

# **ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL**

## **FACULTAD CIENCIAS MAESTRÍA EN ESTADÍSTICA APLICADA**

**ECUACIONES ESTRUCTURALES NO LINEALES PARA MEDIR LA  
INTENCIÓN DE COMPRA A TRAVÉS DEL CAPITAL DE MARCA  
DE PRODUCTOS DE CONSUMO MASIVO.**

**PROYECTO PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE MAGÍSTER EN  
ESTADÍSTICA APLICADA**

**JESÚS ELOY TAPIA LÓPEZ**  
jtapial81@hotmail.com

**DIRECTOR: MSc LUIS FERNANDO CARRASCO DELHY**  
carrascof@hotmail.com

**Quito, diciembre 2012**

## DECLARACIÓN

Yo, Jesús Eloy Tapia López, declaro que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentada para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

La Escuela Politécnica Nacional, puede hacer uso de los derechos correspondientes a este trabajo, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normatividad institucional vigente.

---

**Jesús Eloy Tapia López**

## **CERTIFICACIÓN**

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por Jesús Eloy Tapia López, bajo mi supervisión.

---

**MSc Fernando Carrasco**  
**DIRECTOR DE PROYECTO**

## **AGRADECIMIENTOS**

En primer lugar a Dios por lo bueno y lo malo, a ti Isabel gracias por tu amor y comprensión; a ti Mamá que te debo tanto, a ti Papá por ayudarme a ser lo que soy, gracias a mis hermanos Carlos y Edison por siempre estar en mi camino.

A todos mis amigos; distinguiendo entre ellos a Fernando Carrasco por el apoyo en este trabajo y finalmente a la empresa Habitus Investigaciones S.A. por las facilidades.

## DEDICATORIA

Para lo más importante en mi vida, para la personita que me arropa con su dulzura, me abriga con su alegría, me alimenta con su amor, me baña con sus palabras, para ti mi querida hija **ISABELLA**, gracias por encontrar al que fui. .

## CONTENIDO

Declaración.....	II
Certificación.....	III
Agradecimiento.....	IV
Dedicatoria.....	V
Contenido.....	VI
Resumen.....	IX
Abstract.....	X
Presentación.....	XI
Capítulo 1: Estimación Bayesiana para ecuaciones estructurales.....	1
1.1 Introducción.....	1
1.2 Análisis estructural de la matriz de covarianza.....	2
1.3 Análisis factorial exploratorio.....	3
1.3.1 Identificación y análisis del modelo.....	4
1.4 Estimación Bayesiana para MEE.....	8
1.4.1 Estimación Bayesiana.....	8
1.4.2 Análisis posterior.....	10
1.4.3 Factor de Bayes.....	13
1.4.4 Criterio de Información Bayesiana y de Akaike.....	15
1.4.5 Criterio de información de desviación.....	16
1.4.6 Análisis de valores extremos y residuos.....	16
Capítulo 2: Ecuaciones Estructurales no lineales.....	19
2.1 Introducción.....	19
2.2 Estimación Bayesiana de MEE no lineales.....	21
2.2.1 Modelo.....	21
2.2.2 Muestreo de Gibbs para la simulación a posteriori.....	24
2.2.3 Distribución condicional total.....	24
2.2.4 Estimación Bayesiana.....	28

2.3 Estimación Bayesiana de ecuaciones estructurales no lineales con variables continuas y categóricas.....	29
2.3.1 Análisis posterior.....	30
2.4 Estimación Bayesiana de ecuaciones estructurales con covariables no lineales y variables latentes.....	33
2.4.1 Modelo con variables ordinales, covariables y variables latentes no lineales.....	34
2.5 Criterio Bayesiano de comparación de modelos.....	36
2.5.1 Factor de Bayes.....	36
2.6 Aplicaciones.....	40
2.6.1 Teoría del comportamiento planificado.....	40
Capítulo 3: Teoría del capital de marca.....	44
3.1. Introducción.....	44
3.2 Valoración de los activos de la marca.....	45
3.3 Equitrend.....	46
3.4 Interbrand.....	47
3.5 Brand Equity Ten.....	48
3.6 Modelo general.....	52
3.6.1 Modelo.....	54
Capítulo 4: Aplicación.....	57
4.1. Introducción.....	57
4.2 Aplicación de MEE NO lineales para medir la intención de compra a través del capital de marca.....	70
4.3 Aplicación de MEE lineales para medir la intención de compra a través del capital de marca.....	94
4.4 Comparación de resultados.....	102
Capítulo 5: Conclusiones y Recomendaciones.....	104
5.1 Conclusiones.....	104
5.2 Recomendaciones.....	108
Capítulo 6: Bibliografía.....	109

Anexo 1: Algoritmo Metropolis-Hastings.....	111
Anexo 2: Contrastes Ji-cuadrado.....	112
Anexo 3: Convergencia estadística.....	121



## RESUMEN

En este trabajo se realiza un análisis de las variables que describen los atributos que se relacionan con la intención de compra de productos de consumo masivo de las encuestas de imagen y posicionamiento realizadas por la empresa de investigación de mercados Habitus S.A., a través del capital de marca y con la construcción de un modelo de ecuaciones estructurales no lineales usando la estimación Bayesiana, midiendo el aporte del capital hacia la intención de compra.

Se calcularon las cuantificaciones asociadas a cada relación entre variables latentes y observables que están disponibles en las encuestas de imagen y posicionamiento.

Las cuantificaciones calculadas sirven como una herramienta para la toma de decisiones al momento de manejar una marca o la implementación de un nuevo producto.

Se determino que existen interacciones de relevancia entre atributos que aportan al capital de marca y consecuentemente a la intención de compra, que no han sido cuantificadas con otra técnica estadística.

Además los resultados del modelo de ecuaciones estructurales no lineales se comparan con los obtenidos usando un modelo de ecuaciones estructurales lineal y se encontró que el aporte hacia la intención de compra a través del capital de marca es más significativo en el modelo de ecuaciones estructurales no lineales que toma en cuenta interacciones entre variables.

## **ABSTRACT**

This thesis undertakes an analysis of the variables that describe the attributes relate with the purchase intent of consumer products, of the tracking surveys conducted by Habitus SA research company , through brand equity and building a structural equation model using nonlinear Bayesian estimation, was measured the contribution of brand equity to purchase intent.

The associated quantifications were calculated to each ratio between latent variables and observable those are available in the image and positioning surveys.

The calculated quantifications serve as a tool for decision making when managing a brand or the implementation of a new product.

It was determined that there are important interactions between attributes that contribute to brand equity and consequently towards purchase intent, which have not been quantified with another statistical technique.

In addition the results of nonlinear structural equations model were compared with those obtained using a linear structural equation model and found that the contribution to the purchase intent through the brand equity is more significant in nonlinear structural equations which take into account interactions between variables.

## INTRODUCCIÓN

El presente trabajo describe el método de estimación de ecuaciones estructurales a través de una aproximación Bayesiana, más específicamente las ecuaciones estructurales no lineales y se realiza una aplicación del método en cuestión con los datos de encuestas de imagen y posicionamiento para productos de consumo masivo proporcionadas por la empresa Habitus Investigaciones S.A.

El proyecto surge con la necesidad de crear nuevas herramientas que permitan medir la intención de compra tomando como base el hecho de que dicha intención depende de variables que no son medibles directamente a través de una encuesta o de registros históricos de compra. Y más aún, dado el crecimiento de información cualitativa se hace necesario determinar si existen relaciones no lineales entre posibles pilares de cierto producto.

Los modelos creados serán una herramienta de gran ayuda en la toma de decisiones para implementar campañas de mercadeo, determinando fortalezas y debilidades que posee el producto, o a su vez ser la base para la creación de nuevos productos.

Las variables cualitativas con las que se cuenta en encuestas de imagen y posicionamiento permiten describir las características de un producto en su totalidad, determinando cuál marca tendría mayor interés en los consumidores, por el contrario tratar de estimar la intención de compra usando sensibilidad de precio puede generar ciertos sesgos que se eliminan al evaluar de forma global al producto.

La medición de la intención de compra se la ha realizado usando técnicas más tradicionales como análisis discriminante o regresión logística, pero dichas metodologías no permiten la medición de pilares intangibles que presenta un producto y en muchos casos se descartan relaciones entre atributos que podrían ser relevantes en los posibles consumidores, es decir se esta dejando de lado información de gran importancia que podría contribuir a la mejora de la marca o producto.

Es por esto que se utiliza la técnica de ecuaciones estructurales y más específicamente la de ecuaciones estructurales no lineales que permite cuantificar el aporte de variables intangibles en un determinado evento y al mismo tiempo nos permite identificar relaciones lineales y no lineales que pueden existir entre las distintas variables que conforman un modelo causal.

La metodología de ecuaciones estructurales no lineales utiliza una aproximación basada en el Teorema de Bayes, el mismo que usa distribuciones a priori no informativas, se ha comprobado que con este procedimiento los resultados son similares a los obtenidos con la estimación de Máxima Verosimilitud.

Se presenta entonces una descripción de la estimación Bayesiana para Ecuaciones Estructurales y se profundiza en el método de Ecuaciones Estructurales no lineales, para luego pasar a una aplicación usando datos recopilados en encuestas de imagen y posicionamiento.

En el enfoque práctico de este trabajo se desarrollan dos herramientas que parten de modelos causales de mercadeo, que determinan que atributos están relacionados con el capital de marca de un producto; el primero usando relaciones no lineales entre atributos y otro usando relaciones lineales.

Adicionalmente se presenta un análisis que determinará cuál de los dos modelos se relaciona más con el capital de marca, se hace énfasis en este punto dado que usualmente se ha venido trabajando solo con relaciones lineales pudiendo dejar de lado relaciones entre atributos que pueden ser relevantes.

Los modelos desarrollados se basan en información referente a cualidades de productos que lideran el mercado, sin embargo por motivos de confidencialidad no se especifica marcas.

Con respecto a la implementación del modelo, se utilizan dos herramientas informáticas, el software WinBUGS 14.0 y AMOS 18.0.

# CAPÍTULO 1.

## ESTIMACIÓN BAYESIANA PARA ECUACIONES ESTRUCTURALES

### 1.1 INTRODUCCIÓN

Dentro del análisis de comportamiento, medicina, educación o investigación de mercados usualmente se encuentran envueltas dos tipos de variables, las llamadas manifiestas u observables y las conocidas como latentes que no pueden ser medibles directamente, como por ejemplo conducta de compra, ansiedad o inteligencia; éstas variables latentes se pueden cuantificar a través de una combinación lineal de variables observables.

En investigaciones donde se ven involucrados este tipo de relaciones entre variables observables y latentes es necesario establecer un modelo apropiado para evaluar el impacto de los dos tipos de variables sobre otras variables.

Los Modelos de Ecuaciones Estructurales (**MEE**) son los métodos estadísticos más reconocidos para tratar éste tipo de situaciones, éste procedimiento puede ser aplicado en varios campos, como medicina, inteligencia de mercados, investigación social.

Los modelos estándar de ecuaciones estructurales usan dos componentes, el primero que es un modelo de análisis factorial confirmatorio que relaciona variables latentes con sus respectivas variables observables, tomando en cuenta la medida de error; este componente puede ser tomado como un modelo de regresión, en donde las variables observables son tratadas como variables independientes y las latentes como dependientes (Joreskog, 1977).

El segundo componente también puede ser tratado como un modelo de regresión, en donde los términos independientes son variables latentes (exógenas o endógenas) y las dependientes serán variables latentes endógenas.

Como las variables latentes son aleatorias, estas no pueden ser analizadas directamente a través de técnicas de regresión usuales, por lo tanto se utilizan los modelos de ecuaciones estructurales.

## 1.2 ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE LA MATRIZ DE COVARIANZA

Para modelos de ecuaciones estructurales estándar, la matriz de covarianza del vector aleatorio de variables observables  $\mathbf{y}$ , contiene todos los parámetros desconocidos en el modelo; por lo que los modelos usuales para analizar ecuaciones estructurales que se enfocan en la matriz de covarianza muestral  $S$  y no en los vectores aleatorios  $\mathbf{y}_i$ , ya no son de utilidad (Lee, 2007).

Se requiere entonces la formulación estructural de covarianza  $\Sigma(\theta)$ , la cuál es una matriz que está en función del vector de parámetros desconocidos  $\theta$ , la estimación de  $\theta$  se la realiza mediante un procedimiento de optimización de funciones objetivo que miden la diferencia entre  $S$  y  $\Sigma(\theta)$ , de la misma manera que se maximiza la función de Verosimilitud, o cuando se utiliza el método de mínimos cuadrados; y a través de la derivación de los estadísticos de bondad de ajuste asintótica determinando si  $\Sigma(\theta)$  se ajusta a  $S$ .

El análisis estructural de covarianza depende en gran medida de la normalidad asintótica de  $S$ , esto sucede cuando la distribución de  $\mathbf{y}_i$  es normal y la muestra es razonablemente grande, ahora bien bajo condiciones diferentes la aproximación del análisis estructural de covarianza sobre  $S$  puede presentar inconvenientes teóricos y prácticos.

Como sabemos la estimación de términos no lineales, especialmente los que miden interacciones entre variables latentes son de gran importancia en los campos mencionados anteriormente, por lo que la presencia de términos no lineales en las variables latentes, variables latentes endógenas y las variables observables en  $\mathbf{y}_i$  no están distribuidas normalmente, es decir la matriz de covarianza muestral no es útil para modelar relaciones no lineales.

En definitiva podemos decir que el análisis de estructura de covarianza a través de la matriz de covarianza muestral funciona bien para MEE estándar bajo la hipótesis de normalidad; pero este procedimiento no es aplicable a modelos más complejos, por lo que es necesario desarrollar métodos estadísticos basados en observaciones individuales y su modelo básico.

### 1.3 ANÁLISIS FACTORIAL EXPLORATORIO

Uno de los desarrollos más exitosos en MEE ha sido la integración del análisis factorial confirmatorio (AFC) y modelos de ecuaciones simultáneas (Joreskog, 1977; Wiley, 1973), dicha integración dio paso al modelo LISREL, el mismo que está definido mediante una ecuación estructural que esencialmente es un conjunto de ecuaciones simultáneas lineales con variables latentes y los modelos de medida, que relacionan las variables latentes con las variables observadas mediante el uso de AFC, pero en primer lugar definamos el análisis factorial exploratorio (AFE) (Lee, 2007).

El AFE está definido por un vector aleatorio  $x$  ( $p \times 1$ ), que satisface la siguiente ecuación:

$$x = \Lambda \xi + \varepsilon \quad (1.3.1)$$

Donde

$\Lambda$ : matriz ( $p \times q$ ) de puntuaciones factoriales.

$\xi$ : vector aleatorio ( $q \times 1$ ) de factores comunes latentes.

$\varepsilon$ : vector aleatorio ( $p \times 1$ ) de medida de error (usualmente llamado factores únicos o residuos).

Se asume que  $\xi$  está distribuida con  $N(0, I)$ , mientras que  $\varepsilon$  está distribuida por  $N(0, \Psi_\varepsilon)$ , donde  $\Psi_\varepsilon$  es una matriz diagonal y  $\xi$  no está correlacionada con  $\varepsilon$ . Por lo general, el valor de  $q$  es mucho más pequeño que  $p$  y el vector  $x$  se encuentra distribuido con  $N(0, \Sigma)$  (Lee, 2007).

Donde:

$$\Sigma = \Lambda\Lambda^T + \Psi_{\varepsilon} \quad (1.3.2)$$

Claramente se tiene que  $\text{cov}(x, \xi) = \Lambda$ . Por lo tanto las correlaciones entre los factores latentes y las variables observables están dados por los elementos de la matriz  $\Lambda$ , la varianza de la  $k$ -ésima variable observable esta dada por:

$$\sigma_{kk} = \lambda_{k1}^2 + \dots + \lambda_{kq}^2 + \Psi_{\varepsilon k} \quad (1.3.3)$$

Donde  $\lambda_{kh}$  y  $\Psi_{\varepsilon k}$  son los  $(k, h)$ -ésimo elemento de  $\Lambda$  y el  $k$ -ésimo elemento  $\Psi_{\varepsilon}$ .

El valor  $\lambda_{k1}^2 + \dots + \lambda_{kq}^2$  usualmente se conoce como comunalidad que representa la varianza aportada por los factores latentes (Lee, 2007).

### 1.3.1 IDENTIFICACIÓN Y ANÁLISIS DEL MODELO

Supongamos que se ha obtenido una muestra aleatoria  $\{x_1, \dots, x_n\}$  de  $x$ , la matriz de covarianza muestral esta dada por:

$$S = (n-1)^{-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})^T \quad (1.3.1.1)$$

La matriz de covarianza muestral es un estimador insesgado de  $\Sigma$  y  $(n-1)S$  está distribuida con  $W_p(\Sigma, n-1)$ , que es una distribución  $p$ -dimensional de Wishart con  $n-1$  grados de libertad. *“La distribución de Wishart tiene un papel importante en el análisis del estimador de la matriz de varianzas-covarianzas de una distribución Normal, juega en el análisis multivariante un papel semejante al de la distribución ji-cuadrado en el estudio inferencial unidimensional”* (Hair, Anderson, Tatham, Black, 1999).

Ya en la práctica los parámetros desconocidos de  $\Lambda$  y de  $\Psi_{\varepsilon}$  son estimados a partir de  $S$ ; pero antes debemos identificar el modelo.



Supongamos que  $q=1$ , entonces  $\Lambda$  es única, ya que solo admitiría un cambio de signo de todos sus elementos, que corresponde al cambiar el signo de los factores.; cuando  $q>1$ , existen infinitas posibilidades para  $\Lambda$ , así las ecuaciones (1.3.1) y (1.3.2) continúan cumpliéndose y si  $\xi = A\xi$  y  $\Lambda = \Lambda A^T$ , donde  $A$  puede ser cualquier matriz ortogonal de rango  $q$ , se cumple que.

- a)  $\Lambda^T \Sigma^{-1} \Lambda$  es diagonal.
- b)  $\Lambda^T \Psi_\varepsilon^{-1} \Lambda$  es diagonal.
- c)  $\Lambda^T S^{-1} \Lambda$  es diagonal.
- d)  $\lambda_{kh} = 0$  para todo  $h=2, \dots, q$  y  $k>h$ .

Para aplicar el AFE e identificar la dependencia estructural de las variables observadas, es importante seleccionar un número apropiado de factores latentes ( $q$ ); consideremos la siguiente función negativa log de verosimilitud usando la información de  $S$  (Lee, 2007).

$$L(\bar{\Lambda}, \bar{\Psi}_\varepsilon) = \log |(\bar{\Lambda} \bar{\Lambda}^T + \bar{\Psi}_\varepsilon)| + \text{tr} \left[ S(\bar{\Lambda} \bar{\Lambda}^T + \bar{\Psi}_\varepsilon)^{-1} \right] - \log |S| - p \quad (1.3.1.2)$$

Donde  $(\bar{\Lambda}, \bar{\Psi}_\varepsilon)$  es el estimador de máxima verosimilitud de  $(\Lambda, \Psi_\varepsilon)$ . Se desea probar  $H_0$ : el verdadero modelo tiene  $q$  factores latentes, versus la  $H_1$ : el verdadero modelo no tiene  $q$  factores latentes; usado una distribución ji-cuadrado con  $\frac{1}{2}[(p-q)^2 - (p+q)]$  grados de libertad se rechaza  $H_0$  si  $nL(\bar{\Lambda}, \bar{\Psi}_\varepsilon)$  es mayor que el valor teórico ji-cuadrado (Lee, 2007).

En la práctica se utiliza un proceso secuencial para decidir el número de factores latentes que están en el modelo que se ajustarán a los datos, comenzamos con  $q=1$ , se pueden estimar los parámetros y realizar una prueba de la bondad de ajuste. Si el criterio de la prueba no es significativo en el nivel elegido, el modelo con factores latentes  $q$  puede ser considerado como un modelo aceptable de los datos, de lo contrario el proceso continúa con  $q+1$  (Lee, 2007).

Sin embargo el procedimiento puede estar sujeto a las siguientes objeciones:

- 1) El nivel de significación para el criterio de la prueba no se ha ajustado para tener en cuenta que una secuencia de hipótesis se está probando, cada uno depende del rechazo de todas las pruebas anteriores,
- 2) Incluso si la hipótesis nula no es rechazada, no proporciona evidencia de apoyo para el modelo,
- 3) La hipótesis nula se rechazó en general en situaciones con tamaños de muestra grandes.

Ahora bien el AFC es una extensión del AFE, donde  $\xi$  está distribuido con  $N(0, \Phi)$ , por lo que la matriz de covarianza de  $\mathbf{x}$  suponiendo que  $\xi$  y  $\varepsilon$  son independientes sería

$$\Sigma = \Lambda\Phi\Lambda^T + \Psi_{\varepsilon} \quad (1.3.1.3)$$

En este modelo los elementos de  $\Lambda, \Phi$  y  $\Psi_{\varepsilon}$  son elementos preasignados, ya en la práctica el AFC verifica si dichos elementos y posiciones de los parámetros escogidos fueron elegidos apropiadamente; por ejemplo  $\lambda_{kh} = 0$  significa que el h-ésimo factor no forma parte de la k-ésima variable observada y de la misma manera  $\phi_{jh} = 0$  nos indica que el j-ésimo factor no está correlacionado con el k-ésimo factor.

En la práctica el propósito del AFC es identificar mediante valores fijos de  $\Lambda, \Phi$  y  $\Psi_{\varepsilon}$  apropiados valores preasignados, para la estimación de los parámetros desconocidos.

De lo comentado hasta el momento, se puede notar que todos los parámetros desconocidos se encuentran en la ecuación (1.3.1.3), es decir en el análisis estructural de la matriz de covarianza, ahora bien, dicha matriz de covarianza, puede considerarse como una función del parámetro desconocido  $\theta$ , entonces

podemos definir una función objetivo  $f(\Sigma(\theta), S)$  que mida la diferencia entre la matriz de covarianza muestral y la matriz  $\Sigma(\theta)$ , esta función objetivo deberá ser minimizada, comúnmente se utiliza la función negativa de log de verosimilitud.

La bondad de ajuste del modelo propuesto es contrastada con el valor crítico  $nL(\Sigma(\bar{\theta}), S)$  siendo  $\bar{\theta}$  estimador de  $\theta$ .

Adicionalmente a la estimación de los parámetros estructurales de la matriz de covarianza, es necesario encontrar el vector  $\bar{\xi}$  que es el estimador del vector de factores latentes  $\xi$ , a través de la siguiente expresión:

$$\bar{\xi} = (\bar{\Lambda}^T \bar{\Psi}_\varepsilon^{-1} \bar{\Lambda})^{-1} \bar{\Lambda}^T \bar{\Psi}_\varepsilon^{-1} x \quad (1.3.1.4)$$

Para aplicar este método de estimación de los puntajes factoriales debemos considerar que los errores muestrales son ignorados y que  $\bar{\xi}$  no es lineal por lo que su distribución puede ser muy complicada, un método que no toma en cuenta dichas observaciones es la estimación Bayesiana (Lee, 2007).

## 1.4 ESTIMACIÓN BAYESIANA PARA MEE.

Los métodos desarrollados hasta el momento para el tratamiento de los MEE dependen de la distribución asintótica de la matriz  $S$ , por lo que dichos métodos funcionan bajo ciertas condiciones que no siempre pueden ser cumplidas, nace entonces la necesidad de desarrollar nuevos mecanismos para el análisis de MEE como es la estimación Bayesiana.

La principal ventaja para usar estimación Bayesiana, es la información a priori con la que se cuenta sobre determinado evento y de no ser así se pueden usar varias funciones no informativas de distribuciones a priori, en estos casos la exactitud de la estimación Bayesiana es muy cercana a la obtenida con el método de máxima verosimilitud, el mismo que depende de la estructura de la matriz  $S$  y de las propiedades asintóticas de dicha matriz (Lee, 2007).

Las distribuciones a posteriori de los parámetros y variables latentes pueden ser estimados a partir un número suficientemente grande de observaciones que pueden ser simuladas usando por ejemplo cadenas de Markov.

Ya con la distribución a posteriori, podemos calcular cuantiles que servirán para realizar inferencias, así por ejemplo las estimaciones Bayesianas pueden ser obtenidas de las medias muestrales de la distribución a posteriori.

Con estas estimaciones se pueden obtener errores inherentes a cada parámetro y determinar la bondad de ajuste del modelo propuesto; adicionalmente el factor de Bayes nos permite realizar comparaciones entre varios modelos propuestos.

### 1.4.1 ESTIMACIÓN BAYESIANA

La estimación Bayesiana se realiza con base a los datos observados y a la distribución a priori de los parámetros desconocidos, entonces supongamos que tenemos un modelo de ecuaciones estructurales denotado por  $E, Y$  una muestra de tamaño  $n$  (datos observados),  $\theta$  el vector de parámetros estructurales

desconocidos. En el enfoque no Bayesiano, por ejemplo si usamos la estimación de máxima verosimilitud  $\theta$  no es considerado como aleatorio, entre tanto en el enfoque Bayesiano  $\theta$  si se considera aleatorio y con función de densidad  $p(\theta|E)$  que por facilidad se notará como  $p(\theta)$ . “La estimación Bayesiana se basa en los datos observados (Y) y en la distribución a priori de  $\theta$ ” (Lee, 2007).

Sea entonces:

$p(Y, \theta|E)$ : La función de densidad de la distribución conjunta de Y y  $\theta$  que depende de E. El comportamiento de  $\theta$  con respecto los datos observados Y, se encuentra totalmente descrito por la distribución condicional de  $\theta$  dado Y,

$p(\theta|Y, E)$ : La función de densidad a posteriori de  $\theta$  que depende de la distribución conjunta de Y y E. “La distribución a posteriori de  $\theta$  juega el papel más importante en la estimación Bayesiana de un modelo” (Lee, 2007).

A partir de la igualdad  $p(Y, \theta|E) = p(Y|\theta, E)p(\theta) = p(\theta|Y, E)p(Y|E)$  y como la  $p(Y|E)$  no depende de  $\theta$  pudiendo ser considerado como una constante para un vector Y dado se tiene la siguiente igualdad que puede considerarse como una función de probabilidad:

$$\log p(\theta|Y, E) = \log p(Y|\theta, E) + \log p(\theta) \quad (1.4.1.1)$$

En la ecuación anterior se puede notar que la función de densidad a posteriori incorpora la información muestral y la información a priori a través de  $p(Y|\theta, E)$  y  $p(\theta)$  respectivamente.

Cabe resaltar que para tamaños de muestras suficientemente grandes la estimación de máxima verosimilitud y la Bayesiana son equivalentes (Lee, 2007). Mientras que en tamaños de muestra no muy grandes la distribución a priori  $p(\theta)$  juega un papel fundamental.

Las distribuciones a priori de  $\theta$  representan la distribuciones de los posibles valores del parámetro  $\theta$  para el cuál se cuenta con información anterior. Existen dos tipos de distribuciones a priori; las no informativas y las informativas.

Las no informativas son aquellas que no están basadas en investigaciones levantadas desde cierta población, mientras que la informativa cuenta con un aprendizaje basado en datos anteriores o en el conocimiento de expertos, los parámetros utilizados en las distribuciones a priori informativas se los llama hiperparámetros.

Cuando los hiperparámetros y la distribución a priori conjugada<sup>1</sup> son desconocidos estos deben ser estimados usando su propia distribución a priori o por facilidad fijar valores.

#### 1.4.2 ANALISIS POSTERIOR

La estimación Bayesiana de  $\theta$  esta definida usualmente como la media de  $p(\theta|Y,E)$ , la misma que puede ser obtenida mediante la simulación de un número suficientemente aceptable de observaciones de  $p(\theta|Y,E)$ , pero en la práctica dichas simulaciones presenta dificultades ya que la distribución a posteriori es muy complicada (Lee, 2007).

Entonces el procedimiento consiste en tratar a los valores latentes como perdidos, aumentando progresivamente el número de variables observadas, más específicamente en lugar de trabajar con la probabilidad a posteriori  $p(\theta|Y,E)$ , trabajaremos con  $p(\theta,\Omega|Y)$ , donde  $\Omega$  es el conjunto de variables latentes del modelo; para la mayoría de casos no es muy sencillo trabajar directamente con  $p(\theta,\Omega|Y)$  por lo que deben ser simuladas usando cadenas de Markov o el método de Montecarlo recurriendo a observaciones iterativas de  $p(\theta|\Omega,Y)$  y  $p(\Omega|\theta,Y)$ , este procedimiento es el conocido como el método de Gibbs basado en cadenas de Markov.

---

<sup>1</sup> La propiedad que la distribución a posteriori es la misma distribución paramétrica que la distribución a priori se llama conjugada.

Entonces dado el modelo E, nosotros podemos descomponer al vector  $\theta$  con sus respectivos componentes  $\theta = \{\theta_1, \dots, \theta_a\}$  y a la matriz de variables latentes  $\Omega$  como  $\Omega = \{\Omega_1, \dots, \Omega_b\}$ ; con lo anterior, podemos formular j-ésima iteración de  $\theta$  como  $\theta^j = \{\theta_1^j, \dots, \theta_a^j\}$  y para  $\Omega$  como  $\Omega^j = \{\Omega_1^j, \dots, \Omega_b^j\}$ , usando el método de Gibbs tendríamos entonces que:

$$\theta_a^{j+1} \text{ se obtiene a partir de } p(\theta_a | \theta_1^{j+1}, \dots, \theta_{a-1}^{j+1}, \Omega^j, Y) \quad (1.4.2.1)$$

$$\Omega_b^{j+1} \text{ se obtiene a partir de } p(\Omega_b | \theta^{j+1}, \Omega_1^{j+1}, \dots, \Omega_{b-1}^{j+1}, Y)$$

Como se ve en (1.4.2.1) existen a+b pasos, en cada paso cada elemento de  $\theta$  y de  $\Omega$  es calculado con base a la probabilidad condicional de los últimos valores de los otros componentes, las distribuciones más utilizadas para este procedimiento son la normal estándar, la distribución gama o la de Wishart.

Bajo mínimas condiciones de estabilidad, la distribución conjunta de  $\theta^j$  y  $\Omega^j$ , converge hacia una distribución exponencial para la distribución posterior de  $[\theta, \Omega | Y]$  (Lee, 2007).

Si se alcanzado una convergencia aproximada del algoritmo, uno de los posibles problemas que se puede presentar es la correlación entre los valores secuenciales simulados, sin embargo podemos realizar varias simulaciones para tratar de eliminar dicho efecto.

Como la distribución posteriori de  $\theta$  dado Y describe el comportamiento de  $\theta$  con los datos observados Y, la dispersión de  $\theta$  puede ser calculada a partir de la  $\text{var}(\theta | Y)$  definida por el siguiente estimador:

$$\widehat{V}(\theta | Y) = (K - 1)^{-1} \sum_{k=1}^K (\theta^k - \widehat{\theta})(\theta^k - \widehat{\theta})^T \quad (1.4.2.2)$$

Donde K es la iteración en la cuál el algoritmo converge y  $\widehat{\theta}$  esta definido de la siguiente manera:

$$\hat{\theta} = K^{-1} \sum_{k=1}^K \theta^k \quad (1.4.2.3)$$

Ahora bien, sea  $\theta_j$  el j-ésimo elemento de  $\theta$ , podemos decir que la raíz cuadrada del j-ésimo elemento de  $\hat{V}(\theta|Y)$  es un estimador del error estándar de la aproximación Bayesiana  $\hat{\theta}_j$ , pero dicho valor solo nos da información sobre la variación de  $\hat{\theta}_j$ , para realizar pruebas de hipótesis sobre la validez de los parámetros estimados, se acude al factor de Bayes, que se calcula para comparar dos modelos.

Dada una observación individual  $y_i$ ,  $w_i$  el vector de variables latentes, la estimación Bayesiana de  $E(w_i|y_i)$  esta dada por:

$$\hat{w}_i = K^{-1} \sum_{k=1}^K w_i^k \quad (1.4.2.4)$$

Mientras que el estimador de  $\text{Var}(w_i|y_i)$  es:

$$\hat{V}(w_i | y_i) = (K - 1)^{-1} \sum_{k=1}^K (w_i^k - \hat{w}_i)(w_i^k - \hat{w}_i)^T \quad (1.4.2.5)$$

Los estimadores  $\hat{w}_i$  pueden ser utilizados para realizar análisis de valores extremos o de residuos y adicionalmente probar la bondad de ajuste de las ecuaciones de medida y estructural (Lee, 2007).

Cabe señalar que la distribución del estimador  $\hat{w}_i$  que esta basado en una sola observación  $y_i$ , es muy cercana al del verdadero puntaje factorial  $\hat{w}_{i0}$ .



### 1.4.3 FACTOR DE BAYES.

Como mencionamos anteriormente el factor de Bayes nos brinda un criterio de comparación, éste estadístico posee un sólido fundamento lógico que ofrece gran flexibilidad.

Sean dos modelos  $E_1$  y  $E_2$  ambos obtenidos a partir de un conjunto de datos  $Y$  de tamaño  $n$ , lo que se busca es determinar cuál de los dos modelos se ajusta de mejor manera a los datos de acuerdo a su función de probabilidad  $p(Y|E_1)$  y  $p(Y|E_2)$ , dada  $p(E_2)$  la probabilidad a priori de  $E_2$  y  $p(E_1)=1-p(E_2)$  y con  $p(E_k|Y)$ , la probabilidad a posteriori para  $k=1,2$ ; del Teorema de Bayes se obtiene que:

$$p(E_k|Y) = \frac{p(Y|E_k)p(E_k)}{p(Y|E_1)p(E_1) + p(Y|E_2)p(E_2)} \quad \text{para } k = 1, 2. \quad (1.4.3.1)$$

Por lo que,

$$\frac{p(E_1|Y)}{p(E_2|Y)} = \frac{p(Y|E_1)p(E_1)}{p(Y|E_2)p(E_2)} \quad (1.4.3.2)$$

El factor de Bayes que permite comparar los modelos uno y dos esta dado por:

$$B_{12} = \frac{p(Y|E_1)}{p(Y|E_2)} \quad (1.4.3.3)$$

De la ecuación (1.4.3.2) se tiene que **“Probabilidades a posteriori=Factor de Bayes\*Probabilidades a priori”** (Lee, 2007).

Para el caso especial en el que los modelos uno y dos tienen igual distribución a priori, es decir  $p(E_1) = p(E_2) = 0,5$ ; el factor de Bayes es igual a la probabilidad posterior en favor de  $E_1$ . En términos generales, asumiendo la misma probabilidad

a priori nos permite elegir  $E_1$  en lugar de  $E_2$  o viceversa, sirve además como criterio para rechazar la hipótesis nula asociada con  $E_2$  y de la misma manera brinda evidencia a favor de las hipótesis nula y alternativa asociadas a  $E_1$ .

Para decidir entre dos modelos que no se encuentran relacionados entre si, se usa la siguiente interpretación:

1. Seleccionaremos  $E_2$  si  $2\log B_{12}$  es negativo.
2. Si  $2\log B_{12}$  se encuentra entre 0 y 2, diremos que  $E_1$  es ligeramente mejor que  $E_2$ .
3. Si  $2\log B_{12}$  es mayor a 6 definitivamente escogeremos  $E_1$ .

Si se trata de dos modelos enlazados, por ejemplo  $E_2$  es parte de un modelo más complejo  $E_1$  y supongamos que  $E_1$  es significativamente mejor que  $E_2$ , es decir si  $2\log B_{12}$  es mayor a 6, entonces debemos decidirnos definitivamente por  $E_1$ , no así si  $2\log B_{12}$  se encuentra entre 0 y 2 (Lee, 2007).

Cabe señalar que usualmente calcular  $B_{12}$  de forma analítica presenta dificultades, los algoritmos implementados en Amos 18 o Winbugs 14 utilizan aproximaciones numéricas para estimar el factor de Bayes, más específicamente el muestreo de senderos calculando la probabilidad marginal del muestreo de Gibbs.

Existen métodos adicionales para comparar dos modelos, como el criterio de información Bayesiana y de Akaike, el criterio de información de desviación y el análisis de valores extremos y residuos; los mismos que se presentan a continuación.

#### 1.4.4 CRITERIO DE INFORMACIÓN BAYESIANA Y DE AKAIKE.

Se basa en una aproximación del valor  $2\log B_{12}$  que no depende de la densidad a priori, sino en el llamado criterio de Schwarz (SW) (Lee, 2007).

$$2\log B_{12} \cong 2SW = 2\left[\log p(Y|\tilde{\theta}_1, E_1) - \log p(Y|\tilde{\theta}_2, E_2)\right] - (d_1 - d_2)\log n \quad (1.4.4.1)$$

Donde  $\tilde{\theta}_1$  y  $\tilde{\theta}_2$  son estimadores de Máxima Verosimilitud en los modelos  $E_1$  y  $E_2$  respectivamente,  $d_1$  y  $d_2$  son las dimensiones de  $\theta_1$  y  $\theta_2$ ,  $n$  el tamaño muestral, entonces el Criterio de Información Bayesiana (CIB) para contrastar los modelos  $E_1$  y  $E_2$  es:

$$CIB_{12} = -2SW \cong -2\log B_{12} = 2\log B_{21} \quad (1.4.4.2)$$

Los criterios de interpretación del  $CIB_{12}$  es el mismo que se utiliza para el factor de Bayes. Para cada modelo  $E_k$  con  $k=1,2$  definimos:

$$CIB_k = -2\log p(Y|\tilde{\theta}_k, E_k) + d_k \log n \quad (1.4.4.3)$$

Se escoge el modelo con menor valor del  $CIB_k$ .

El criterio de información de Akaike (CIA) asociado al modelo  $E_k$  esta definido por:

$$CIA_k = -2\log p(Y|\tilde{\theta}_k, E_k) + 2d_k \quad (1.4.4.4)$$

Como se observa en (1.4.4.4) este criterio de comparación no depende del tamaño muestral  $n$ ; la selección se la realiza de la misma manera que se la hace cuando usamos el CIB.

### 1.4.5 CRITERIO DE INFORMACIÓN DE DESVIACIÓN.

El criterio de información de desviación (CID) es una generalización del CIA que incorpora las simulaciones  $\theta_k^j$  del parámetro desconocido  $\theta_k$ , con  $j=1, \dots, J$ ; basados en la distribución a posteriori, definimos entonces:

$$CID_k = -\frac{2}{J} \sum_{j=1}^J \log p(Y | \theta_k^j, E_k) + 2d_k \quad (1.4.5.1)$$

Al igual que los criterios presentados, se selecciona el modelo con menor valor de  $CID_k$  (Lee, 2007).

