del país		No existe levantado los procesos de INIAP	

Fuente: Elaborado a partir de (DELGADO & JATIVA, 2010)

3.1.5. Descripción Del Problema a Analizar.

La soberanía alimentaria depende en gran medida de políticas de Estado, el INIAP debe disponer de suficiente capacidad para satisfacer la demanda de tecnología, sobre todo, de aquella vinculada con la producción de rubros de consumo interno, en particular de los que hacen parte de la “canasta familiar”, a fin de evitar la dependencia de terceros países para satisfacer las necesidades de alimentos de la población nacional (DELGADO & JATIVA, 2010).

Para lograr incrementar la producción agrícola para abastecer al crecimiento de la población, únicamente existen dos factores posibles:

- Aumentar las superficies de cultivo, posibilidad cada vez más limitada sobre todo en los países desarrollados, lo que iría en detrimento de las grandes masas forestales. (Asociación Nacional de Fabricantes de Fertilizantes de España)

- Proporcionar a los suelos fuentes de nutrientes adicionales en formas asimilables por las plantas, para incrementar los rendimientos de los cultivos. (Asociación Nacional de Fabricantes de Fertilizantes de España)

En el Ecuador los fertilizantes son productos que representan entre el 20 y 30 % de los costos de producción del cultivo. (BERNAL, 2004)

El uso eficiente de fertilizantes, reducen el costo de producción que poseen los agricultores y protegen al medio ambiente. (CADAHÍA, EYMAR, LUCENA, & et.al., 2005)

El técnico al conocer los requerimientos nutricionales del cultivo, por un lado y los fertilizantes disponibles por otro lado, recomienda una mezcla adecuada para cada consulta basándose en su conocimiento y experiencia. (ANGEL, TALADRIZ, & WEBER, 2001, págs. 73-91)

De acuerdo con ANGEL, TALADRIZ, & WEBER, 2001, págs. 73-91. El proceso descrito conlleva mucho tiempo y no resulta necesariamente en soluciones óptimas. Por ello el planteamiento de un Modelo de programación lineal ayudaría a encontrar soluciones rápidas y óptimas.

La utilización de metodologías de Investigación operativa son alternativas poco aplicadas e investigadas en la agricultura de nuestro país. (ALVARADO, 2011)

La propuesta es la utilización de la metodología de Programación Lineal para reducir los costos de fertilización a través de un escogitamiento de los fertilizantes basado por su contenido nutricional así como por los costos.

3.1.6. Determinación De Costos De Producción e Índices De Producción

Los costos del cultivo de papa se presentan en el Anexo A, y los índices para medir la rentabilidad de este cultivo son la rentabilidad, beneficio costo, mostrados en el anexo A.

3.2. FORMULACIÓN DEL MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL

3.2.1. Formulación Del Modelo General Aplicado Al Problema A Investigar

Para mantener una fertilización adecuada se requiere:

La dosificación adecuada de fertilizantes, requiere un diagnóstico de suelo, y planta, los cual permite relacionar la nutrición de la planta con la dosis correspondiente de fertilizantes con el fin de optimizar el proceso de fertilización (CADAHÍA, EYMAR, LUCENA, & et.al., 2005)

La información requerida para esta decisión es: el requerimiento de nutrientes del cultivo, determinado en el paso previo, descripción técnica de todos los fertilizantes y sus costos. La combinación de los fertilizantes de acuerdo a sus costos será el motivo de análisis. (ANGEL, TALADRIZ, & WEBER, 2001)

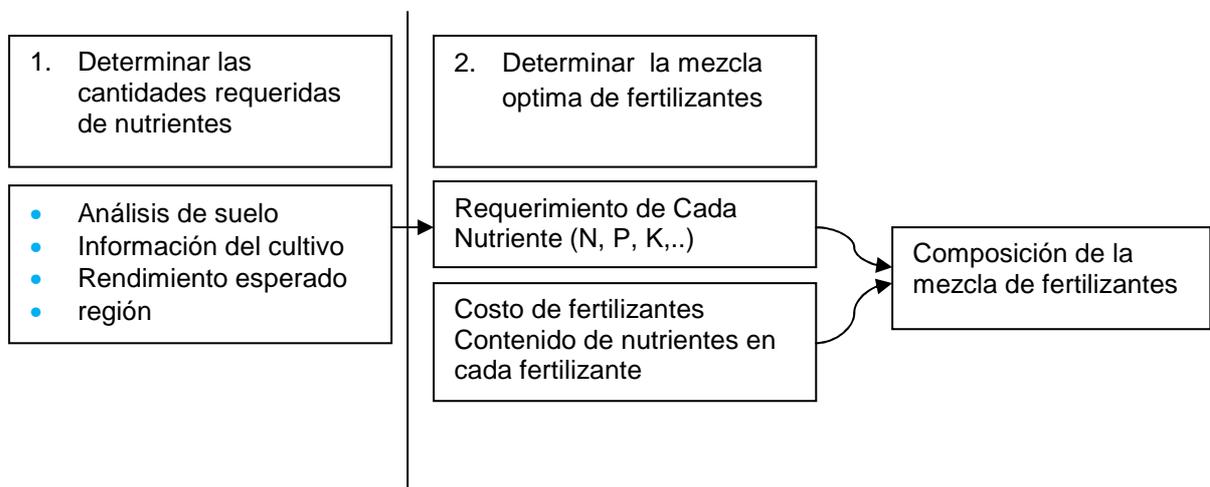


Figura 3. La mezcla correcta de fertilizantes consiste en dos subproblemas: Determinar los requerimientos de nutrientes (laboratorio Análisis) y Formular la mezcla de costo mínimo (ANGEL, TALADRIZ, & WEBER, 2001, págs. 73-91)

3.2.2. Horizonte de Planificación.

Si el programa informático no permite una actualización de precios continua, su horizonte de planificación sería hasta que los precios de los fertilizantes cambien. Siendo el horizonte de planificación de aproximadamente un año.

3.2.3. Variables.

En base a las entrevistas personales VELÁSQUEZ J. y RAMOS C. técnicos conocedores en el manejo del cultivo de papa, así como revisiones en el vademécum agrícola se seleccionó una lista de aquellos fertilizantes cuya formulación es la que predomina en el mercado.

Tabla 3. Lista de los Fertilizantes cuya formulación predomina en el mercado y se utilizan en la producción de papa comercial

Fertilizante	Casa Comercial	Simbología
Reypapa siembra	Fertisa	Xc1
Reypapa aporque	Fertisa	Xc2
Kristalon Inicio	Yara, SQM, Pronaca	Xc3
Kristalon Desarrollo	Yara, SQM, Pronaca	Xc4
Kristalon Engrose	Yara, SQM, Pronaca	Xc5
Kristalon Finalizador	Yara, SQM, Pronaca	Xc6
Kristalon Producción	Yara, SQM, Pronaca	Xc7
Kristalon crecimiento	Yara, SQM, Pronaca	Xc8
Kristalon Floración	Yara, SQM, Pronaca	Xc9
Eco-Abonaza	Pronaca	Xc10
Fernical (Nitrato de Calcio)	Fertisa	Xs1
Fernitrok (Nitrato de Potasio)	Fertisa	Xc11
Urea	Fertisa	Xs2
Sulfato de Amonio	Fertisa	Xs3
Nitrato de Amonio	Fertisa	Xs4
Super Fosfato Triple	Fertisa	Xs5
Muriato de Potasio	Fertisa	Xs6
Fertitec 10-30-10	MK	Xc12
Fórmula enriquecidas con Mg y S	Fertisa	Xc13
Kelatex (Ca-Cu-Zn-Mg-Mn-Fe-(B))	Farmagro	Xm1
Floramag	Alaska	Xs7
Hydrocomplex 12-11-18	Pronaca	Xc14
Nitrofoska azul	Basf	Xc15

Floramag		25			5	5						1.6
Fertitec 10-30-10	10	30	10	0.015	0.015	1.17	0.03	0.015	0.065	0.032	0.065	1.2516
Formula enriquecida con Mg y S	15	30	15		1	1						1.22
Kelatex				9	9		20.5		9	9	9	4.90
Hydrocomplex	12	11	18		2.7	8	0.015		0.2	0.02	0.02	4.10
Nitrofoska azul	12	12	17	5	2	15	0.02	0.003	0.2		0.01	5.40
Nitrofoska Perfekt	15	5	20	2	2	20		0.003	0.2		0.01	5.00
Sul-po-mag		22			18	22						1.3572
Keylate					3			5	5	5	9	5.50
Kelamin Calcio				20								3.70
Kelamin Cobre								20				3.80
Kelamin Hierro									18			4
Kelamin 422				4.3	4.3			1.8	1.8	1.8	1.8	5.8

Fuente: Elaborado a partir de la información encontrada (EDIFARM, 2010)

3.2.5. Definición de la función objetivo.

$$\text{Min } \sum_{i=1}^n c_i x_i$$

Siendo:

c_i = Costo Producto i (USD/Kg)

x_i = Cantidad Producto i (Kg/ha)

Considerando los coeficientes y las variables la función objetivo será como sigue:

$$\text{Min } f(x) = 0.69Xc1 + 0.65Xc2 + 5.68Xc3 + 4.84Xc4 + 4.84xc5 + 4.840xc6 + 4.70Xc7 + 4.84Xc8 + 4.84Xc9 + 1.60Xc10 + 0.65Xs1 + 1.21Xc11 + 0.92Xs2 + 0.78Xs3 + 0.95Xs4 + 1.8Xs5 + 1.4Xs6 + 1.25Xc12 + 1.22Xc13 + 4.10Xc14 + 1.6Xs7 + 4.90Xm1 + 5.40Xc15 + 5Xc16 + 1.36Xs8 + 5.50Xm2 + 3.70Xm3 + 3.80Xm4 + 4.00Xm5 + 5.80Xm6$$

3.2.6. Definición de los tipos de restricciones.

Las restricciones que se determinaron para el problema son del siguiente tipo:

$$\text{Tipo 1: } A_j = \sum_{i=1}^n a_{i,j} \times x_i$$

Siendo $a_{i,j}$ el coeficiente de la restricción (Contenido porcentual de elementos) y x_i variable (CABRERA, sf)

$$\text{Tipo 2: } B_j \leq \sum_{i=1}^n b_{i,j} \times x_i$$

Siendo $bi.j$ el coeficiente de la restricción (Contenido porcentual de elementos) y xi variable (CABRERA, sf)

Para el manejo de los nutrientes en algunos de los casos tiene que respetarse estrictamente su valor, pues no se puede permitir exceso o déficit, en otros la cantidad requerida es mínima y puede ser más. Hay que recalcar que este tipo de elementos es difícil llegar a más del mínimo ya sea por retención de los elementos en el suelo o costos. (CADAHÍA, EYMAR, LUCENA, & et.al., 2005) (Instituto de la Potasa y el Fósforo, 1997) (ANGEL, TALADRIZ, & WEBER, 2001)

3.2.7. Definición de los coeficientes de las restricciones

Los coeficientes se obtendrán de los valores de contribución en porcentaje de los elementos en los productos expresados en la tabla 4. Además para poder condicionar las restricciones es necesario los requerimientos del cultivo.

Tabla 5. Requerimientos Nutricionales para el cultivo de papa con los que se pueden alcanzar una producción de 50t/ha

Rendimiento t/ha	N	P ₂ O ₅	K ₂ O	Ca	Mg	S	Zn	Cu	Fe	Mn
	kg/ha						g/ha			
Ecuador										
50	220	50	350	95	35	10	900	60	4600	550

Fuente: Pumisacho y Sherwood, 2002

3.2.8. Planteamiento de las Restricciones

1. Cantidad de Nitrógeno requerida tiene que ser igual con los aportes de los fertilizantes

$$0.13Xc1+0.15Xc2+0.13Xc3+0.18Xc4+0.15Xc5+0.12Xc6+0.03Xc7+0.20Xc8+0.19Xc9+0.03Xc10+0.155Xs1+0.135Xc11+0.46Xs2+0.21Xs3+0.34Xs4+0.10Xc12+0.15Xc13+0.12Xc14+0.12Xc15+0.15Xc16= 220$$
2. Cantidad de Fósforo requerida tiene que ser igual con los aportes de los productos fertilizantes.

$$0.32Xc1+0.17Xc2+0.40Xc3+0.18Xc4+0.05Xc5+0.12Xc6+0.11Xc7+0.08Xc8+0.06Xc9+0.02Xc10+0.46Xs5+0.25Xs7+0.30Xc12+0.30Xc13+0.11Xc14+0.12Xc15+0.05Xc16+0.22Xs8=50$$

3. Cantidad de Potasio requerida tiene que ser igual con los aportes de los productos fertilizantes.

$$0.11Xc1+0.19Xc2+0.13Xc3+0.18Xc4+0.30Xc5+0.36Xc6+0.38Xc7+0.08Xc8+0.20Xc9+0.03Xc10+0.45Xc11+0.60Xs6+0.10Xc12+0.15Xc13+0.18Xc14+0.17Xc15+0.20Xc16=350$$

4. Cantidad Mínima de Magnesio requerida, tiene que ser equivalente con las fuentes de nutrientes utilizadas.

$$0.03Xc1+0.03Xc2+0.03Xc4+0.03Xc5+0.01Xc6+0.04Xc7+0.02Xc8+0.03Xc9+0.05Xs7+0.01Xc13+0.027Xc14+0.02Xc15+0.02Xc16+0.18Xs8+0.03Xm2+0.09Xm1+0.043Xm6 \geq 35$$

5. Cantidad Mínima de Calcio requerida, tiene que ser equivalente con las fuentes de nutrientes utilizadas.

$$0.01Xc10+0.265Xs1+0.14Xs5+0.00015Xc12+0.09Xm1+0.05Xc15+0.02Xc16+0.20Xm3+0.043Xm6=95$$

6. Cantidad Mínima de Azufre requerida.

$$0.04Xc1+0.04Xc2+0.02Xc4+0.02Xc5+0.01Xc6+0.11Xc7+0.12Xc8+0.03Xc9+0.24Xs3+0.05Xs7+0.0117Xc12+0.01Xc13+0.08Xc14+0.15Xc15+0.20Xc16+0.22Xs8 \geq 10$$

