

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

FACULTAD DE CIENCIAS

VALORACIÓN DEL RIESGO FINANCIERO A TRAVÉS DE LA TEORÍA DE CÓPULAS Y DISEÑO DE UN SISTEMA DE CONTROL DIFUSO DE CALIFICACIÓN PARA INSTITUCIONES DEL SISTEMA FINANCIERO REGULADO ECUATORIANO

TESIS PREVIA A LA OBTENCIÓN DEL GRADO DE MAGÍSTER EN RIESGO
FINANCIERO

BLANCA EVELYN QUISHPE GOYES
evelyn_quishpe@yahoo.es

JUAN FRANCISCO SORIA AYALA
jsoria2009@gmail.com

DIRECTOR: DR. LUIS ALCIDES HORNA HUARACA
luis.horna@epn.edu.ec

Quito, julio 2014

DECLARACIÓN

Nosotros, BLANCA EVELYN QUISHPE GOYES y JUAN FRANCISCO SORIA AYALA, declaramos bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de nuestra autoría; que no ha sido previamente presentada para ningún grado o calificación profesional; y, que hemos consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración cedemos nuestros derechos de propiedad intelectual correspondientes a este trabajo, a la Escuela Politécnica Nacional, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normatividad institucional vigente.

Blanca Evelyn Quishpe Goyes

Juan Francisco Soria Ayala

CERTIFICACIÓN

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por BLANCA EVELYN QUISHPE GOYES y JUAN FRANCISCO SORIA AYALA, bajo mi supervisión.

Dr. Luis Horna
DIRECTOR DE TESIS

AGRADECIMIENTOS

Dejamos constancia de nuestro sincero agradecimiento:

Al Dr. Luis Horna por su apoyo e incentivo permanentes a lo largo de la realización de esta tesis y sobre todo su gran paciencia y dedicación.

A Arnulfo Salme, Héctor Mosquera, Pahola Bravo y Hernán Herrera, funcionarios del FOGAMYPE, quienes nos proveyeron los conocimientos prácticos y expertos del funcionamiento de un Fondo de Garantía.

DEDICATORIA

A Jehová, mi Dios, quien me ha dado todo.

Evelyn

DEDICATORIA

A mi esposa y mis hijos que son el motor de mi vida.

Juan

TABLA DE CONTENIDO

CAPÍTULO 1	1
1. INTRODUCCIÓN GENERAL	1
1.1 FIDEICOMISO FONDO DE GARANTÍA PARA LA MICRO Y PEQUEÑA EMPRESA DEL ECUADOR - FOGAMYPE	1
1.2 ANTECEDENTES LÓGICA DIFUSA	3
1.3 ANTECEDENTES TEORÍA DE CÓPULAS	7
1.4 DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN	9
CAPÍTULO 2	11
2. TEORÍA DE CÓPULAS	11
2.1 DEFINICIÓN DE CÓPULA	11
2.2 TEOREMA DE SKALAR	13
2.3 MEDIDAS DE DEPENDENCIA	14
2.3.1 TAU DE KENDALL	16
2.3.2 RHO SPEARMAN	17
2.4 TIPOS DE CÓPULAS	19
2.4.1 CÓPULAS ARQUIMEDIANAS	19
CAPÍTULO 3	23
3. DETERMINACIÓN DE RIESGOS FINANCIEROS MEDIANTE CÓPULAS	23
3.1 ADMINISTRACIÓN DE RIESGOS FINANCIEROS	23
3.1.1 ETAPAS DEL PROCESO DE LA ADMINISTRACIÓN DE RIESGOS	25
3.2 VALOR EN RIESGO (VaR)	28
3.3 CÁLCULO DEL VaR CON CÓPULAS	31
CAPÍTULO 4	33
4. TEORÍA DE LÓGICA DIFUSA	33
4.1 ANTECEDENTES HISTÓRICOS	33
4.2 CONJUNTOS CLÁSICOS Y CONJUNTOS DIFUSOS	36
4.2.1 CONJUNTOS CLÁSICOS	37
4.2.2 CONJUNTOS DIFUSOS	39