### 1.4.6 ANÁLISIS DE VALORES EXTREMOS Y RESIDUOS.

Una ventaja de la aproximación Bayesiana realizada mediante simulaciones es la de proveer estimaciones de las variables latentes usando simulaciones posteriores, que permiten calcular estimadores muy confiables de los residuos tanto de la ecuación estructural como de la medida, las interpretaciones gráficas son las mismas que se realizan por ejemplo en una regresión lineal.

Consideremos la siguiente ecuación de medida:

$$y_i = Ax_i + \Lambda w_i + \varepsilon_i \quad (1.4.6.1)$$

Donde,

$A$  y  $\Lambda$  son matrices de parámetros desconocidos.

$x_i$  es el vector de covariables de dimensión  $r_1 \times 1$ .

$w_i$  el vector de variables aleatorias latente de dimensión  $q \times 1$ .

$\varepsilon_i$  el vector aleatorio del error distribuido con  $N(0, \Psi_\varepsilon)$ , donde  $\Psi_\varepsilon$  es una matriz diagonal y  $\varepsilon_i$  es independiente de  $w_i$ .

Adicionalmente estimamos los subvectores latentes  $\eta_i$  y  $\xi_i$  de  $w_i$  con un vector adicional de covariables  $z_i$  de dimensión  $r_2 \times 1$  a través de la siguiente ecuación estructural:

$$\eta_i = Bz_i + \Pi w_i + \Gamma \xi_i + \delta_i \quad (1.4.6.2)$$

Donde,

$\eta_i$  y  $\xi_i$  son vectores latentes de dimensión  $q_1 \times 1$ ,  $q_2 \times 1$  respectivamente y como se mencionó anteriormente se cumple que  $w_i = (\eta_i^T, \xi_i^T)^T$ .

$B, \Pi$  y  $\Gamma$  son matrices de parámetros desconocidos.

Los residuos de cada una de las ecuaciones que forman el modelo serian de la forma:

$$\hat{\varepsilon}_i = y_i - \hat{A}x_i - \hat{\Lambda}\hat{w}_i \quad (1.4.6.3)$$

Donde  $\hat{A}, \hat{\Lambda}$  y  $\hat{w}_i$  son las estimaciones Bayesianas obtenidas, los gráficos de  $\hat{\varepsilon}_i$  con  $\hat{w}_i$  pueden brindar información del ajuste de la ecuación de medida.

Los residuos  $\hat{\varepsilon}_i$  sirven también para identificar valores extremos de una observación  $y_i$  de la misma manera que se lo realiza en un modelo de regresión lineal, esto es analizando gráfico de los residuos versus los valores pronosticados.

Los residuos en la ecuación estructural se definen por:

$$\hat{\delta}_i = (I - \hat{\Pi})\hat{\eta}_i - \hat{B}z_i - \hat{\Gamma}\hat{\xi}_i \quad (1.4.6.4)$$

Donde  $\hat{\Pi}, \hat{B}, \hat{\Gamma}, \hat{\eta}_i$  y  $\hat{\xi}_i$  son las estimaciones Bayesianas y se puede realizar una interpretación gráfica del ajuste de la ecuación.

Cabe señalar que  $\hat{\varepsilon}_i$  y  $\hat{\delta}_i$  pueden ser utilizados para probar la hipótesis de normalidad, usando por ejemplo gráficos Q-Q (Lee, 2007).

Las definiciones presentadas hasta el momento servirán como base para el desarrollo de la teoría de ecuaciones estructurales no lineales que se presenta en el siguiente capítulo.

## **CAPÍTULO 2.**

### **ECUACIONES ESTRUCTURALES NO LINEALES**

#### **2.1 INTRODUCCIÓN**

Los modelos de ecuaciones estructurales usualmente presentan relaciones lineales, últimamente se ha reconocido que relaciones no lineales entre variables latentes son particularmente importantes para establecer modelos que se ajusten a fenómenos mucho más complejos.

Las distribuciones complejas asociadas con variables latentes no lineales hacen necesarias metodologías difíciles de implementar para el análisis de dichos fenómenos.

Los modelos de análisis factorial no lineal con relaciones polinomiales fueron analizados en un principio por McDonald (1962) y Mooijaart y Bentler (1986); últimamente se han realizado aplicaciones en donde se analizan modelos de ecuaciones estructurales no lineales con interacciones entre variables latentes, los mismos que incluyen variables artificiales no lineales observables (Lee, 2007).

En general no ha existido una plataforma teórica que valide dichos resultados por el inconveniente presentado por la hipótesis de normalidad que deben tener los datos para realizar ciertas aproximaciones.

El método de distribución libre asintótica (MDLA) es un procedimiento alternativo para el tratamiento de la no normalidad de los datos inducida por variables latentes de tipo no lineal; pero esta metodología presenta el inconveniente de requerir tamaños de muestra bastante grandes para que sea consistente (Browne, 1984; Bentler, 1983,1992).

Otra de las metodologías que permite trabajar con relaciones no lineales es la que incluye la aproximación por momentos, que permite trabajar con ecuaciones estructurales con un número de variables latentes moderado y utiliza una mezcla

de distribuciones y el valor exacto producido por el método de máxima verosimilitud.

Pero debido a las restricciones que presentan las metodologías mencionadas, en estimación Bayesiana también se ha desarrollado una base teórica para el tratamiento de modelos en los que se presentan relaciones no lineales con variables continuas y categóricas.

Un problema fundamental es decidir si un modelo de ecuaciones estructurales no lineal se ajusta mejor que uno lineal a un determinado conjunto de datos, es decir encontrar relaciones de relevancia que no se muestran en el modelo lineal.

En este capítulo se describe la estimación Bayesiana para modelos de ecuaciones estructurales no lineales; en donde, nuestro modelo base estará definido por una ecuación de medida lineal y una estructural no lineal que incluye funciones diferenciables<sup>1</sup> de las variables latentes exógenas; con la formulación de este tipo de modelo podemos analizar las relaciones causales entre variables latentes.

---

<sup>1</sup> Una función diferenciable admite derivadas en cualquier dirección y puede aproximarse al menos hasta primer orden por una aplicación afín.



## 2.2 ESTIMACIÓN BAYESIANA DE ECUACIONES ESTRUCTURALES NO LINEALES.

### 2.2.1 MODELO

Consideremos el siguiente modelo de ecuaciones estructurales no lineales (**MEEN**) con un vector  $p \times 1$  de variables observables aleatorias  $y = (y_1, \dots, y_p)^T$ .

$$y = \mu + \Lambda w + \varepsilon \quad (2.2.1.1)$$

Donde,  $\mu$  es el vector de interceptos,  $\Lambda$  es la matriz de pesos factoriales de dimensión  $p \times q$ ;  $w = (w_1, \dots, w_q)^T$  es un vector aleatorio de factores latentes con  $q < p$  y  $\varepsilon$ : es el vector de errores de dimensión  $p \times 1$ , que se encuentra distribuido con  $N(0, \Psi_\varepsilon)$ , donde  $\Psi_\varepsilon$  es diagonal y  $w$  es independiente de  $\varepsilon$ .

En situaciones más complejas se puede utilizar  $w$  como una partición de la forma  $(\eta^T, \xi^T)$ , con lo que a más del modelo, contamos con el vector latente que define el siguiente modelo estructural no lineal:

$$\eta = \Pi \eta + \Gamma H(\xi) + \delta \quad (2.2.1.2)$$

Donde,  $\eta$  y  $\xi$  son subvectores de variables latentes de  $w$ , de dimensión  $q_1 \times 1$  y  $q_2 \times 1$  respectivamente.

$H(\xi) = (h_1(\xi), \dots, h_t(\xi))^T$  es un vector no nulo de las funciones  $h_j$  evaluadas en valores distintos a cero de dimensión  $t \times 1$ , con  $t \geq q_2$ .

$\Pi_{(q_1 \times q_1)}$  y  $\Gamma_{(q_1 \times t)}$  son las matrices de los coeficientes de regresión para  $\eta$  y  $H(\xi)$  respectivamente.

Se asume que  $\delta$  y  $\xi$  son independientes y distribuidas con  $N(O, \Phi)$  y  $N(O, \Psi_\delta)$ , respectivamente y  $\Psi_\delta$  es una matriz de covarianza diagonal.

Si algunas  $h_j(\xi)$  no son lineales la distribución del vector de variables aleatorias observadas  $y$  no es lineal. Dado que en  $\xi$  pueden existir relaciones no lineales la ecuación (2.2.1.2) puede escribirse como:

$$\eta = \Lambda_w G(w) + \delta \quad (2.2.1.3)$$

Donde  $\Lambda_w = (\Pi, \Gamma)$  y  $G(w) = (\eta^T, H(\xi)^T)^T$ .

Los componentes de  $H(\xi)$  son funciones diferenciables de cualquier clase, por lo tanto pueden plantearse varios tipos de relaciones entre variables latentes, pero claro está la elección de  $H(\xi)$  no puede ser completamente arbitraria, por ejemplo el siguiente caso,  $H_1(\xi) = (\xi_1, \xi_2, \xi_1^2, \xi_1^2)$  y  $H_2(\xi) = (\xi_1, \xi_2, \xi_{12}, 0)$  no es permitido al ser relevante; en su lugar debemos escoger  $H_1(\xi) = (\xi_1, \xi_2, \xi_1^2)$  y  $H_2(\xi) = (\xi_1, \xi_2, \xi_{12})$ , un ejemplo de una ecuación estructural sería el siguiente:

$$\begin{pmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \pi \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \gamma_{23} & \gamma_{24} & \gamma_{25} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_1^2 \\ \xi_1 \xi_2 \\ \xi_2^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{pmatrix} \quad (2.2.1.4)$$

El propósito es encontrar los parámetros del modelo no lineal cuando no se cuentan suficientes condiciones de identificación.

Por ejemplo, un modelo equivalente al de la ecuación (2.2.1.1) es  $y = \mu + \Lambda^* w^* + \varepsilon$  donde  $\Lambda^* = \Lambda R$  y  $w^* = R^{-1} w$  para cualquier matriz  $R$  no singular.

Un método común para resolver el problema de identificación de estimación de la ecuación estructural consiste en fijar elementos apropiados para  $\Lambda$  bajo cierto criterio de conocimiento de modo que  $R$  sea la matriz identidad; así mismo pueden fijarse valores para  $\Lambda_w$ .

En el contexto de los modelos de ecuaciones estructurales no lineales debemos tener mucho cuidado al interpretar la esperanza del vector  $y$ . Si  $\Lambda_k^T$  es la  $k$ -ésima fila de  $\Lambda$  para  $k=1, \dots, p$  de la ecuación (2.2.1.1) tenemos que  $E(y_k) = \mu_k + \Lambda_k^T E(w)$ , si bien  $E(\xi) = 0$  tenemos de la ecuación (2.2.1.2) que  $E(\eta) \neq 0$ , como  $H(\xi)$  es un función no lineal de  $\xi$ ; por lo tanto  $E(w) \neq 0$  y  $E(y_k) \neq \mu_k$ .

Ahora bien, sea  $\Lambda_k^T = (\Lambda_{k\eta}^T, \Lambda_{k\xi}^T)$  la partición de  $\Lambda_k^T$  correspondiente a  $w = (\eta^T, \xi^T)^T$ , como  $E(\xi) = 0$  y tomando  $\eta = (I - \Pi)^{-1} [\Gamma H(\xi)]$ , de la ecuación (2.2.1.2) tenemos que:

$$E(y_k) = \mu_k + \Lambda_{k\eta}^T E(\eta) + \Lambda_{k\xi}^T E(\xi) = \mu_k + \Lambda_{k\eta}^T [(I - B)^{-1} \Gamma] E(H(\xi)) \quad (2.2.1.5)$$

Donde la matriz  $B$  corresponde a los puntajes factoriales obtenidos a partir del análisis factorial confirmatorio de  $x = B(\Lambda\xi + \varepsilon) + \delta$ .

Como en general la forma de  $H(\xi)$  no es demasiada complicada, la  $E(H(\xi))$  y  $E(y_k)$  no presentan dificultades de cálculo.

Para un MEE lineal definido por  $y = \mu + \varepsilon^*$ , el vector  $\varepsilon^*$  está distribuido con  $N(O, \Sigma)$ , donde  $\Sigma$  es una matriz de covarianzas sin ninguna estructura en particular, pero en este caso como existen términos no lineales la distribución de  $\varepsilon^*$  no es normal; por lo que para medir la significancia de los términos no lineales se necesita un tratamiento especial que se presenta más adelante.

### 2.2.2 MUESTREO DE GIBBS PARA LA SIMULACIÓN A POSTERIORI

Sea  $Y = (y_1, \dots, y_n)$  la matriz de datos observados y  $\theta$  el vector que contiene los parámetros desconocidos  $\mu, \Lambda, \Lambda_w, \Phi, \Psi_\varepsilon$  y  $\Psi_\delta$ ; dada la no linealidad de  $H(\xi)$  el objetivo es encontrar las estimaciones Bayesianas a partir de  $Y$  (Lee, 2007).

Usamos el muestreo de Gibbs para generar una secuencia de observaciones de la distribución a posterior  $[\theta, \Omega | Y]$ , donde la  $j$ -ésima iteración con valores iniciales de  $\theta^j$  y  $\Omega^j$  está dada por:

*Paso (a):*  $\theta^{(j+1)}$  de  $p(\theta | \Omega^{(j)}, Y)$

*Paso (b):*  $\Omega^{(j+1)}$  de  $p(\Omega | \theta^{(j+1)}, Y)$

En el paso (a),  $\theta$  contiene los parámetros desconocidos  $\mu, \Lambda, \Lambda_w, \Phi, \Psi_\varepsilon$  y  $\Psi_\delta$ . Como  $\Omega$  está dado el MEEN por las ecuaciones (2.2.1.1) y (2.2.1.2) se reduce a un modelo de regresión simultánea y sus distribuciones condicionales no son difíciles de encontrar.

### 2.2.3 DISTRIBUCIÓN CONDICIONAL TOTAL

Sea  $\theta_y$  que contiene los parámetros en  $\mu, \Lambda$  y  $\Psi_\varepsilon$  asociados a la ecuación de medida y dado  $\theta_w$  el vector de parámetros de  $\Lambda_w, \Phi$  y  $\Psi_\delta$ ; asociados a la ecuación estructural, si no fijamos parámetros iniciales y como las distribuciones de  $\theta_y$  y  $\theta_w$  son independientes se cumple que  $p(\theta) = p(\theta_y)p(\theta_w)$ , más aún como  $p(Y, \Omega | \theta) = p(Y | \Omega, \theta_y)p(\Omega | \theta_w)$ , se cumple que:

$$p(\theta_y, \theta_w | Y, \Omega) = [p(y | \Omega, \theta_y)p(\theta_y)] [p(\Omega | \theta_w)p(\theta_w)] \quad (2.2.3.1)$$

Para encontrar las estimaciones se usan las siguientes distribuciones a priori, con  $k=1, \dots, p$ .

$$\begin{aligned}\mu &= N[\mu_0, \Sigma_0], \\ \Psi_{\varepsilon k}^{-1} &= \text{Gamma}[\alpha_{0\varepsilon k}, \beta_{0\varepsilon k}], \\ [\Lambda_k | \Psi_{\varepsilon k}] &= N[\Lambda_{0k}, \Psi_{\varepsilon k} H_{0yk}]\end{aligned}$$

Donde  $\Lambda_k^T$  es la  $k$ -ésima fila de  $\Lambda$ ;  $\alpha_{0\varepsilon k}, \beta_{0\varepsilon k}, \mu_0, \Lambda_{0k}, H_{0yk}$  y  $\Sigma_0$  son hiperparámetros cuyos valores se supone deben ser dados. Para  $k \neq h$  asumimos que  $(\Psi_{\varepsilon k}, \Lambda_k)$  y  $(\Psi_{\varepsilon h}, \Lambda_h)$  son independientes (Lee, 2007)..

La distribución condicional de  $\Lambda$  esta dada para el caso en el que todos los elementos son desconocidos; por lo que la distribución condicional con elementos fijos puede ser obtenida a través de la siguiente modificación:

$$\begin{aligned}\text{Dados } A_k &= (H_{0yk}^{-1} + \Omega \Omega^T)^{-1}, Y_k^* = (y_{1k}^*, \dots, y_{nk}^*)^T \text{ con } y_{ik}^* = y_{ik} - \mu_k, \\ a_k &= A_k (H_{0yk}^{-1} \Lambda_{0k} + \Omega Y_k^*) \text{ y} \\ \beta_{\varepsilon k} &= \beta_{0\varepsilon k} + 2^{-1} (Y_k^{*T} Y_k^* - a_k^T A_k^{-1} a_k + \Lambda_{0k}^T H_{0yk}^{-1} \Lambda_{0k});\end{aligned}$$

se puede demostrar que:

$$\begin{aligned}p(\Psi_{\varepsilon k}^{-1} | Y, \Omega, \mu) &= \text{Gamma}\left[\frac{n}{2} + \alpha_{0\varepsilon k}, \beta_{\varepsilon k}\right] \\ p(\Lambda_k | Y, \Omega, \Psi_{\varepsilon k}^{-1}, \mu) &= N[a_k, \Psi_{\varepsilon k} A_k] \\ p(\mu | Y, \Omega, \Lambda, \Psi_{\varepsilon}) &= N\left[(\Sigma_0^{-1} + n\Psi_{\varepsilon}^{-1})^{-1} (n\Psi_{\varepsilon}^{-1} \bar{Y} + \Sigma_0^{-1} \mu_0), (\Sigma_0^{-1} + n\Psi_{\varepsilon}^{-1})^{-1}\right]\end{aligned}$$

$$\text{Donde } \bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \Lambda w_i).$$

Consideremos ahora la distribución condicional de  $\theta_w$  que es proporcional a la  $p(\Omega | \theta_w) p(\theta_w)$ ; dados  $\Omega_1 = (\eta_1, \dots, \eta_n)$ ,  $\Omega_2 = (\xi_1, \dots, \xi_n)$  y  $G = [G(w_1), \dots, G(w_n)]$ ; si

suponemos que la distribución de  $\xi_i$  solo involucra a  $\Phi$ , podemos entonces verificar que  $p(\Omega_2 | \theta_w) = p(\Omega_2 | \Phi)$ .

Más aún si asumimos que la distribución a priori de  $\Phi$  es independiente de la distribución a priori de  $\Lambda_w$  y  $\Psi_\delta$ ; se sigue que:

$$p(\Omega | \theta_w) p(\theta_w) \propto [p(\Omega_1 | \Omega_2, \Lambda_w, \Psi_\delta) p(\Lambda_w, \Psi_\delta)] [p(\Omega_2 | \Phi) p(\Phi)] \quad (2.2.3.2)$$

Por lo tanto las densidades condicionales marginales de  $(\Lambda_w, \Psi_\delta)$  y  $\Phi$  pueden ser analizadas por separado.

Consideremos ahora una distribución a priori para  $\Phi$  con  $\Phi^{-1} = W_{q_2}^D [R_0, \rho_0]$ , donde  $\rho_0$  y la matriz definida positiva  $R_0$  son hiperparámetros dados; donde se verifica que:

$$p(\Phi | \Omega_2) = IW_{q_2}^D [(\Omega_2 \Omega_2^T + R_0^{-1}), n + \rho_0] \quad (2.2.3.3)$$

Usando distribuciones a priori para  $\theta_w$ , tenemos que:

$$\Psi_{\delta k}^{-1} = \text{Gamma}^D [\alpha_{0\delta k}, \beta_{0\delta k}],$$

$$[\Lambda_{wk} | \Psi_{\delta k}] = N^D [\Lambda_{0wk}, \Psi_{\delta k} H_{0wk}]$$

Donde  $\Lambda_{wk}^T$  es la k-ésima fila de  $\Lambda_w$ ;  $\alpha_{0\delta k}, \beta_{0\delta k}, \Lambda_{0wk}$  y  $H_{0wk}$  son los hiperparámetros dados, si  $k \neq h$  tenemos que  $(\Psi_{\delta k}, \Lambda_{wk})$  y  $(\Psi_{\delta h}, \Lambda_{wh})$  son independientes.

Ahora dado  $E_k^* = (\eta_{1k}, \dots, \eta_{nk})^T$  con  $k=1, \dots, q_1$ ; dados  $\pi_{kj}$  y  $\gamma_{lj}$  que son elementos de  $\Pi$  y  $\Gamma$  respectivamente se puede demostrar que para  $k=1, \dots, q_1$  se cumple:

$$p(\Psi_{\delta k}^{-1} | \Omega) \stackrel{D}{=} \text{Gamma} \left[ \frac{n}{2} + \alpha_{0\delta k}, \beta_{\delta k} \right],$$

$$p(\Lambda_{wk} | \Omega, \Psi_{\delta k}^{-1}) \stackrel{D}{=} \text{N} \left[ a_{wk}, \Psi_{\delta k} \Lambda_{wk} \right]$$

Donde  $\Lambda_{wk} = (\Lambda_{0wk}^{-1} + \mathbf{G}\mathbf{G}^T)^{-1}$ ,  $a_{wk} = \Lambda_{wk} (\mathbf{H}_{0wk}^{-1} \Lambda_{0wk} + \mathbf{G}\mathbf{E}_k^*)$ ; y

$$\beta_{\delta k} = \beta_{0\delta k} + 2^{-1} (\mathbf{E}_k^{*T} \mathbf{E}_k^* - a_{wk}^T \Lambda_{wk}^{-1} a_{wk} + \Lambda_{0wk}^T \mathbf{H}_{0wk}^{-1} \Lambda_{0wk})$$

Así, las distribuciones condicionales asociadas con la ecuación (2.2.1.3) en el paso (a) del muestreo de Gibbs, pueden ser distribuciones Gamma, normal y Wishart invertida; si consideramos el paso (b) tendríamos que:

$$p(\Omega | \theta, Y) = \prod_{i=1}^n p(y_i | w_i, \theta) p(\eta_i | \xi_i, \theta) p(\xi_i | \theta) \quad (2.2.3.4)$$

Como los  $w_i$  son mutuamente independientes, de la misma manera que los  $y_i$  la  $p(w_i | y_i, \theta)$  es proporcional a:

$$\exp \left\{ -\frac{1}{2} \xi_i^T \Phi^{-1} \xi_i - \frac{1}{2} (y_i - \mu - \Lambda w_i)^T \Psi_{\varepsilon}^{-1} (y_i - \mu - \Lambda w_i) - \frac{1}{2} [\eta_i - \Lambda_w G(w_i)]^T \Psi_{\delta}^{-1} [\eta_i - \Lambda_w G(w_i)] \right\} \quad (2.2.3.5)$$

Esta es la distribución condicional requerida en el paso (b); como se ve esta distribución no es estándar y a la vez es algo compleja: el algoritmo de Metropolis-Hasting (MH)<sup>2</sup> se usa para generar observaciones de  $p(w_i | y_i, \theta)$  a partir de (2.2.3.5).

Los componentes de la distribución condicional  $[\theta | \Omega, Y]$  que involucran el método de Gibbs para analizar modelos no lineales son muy similares al de los modelos lineales; mientras que la distribución condicional  $[\Omega | \theta, Y]$  presenta ligeras dificultades teóricas y de implementación. Por lo tanto la generalización de estimación Bayesiana para modelos no lineales no presenta mayores dificultades.

---

<sup>2</sup> Anexo1

### 2.2.4 ESTIMACIÓN BAYESIANA

Por simplicidad, sea  $\{(\theta^k, \Omega^k), k = 1, \dots, K\}$  las observaciones aleatorias de  $(\theta, \Omega)$  obtenidas a través del muestreo de Gibbs y el algoritmo MH para  $[\theta | \Omega, Y]$ ; las estimaciones Bayesianas de  $\theta$  y  $w_i$  son obtenidas como la media de las observaciones generadas con las ecuaciones (1.4.2.3) y (1.4.2.4) del capítulo anterior.

Las estimaciones de  $\text{var}(\theta | Y)$  y de  $\text{var}(w_i | Y)$  también son obtenidas a partir de (1.4.2.4) y (1.4.2.5).



### 2.3 ESTIMACIÓN BAYESIANA DE ECUACIONES ESTRUCTURALES NO LINEALES CON VARIABLES CONTINUAS Y CATEGÓRICAS.

Sea  $v$  el vector que contiene un subvector de variables continuas observables  $x=(x_1, \dots, x_r)^T$  y otro subvector de variables continuas no observables  $y=(y_1, \dots, y_s)^T$ , pero existe información subyacente en un vector de variables categóricas ordinales observables  $z=(z_1, \dots, z_s)^T$ , donde la relación entre  $y$  y  $z$  está dada por:

$$z = (z_1, \dots, z_s)^T \text{ si } \begin{array}{l} \alpha_{1,z_1} < y_1 \leq \alpha_{1,z_1+1} \\ \vdots \\ \alpha_{s,z_s} < y_s \leq \alpha_{s,z_s+1} \end{array}$$

Donde para  $k=1, \dots, s$ ,  $z_k$  es un valor entero en  $(0, 1, \dots, b_k)$  que especifican las categorías que contiene sus correspondientes elementos  $y_k$ ; por ejemplo,  $z_k=3$  nos indica que  $y_k$  está en el intervalo  $(\alpha_{k,3}, \alpha_{k,4}]$  (Lee, 2007).

Sin pérdida de generalidad, supongamos que  $v=(x^T, y^T)^T$  verifica la ecuación (2.2.1.1):

$$v_i = \mu + \Lambda w_i + \varepsilon_i \quad (2.3.1)$$

Donde  $\Lambda$ ,  $w_i$  y  $\varepsilon_i$  están definidos como en la sección 2.2.1; la ecuación estructural no lineal está dada por la ecuación (2.2.1.2) o la (2.2.1.3), donde nuevamente deben cumplirse las condiciones impuestas en la sección 2.2.1 y las variables en  $y$  y  $x$  pueden ser indicadores para  $\eta$  y/o  $\xi$ . Como antes supongamos que existe un subvector  $y_i = (y_{i1}, \dots, y_{is})^T$  de  $v_i$  que satisface:

$$y_i = \mu_y + \Lambda_y w_i + \varepsilon_{y_i} \quad (2.3.2)$$

Donde  $\mu_y$  es subvector de  $\mu$  de dimensión (sx1),  $\Lambda_y$  es una submatriz de  $\Lambda$  con dimensión (sxq) y  $\varepsilon_{yi}$  un subvector de  $\varepsilon_i$  de dimensión (sx1) con una matriz de covarianza diagonal  $\Psi_{y\varepsilon}$ .

### 2.3.1 ANÁLISIS POSTERIOR

Sean  $X=(x_1, \dots, x_n)$  y  $Z=(z_1, \dots, z_n)$  las matrices de datos continuos observados y de datos ordinales, dadas  $Y=(y_1, \dots, y_n)$  y  $\Omega=(w_1, \dots, w_n)$  las matrices de datos latentes continuos y el conjunto de variables latentes. La estimación conjunta Bayesiana de  $\Omega$ , las cotas  $\alpha=(\alpha_1, \dots, \alpha_s)$  y el vector de parámetros estructurales  $\theta$  que contiene todos los parámetros desconocidos  $\mu, \Phi, \Lambda, \Lambda_w, \Psi_\delta$  y  $\Psi_\varepsilon$  son obtenidas a través del método de Gibbs de la siguiente manera:

Generamos  $\Omega^{j+1}$  a partir de  $p(\Omega | \theta^j, \alpha^j, Y^j, X, Z)$ ;

Generamos  $\theta^{j+1}$  a partir de  $p(\theta | \Omega^{j+1}, \alpha^j, Y^j, X, Z)$  y

Generamos  $(\alpha^{j+1}, Y^{j+1})$  a partir de  $p(\alpha, Y | \theta^{j+1}, \Omega^{j+1}, X, Z)$ .

Para obtener la distribución condicional utilizada en el proceso iterativo es necesario realizar algunas suposiciones sobre la distribución a priori de  $\theta$  (Lee, 2007).

Entonces dado  $V=(v_1, \dots, v_n)$  con  $v_i = (x_i, y_i)$ , es decir  $V=(X, Y)$ ; dado  $\theta_\varepsilon$  el vector de parámetros desconocidos en  $\mu, \Lambda$  y  $\Psi_\varepsilon$  asociados a la ecuación (2.3.1) y dado  $\theta_w$  el vector que contiene los parámetros desconocidos en  $\Lambda_w, \Phi$  y  $\Psi_\delta$  asociados con la ecuación (2.2.1.2) y asumiendo que la distribución a priori de  $\theta_\varepsilon$  es independiente de la distribución a priori de  $\theta_w$  tenemos que  $p(\theta) = p(\theta_\varepsilon)p(\theta_w)$  y con  $V=(X, Y)$ , se tiene que  $\Omega$  y  $\alpha$  no son relevantes, por lo que:

$$p(\Omega | \theta, \alpha, Y, X, Z) = p(\Omega | \theta, \alpha, Y, X) = p(\Omega | \theta, V) \quad (2.3.1.1)$$

Para la distribución condicional de  $\theta$  tenemos que:

$$p(\theta | \Omega, \alpha, Y, X, Z) = p(\theta_\varepsilon, \theta_w | \Omega, V) = p(\theta_\varepsilon | \Omega, V) p(\theta_w | \Omega, V) \quad (2.3.1.2)$$

Y cuando  $\Omega$  está dado y  $Y$  es independiente de  $X$  tenemos que:

$$p(\alpha, Y | \theta, \Omega, X, Z) = p(\alpha, Y | \theta, \Omega, Z) \quad (2.3.1.3)$$

Nótese que dado  $V$ , el modelo con datos ordinales es el mismo que el se tendría cuando usamos variables continuas; por lo tanto si consideramos las mismas distribuciones conjugadas a priori, la distribución en la ecuación (2.3.1.1) es igual a la ecuación (2.2.3.5), así como la distribución utilizada en la igualdad (2.3.1.2) es la misma que  $p(\Lambda_k | Y, \Omega, \Psi_{\varepsilon k}^{-1}, \mu)$ ,  $p(\Psi_{\varepsilon k}^{-1} | Y, \Omega, \mu)$ ,  $p(\mu | Y, \Omega, \Lambda, \Psi_\varepsilon)$  y  $p(\Psi_{\delta k}^{-1} | \Omega)$ .

Adicionalmente como  $(\alpha, Y)$  está asociada con la ecuación de medida (2.3.1), la  $p(\alpha, Y | \theta, \Omega, Z)$  puede ser deducida a partir de:

$$p(\alpha_{k,2}, \dots, \alpha_{k,b_{k-1}}) \propto c, \text{ para } \alpha_{k,2} < \dots < \alpha_{k,b_{k-1}}$$

Donde  $c$  es una constante dada, entonces la distribución condicional  $p(\alpha, Y | \theta, \Omega, Z)$  para  $k=1, \dots, s$  es:

$$p(\alpha_k, Y_k | Z_k, \theta, \Omega) = p(\alpha_k | Z_k, \theta, \Omega) p(Y_k | \alpha_k, Z_k, \theta, \Omega) \quad (2.3.1.4)$$

Con

$$p(\alpha_k | Z_k, \theta, \Omega) \propto \prod_{i=1}^n \left\{ \Phi^* \left[ \psi_{yk}^{-1/2} (\alpha_{k,z_{ik}+1} - \mu_{yk} - \Lambda_{yk}^T w_i) \right] - \Phi^* \left[ \psi_{yk}^{-1/2} (\alpha_{k,z_{ik}} - \mu_{yk} - \Lambda_{yk}^T w_i) \right] \right\},$$

y  $p(Y_k | \alpha_k, Z_k, \theta, \Omega)$  es producto de  $p(y_{ik} | \alpha_k, Z_k, \theta, \Omega)$  donde

$$p(y_{ik} | \alpha_k, Z_k, \theta, \Omega) = \prod_{i=1}^D \mathbf{N}(\mu_{yk} + \Lambda_{yk}^T w_i, \psi_{yk}) I_{(\alpha_{k,z_{ik}}, \alpha_{k,z_{ik}+1})}(y_{ik}) \quad (2.3.1.5)$$

En la cual  $\psi_{yk}$ , es el k-ésimo elemento de la diagonal de  $\Psi_{y \in A}$ ,  $\mu_{yk}$  y  $\Lambda_{yk}^T$  son los k-ésimos elementos de  $\mu$  y  $\Lambda_y$  respectivamente; mientras que  $I$  es una función indicatriz que toma el valor de uno si  $y \in A$  y cero en caso contrario; mientras que  $\Phi^*(\cdot)$  define la distribución normal estándar acumulativa, con lo que:

$$p(\alpha_k, Y_k | Z_k, \theta, \Omega) \propto \prod_{i=1}^n \phi[\psi_{yk}^{-1/2}(y_{ik} - \mu_{yk} - \Lambda_{yk}^T w_i)] I_{(\alpha_{k,z_{ik}}, \alpha_{k,z_{ik}+1})}(y_{ik})$$

Donde  $\phi(\cdot)$  es la función de densidad estándar, dado que las distribuciones condicionales involucradas en  $p(\theta | \Omega, \alpha, Y, X, Z)$  son del tipo Gama, normal o invertida de Wishart, las simulaciones de observaciones bajo estas distribuciones no presentan demasiada dificultad, el algoritmo MH puede ser utilizado para simular observaciones de  $p(\Omega | \theta, \alpha, Y, X, Z)$  y de  $p(\alpha, Y | \theta, \Omega, X, Z)$ ; las estimaciones de  $\theta$  y  $\Omega$  pueden ser obtenidas con un número suficientemente grande de simulaciones (Lee, 2007).

En resumen la generalización de MEEN usando variables categóricas involucra un solo componente adicional que es la simulación de  $p(\alpha_k, Y_k | Z_k, \theta, \Omega)$  en el método de Gibbs.

## **2.4 ESTIMACIÓN BAYESIANA DE ECUACIONES ESTRUCTURALES CON COVARIABLES NO LINEALES Y VARIABLES LATENTES.**

Una útil extensión de los MEE es la inserción de covariables en el modelo para establecer mejores relaciones o predicciones. En la ecuación de medida que se usa para explorar y/o identificar las variables latentes, la inclusión de covariables es de utilidad para determinar mejores relaciones entre las variables observables y las latentes.

Dado que el objetivo principal de la ecuación estructural es lograr una predicción precisa o relacionar variables latentes, la inclusión de covariables es aún más importante.

Una covariable puede ser una variable explicativa como edad, género, nivel socioeconómico; o también puede ser una variable que puede estar definida por una sola variable observable para relacionar o predecir variables latentes endógenas, pudiendo ser esta discreta o continua.

En la práctica es muy útil incorporar términos lineales y no lineales entre variables latentes exógenas y covariables en la ecuación estructural, especialmente para situaciones en las cuáles algunas covariables representan importantes predictores de las variables latentes endógenas.

A continuación se presenta un modelo de ecuaciones estructurales no lineales que incluye una ecuación de medida que está definida con covariables lineales y variables latentes lineales; y una ecuación estructural que está definida por un vector que incluye los términos no lineales de las covariables y de las variables latentes exógenas.

### 2.4.1. MODELO CON VARIABLES ORDINALES, COVARIABLES Y VARIABLES LATENTES NO LINEALES.

La expresión dada por la ecuación (2.1.1.1) puede ser generalizada de la siguiente manera:

$$y_i = Ac_i + \Lambda w_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.4.1.1)$$

Donde  $c_i$  es el vector de covariables de dimensión  $(m_1 \times 1)$ , mientras que  $A$  es la matriz de parámetros desconocidos  $(p \times m_1)$ . Los elementos de  $c_i$  pueden ser constantes o valores obtenidos a partir de distribuciones continuas o discretas; para evaluar la importancia de los posibles efectos causales de un vector de covariables  $x_i (m_2 \times 1)$  en  $\eta_i$ , la ecuación 2.1.1.2 puede ser generalizada por:

$$\eta_i = \Pi \eta_i + \Gamma F(x_i, \xi_i) + \delta_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.4.1.2)$$

Donde  $F(x_i, \xi_i) = (f_1(x_i, \xi_i), \dots, f_r(x_i, \xi_i))^T$  es el vector de funciones evaluadas y  $\Gamma (q_1 \times r)$  es una matriz de parámetros desconocidos. Para hacer frente a algunos resultados posteriores, se permite que las componentes en  $y_i$  sean continuas u ordinales (Lee, 2007).

Un ejemplo de una ecuación estructural definida en (2.4.1.2) con  $\eta_i = (\eta_i)$ ,  $\xi_i = (\xi_{i1}, \xi_{i2})^T$  y  $x_i = (x_{i1}, x_{i2})^T$  sería:

$$\begin{aligned} \eta_i = & \gamma_1 x_{i1} + \gamma_2 x_{i2} + \gamma_3 x_{i1} x_{i2} + \alpha_1 \xi_{i1} + \alpha_2 \xi_{i2} + \alpha_3 \xi_{i1} \xi_{i2} + \beta_1 x_{i1} \xi_{i1} + \beta_2 x_{i1} \xi_{i2} + \beta_3 x_{i2} \xi_{i1} \\ & + \beta_4 x_{i2} \xi_{i2} + \beta_5 x_{i1} \xi_{i1} \xi_{i2} + \beta_6 x_{i2} \xi_{i1} \xi_{i2} + \beta_7 x_{i1} \xi_{i2}^2 + \beta_8 x_{i2} \xi_{i2}^2 + \beta_9 x_{i1} x_{i2} \xi_{i1} \xi_{i2} + \delta_i \end{aligned}$$

Donde,

$$\begin{aligned} \Gamma = & (\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5, \beta_6, \beta_7, \beta_8, \beta_9)^T \\ F(x_i, \xi_i) = & (x_{i1}, x_{i2}, x_{i1} x_{i2}, \xi_{i1}, \xi_{i2}, \xi_{i1} \xi_{i2}, x_{i1} \xi_{i1}, x_{i1} \xi_{i2}, x_{i2} \xi_{i1}, \\ & x_{i2} \xi_{i2}, x_{i1} \xi_{i1} \xi_{i2}, x_{i2} \xi_{i1} \xi_{i2}, x_{i1} \xi_{i2}^2, x_{i2} \xi_{i2}^2, x_{i1} x_{i2} \xi_{i1} \xi_{i2})^T \end{aligned}$$

Dado que las covariables  $x_i$  pueden tener cualquier distribución ya sea continua, ordinal o nominal este tipo de modelos de ecuaciones estructurales no lineales pueden tratar un amplio tipo de fenómenos o situaciones.