7. Cantidad de Zinc Requerida.

$$0.25Xc3+0.25Xc4+0.25Xc5+0.25Xc6+0.25Xc7+0.25Xc8+0.25Xc9+0.00065Xc12+0.09Xm1+0.0002Xc14+0.0001Xc15+0.0001Xc16+0.09Xm2+0.018Xm6 \leq 0.9$$

8. Cantidad de Cobre Requerida.

$$0.001Xc3+0.001Xc4+0.001Xc5+0.001Xc6+0.00015Xc12+0.00003Xc15+0.0003Xc16+0.05Xm2+0.2Xm4+0.018Xm6=0.06$$

9. Cantidad de Hierro Requerida.

$$0.007Xc3+0.007Xc4+0.007Xc5+0.007Xc6+0.007Xc7+0.007Xc8+0.007Xc9+0.0065Xc12+0.09Xm1+0.002Xc14+0.002Xc15+0.002Xc16+0.05Xm2+0.018Xm6+0.18Xm5 \leq 4.6$$

10. Cantidad de Manganeso Requerida

$$0.004Xc3+0.004Xc4+0.004Xc5+0.004Xc6+0.004Xc7+0.004Xc8+0.004Xc9+0.0032Xc12+0.09Xm1+0.0002Xc14+0.05Xm2+0.018Xm6 = 0.55$$

11. Restricción de no negatividad de las variables.

$$X_i \geq 0$$

3.3. LEVANTAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

3.3.1. Análisis Químico De Suelos e Información Del Cultivo

De acuerdo con SUMNER Existen más de 50 factores que gobiernan el crecimiento y el comportamiento de los cultivos. Estos factores se pueden dividir en tres categorías principales: controlables, parcialmente controlables e incontrolables. Ejemplos de factores incontrolables son la luz, temperatura, viento, duración del día y concentración de CO₂ de la atmósfera. En la mayoría de los casos, el productor debe convivir con las condiciones del medio en el que se desenvuelve. Ejemplos de los factores parcialmente controlables son la falta de precipitaciones, que pueden suplementarse con riego, plagas y enfermedades que pueden ser controladas con protectantes y manejo, y ciertas propiedades físicas pueden mejorarse, aunque no cambiarse totalmente, con obras de drenaje o enmiendas. Entre los factores controlables se pueden mencionar dosis y localización de nutrientes, prácticas culturales tales como el espaciamiento entre surcos, densidad y época de siembra, tipo de cultivo y rotaciones. Para que un cultivo exprese su potencial de rendimiento todos estos factores deben estar a un nivel óptimo.

El análisis de suelos se refiere a cualquier análisis químico rápido para evaluar el nivel de nutrientes disponibles para la planta, la salinidad o acidez y los elementos tóxicos presentes en el suelo. (Instituto de la Potasa y el Fósforo, 1997). Según PECK Y SOLTANPOUR (Citado por SUMNER) Bajo el análisis de suelo también se incluyen las interpretaciones y evaluaciones de los resultados y las recomendaciones de fertilización y enmiendas que se basan en estos resultados.

El análisis foliar, que es semejante al análisis de sangre en las personas, indica lo que absorbió la planta de toda la oferta presente en el suelo. (SUMNER)

El análisis de suelos y el análisis foliar son herramientas complementarias y se usan como guía para determinar cual o cuales son el o los factores nutricionales que limitan el crecimiento del cultivo. (SUMNER)

3.3.2. Conocimiento del Experto en Agronomía.

El contar con técnicos experimentados en la técnica de laboratorio e interpretación de análisis de suelos y foliares es necesario, pues una buena recomendación de fertilización no puede hacerse en una computadora, ya que no es posible programar toda la experiencia de un agrónomo experimentado, pero puede facilitar ciertos pasos del proceso. (SUMNER)

3.3.3. Requerimientos de Nutrientes del Cultivo de Papa

Para definir el requerimiento nutricional de los cultivos de una región se deben de realizar experimentos seleccionando las prácticas de producción representativas, donde se estudien simultáneamente los principales nutrimentos limitantes para los diferentes grupos de condiciones, manteniendo constantes los otros factores. (CHÁVES, BERZOZA, & CUETO, 2002).

Los requerimientos nutricionales del cultivo de papa, son con los cuales se puede a llegar a obtener una producción de calidad y que justifique la inversión del cultivo (Tabla 5.) (PUMISACHO & SHERWOOD, El Cultivo de Papa en el Ecuador, 2002)

3.3.4. Fertilizantes Utilizados en el Cultivo de Papa.

En base a la experiencia de los técnicos se consideró a aquellos fertilizantes cuyas formulaciones funcionan bien con el cultivo de papa y otros que podrían ser buenas alternativas (SUMNER), (CHÁVES, BERZOZA, & CUETO, 2002). Este resultado se plasmó en la tabla 3.

ANGEL, TALADRIZ, & WEBER, 2001, esquemáticamente lo representan de la siguiente manera:

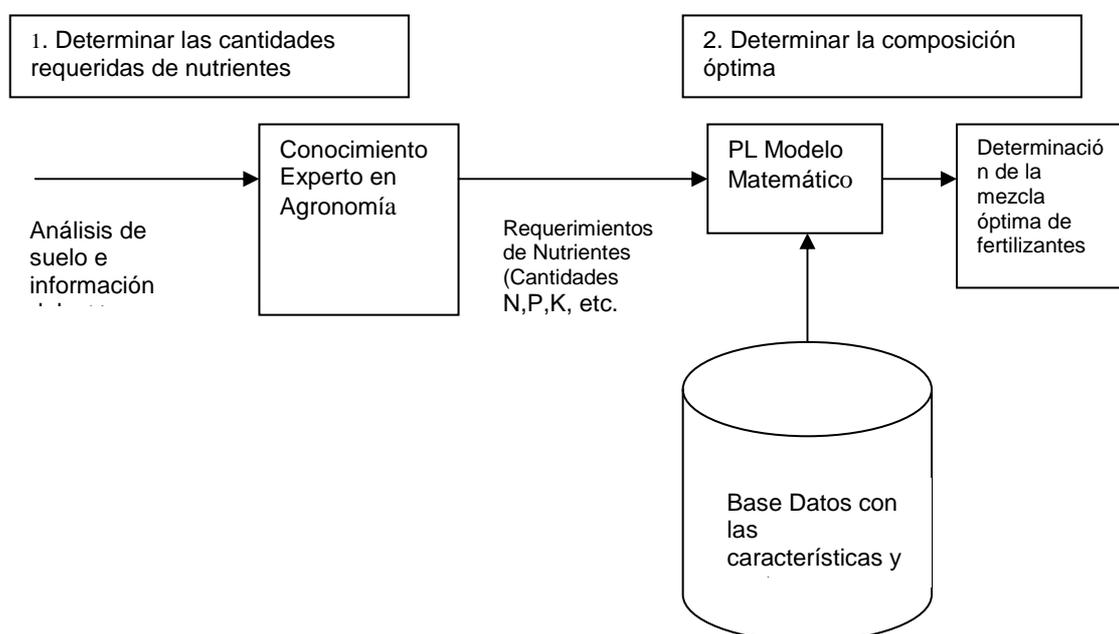


Figura 4. Esquema de los datos que se requieren en el modelo y como se integran al mismo.

Fuente: (ANGEL, TALADRIZ, & WEBER, 2001)

3.4. Solución del Modelo

El Modelo matemático se lo resolvió introduciendo los datos en el programa TORA Optimization System, Windows®-version 1.00 Copyright © 2000-2002 Hamdy A. Taha. All Rights Reserved. (TAHA, 2002). A continuación se presenta los datos que se ingresaron en el mencionado programa para resolver el modelo, Así como también las salidas (outputs) de los resultados.

TORA Optimization System, Windows®-version 1.00
 Copyright © 2000-2002 Hamdy A. Taha. All Rights Reserved
 Martes, Mayo 03, 2011 11:30

LINEAR PROGRAM -- ORIGINAL DATA

Title: Fertilizantes Para Papa

	Xc1	Xc2	Xc3	Xc4	Xc5	Xc6
	x1	x2	x3	x4	x5	x6
Minimize	1.38	1.30	11.36	9.68	9.68	9.68
Subject to						
(1)	0.13	0.15	0.13	0.18	0.15	0.12
(2)	0.32	0.17	0.40	0.18	0.05	0.03
(3)	0.11	0.19	0.13	0.18	0.30	0.36
(4)	0.03	0.03	0.00	0.03	0.03	0.01
(5)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
(6)	0.04	0.04	0.00	0.02	0.02	0.01
(7)	0.00	0.00	0.25	0.25	0.25	0.25
(8)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
(9)	0.00	0.00	0.01	0.01	0.01	0.01
(10)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Lower Bound	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Upper Bound	infinity	infinity	infinity	infinity	infinity	infinity
Unrestr'd (y/n)?	n	n	n	n	n	n
	Xc7	Xc8	Xc9	Xc10	Xs1	Xc11
	x7	x8	x9	x10	x11	x12
(1)	9.40	9.68	9.68	3.20	1.30	2.42
(2)	0.03	0.20	0.19	0.00	0.16	0.14
(3)	0.11	0.08	0.06	0.00	0.00	0.00
(4)	0.38	0.08	0.20	0.03	0.00	0.45
(5)	0.04	0.02	0.03	0.00	0.00	0.00
(6)	0.00	0.00	0.00	0.01	0.27	0.00
(7)	0.11	0.12	0.03	0.00	0.00	0.00
(8)	0.25	0.25	0.25	0.00	0.00	0.00
(9)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
(10)	0.01	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00
(10)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Lower Bound	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Upper Bound	infinity	infinity	infinity	infinity	infinity	0.00
Unrestr'd (y/n)?	n	n	n	n	n	n
	Xs2	Xs3	Xs4	Xs5	Xs6	Xc12
	x13	x14	x15	x16	x17	x18
(1)	1.84	1.56	1.90	3.60	2.80	2.50
(2)	0.46	0.21	0.34	0.00	0.00	0.10
(3)	0.00	0.00	0.00	0.46	0.00	0.30
(4)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.60	0.10
(5)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
(6)	0.00	0.24	0.00	0.14	0.00	0.00
(7)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
(8)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
(9)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
(10)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Lower Bound	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Upper Bound	infinity	infinity	infinity	infinity	infinity	infinity
Unrestr'd (y/n)?	n	n	n	n	n	n

	Xc13 x19	Xc14 x20	Xs7 x21	Xm1 x22	Xc15 x23	Xc16 x24
(1)	2.44	8.20	3.20	9.80	10.80	10.00
(2)	0.15	0.12	0.00	0.00	0.12	0.15
(3)	0.30	0.11	0.25	0.00	0.12	0.05
(4)	0.15	0.18	0.00	0.00	0.17	0.20
(5)	0.01	0.03	0.05	0.09	0.02	0.02
(6)	0.00	0.00	0.00	0.09	0.05	0.02
(7)	0.01	0.08	0.05	0.00	0.15	0.20
(8)	0.00	0.00	0.00	0.09	0.00	0.00
(9)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
(10)	0.00	0.00	0.00	0.09	0.00	0.00
Lower Bound	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Upper Bound	infinity	infinity	infinity	infinity	infinity	infinity
Unrestr'd (y/n)?	n	n	n	n	n	n
	Xs8 x25	Xm2 x26	Xm3 x27	Xm4 x28	Xm5 x29	Xm6 x30
(1)	2.72	11.00	7.40	7.60	8.00	11.60
(2)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
(3)	0.22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
(4)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
(5)	0.18	0.03	0.00	0.00	0.00	0.04
(6)	0.00	0.00	0.20	0.00	0.00	0.04
(7)	0.22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
(8)	0.00	0.09	0.00	0.00	0.18	0.02
(9)	0.00	0.05	0.00	0.20	0.00	0.02
(10)	0.00	0.05	0.00	0.00	0.18	0.02
Lower Bound	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Upper Bound	infinity	infinity	infinity	infinity	infinity	infinity
Unrestr'd (y/n)?	n	n	n	n	n	n
(1)	=	220.00				
(2)	=	50.00				
(3)	=	350.00				
(4)	>=	35.00				
(5)	=	95.00				
(6)	>=	10.00				
(7)	<=	0.90				
(8)	=	0.06				
(9)	<=	4.60				
(10)	=	0.55				

LINEAR PROGRAMMING OUTPUT SUMMARY

Title: Fertilizantes Para Papa
 Final Iteration No.: 17
 Objective Value = 3300.55

Variable	Value	Obj Coeff	Obj Val Contrib
x1: Xc1	0.00	1.38	0.00
x2: Xc2	59.21	1.30	76.97
x3: Xc3	0.00	11.36	0.00
x4: Xc4	0.00	9.68	0.00
x5: Xc5	0.00	9.68	0.00
x6: Xc6	0.00	9.68	0.00
x7: Xc7	0.00	9.40	0.00
x8: Xc8	0.00	9.68	0.00
x9: Xc9	0.00	9.68	0.00
x10: Xc10	0.00	3.20	0.00
x11: Xs1	356.42	1.30	463.34
x12: Xc11	0.00	2.42	0.00
x13: Xs2	338.86	1.84	623.50
x14: Xs3	0.00	1.56	0.00
x15: Xs4	0.00	1.90	0.00
x16: Xs5	0.00	3.60	0.00
x17: Xs6	564.58	2.80	1580.84
x18: Xc12	0.00	2.50	0.00
x19: Xc13	0.00	2.44	0.00
x20: Xc14	0.00	8.20	0.00
x21: Xs7	0.00	3.20	0.00
x22: Xm1	6.11	9.80	59.89
x23: Xc15	0.00	10.80	0.00
x24: Xc16	0.00	10.00	0.00
x25: Xs8	181.52	2.72	493.74
x26: Xm2	0.00	11.00	0.00
x27: Xm3	0.00	7.40	0.00
x28: Xm4	0.30	7.60	2.28
x29: Xm5	0.00	8.00	0.00
x30: Xm6	0.00	11.60	0.00

Constraint	RHS	Slack-/Surplus+
1 (=)	220.00	0.00
2 (=)	50.00	0.00
3 (=)	350.00	0.00
4 (>)	35.00	0.00
5 (=)	95.00	0.00
6 (>)	10.00	32.30+
7 (<)	0.90	0.35-
8 (=)	0.06	0.00
9 (<)	4.60	4.05-
10 (=)	0.55	0.00