Debemos tener cuidado en la interpretación de la media del vector  $y_i$  bajo el contexto de un modelo de ecuaciones estructurales no lineales, entonces dadas  $A_k^T$  y  $\Lambda_k^T$  las  $k$ -ésimas columnas de  $A$  y  $\Lambda$  respectivamente, para  $k=1, \dots, p$  se sigue de la ecuación (2.4.1.1) que  $E(y_{ik}) = A_k^T c_i + \Lambda_k^T E(w_i)$ .

Si bien  $E(\xi_i) = 0$  de la ecuación (2.4.1.2) se tiene que  $E(\eta_i) \neq 0$ ;  $F(x_i, \xi_i)$  es una función no lineal de  $\xi_i$ , lo que implica que  $E(w_i) \neq 0$  y claro esta  $E(y_{ik}) \neq A_k^T c_i$ . Si tomamos  $\Lambda_k^T = (\Lambda_{k\eta}^T, \Lambda_{k\xi}^T)$  la partición de  $\Lambda_k^T$  correspondiente a  $w_i = (\eta_i^T, \xi_i^T)$ , con  $E(\xi_i) = 0$  y  $\eta_i = (I - \Pi)^{-1} [\Gamma F(x_i, \xi_i) + \delta_i]$  de la ecuación (2.4.1.2) se tiene que:

$$E(y_{ik}) = A_k^T c_i + \Lambda_{k\eta}^T E(\eta_i) + \Lambda_{k\xi}^T E(\xi_i) = A_k^T c_i + \Lambda_{k\eta}^T [(I - \Pi)^{-1} \Gamma] E[F(x_i, \xi_i)]$$

Como en general  $F(x_i, \xi_i)$  no es demasiada complicada la  $E[F(x_i, \xi_i)]$  no es compleja y  $E(y_{ik})$  no es difícil de encontrar.

Para el uso de variables dicotómicas, podemos tratarlas a estas como variables ordinales con dos categorías tomando como mínimo al cero.

## 2.5 CRITERIO BAYESIANO DE COMPARACION DE MODELOS.

En este punto remarcaremos la importancia de la comparación de modelos, para modelos de ecuaciones estructurales no lineales, los términos no lineales de las variables latentes en la ecuación estructural son de interés particular.

Para evaluar la significancia de los coeficientes desconocidos asociados con un término no lineal, el enfoque clásico no Bayesiano usa el puntaje  $z$ , pero dicho procedimiento presenta desventajas por lo que nuevamente se hace necesario el criterio del factor de Bayes (Lee, 2007).

Básicamente para evaluar la significancia de términos no lineales, nosotros debemos comparar un modelo con términos no lineales con otro que no presente dichos términos.

### 2.5.1. FACTOR DE BAYES.

Partamos de la situación en la que se cuenta con datos continuos y supongamos que tenemos los modelos  $E_1$  y  $E_2$  bajo el esquema definido por las ecuaciones (2.2.1.1) y (2.2.1.2), la idea es tener un criterio de elección a través del factor de Bayes  $B_{12}$  como se explico en el capítulo anterior pero con ciertas modificaciones, para esto supongamos que tenemos una matriz de datos observados  $Y=(y_1, \dots, y_n)$  y  $\Omega=(w_1, \dots, w_n)$  la matriz de variables latentes; dada la función log de probabilidad  $\log p(Y, \Omega | \theta, t)$  con parámetro continuo  $t$  en  $[0,1]$  y

$$U(Y, \Omega, \theta, t) = \frac{d}{dt} \log p(Y, \Omega | \theta, t) \quad (2.5.1.1)$$

Además, dados  $t_{(0)} = 0 < t_{(1)} < \dots < t_{(s)} < t_{(s+1)} = 1$  en el intervalo  $[0,1]$  el estimador del logaritmo de  $B_{12}$  está dado por:



$$\log B_{12} = \frac{1}{2} \sum_{s=0}^S (t_{(s+1)} - t_{(s)}) (\bar{U}_{(s+1)} + \bar{U}_{(s)}) \quad (2.5.1.2)$$

Donde  $\bar{U}_{(s)}$  es el promedio de los valores de  $U(Y, \Omega, \theta, t)$  basados en las simulaciones de  $t = t_{(s)}$ , esto es:

$$\bar{U}_{(s)} = J^{-1} \sum_{j=1}^J U(Y, \Omega^j, \theta^j, t_{(s)}) \quad (2.5.1.3)$$

En la cuál  $\{(\Omega^j, \theta^j), j = 1, \dots, J\}$  son valores simulados a partir de  $p(Y, \Omega | \theta, t_{(s)})$ , para ilustrar el procedimiento supongamos que tenemos las siguientes ecuaciones estructurales no lineales para variables latentes que satisfacen una misma ecuación de medida:

$$\begin{aligned} E_2 : \eta &= \Pi \eta + \Gamma_2 H_2(\xi) + \delta \\ E_1 : \eta &= \Pi \eta + \Gamma_1 H_1(\xi) + \delta \end{aligned}$$

Donde  $H_1$  y  $H_2$  pueden contener diferentes tipos de funciones no lineales de  $\xi$ ,  $\Gamma_1$  y  $\Gamma_2$  son las matrices de coeficientes desconocidos; para este caso en particular las diferencias entre un modelo y otro se encuentran en las relaciones entre variables latentes (Lee, 2007).

Supongamos además que los modelos  $E_1$  y  $E_2$  se encuentran vinculados por un modelo  $E_t$  el cuál está definido a través de la misma ecuación de medida y con la siguiente ecuación estructural con  $t$  en  $[0, 1]$ :

$$E_t : \eta = \Pi \eta + (1-t)\Gamma_1 H_1(\xi) + t\Gamma_2 H_2(\xi) + \delta = \Lambda_{tw} G(w) + \delta$$

Donde  $\Lambda_{tw} = (\Pi, (1-t)\Gamma_1, t\Gamma_2)$  y  $G(w) = (\eta^T, H_1(\xi)^T, H_2(\xi)^T)^T$ . Se puede demostrar que:

$$\begin{aligned} \log\{p(Y, \Omega | \theta, t)\} = & -\frac{1}{2} \left\{ (p+q)n \log(2\pi) + n \log |\Psi_\varepsilon| + n \log |\Psi_\delta| + n \log |\Phi| - 2n \log |\Pi_1| \right. \\ & + \sum_{i=1}^n \xi_i^T \Phi^{-1} \xi_i + \sum_{i=1}^n (y_i - \mu - \Lambda w_i)^T \Psi_\varepsilon^{-1} (y_i - \mu - \Lambda w_i) \\ & \left. + \sum_{i=1}^n (\eta_i - \Lambda_{nw} G(w_i))^T \Psi_\delta^{-1} (\eta_i - \Lambda_{nw} G(w_i)) \right\} \end{aligned}$$

Aquí  $\theta$  es el vector vinculante de los modelos ya que este contiene los parámetros conocidos y desconocidos en  $E_1$  y  $E_2$ ; esto es los parámetros desconocidos en  $\Lambda, \Psi_\varepsilon, \Pi, \Gamma_1, \Gamma_2, \Phi$  y  $\Psi_\delta$ ; mediante diferenciación con respecto a  $t$  tenemos que:

$$U(Y, \Omega, \theta, t) = \sum_{i=1}^n [\eta_i - \Lambda_{nw} G(w_i)]^T \Psi_\delta^{-1} \Lambda_1 G(w_i),$$

donde  $\Lambda_1 = (0, -\Gamma_1, \Gamma_2)$ .

Aplicaciones de este procedimiento a otros casos especiales de el modelo general son similares, el principal procedimiento de cálculo en la aplicación de este procedimiento se da en la generación de observaciones de  $(\Omega^j, \theta^j)$  a partir de  $p(\Omega, \theta | Y, t_{(s)})$  para la evaluación de  $\bar{U}_{(s)}$ .

Consideremos ahora la situación en la que contamos con variables continuas y ordinales, el modelo básico del modelo de ecuaciones estructurales no lineal será el mismo, desde luego que para hacer frente a variables ordinales la notación de la ecuación de medida es ligeramente diferente (ecuación (2.3.1)). Nótese que la ecuación estructural no lineal está dada nuevamente por la ecuación (2.2.1.1) o (2.2.1.2).

Dados dos modelos competitivos  $E_1$  y  $E_2$  con matrices de datos observados  $X = (x_1, \dots, x_n)$  de tipo continua,  $Z = (z_1, \dots, z_n)$  de tipo ordinal,  $\Omega$  la matriz de variables latentes y con  $Y = (y_1, \dots, y_n)$  la matriz de variables latentes continuas que subyace la matriz de datos categóricas  $Z$ . Los datos observados  $(X, Z)$  son

aumentados con la matriz de datos  $Y$  y la matriz de variables latentes  $\Omega$  para el cálculo del factor de Bayes.

Dado  $\alpha$  el vector que contiene todas las cotas desconocidas y con

$$U(X, Z, \theta, \Omega, \alpha, Y, t) = \frac{d}{dt} \log p(X, Z, \Omega, Y | \theta, \alpha, t) \quad (2.5.1.4)$$

El valor  $\log B_{12}$  puede ser estimado con la ecuación (2.5.1.2) con:

$$\bar{U}_{(s)} = J^{-1} \sum_{j=1}^J U(X, Z, \theta^j, \Omega^j, \alpha^j, Y^j, t_{(s)}), \quad (2.5.1.5)$$

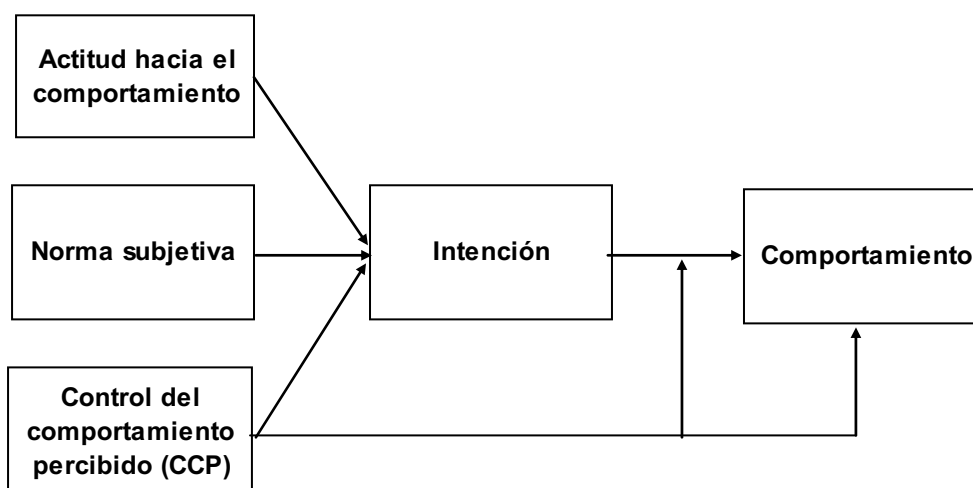
donde  $\{(\theta^j, \Omega^j, \alpha^j, Y^j), j = 1, \dots, J\}$  son las simulaciones obtenidas a partir de  $p(\theta, \Omega, \alpha, Y | X, Z, t_{(s)})$  con el algoritmo presentado en la sección 2.3.

## 2.6 APLICACIONES.

### 2.6.1. TEORÍA DEL COMPORTAMIENTO PLANIFICADO.

La teoría del comportamiento planificado fue desarrollada para explicar la conducta en distintos ámbitos. En efecto, en las últimas décadas ha sido bastante utilizada para explicar exitosamente la conducta del consumidor, la rutina ecológica y conducta sexual. En la mayoría de estudios de este tipo la teoría del comportamiento ha suministrado explicaciones razonables bajo el siguiente esquema (Steinmetz, Davidov, Schmidt, 2011).

FIGURA 2.6.1.1  
TEORÍA DE COMPORTAMIENTO PLANIFICADO



El factor central en la teoría es la intención de los individuos a presentar cierta conducta, como se presenta en el gráfico la intención influye directamente en el comportamiento, adicionalmente la demostración de cierta conducta depende del control del comportamiento; en este caso se presenta una investigación sobre el uso del transporte público, en donde se propone que el uso de este medio de transporte depende de si este es percibido o no como disponible; dicha percepción es conocida como Control del comportamiento percibido (CCP) y refleja la percepción del individuo de su control sobre el comportamiento.

La teoría postula que la demostración probable de una conducta aumenta con una mayor percepción de control del comportamiento; sin embargo la teoría también postula que el CCP tiene un efecto directo sobre la intención, en otras palabras se espera que con un incremento del control del comportamiento percibido sobre la conducta, exista una fuerte intención de presentar cierto patrón de conducta.

Los modelos teóricos a menudo postulan efectos de la interacción entre las variables latentes explicativas. Este es también el caso de la teoría del comportamiento planificado, donde se asume una interacción entre la intención y la hipótesis de PBC, pero hasta ahora sólo se prueba en raras ocasiones. La estimación de los efectos de la interacción entre las variables latentes requiere métodos sofisticados, especialmente cuando las construcciones involucradas se miden con indicadores múltiples, Los modelos de ecuaciones estructurales tienen más poder que las regresiones convencionales para detectar el efecto de la interacción.

El estudio, ilustra el uso de tres métodos de modelado de la interacción con modelos de ecuaciones estructurales. El de los enfoques, el del enfoque limitado, que es relativamente complicado de aplicar, y los otros dos, el enfoque sin restricciones y el enfoque centrado residual que son mucho más fáciles de usar.

El objetivo era presentar su aplicación y estimar rigurosamente el efecto de la interacción teórica postulada entre la intención y el PBC en la teoría del comportamiento planificado Steinmetz et al. (2011).

Con los tres enfoques se encontró una interacción significativa. Este efecto fue similar y de tamaño moderado. En otras palabras, la interacción entre la intención y PBC supuesto por la teoría del comportamiento planificado fue apoyada por los datos con los tres métodos.

Mientras que el efecto de la interacción fue significativo en todos los análisis, el efecto de la intención en el comportamiento sólo fue significativo en el enfoque centrado residual, y el efecto de PBC fue significativo sólo en los métodos con y

sin restricciones. Los enfoques con y sin restricciones no detectaron el efecto de la intención en el comportamiento debido a la multicolinealidad en el nivel latente, indicado por la alta correlación entre la intención y la variable latente de productos.

Por el contrario, en el enfoque centrado residual, estas correlaciones podrían reducirse a cero y no hubo problemas de multicolinealidad. Resultados de ningún efecto de la PBC en el enfoque centrado residual están en línea con la teoría, que no espera ningún efecto de la PBC en el comportamiento cuando el efecto de la interacción entre la intención y la PBC es introducida en el modelo.

Como una limitación del estudio, cabe señalar que el uso de dos indicadores por variable latente y un solo indicador para el comportamiento no es lo óptimo, y es recomendable el uso de tres o cuatro indicadores para medir cada variable latente.

La razón principal de esto es que con tres o más indicadores por variable latente, diferentes tipos de errores de medición aleatorios y no aleatorios pueden ser controlados.

Con sólo dos puntos por cada variable latente, la aleatoriedad de los errores de medición puede ser sólo parcialmente controlado (Bollen, 1989); sin embargo, el uso de un pequeño número de elementos permitió presentar los métodos de este estudio con mayor facilidad.

El uso de un mayor número de ítems por variable latente debe seguir los mismos procedimientos.

Además, el conjunto de datos se basa en una medida de auto-reporte de conducta recogidas al mismo tiempo que las variables de predicción.

Esto puede debilitar la validez de los resultados; sin embargo, los indicadores utilizados en este estudio han obtenido buenos resultados en numerosos estudios

aplicando la teoría del comportamiento planificado (Ajzen, 2005) y, por tanto, no ofrecen ninguna amenaza para su validez, además, dado que este estudio tiene un enfoque aplicado, estas limitaciones reflejan situaciones reales que se aplica mucho a los investigadores.

## **CAPÍTULO 3.**

### **TEORÍA DEL CAPITAL DE MARCA**

#### **3.1 INTRODUCCIÓN**

La medición de la gestión del marketing usualmente se ha visto enfocada en el análisis de impacto e intención de compra de cierta marca, ¿pero cuánto vale una marca en el mercado?

El Capital de Marca es el concepto que recoge los lineamientos sobre los cuáles se basa el valor de la marca, las preguntas que usualmente responde la medición del Capital de Marca son:

- ¿Cuán valiosa es la marca?
- ¿Cómo ha evolucionado su valor a lo largo del tiempo?
- ¿Cómo se vería o se vio afectada al involucrarse en una crisis de comunicación?

El capital de marca tiene que ser dimensionado como un indicador independiente de las ventas a corto plazo, dado que éstas pueden estar influenciadas por factores coyunturales sobre el verdadero manejo que se le está dando a la marca, como problemas de distribución, situaciones negativas de mercado, inserción de nuevos productos o promociones, es por tanto una valoración real y global de la marca.

Investigaciones recientes han determinado varias relaciones entre determinadas variables y el capital de marca y se han formulado diferentes sistemas de medición del valor de una marca.

Examinaremos esos mecanismos de medición del valor y sus indicadores (texto basado en las reflexiones de David Aaker in Building Strong Brands).



### 3.2 VALORACIÓN DE LOS ACTIVOS DE LA MARCA.

La valoración de los activos de la marca se enfoca en cuatro factores que fue desarrollado por el grupo de comunicación internacional Young y Rubicam, los factores son (Aaker, 1993):

**Diferenciación:** es la medida en la que una marca se distingue de sus competidoras en el mercado. Es un factor vital que se ha comprobado que arrastra a todos los demás cuando empieza a declinar.

**Relevancia:** Mide si la marca tiene una relevancia personal para el entrevistado. ¿Significa algo para él? ¿Es apropiada?

**Estima:** Mide lo cerca que está la marca de ser percibida como la mejor de su categoría.

**Conocimiento:** La comprensión que tiene el consumidor sobre la identidad de la marca y sobre aquello que la marca representa.

El producto entre diferenciación y relevancia determina la **Fuerza de la Marca**. En general la diferenciación es el elemento fundamental en el sistema de medición de Y&R: las marcas que se encuentran en crecimiento tienen altos niveles de diferenciación, en tanto que las que están cayendo lo hacen también en el concepto de diferenciación (Aaker, 1993).

La relevancia, por el contrario, es una medida de penetración: una marca fuerte necesita atraer a una amplia base de consumidores. Por ejemplo, los relojes Rolex tienen gran diferenciación pero una muy baja relevancia dado que solo esta focalizado a un segmento muy pequeño de consumidores; mientras que marcas como Coca Cola cuentan con ambos elementos para obtener una Fuerza más elevada.

La estima multiplicada por el conocimiento configura la **Estatura de la Marca**. La Estima armoniza la calidad percibida con factores de crecimiento o caídas de popularidad (Aaker, 1993).

El conocimiento de la marca para el consumidor no sólo se ve reflejada en el concepto como tal, sino que comprende lo que la marca representa y trata de transmitir.

Young & Rubicam relaciona ambos valores para estimar el valor de las marcas, según su teoría, las marcas con gran fuerza pero reducida estatura son marcas de nicho poderosas mientras que las que tienen gran estatura pero reducida fuerza son marcas desgastadas que están en un proceso de caída pero mantienen cierto conocimiento y estima por parte de los consumidores (Aaker, 1993).

### **3.3 EQUITREND.**

Equitrend es un sistema de medición del capital de marca diseñado por Total Research, que tiene como objetivo evaluar tres factores:

**Notoriedad:** Se refiere al porcentaje de encuestados que tienen una opinión sobre la marca.

Este sistema va más allá de los sistemas de medición de notoriedad habituales (consciencia, reconocimiento y recuerdo) pidiéndole al encuestado que exprese una opinión.

**Calidad percibida:** Es el elemento fundamental de la medición de Equitrend. Mide la percepción de calidad que tiene la marca.

**Satisfacción de usuarios:** Es la valoración de calidad que recibe la marca entre los usuarios habituales de la misma; el inconveniente en este caso se da en marcas exclusivas al no tener suficientes casos para realizar estimaciones a nivel global.

### 3.4 INTERBRAND.

Interbrand es una consultora de investigación de mercados que postula un sistema que toma en cuenta siete factores para tratar de averiguar cual es la más poderosa marca a nivel mundial:

- **Liderazgo** - La marca que lidera un segmento es más estable que las que van detrás.
- **Estabilidad** - Las marcas con una larga vida que han permanecido en el mercado por amplios periodos de tiempo son más estables que las de reciente creación.
- **Mercado** - Las marcas que están en un mercado creciente o estable en cuanto a volumen de ventas y cuyo nivel de precios se mantiene estable son más valiosas que las marcas que se encuentran en mercados con una competencia feroz de precio.
- **Internacional** - Las marcas internacionales son más valiosas que las nacionales o regionales.
- **Tendencia**- La tendencia de ventas de largo recorrido de la marca puede utilizarse para evaluar potenciales futuros crecimientos.
- **Apoyo** - El nivel de inversión económica que recibe la marca. Calidad y cantidad del apoyo son tenidas en cuenta.
- **Protección** - La fuerza y la extensión de las protecciones legales sobre la marca (marcas registradas) son críticas para el valor de la marca.

### 3.5 BRAND EQUITY TEN.

Los sistemas de Young & Rubicam, Total Research e Interbrand se diseñaron para medición de marcas a nivel global sin tomar en cuenta mercados o categorías de productos.

Entre tanto, (Aaker, 1993) propone utilizar indicadores de cuatro conceptos para realizar una medición continua del valor de una marca.

Estos conceptos, que ya explicamos, son Notoriedad, Calidad percibida, Lealtad y Asociaciones. Aaker propone además 10 indicadores concretos para hacer la medición:

- **Price Premium (Lealtad)** – La cantidad de dinero que el consumidor está dispuesto a pagar de más por adquirir la marca en lugar de un producto similar de otra marca.
- **Satisfacción / Lealtad (Lealtad)** – ¿Estás satisfecho? ¿El producto cumple tus expectativas? ¿Comprarías la misma marca en la próxima oportunidad? ¿Recomendarías el producto/servicio a otros? ¿Has tenido algún problema asociado al uso del producto o servicio?
- **Calidad Percibida (Calidad Percibida)** -Se utilizan escalas: desde alta calidad hasta pésima calidad, desde el mejor de su categoría hasta el peor de su categoría, desde calidad consistente hasta calidad inconsistente y similares.
- **Liderazgo / Popularidad (Calidad Percibida)** – Se puede preguntar si la marca es el líder de la categoría, si está volviéndose más popular o si es respetado por su innovación.
- **Valor percibido (Asociaciones)** – Se puede medir con afirmaciones como si la marca ofrece valor adecuado a cambio del dinero que cuesta o si existen motivos para comprar esta marca por encima de otras.

Con calidad percibida medimos los beneficios funcionales mientras que preguntas más difusas incluyen otros beneficios más difíciles de concretar (beneficios emocionales o auto-expresivos).

- **Personalidad de Marca (Asociaciones)** – Preguntas como... ¿tiene esta marca personalidad? ¿Es interesante esta marca? ¿Tienes una imagen clara del tipo de persona que usaría esta marca? ¿Te parece que esta marca tiene una historia rica e interesante?
- **Asociaciones Organizacionales (Asociaciones)** – Se mide estimando el nivel de acuerdo con expresiones del tipo: Esta marca está hecha por una organización en la que confío, o admiro a la empresa que está tras la marca X o estaría encantado de hacer negocios con la empresa de la marca X.
- **Notoriedad de Marca (Notoriedad)** – Reconocimiento: “¿has oído hablar de la marca?”, recuerdo: “¿qué marcas de coches recuerdas?”, top of mind: la primera marca que sale de un test de recuerdo, dominio de marca: cuando es la única marca recordada, familiaridad: cuando la marca le es familiar.
- **Cuota de Mercado** Es un indicador adicional que generalmente se desconoce.
- **Cobertura de Precios y Distribución** – Para contrastar la información proveniente de la cuota de mercado es bueno tener en cuenta el precio medio al que la marca se vendió en el último periodo y dividirlo entre el precio medio del mercado del que se extrajo la cuota.

También es bueno mantener un ojo sobre el porcentaje de tiendas que venden la marca o el porcentaje de las personas que tiene acceso a la marca, que también ayuda a interpretar las cuotas de mercado ante la pérdida de un distribuidor de gran tamaño.

Finalmente es importante determinar que si hay tantos sistemas diferentes para medir el valor de una marca, ¿cuál debo usar yo con la mía? La respuesta de los expertos es ninguno; cada factor puede tener un valor diferente para marcas distintas.

Si es un mercado de decisión meditada con pocas opciones, es decir se manejan altos presupuestos, la notoriedad no es una variable clave para obtener una ventaja competitiva; mientras que la calidad percibida sí puede serlo.

Por el contrario, en un mercado de consumo con decenas de opciones para una categoría de producto y con decisión impulsiva, la notoriedad puede serlo todo, es decir una marca puede recibir un incremento inmediato de demanda al crecer su notoriedad, sin que ningún otro factor (calidad percibida, asociación de ideas, posicionamiento...) fuera afectado por un anuncio viral que muchos nos preguntamos si es un anuncio realmente.

Por lo tanto, para implementar una estrategia de Gestión de Marca sería haber que desarrollar un sistema específico para medir el efecto de las acciones de comunicación sobre la marca.

Un sistema que ofrezca sensibilidad ante los cambios que se produzcan y que valore los factores que en mayor medida determinan el éxito de una marca en su mercado específico.

Para ello, probablemente necesita profesionales especializados en gestión de marca o formarse de manera seria en ese campo.

Más sin embargo, aún si contamos con la experiencia en gestión de marca, podemos caer en criterios subjetivos al valorar las fortalezas de una marca, y adicionalmente no existen criterios técnicos que identifiquen al capital de marca, es decir no es una variable observable como tal y es ahí donde intervienen los MEE que permiten identificar variables latentes a través de variables que si se pueden medir directamente.

En el caso particular de este trabajo, vamos a utilizar información recopilada para marcas de bebidas y alimentos, generadas por una empresa de investigación de mercados, las bases de datos cuentan con todas las variables que permiten describir los atributos arriba mencionados.

Para ello se realizara un análisis exploratorio de los datos para identificar que variables se encuentran más relacionadas y partiendo de dos modelos teóricos, el primero sin tomar en cuenta interacciones entre variables, y el segundo tomando en cuenta dichas relaciones.

De los cuatros mecanismos expuestos para examinar y valorar el capital de una marca, mencionados podemos ver en la tabla 3.5.1 que existen algunas coincidencias:

Tabla 3.5.1. Comparación de los atributos de cada mecanismo de medición del capital de marca.

<b>Valoración de los activos de la marca</b>	<b>Equitrend</b>	<b>Interbrand</b>	<b>Brand Equity Ten</b>
Diferenciación	Notoriedad	Estabilidad	Notoriedad de Marca (Notoriedad)
Relevancia	Calidad percibida	Mercado	Calidad Percibida (Calidad Percibida)
Estima	Satisfacción de usuarios	Tendencia	Satisfacción / Lealtad (Lealtad)
Conocimiento		Liderazgo	Liderazgo / Popularidad (Calidad Percibida)
			Price Premium (Lealtad)
			Valor percibido (Asociaciones)
			Personalidad de Marca (Asociaciones)
			Asociaciones Organizacionales (Asociaciones)
			Cuota de Mercado
			Cobertura de Precios y Distribución

La información disponible para efectos de análisis esta compuesta de tres bases de datos, la primera relacionada con una marca de bebidas refrescantes, otra con una marca de bebida de moderación y la tercera con marcas de gomas de mascar; para cada caso partiremos de un modelo general de explica el capital de marca con las variables en común para las tres bases y finalmente construiremos un modelo general a partir de una base consolidada.

### **3.6 MODELO GENERAL.**

En un MEE usual o no lineal se debe partir de un modelo teórico que es generado a través de un criterio experto, es decir vamos a iniciar con un modelo que se supone recoge la información del capital de marca y lo traduce en intención de compra.

El modelo teórico es planteado por una empresa de investigación de mercados que con base a su experiencia considera relevantes los siguientes atributos al momento de determinar cuánto aporta el capital de marca en la intención de compra; los atributos a su vez están compuestos por variables que han sido analizadas en la investigación del mercado.

**Reconocimiento:** este es un atributo que mide la capacidad del individuo de reconocer a la marca de una lista de competidores, o la recomendaría.

**Recordación:** este se encuentra conformado por el top of mind (TOM) y el recuerdo espontáneo de la marca, es decir si la marca que primero se le viene a la mente al individuo es la nuestra (top of mind) y si no es la primera al menos la toma en cuenta (recuerdo espontáneo). Este atributo puede ser interpretado como notoriedad en los postulados de Equitrend y Brand Equity Ten.

**Familiaridad:** este factor se encuentra conformado por el nivel de conocimiento de la marca, consideración que es considerada como el hecho que el individuo la toma en cuenta al momento de considerar la compra y adicionalmente el



repertorio, que se define como consumo habitual de la marca, sin ser esta su favorita.

En término de la **Valoración de los Activos de la marca** puede interpretarse como el conocimiento definido como la comprensión que tiene el consumidor sobre la identidad de la marca y sobre aquello que la marca representa.

La familiaridad puede medirse a través de los siguientes atributos:

- Una escala del nivel de conocimiento.
- Consideración.
- La marca es parte del repertorio.
- Ha probado.

**Diferenciación:** este pilar de una marca esta integrado por la diferenciación dentro de su segmento competitivo como tal y las características que dan a la marca una imagen definida, tomando en cuenta atributos que definen al set competitivo.

Este atributo está claramente definido en la **Valoración de los Activos de la marca** y puede ser cuantificable por ejemplo si es una bebida refrescante a través de la valoración de su sabor, el nivel de hidratación, etc.

**Relevancia:** este factor esta determinado por las características que generan notoriedad de la marca, puede ser medible por variables como:

- Es para alguien como yo.
- Me ofrece lo que necesito.
- Es mi marca ideal.
- Ocasiones de consumo especiales solo para la marca.

Este factor podría ser combinado con la recordación dado que se puede considerar que relevancia genera recordación.

**Respeto:** este pilar mide el respeto generado entre el cliente y la marca, las relaciones basadas en respeto un son las que finalmente perduran en el tiempo, los atributos que miden el respeto por una marca son:

- Satisfacción.
- Mejor marca.
- Marca favorita.
- Marca que admiro.
- Marca que respeto.
- Marca de calidad.
- Percepción de liderazgo en el mercado.
- Vale lo que cuesta.
- Escala de amor y odio.

### 3.6.1 MODELO

En la figura 3.6.1.1 se observa el modelo teórico que servirá como base para el desarrollo e implementación de los dos modelos, el lineal y el que toma en cuenta interacciones.

El modelo de la figura 3.6.1.1 representa un diagrama de senderos que consta de variables observables, latentes, correlaciones y los residuos asociados a cada una de las variables del modelo.

Las aristas de color negro miden a través de coeficientes las relaciones entre variables, así por ejemplo si el factor asociado entre respeto por la marca y la variable V\_RES1 que es medible es igual 1,5; nos indica que si el respeto crece en una unidad V\_RES1 aumenta en 1,5 ( $\text{respeto} = 1,5 * V\_RES1$ ).

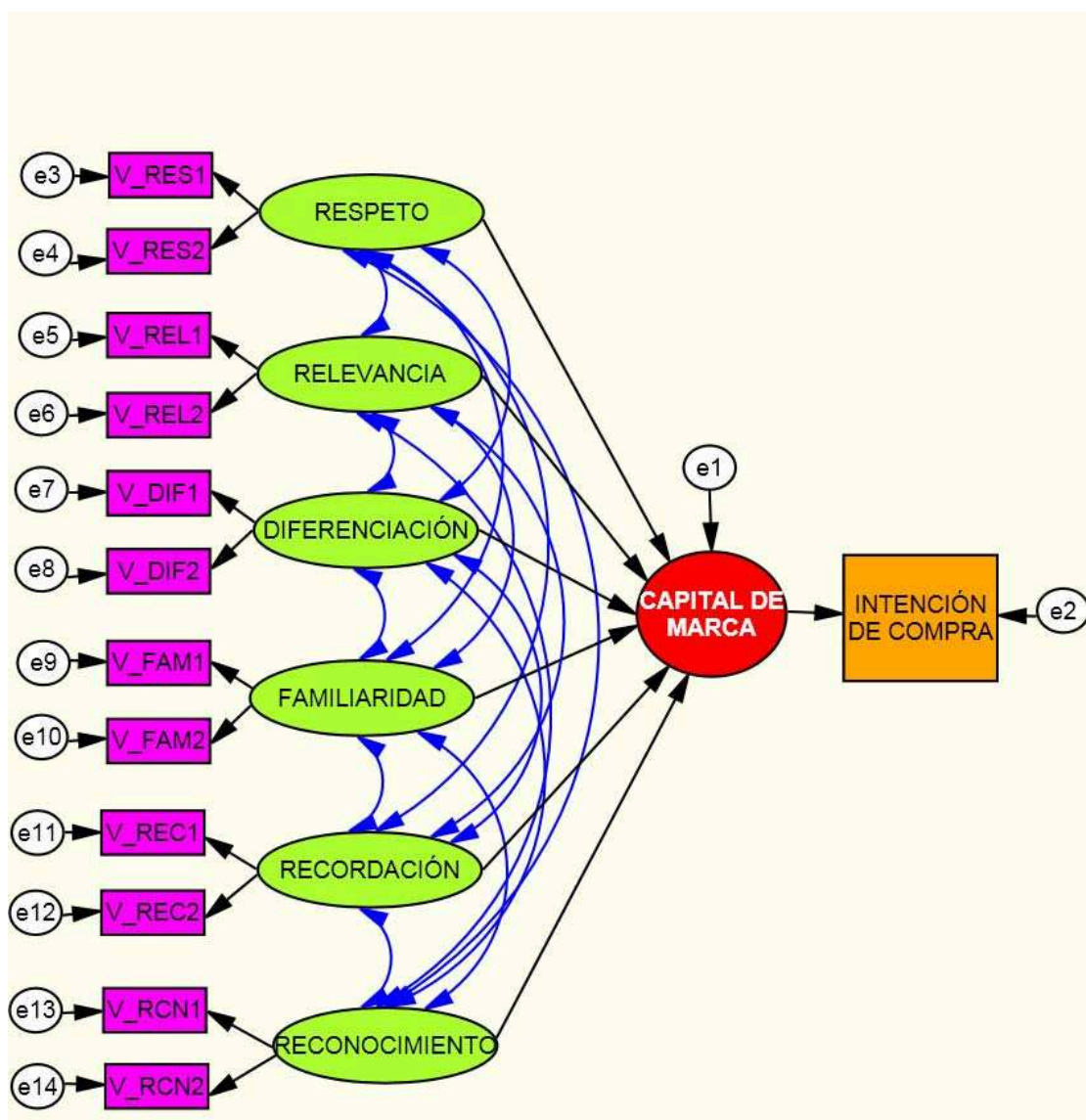
De igual manera si la variable respeto crece en una unidad el crecimiento del capital de marca se vera reflejado en el coeficiente asociado y consecuentemente en la intención de compra.

Las aristas de color azul miden las correlaciones entre las variables no observables, es decir permiten determinar si existirían relaciones de relevancia o problemas de autocorrelación.

Los  $e_i$  son los errores asociados a cada una de las estimaciones, en este caso al ser un modelo teórico solo se presentan dos variables asociadas a cada variable latente, sin embargo en el desarrollo de los modelos pueden estar involucradas mucho más.

Finalmente debemos anotar que los rectángulos siempre representarán variables observables, mientras que elipses y círculos representan variables latentes.

Figura 3.6.1.1. Modelo básico que explica la relación entre el capital de marca y la intención de compra.



Al ser una base teórica, los modelos finales posiblemente difieran mucho del presentado en especial en el que se toman en cuenta interacciones. En el siguiente capítulo desarrollaremos los modelos propuestos en el trabajo. La implementación se la realizará usando AMOS 18 y WinBugs 14.

## **CAPÍTULO 4.**

### **APLICACIÓN**

#### **4.1 INTRODUCCIÓN**

En primer lugar presentamos un breve análisis descriptivo de las variables que se utilizarán en la construcción de los dos modelos, adicionalmente mediremos la relación entre las variables usando el estadístico ji-cuadrado ya que se tratan de variables cualitativas y finalmente realizaremos un análisis de correspondencia que nos permita dilucidar posibles relaciones de interés en especial para el modelo que toma en cuenta interacciones.

Los productos que se toman en cuenta para el análisis son marcas líderes de refrescos, chicles y cerveza, puesto que es la información con la que se dispone y su intención de compra no se ve tan afectada por otro tipo de factores como el nivel socio económico o la región de residencia.

En general se utilizaron atributos que se encuentran en las encuestas de imagen y posicionamiento de marcas, que no sean específicos de ciertos productos, como por ejemplo el nivel de gas en un refresco, dado que el objetivo es generar un modelo con cualidades generales de una marca; ya que posiblemente las características particulares de una marca en este caso resulten ser el sabor y la naturalidad, pero en conjunto el resto de propiedades que puede tener un artículo se podrían medir en cualquier tipo de producto y son el eje transversal de los tres productos de análisis.

La base de datos cuenta con 2819 registros, de los cuales 1600 corresponden a refrescos, 484 para goma de mascar y 735 para cerveza; son muestras independientes para cada artículo pero dentro de cada set competitivo.

Las encuestas se aplicaron a la población de 18 a 55 años de las ciudades de Quito y Guayaquil, este es el segmento de la población que interesa a las empresas que contrataron las investigaciones, ya que en el caso de menores de

edad, usualmente la intención de compra se ve reflejada por la publicidad y en mayores de cincuenta y cinco años no son productos que las marcas busquen analizar ya que según la experiencia de los oficiales de marca de dichas empresas, es un grupo muy homogéneo de personas, que en términos de la arquitectura de la marca no brinda muchas oportunidades .

La muestra se obtuvo usando la técnica de muestreo aleatorio simple dentro de cada ciudad, usando como marco muestral el Censo de población y vivienda 2001, los informantes fueron contactados en los hogares pertenecientes a las zonas y sectores censales que de forma aleatoria conformaron la muestra; la ubicación de dichas zonas se la realizó utilizando la cartografía disponible en el INEC y que la empresa Habitus Investigaciones dispone.