Sensitivity Analysis

Variable	Current Obj Coeff	Min Obj Coeff	Max Obj Coeff	Reduced Cost
x1: Xc1	1.38	0.13	infinity	-1.25
x2: Xc2	1.30	-35.21	1.89	0.00
x3: Xc3	11.36	-0.41	infinity	-11.77
x4: Xc4	9.68	1.70	infinity	-7.98
x5: Xc5	9.68	2.77	infinity	-6.91
x6: Xc6	9.68	2.61	infinity	-7.07
x7: Xc7	9.40	2.55	infinity	-6.85

x8: Xc8	9.68	1.55	infinity	-8.13
x9: Xc9	9.68	2.38	infinity	-7.30
x10: Xc10	3.20	0.17	infinity	-3.03
x11: Xs1	1.30	-20.98	10.43	0.00
x12: Xc11	2.42	-infinity	2.64	-0.22
x13: Xs2	1.84	1.09	2.57	0.00
x14: Xs3	1.56	0.84	infinity	-0.72
x15: Xs4	1.90	1.36	infinity	-0.54
x16: Xs5	3.60	-1.85	infinity	-5.45
x17: Xs6	2.80	2.51	15.75	0.00
x18: Xc12	2.50	-0.54	infinity	-3.04
x19: Xc13	2.44	0.07	infinity	-2.37
x20: Xc14	8.20	1.38	infinity	-6.82
x21: Xs7	3.20	-0.15	infinity	-3.35
x22: Xm1	9.80	-infinity	17.37	0.00
x23: Xc15	10.80	1.25	infinity	-9.55
x24: Xc16	10.00	1.77	infinity	-8.23
x25: Xs8	2.72	-0.24	49.97	0.00
x26: Xm2	11.00	6.80	infinity	-4.20
x27: Xm3	7.40	0.51	infinity	-6.89
x28: Xm4	7.60	-infinity	24.41	0.00
x29: Xm5	8.00	0.00	infinity	-8.00
x30: Xm6	11.60	3.23	infinity	-8.37

Constraint	Current RHS	Min RHS	Max RHS	Dual Price
1 (=)	220.00	64.13	infinity	4.00
2 (=)	50.00	42.11	188.56	-4.80
3 (=)	350.00	11.25	infinity	4.67
4 (>)	35.00	9.37	41.46	20.98
5 (=)	95.00	0.55	361.49	2.57
6 (>)	10.00	-infinity	42.30	0.00
7 (<)	0.90	0.55	infinity	0.00
8 (=)	0.06	0.00	infinity	38.00
9 (<)	4.60	0.55	infinity	0.00
10 (=)	0.55	0.00	0.90	85.35
UB-x12	0.00	-infinity	752.78	-0.22

4. RESULTADOS Y ANÁLISIS

4.1. ANÁLISIS DE VARIABLES ESTRUCTURALES Y PRUEBA DEL MODELO

Como podemos ver claramente en la Tabla 6. Los resultados de las variables obtenidos a través de la resolución del modelo, nos indican la cantidad necesaria de cada uno de los fertilizantes. El modelo de entre todos los fertilizantes ha seleccionado 7 con los cuales se satisfacen los requerimientos nutricionales del cultivo de papa.

De acuerdo con (TAHA, 2002) Para verificar si los resultados guardan lógica y el modelo trabaja adecuadamente se compara sus resultados con datos históricos.

En este caso se calculó el contenido en kilogramos de cada uno de de los elementos presentes en los fertilizantes. Una vez sumados se observa (Tabla 6.) que los fertilizantes elegidos cumplen con los requerimientos que presenta el cultivo de papa, para un rendimiento de 50 t/ha, lo cual nos demuestra que el modelo funciona.

La solución de la función objetivo, una vez resuelto el modelo en el programa informático es de 1567.469 USD. Este valor es el costo total mínimo que se requiere para cumplir los niveles de fertilización de una hectárea de papa, con los fertilizantes seleccionados por modelo. Siendo Estos: Rey papa aporque, Fernical, Fernitrok, Urea, Kelatex, Sulpomag, Kelamin Cobre.

Tabla 6. Análisis de las variables Estructurales con respecto a la Cantidad requerida de los fertilizantes para satisfacer las necesidades del cultivo de papa y Prueba del Modelo en base a los requerimientos Nutricionales de las plantas

VAR.	FERT.	Cantidad de Fertilizante Kg/Ha	Contribución por elemento de cada uno de los productos fertilizantes Kg/ha.										
			N	P	K	Ca	Mg	S	B	Cu	Fe	Mn	Zn
Xc1	Reypapa siembra	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Xc2	Reypapa aporque	59.208	8.881	10.065	11.250	0.000	1.776	2.368	0.178	0.000	0.000	0.000	0.000

Xc3	Kristalon Inicio	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Xc4	Kristalon Desarrollo	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Xc5	Kristalon Engrose	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
xc6	Kristalon Finalizador	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Xc7	Kristalon Producción	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Xc8	Kristalon crecimiento	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Xc9	Kristalon Floración	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Xc10	Eco-Abonaza	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Xs1	Fernical (Nitrato de Calcio)	356.415	55.244	0.000	0.000	94.450	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Xc11	Feritrok (Nitrato de Potasio)	752.779	101.625	0.000	338.750	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Xs2	Urea	117.933	54.249	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Xs3	Sulfato de Amonio	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Xs4	Nitrato de Amonio	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Xs5	Super Fosfato Triple	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Xs6	Muriato de Potasio	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Xs7	Floramag	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Xc12	Fertitec 10-30-10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Xc13	Formula enriquecida con Mg y S	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Xm1	Kelatex	6.111	0.000	0.000	0.000	0.550	0.550	0.000	1.253	0.000	0.550	0.550	0.550
Xc14	Hydrocomplex	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Xc15	Nitrofoska azul	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Xc16	Nitrofoska Perfekt	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Xs8	Sul-po-mag	181.521	0.000	39.935	0.000	0.000	32.674	39.935	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Xm2	Keylate	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Xm3	Kelamin Calcio	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Xm4	Kelamin Cobre	0.300	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.060	0.000	0.000	0.000
Xm5	Kelamin Hierro	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Xm6	Kelamin 422	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
<i>Total por elemento Suministrado por los fertilizantes seleccionados por Tora Kg /ha</i>			220.000	50.000	350.000	95.000	35.000	42.303	1.430	60.000	550.000	550.000	550.000
<i>Requerimiento de Nutrientes por la planta de papa en Kg/ha</i>			220.000	50.000	350.000	95.000	35.000	25.000		60.000	4600.000	550.000	900.000

Elaboración: Autor Resultados obtenidos TORA Optimization System, Windows®-version 1.00 Copyright © 2000-2002 Hamdy A. Taha. All Rights Reserved.

4.2. ANÁLISIS DE LA HOLGURAS.

El resultado de las variables de holgura es 0 pero es de mencionar que esto en este modelo es beneficioso para aquellas restricciones estrictas en las que se tienen que respetarse su valor, pues no se puede permitir exceso o déficit. (ANGEL, TALADRIZ, & WEBER, 2001). Pero en aquellas restricciones en las cuales tenemos condiciones de desigualdad es conveniente tener un valor distinto a cero debido a los distintos efectos ocasionados por factores fisiológicos y de suelo. (ALVARADO, 2011)

4.3. ANÁLISIS DE LAS VARIABLES DUALES.

Al ser cero las variables de holgura, la solución de las variables duales presenta un valor distinto a cero.

En el caso de este modelo los resultados de las variables duales representan los precios por kilogramo del elemento presente en el fertilizante. Para los casos en donde los precios duales son cero, esto indica que sus recursos asociados, es decir los elementos contenidos en los fertilizantes son abundantes.

Tabla 7. Resultados obtenidos con Tora de las variables duales

Variable	Resultado (USD/Kg del Elemento)	Elemento
y1	2.000	Nitrógeno (N)
y2	2.0520	Fósforo(P)
y3	2.089	Potasio (K)
y4	10.063	Magnesio(Mg)
y5	1.283	Calcio(Ca)
y6	0.000	Azufre(S)
y7	0.000	Zinc (Zn)
y8	19.000	Cobre (Cu)
y9	0.000	Hierro (Fe)
y10	43.000	Manganeso (Mn)

4.4. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

4.4.1. De los coeficientes de la función objetivo.

En análisis de sensibilidad De los coeficientes nos dice que si el precio de los fertilizantes utilizados en el modelo varía tal cual vemos en la tabla 8 , el óptimo determinado permanecerá sin ningún cambio.

Tabla 8: Resultados del Análisis de Sensibilidad de los Coeficientes de la función Obtenidos en el programa TORA

Valor del coeficiente	Valor mínimo que puede tomar el coeficiente	Valor máximo que puede tomar el coeficiente
0.69	0.13514	infinito
0.65	-17.6526	0.9111
5.68	-0.09772	infinito
4.84	0.85999	infinito
4.84	1.31737	infinito
4.84	1.22247	infinito
4.7	1.20301	infinito
4.84	0.77663	infinito
4.84	1.14897	infinito
1.6	0.0755	infinito
0.65	-10.44392	5.2125
1.21	0.36	1.32
0.92	0.54519	1.28529
0.78	0.42	infinito
0.95	0.68	infinito
1.8	-0.76414	infinito
1.4	1.25333	infinito
1.25	-0.18978	infinito
1.22	0.09846	infinito
4.1	0.67064	infinito
1.6	-0.00976	infinito
4.9	"-infinito	8.66775
5.4	0.6149	infinito
5	0.84269	infinito
1.36	-0.06068	25.04572
5.5	3.40681	infinito
3.7	0.2566	infinito
3.8	"-infinito	12.17277
4	0	infinito
5.8	1.60565	infinito

4.4.2. De los valores de los “Recursos”

El análisis de sensibilidad nos muestra que si varían los requerimientos nutricionales en ciertos rangos el punto óptimo no variará, así por ejemplo en el Nitrógeno tenemos que va desde 165.751 a infinito. Este aspecto da mucha flexibilidad al modelo presentado.

Tabla 9. Resultados del análisis de Sensibilidad de los “Recursos” obtenidos en el programa TORA

Valor de los recursos	Valor mínimo que puede tomar el recurso	Valor máximo que puede tomar el recurso
220.000	165.751	infinito
50.000	42.106	127.777
350.000	11.250	530.831
35.000	9.374	41.459
95.000	0.550	187.749
10.000	"-infinito	42.303
0.900	0.550	infinito
0.006	0.000	infinito
4.600	0.550	infinito
0.550	0.000	0.900

Elaboración: Autor Resultados obtenidos TORA Optimization System, Windows®-version 1.00 Copyright © 2000-2002 Hamdy A. Taha. All Rights Reserved.

4.5. ANÁLISIS DE POST-OPTIMIZACIÓN

4.5.1. Función Objetivo Original

$$\begin{aligned} \text{Minf}(x) = & 0.69Xc1 + 0.65Xc2 + 5.68Xc3 + 4.84Xc4 + 4.84xc5 + 4.840xc6 + 4.70Xc7 + 4.84X \\ & c8 + 4.84Xc9 + 1.60Xc10 + 0.65Xs1 + 1.21Xc11 + 0.92Xs2 + 0.78Xs3 + 0.95Xs4 + 1.8Xs5 + \\ & 1.4Xs6 + 1.25Xc12 + 1.22Xc13 + 4.10Xc14 + 1.6Xs7 + 4.90Xm1 + 5.40Xc15 + 5Xc16 + 1.36 \\ & Xs8 + 5.50Xm2 + 3.70Xm3 + 3.80Xm4 + 4.00Xm5 + 5.80Xm6 \end{aligned}$$

4.5.2. Modificación De Los Coeficientes De La Función Objetivo

1. Subida de los fertilizantes que contienen fósforo en un 50%

$$\begin{aligned} \text{Minf}(x) = & 1.035Xc1 + 0.975Xc2 + 8.52Xc3 + 7.26Xc4 + 7.26xc5 + 7.26xc6 + 7.05Xc7 + 7.26 \\ & Xc8 + 7.26Xc9 + 2.4Xc10 + 0.65Xs1 + 1.21Xc11 + 0.92Xs2 + 0.78Xs3 + 0.95Xs4 + 2.7Xs5 + \\ & 1.4Xs6 + 1.875Xc12 + 1.83Xc13 + 6.15Xc14 + 2.4Xs7 + 4.90Xm1 + 8.1Xc15 + 7.5Xc16 + 2. \\ & 04Xs8 + 5.50Xm2 + 3.70Xm3 + 3.80Xm4 + 4.00Xm5 + 5.80Xm6 \end{aligned}$$

2. Subida de los fertilizantes que contienen nitrógeno en un 100%

$$\begin{aligned} \text{Minf}(x) = & 1.38Xc1 + 1.3Xc2 + 11.36Xc3 + 9.68Xc4 + 9.68xc5 + 9.68xc6 + 9.4Xc7 + 9.68Xc8 \\ & + 9.68Xc9 + 3.2Xc10 + 1.3Xs1 + 2.42Xc11 + 1.84Xs2 + 1.56Xs3 + 1.9Xs4 + 1.8Xs5 + 1.4Xs6 \\ & + 2.5Xc12 + 2.44Xc13 + 8.20Xc14 + 1.6Xs7 + 4.90Xm1 + 10.80Xc15 + 10Xc16 + 1.36Xs8 + \\ & 5.50Xm2 + 3.70Xm3 + 3.80Xm4 + 4.00Xm5 + 5.80Xm6 \end{aligned}$$

3. Subida de los fertilizantes que contienen potasio en un 80%

$$\begin{aligned} \text{Minf}(x) = & 1.242Xc1 + 1.17Xc2 + 10.24Xc3 + 8.712Xc4 + 8.712Xc5 + 8.712Xc6 + 8.46Xc7 + \\ & 8.712Xc8 + 8.712Xc9 + 2.88Xc10 + 0.65Xs1 + 2.178Xc11 + 0.92Xs2 + 0.78Xs3 + 0.95Xs4 \\ & + 1.8Xs5 + 2.52Xs6 + 2.25Xc12 + 2.196Xc13 + 7.38Xc14 + 1.6Xs7 + 4.90Xm1 + 9.72Xc15 \\ & + 9.00Xc16 + 1.36Xs8 + 5.50Xm2 + 3.70Xm3 + 3.80Xm4 + 4.00Xm5 + 5.80Xm6 \end{aligned}$$

4. Que suban todos los fertilizantes en un 100%

$$\begin{aligned} \text{Minf}(x) = & 1.38Xc1 + 1.3Xc2 + 11.36Xc3 + 9.68Xc4 + 9.68xc5 + 9.68xc6 + 9.4Xc7 + 9.68Xc8 \\ & + 9.68Xc9 + 3.20Xc10 + 1.30Xs1 + 2.42Xc11 + 1.84Xs2 + 1.56Xs3 + 1.90Xs4 + 3.6Xs5 + 2.8 \\ & Xs6 + 2.5Xc12 + 2.44Xc13 + 8.20Xc14 + 3.2Xs7 + 9.8Xm1 + 10.8Xc15 + 10Xc16 + 2.72Xs8 \\ & + 11Xm2 + 7.4Xm3 + 7.6Xm4 + 8.00Xm5 + 11.60Xm6 \end{aligned}$$

4. Uno de los fertilizantes que aportan con mayor cantidad salen del mercado.

$$\text{Minf}(x)=0.69Xc1+0.65Xc2+5.68Xc3+4.84Xc4+4.84xc5+4.840xc6+4.70Xc7+4.84Xc8+4.84Xc9+1.60Xc10+0.92Xs2+0.78Xs3+0.95Xs4+1.8Xs5+1.4Xs6+1.25Xc12+1.22Xc13+4.10Xc14+1.6Xs7+4.90Xm1+5.40Xc15+5Xc16+5.50Xm2+3.70Xm3+3.80Xm4+4.00Xm5+5.80Xm6$$

4.5.3. Justificación de la Modificación de los Coeficientes de la Función

Objetivo

Los precios de los fertilizantes por lo general van en incremento, pero una situación fuera de lo común ocurrió en el período que va desde abril de 2007 hasta abril de 2008, el precio medio de los fertilizantes más usados en agricultura se ha incrementado un 52 % de media, alcanzándose incrementos mayores al 170% en algunos casos (sobre todo en los productos que contienen fósforo). (COAG, 2011)

El incremento del precio de los fertilizantes se está experimentando en todo el mundo debido a las siguientes causas:

- El alto precio de la energía debido a la **subida continuada del barril de crudo** aumenta el coste del nitrógeno que depende de la evolución de gas natural y este a su vez del coste del petróleo. (COAG, 2011)
- La alta **concentración de la oferta** (tan sólo dos o tres proveedores copan el 90% del mercado). (COAG, 2011)
- **Aumento en la demanda de fertilizantes** a nivel mundial, debido al mayor consumo de países en vías de desarrollo como China, India o Brasil, que precisan de más fertilizantes para satisfacer su creciente agricultura local basada principalmente en la producción de biocombustibles, que además de utilizar una mayor superficie agrícola, precisa también de mayor cantidad de fertilizantes. (COAG, 2011)

También para la post optimización se ha considerado la salida del mercado del fertilizante que más se utiliza en las mezclas, lo cual ha ocurrido con los

productos, pues depende mucho de la empresa productora o importadora de los mismos.

En el 2010 y 2011, los precios de los fertilizantes se han mantenido con rangos normales de variación de precios pero se consideró lo ocurrido en los años 2007 y 2008, pues fue una situación bastante anormal que ocurrió en el mercado del fertilizante a nivel mundial y afecto a la agricultura del país. (PERIODICO HOY, 2008)

4.5.4. Análisis de Resultados.

De los resultados obtenidos a través del Programa TORA en base a las modificaciones realizadas en los coeficientes de la función objetivo podemos decir que los resultados de las *variables estructurales* y las *variables de holgura* no presentan ningún cambio en relación con el modelo original. La variación en la solución del modelo se presenta en las *variables duales* que representan el precio por kg del elemento presente en el fertilizante. Que como podemos ver aumenta a la par que el precio del fertilizante. Aumentando de esta manera los costos de producción por hectárea. (Tabla 10 y Figura 5).

Como podemos ver también varían en el *análisis de sensibilidad* los valores límites dependiendo de cuál de los fertilizantes sean afectados por la subida de precios, tendiéndose en general a incrementarse el rango en estudio.

Con relación si sale del mercado uno de los fertilizantes compuestos que utiliza el modelo claramente se observa un incremento bastante sustancial en el costo total de la fertilización. (Tabla 10 y Figura 5).

Al analizar el Figura 6, se puede observar La relación que existe entre el costo por Kg. Del elemento con relación al costo total de fertilización, siendo visible costos más altos por recurso más altos en Magnesio y Cobre. (Figura 6). Hay que mencionar que los fertilizantes que contienen magnesio por lo general se encuentran asociados a los macro nutrientes y con relación al cobre, este es un

micronutriente que para ser absorbido efectivamente por la planta su molécula tiene que ser aliada a otras cuya síntesis es costosa.

Todos los resultados obtenidos a través de la aplicación del Programa informático están resumidos en la tabla 10 y 11, pero en los anexos se presentan ejemplos de las salidas que emite el software.

Tabla 10: Informe ejecutivo de Post Optimización de los coeficientes de la función objetivo.

	Datos Originales	Incremento de los fertilizantes que contiene fósforo en un 50%	Incremento de los fertilizantes que contienen nitrógeno en un 100%	Incremento de los fertilizantes que contienen K en un 80%	Subida de todos los fertilizantes en un 100%	El fertilizante compuesto con mayor cantidad salga del mercado
f(x)	1567,47	1710,15	2232,18	2313,37	3134,94	3300,55
y1	2,00	2,00	4,00	2,00	4,00	4,00
y2	2.05167	0.46417	0,23	1.1600	4,10	4.8
y3	2,09	2,09	2,33	4,20	4,18	4,67
y4	10,06	11,90	7,28	8,97	20,13	20,98
y5	1,28	1,28	2,56	1,28	2,57	2,57
y6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
y7	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
y8	19,00	19,00	19,00	19,00	38,00	38,00
y9	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
y10	43,00	41,26	44,60	44,19	86,20	85,35
Análisis de Sensibilidad de la Función Objetivo						
c1	0.135/∞	0.698/∞	1.067/∞	0.620/∞	0.270/∞	0.127/∞
c2	-17.653/0.911	- 17.127/1.133	- 17.166/1.447	- 17.251/1.462	-35.305/1.822	-35.212/1.889
c3	-0.098/∞	0.530/∞	1.111/∞	0.538/∞	-0.195/∞	-0.414/∞
c4	0.859/∞	1.193/∞	1.596/∞	1.372/∞	1.719/∞	1.705/∞
c5	1.317/∞	1.444/∞	1.727/∞	1.967/∞	2.635/∞	2.769/∞
c6	1.222/∞	1.281/∞	1.597/∞	2.003/∞	2.445/∞	2.605/∞
c7	1.203/∞	1.444/∞	1.501/∞	2.064/∞	2.406/∞	2.546/∞
c8	0.776/∞	0.933/∞	1.329/∞	0.999/∞	1.553/∞	1.550/∞
c9	1.149/∞	1.292/∞	1.637/∞	1.596/∞	2.298/∞	2.376/∞
c10	0.075/∞	0.075/∞	0.096/∞	0.139/∞	0.151/∞	0.166/∞
c11	-10.443/5.212	-10.639/∞	-9.839/∞	- 10.328/4.727	- 20.888/10.425	- 20.978/10.425
c12	0.360/1.320	0.69415/1.32	1.590/∞	2.160/∞	0.720/2.640	-∞/2.640

c13	0.545/1.285	0.545/1.285	1.077/2.571	-0.596/0.981	1.090/2.571	1.090/2.571
c14	0.420/∞	0.420/∞	0.840/∞	0.420/∞	0.840/∞	0.840/∞
c15	0.680/∞	0.680/∞	1.360/∞	0.680/∞	1.360/∞	1.360/∞
c16	-0.764/∞	-0.034/∞	0.463/∞	-0.354/∞	-1.528/∞	-1.847/∞
c17	1.253/∞	1.253/∞	0.761/2.507	1.249/2.544	2.507/∞	2.507/15.754
c18	-0.190/∞	0.286/∞	0.718/∞	0.289/∞	-0.380/∞	-0.539/∞
c19	0.098/∞	0.593/∞	1.090/∞	0.672/∞	0.197/∞	0.070/∞
c20	0.671/∞	0.894/∞	1.130/∞	1.119/∞	1.34/∞	1.375/∞
c21	-0.009/∞	0.479/∞	0.420/∞	0.159/∞	-0.019/∞	-0.151/∞
c22	-∞/8.667	-∞/8.734	-∞/8.683	-∞/8.628	-∞/17.335	-∞/17.366
c23	0.614/∞	0.842/∞	1.178/∞	1.059/∞	1.230/∞	1.246/∞
c24	0.843/∞	0.959/∞	1.275/∞	1.288/∞	1.685/∞	1.765/∞
c25	-0.061/25.046	0.360/25.466	0.332/25.257	0.093/25.199	-0.121/50.091	-0.242/49.971
c26	3.407/∞	3.370/∞	3.398/∞	3.429/∞	6.814/∞	6.796/∞
c27	0.257/∞	0.257/∞	0.513/∞	0.257/∞	0.513/∞	0.513/∞
c28	-∞/12.173	-∞/12.320	-∞/12.207	-∞/12.086	-∞/24.345	-∞/24.414
c29	0.000/∞	0.000/∞	0.000/∞	0/∞	0.000/∞	0.000/∞
c30	1.606/∞	1.652/∞	1.568/∞	1.578/∞	3.211/∞	3.233/∞

Elaboración: Autor Resultados obtenidos TORA Optimization System, Windows®-version 1.00 Copyright © 2000-2002 Hamdy A. Taha. All Rights Reserved.

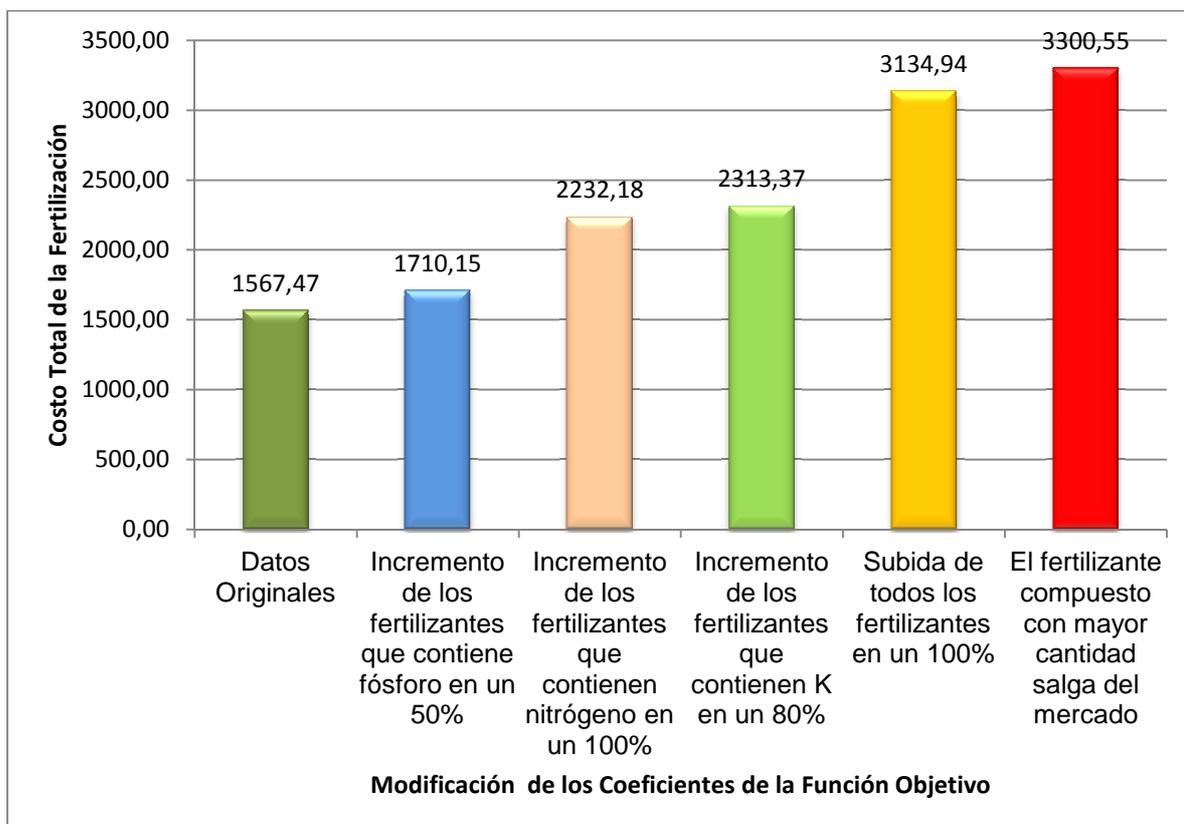


Figura 5. Variación del costo en fertilización con respecto a los análisis de post optimización de los coeficientes de la función objetivo. (Elaboración: Autor)