El tamaño de la muestra se obtuvo con un nivel de confianza del 95%, buscando el tamaño máximo de la muestra, ( $\hat{p}=\hat{q}=0,5$ ), con un error del 3% para cada ciudad y obteniendo un error global de estimación del 2% a partir de la expresión:

$$n = \frac{z_{\alpha/2}^2 N \hat{p} \hat{q}}{NE^2 + z_{\alpha/2}^2 \hat{p} \hat{q}}$$

Es decir la muestra es representativa de la población de 18 a 55 años de las ciudades de Quito y Guayaquil.

Tabla 4.1.1. Tabla resumen de la población y la muestra levantada

	<b>Total</b>	<b>Quito</b>	<b>Guayaquil</b>
<b>Población de 18 a 55 años</b>	1.856.188	775.560	1.080.628
<b>Muestra</b>	2.819	1.343	1.476
<b>Error de Estimación</b>	2%	3%	3%

A partir de las encuestas levantadas por la empresa Habitus Investigaciones, el análisis de las mismas se centralizaba en el análisis descriptivo de la información y en la generación de modelos de regresión logística, regresión lineal o análisis

discriminante que relacionaba la intención de compra con los atributos disponibles en cada investigación.

Ahora bien, en los últimos años la teoría del capital marca ha jugado un papel importante dentro de la investigación de mercados, ya que dicho capital de marca se relaciona fuertemente con la intención de adquirir cierto producto, pero al ser el capital de marca una variable latente, los modelos tradicionales no permiten medir cuál es el aporte del capital de marca hacia la intención de compra, es por eso que surge la necesidad por parte de la empresa y de los clientes de generar una herramienta que relacione esta variable intangible que puede ser explicada por variables observables, con la intención de compra.

Pero en relación a la teoría del capital de marca, éste se relaciona además con otras variables latentes, entre ellas la fuerza y la estatura de la marca que resultan de la interacción entre variables observables.

Entonces, para poder cubrir los requerimientos de relacionar una variable latente con la intención de compra y el de vincular interacciones entre variables observables con la intención de adquirir un producto, se presenta una aplicación de ecuaciones estructurales no lineales a través de una estimación Bayesiana a los datos recolectados durante el 2010 por la empresa Habitus Investigaciones, con el objetivo de establecer cuál es el aporte del capital de marca hacia la intención de compra y determinar si existen interacciones estadísticamente significativas entre las variables observables que aporten específicamente hacia la estatura y fuerza de la marca; y estas a su vez hacia el capital de marca.

Adicionalmente se construye un modelo de ecuaciones estructurales a través de una estimación Bayesiana, con la finalidad de establecer si el modelo con interacciones contribuye en mayor o menor medida hacia la intención de compra a través del capital de marca. Con la finalidad de cumplir estos objetivos partimos en primer lugar de análisis descriptivo de la información.

Tabla 4.1.2. Tabla de frecuencias relativas de atributos por producto

ATRIBUTOS MARCAS					
		Total	Producto		
			Refrescos	Chicles	Cerveza
Top of mind	No	48,70%	40,20%	68,00%	54,60%
	Si	51,30%	59,80%	32,00%	45,40%
Recuerdo Espontáneo	No	70,40%	71,10%	68,80%	69,80%
	Si	29,60%	28,90%	31,20%	30,20%
Recuerdo Ayudado	No	83,70%	89,90%	75,20%	75,80%
	Si	16,30%	10,10%	24,80%	24,20%
Ha probado	No	5,10%	5,90%	7,90%	1,60%
	Si	94,90%	94,10%	92,10%	98,40%
Natural	No	84,40%	88,50%	80,60%	78,00%
	Si	15,60%	11,50%	19,40%	22,00%
Sabor	No	48,80%	46,30%	36,20%	62,70%
	Si	51,20%	53,70%	63,80%	37,30%
Ofrece algo diferente	No	59,20%	49,90%	52,10%	84,10%
	Si	40,80%	50,10%	47,90%	15,90%
A la moda	No	62,90%	59,40%	44,00%	82,90%
	Si	37,10%	40,60%	56,00%	17,10%
Moderna	No	63,70%	63,40%	43,00%	78,00%
	Si	36,30%	36,60%	57,00%	22,00%
Para alguien como yo	No	46,00%	44,80%	38,60%	53,50%
	Si	54,00%	55,30%	61,40%	46,50%
Se ajusta al momento	No	49,70%	54,80%	49,60%	38,90%
	Si	50,30%	45,30%	50,40%	61,10%
Satisfacción	No	52,90%	47,80%	41,90%	71,20%
	Si	47,10%	52,20%	58,10%	28,80%
Mejor marca	No	51,60%	38,30%	48,60%	82,60%
	Si	48,40%	61,70%	51,40%	17,40%
Marca Favorita	No	54,80%	49,80%	63,20%	60,10%
	Si	45,20%	50,20%	36,80%	39,90%
Marca que admiro	No	55,20%	48,80%	51,70%	71,40%
	Si	44,80%	51,20%	48,30%	28,60%
Marca que respeto	No	46,60%	43,30%	55,00%	48,30%
	Si	53,40%	56,80%	45,00%	51,70%
Marca de calidad	No	45,90%	40,80%	46,90%	56,60%
	Si	54,10%	59,30%	53,10%	43,40%
Marca líder	No	25,40%	12,00%	40,70%	44,40%
	Si	74,60%	88,00%	59,30%	55,60%
Vale lo que cuesta	No	50,60%	50,80%	39,50%	57,40%
	Si	49,40%	49,20%	60,50%	42,60%
Escala odio-amor (-)<====>(+)	1	0,40%	0,30%	0,60%	0,70%
	2	1,10%	0,50%	3,50%	0,80%
	3	1,60%	0,80%	2,30%	2,90%
	4	3,70%	0,30%	1,20%	12,70%
	5	21,20%	17,50%	32,60%	21,80%
	6	27,90%	30,40%	22,80%	25,90%
	7	44,10%	50,30%	36,90%	35,40%
Si no la encuentro la busco en otra parte	No	64,70%	58,20%	48,30%	89,80%
	Si	35,30%	41,80%	51,70%	10,20%
Recomendaría a mis amigos	No	51,00%	52,20%	40,10%	55,80%
	Si	49,00%	47,80%	59,90%	44,20%
Pagaría más por ella	No	71,60%	59,00%	98,80%	81,20%
	Si	28,40%	41,00%	1,20%	18,80%
Intención de Compra	No	19,30%	25,00%	13,80%	10,60%
	Si	80,70%	75,00%	86,20%	89,40%
Casos		2819	1600	484	735
Fuente: HABITUS-INVESTIGACIONES					
Elaborado por: JESÚS TAPIA LÓPEZ					



Pues bien, en la tabla anterior se presentan las frecuencias relativas de cada variable observándose que en general más de la mitad de los entrevistados tiene como primera opción de recuerdo a una de las marcas de análisis, siendo más evidente el caso de refrescos y muy por debajo a la marca de goma de mascar; en relación al recuerdo espontáneo se reduce considerablemente, esto en gran medida al posicionamiento que tienen las marcas, es decir al estar como primera opción en la mente de los consumidores el recuerdo secundario y más aún el ayudado se reducen ya que los indicadores son excluyentes.

Más del noventa por ciento de los entrevistados han probado cada uno de los artículos, la cerveza es considerada como el producto más natural de entre los tres, sin llegar a la cuarta parte, es el indicador más bajo en relación a los demás.

La goma de mascar genera más percepción de sabor y la cerveza en menor medida, posiblemente el posicionamiento de la marca de cerveza se ve influenciado por otros factores

Alrededor del cuarenta por ciento consideran que las marcas de la investigación ofrecen algo diferente, principalmente refrescos y chicles, mientras que cerveza presenta un indicador demasiado bajo en relación al total, esto corrobora posiblemente que el posicionamiento de la marca cerveza este ligado a una relación mucho más emocional y no necesariamente al sabor.

Las tres marcas no son en general mercancías que generen moda a excepción de la goma de mascar que es una marca relativamente joven en relación a las de refrescos y cerveza, este comportamiento se repite en el atributo de modernidad del producto.

Más de la mitad considera que las marcas de análisis son para alguien como ellos y con mayor notoriedad en el caso de la goma de mascar que convalida las proporciones de los atributos a la moda y moderna.

La marca de cerveza es la que más se ajusta a cualquier momento de consumo y en general la mitad de evaluados considera pertinente a uno de los tres artículos.

Con respecto al atributo satisfacción que brinda el producto, debemos notar que menos de la mitad de encuestados están satisfechos por el producto y en el caso de la cerveza este indicador no llega ni a la tercera parte; el artículo que más sobresale con relación a esta medida es el de goma de mascar.

De la misma manera menos de la mitad de participantes en la encuesta consideran a una de las tres marcas como la mejor y nuevamente la de cerveza es que menos es considerada como la mejor, posiblemente esto denote un vínculo cultural hacia la marca.

Un poco más de la mitad de entrevistados consideran a la marca de refrescos como su favorita, el cuarenta por ciento dentro de los entrevistados en el estudio de cerveza y en menor medida la goma de mascar, debemos recordar que son tres muestras independientes.

Solo el cuarenta y cinco por ciento admiran a la marca y ni siquiera la tercera parte lo hacen los entrevistados del análisis de cerveza.

En conjunto más de la mitad de entrevistados tienen un sentido de respeto hacia la marca, a excepción de la de chicles cuya medida para este atributo esta por debajo el cincuenta por ciento.

La marca que genera mayor percepción de calidad es la de cerveza, en menor medida la de chicles y la que menos la de refrescos, más sin embargo en forma general los consumidores no creen que las marcas de análisis lleguen a un cincuenta por ciento con respecto a calidad.

La marca que presenta mayor liderazgo en el mercado es la de cerveza, le sigue la de chicles y muy por debajo la de refresco, este fenómeno se presenta posiblemente por el tamaño del segmento competitivo, en forma global solo la

cuarta parte de los entrevistados considera que los tres productos en conjunto generan liderazgo a las marcas de investigación.

Un poco más de la mitad considera que las marcas en conjunto valen lo que cuesta y en mayor medida la de cerveza, la de refrescos presenta un comportamiento similar al total y la de chicles alcanza un cuarenta por ciento.

Con respecto a la escala de amor y odio podríamos utilizar el promedio o el top two box que en forma global llega al setenta y dos por ciento, el indicador es más pronunciado en refrescos, mientras que el indicador más bajo en este caso es el que presenta la marca de chicles aunque en términos prácticos de investigación de mercados es una proporción nada despreciable.

La marca que presenta mayor fidelidad es la de cerveza, puesto que el noventa por ciento de los entrevistados no la reemplazaría o la buscaría en otra parte sino la encuentra, en forma general el sesenta y cinco por ciento considera que demandaría por los productos en cuestión en otro lugar y la marca de chicles no llega a la mitad en el indicador mencionado.

La marca más recomendada es la de cerveza, este evento es de especial interés dado que podría generar un gran aporte al capital de marca puesto que en general la cerveza no es vista como un producto para refrescarse como tal, sino más bien como uno que permite embriagarse, ya en forma global un poco más de la mitad recomendaría a las marcas de análisis, pero por debajo de dicha proporción la marca de chicles.

La marca por la que pagarían más es la de chicles, seguida por la de cerveza y en mucho menor medida la refrescos, aunque las proporciones de chicles y cerveza permiten que en general algo más del setenta por ciento de los productos analizados presenten el atributo.

Finalmente en relación a la variable de interés la marca que más genera intención de compra es la de refrescos llegando a un veinte cinco por ciento de los entrevistados, en menor medida la de chicles y en un valor cercano a esta la de

cerveza; en forma general algo menos del veinte por ciento presenta intención de compra.

En el anexo 2 se presentan las tablas con los estadísticos ji-cuadrados así como las correlaciones de Kendall que miden la relación entre todas las variables con la intención de compra y las relaciones entre si; donde se observa principalmente que a nivel global la mayoría de variables tienen una relación estadísticamente significativa al nivel del 99% con excepción del recuerdo espontáneo, este hallazgo no necesariamente implica que a nivel de cada artículo suceda lo mismo, lo que se puede ver en tabla 4.1.2 donde se observa que aún cuando a nivel general la relación es de relevancia entre la intención de compra y el top of mind, en el caso de chicles este relación no se repite, lo mismo sucede con el recuerdo ayudado; aún cuando al 90% si existiría significación estadística.

A nivel global el recuerdo espontáneo no muestra evidencia estadística de una relación con la intención de compra, pero a nivel de refrescos existe una dependencia al nivel 90%. El atributo ha probado tiene en forma global una relación estadística con la intención de compra, pero a nivel de cerveza esta afirmación pierde validez; lo mismo sucede con los atributos natural, ofrece algo diferente y a la moda, la situación descrita es una hallazgo en el sentido que la marca se encuentra posiblemente fomentada en la tradición o costumbre.

Tabla 4.1.3. Estadísticos ji-cuadrado entre la intención de compra y los atributos de la encuesta, diferenciado por producto

<b>Pruebas de ji-cuadrado</b>			
<b>PAREJA</b>	<b>Valor</b>	<b>gl</b>	<b>Sig. asintótica (bilateral)</b>
<b>Intención de Compra vs TOM</b>			
Refrescos	35,016	1	0,000
Chicles	0,48	1	0,488
Cerveza	34,569	1	0,000
<b>Intención de Compra vs Recuerdo Espontáneo</b>			
Refrescos	2,958	1	0,085
Chicles	0,68	1	0,410
Cerveza	2,014	1	0,156
<b>Intención de Compra vs Recuerdo Ayudado</b>			
Refrescos	52,489	1	0,000
Chicles	2,698	1	0,101
Cerveza	25,631	1	0,000
<b>Intención de Compra vs Ha probado</b>			
Refrescos	188,844	1	0,000
Chicles	14,343	1	0,000
Cerveza	0,067	1	0,796
<b>Intención de Compra vs Natural</b>			
Refrescos	23,876	1	0,000
Chicles	8,991	1	0,003
Cerveza	0,003	1	0,956
<b>Intención de Compra vs Sabor</b>			
Refrescos	167,418	1	0,000
Chicles	21,118	1	0,000
Cerveza	4,883	1	0,027
<b>Intención de Compra vs Ofrece algo diferente</b>			
Refrescos	42,188	1	0,000
Chicles	8,577	1	0,003
Cerveza	1,251	1	0,263
<b>Intención de Compra vs A la moda</b>			
Refrescos	70,188	1	0,000
Chicles	9,321	1	0,002
Cerveza	4,099	1	0,043
<b>Intención de Compra vs Moderna</b>			
Refrescos	41,105	1	0,000
Chicles	10,533	1	0,001
Cerveza	2,25	1	0,134
<b>Intención de Compra vs Para alguien como yo</b>			
Refrescos	245,709	1	0,000
Chicles	21,4	1	0,000
Cerveza	36,882	1	0,000
<b>Intención de Compra vs Se ajusta al momento</b>			
Refrescos	154,044	1	0,000
Chicles	6,624	1	0,010
Cerveza	25,727	1	0,000
<b>Intención de Compra vs Satisfacción</b>			
Refrescos	207,899	1	0,000
Chicles	40,633	1	0,000
Cerveza	16,785	1	0,000
<b>Intención de Compra vs Mejor marca</b>			
Refrescos	143,163	1	0,000
Chicles	21,164	1	0,000
Cerveza	5,735	1	0,017

<b>Intención de Compra vs Marca Favorita</b>			
Refrescos	307,045	1	0,000
Chicles	18,226	1	0,000
Cerveza	47,221	1	0,000
<b>Intención de Compra vs Marca que admiro</b>			
Refrescos	84,849	1	0,000
Chicles	20,984	1	0,000
Cerveza	16,421	1	0,000
<b>Intención de Compra vs Marca que respeto</b>			
Refrescos	95,826	1	0,000
Chicles	12,152	1	0,000
Cerveza	46,087	1	0,000
<b>Intención de Compra vs Marca de calidad</b>			
Refrescos	146,466	1	0,000
Chicles	11,002	1	0,001
Cerveza	14,674	1	0,000
<b>Intención de Compra vs Marca lider</b>			
Refrescos	43,213	1	0,000
Chicles	11,63	1	0,001
Cerveza	7,558	1	0,006
<b>Intención de Compra vs Vale lo que cuesta</b>			
Refrescos	135,377	1	0,000
Chicles	8,086	1	0,004
Cerveza	43,451	1	0,000
<b>Intención de Compra vs Escala odio-amor (-)&lt;===&gt;(+) </b>			
Refrescos	468,126	6	0,000
Chicles	40,955	6	0,000
Cerveza	188,44	6	0,000
<b>Intención de Compra vs Si no la encuentro la busco en otra parte</b>			
Refrescos	351,835	1	0,000
Chicles	35,455	1	0,000
Cerveza	7,581	1	0,006
<b>Intención de Compra vs Recomendaría a mis amigos</b>			
Refrescos	171,335	1	0,000
Chicles	23,748	1	0,000
Cerveza	26,853	1	0,000
<b>Intención de Compra vs Pagaría más por ella</b>			
Refrescos	124,363	1	0,000
Chicles	6,659	1	0,010
Cerveza	7,029	1	0,008
Fuente: HABITUS-INVESTIGACIONES			
Elaborado por: JESÚS TAPIA LÓPEZ			

En el anexo 2 se presentan las correlaciones de Kendall a nivel global apreciándose que por ejemplo el recuerdo espontáneo y ayudado tienen una relación inversa con top of mind, aún cuando los tres atributos son de recordación de la marca.

Así mismo la correlación entre la escala de amor-odio y ha probado, a más de ser significativa, su coeficiente es el más grande que en el resto de relaciones inherentes al atributo en mención; el sabor tiene correlaciones significativas con la mayoría de atributos a nivel global menos con los recuerdos ayudados y espontáneo.

Cuando una marca ofrece algo diferente se encuentre bastante relacionado con que esta se encuentre a la moda, la satisfacción con el producto, considerarla la mejor marca y la admiración que se tiene por la marca.

Los atributos para alguien como yo, moderna, satisfacción, mejor marca y recomendaría a mis amigos son los atributos más relacionados con estar a la moda.

Satisfacción, marca favorita, la escala de amor-odio y la recomendación a sus amigos son las variables que más se encuentran relacionadas con “para alguien como yo”.

Existe una estrecha relación entre la recomendación a mis amigos, satisfacción y para alguien como yo con se ajusta al momento, todos estos atributos están relacionados a una cercanía personal con la marca.

El atributo satisfacción se encuentra bastante relacionado con la gran mayoría de variables de investigación en especial con la recomendación a mis amigos, mejor marca, para alguien como yo, marca de calidad y vale lo que cuesta, aquí posiblemente se encuentren interacciones de interés para nuestro modelo.

La variable marca favorita se relaciona en gran medida con la escala de amor-odio, este es un caso a tomar en cuenta en las interacciones, dado que la correlación es grande y estadísticamente significativa; aunque muy por debajo se encuentra el atributo para alguien como yo, pero con una correlación nada despreciable.

La admiración de la marca se encuentra ligada a la satisfacción que el entrevistado siente por la misma así como la recomendación a sus amigos. El respeto se encuentra especialmente relacionado con marca de calidad y la recomendación, este último atributo se relaciona en gran medida con la percepción de calidad que puede generar una marca.

Aunque no en gran medida el liderazgo de una marca en general se correlaciona con el atributo mejor marca; sentir que una marca vale lo que cuesta va de la mano con la satisfacción que puede generar el artículo. Generar una cultura para que un consumidor busque en otra parte la marca en particular cuando no la encuentra en el lugar de compra según la información disponible se relaciona aunque si bien no en gran medida, con la escala de amor-odio. Los atributos satisfacción, marca de calidad y la recomendación influyen en pagar más por el producto.

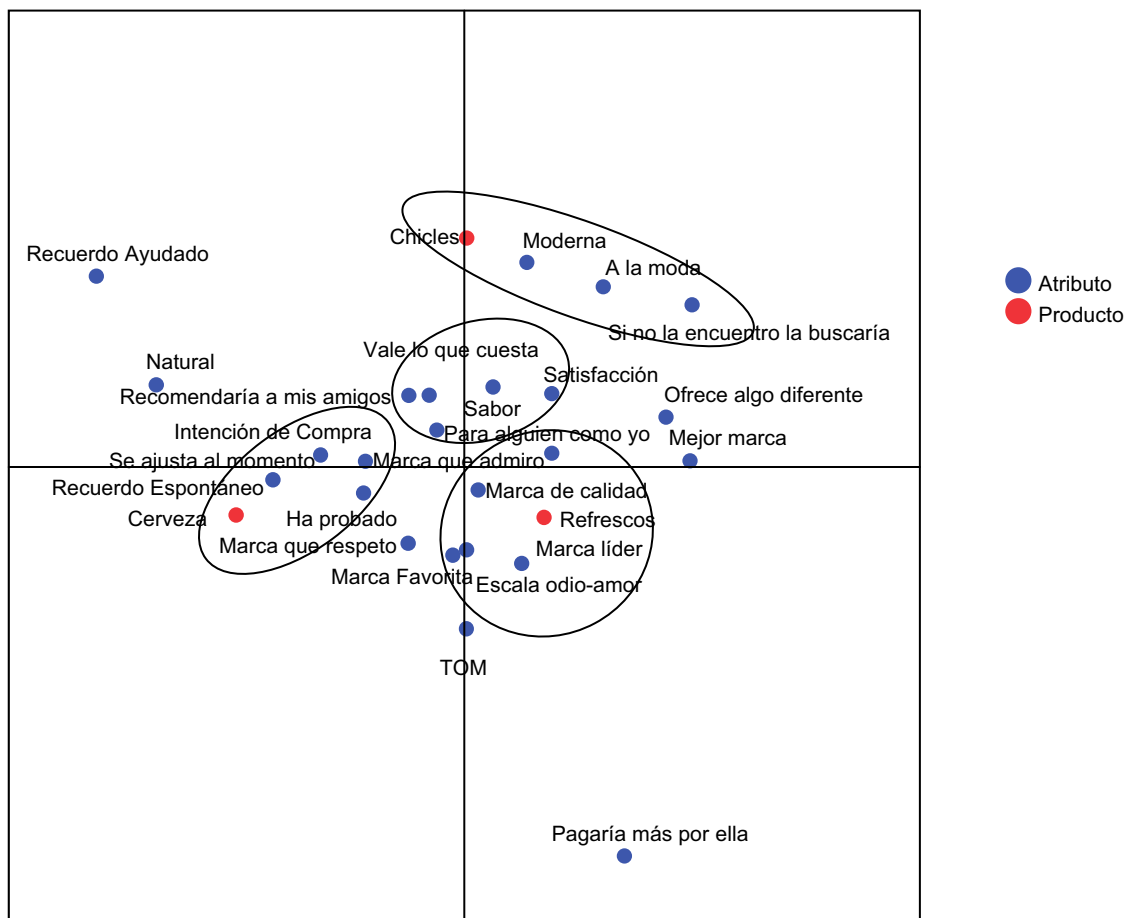
Para tener una idea de que es lo que pasa a nivel de producto, en la figura 4.1.1 y bajo el criterio geométrico de correlación se presenta un análisis de correspondencias donde se muestra que en relación a la marca de chicles los atributos estar a la moda, moderna y la buscaría en otra parte están relacionados.

Con respecto a la marca de cerveza se observa que se ajusta al momento, marca que admiro y ha probado podrían generar algunas interacciones; mientras que en relación a la de refrescos; marca de calidad, marca favorita, la escala de odio-amor y marca líder podrían ser interacciones de interés.

Adicionalmente se muestran las relaciones mencionadas entre el atributo satisfacción y algunos otros atributos.



Figura 4.1.1. Gráfico de puntuaciones en un análisis de correspondencia de los atributos con los productos



## 4.2. APLICACIÓN DE ECUACIONES ESTRUCTURALES NO LINEALES PARA MEDIR LA INTENCIÓN DE COMPRA A TRAVÉS DEL CAPITAL DE MARCA.

Como se menciona en el capítulo dos la estimación Bayesiana permite identificar interacciones entre variables endógenas o exógenas; para esto partimos de un modelo teórico que se presenta a continuación, en el cuál se toman en cuenta las posibles interacciones teóricas presentadas en el capítulo tres, el modelo toma en consideración adicionalmente a todos los atributos con los que se dispone:

$$X_2 = a_2 * Y_2 + e_{12}$$

$$X_3 = a_3 * Y_2 + e_{13}$$

$$X_4 = a_4 * Y_3 + e_{14}$$

$$X_5 = a_5 * Y_3 + e_{15}$$

$$X_6 = a_6 * Y_3 + e_{16}$$

$$X_7 = a_7 * Y_3 + e_{17}$$

$$X_8 = a_8 * Y_3 + e_{18}$$

$$X_9 = a_9 * Y_4 + e_{19}$$

$$X_{10} = a_{10} * Y_4 + e_{20}$$

$$X_{11} = a_{11} * Y_5 + e_{21}$$

$$X_{12} = a_{12} * Y_5 + e_{22}$$

$$X_{13} = a_{13} * Y_5 + e_{23}$$

$$X_{14} = a_{14} * Y_5 + e_{24}$$

$$X_{15} = a_{15} * Y_5 + e_{25}$$

$$X_{16} = a_{16} * Y_5 + e_{26}$$

$$X_{17} = a_{17} * Y_5 + e_{27}$$

$$X_{18} = a_{18} * Y_5 + e_{28}$$

$$X_{19} = a_{19} * Y_5 + e_{29}$$

$$X_{20} = a_{20} * Y_6 + e_{30}$$

$$X_{21} = a_{21} * Y_6 + e_{31}$$

$$X_2 * X_{13} = a_{22} * Y_7 + e_{32}$$

$$X_{13} * X_{19} = a_{23} * Y_7 + e_{33}$$

$$X_{19} * X_3 = a_{24} * Y_7 + e_{34}$$

$$X_2 * X_3 = a_{25} * Y_7 + e_{35}$$

$$X_{13} * X_{17} = a_{26} * Y_7 + e_{36}$$

$$X_{13} * X_{16} = a_{27} * Y_7 + e_{37}$$

$$X_9 * X_{11} = a_{28} * Y_8 + e_{38}$$

$$X_9 * X_{10} = a_{29} * Y_8 + e_{39}$$

$$X_6 * X_7 = a_{30} * Y_8 + e_{40}$$

$$X_9 * X_{19} = a_{31} * Y_9 + e_{41}$$

$$X_2 * X_9 = a_{32} * Y_9 + e_{42}$$

$$X_9 * X_{13} = a_{33} * Y_9 + e_8$$

$$X_{11} * X_{19} = a_{34} * Y_9 + e_7$$

$$X_9 * X_{15} = a_{35} * Y_9 + e_6$$

$$X_9 * X_{17} = a_{36} * Y_9 + e_5$$

$$X_{10} * X_{13} = a_{37} * Y_9 + e_4$$

$$X_{12} * X_{13} = a_{38} * Y_9 + e_3$$

$$Z = b_1 * Y_2 + b_2 * Y_3 + b_3 * Y_4 + b_4 * Y_5 + b_5 * Y_6 + b_6 * Y_7 + b_7 * Y_8 + b_8 * Y_9 + e_2$$

$$X_1 = c * Z + e_1$$

Donde los coeficientes  $a_i$ ,  $b_i$  y  $c$  son los parámetros a estimar, los  $e_i$  son los correspondientes errores asociados; gráficamente el sistema es representado en la figura 4.2.1.

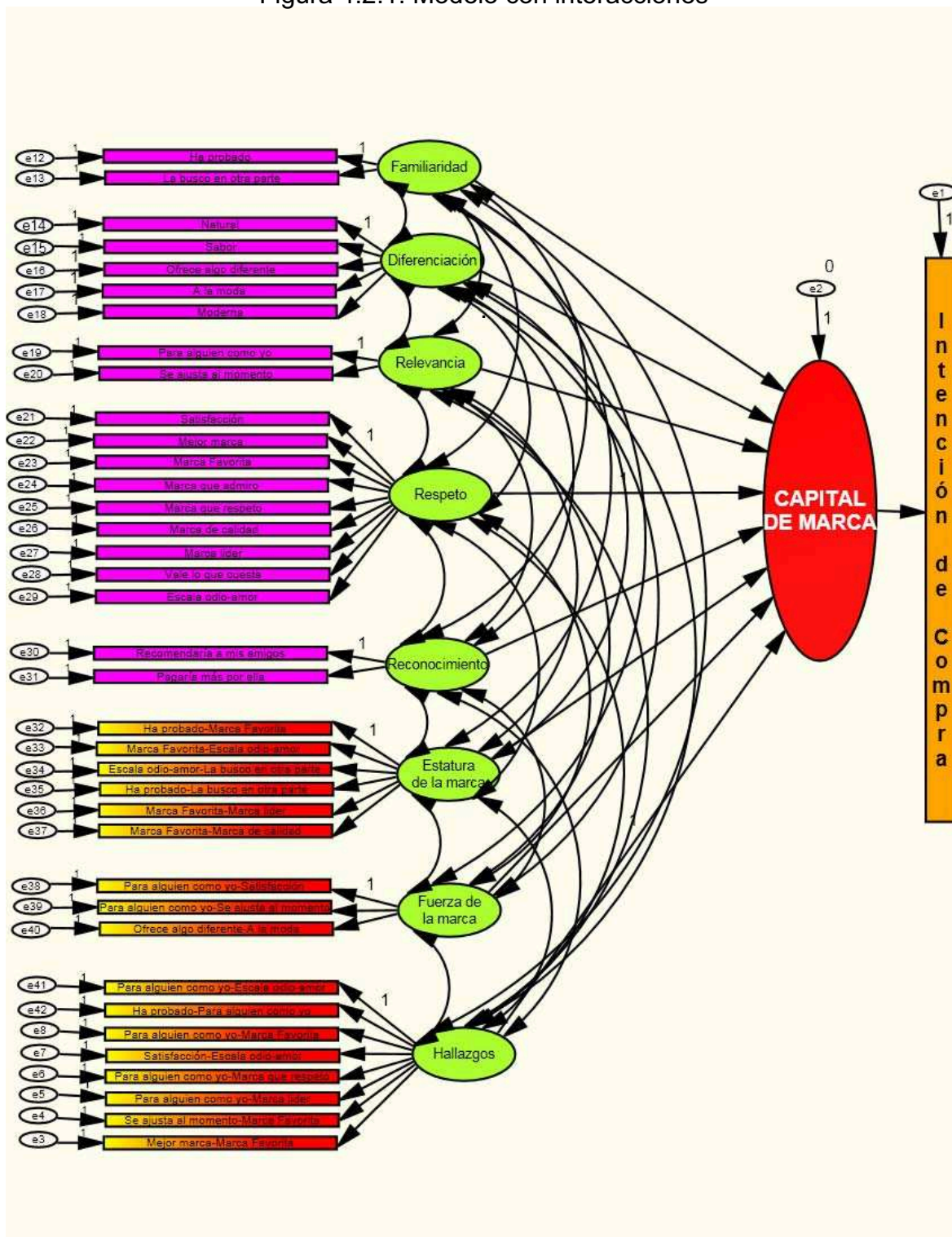
Cada arista representa la relación de una variable con otra, las aristas de doble salida son interpretadas como las covarianzas entre las variables latentes que para el caso de este trabajo asumiremos que son iguales a cero en todos los casos.

Debemos señalar que en los MEE se asumen valores iniciales para uno o todos los parámetros a ser estimados en el modelo, en nuestro caso asumiremos una relación de uno para los parámetros que se suponen tiene una relación directa entre si, adicionalmente asumimos que las correlaciones entre las variables latentes son cero.

Tabla 4.2.1. Descripción de las variables asociada al modelo

<b>ATRIBUTO</b>	<b>VARIABLE</b>
Intención de Compra	X <sub>1</sub>
Ha probado	X <sub>2</sub>
La busco en otra parte	X <sub>3</sub>
Natural	X <sub>4</sub>
Sabor	X <sub>5</sub>
Ofrece algo diferente	X <sub>6</sub>
A la moda	X <sub>7</sub>
Moderna	X <sub>8</sub>
Para alguien como yo	X <sub>9</sub>
Se ajusta al momento	X <sub>10</sub>
Satisfacción	X <sub>11</sub>
Mejor marca	X <sub>12</sub>
Marca favorita	X <sub>13</sub>
Marca que admiro	X <sub>14</sub>
Marca que respeto	X <sub>15</sub>
Marca de calidad	X <sub>16</sub>
Marca líder	X <sub>17</sub>
Vale lo que cuesta	X <sub>18</sub>
Escala odio-amor	X <sub>19</sub>
Recomendaría a mis amigos	X <sub>20</sub>
Pagaría más por ella	X <sub>21</sub>
Capital de marca	Z
Familiaridad	Y <sub>2</sub>
Diferenciación	Y <sub>3</sub>
Relevancia	Y <sub>4</sub>
Respeto	Y <sub>5</sub>
Reconocimiento	Y <sub>6</sub>
Estatuta de la marca	Y <sub>7</sub>
Fuerza de la marca	Y <sub>8</sub>
Hallazgos	Y <sub>9</sub>

Figura 4.2.1. Modelo con interacciones



Con el modelo teórico presentado realizamos un primer intento de estimación, el mismo que no converge según el criterio expuesto en el Anexo 3, la tabla 4.2.2 presenta lo mencionado donde no se obtiene la convergencia de todos los parámetros, en especial de los coeficientes asociados al capital de marca.

Adicionalmente se muestran los gráficos del historial de iteraciones para los coeficientes  $b_i$  y  $c$ , donde se observa la inestabilidad de las estimaciones.