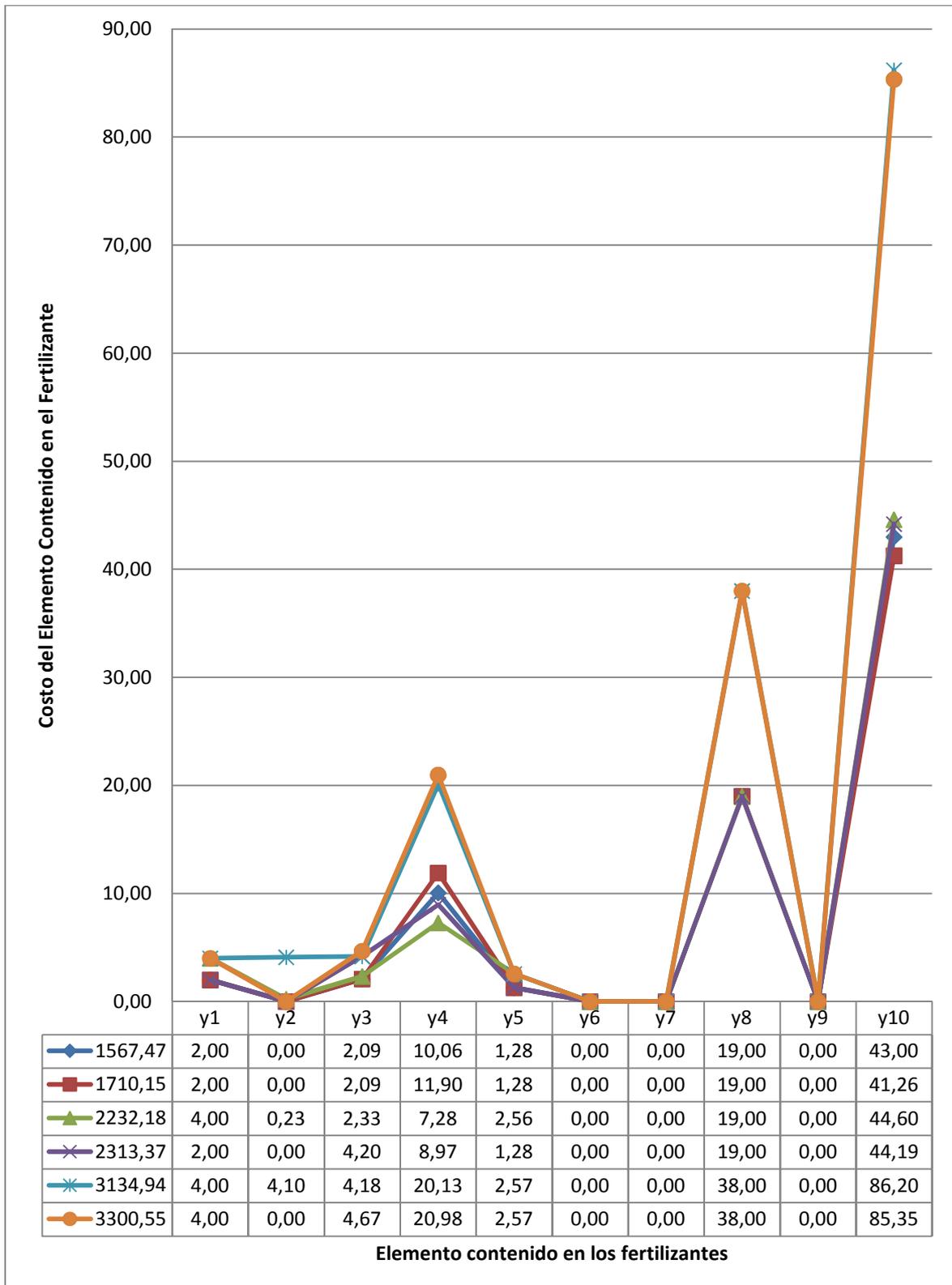


Figura 6. Variación del costo de los elementos contenidos en los fertilizantes con relación a los cambios realizados en los coeficientes de la función objetivo. Elaboración: Autor Resultados obtenidos TORA Optimization System, Windows®-version 1.00 Copyright © 2000-2002 Hamdy A. Taha. All Rights Reserved.

4.5.5. Modificación De Los Recursos.

4.5.5.1. Modificación de los Macronutrientes (N, P, K)

Nitrógeno(N):

$$0.13Xc1+0.15Xc2+0.13Xc3+0.18Xc4+0.15Xc5+0.12Xc6+0.03Xc7+0.20Xc8+0.19Xc9+0.03Xc10+0.155Xs1+0.135Xc11+0.46Xs2+0.21Xs3+0.34Xs4+0.10Xc12+0.15Xc13+0.12Xc14+0.12Xc15+0.15Xc16 \geq 221$$

Fósforo (P):

$$0.32Xc1+0.17Xc2+0.40Xc3+0.18Xc4+0.05Xc5+0.12Xc6+0.11Xc7+0.08Xc8+0.06Xc9+0.02Xc10+0.46Xs5+0.25Xs7+0.30Xc12+0.30Xc13+0.11Xc14+0.12Xc15+0.05Xc16+0.22Xs8 \geq 51$$

Potasio (K):

$$0.11Xc1+0.19Xc2+0.13Xc3+0.18Xc4+0.30Xc5+0.36Xc6+0.38Xc7+0.08Xc8+0.20Xc9+0.03Xc10+0.45Xc11+0.60Xs6+0.10Xc12+0.15Xc13+0.18Xc14+0.17Xc15+0.20Xc16 \geq 351$$

Magnesio (Mg):

$$0.03Xc1+0.03Xc2+0.03Xc4+0.03Xc5+0.01Xc6+0.04Xc7+0.02Xc8+0.03Xc9+0.05Xs7+0.01Xc13+0.027Xc14+0.02Xc15+0.02Xc16+0.18Xs8+0.03Xm2+0.09Xm1+0.043Xm6 \geq 35$$

Calcio (Ca):

$$0.01Xc10+0.265Xs1+0.14Xs5+0.00015Xc12+0.09Xm1+0.05Xc15+0.02Xc16+0.20Xm3+0.043Xm6=95$$

Azufre (S):

$$0.04Xc1+0.04Xc2+0.02Xc4+0.02Xc5+0.01Xc6+0.11Xc7+0.12Xc8+0.03Xc9+0.24Xs3+0.05Xs7+0.0117Xc12+0.01Xc13+0.08Xc14+0.15Xc15+0.20Xc16+0.22Xs8 \geq 10$$

Zinc (Zn):

$$0.25Xc3+0.25Xc4+0.25Xc5+0.25Xc6+0.25Xc7+0.25Xc8+0.25Xc9+0.00065Xc12+0.09Xm1+0.0002Xc14+0.0001Xc15+0.0001Xc16+0.09Xm2+0.018Xm6 \leq 0.9$$

Cobre (Cu):

$$0.001Xc3+0.001Xc4+0.001Xc5+0.001Xc6+0.00015Xc12+0.00003Xc15+0.00003Xc16+0.05Xm2+0.2Xm4+0.018Xm6=0.06$$

Hierro (Fe):

$$0.007Xc3+0.007Xc4+0.007Xc5+0.007Xc6+0.007Xc7+0.007Xc8+0.007Xc9+0.00065Xc12+0.09Xm1+0.002Xc14+0.002Xc15+0.002Xc16+0.05Xm2+0.018Xm6+0.18Xm5 \leq 4.6$$

Manganeso (Mn):

$$0.004Xc3+0.004Xc4+0.004Xc5+0.004Xc6+0.004Xc7+0.004Xc8+0.004Xc9+0.00032Xc12+0.09Xm1+0.0002Xc14+0.05Xm2+0.018Xm6=0.55$$

4.5.5.2. Modificación de los Micronutrientes

Nitrógeno(N):

$$0.13Xc1+0.15Xc2+0.13Xc3+0.18Xc4+0.15Xc5+0.12Xc6+0.03Xc7+0.20Xc8+0.19Xc9+0.03Xc10+0.155Xs1+0.135Xc11+0.46Xs2+0.21Xs3+0.34Xs4+0.10Xc12+0.15Xc13+0.12Xc14+0.12Xc15+0.15Xc16 = 220$$

Fósforo (P):

$$0.32Xc1+0.17Xc2+0.40Xc3+0.18Xc4+0.05Xc5+0.12Xc6+0.11Xc7+0.08Xc8+0.06Xc9+0.02Xc10+0.46Xs5+0.25Xs7+0.30Xc12+0.30Xc13+0.11Xc14+0.12Xc15+0.05Xc16+0.22Xs8 = 50$$

Potasio (K):

$$0.11Xc1+0.19Xc2+0.13Xc3+0.18Xc4+0.30Xc5+0.36Xc6+0.38Xc7+0.08Xc8+0.20Xc9+0.03Xc10+0.45Xc11+0.60Xs6+0.10Xc12+0.15Xc13+0.18Xc14+0.17Xc15+0.20Xc16 = 350$$

Magnesio (Mg):

$$0.03Xc1+0.03Xc2+0.03Xc4+0.03Xc5+0.01Xc6+0.04Xc7+0.02Xc8+0.03Xc9+0.05Xs7+0.01Xc13+0.027Xc14+0.02Xc15+0.02Xc16+0.18Xs8+0.03Xm2+0.09Xm1+0.043Xm6= 35$$

Calcio (Ca):

$$0.01Xc10+0.265Xs1+0.14Xs5+0.00015Xc12+0.09Xm1+0.05Xc15+0.02Xc16+0.20Xm3+0.043Xm6 \geq 95$$

Azufre (S):

$$0.04Xc1+0.04Xc2+0.02Xc4+0.02Xc5+0.01Xc6+0.11Xc7+0.12Xc8+0.03Xc9+0.24Xs3+0.05Xs7+0.0117Xc12+0.01Xc13+0.08Xc14+0.15Xc15+0.20Xc16+0.22Xs8= 10$$

Zinc (Zn):

$$0.25Xc3+0.25Xc4+0.25Xc5+0.25Xc6+0.25Xc7+0.25Xc8+0.25Xc9+0.00065Xc12+0.09Xm1+0.0002Xc14+0.0001Xc15+0.0001Xc16+0.09Xm2+0.018Xm6 \geq 0.9$$

Cobre (Cu):

$$0.001Xc3+0.001Xc4+0.001Xc5+0.001Xc6+0.00015Xc12+0.00003Xc15+0.00003Xc16+0.05Xm2+0.2Xm4+0.018Xm6 \geq 0.06$$

Hierro (Fe):

$$0.007Xc3+0.007Xc4+0.007Xc5+0.007Xc6+0.007Xc7+0.007Xc8+0.007Xc9+0.00065Xc12+0.09Xm1+0.002Xc14+0.002Xc15+0.002Xc16+0.05Xm2+0.018Xm6+0.18Xm5 \geq 4.6$$

Manganeso (Mn):

$$0.004Xc3+0.004Xc4+0.004Xc5+0.004Xc6+0.004Xc7+0.004Xc8+0.004Xc9+0.00032Xc12+0.09Xm1+0.0002Xc14+0.05Xm2+0.018Xm6 \geq 0.55$$

4.5.6. Justificación del Cambio de los Recursos.

4.5.6.1. Modificación del Nitrógeno, Fósforo y Potasio

En el suelo el Nitrógeno, es un elemento sumamente móvil sobre todo en suelos arenosos por lo que sería conveniente probar que ocurre con un valor de requerimiento un poco mayor. (Instituto de la Potasa y el Fósforo, 1997)

El fósforo es un elemento poco móvil en el suelo y en la región interandina es un elemento que se retiene en el coloide del suelo, por lo cual sería conveniente tener cantidades mayores de este elemento. (IDEA BOOKS, S.A., 1998)

Algo similar a lo expuesto ocurre con el potasio por lo cual se probará una variación en los requerimientos del cultivo. (CADAHÍA, EYMAR, LUCENA, & et.al., 2005)

Además los cambios que se produzcan en estos elementos tienen que ser equilibrados por lo cual se los tiene que realizar a los tres elementos (Nitrógeno, Fósforo y Potasio). Para que mantengan una buena tasa de absorción por parte de la planta. (CADAHÍA, EYMAR, LUCENA, & et.al., 2005)

4.5.6.2. Modificación de Macronutrientes Nitrógeno, Fósforo, Potasio y Micronutrientes Boro y Zinc.

Las consideraciones con los macronutrientes son similares a las mencionadas anteriormente. Estos elementos pueden ser retenidos o no estar fácilmente disponibles o no son asimilados, por lo que sería necesario contar con valores un poco superiores pero nunca demasiados. Cabe mencionar que el manejo con

relación a micronutrientes es delicado pues el exceso también se puede producir fitotoxicidad. (CADAHÍA, EYMAR, LUCENA, & et.al., 2005)

4.5.6.3. Análisis de Resultados

Los resultados de las variables estructurales varían, pues al Modificar los macronutrientes se seleccionan únicamente a 4 fertilizantes, que cumplirían la condición impuesta. Al modificar los micronutrientes en las variables estructurales no se considera uno de los fertilizantes, que se encontraba en el modelo original, cabe mencionar que estas alternativas pueden ser ejecutadas en casos especiales.

Las variables de holgura al igual que en el modelo original presentan el valor de cero en las igualdades, además presenta un valor distinto en aquellas restricciones que se han realizado los cambios.

Los resultados de las variables duales presentan variación debido a los cambios realizados en los recursos tanto para los macronutrientes, en donde presenta una reducción de precios duales, con relación a los cambios realizados de micronutrientes lo más significativo es el aumento del valor dual en uno de los elementos (Azufre).

En el análisis de sensibilidad, de los recursos al variar los valores del lado derecho, varía los límites con respecto al modelo original.

Es interesante observar, la disminución de costo cuando se varía los macronutrientes, pero hay que considerar que las alternativas puestas, pueden causar un problema de fitotoxicidad (CADAHÍA, EYMAR, LUCENA, & et.al., 2005) por lo que siempre es necesario el criterio técnico. (SUMNER) (Figura 7).

Como podemos ver en el Figura 8 las alternativas guardan relación con el modelo original por lo que en casos específicos se pueden utilizar estos resultados. Esta acotación se la hace ya que en los resultados el costo de fertilización puede ser menor.

Tabla 11 : Informe ejecutivo de Post Optimización de las variaciones realizadas en los recursos.