Tabla 4.2.2. Estimaciones de los parámetros en el modelo con interacciones

Coefficientes	Mean	S.E.	S.D.	C.S.	Median
La busco en otra parte<--Familiaridad	2,475	0,02	0,292	1,002	2,457
A la moda<--Diferenciación	8,458	0,189	1,326	1,01	8,38
Para alguien como yo<--Relevancia	0,783	0,02	0,152	1,009	0,787
Marca que respeto<--Respeto	0,861	0,001	0,034	1,001	0,861
Marca de calidad<--Respeto	0,914	0,002	0,033	1,002	0,913
Marca líder<--Respeto	0,604	0,002	0,028	1,002	0,605
Vale lo que cuesta<--Respeto	0,732	0,002	0,033	1,002	0,732
Para alguien como yo _Se ajusta al momento<--Fuerza de la marca	0,724	0,003	0,051	1,002	0,724
Ofrece algo diferente A la moda<--Fuerza de la marca	0,364	0,002	0,029	1,002	0,364
Satisfacción _Odio-Amor<--Hallazgos	0,457	0,001	0,018	1,002	0,457
Mejor marca _Marca Favorita<--Hallazgos	0,365	0,001	0,016	1,001	0,365
Se ajusta al momento _Marca Favorita<--Hallazgos	0,366	0,001	0,016	1,001	0,366
Para alguien como yo _Marca líder<--Hallazgos	0,868	0,001	0,01	1,002	0,867
Para alguien como yo _Marca que respeto<--Hallazgos	0,715	0,001	0,013	1,002	0,715
Ha probado _Para alguien como yo<--Hallazgos	0,994	0	0,005	1,001	0,993
Para alguien como yo _Marca Favorita<--Hallazgos	0,671	0,001	0,014	1,001	0,671
Marca Favorita _Marca líder<--Estatura de la marca	0,861	0,001	0,01	1,001	0,861
Marca Favorita _Odio-Amor<--Estatura de la marca	1,006	0	0,004	1,002	1,006
Odio-Amor _La busco en otra parte<--Estatura de la marca	0,338	0,001	0,017	1,001	0,338
Ha probado _La busco en otra parte<--Estatura de la marca	0,334	0,001	0,017	1,002	0,334
Marca Favorita _Marca de calidad<--Estatura de la marca	0,71	0,001	0,012	1,001	0,71
Recomendaría<--Reconocimiento	0,4	0,001	0,02	1,001	0,4
Odio-Amor<--Respeto	0,254	0,001	0,016	1,001	0,253
Mejor marca<--Respeto	0,934	0,002	0,033	1,002	0,934
Marca Favorita<--Respeto	0,743	0,002	0,031	1,002	0,743
Marca líder0<--Respeto	0,837	0,002	0,033	1,002	0,836
Moderna<--Diferenciación	6,832	0,152	1,08	1,01	6,772
Sabor<--Diferenciación	4,565	0,099	0,739	1,009	4,525
Ofrece algo diferente<--Diferenciación	6,486	0,161	1,092	1,011	6,397
CAPITAL DE MARCA<--Relevancia	5,06	0,352	1,787	1,019	5,221
CAPITAL DE MARCA<--Diferenciación	-6,451	0,639	4,715	1,009	-5,908
int compra<--CAPITAL DE MARCA	0,061	0,003	0,015	1,019	0,057
CAPITAL DE MARCA<--Familiaridad	53,363	2,383	12,374	1,018	53,419
CAPITAL DE MARCA<--Reconocimiento	-0,365	0,037	0,29	1,008	-0,344
CAPITAL DE MARCA<--Estatura de la marca	2,061	0,107	0,58	1,017	2,064
CAPITAL DE MARCA<--Fuerza de la marca	-0,708	0,049	0,44	1,006	-0,731
<b>CONVERGENCIA</b>					

Figura 4.2.2. Iteraciones

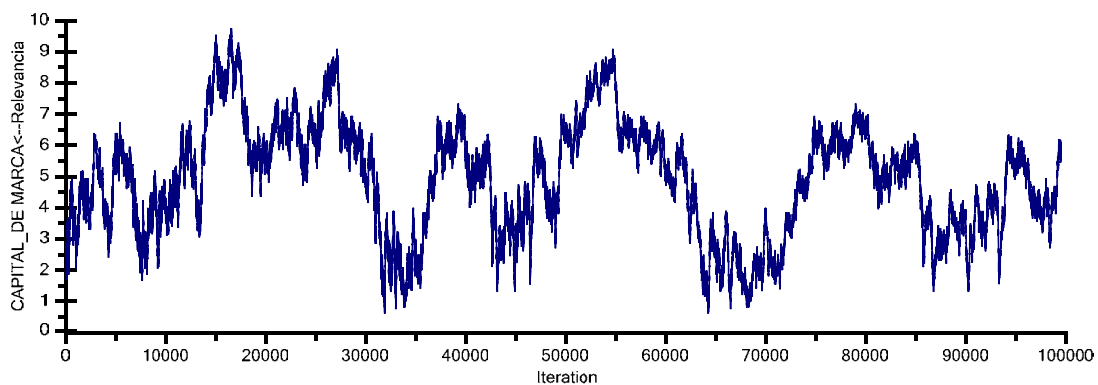


Figura 4.2.3. Iteraciones

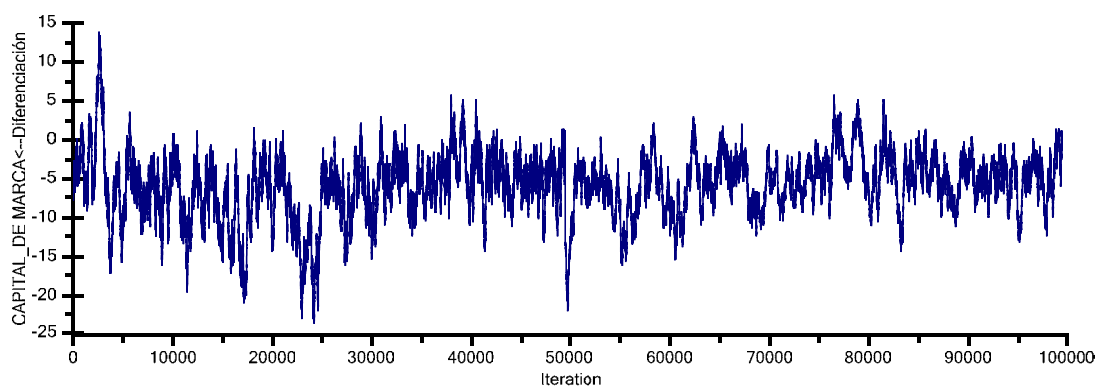


Figura 4.2.4. Iteraciones

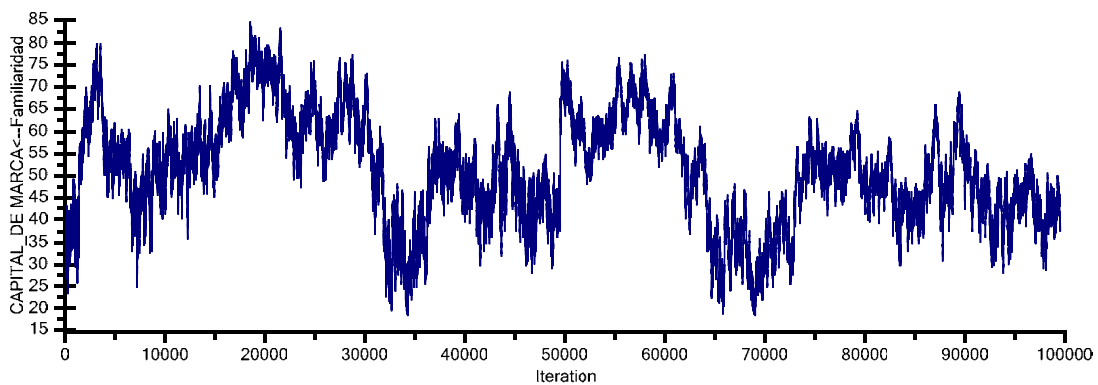


Figura 4.2.5. Iteraciones

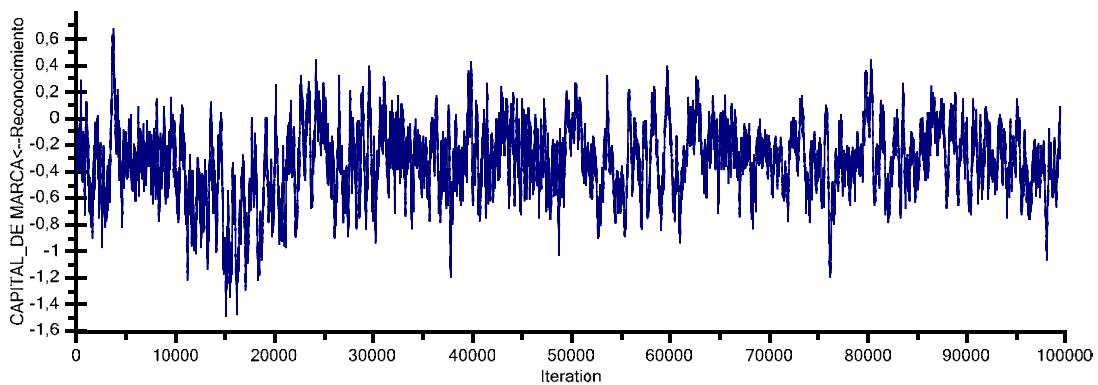


Figura 4.2.6. Iteraciones

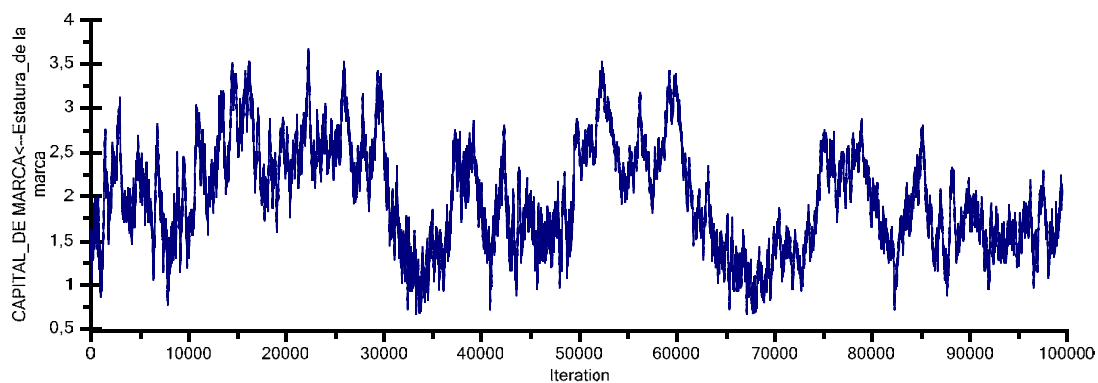


Figura 4.2.7. Iteraciones

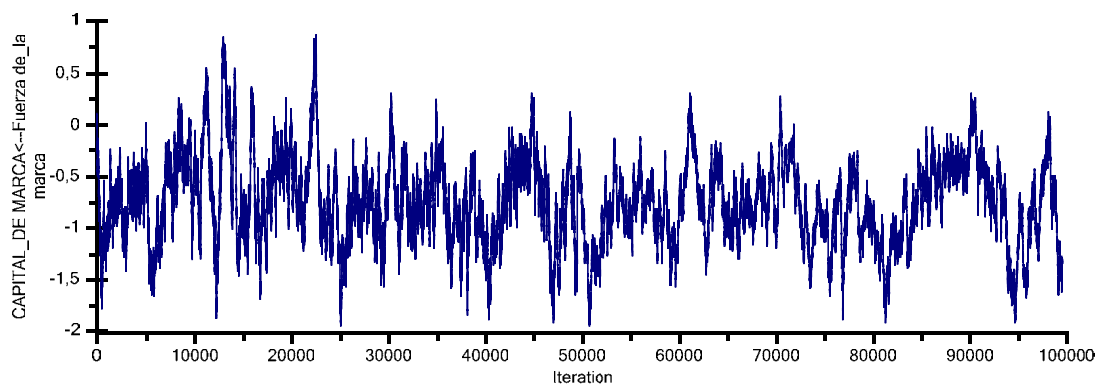
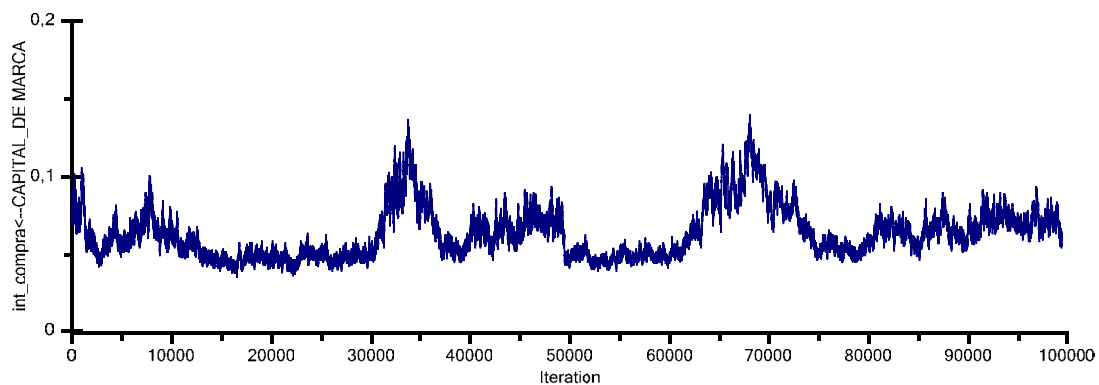


Figura 4.2.8. Iteraciones





Dado que con el modelo teórico presentado no se obtiene una buena estimación de los coeficientes, partamos de un modelo que no tome en cuenta los interceptos con menor estabilidad, entonces utilizamos uno que no tome en cuenta los atributos natural y sabor de la variable latente diferenciación, lo que en realidad no ayuda a la convergencia del algoritmo (tabla 4.2.3).

Tabla 4.2.3. Estimaciones de los parámetros en el modelo con interacciones

Coefficientes	Mean	S.E.	S.D.	C.S.	Median
La busco en otra parte<--Familiaridad	2,537	0,02	0,291	<b>1,002</b>	2,532
A la moda<--Diferenciación	1,335	0,005	0,085	<b>1,001</b>	1,334
Para alguien como yo<--Relevancia	0,684	0,028	0,16	1,016	0,682
Marca que respeto<--Respeto	0,862	0,003	0,033	1,003	0,861
Marca de calidad<--Respeto	0,913	0,002	0,033	<b>1,002</b>	0,913
Marca líder<--Respeto	0,601	0,002	0,027	1,003	0,601
Vale lo que cuesta<--Respeto	0,734	0,002	0,031	<b>1,002</b>	0,734
Para alguien como yo Se ajusta al momento<--Fuerza de la marca	0,725	0,004	0,054	1,003	0,724
Ofrece algo diferente A la moda<--Fuerza de la marca	0,359	0,002	0,028	1,003	0,359
Satisfacción Odio-Amor<--Hallazgos	0,458	0,001	0,017	<b>1,002</b>	0,458
Mejor marca Mejor favorita<--Hallazgos	0,367	0,001	0,017	1,003	0,367
Se ajusta al momento Mejor favorita<--Hallazgos	0,363	0,002	0,017	1,004	0,363
Para alguien como yo Marca líder<--Hallazgos	0,868	0,001	0,011	<b>1,001</b>	0,868
Para alguien como yo Marca que respeto<--Hallazgos	0,715	0,001	0,014	<b>1,002</b>	0,715
Ha probado Para alguien como yo<--Hallazgos	0,993	0	0,005	<b>1,002</b>	0,993
Para alguien como yo Mejor favorita<--Hallazgos	0,671	0,001	0,013	1,003	0,671
Mejor favorita Marca líder<--Estatura de la marca	0,86	0,001	0,009	<b>1,002</b>	0,86
Mejor favorita Odio-Amor<--Estatura de la marca	1,006	0	0,004	<b>1,002</b>	1,006
Odio-Amor La busco en otra parte<--Estatura de la marca	0,339	0,001	0,017	1,003	0,34
Ha probado La busco en otra parte<--Estatura de la marca	0,335	0,001	0,017	1,003	0,336
Mejor favorita Marca de calidad<--Estatura de la marca	0,71	0,001	0,011	1,003	0,71
Recomendaría<--Reconocimiento	0,399	0,001	0,019	1,003	0,399
Odio-Amor<--Respeto	0,252	0,001	0,015	<b>1,001</b>	0,252
Mejor marca<--Respeto	0,93	0,002	0,031	1,003	0,931
Mejor favorita<--Respeto	0,743	0,003	0,033	1,004	0,743
Marca que admiro<--Respeto	0,837	0,002	0,032	<b>1,002</b>	0,836
Moderna<--Diferenciación	1,098	0,004	0,068	<b>1,002</b>	1,099
CAPITAL DE MARCA<--Relevancia	3,266	0,271	1,322	1,021	3,073
CAPITAL DE MARCA<--Diferenciación	-1,038	0,055	0,483	1,006	-1,02
int compra<--CAPITAL DE MARCA	0,078	0,002	0,014	1,013	0,076
CAPITAL DE MARCA<--Familiaridad	41,121	1,195	7,806	1,012	41,127
CAPITAL DE MARCA<--Reconocimiento	-0,334	0,026	0,226	1,007	-0,317
CAPITAL DE MARCA<--Estatura de la marca	1,511	0,052	0,349	1,011	1,486
CAPITAL DE MARCA<--Fuerza de la marca	-0,629	0,065	0,428	1,011	-0,669

CONVERGENCIA

Figura 4.2.9. Iteraciones

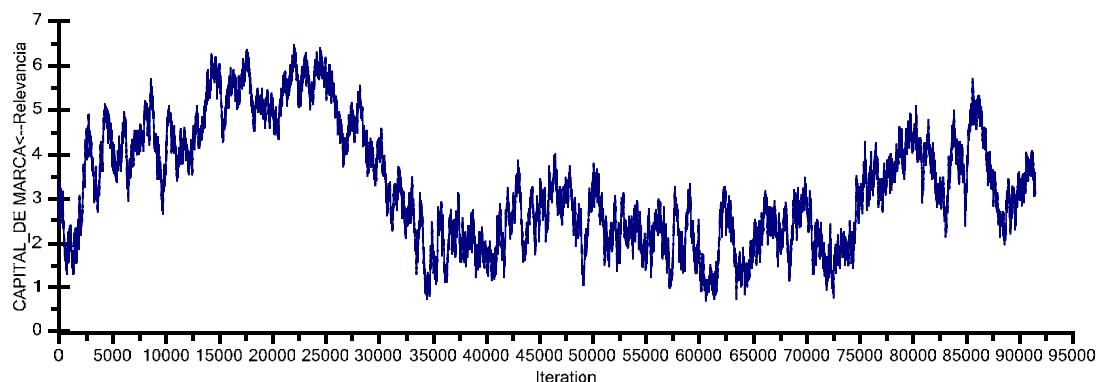


Figura 4.2.10. Iteraciones

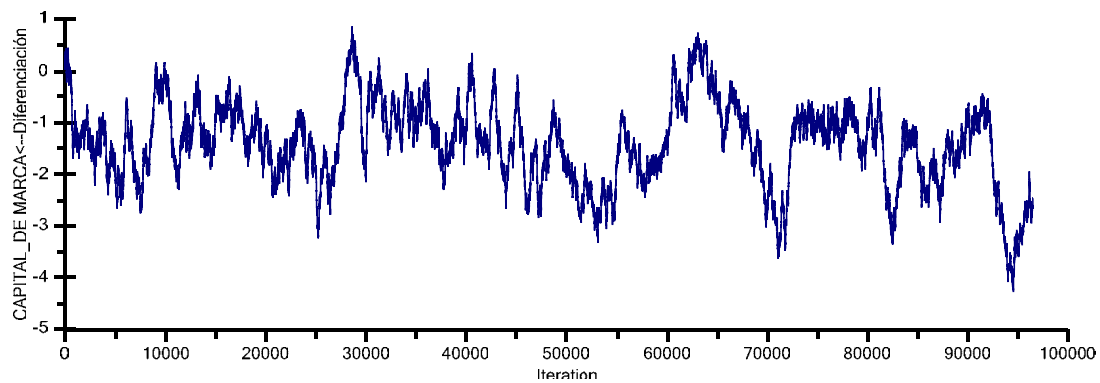


Figura 4.2.11. Iteraciones

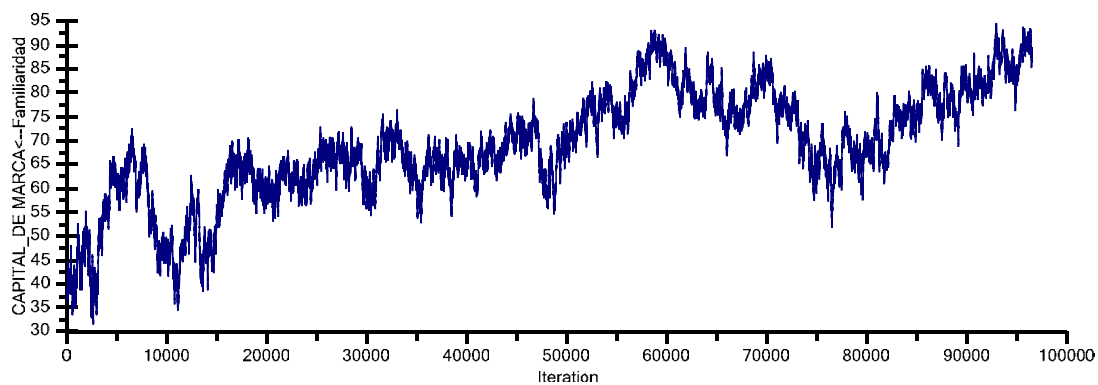


Figura 4.2.12. Iteraciones

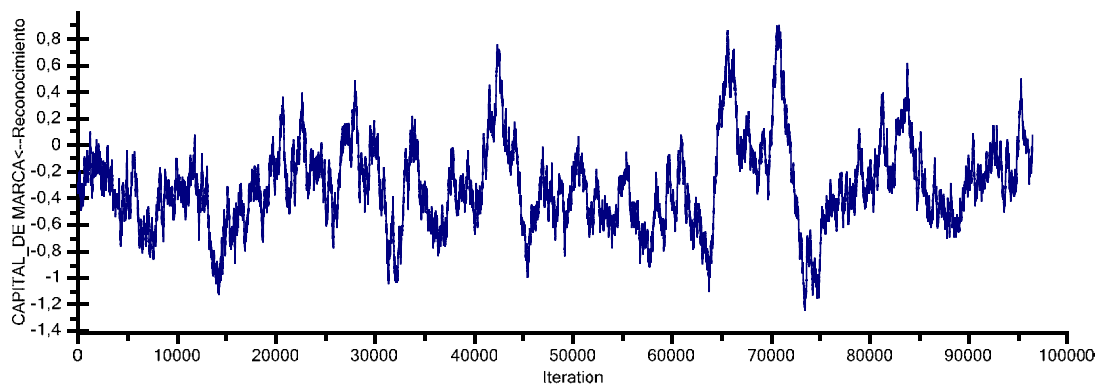


Figura 4.2.13. Iteraciones

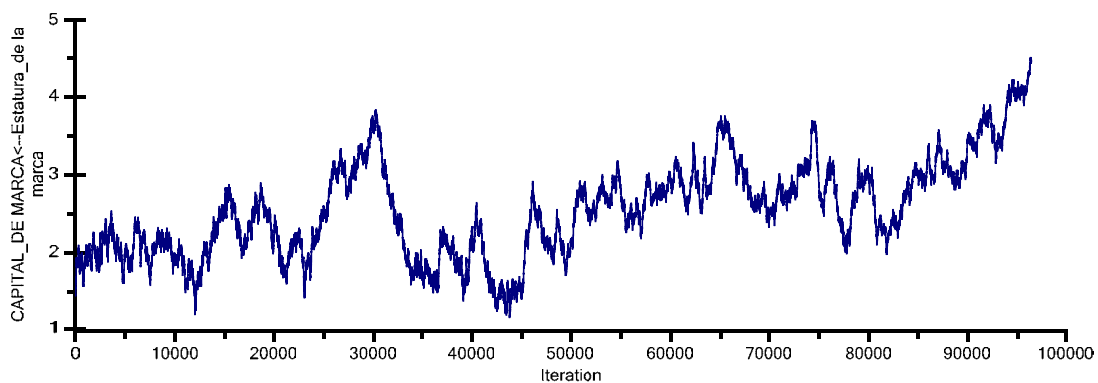


Figura 4.2.14. Iteraciones

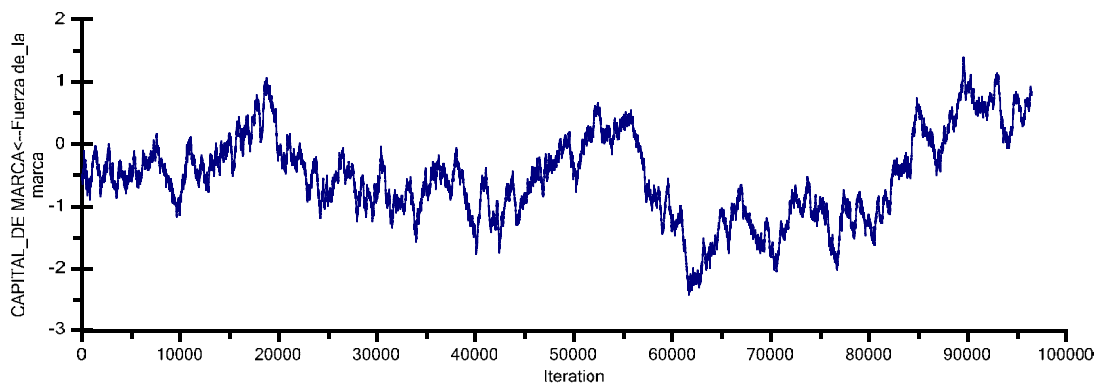
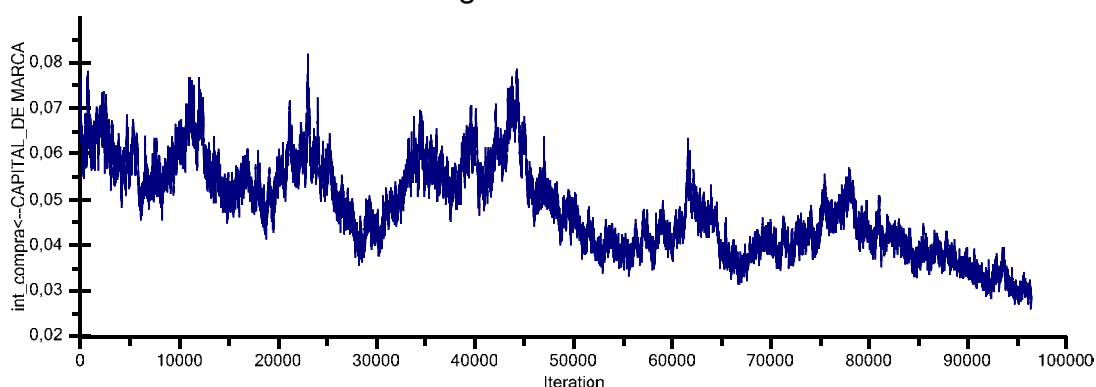


Figura 4.2.15. Iteraciones



Se puede observar que la relación entre el capital de marca y diferenciación es inversa, lo que se contrapone con el contexto teórico del modelo propuesto, por lo que de manera definitiva dejamos de tomar en cuenta a dicha variable para el análisis y se estipula un nuevo modelo (figura 4.2.16), el mismo que presenta un mejor ajuste de la mayoría de variables en el modelo aún cuando globalmente el modelo no converge (tabla 4.2.4).

Sin embargo la variable reconocimiento que influye solo en dos variables observables se relaciona de manera inversa con el capital de marca, por lo que se no la tomaremos en cuenta para realizar una nueva aproximación, en relación al historial de iteraciones de los coeficientes de interés se puede ver que existe mayor estabilidad de las estimaciones (figuras 4.2.17-4.2.22).

Figura 4.2.16 Modelo con interacciones

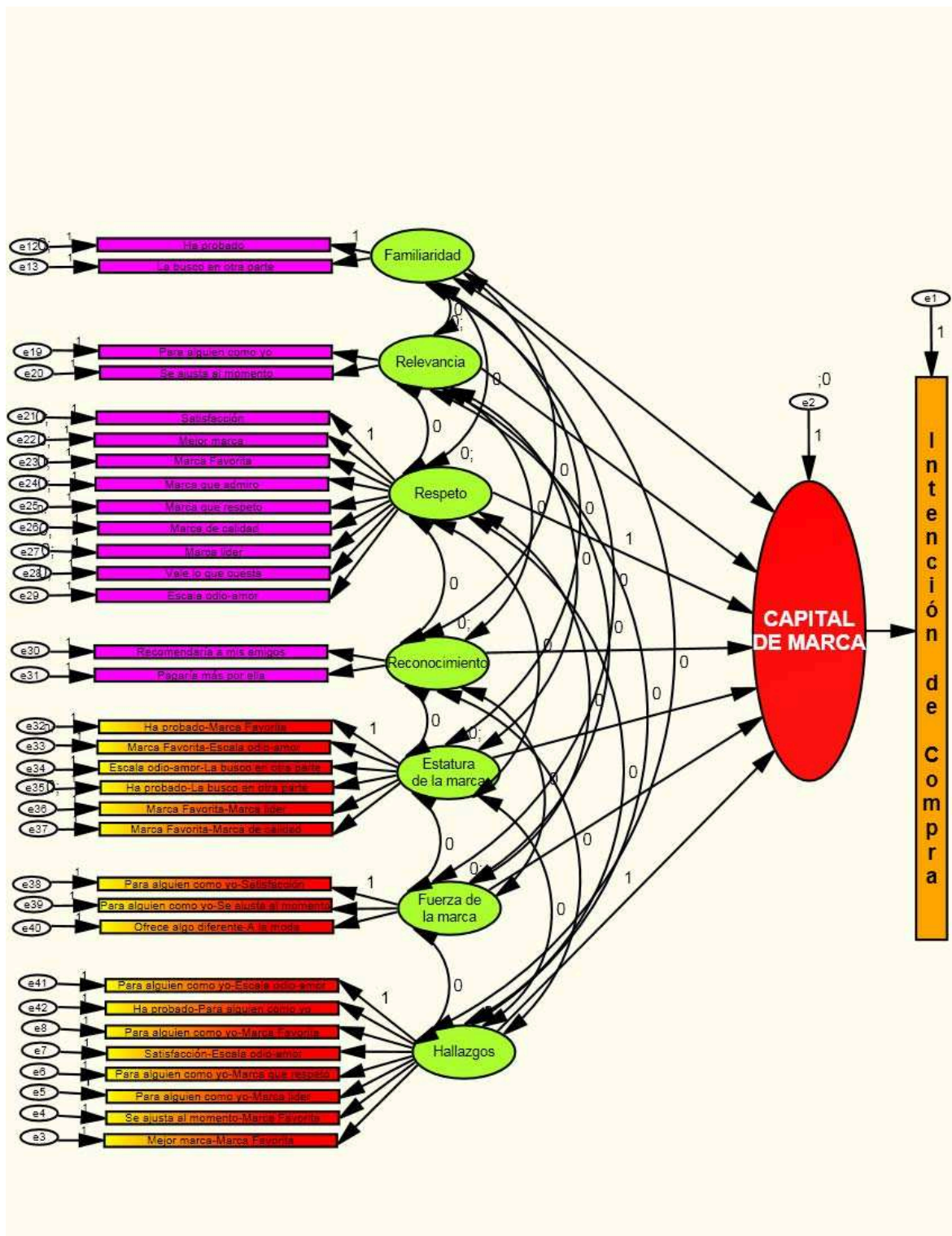


Tabla 4.2.4. Estimaciones de los parámetros en el modelo con interacciones

Coficientes	Mean	S.E.	S.D.	C.S.	Median
La busco en otra parte<--Familiaridad	2,479	0,012	0,295	1,001	2,46
Para alguien como yo<--Relevancia	0,823	0,018	0,156	1,007	0,825
Marca que respeto<--Respeto	0,861	0,002	0,032	1,001	0,861
Marca de calidad<--Respeto	0,914	0,001	0,033	1	0,913
Marca líder<--Respeto	0,602	0,001	0,029	1	0,602
Vale lo que cuesta<--Respeto	0,732	0,001	0,031	1	0,732
Para alguien como yo _Se ajusta al momento<--Fuerza de la marca	0,732	0,003	0,051	1,001	0,732
Algo diferente _A la moda<--Fuerza de la marca	0,367	0,001	0,028	1,001	0,367
Satisfacción _Odio-Amor<--Hallazgos	0,457	0,001	0,018	1	0,456
Mejor marca _Marca favorita<--Hallazgos	0,364	0,001	0,016	1	0,364
Se ajusta al momento _Marca favorita<--Hallazgos	0,364	0	0,016	1	0,364
Para alguien como yo _Marca líder<--Hallazgos	0,868	0	0,01	1,001	0,868
Para alguien como yo _Marca que respeto<--Hallazgos	0,715	0	0,013	1,001	0,716
Ha probado _Para alguien como yo<--Hallazgos	0,993	0	0,005	1,001	0,993
Para alguien como yo _Marca favorita<--Hallazgos	0,67	0	0,013	1	0,67
Marca favorita _Marca líder<--Estatura de la marca	0,86	0	0,009	1	0,86
Marca favorita _Odio-Amor<--Estatura de la marca	1,006	0	0,004	1,001	1,006
Odio-Amor _La busco en otra parte<--Estatura de la marca	0,339	0,001	0,017	1,001	0,338
Ha probado _La busco en otra parte<--Estatura de la marca	0,334	0,001	0,017	1,001	0,334
Marca favorita _Marca de calidad<--Estatura de la marca	0,709	0	0,012	1,001	0,709
Recomendaría a mis amigos<--Reconocimiento	0,399	0,001	0,02	1	0,399
Odio-Amor<--Respeto	0,254	0	0,016	1	0,254
Mejor marca<--Respeto	0,933	0,001	0,033	1	0,932
Marca favorita<--Respeto	0,743	0,001	0,032	1	0,743
Marca que admiro<--Respeto	0,835	0,001	0,032	1	0,835
CAPITAL_DE MARCA<--Relevancia	6,087	0,373	2,308	1,013	5,934
int_compra<--CAPITAL_DE MARCA	0,055	0,002	0,013	1,01	0,052
CAPITAL_DE MARCA<--Familiaridad	58,324	2,024	13,119	1,012	58,131
CAPITAL_DE MARCA<--Reconocimiento	-0,421	0,02	0,311	1,002	-0,409
CAPITAL_DE MARCA<--Estatura de la marca	2,234	0,077	0,58	1,009	2,207
CAPITAL_DE MARCA<--Fuerza de la marca	-1,094	0,078	0,644	1,007	-1,023

CONVERGENCIA

Figura 4.2.17. Iteraciones

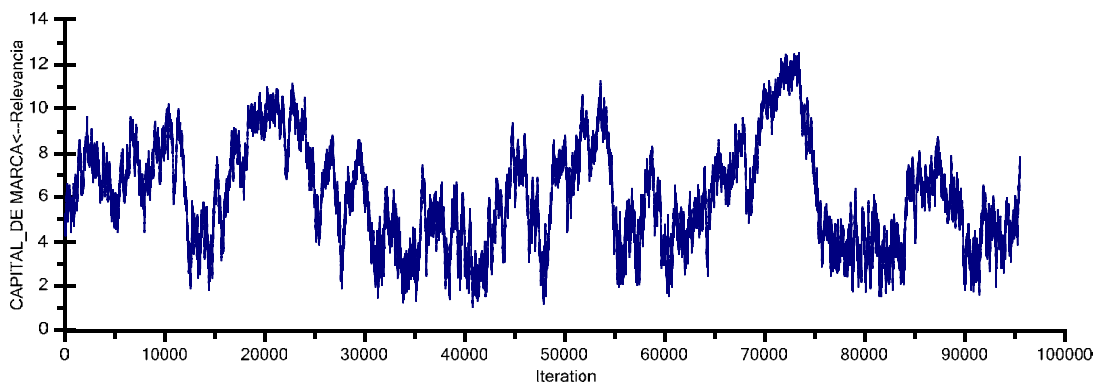


Figura 4.2.18. Iteraciones

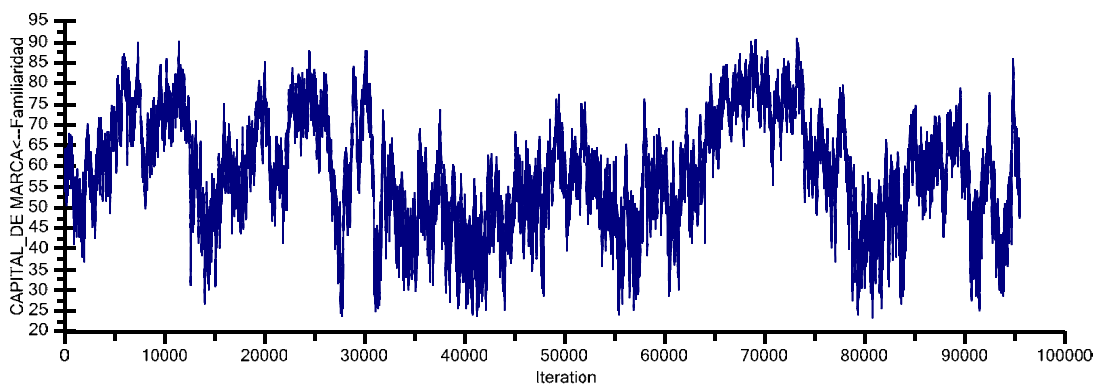


Figura 4.2.19. Iteraciones

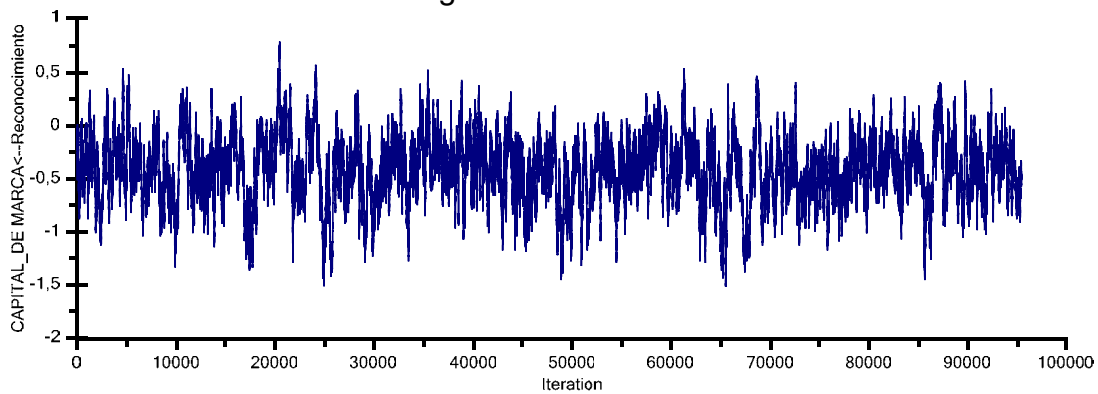


Figura 4.2.20. Iteraciones

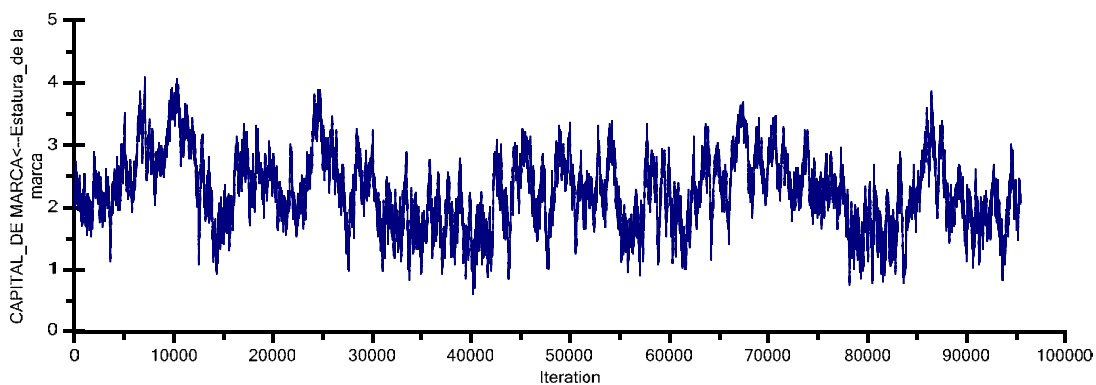


Figura 4.2.21. Iteraciones

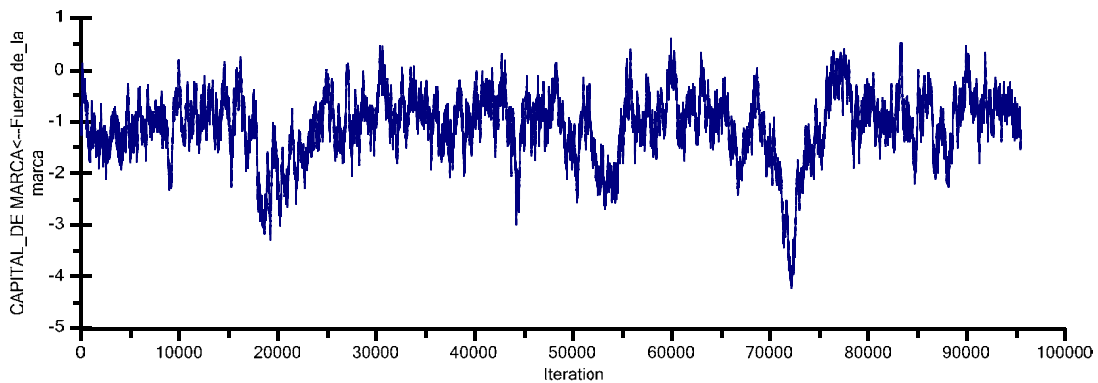
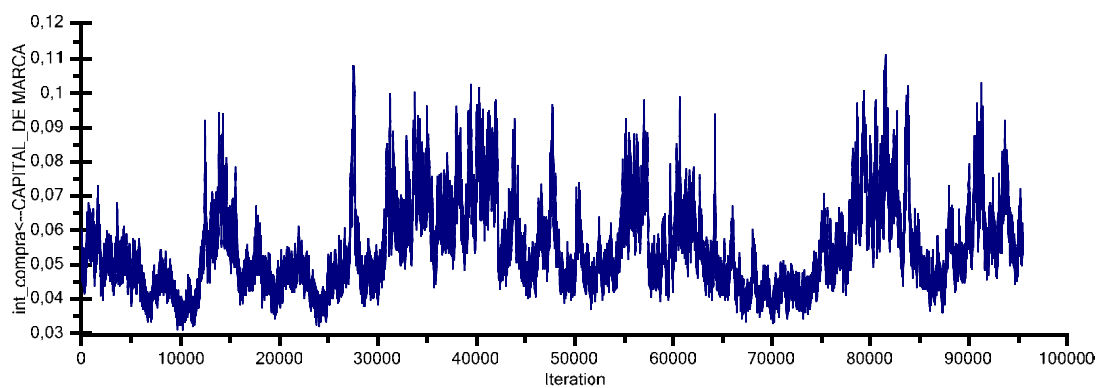


Figura 4.2.22. Iteraciones



Planteamos ahora un modelo sin tomar en cuenta la variable latente “reconocimiento” dado que su coeficiente negativo genera una relación inversa con el capital de marca y se propone un nuevo modelo expuesto en la figura 4.2.23 donde se puede observar en la tabla 4.2.5 que el modelo empeora y los estimaciones de los coeficientes relacionados con el capital de marca no convergen por lo que debemos plantear otro modelo estructural sin considerar a la variable relevancia, fuerza de la marca que en este caso presenta un parámetro con signo negativo y asumiremos que la relación directa con el capital de marca es la relevancia y no la variable hallazgos como hasta el momento, dicho modelo se presenta en la figura 4.2.29.