	Datos Originales	Modificación de macronutrientes	Modificación de micronutrientes
f(x)	1567,47	1319,08	2756,71
y1	2,00	0,00	2,00
y2	-2.05167	0,00	1,647
y3	2,09	2,33	2,09
y4	10,06	6,88	53,16
y5	1,28	2,45	1,28
y6	0,00	0,00	48.044
y7	0,00	0,00	0,00
y8	19,00	19,00	19,00
y9	0,00	0,00	0,00
y10	43,00	45,10	0,00
Análisis de Sensibilidad de los Recursos			
c1	0.135/∞	0.4633/∞	0.271/0.726
c2	- 17.653/0.911	0.44333/0.67	0.608/0.845
c3	-0.098/∞	0.50274/∞	1.209/∞
c4	0.859/∞	0.82608/∞	1.685/∞
c5	1.317/∞	1.111/∞	1.662/∞
c6	1.222/∞	1.108/∞	1.111/∞
c7	1.203/∞	1.343/∞	-2.124/∞
c8	0.776/∞	0.505/∞	-4.003/∞
c9	1.149/∞	0.854/∞	1.050/∞
c10	0.075/∞	0.094/∞	0.076/∞
c11	- 10.443/5.212	-10.417/3.407	0.310/2.282
c12	0.360/1.320	1.050/∞	0.579/1.320
c13	0.545/1.285	0/∞	0.545/1.285
c14	0.420/∞	0/∞	-11.111/∞
c15	0.680/∞	0/∞	0.680/∞
c16	-0.764/∞	0.343/∞	0.937/∞
c17	1.253/∞	1.337/1.613	1.253/∞
c18	-0.190/∞	0.251/∞	0.344/∞
c19	0.098/∞	0.419/∞	1.158/∞
c20	0.671/∞	0.615/∞	-1.611/∞
c21	-0.009/∞	0.344/∞	0.667/∞
c22	-∞/8.667	-∞/8.65875	-1.045/7.106

c23	0.614/ ∞	0.658/ ∞	-5.286/ ∞
c24	0.843/ ∞	0.654/ ∞	-7.719/ ∞
c25	- 0.061/25.046	1.240/ ∞	0.638/ ∞
c26	3.407/ ∞	3.412/ ∞	2.545/ ∞
c27	0.257/ ∞	0.49057/ ∞	0.257/ ∞
c28	$-\infty$ /12.173	$-\infty$ /12.15279	0.0/15.621
c29	0.000/ ∞	0.000/ ∞	0.0/ ∞
c30	1.606/ ∞	1.555/ ∞	2.683/ ∞

Elaboración: Autor Resultados obtenidos TORA Optimization System, Windows®-version 1.00 Copyright © 2000-2002 Hamdy A. Taha. All Rights Reserved.

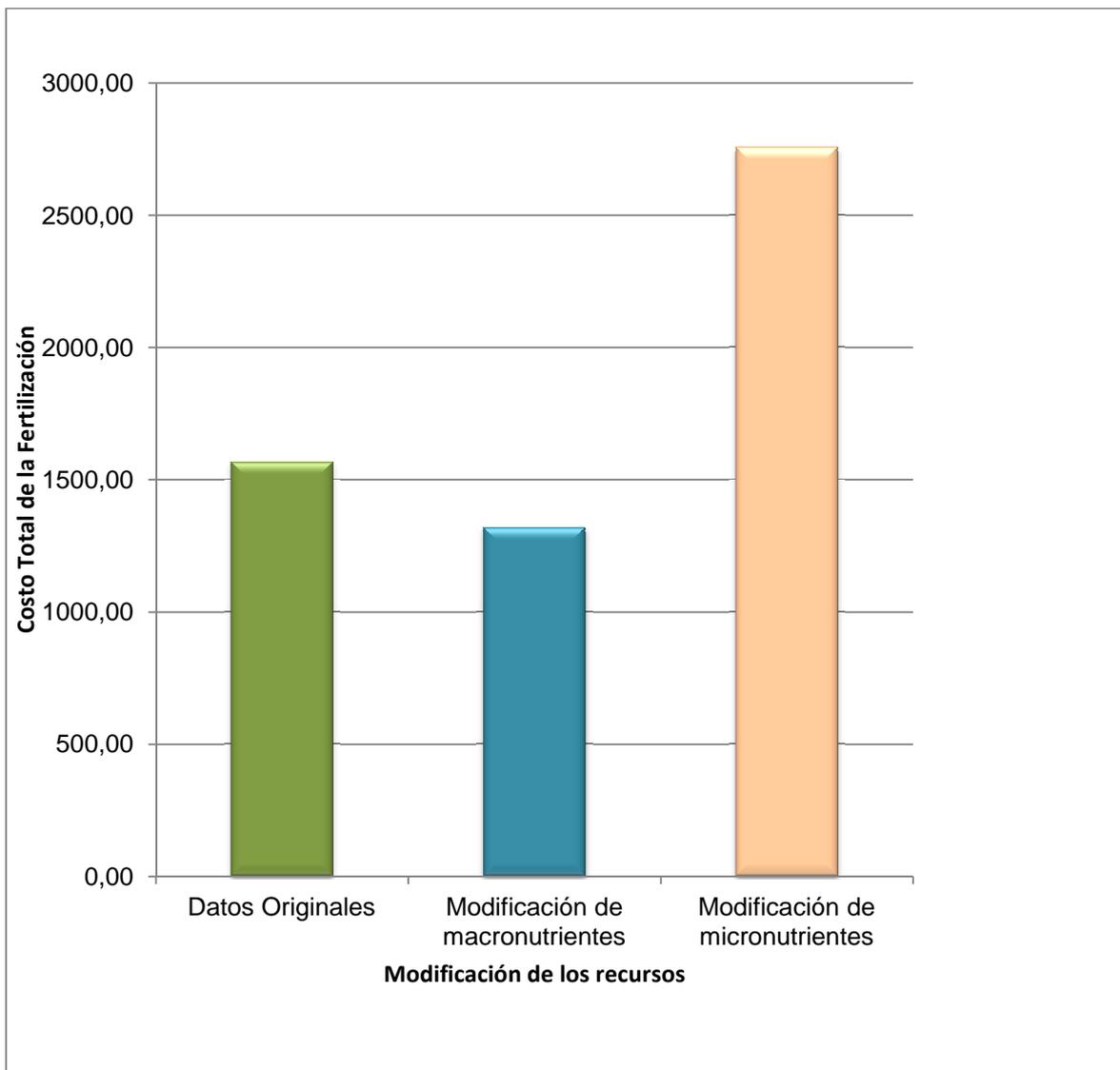


Figura 7. Variación del Costo en fertilización con respecto a los Análisis de Post Optimización de los Recursos Fuente: Autor Resultados obtenidos TORA Optimization System, Windows®-version 1.00 Copyright © 2000-2002 Hamdy A. Taha. All Rights Reserved.

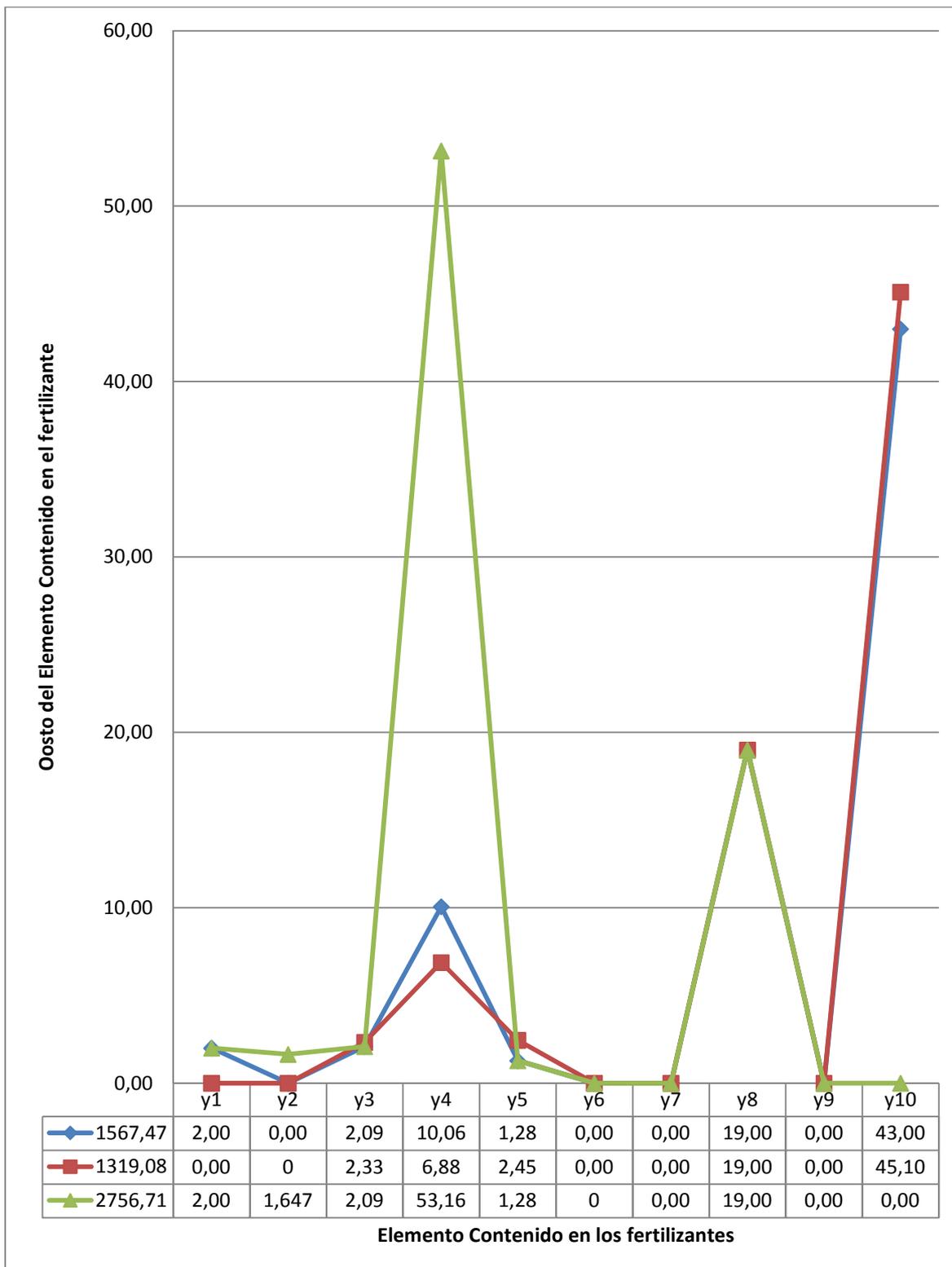


Figura 8. Variación del costo por elemento contenido en los fertilizantes con relación a los cambios realizados en los recursos. Elaboración: Autor Resultados obtenidos TORA Optimization System, Windows®-version 1.00 Copyright © 2000-2002 Hamdy A. Taha. All Rights Reserved.

5. CONCLUSIONES

Los fertilizantes escogidos una vez realizada la solución del modelo por su costo y aporte de nutrientes son: Rey Papa aporque (Xc2) con 59.208 Kg/ha; Fernical (Xs1) con 356.415 Kg/ha; Fernitrok (Xc11) con 752.779 Kg/ha; Urea (Xs2) 117.933 con Kg/ha; Kelatex (Xm1) con 6.111 Kg/ha; Sulpomag (Xs8) 181.521 Kg/ha y Kelamin Cobre (Xm4) 0.300 Kg/ha. Con estos fertilizantes se cumplen los requerimientos nutricionales necesarios para el cultivo de papa. Es decir nos garantizamos la calidad del cultivo y aseguramos un costo razonable.

Los escenarios propuestos con el análisis de optimización, dan amplitud de aplicación al modelo ante circunstancias extremas que pueden ocurrir en la realidad.

Es posible a través de la Programación Lineal facilitar la metodología de escogitamiento de fertilizantes utilizados en el cultivo de papa tomando en cuenta su contenido de nutrientes, así como por su costo.

6. RECOMENDACIONES.

Los resultados de este trabajo pueden constituir la base para generar nuevas soluciones en problemas de reducción de costo en lo inherente nutrición vegetal de otros cultivos

El modelo nos entrega la cantidad total de fertilizante que satisface las demandas del cultivo de papa, la forma de aplicación y la técnica utilizada es competencia del profesional agrícola.

Cada cultivo en si es una ciencia, por ello sería recomendable empezar la investigación para realizar la aplicación en otros cultivos de interés.

7. BIBLIOGRAFÍA

ALVARADO, S. (16 de Mayo de 2011). Modelos Matemáticos y su Aplicación. (D. CAMPAÑA, Entrevistador)

ANGEL, A., TALADRIZ, L., & WEBER, R. (2001). La Combinación de un Sistema Experto y Programación Lineal mejora el servicio al Cliente en SOQUIMICH Comercial S.A. *Revista de Ingeniería de Sistemas*, XV (1), 73-91.

Asociación Nacional de Fabricantes de Fertilizantes de España. (s.f.). *www.anffe.com*. Recuperado el 6 de Abril de 2010, de *www.anffe.com*:
<http://www.anffe.com/noticias/2008/2008-06-02%20La%20importancia%20de%20los%20fertilizantes%20en%20una%20agricultura%20actual%20productiva%20y%20sostenible/LA%20IMPORTANCIA%20DE%20LOS%20FERTILIZANTES.pdf>

BERNAL, M. (24 de Febrero de 2004). *Proyecto SICA Banco Mundial*. Recuperado el 7 de Abril de 2010, de Proyecto SICA Banco Mundial:
http://www.sica.gov.ec/agronegocios/Biblioteca/Ing%20Rizzo/agricultura/abuso_ferti.htm

BRITISH BROADCASTING CORPORATION BBC. (26 de Marzo de 2008). *BBC MUNDO.COM*. Recuperado el 01 de Abril de 2011, de BBC MUNDO.COM:
http://news.bbc.co.uk/hi/spanish/science/newsid_7312000/7312626.stm

CABRERA, S. (sf). *Matemáticas UCLM*. Recuperado el 10 de Junio de 2010, de Matemáticas UCLM: http://matematicas.uclm.es/ita-cr/web_matematicas/trabajos/248/Programacion_lineal.pdf

CADAHÍA, C., EYMAR, A., LUCENA, J., & et.al. (2005). *Cultivos Hortícolas Frutales y Ornamentales*. (C. Cadahía, Ed.) Madrid, España: Mundi-Prensa.

CAMARA DE AGRICULTURA. (2010). *Agroecuador*. Recuperado el 01 de Abril de 2011, de Agroecuador: <http://www.agroecuador.com/web/index.php/tuberculos/137-papa/930-la-papa-en-ecuador>

CASTILLO E., C. A. (2002). *Formulación y Resolución de Programación Matemática en Ingeniería y Ciencias*. Ciudad Real-España.

CHÁVES, N., BERZOZA, M., & CUETO, J. (2002). Requerimientos Nutricionales y Programación de la fertirrigación en Hortalizas., (págs. 1-10). Buena Vista, Saltillo, Coahuila.