Figura 4.2.23. Modelo con interacciones

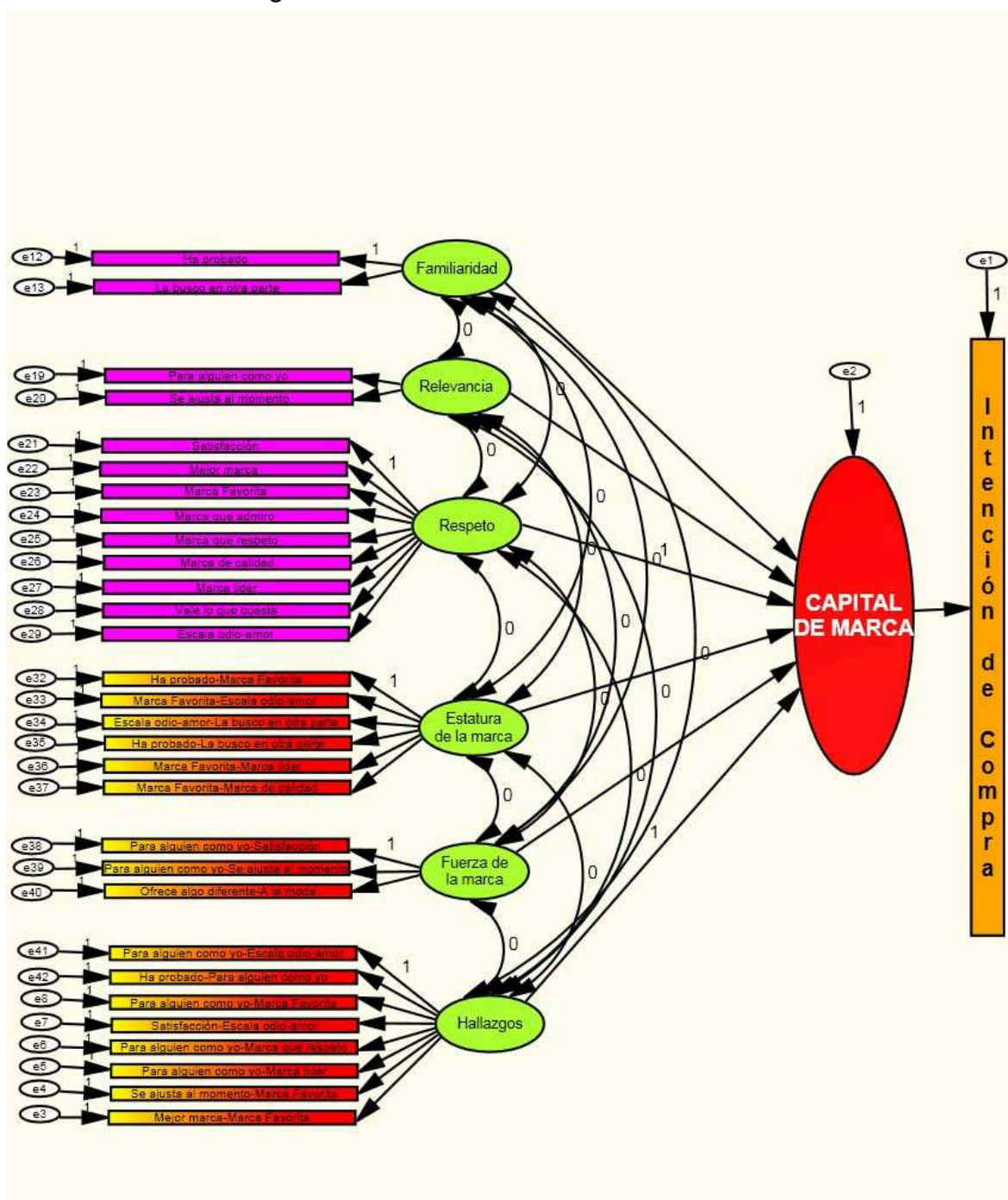


Tabla 4.2.5. Estimaciones de los parámetros en el modelo con interacciones

Coeficientes	Mean	S.E.	S.D.	C.S.	Median
La busco en otra parte<--Familiaridad	2,477	0,013	0,286	1,001	2,456
Para alguien como yo<--Relevancia	0,873	0,022	0,164	1,009	0,873
Marca que respeto<--Respeto	0,861	0,001	0,033	1	0,86
Marca de calidad<--Respeto	0,913	0,001	0,033	1	0,912
Marca líder<--Respeto	0,604	0,001	0,028	1,001	0,603
Vale lo que cuesta<--Respeto	0,732	0,001	0,032	1	0,731
Para alguien como yo_Se ajusta al momento<--Fuerza de_la marca	0,732	0,003	0,051	1,002	0,732
Ofrece algo diferente_A la moda<--Fuerza de_la marca	0,367	0,001	0,028	1,001	0,366
Satisfacción_Odio-Amor<--Hallazgos	0,457	0,001	0,017	1,001	0,457
Mejor marca_Marca favorita<--Hallazgos	0,366	0	0,016	1	0,366
Se ajusta al momento_Marca favorita<--Hallazgos	0,364	0,001	0,017	1	0,364
Para alguien como yo_Marca líder<--Hallazgos	0,868	0	0,01	1,001	0,868
Para alguien como yo_Marca que respeto<--Hallazgos	0,715	0	0,013	1	0,715
Ha probado_Para alguien como yo<--Hallazgos	0,993	0	0,005	1,001	0,993
Para alguien como yo_Marca favorita<--Hallazgos	0,671	0	0,013	1,001	0,671
Marca favorita_Marca líder<--Estatura_de la marca	0,861	0	0,01	1,001	0,861
Marca favorita_Odio-Amor<--Estatura_de la marca	1,006	0	0,004	1,001	1,006
Odio-Amor_La busco en otra parte<--Estatura_de la marca	0,339	0,001	0,017	1,001	0,339
Ha probado_La busco en otra parte<--Estatura_de la marca	0,335	0,001	0,017	1,001	0,335
Marca favorita_Marca de calidad<--Estatura_de la marca	0,71	0,001	0,012	1,001	0,71
Odio-Amor<--Respeto	0,254	0,001	0,016	1,001	0,254
Mejor marca<--Respeto	0,933	0,001	0,032	1	0,932
Marca favorita<--Respeto	0,744	0,001	0,032	1,001	0,743
Marca que admiro<--Respeto	0,837	0,001	0,032	1,001	0,837
CAPITAL_DE MARCA<--Relevancia	8,632	0,826	4,161	1,02	7,867
int_compra<--CAPITAL_DE MARCA	0,045	0,003	0,016	1,016	0,041
CAPITAL_DE MARCA<--Familiaridad	76,628	5,588	27,556	1,02	72,926
CAPITAL_DE MARCA<--Estatura_de la marca	2,957	0,207	1,107	1,017	2,846
CAPITAL_DE MARCA<--Fuerza de_la marca	-1,489	0,123	0,865	1,01	-1,365

CONVERGENCIA

Figura 4.2.24. Iteraciones

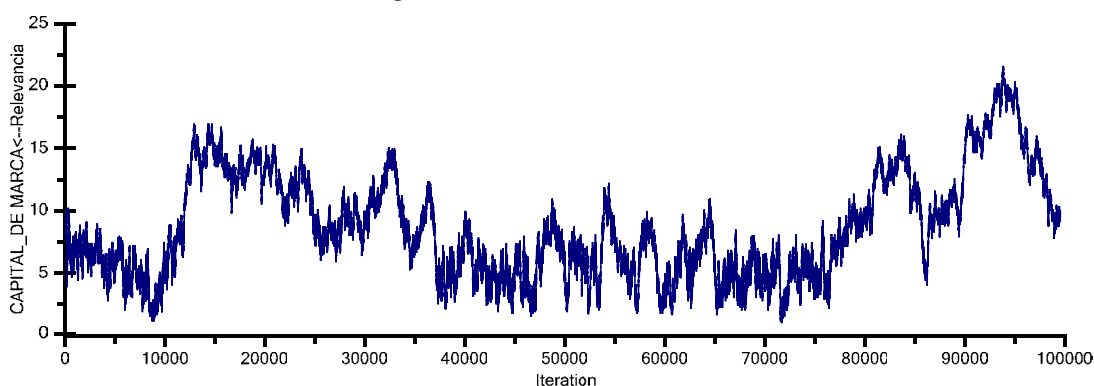


Figura 4.2.25. Iteraciones

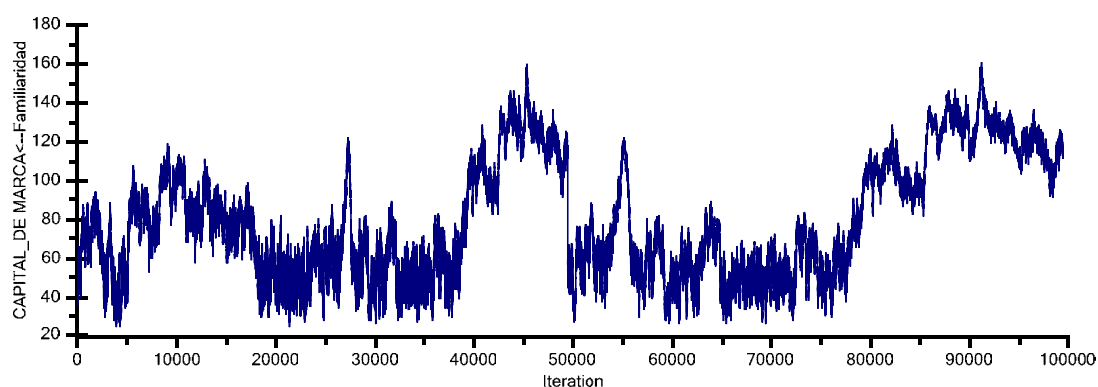




Figura 4.2.26. Iteraciones

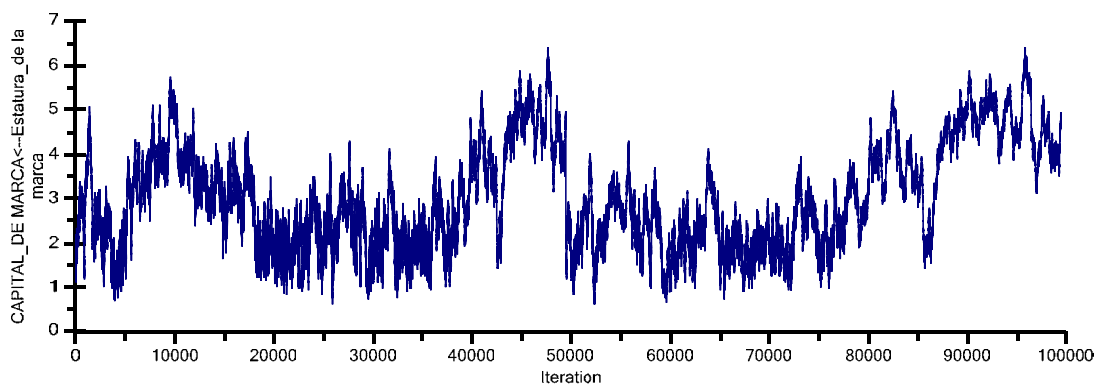


Figura 4.2.27. Iteraciones

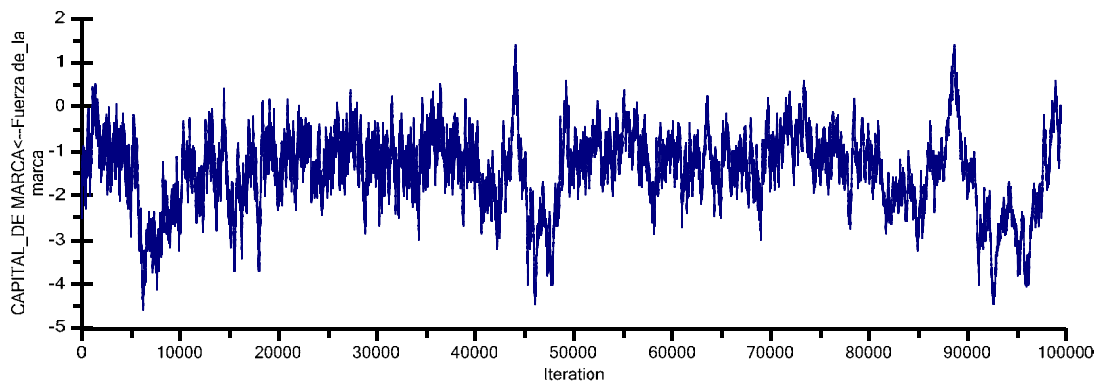
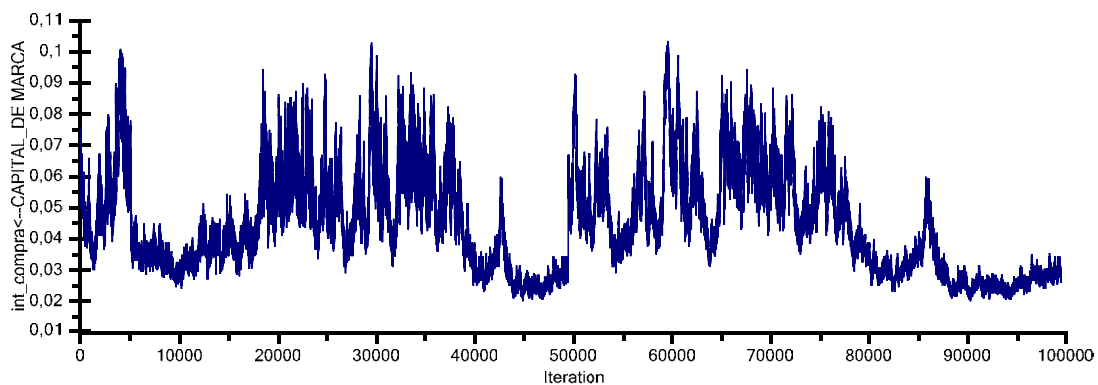


Figura 4.2.28. Iteraciones



El modelo de la figura 4.2.29 finalmente converge, pero la variable hallazgos presenta un coeficiente con signo negativo, por lo que de ahora en adelante nos centraremos en tratar de encontrar un parámetro relacionado con la variable en mención que aporte al capital de marca. La tabla 4.2.6 muestra las estimaciones para los coeficientes.

Figura 4.2.29. Modelo con interacciones

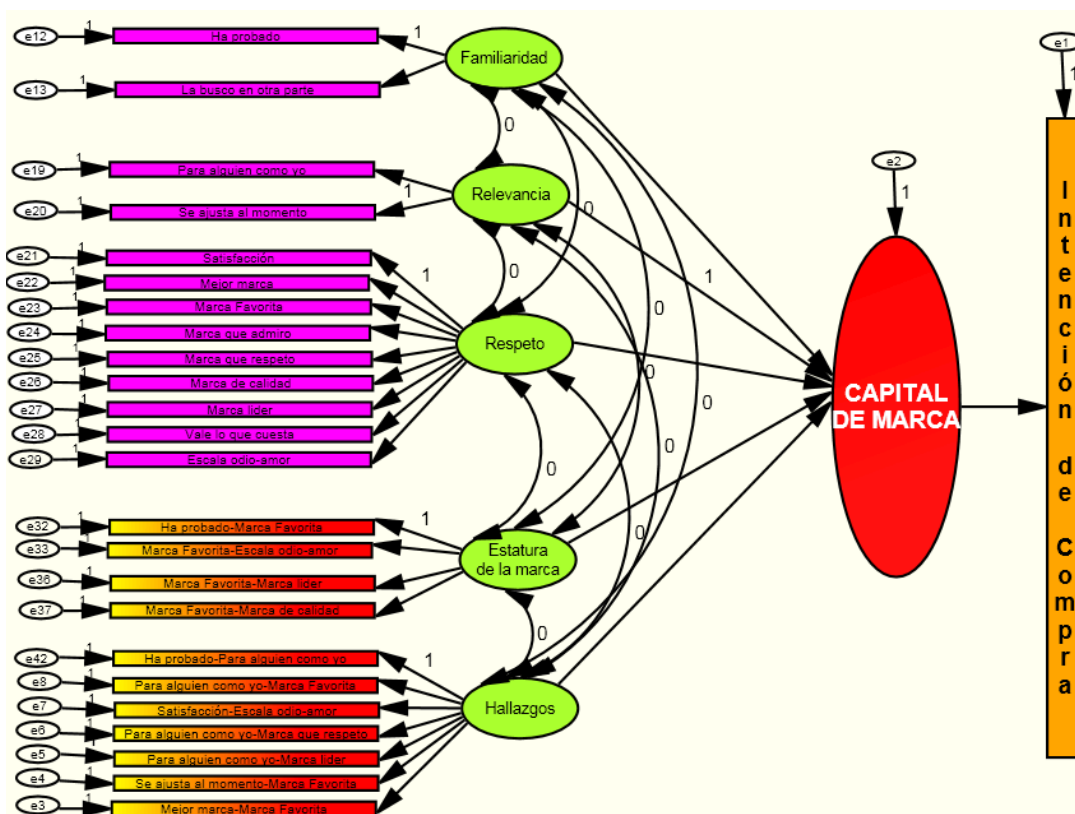


Tabla 4.2.6. Estimaciones de los parámetros en el modelo con interacciones

Coefficientes	Mean	S.E.	S.D.	C.S.	Median
La busco en otra parte<--Familiaridad	2,427	0,007	0,281	1	2,41
Para alguien como yo<--Relevancia	1,686	0,01	0,168	1,002	1,685
Marca que respeto<--Respeto	0,865	0,001	0,033	1	0,864
Marca de calidad<--Respeto	0,916	0,001	0,033	1	0,916
Marca líder<--Respeto	0,604	0,001	0,028	1	0,603
Vale lo que cuesta<--Respeto	0,735	0	0,031	1	0,735
Satisfacción_Odio-Amor<--Hallazgos	0,577	0	0,02	1	0,577
Mejor marca_Marca favorita<--Hallazgos	0,533	0	0,019	1	0,533
Se ajusta al momento_Marca favorita<--Hallazgos	0,514	0	0,019	1	0,514
Para alguien como yo_Marca líder<--Hallazgos	0,983	0	0,014	1	0,983
Para alguien como yo_Marca que respeto<--Hallazgos	0,837	0	0,016	1	0,837
Para alguien como yo_Marca favorita<--Hallazgos	0,818	0	0,017	1	0,817
Marca favorita_Marca líder<--Estatura_de la marca	0,86	0	0,01	1	0,86
Marca favorita_Odio-Amor<--Estatura_de la marca	1,007	0	0,004	1	1,007
Marca favorita_Marca de calidad<--Estatura_de la marca	0,71	0	0,012	1	0,71
Odio-Amor<--Respeto	0,255	0	0,016	1	0,255
Mejor marca<--Respeto	0,933	0,001	0,033	1	0,932
Marca favorita<--Respeto	0,745	0	0,032	1	0,744
Marca que admiro<--Respeto	0,838	0	0,032	1	0,838
int_compra<--CAPITAL_DE MARCA	0,947	0,013	0,152	1,002	0,942
CAPITAL_DE MARCA<--Respeto	0,135	0,001	0,037	1	0,133
CAPITAL_DE MARCA<--Familiaridad	3,341	0,056	0,764	1,002	3,249
CAPITAL_DE MARCA<--Estatura_de la marca	0,162	0,002	0,028	1,002	0,16
CAPITAL_DE MARCA<--Hallazgos	-0,296	0,002	0,035	1,002	-0,297
<b>CONVERGENCIA</b>					

Figura 4.2.30. Iteraciones

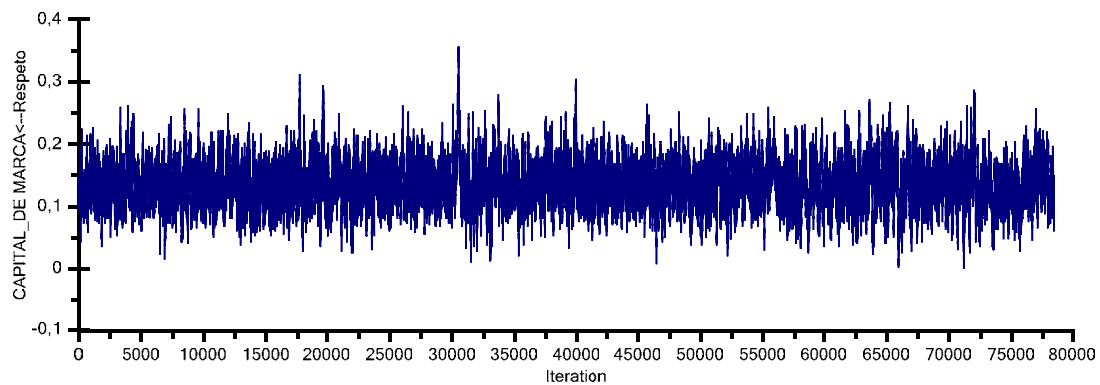


Figura 4.2.31. Iteraciones

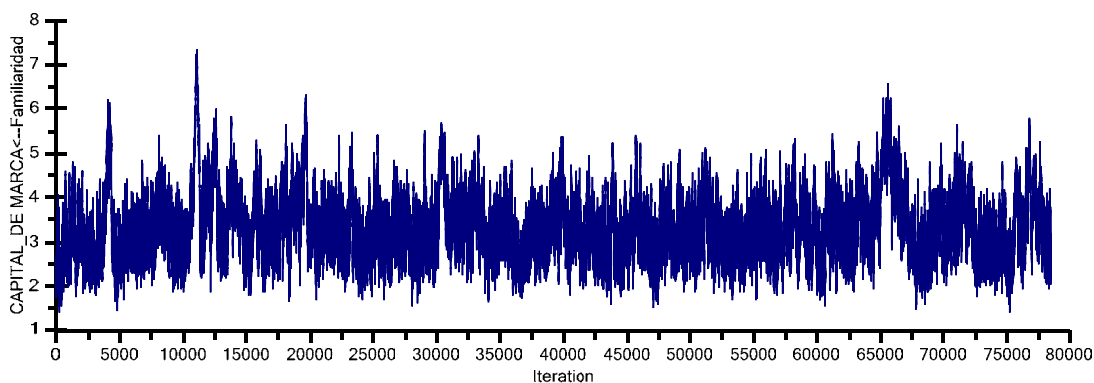


Figura 4.2.32. Iteraciones

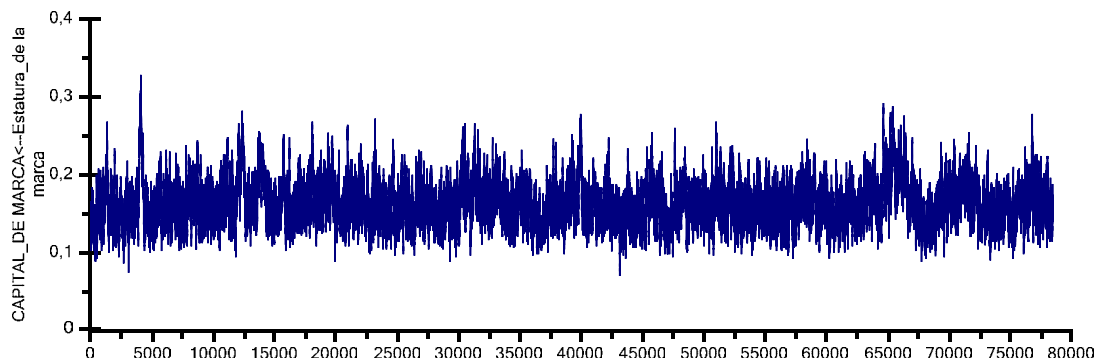


Figura 4.2.33. Iteraciones

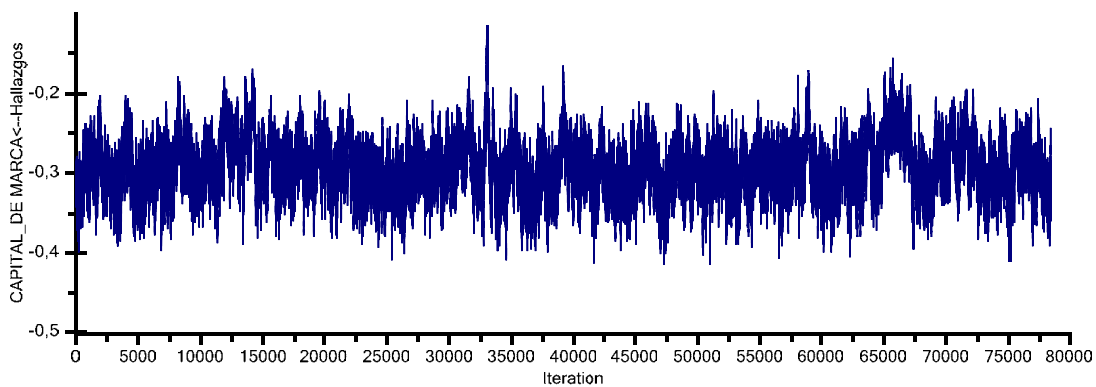
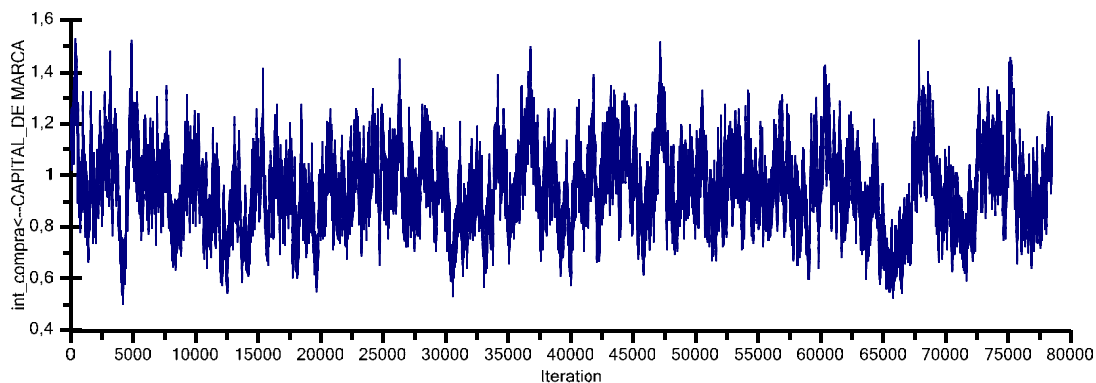


Figura 4.2.34. Iteraciones



En la figura 4.2.35 se presenta el modelo final que sigue tomando en cuenta a la variable latente hallazgos pero sin todas las variables observables planteadas en el modelo de la figura 4.2.29; se tomo la decisión de seguir contando con la variable hallazgos ya que dicha variable permite mejorar el aporte generado hacia la intención de compra a través del capital de marca, con un coeficiente que plantea una relación directa entre el capital de marca y la intención de compra, en cuanto a las variables latentes, la que más aporta al capital de marca es la familiaridad que en gran parte se relaciona con la variable observable “Para alguien como yo”.

En nuestro modelo el respeto aporta en menor medida que la estatura de la marca; donde la interacción entre marca favorita con la escala de amor y odio es la más relevante seguida por relación entre marca líder con marca favorita y finalmente marca favorita con marca de calidad, no debemos dejar de lado que existe el supuesto de que una de las variables presenta una relación directa con cada variable latente.

En la tabla 4.2.8 se presentan adicionalmente los interceptos de la ecuación de medida obtenidos en la estimación, mientras que la tabla 4.2.9 muestra las varianzas de la medición, donde todas son positivas lo que indica que el modelo está bien definido.

Adicionalmente debemos señalar que podrían existir efectos de multicolinealidad, especialmente entre las variables latentes que explican el capital de marca, a pesar de que la base del modelo que estamos analizando no contempla dicha

posibilidad, sin embargo para descartar esa posibilidad se presenta en la tabla 4.2.10 las covarianzas entre las variables latentes donde, con un nivel de confianza del 95%, estas no son significativas.

Debemos recordar que el modelo se construyo usando la técnica de análisis exploratorio, por lo tanto se deja de lado el análisis confirmatorio que es uno de los objetivos en los MEE, cuando se cuenta con un modelo previo.

El siguiente paso es determinar si este modelo que presenta interacciones aporta de manera más significativa o no a la intención de compra a través del capital de marca, dicho modelo se presenta en la sección 4.3.

Figura 4.2.35. Modelo con interacciones final

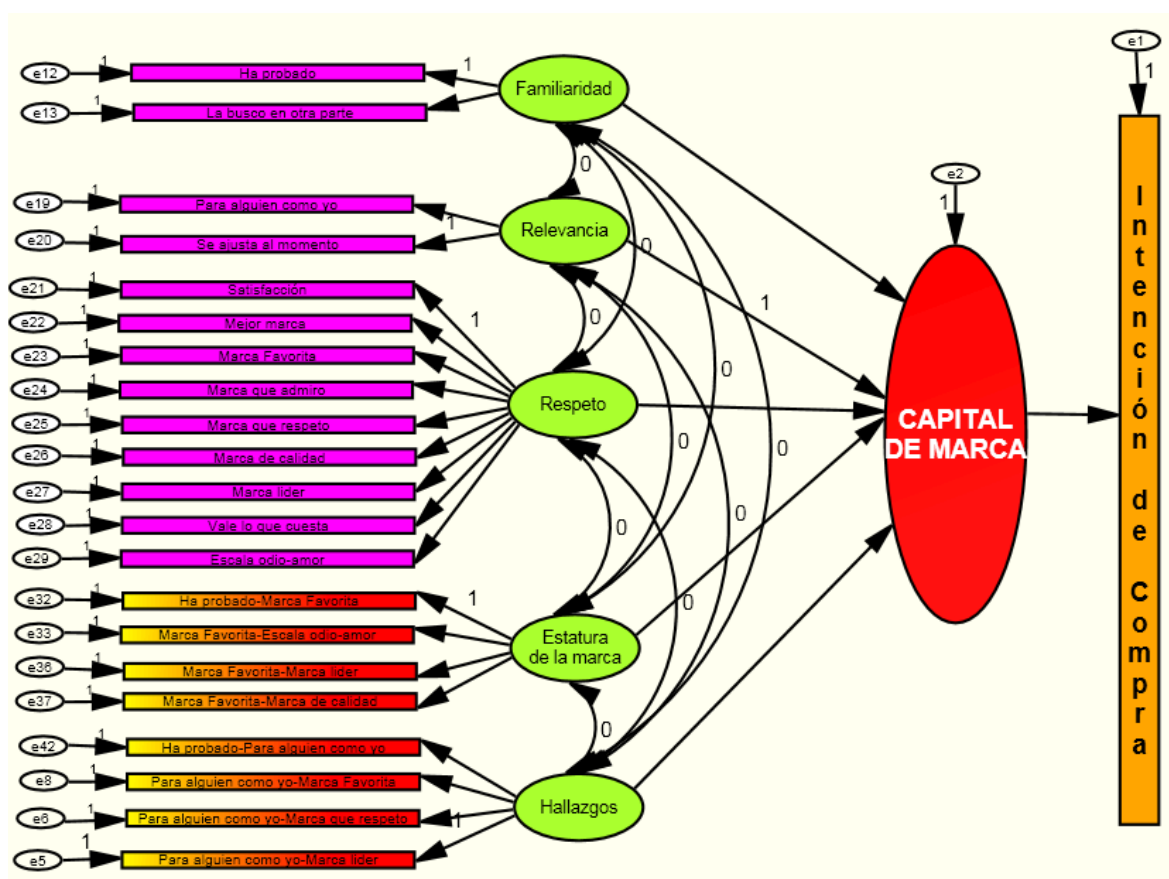


Tabla 4.2.7. Estimaciones de los parámetros en el modelo con interacciones

Coeficientes	Mean	S.E.	S.D.	C.S.	Median
La busco en otra parte<--Familiaridad	2,359	0,004	0,273	1	2,342
Para alguien como yo<--Relevancia	1,755	0,013	0,209	1,002	1,758
Marca que reséto<--Respeto	0,864	0	0,033	1	0,864
Marca de calidad<--Respeto	0,916	0	0,033	1	0,916
Marca líder<--Respeto	0,604	0	0,028	1	0,604
Vale lo que cuesta<--Respeto	0,736	0	0,032	1	0,735
Para alguien como yo_Marca que reséto<--Hallazgos	0,826	0	0,016	1	0,826
Ha probado_Para alguien como yo<--Hallazgos	1,046	0	0,014	1	1,046
Para alguien como yo_Marca favorita<--Hallazgos	0,758	0	0,017	1	0,758
Marca favorita_Marca líder<--Estatura_de la marca	0,86	0	0,01	1	0,86
Marca favorita_Odio-amor<--Estatura_de la marca	1,007	0	0,004	1	1,007
Marca favorita_Marca de calidad<--Estatura_de la marca	0,71	0	0,012	1	0,71
Odio-amor<--Respeto	0,255	0	0,016	1	0,255
Mejor marca<--Respeto	0,935	0	0,033	1	0,934
Marca favorita<--Respeto	0,745	0	0,032	1	0,745
Marca que admiro<--Respeto	0,839	0	0,032	1	0,839
int_compra<--CAPITAL_DE MARCA	0,967	0,015	0,191	1,002	0,967
CAPITAL_DE MARCA<--Respeto	0,098	0,001	0,037	1	0,095
CAPITAL_DE MARCA<--Familiaridad	3,331	0,069	0,899	1,002	3,181
CAPITAL_DE MARCA<--Estatura_de la marca	0,136	0,002	0,033	1,002	0,131
CAPITAL_DE MARCA<--Hallazgos	-0,26	0,003	0,038	1,002	-0,263
<b>CONVERGENCIA</b>					

Tabla 4.2.8. Estimaciones de los parámetros en el modelo con interacciones

Interceptos	Mean	S.E.	S.D.	C.S.	Median
Ha probado	0,949	0	0,004	1	0,949
La busco en otra parte	0,353	0	0,009	1	0,353
Para alguien como yo	0,54	0	0,009	1	0,54
Se ajusta al momento	0,503	0	0,009	1	0,503
Satisfacción	0,471	0	0,009	1	0,471
Mejor marca	0,484	0	0,009	1	0,484
Marca favorita	0,452	0	0,009	1	0,452
Marca que admiro	0,448	0	0,009	1	0,448
Mejor que respeto	0,534	0	0,009	1	0,534
Mejor de calidad	0,541	0	0,009	1	0,541
Marca líder	0,746	0	0,008	1	0,746
Vale lo que cuesta	0,494	0	0,009	1	0,494
Odio_amor	0,93	0	0,005	1	0,93
Ha probado_Marca favorita	0,446	0	0,009	1	0,446
Marca favorita_Odio_amor	0,45	0	0,009	1	0,45
Marca favorita_Marca líder	0,382	0	0,009	1	0,382
Marca favorita_Mejor de calidad	0,315	0	0,009	1	0,315
Ha probado_Para alguien como yo	0,534	0	0,009	1	0,534
Para alguien como yo_Marca favorita	0,346	0	0,009	1	0,346
Para alguien como yo_Mejor que respeto	0,374	0	0,009	1	0,374
Para alguien como yo_Marca líder	0,46	0	0,009	1	0,46
int_compra	0,807	0	0,008	1	0,807
<b>CONVERGENCIA</b>					

Tabla 4.2.9. Estimaciones de las varianzas en el modelo con interacciones

Varianzas	Mean	S.E.	S.D.	C.S.	Median
Familiaridad	0,006	0	0,001	1	0,006
Relevancia	0,046	0	0,007	1,002	0,045
Respeto	0,117	0	0,006	1	0,117
Hallazgos	0,2	0	0,007	1	0,199
Estatura_de la marca	0,242	0	0,007	1	0,242
e1	0,06	0	0,011	1,001	0,061
e5	0,049	0	0,002	1	0,049
e6	0,098	0	0,003	1	0,098
e8	0,112	0	0,003	1	0,112
e12	0,043	0	0,001	1	0,043
e13	0,198	0	0,007	1	0,197
e20	0,205	0	0,008	1,001	0,205
e19	0,109	0,001	0,017	1,002	0,109
e29	0,058	0	0,002	1	0,057
e21	0,132	0	0,004	1	0,132
e22	0,148	0	0,005	1	0,148
e23	0,183	0	0,005	1	0,183
e24	0,166	0	0,005	1	0,166
e25	0,162	0	0,005	1	0,162
e26	0,151	0	0,005	1	0,151
e27	0,147	0	0,004	1	0,147
e28	0,187	0	0,005	1	0,187
e37	0,094	0	0,003	1	0,094
e36	0,057	0	0,002	1	0,057
e33	0,002	0	0	1	0,002
e32	0,005	0	0	1	0,005
e42	0,031	0	0,002	1	0,031
<b>CONVERGENCIA</b>					

Tabla 4.2.10. Estimaciones de las covarianzas en el modelo con interacciones

Covarianzas	Estimate	Significancia Bilateral
Relevancia<-->Respeto	0,056	0,12
Familiaridad<-->Respeto	0,012	0,089
Estatura_de la marca<-->Familiaridad	0,013	0,99
Familiaridad<-->Hallazgos	0,006	0,59
Estatura_de la marca<-->Relevancia	0,054	0,987
Relevancia<-->Hallazgos	0,116	0,069
Respeto<-->Hallazgos	0,109	0,888
Familiaridad<-->Relevancia	0,007	0,125
Estatura_de la marca<-->Respeto	0,107	0,72
Estatura_de la marca<-->Hallazgos	0,11	0,67

Figura 4.2.36. Iteraciones

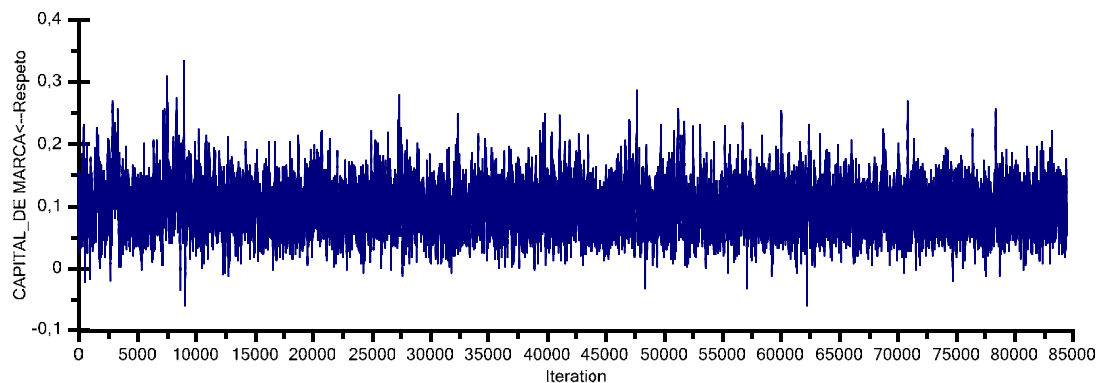


Figura 4.2.37. Iteraciones

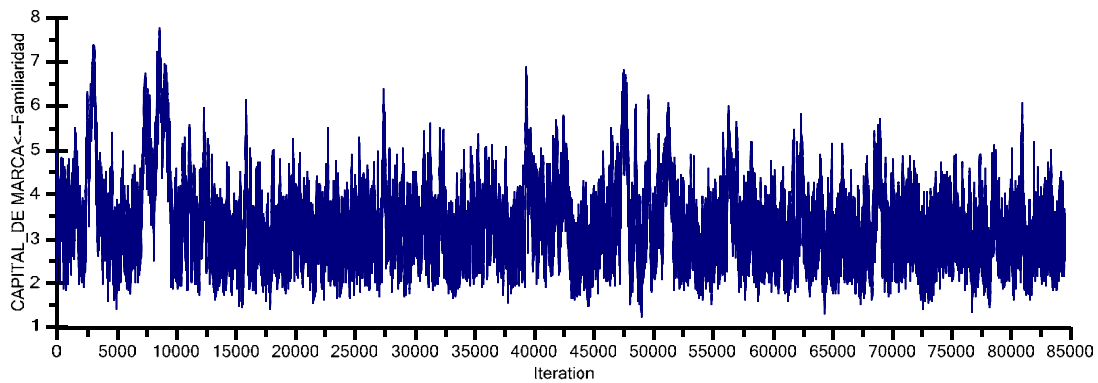


Figura 4.2.38. Iteraciones

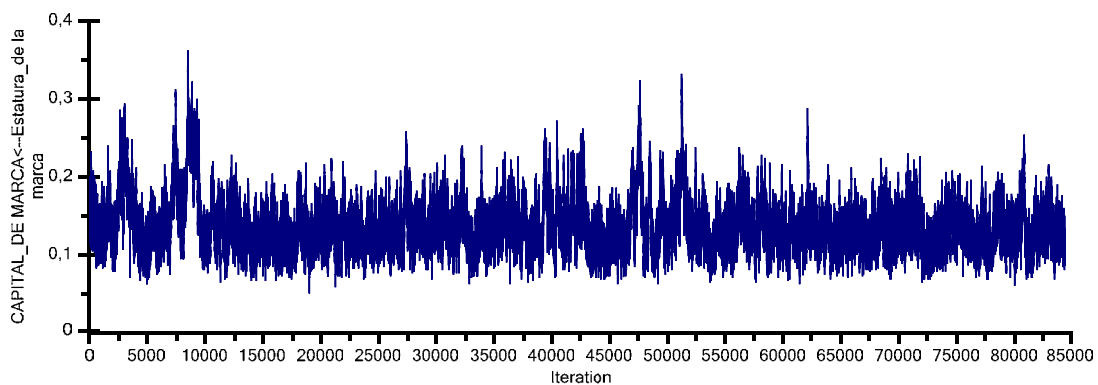




Figura 4.2.39. Iteraciones

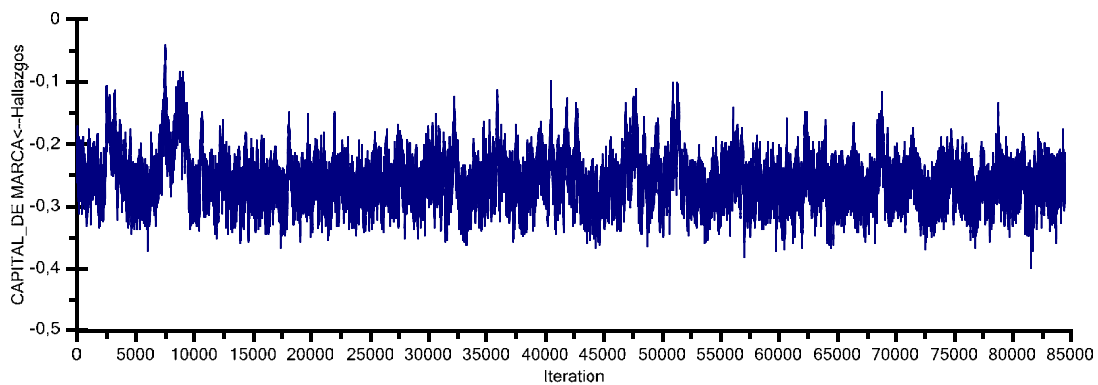
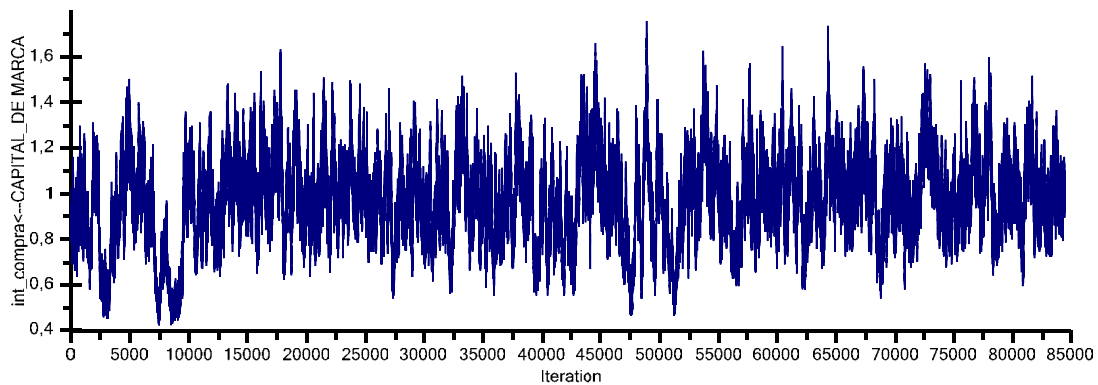


Figura 4.2.40. Iteraciones



### 4.3. APLICACIÓN DE ECUACIONES ESTRUCTURALES LINEALES PARA MEDIR LA INTENCIÓN DE COMPRA A TRAVÉS DEL CAPITAL DE MARCA.

Como en la sección anterior partimos de un modelo general que se presenta en la figura 4.3.1 que toma como base el modelo presentado en la figura 4.2.1 pero sin tomar en cuenta las interacciones; el mismo que no converge siendo la variable diferenciación la que tiene una relación inversa con el capital de marca, adicionalmente su coeficiente no converge ni las estimaciones de las variables sobre las variables observables que componen dicha variable latente por lo tanto la descartamos para un siguiente análisis .

Figura 4.3.1. Modelo sin interacciones

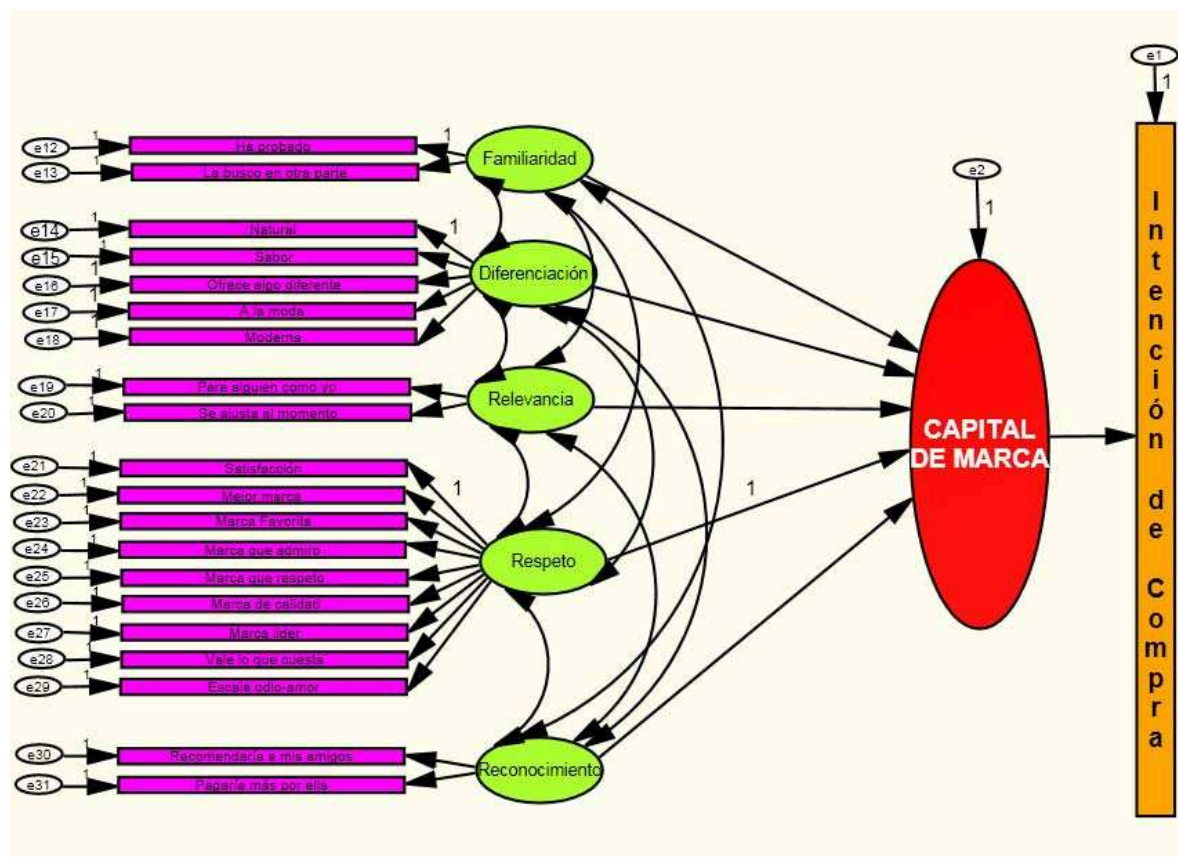


Tabla 4.3.1. Estimaciones de los parámetros en el modelo sin interacciones

Coefficientes	Mean	S.E.	S.D.	C.S.	Median
La busco en otra parte<--Familiaridad	2,62	0,005	0,291	1	2,602
A la moda<--Diferenciación	10,095	0,39	2,601	1,011	9,625
Para alguien como yo<--Relevancia	1,083	0,003	0,128	1	1,076
Marca qu respeto<--Respeto	0,861	0,001	0,033	1	0,86
Marca de calidad<--Respeto	0,913	0	0,033	1	0,912
Marca líder<--Respeto	0,599	0	0,028	1	0,599
Vale lo que cuesta<--Respeto	0,735	0	0,031	1	0,735
Recomendaría<--Reconocimiento	0,399	0	0,02	1	0,399
Odio-amor<--Respeto	0,255	0	0,016	1	0,255
Mejor marca<--Respeto	0,929	0	0,032	1	0,929
Marca favorita<--Respeto	0,749	0,001	0,032	1	0,749
Marca que admiro<--Respeto	0,835	0	0,032	1	0,835
Moderna<--Diferenciación	8,111	0,323	2,123	1,012	7,732
Sabor<--Diferenciación	5,401	0,203	1,405	1,01	5,141
Ofrece algo diferente<--Diferenciación	7,708	0,3	2,004	1,011	7,359
int_compra<--CAPITAL DE MARCA	0,145	0,006	0,039	1,01	0,148
CAPITAL DE MARCA<--Reconocimiento	-0,128	0,003	0,129	1	-0,133
CAPITAL DE MARCA<--Relevancia	3,56	0,29	1,627	1,016	3,098
CAPITAL DE MARCA<--Diferenciación	-5,482	0,337	2,918	1,007	-4,94
CAPITAL DE MARCA<--Familiaridad	26,343	1,824	10,214	1,016	23,64
<b>CONVERGENCIA</b>					

Figura 4.3.2. Iteraciones

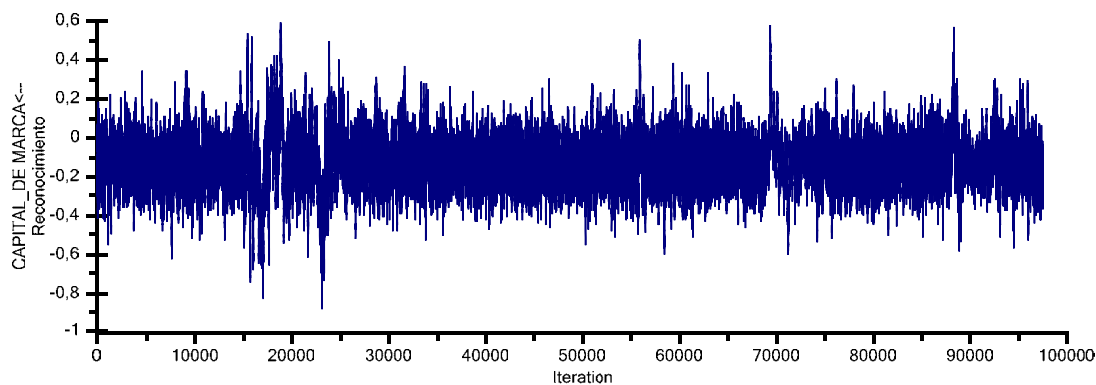


Figura 4.3.3. Iteraciones

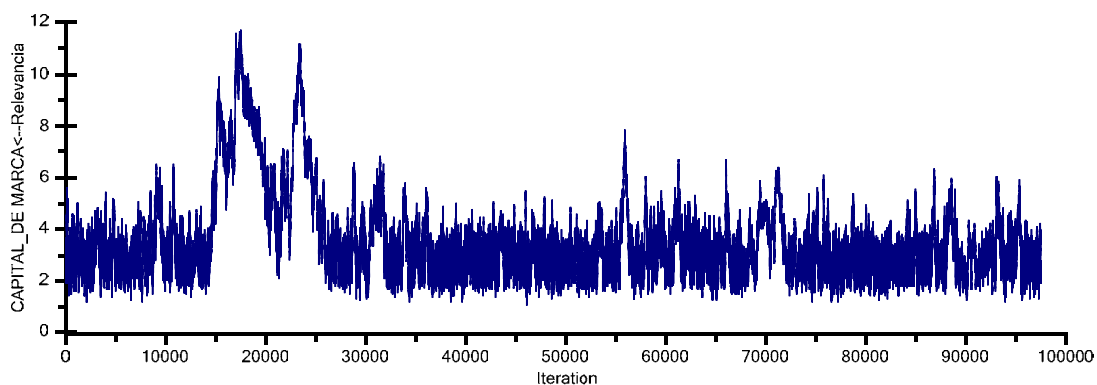


Figura 4.3.4. Iteraciones

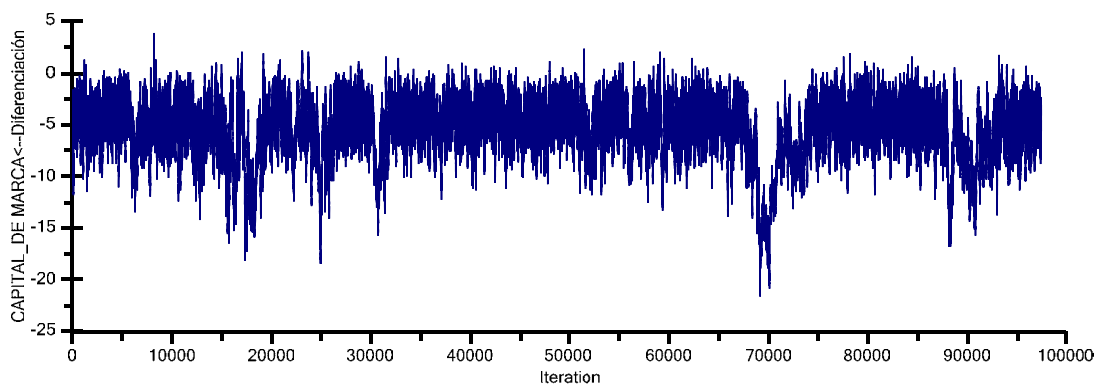


Figura 4.3.5. Iteraciones

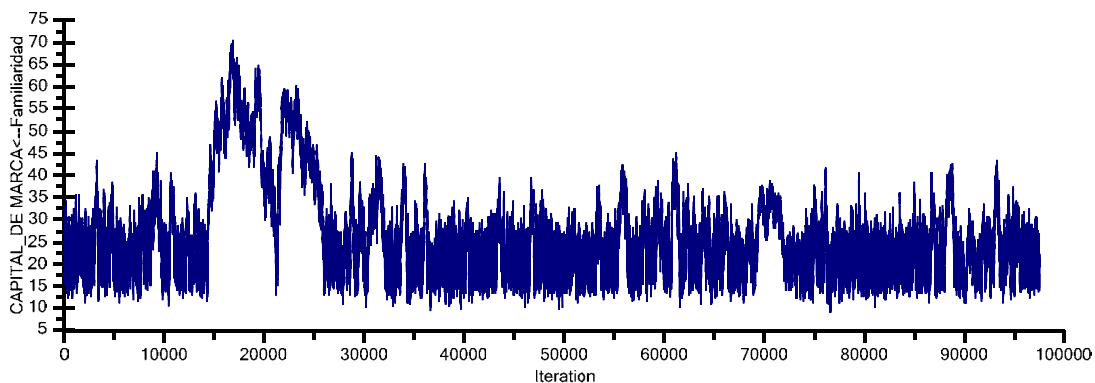
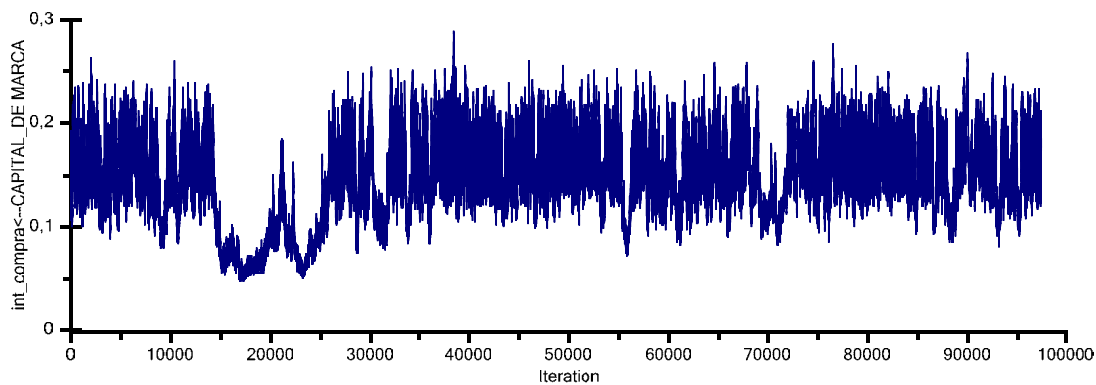


Figura 4.3.6. Iteraciones



Sin tomar en cuenta la variable reconocimiento el modelo de la figura 4.3.7 converge, pero en el caso de la variable reconocimiento el coeficiente es negativo (tabla 4.3.2) por lo que buscamos otra aproximación sin tomar en cuenta la variable latente en mención.

Tabla 4.3.2. Estimaciones de los parámetros en el modelo sin interacciones

Coefficientes	Mean	S.E.	S.D.	C.S.	Median
La busco en otra parte<--Familiaridad	2,558	0,005	0,286	1	2,54
Para alguien como yo<--Relevancia	1,065	0,001	0,13	1	1,057
Marca que respeto<--Respeto	0,862	0	0,033	1	0,862
Marca de calidad<--Respeto	0,914	0	0,033	1	0,913
Marca líder<--Respeto	0,601	0	0,028	1	0,601
Vale lo que cuesta<--Respeto	0,735	0	0,032	1	0,735
Recomendaría a mis amigos<--Reconocimiento	0,398	0	0,019	1	0,398
Odio-amor<--Respeto	0,255	0	0,016	1	0,255
Mejor marca<--Respeto	0,931	0	0,033	1	0,931
Marca favorita<--Respeto	0,749	0	0,032	1	0,749
Marca que admiro<--Respeto	0,836	0	0,032	1	0,836
int compra<--CAPITAL DE MARCA	0,123	0,002	0,031	1,002	0,121
CAPITAL DE MARCA<--Reconocimiento	-0,17	0,003	0,142	1	-0,173
CAPITAL DE MARCA<--Relevancia	3,881	0,097	1,326	1,002	3,621
CAPITAL DE MARCA<--Familiaridad	29,977	0,734	9,985	1,002	28,002
<b>CONVERGENCIA</b>					

Figura 4.3.7. Modelo sin interacciones

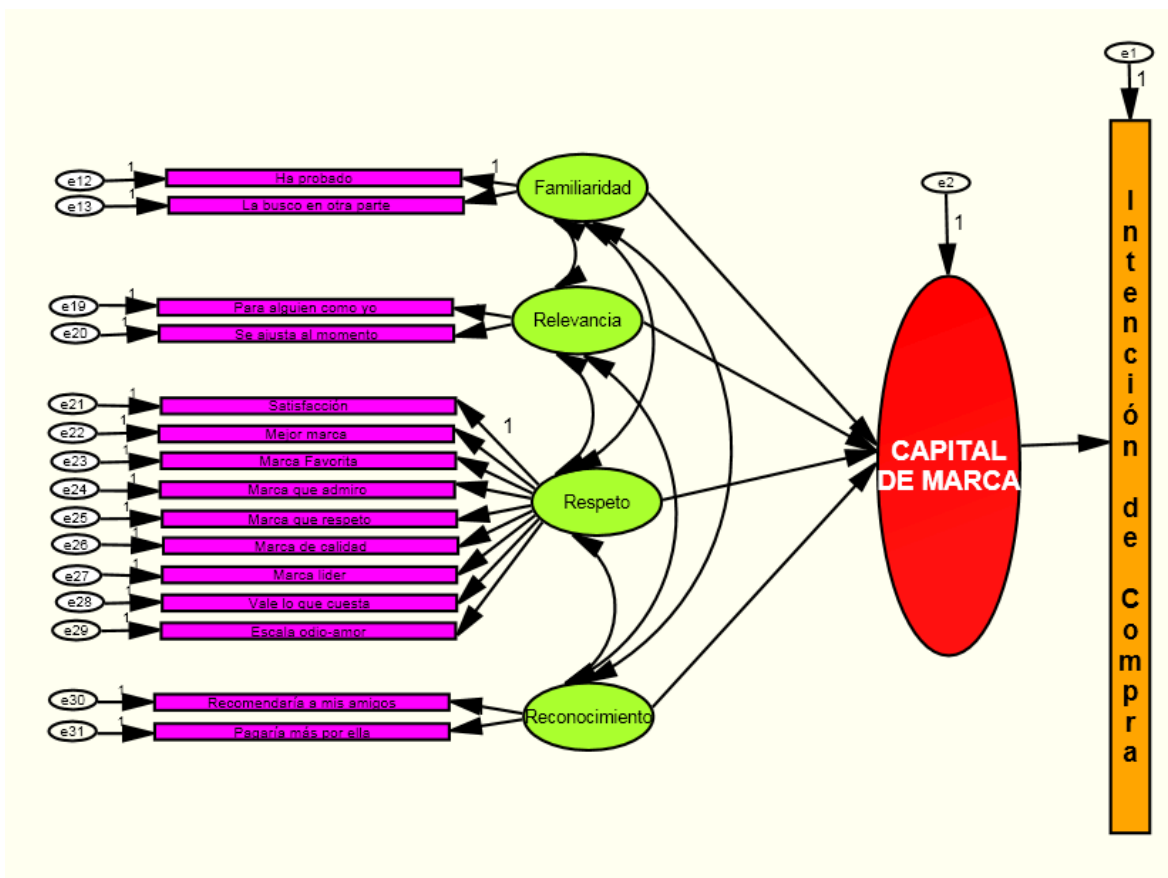


Figura 4.3.8. Iteraciones

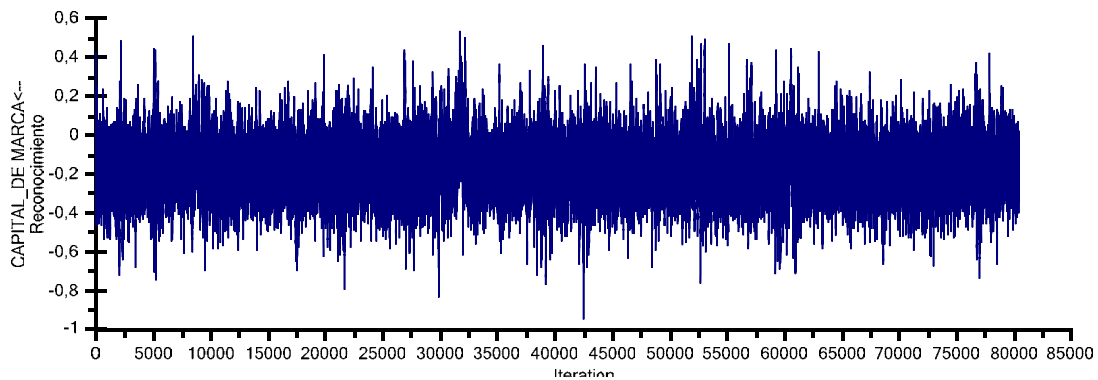


Figura 4.3.9. Iteraciones

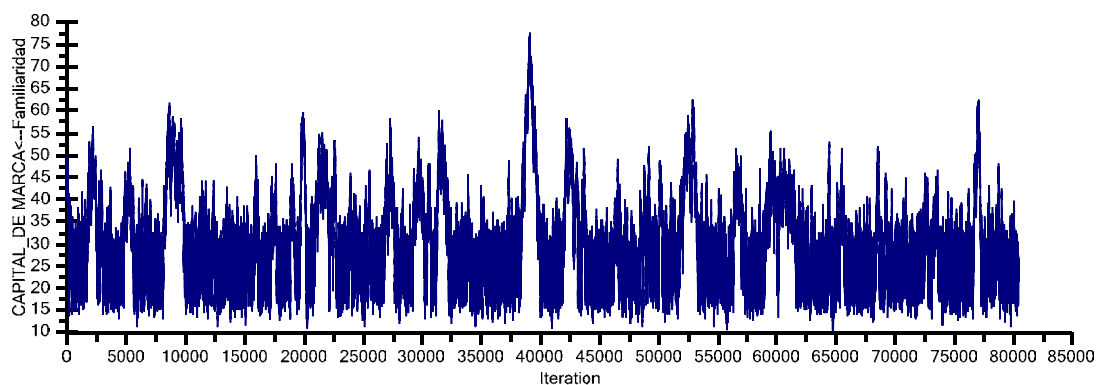


Figura 4.3.10. Iteraciones

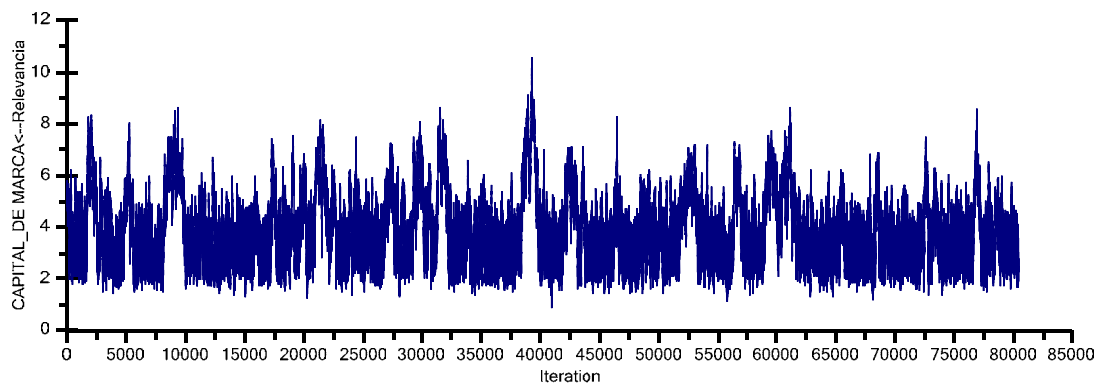
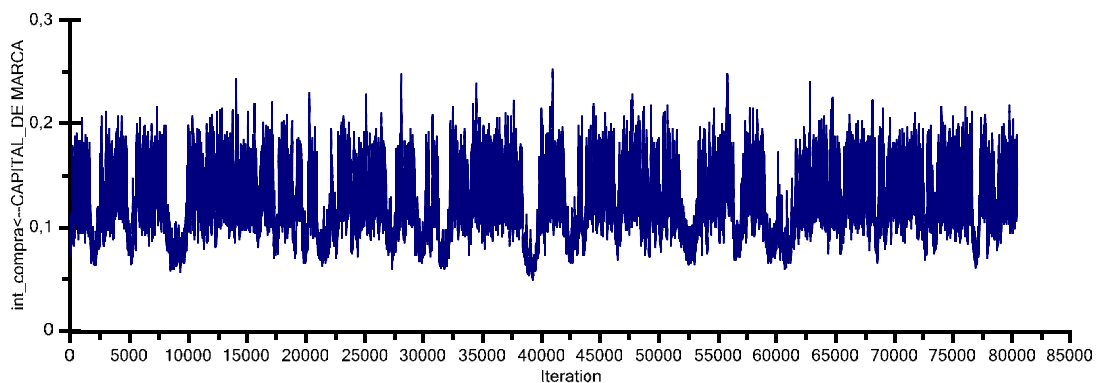


Figura 4.3.11. Iteraciones



La figura 4.3.12 muestra el modelo final sin tomar en cuenta las interacciones donde se ve que si bien existe un aporte del capital de marca hacia la intención de compra, es de apenas 0,12; la variable familiaridad es la que más aporta al capital de marca, seguida en menor medida por relevancia. La tabla 4.3.4 muestra los coeficientes de la ecuación de medida y las estimaciones de las varianzas en la tabla 4.3.5.

Figura 4.3.12. Modelo sin interacciones final

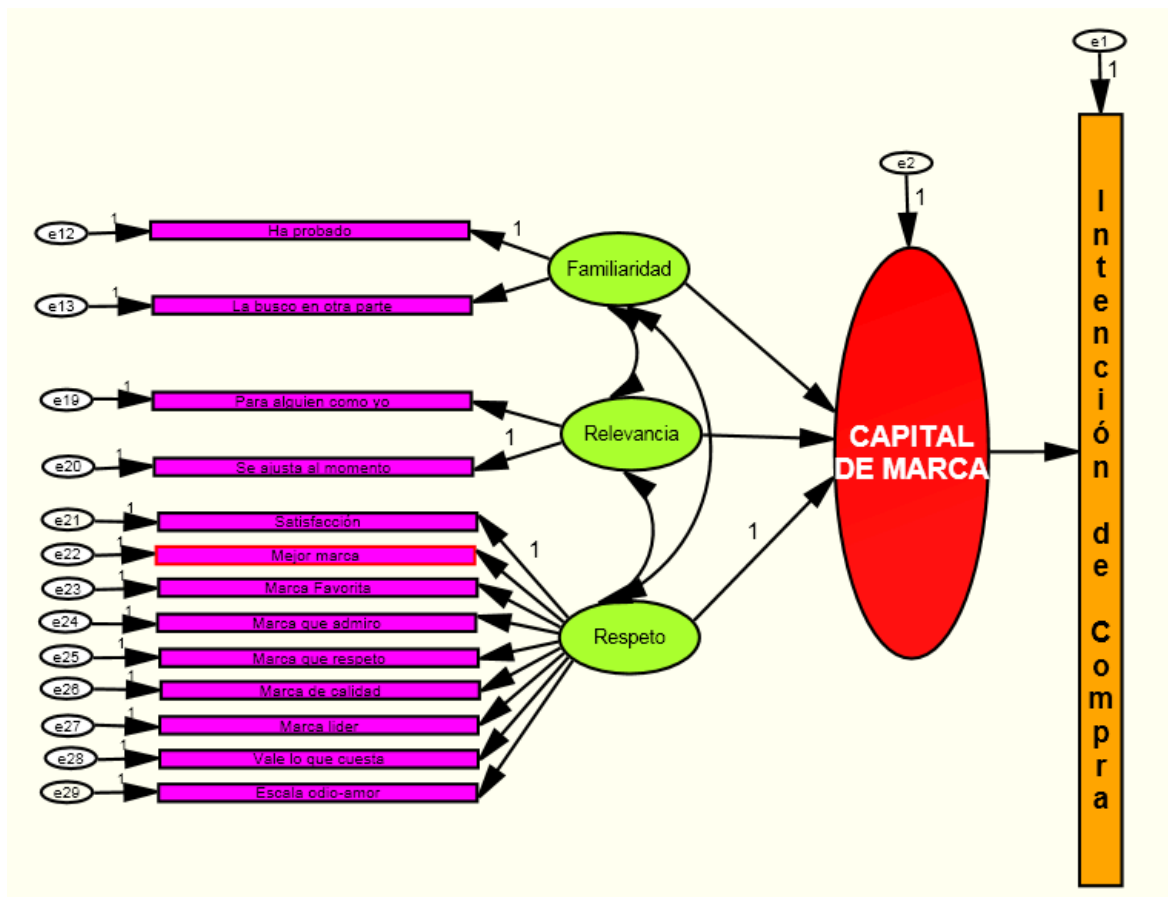


Tabla 4.3.3. Estimaciones de los parámetros en el modelo sin interacciones

Coeficientes	Mean	S.E.	S.D.	C.S.	Median
La busco en otra parte<--Familiaridad	2,541	0,003	0,285	1	2,522
Para alguien como yo<--Relevancia	1,059	0,001	0,133	1	1,051
Marca que respeto<--Respeto	0,863	0	0,033	1	0,862
Marca de calidad<--Respeto	0,915	0	0,033	1	0,914
Marca líder<--Respeto	0,602	0	0,028	1	0,602
Vale lo que cuesta<--Respeto	0,736	0	0,032	1	0,735
Odio-amor<--Respeto	0,255	0	0,016	1	0,255
Mejor marca<--Respeto	0,932	0	0,033	1	0,931
Marca favorita<--Respeto	0,75	0	0,032	1	0,749
Marca que admiro<--Respeto	0,837	0	0,032	1	0,837
CAPITAL_DE MARCA<--Relevancia	3,883	0,063	1,329	1,001	3,639
int_compra<--CAPITAL_DE MARCA	0,118	0,001	0,028	1,001	0,117
CAPITAL_DE MARCA<--Familiaridad	30,223	0,497	9,887	1,001	28,385
<b>CONVERGENCIA</b>					

Tabla 4.3.4. Estimaciones de los parámetros en el modelo sin interacciones

Interceptos	Mean	S.E.	S.D.	C.S.	Median
tp2a	0,949	0	0,004	1	0,949
tp7_1	0,353	0	0,009	1	0,353
tp4_1	0,54	0	0,009	1	0,54
tp13_4	0,503	0	0,009	1	0,503
tp8_9	0,471	0	0,009	1	0,471
tp8_2	0,484	0	0,009	1	0,484
tp3_1_2	0,452	0	0,009	1	0,452
tp8_10	0,448	0	0,009	1	0,448
tp8_4	0,534	0	0,009	1	0,534
tp8_5	0,541	0	0,009	1	0,541
tp8_1	0,746	0	0,008	1	0,746
tp5c	0,494	0	0,009	1	0,494
tp3_1a	0,93	0	0,005	1	0,93
int_compra	0,807	0	0,007	1	0,807
<b>CONVERGENCIA</b>					

Tabla 4.3.5. Estimaciones de las varianzas en el modelo con interacciones

Varianzas	Mean	S.E.	S.D.	C.S.	Median
Familiaridad	0,005	0	0,001	1	0,005
Relevancia	0,076	0	0,011	1	0,075
Respeto	0,117	0	0,006	1	0,117
e1	0,07	0	0,01	1	0,071
e12	0,044	0	0,001	1	0,044
e13	0,195	0	0,007	1	0,195
e20	0,175	0	0,011	1	0,175
e19	0,166	0	0,011	1	0,166
e29	0,058	0	0,002	1	0,057
e21	0,132	0	0,004	1	0,132
e22	0,149	0	0,005	1	0,149
e23	0,183	0	0,005	1	0,183
e24	0,166	0	0,005	1	0,166
e25	0,162	0	0,005	1	0,162
e26	0,151	0	0,005	1	0,151
e27	0,147	0	0,004	1	0,147
e28	0,187	0	0,005	1	0,187
<b>CONVERGENCIA</b>					