COAG. (08 de Enero de 2011). *Coagandalucia*. Recuperado el 08 de enero de 2011, de Coagandakucia:

http://www.coagandalucia.com/extras/noticias/Informe_COAG_incremento_costes_de_produccion.pdf

CORONADO, T. (1999). *Origen de la Programación Lineal*. Recuperado el 16 de Marzo de 2011, de thales.cica.es:

<http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd98/Matematicas/29/origen.html>

DELGADO, j., & JATIVA, P. (2010). *Políticas Institucionales de Investigación, Transferencia de Innovaciones y Prestación de Servicios Tecnológicos*. Quito, Ecuador: INIAP, Dirección General, Dirección de Planificación y Economía Agrícola, 52 p.

EDIFARM. (2010). *Vademécum Agrícola*. Quito, Pichincha, Ecuador: Edifarm.

GOULD, F. (1992). *Investigación de Operaciones en la Ciencia Administrativa*. México: Prentice-Hall Hispanoamérica.

HAEUSSLER, E. P. (1997). *Matemáticas Para Administración Economía, Ciencias Sociales y de la Vida*. México: Prentice Hall Hispanoamericana, S.A.

HERNÁNDEZ, G. (8 de Octubre de 2002). *Libro de Botánica on Line*. Recuperado el 02 de Abril de 2011, de Nutrición Mineral de las Plantas:

<http://www.forest.ula.ve/~rubenhg/nutricionmineral/>

HILLIER, E. (2001). *Investigación de Operaciones*. McGraw-Hill.

IDEA BOOKS, S.A. (1998). *Biblioteca de la Agricultura*. Barcelona-España: Idea Books.

Instituto de la Potasa y el Fósforo. (1997). *Manual Internacional de Fertilidad de Suelos*. Norcross, U.S.A.: Instituto de la Potasa y el Fósforo.

Instituto Nacional de Estadísticas y Censos. (26 de Marzo de 2011). *Visualizador de Estadísticas Agropecuarias del Ecuador*. Recuperado el 26 de Marzo de 2011, de

<http://redatam.inec.gov.ec:9090/lcds-samples/testdrive-remoteobject/main.html#app=b4d1&9270-selectedIndex=1>

LINARES, P. R. (2001). *Modelos Matemáticos de Optimizaciones*. Madrid-España: Universidad Pontificia de Comillas.

MATEOS, M. (2008). *ArgenPapa*. Recuperado el 01 de abril de 2011, de ArgenPapa:

<http://www.papaslatinas.org/alap/Nuevos%20archivos/SEMINARIO/Mateos-SEMINARIO.pdf>

MELGAR, R. (s.f.). *Precios*. Recuperado el 24 de 06 de 2011, de fertilizando.com:

<http://www.fertilizando.com/articulos/Precios%20y%20Fertilizacion.asp>

MINISTERIO DE AGRICULTURA Y GANADERÍA. (6 de Febrero de 1997).

Reglamento de Importación y producción de fertilizantes y afines. *Registro Oficial N° 124*. Quito, Pichincha, Ecuador.

MONTESDEOCA, F. (2005). *Guía Para la Producción, Comercialización y uso de Semilla de Papa de Calidad*. Quito: PNRT-INIAP-Proyecto FORTIPAPA.

OYARZÚN, P., CHAMORRO, F., CÓRDOVA, J., MERINO, F., VALVERDE, F., & VELÁZQUEZ, J. (2002). *Manejo Agronómico*. In: *El Cultivo de Papa en Ecuador*. Quito: INIAP, CIP.

PERIODICO HOY. (5 de Diciembre de 2008). Gobierno Controla Precios de Fertilizantes. *Diario Hoy* .

PUMISACHO, M., & SHERWOOD, S. (2002). *El Cultivo de Papa en el Ecuador*. Quito: INIAP-CIP.

PUMISACHO, M., & VELÁSQUEZ, J. (2009). *Manual del Cultivo de Papa para pequeños Productores*. Quito: INIAP, COSUDE.

RAMOS, C. (22 de Feb de 2011). La Fertilización en papa. (D. Campaña, Entrevistador)

SUMNER, M. Diagnóstico de los Requerimientos de fertilización de cultivos extensivos. *Informaciones Agronómicas* (44), 8-13.

TAHA, H. (2002). *Investigación de Operaciones*. Quito: Alfaomega.

TORRES, L., VALVERDE, F., & ANDRADE, J. (2009). *Manejo del Suelos Para el Cultivo de Papa en el Ecuador* . Quito: INIAP-CIP.

VACA, F. (2010). *Principios Básicos y Metodología para la Formulación e Implementación de Modelos de Programación Matemática*. Quito.

VELÁSQUEZ, J. (15 de Febrero de 2011). Fertilización en el cultivo de papa. (D. Campaña, Entrevistador)

VILLAVICENCIO, K. (21 de Septiembre de 2008). ¡Qué viva la papa! el alimento del futuro. *El Universo* .

ANEXOS

INIAP - EESC

COSTOS DE PRODUCCIÓN DE PAPA (Comercial)

Cultivo: Papa

Ciclo del cultivo: 4,5 meses

Ciclo de producción: 6,0 meses

Superficie (ha): 1,00

Fases y actividades	Nombre	Unidad	Cantidad	Precio Unit. \$	Subtotal	
					\$	%
COSTOS DIRECTOS						
Preparación del suelo						159,80 4,7
Análisis de suelo		muestra	1	22,80	22,80	
Arada	tractor	hora	5	12,00	60,00	
Rastrada (2 pases)	tractor	hora	4	12,00	48,00	
Surcado	tractor	hora	2	12,00	24,00	
					0,00	
Trampeo para gusano blanco	mano de obra	jornal	1	5,00	5,00	
Siembra y fertilización						1,030,80 30,5
Semilla	Semilla Registrada	qq	35	18,00	630,00	
Fertilizantes	18-46-00	saco	13	18,00	234,00	
	SULPOMAG	saco	5	13,00	65,00	
	Muriato de Potasio	saco	2	14,50	29,00	
Igualación guachos, siembra y fertilización	mano de obra	jornal	10	5,00	50,00	
Transporte semilla y fertilizante	flete	saco	57	0,40	22,80	
Labores Culturales						827,00 24,5
Control malezas preemergente	mano de obra	jornal	2	5,00	10,00	
	Metribuzim	l	1	38,00	38,00	
	Linuron	kg	1	13,00	13,00	
	Glifosato	l	4	3,50	14,00	
Rascadillo	mano de obra	jornal	10	5,00	50,00	
Medio aporque	mano de obra	jornal	10	5,00	50,00	
Aporque	mano de obra	jornal	12	5,00	60,00	
Controles fitosanitarios (6)	mano de obra	jornal	16	5,00	80,00	
	Profenofos	l	5	18,00	90,00	
					0,00	
					0,00	
					0,00	
					0,00	
	Carbosulfan	l	5	16,50	82,50	
	Dimethomorph	kg	3	13,50	40,50	
	Cimoxanil+Mancozeb	kg	3	6,50	19,50	
	Mancozeb	kg	3	6,50	19,50	
	Cloratolanil	kg	2	7,50	15,00	

	Benzatiazol	l	2	4,50	9,00	
	Coadyuvante	l	1	28,00	28,00	
Fertilización complementaria	mano de obra	jornal	2	5,00	10,00	
	UREA	saco	4	17,00	68,00	
Fertilización Foliar (2)	mano de obra	jornal	4	5,00	20,00	
	foliares	l	6	15,00	90,00	
Corte de Follaje	mano de obra	jornal	4	5,00	20,00	
Cosecha y poscosecha					507,00	15,0
Cosecha de tubérculos	mano de obra	sacos	0,35	660,00	231,00	
Selección y envasado	mano de obra	jornal	15	5,00	75,00	
	envases	sacos	660	0,25	165,00	
	hilo plástico	m	30	1,20	36,00	
Comercialización					270,00	8,0
Transporte al mercado	flete	saco	600	0,40	240,00	
Estibaje	mano de obra	saco	600	0,05	30,00	
Subtotal Costos Directos					2,794,60	82,7

COSTOS INDIRECTOS						
Nombre	Unidad	Cantidad	Precio Unit. \$	Total \$	%	
- Administración	% CD	10,00		279,46		
- Arrendamiento tierra	\$/ha/ciclo	1,00	80,00	80,00		
- Interés de capital	% CD	6,00		83,84		
- Imprevistos	% CD	5,00		139,73		
Subtotal Costos Indirectos					583,03	17,3

COSTO TOTAL					3,377,63	100,0
--------------------	--	--	--	--	-----------------	--------------

ANÁLISIS DE LA PRODUCCIÓN Y PRECIOS DE VENTA				ANÁLISIS FINANCIERO	
Productos	%	Prod. (qq)	Precio (\$/qq)	- Costo Unitario:	5,36 \$/qq
- Papa comercial 1	52,1	380,0	9,00	- Ingreso Bruto:	5,020,00 \$
- Papa comercial 2	34,2	250,0	6,00	- Ingreso Neto:	1,642,37 \$
- Papa cuchi	13,7	100,0	1,00	- Rentabilidad:	48,63 %
- Otro subproducto	-	-	-	- Beneficio/Costo	1,49
Total de Producción:	100,0	730,0			
Punto de Equilibrio:	20%	525,0	6,43		
Productividad Unitaria:		21	x 1 qq		

Fuente: INIAP- EESC, PNRT-Papa

Fecha: 2011

TORA Optimization System, Windows®-version 1.00
 Copyright © 2000-2002 Hamdy A. Taha. All Rights Reserved
 Domingo, Mayo 01, 2011 17:13

LINEAR PROGRAM -- ORIGINAL DATA

Title: Fertilizantes Para Papa

	Xc1 x1	Xc2 x2	Xc3 x3	Xc4 x4	Xc5 x5	Xc6 x6
Minimize	0.69	0.65	5.68	4.84	4.84	4.84
Subject to						
(1)	0.13	0.15	0.13	0.18	0.15	0.12
(2)	0.32	0.17	0.40	0.18	0.05	0.03
(3)	0.11	0.19	0.13	0.18	0.30	0.36
(4)	0.03	0.03	0.00	0.03	0.03	0.01
(5)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
(6)	0.04	0.04	0.00	0.02	0.02	0.01
(7)	0.00	0.00	0.25	0.25	0.25	0.25
(8)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
(9)	0.00	0.00	0.01	0.01	0.01	0.01
(10)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Lower Bound	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Upper Bound	infinity	infinity	infinity	infinity	infinity	infinity
Unrestr'd (y/n)?	n	n	n	n	n	n
	Xc7 x7	Xc8 x8	Xc9 x9	Xc10 x10	Xs1 x11	Xc11 x12
	4.70	4.84	4.84	1.60	0.65	1.21
(1)	0.03	0.20	0.19	0.00	0.16	0.14
(2)	0.11	0.08	0.06	0.00	0.00	0.00
(3)	0.38	0.08	0.20	0.03	0.00	0.45
(4)	0.04	0.02	0.03	0.00	0.00	0.00
(5)	0.00	0.00	0.00	0.01	0.27	0.00
(6)	0.11	0.12	0.03	0.00	0.00	0.00
(7)	0.25	0.25	0.25	0.00	0.00	0.00
(8)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
(9)	0.01	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00
(10)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Lower Bound	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Upper Bound	infinity	infinity	infinity	infinity	infinity	infinity
Unrestr'd (y/n)?	n	n	n	n	n	n
	Xs2 x13	Xs3 x14	Xs4 x15	Xs5 x16	Xs6 x17	Xc12 x18
	0.92	0.78	0.95	1.80	1.40	1.25
(1)	0.46	0.21	0.34	0.00	0.00	0.10
(2)	0.00	0.00	0.00	0.46	0.00	0.30
(3)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.60	0.10
(4)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
(5)	0.00	0.00	0.00	0.14	0.00	0.00
(6)	0.00	0.24	0.00	0.00	0.00	0.01
(7)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
(8)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
(9)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
(10)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Lower Bound	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Upper Bound	infinity	infinity	infinity	infinity	infinity	infinity
Unrestr'd (y/n)?	n	n	n	n	n	n

	Xc13	Xc14	Xs7	Xm1	Xc15	Xc16
	x19	x20	x21	x22	x23	x24
	1.22	4.10	1.60	4.90	5.40	5.00
(1)	0.15	0.12	0.00	0.00	0.12	0.15
(2)	0.30	0.11	0.25	0.00	0.12	0.05
(3)	0.15	0.18	0.00	0.00	0.17	0.20
(4)	0.01	0.03	0.05	0.09	0.02	0.02
(5)	0.00	0.00	0.00	0.09	0.05	0.02
(6)	0.01	0.08	0.05	0.00	0.15	0.20
(7)	0.00	0.00	0.00	0.09	0.00	0.00
(8)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
(9)	0.00	0.00	0.00	0.09	0.00	0.00
(10)	0.00	0.00	0.00	0.09	0.00	0.00
Lower Bound	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Upper Bound	infinity	infinity	infinity	infinity	infinity	infinity
Unrestr'd (y/n)?	n	n	n	n	n	n
	Xs8	Xm2	Xm3	Xm4	Xm5	Xm6
	x25	x26	x27	x28	x29	x30
	1.36	5.50	3.70	3.80	4.00	5.80
(1)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
(2)	0.22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
(3)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
(4)	0.18	0.03	0.00	0.00	0.00	0.04
(5)	0.00	0.00	0.20	0.00	0.00	0.04
(6)	0.22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
(7)	0.00	0.09	0.00	0.00	0.18	0.02
(8)	0.00	0.05	0.00	0.20	0.00	0.02
(9)	0.00	0.05	0.00	0.00	0.18	0.02
(10)	0.00	0.05	0.00	0.00	0.00	0.02
Lower Bound	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Upper Bound	infinity	infinity	infinity	infinity	infinity	infinity
Unrestr'd (y/n)?	n	n	n	n	n	n
(1)	=	220.00				
(2)	=	50.00				
(3)	=	350.00				
(4)	>=	35.00				
(5)	=	95.00				
(6)	>=	10.00				
(7)	<=	0.90				
(8)	=	0.06				
(9)	<=	4.60				
(10)	=	0.55				

LINEAR PROGRAMMING OUTPUT SUMMARY

Title: Fertilizantes Para Papa
 Final Iteration No.: 17
 Objective Value = 1567.47

Variable	Value	Obj Coeff	Obj Val Contrib
x1: Xc1	0.00	0.69	0.00
x2: Xc2	59.21	0.65	38.49
x3: Xc3	0.00	5.68	0.00
x4: Xc4	0.00	4.84	0.00
x5: Xc5	0.00	4.84	0.00
x6: Xc6	0.00	4.84	0.00
x7: Xc7	0.00	4.70	0.00
x8: Xc8	0.00	4.84	0.00
x9: Xc9	0.00	4.84	0.00
x10: Xc10	0.00	1.60	0.00
x11: Xs1	356.42	0.65	231.67
x12: Xc11	752.78	1.21	910.86
x13: Xs2	117.93	0.92	108.50
x14: Xs3	0.00	0.78	0.00
x15: Xs4	0.00	0.95	0.00
x16: Xs5	0.00	1.80	0.00
x17: Xs6	0.00	1.40	0.00
x18: Xc12	0.00	1.25	0.00
x19: Xc13	0.00	1.22	0.00
x20: Xc14	0.00	4.10	0.00
x21: Xs7	0.00	1.60	0.00
x22: Xm1	6.11	4.90	29.94
x23: Xc15	0.00	5.40	0.00
x24: Xc16	0.00	5.00	0.00
x25: Xs8	181.52	1.36	246.87
x26: Xm2	0.00	5.50	0.00
x27: Xm3	0.00	3.70	0.00
x28: Xm4	0.30	3.80	1.14
x29: Xm5	0.00	4.00	0.00
x30: Xm6	0.00	5.80	0.00

Constraint	RHS	Slack-/Surplus+
1 (=)	220.00	0.00
2 (=)	50.00	0.00
3 (=)	350.00	0.00
4 (>)	35.00	0.00
5 (=)	95.00	0.00
6 (>)	10.00	32.30+
7 (<)	0.90	0.35-
8 (=)	0.06	0.00
9 (<)	4.60	4.05-
10 (=)	0.55	0.00

Sensitivity Analysis

Variable	Current Obj Coeff	Min Obj Coeff	Max Obj Coeff	Reduced Cost
x1: Xc1	0.69	0.14	infinity	-0.55
x2: Xc2	0.65	-17.65	0.91	0.00
x3: Xc3	5.68	-0.10	infinity	-5.78
x4: Xc4	4.84	0.86	infinity	-3.98
x5: Xc5	4.84	1.32	infinity	-3.52
x6: Xc6	4.84	1.22	infinity	-3.62
x7: Xc7	4.70	1.20	infinity	-3.50

x8: Xc8	4.84	0.78	infinity	-4.06
x9: Xc9	4.84	1.15	infinity	-3.69
x10: Xc10	1.60	0.08	infinity	-1.52
x11: Xs1	0.65	-10.44	5.21	0.00
x12: Xc11	1.21	0.36	1.32	0.00
x13: Xs2	0.92	0.55	1.29	0.00
x14: Xs3	0.78	0.42	infinity	-0.36
x15: Xs4	0.95	0.68	infinity	-0.27
x16: Xs5	1.80	-0.76	infinity	-2.56
x17: Xs6	1.40	1.25	infinity	-0.15
x18: Xc12	1.25	-0.19	infinity	-1.44
x19: Xc13	1.22	0.10	infinity	-1.12
x20: Xc14	4.10	0.67	infinity	-3.43
x21: Xs7	1.60	-0.01	infinity	-1.61
x22: Xm1	4.90	-infinity	8.67	0.00
x23: Xc15	5.40	0.61	infinity	-4.79
x24: Xc16	5.00	0.84	infinity	-4.16
x25: Xs8	1.36	-0.06	25.05	0.00
x26: Xm2	5.50	3.41	infinity	-2.09
x27: Xm3	3.70	0.26	infinity	-3.44
x28: Xm4	3.80	-infinity	12.17	0.00
x29: Xm5	4.00	0.00	infinity	-4.00
x30: Xm6	5.80	1.61	infinity	-4.19
Constraint	Current RHS	Min RHS	Max RHS	Dual Price
1 (=)	220.00	165.75	infinity	2.00
2 (=)	50.00	42.11	127.78	-2.05
3 (=)	350.00	11.25	530.83	2.09
4 (>)	35.00	9.37	41.46	10.06
5 (=)	95.00	0.55	187.75	1.28
6 (>)	10.00	-infinity	42.30	0.00
7 (<)	0.90	0.55	infinity	0.00
8 (=)	0.06	0.00	infinity	19.00
9 (<)	4.60	0.55	infinity	0.00
10 (=)	0.55	0.00	0.90	43.10

TORA Optimization System, Windows®-version 1.00
 Copyright © 2000-2002 Hamdy A. Taha. All Rights Reserved
 Martes, Mayo 03, 2011 11:30

LINEAR PROGRAM -- ORIGINAL DATA

Title: Fertilizantes Para Papa

	Xc1	Xc2	Xc3	Xc4	Xc5	Xc6
Minimize	x1	x2	x3	x4	x5	x6
Subject to	1.38	1.30	11.36	9.68	9.68	9.68
(1)	0.13	0.15	0.13	0.18	0.15	0.12
(2)	0.32	0.17	0.40	0.18	0.05	0.03
(3)	0.11	0.19	0.13	0.18	0.30	0.36
(4)	0.03	0.03	0.00	0.03	0.03	0.01
(5)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
(6)	0.04	0.04	0.00	0.02	0.02	0.01
(7)	0.00	0.00	0.25	0.25	0.25	0.25
(8)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
(9)	0.00	0.00	0.01	0.01	0.01	0.01
(10)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Lower Bound	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Upper Bound	infinity	infinity	infinity	infinity	infinity	infinity
Unrestr'd (y/n)?	n	n	n	n	n	n
	Xc7	Xc8	Xc9	Xc10	Xs1	Xc11
	x7	x8	x9	x10	x11	x12
(1)	9.40	9.68	9.68	3.20	1.30	2.42
(2)	0.03	0.20	0.19	0.00	0.16	0.14
(3)	0.11	0.08	0.06	0.00	0.00	0.00
(4)	0.38	0.08	0.20	0.03	0.00	0.45
(5)	0.04	0.02	0.03	0.00	0.00	0.00
(6)	0.00	0.00	0.00	0.01	0.27	0.00
(7)	0.11	0.12	0.03	0.00	0.00	0.00
(8)	0.25	0.25	0.25	0.00	0.00	0.00
(9)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
(10)	0.01	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00
Lower Bound	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Upper Bound	infinity	infinity	infinity	infinity	infinity	0.00
Unrestr'd (y/n)?	n	n	n	n	n	n
	Xs2	Xs3	Xs4	Xs5	Xs6	Xc12
	x13	x14	x15	x16	x17	x18
(1)	1.84	1.56	1.90	3.60	2.80	2.50
(2)	0.46	0.21	0.34	0.00	0.00	0.10
(3)	0.00	0.00	0.00	0.46	0.00	0.30
(4)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.60	0.10
(5)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
(6)	0.00	0.00	0.00	0.14	0.00	0.00
(7)	0.00	0.24	0.00	0.00	0.00	0.01
(8)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
(9)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
(10)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Lower Bound	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Upper Bound	infinity	infinity	infinity	infinity	infinity	infinity
Unrestr'd (y/n)?	n	n	n	n	n	n

	Xc13 x19	Xc14 x20	Xs7 x21	Xm1 x22	Xc15 x23	Xc16 x24
	2.44	8.20	3.20	9.80	10.80	10.00
(1)	0.15	0.12	0.00	0.00	0.12	0.15
(2)	0.30	0.11	0.25	0.00	0.12	0.05
(3)	0.15	0.18	0.00	0.00	0.17	0.20
(4)	0.01	0.03	0.05	0.09	0.02	0.02
(5)	0.00	0.00	0.00	0.09	0.05	0.02
(6)	0.01	0.08	0.05	0.00	0.15	0.20
(7)	0.00	0.00	0.00	0.09	0.00	0.00
(8)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
(9)	0.00	0.00	0.00	0.09	0.00	0.00
(10)	0.00	0.00	0.00	0.09	0.00	0.00
Lower Bound	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Upper Bound	infinity	infinity	infinity	infinity	infinity	infinity
Unrestr'd (y/n)?	n	n	n	n	n	n
	Xs8 x25	Xm2 x26	Xm3 x27	Xm4 x28	Xm5 x29	Xm6 x30
	2.72	11.00	7.40	7.60	8.00	11.60
(1)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
(2)	0.22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
(3)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
(4)	0.18	0.03	0.00	0.00	0.00	0.04
(5)	0.00	0.00	0.20	0.00	0.00	0.04
(6)	0.22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
(7)	0.00	0.09	0.00	0.00	0.18	0.02
(8)	0.00	0.05	0.00	0.20	0.00	0.02
(9)	0.00	0.05	0.00	0.00	0.18	0.02
(10)	0.00	0.05	0.00	0.00	0.00	0.02
Lower Bound	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Upper Bound	infinity	infinity	infinity	infinity	infinity	infinity
Unrestr'd (y/n)?	n	n	n	n	n	n
(1)	=	220.00				
(2)	=	50.00				
(3)	=	350.00				
(4)	>=	35.00				
(5)	=	95.00				
(6)	>=	10.00				
(7)	<=	0.90				
(8)	=	0.06				
(9)	<=	4.60				
(10)	=	0.55				

LINEAR PROGRAMMING OUTPUT SUMMARY

Title: Fertilizantes Para Papa
 Final Iteration No.: 17
 Objective Value = 3300.55

Variable	Value	Obj Coeff	Obj Val Contrib
x1: Xc1	0.00	1.38	0.00
x2: Xc2	59.21	1.30	76.97
x3: Xc3	0.00	11.36	0.00
x4: Xc4	0.00	9.68	0.00
x5: Xc5	0.00	9.68	0.00
x6: Xc6	0.00	9.68	0.00
x7: Xc7	0.00	9.40	0.00
x8: Xc8	0.00	9.68	0.00
x9: Xc9	0.00	9.68	0.00
x10: Xc10	0.00	3.20	0.00
x11: Xs1	356.42	1.30	463.34
x12: Xc11	0.00	2.42	0.00
x13: Xs2	338.86	1.84	623.50
x14: Xs3	0.00	1.56	0.00
x15: Xs4	0.00	1.90	0.00
x16: Xs5	0.00	3.60	0.00
x17: Xs6	564.58	2.80	1580.84
x18: Xc12	0.00	2.50	0.00
x19: Xc13	0.00	2.44	0.00
x20: Xc14	0.00	8.20	0.00
x21: Xs7	0.00	3.20	0.00
x22: Xm1	6.11	9.80	59.89
x23: Xc15	0.00	10.80	0.00
x24: Xc16	0.00	10.00	0.00
x25: Xs8	181.52	2.72	493.74
x26: Xm2	0.00	11.00	0.00
x27: Xm3	0.00	7.40	0.00
x28: Xm4	0.30	7.60	2.28
x29: Xm5	0.00	8.00	0.00
x30: Xm6	0.00	11.60	0.00

Constraint	RHS	Slack-/Surplus+
1 (=)	220.00	0.00
2 (=)	50.00	0.00
3 (=)	350.00	0.00
4 (>)	35.00	0.00
5 (=)	95.00	0.00
6 (>)	10.00	32.30+
7 (<)	0.90	0.35-
8 (=)	0.06	0.00
9 (<)	4.60	4.05-
10 (=)	0.55	0.00

Sensitivity Analysis

Variable	Current Obj Coeff	Min Obj Coeff	Max Obj Coeff	Reduced Cost
x1: Xc1	1.38	0.13	infinity	-1.25
x2: Xc2	1.30	-35.21	1.89	0.00
x3: Xc3	11.36	-0.41	infinity	-11.77
x4: Xc4	9.68	1.70	infinity	-7.98
x5: Xc5	9.68	2.77	infinity	-6.91
x6: Xc6	9.68	2.61	infinity	-7.07
x7: Xc7	9.40	2.55	infinity	-6.85

x8: Xc8	9.68	1.55	infinity	-8.13
x9: Xc9	9.68	2.38	infinity	-7.30
x10: Xc10	3.20	0.17	infinity	-3.03
x11: Xs1	1.30	-20.98	10.43	0.00
x12: Xc11	2.42	-infinity	2.64	-0.22
x13: Xs2	1.84	1.09	2.57	0.00
x14: Xs3	1.56	0.84	infinity	-0.72
x15: Xs4	1.90	1.36	infinity	-0.54
x16: Xs5	3.60	-1.85	infinity	-5.45
x17: Xs6	2.80	2.51	15.75	0.00
x18: Xc12	2.50	-0.54	infinity	-3.04
x19: Xc13	2.44	0.07	infinity	-2.37
x20: Xc14	8.20	1.38	infinity	-6.82
x21: Xs7	3.20	-0.15	infinity	-3.35
x22: Xm1	9.80	-infinity	17.37	0.00
x23: Xc15	10.80	1.25	infinity	-9.55
x24: Xc16	10.00	1.77	infinity	-8.23
x25: Xs8	2.72	-0.24	49.97	0.00
x26: Xm2	11.00	6.80	infinity	-4.20
x27: Xm3	7.40	0.51	infinity	-6.89
x28: Xm4	7.60	-infinity	24.41	0.00
x29: Xm5	8.00	0.00	infinity	-8.00
x30: Xm6	11.60	3.23	infinity	-8.37
Constraint	Current RHS	Min RHS	Max RHS	Dual Price
1 (=)	220.00	64.13	infinity	4.00
2 (=)	50.00	42.11	188.56	-4.80
3 (=)	350.00	11.25	infinity	4.67
4 (>)	35.00	9.37	41.46	20.98
5 (=)	95.00	0.55	361.49	2.57
6 (>)	10.00	-infinity	42.30	0.00
7 (<)	0.90	0.55	infinity	0.00
8 (=)	0.06	0.00	infinity	38.00
9 (<)	4.60	0.55	infinity	0.00
10 (=)	0.55	0.00	0.90	85.35
UB-x12	0.00	-infinity	752.78	-0.22