Figura 4.3.13. Iteraciones

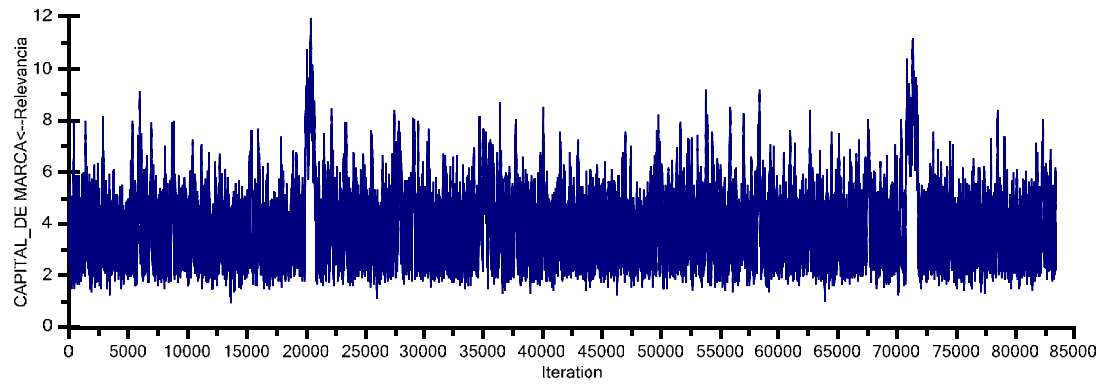


Figura 4.3.14. Iteraciones

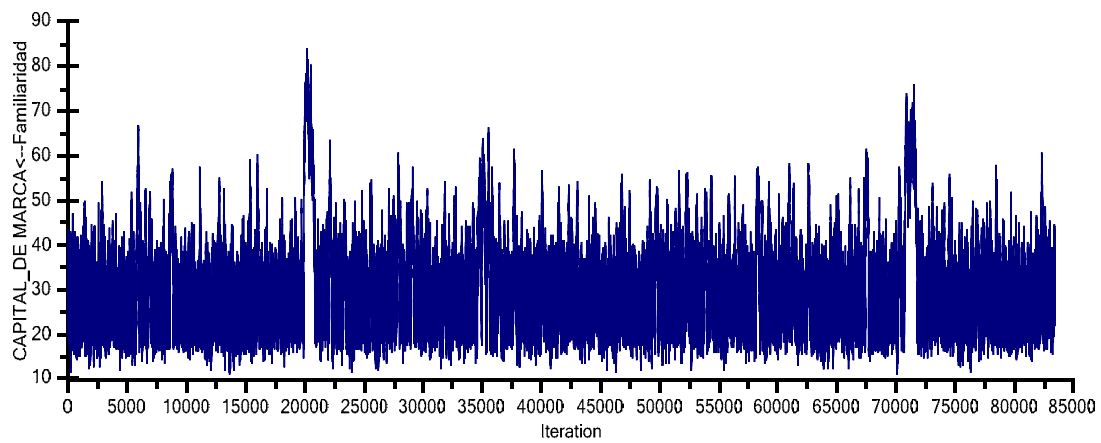
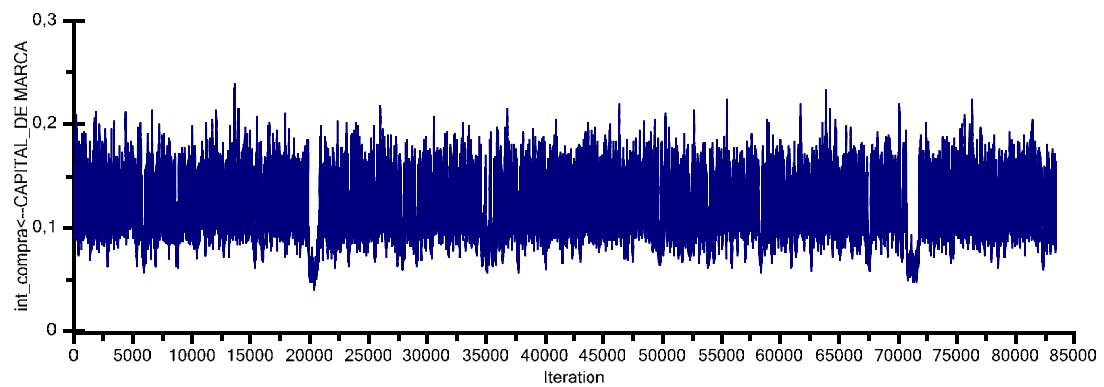


Figura 4.3.15. Iteraciones

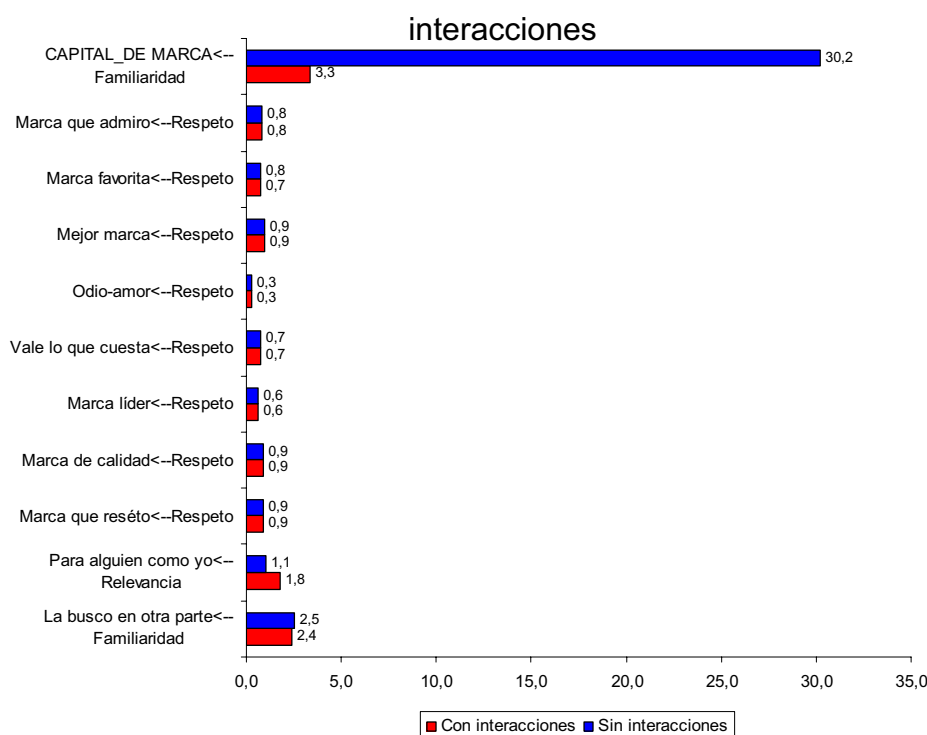


#### 4.4. COMPARACIÓN DE RESULTADOS.

La principal diferencia entre los dos modelos se ve manifestada en el aporte del capital de marca hacia la intención de compra, en el modelo con interacciones el aporte es de 0,967, mientras que en el modelo sin interacciones es de apenas 0,118; es decir que existiría una variación porcentual del 88%. Más aún se comprueba que existe evidencia estadística a través de una prueba de hipótesis de que existe diferencia entre los coeficientes con un nivel de significancia del 5%.

Se puede observar en la figura 4.4.1 que en general los coeficientes de las relaciones en común entre los dos modelos no varían demasiado de uno a otro aunque en general existe evidencia estadística de que si son diferentes, con excepción de los coeficientes asociados a Marca que respeto←Respeto, Marca de calidad←Respeto, Vale lo que cuesta←Respeto y Odio-amor←Respeto, siendo la diferencia más evidente en el caso de la variable familiaridad donde se ve un crecimiento de 27 puntos, lo que indicaría que en un modelo sin interacciones lo único que en definitiva aportaría al capital de marca sería la familiaridad con el producto, que tiene sentido con el capital de marca; pero en términos prácticos podría ser muy arriesgado depender de un solo factor.

Figura 4.4.1. Estimaciones de los coeficientes en común de los modelos con y sin



Para realizar una comparación global de los dos modelos se utiliza el CID, visto en el capítulo uno, donde se observa en cambio que el modelo sin interacciones esta mejor adaptado ya que valores pequeños de CID muestran un mejor ajuste, aunque el número de coeficientes efectivos es menor, los resultados se presentan a continuación:

Tabla 4.4.1. Indicadores de ajuste de los modelos con y sin interacciones

	<b>CID</b>	<b>Número efectivo de parámetros</b>	<b>P-valor predictivo a posteriori</b>
<b>Modelo con interacciones</b>	2971,15	61,98	0,00007
<b>Modelo sin interacciones</b>	2547,83	33,15	0,00001

En conclusión se observa que existe un mayor aporte del capital de marca hacia la intención de compra en el modelo con interacciones, lo que comprueba la hipótesis de este trabajo que existen relaciones de relevancia entre atributos que aporten al capital de marca y consecuentemente hacia la intención de compra de productos de consumo masivo.

## **CAPÍTULO 5.**

### **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

#### **5.1 CONCLUSIONES**

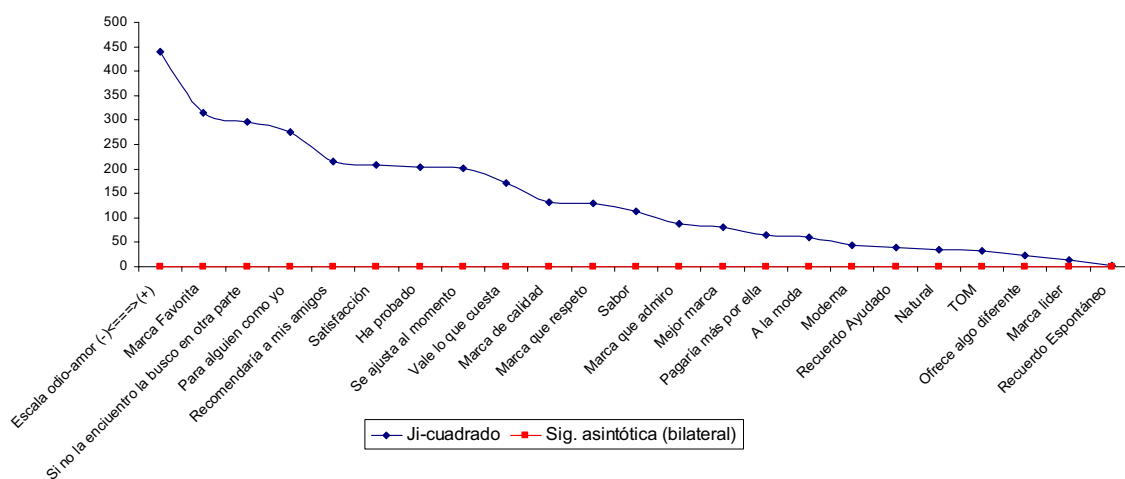
A continuación se presentan los resultados más importantes obtenidos en la investigación.

- Los modelos de ecuaciones estructurales en general permiten relacionar variables latentes que no son posibles medir de forma directa, con otras variables observables.
- En el análisis de ecuaciones estructurales partimos de un modelo teórico que muestra las posibles relaciones entre variables observables y latentes; siendo el análisis de ecuaciones estructurales un criterio que confirma dichas relaciones.
- Los modelos de ecuaciones estructurales que utilizan la estimación Bayesiana permiten descartar supuestos iniciales de la distribución de los datos.
- Por la teoría expuesta en este trabajo, se puede concluir que para tamaños muestrales grandes las aproximaciones como la de máxima verosimilitud y la Bayesiana son asintóticamente equivalentes, pero para tamaños de muestra pequeños es mejor utilizar la estimación Bayesiana.
- El método de distribución libre asintótica, es un procedimiento alternativo para el tratamiento de la no normalidad de los datos inducida por variables latentes de tipo no lineal, pero requiere tamaños de muestra bastante grande.

- La estimación Bayesiana no lineal permite determinar interacciones que pueden ser de utilidad en determinados fenómenos en los cuáles se presuponen dichas interacciones entre variables observables y/o latentes.
- El problema fundamental en este tipo de situaciones consiste en determinar si un modelo que cuenta con interacciones es o no mejor para determinado conjunto de datos, es decir, dependerá de la información con la que cuente. Básicamente consiste en determinar si los términos de las interacciones tienen significancia estadística.
- En relación a la validez estadística de los parámetros estimados, y la validez global del modelo, el criterio que brinda una mejor interpretación es el criterio estadístico de convergencia, que en general se busca sea cercano a 1; entre tanto que en términos de comparación de modelos, las medidas que determinan la calidad de un modelo son el criterio de información de desviación (CID) y el número efectivo de parámetros estimados.
- En investigación de mercados se puede ver que existen distintas formas de medir la intención de compra y el capital de marca, sin embargo no existe una base teórica que recoja los diversos criterios de medición de la preferencia por determinada marca o artículo.
- Dentro de los criterios para medir el capital de marca más conocidos, podemos decir que el más completo es el de la valoración de los activos de una marca que toma en cuenta a las variables, diferenciación, relevancia, estima y conocimiento, ya que adicionalmente dicho criterio postula las interacciones que fueron analizadas en este trabajo, que son, la fuerza y la estatura de la marca, la primera relaciona la diferenciación y relevancia, mientras que la estatura de la marca resulta del producto entre la estima y el conocimiento.

- Del análisis descriptivo de la información puede concluirse que aunque ciertos productos tienen más intención de compra, debido a que están influenciados por atributos específicos, existen características que constituyen un eje común para cualquier artículo del mercado.
- Con respecto al grado de relación entre la intención de compra y los atributos disponibles para este trabajo, solo el recuerdo espontáneo no tiene una dependencia significativa.

Figura 5.1.1. Estadístico ji-cuadrado entre la intención de compra y los otros atributos de la encuesta.



- En relación al principal objetivo del trabajo, que era construir un modelo con base en ecuaciones estructurales que permita medir el capital de marca, se puede concluir que en general las variables latentes que más aportan al capital de marca en los modelos con y sin interacciones, son familiaridad, respeto y relevancia; y dentro de estos las características observables:

1. La busco en otra parte.
2. Para alguien como yo.
3. Mejor marca.
4. Marca que respeto.

5. Marca que admiro.
6. Marca favorita.
7. Vale lo que cuesta.
8. Marca líder.
9. La escala de amor - odio.

Mientras que en relación a las interacciones, el principal aporte significativo se presenta en la variable latente “Estatuta de la marca”, que se relaciona principalmente con las interacciones:

1. Ha probado \* Para alguien como yo.
2. Marca favorita \* Escala de amor – odio.
3. Marca favorita \* Marca líder.
4. Marca favorita \* Marca de calidad.

Así, podemos concluir que al no tomar en cuenta las posibles interacciones se puede dejar de lado información valiosa, como el hecho que para un consumidor no solo es importante que sea su marca favorita, sino que se relaciona con atributos sentimentales y de percepción de liderazgo y calidad del producto que adquiere.

- Finalmente, con respecto a cuál modelo mide mejor el capital de marca y consecuentemente, la intención de compra, podemos concluir que el modelo con interacciones presenta un mayor aporte del capital de marca hacia la intención de compra y los estadísticos de calidad del modelo son bastante similares como se muestra en la tabla siguiente:

Tabla 5.1.1

	<b>Aporte desde del capital de marca hacia la Intención de Compra</b>	<b>CID</b>	<b>Número efectivo de parámetros</b>	<b>P-valor predeictivo a posteriori</b>
<b>Modelo con interacciones</b>	0,967	2971,15	61,98	0,00007
<b>Modelo sin interacciones</b>	0,118	2547,83	33,15	0,00001

## 5.2 RECOMENDACIONES

- En primer lugar, se recomienda profundizar en la aplicación de las ecuaciones estructurales ya sean con base en las técnicas de estimación clásicas o la presentada en este trabajo.
- Se recomienda a las empresas de investigación de mercados trabajar de forma más cercana con los clientes para que en general se de mayor apertura a nuevas metodologías de análisis estadístico y no encasillarse en análisis descriptivos básicos de información.
- Se sugiere realizar estudios de mercado con herramientas mucho más estables a través del tiempo, es decir crear una metodología que garantice comparar resultados en distintas etapas de vida de un producto.
- Debemos recomendar la utilización de la metodología expuesta en este trabajo, ya que ésta puede ser aplicada en distintas ramas como las ciencias sociales, económicas y médicas por citar algunas.
- Finalmente considero que la metodología planteada podría servir especialmente en instituciones que se dedican a la investigación de mercados, no solo para medir la intención de compra, sino para determinar varias relaciones que podrían ser de interés al momento de tomar decisiones que afectan al desempeño de una marca en el mercado.



## CAPÍTULO 6.

### BIBLIOGRAFÍA

- Hair J. F., Jr., Anderson R. E., Tatham R. I., Black W. C., “Análisis Multivariante”, Prentice Hall Iberia, Madrid, 1999.
- Byrne Barbara M., “Structural Equation Modelling with AMOS”, second edition, 2001.
- Joreskog, K. G., “Factor analysis by least-squares and maximum likelihood methods”. In K. Enslein, A. Ralston and H. S. Wilf (eds), *Statistical Methods for Digital Computers*. New York: John Wiley & Sons, Inc, 1977.
- Wiley, D., “The identification problem for structural equation models with unmeasured variables”. In A. S. Goldberger and O. D. Duncan (eds), *Structural Equation Models in the Social Sciences* pp. 69–83. New York: Academic Press, 1973.
- Browne, M. W., “Asymptotically distribution-free methods in the analysis of covariance structures”. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, 37, 62–83, 1984.
- Bentler, P. M., “Some contributions to efficient statistics for structural models: specification and estimation of moment structures”. *Psychometrika*, 48, 493–517, 1983.
- Bentler, P. M., “EQS: Structural Equation Program Manual”. Los Angeles: BMDP Statistical Software, 1992.
- Donald R. Lehmann-Sunil Gupta-Joel H. Steckel, “Marketing Research”, first edition, 1998.
- Lee Sik-Yum, “Structural Equation Modelling A Bayesian Approach”, 2007.
- Congdon Meter, “Applied Bayesian Modelling”, 2003
- Bazán Jorge, Calderón Arturo, Valdivieso Luis, “Modelos de teoría de respuesta al ítem bajo enfoque bayesiano”, Sociedad Matemática Peruana, XXVII Coloquio, 2009.

- Steinmetz Holger, Davidov Eldad, Schmidt Peter, “Three Approaches to Estimate Latent Interaction Effects: Intention and Perceived Behavioral”, 2011.
- Aaker David, Building Strong Brands, USA, 1993.
- AMOS versión 18

## ANEXO 1

### ALGORITMO METROPOLIS–HASTINGS

Supongamos que se desea simular observaciones  $\{X_j, \text{con } j=1,2,\dots\}$  a partir de una distribución condicional con densidad de destino  $\pi(\cdot)$ . En la  $j$ -ésima iteración del algoritmo Metropolis-Hastings (MH) con el valor actual  $X_j$ , el próximo valor  $X_{j+1}$ , es seleccionado a partir del primer punto candidato  $Y$  a partir de una distribución propuesta  $q(\cdot|X_j)$  que es fácil de muestrear (Lee, 2007).

El punto candidato  $Y$  es aceptado como  $X_{j+1}$  con probabilidad:

$$\min\left(1, \frac{\pi(Y)q(X_j|Y)}{\pi(X_j)q(Y|X_j)}\right)$$

Si punto candidato  $Y$  es rechazado, entonces  $X_{j+1} = X_j$  y la cadena no continúa con el proceso.

La distribución propuesta  $q(\cdot|\cdot)$  puede tener cualquier forma y la distribución estacionaria de la cadena de Markov será la distribución de destino con densidad  $\pi(\cdot)$ .

En la mayoría de los análisis de MEE se utiliza a la distribución normal como  $q(\cdot|X)$  donde  $X$ , es alguna matriz de covarianza.

**ANEXO 2**  
**ESTADÍSTICOS JI-CUADRADO**  
**ANEXO 2.1**  
**CONTRASTE CON RESPECTO AL TOTAL**

<b>Pruebas de ji-cuadrado</b>					
<b>Intención de Compra vs TOM</b>	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)	Sig. exacta (bilateral)	Sig. exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	33,387 <sup>a</sup>	1	0		
Corrección por continuidad <sup>b</sup>	32,838	1	0		
Razón de verosimilitudes	33,517	1	0		
Estadístico exacto de Fisher				0	0
Asociación lineal por lineal	33,376	1	0		
N de casos válidos	2819				
a. 0 casillas (,0%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es 265,44.					
b. Calculado sólo para una tabla de 2x2.					

<b>Pruebas de ji-cuadrado</b>					
<b>Intención de Compra vs Recuerdo Espontáneo</b>	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)	Sig. exacta (bilateral)	Sig. exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	2,316 <sup>a</sup>	1	0,128		
Corrección por continuidad <sup>b</sup>	2,16	1	0,142		
Razón de verosimilitudes	2,287	1	0,13		
Estadístico exacto de Fisher				0,13	0,071
Asociación lineal por lineal	2,315	1	0,128		
N de casos válidos	2819				
a. 0 casillas (,0%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es 161,43.					
b. Calculado sólo para una tabla de 2x2.					

Pruebas de ji-cuadrado					
Intención de Compra vs Recuerdo Ayudado	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)	Sig. exacta (bilateral)	Sig. exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	38,866 <sup>a</sup>	1	0		
Corrección por continuidad <sup>b</sup>	38,065	1	0		
Razón de verosimilitudes	35,563	1	0		
Estadístico exacto de Fisher				0	0
Asociación lineal por lineal	38,852	1	0		
N de casos válidos	2819				
a. 0 casillas (,0%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es 88,74.					
b. Calculado sólo para una tabla de 2x2.					

Pruebas de ji-cuadrado					
Intención de Compra vs Ha probado	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)	Sig. exacta (bilateral)	Sig. exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	202,872 <sup>a</sup>	1	0		
Corrección por continuidad <sup>b</sup>	199,808	1	0		
Razón de verosimilitudes	153,594	1	0		
Estadístico exacto de Fisher				0	0
Asociación lineal por lineal	202,8	1	0		
N de casos válidos	2819				
a. 0 casillas (,0%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es 28,03.					
b. Calculado sólo para una tabla de 2x2.					

Pruebas de ji-cuadrado					
Intención de Compra vs Natural	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)	Sig. exacta (bilateral)	Sig. exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	35,071 <sup>a</sup>	1	0		
Corrección por continuidad <sup>b</sup>	34,297	1	0		
Razón de verosimilitudes	40,607	1	0		
Estadístico exacto de Fisher				0	0
Asociación lineal por lineal	35,058	1	0		
N de casos válidos	2819				
a. 0 casillas (,0%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es 85,07.					
b. Calculado sólo para una tabla de 2x2.					

<b>Pruebas de ji-cuadrado</b>					
<b>Intención de Compra vs Sabor</b>	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)	Sig. exacta (bilateral)	Sig. exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	113,750 <sup>a</sup>	1	0		
Corrección por continuidad <sup>b</sup>	112,735	1	0		
Razón de verosimilitudes	115,946	1	0		
Estadístico exacto de Fisher				0	0
Asociación lineal por lineal	113,71	1	0		
N de casos válidos	2819				
a. 0 casillas (,0%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es 266,22.					
b. Calculado sólo para una tabla de 2x2.					

<b>Pruebas de ji-cuadrado</b>					
<b>Intención de Compra vs Ofrece algo diferente</b>	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)	Sig. exacta (bilateral)	Sig. exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	21,998 <sup>a</sup>	1	0		
Corrección por continuidad <sup>b</sup>	21,545	1	0		
Razón de verosimilitudes	22,497	1	0		
Estadístico exacto de Fisher				0	0
Asociación lineal por lineal	21,99	1	0		
N de casos válidos	2819				
a. 0 casillas (,0%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es 222,33.					
b. Calculado sólo para una tabla de 2x2.					

<b>Pruebas de ji-cuadrado</b>					
<b>Intención de Compra vs A la moda</b>	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)	Sig. exacta (bilateral)	Sig. exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	59,640 <sup>a</sup>	1	0		
Corrección por continuidad <sup>b</sup>	58,88	1	0		
Razón de verosimilitudes	63,179	1	0		
Estadístico exacto de Fisher				0	0
Asociación lineal por lineal	59,619	1	0		
N de casos válidos	2819				
a. 0 casillas (,0%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es 202,22.					
b. Calculado sólo para una tabla de 2x2.					

<b>Pruebas de ji-cuadrado</b>					
<b>Intención de Compra vs Moderna</b>	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)	Sig. exacta (bilateral)	Sig. exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	44,107 <sup>a</sup>	1	0		
Corrección por continuidad <sup>b</sup>	43,451	1	0		
Razón de verosimilitudes	46,356	1	0		
Estadístico exacto de Fisher				0	0
Asociación lineal por lineal	44,091	1	0		
N de casos válidos	2819				
a. 0 casillas (.0%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es 197,97.					
b. Calculado sólo para una tabla de 2x2.					

<b>Pruebas de ji-cuadrado</b>					
<b>Intención de Compra vs Para alguien como yo</b>	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)	Sig. exacta (bilateral)	Sig. exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	275,491 <sup>a</sup>	1	0		
Corrección por continuidad <sup>b</sup>	273,905	1	0		
Razón de verosimilitudes	284,8	1	0		
Estadístico exacto de Fisher				0	0
Asociación lineal por lineal	275,393	1	0		
N de casos válidos	2819				
a. 0 casillas (.0%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es 250,56.					
b. Calculado sólo para una tabla de 2x2.					

<b>Pruebas de ji-cuadrado</b>					
<b>Intención de Compra vs Se ajusta al momento</b>	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)	Sig. exacta (bilateral)	Sig. exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	201,865 <sup>a</sup>	1	0		
Corrección por continuidad <sup>b</sup>	200,512	1	0		
Razón de verosimilitudes	210,879	1	0		
Estadístico exacto de Fisher				0	0
Asociación lineal por lineal	201,794	1	0		
N de casos válidos	2819				
a. 0 casillas (.0%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es 271,05.					
b. Calculado sólo para una tabla de 2x2.					

<b>Pruebas de ji-cuadrado</b>					
<b>Intención de Compra vs Satisfacción</b>	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)	Sig. exacta (bilateral)	Sig. exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	207,444 <sup>a</sup>	1	0		
Corrección por continuidad <sup>b</sup>	206,07	1	0		
Razón de verosimilitudes	221,804	1	0		
Estadístico exacto de Fisher				0	0
Asociación lineal por lineal	207,37	1	0		
N de casos válidos	2819				
a. 0 casillas (,0%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es 256,74.					
b. Calculado sólo para una tabla de 2x2.					

<b>Pruebas de ji-cuadrado</b>					
<b>Intención de Compra vs Mejor marca</b>	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)	Sig. exacta (bilateral)	Sig. exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	81,687 <sup>a</sup>	1	0		
Corrección por continuidad <sup>b</sup>	80,827	1	0		
Razón de verosimilitudes	83,613	1	0		
Estadístico exacto de Fisher				0	0
Asociación lineal por lineal	81,658	1	0		
N de casos válidos	2819				
a. 0 casillas (,0%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es 263,70.					
b. Calculado sólo para una tabla de 2x2.					

<b>Pruebas de ji-cuadrado</b>					
<b>Intención de Compra vs Marca Favorita</b>	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)	Sig. exacta (bilateral)	Sig. exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	315,332 <sup>a</sup>	1	0		
Corrección por continuidad <sup>b</sup>	313,633	1	0		
Razón de verosimilitudes	357,534	1	0		
Estadístico exacto de Fisher				0	0
Asociación lineal por lineal	315,22	1	0		
N de casos válidos	2819				
a. 0 casillas (,0%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es 246,30.					
b. Calculado sólo para una tabla de 2x2.					



Pruebas de ji-cuadrado					
Intención de Compra vs Marca que admiro	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)	Sig. exacta (bilateral)	Sig. exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	86,859 <sup>a</sup>	1	0		
Corrección por continuidad <sup>b</sup>	85,967	1	0		
Razón de verosimilitudes	90,344	1	0		
Estadístico exacto de Fisher				0	0
Asociación lineal por lineal	86,828	1	0		
N de casos válidos	2819				
a. 0 casillas (,0%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es 244,18.					
b. Calculado sólo para una tabla de 2x2.					

Pruebas de ji-cuadrado					
Intención de Compra vs Marca que respeto	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)	Sig. exacta (bilateral)	Sig. exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	129,791 <sup>a</sup>	1	0		
Corrección por continuidad <sup>b</sup>	128,704	1	0		
Razón de verosimilitudes	131,297	1	0		
Estadístico exacto de Fisher				0	0
Asociación lineal por lineal	129,745	1	0		
N de casos válidos	2819				
a. 0 casillas (,0%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es 253,84.					
b. Calculado sólo para una tabla de 2x2.					

Pruebas de ji-cuadrado					
Intención de Compra vs Marca de calidad	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)	Sig. exacta (bilateral)	Sig. exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	131,090 <sup>a</sup>	1	0		
Corrección por continuidad <sup>b</sup>	129,997	1	0		
Razón de verosimilitudes	132,24	1	0		
Estadístico exacto de Fisher				0	0
Asociación lineal por lineal	131,044	1	0		
N de casos válidos	2819				
a. 0 casillas (,0%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es 250,36.					
b. Calculado sólo para una tabla de 2x2.					

Pruebas de ji-cuadrado					
Intención de Compra vs Marca líder	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)	Sig. exacta (bilateral)	Sig. exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	12,902 <sup>a</sup>	1	0		
Corrección por continuidad <sup>b</sup>	12,511	1	0		
Razón de verosimilitudes	12,458	1	0		
Estadístico exacto de Fisher				0	0
Asociación lineal por lineal	12,897	1	0		
N de casos válidos	2819				
a. 0 casillas (,0%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es 138,23.					
b. Calculado sólo para una tabla de 2x2.					

Pruebas de ji-cuadrado					
Intención de Compra vs Vale lo que cuesta	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)	Sig. exacta (bilateral)	Sig. exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	171,566 <sup>a</sup>	1	0		
Corrección por continuidad <sup>b</sup>	170,319	1	0		
Razón de verosimilitudes	178,815	1	0		
Estadístico exacto de Fisher				0	0
Asociación lineal por lineal	171,506	1	0		
N de casos válidos	2819				
a. 0 casillas (,0%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es 269,31.					
b. Calculado sólo para una tabla de 2x2.					

Pruebas de ji-cuadrado			
Intención de Compra vs Escala odio-amor (-)<==>(+)	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	439,913 <sup>a</sup>	6	0
Razón de verosimilitudes	440,146	6	0
Asociación lineal por lineal	391,002	1	0
N de casos válidos	2812		
a. 1 casillas (7,1%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es 2,30.			

<b>Pruebas de ji-cuadrado</b>					
<b>Intención de Compra vs Si no la encuentro la busco en otra parte</b>	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)	Sig. exacta (bilateral)	Sig. exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	295,372 <sup>a</sup>	1	0		
Corrección por continuidad <sup>b</sup>	293,659	1	0		
Razón de verosimilitudes	382,324	1	0		
Estadístico exacto de Fisher				0	0
Asociación lineal por lineal	295,267	1	0		
N de casos válidos	2819				
a. 0 casillas (.0%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es 192,17.					
b. Calculado sólo para una tabla de 2x2.					

<b>Pruebas de ji-cuadrado</b>					
<b>Intención de Compra vs Recomendaría a mis amigos</b>	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)	Sig. exacta (bilateral)	Sig. exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	215,304 <sup>a</sup>	1	0		
Corrección por continuidad <sup>b</sup>	213,907	1	0		
Razón de verosimilitudes	227,741	1	0		
Estadístico exacto de Fisher				0	0
Asociación lineal por lineal	215,228	1	0		
N de casos válidos	2819				
a. 0 casillas (.0%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es 266,80.					
b. Calculado sólo para una tabla de 2x2.					

<b>Pruebas de ji-cuadrado</b>					
<b>Intención de Compra vs Pagaría más por ella</b>	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)	Sig. exacta (bilateral)	Sig. exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	65,775 <sup>a</sup>	1	0		
Corrección por continuidad <sup>b</sup>	64,92	1	0		
Razón de verosimilitudes	73,132	1	0		
Estadístico exacto de Fisher				0	0
Asociación lineal por lineal	65,752	1	0		
N de casos válidos	2819				
a. 0 casillas (.0%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es 154,66.					
b. Calculado sólo para una tabla de 2x2.					

# ANEXO 2.2

## CORRELACIONES DE KENDALL

Tabla de Kendall

ATRIBUTOS	Intención de Compra	TDM	Recomiendo Espontáneo	Ha probado	Natural	Sabor	Otro/a algo diferente	A la moda	Moderna	Para alguien como yo	Se ajusta al momento	Satisfacción	Mejor marca	Marca favorita	Marca que sé cómo hacer que respalde	Marca de calidad	Marca líder	Valo lo que cuesta	Escala odio-amor (empeño)	Si no lo encuentro lo compro para mí mismo	Recomendaría a mis amigos	Pagaría más por ella
Valo lo que cuesta	.247	.109	-0.029	.127	.112	.206	.215	.253	.263	.366	.261	.366	.295	.303	.268	.297	.208	1	.297	.234	.369	.272
TDM	.109	.165	-.066	.098	.066	.088	.140	.124	.101	.229	.193	.180	.216	.317	.176	.183	.217	.165	.299	.134	.199	.198
Si no lo encuentro lo compro para mí mismo	.324	1	-.666	.128	0.012	.265	.229	.254	.194	.277	.173	.315	.302	.331	.197	.217	.173	.234	.340	1	.244	.209
Si no lo encuentro lo compro para mí mismo	.265	.134	-.041	.166	.047	.227	.137	.179	.211	.317	1	.312	.213	.296	.294	.265	.136	.261	.289	.173	.336	.214
Satisfacción	.271	.193	-.102	.168	.097	.312	.295	.330	.299	.427	.312	1	.467	.380	.371	.414	.277	.368	.368	.315	.487	.369
Sabor	.201	.180	-.080	.177	.097	1	.208	.250	.178	.320	.227	.312	.282	.211	.193	.240	.151	.206	.223	.265	.287	.171
Recomiendo Espontáneo	-0.029	.088	-0.019	0.003	.100	-0.019	-0.039	-0.043	-0.036	-0.083	-1.02	-0.80	-0.056	-.115	-0.083	-0.040	-0.056	-0.086	-0.084	-0.041	-0.063	-0.065
Recomiendo a mis amigos	-.117	-.666	1	-.110	0.004	-1.009	-.143	-.128	-1.09	-.206	-1.15	-1.76	-.204	-.259	-.186	-1.76	-.193	-1.132	-2.76	-1.40	-1.74	-1.160
Recomendaría a mis amigos	.276	-.453	-.284	.161	-0.023	.267	.235	.304	.290	.428	.336	.467	.389	.343	.421	.450	.253	.369	.340	.244	1	.359
Para alguien como yo	.313	.199	-.063	.194	.122	.320	.262	.303	.259	1	.317	.427	.332	.410	.343	.355	.262	.366	.396	.277	.428	.293
Pagaría más por ella	.153	.229	-.083	.115	.120	.171	.241	.230	.206	.293	.214	.369	.367	.314	.315	.347	.231	.272	.307	.209	.359	1
Si no lo encuentro lo compro para mí mismo	.088	.196	-.065	.082	.076	.206	1	.355	.292	.262	.137	.295	.334	.172	.201	.271	.257	.215	.195	.229	.253	.241
Natural	.112	.140	-.039	.082	.041	.100	.041	.078	.065	.120	.097	.097	0.024	.073	.082	.075	-0.001	.066	.074	.047	.122	.078
Moderna	.125	0.012	0.004	.086	1	.179	.282	.396	1	.259	.211	.289	.293	.187	.222	.255	.183	.263	.201	.194	.290	.208
Mejor marca	.170	.101	-0.036	.132	.065	.282	.334	.308	.293	.332	.213	.467	1	.297	.332	.405	.354	.295	.320	.302	.369	.367
Marca que respalde	.215	.216	-.056	.127	0.024	.193	.201	.230	.222	.343	.294	.371	.332	.322	.349	.429	.304	.281	.326	.173	.421	.315
Marca que admiro	.176	.220	-.083	.139	.082	.198	.331	.283	.260	.319	.226	.410	.380	.288	1	.349	.268	.288	.281	.197	.368	.317
Marca líder	.088	.176	-.080	.115	.076	.151	.257	.208	.183	.282	.138	.277	.354	.208	.304	.312	1	.208	.240	.173	.253	.231
Marca favorita	.334	.217	-.056	.157	-0.001	.211	.172	.236	.187	.410	.286	.380	.297	1	.268	.285	.208	.303	.765	.331	.343	.314
Marca de calidad	.216	.317	-.115	.140	.073	.240	.271	.259	.255	.355	.265	.414	.403	.265	.364	1	.312	.297	.268	.217	.450	.347
Intención de Compra	1	.183	-.040	.268	.075	.201	.088	.145	.125	.313	.268	.271	.170	.334	.176	.216	.086	.247	.352	.324	.276	.153
Ha probado	.266	.098	0.003	1	.082	.177	.082	.099	.086	.194	.186	.168	.132	.157	.139	.127	.140	.115	.127	.128	.161	.115
Si no lo encuentro lo compro para mí mismo	.352	.299	-.084	.218	.074	.223	.195	.234	.201	.396	.289	.368	.320	.765	.281	.286	.240	.297	1	.340	.340	.307
A la moda	.145	.124	-.043	.099	.076	.250	.365	1	.396	.303	.179	.330	.306	.268	.230	.259	.208	.253	.234	.254	.304	.230

La correlación es significativa al nivel 0,05 (bilateral).

## ANEXO 3

### CONVERGENCIA ESTADÍSTICA

La definición de convergencia estadística, denotada con CS se calcula por:

$$CS = \frac{\sqrt{Sd^2 + Se^2}}{\sqrt{Sd^2}} = \sqrt{1 + \frac{Se^2}{Sd^2}}$$

Donde  $Sd^2$  es la desviación estándar de la distribución a priori calculada por:

$$Sd = \sqrt{\frac{1}{N-B-1} \sum_{i=B+1}^N (X_i - \bar{X})^2}$$

Con

N: número de observaciones retenidas.

B: número de subgrupos de prueba.

$X_i$ : es la  $i$ -ésima observación de la estimación.

En cambio  $Se^2$  es la estimación el error estándar de  $\bar{X}$ .

La convergencia estadística se basa en la idea de que no es posible en la práctica obtener valores de  $S_e$  cercanos a cero inclusive, por lo tanto el criterio de convergencia es una herramienta de cuánto se puede reducir la incertidumbre acerca de un estimador al aumentar el número de observaciones simuladas hasta el infinito.

En general CS debe estar cerca de 1. Gelman formula que, los valores inferiores a 1,1 son aceptables, pero para un análisis final en un problema crítico, un mayor nivel de precisión que sean necesarios (Ayuda AMOS versión 18).

Adicionalmente, incluso si un proceso iterativo de simulación parece converger y ha superado todas las pruebas de convergencia, todavía puede ser en realidad insuficiente para la convergencia si las áreas importantes de la

distribución de destino no fueron capturados por la distribución inicial y no son fácilmente accesibles por el algoritmo de simulación.

El valor global de CS es el máximo de los valores de CS para los distintos parámetros.

El criterio de convergencia por defecto es de 1.002 en AMOS, fue elegido como resultado de la experiencia, que demuestra que es bastante conservador, aunque el valor por defecto de 1,002 podría ser demasiado riguroso si el número de parámetros es muy grande.