4.3	NÚMEROS DIFUSOS	44
4.3.1	INTERVALOS DE CONFIANZA DIFUSOS	46
4.3.2	OPERACIONES ENTRE NÚMEROS DIFUSOS DEFINIDOS COMO INTERVALOS	48
4.3.3	NÚMEROS DIFUSOS TRIANGULARES	49
4.3.4	NÚMEROS DIFUSOS TRAPEZOIDALES	50
4.3.5	NÚMEROS DIFUSOS POLIGONALES.....	51
4.3.6	OPERACIONES CON NÚMEROS DIFUSOS.....	52
4.3.7	MÍNIMO DE DOS NÚMEROS DIFUSOS	53
4.3.8	MÁXIMO DE DOS NÚMEROS DIFUSOS.....	54
4.3.9	DISTANCIA ENTRE DOS NÚMEROS DIFUSOS	55
	CAPÍTULO 5	60
5.	SISTEMAS DE CONTROL DIFUSO	60
5.1	VARIABLES LINGÜÍSTICAS	60
5.1.1	CARACTERÍSTICAS DE LAS VARIABLES LINGÜÍSTICAS	61
5.2	MODIFICADORES LINGÜÍSTICOS.....	61
5.2.1	CARACTERÍSTICAS DE LOS MODIFICADORES	63
5.2.2	PROPIEDADES DE LOS MODIFICADORES.....	63
5.3	RELACIONES DIFUSAS: OPERADORES LÓGICOS	64
5.3.1	PRODUCTO CARTESIANO	64
5.3.2	OPERADOR CONECTIVO “AND” (“Y”)	65
5.3.3	OPERADOR CONECTIVO “OR” (“O”).....	65
5.3.4	OPERADOR IMPLICACIÓN “THEN” (“ENTONCES”).....	65
5.4	COMPOSICIÓN DE RELACIONES DIFUSAS: PROCEDIMIENTOS DE INFERENCIA DIFUSA	66
5.4.1	PROPOSICIONES DIFUSAS.....	66
5.4.2	MODUS PONENS GENERALIZADO.....	67
5.4.3	MODUS TOLLENS GENERALIZADO (MTG)	68
5.4.4	RAZONAMIENTO APROXIMADO MULTICONDICIONAL.....	68
5.5	ENTRADAS AL SISTEMA Y ACTIVACION DE REGLAS	70
5.5.1	MÉTODO MAX-MIN	71
5.5.2	MÉTODO SUM-PRODUCTO	71
5.5.3	MÉTODO MAX-PRODUCTO	71
5.5.4	MÉTODO SUM-MIN.....	72

5.6 SISTEMAS DE LOGICA DIFUSA	72
5.6.1 TIPOS DE SISTEMAS BASADOS EN REGLAS DIFUSAS	72
5.6.2 ELEMENTOS	74
5.6.3 BASE DEL CONOCIMIENTO	75
5.6.4 MOTOR DE INFERENCIAS. INFERENCIA DIFUSA	79
5.6.5 DIFUSIFICACIÓN Y DESDIFUSIFICACIÓN	82
CAPÍTULO 6	88
6. IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO	88
6.1 DESCRIPCIÓN GENERAL DEL MODELO IMPLEMENTADO	88
6.2 DETALLES DE LA IMPLEMENTACIÓN	90
6.3 MÓDULOS DEL SISTEMA	90
6.3.1 MÓDULO DE CALIFICACIÓN: SISTEMA DE CONTROL DIFUSO	93
6.3.2 MÓDULO DE VALORACIÓN DEL RIESGO: TEORÍA DE CÓPULAS	125
CAPÍTULO 7	137
7. EVALUACIÓN DEL MODELO.....	137
7.1 EVALUACIÓN DEL MODELO DE CALIFICACIÓN (SISTEMA DE CONTROL DIFUSO - SCD)	138
7.2 EVALUACIÓN DEL MODELO DE PÉRDIDA ESPERADA (TEORÍA DE CÓPULAS)	141
CAPÍTULO 8	145
8. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	145
ANEXO A	148
ANEXO B	153
ANEXO C	155
ANEXO D	156
ANEXO E	164
ANEXO F.....	166
BIBLIOGRAFÍA	184

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2-1 Superficie de la densidad de distribución de la cópula arquimediana	21
Figura 2-2 Superficie de la densidad de distribución de la cópula elíptica	21
Figura 2-3 Superficie de la densidad de distribución de la cópula normal.....	22
Figura 3-1 Riesgos inherentes a una entidad.....	25
Figura 3-2 Representación gráfica del VaR	29
Figura 4-1 Lógica Difusa versus Lógica Clásica.....	36
Figura 4-2 Conjunto Clásico y Conjunto Difuso.....	37
Figura 4-3 Conjunto difuso convexo y conjunto difuso no convexo.....	41
Figura 4-5 Número e intervalo difuso L-R.....	46
Figura 4-6 Número difuso normal y convexo con α -cortes	47
Figura 4-7 Número difuso triangular.....	50
Figura 4-8 Número difuso trapezoidal	51
Figura 4-9 Número difuso poligonal	52
Figura 4-10 Mínimo entre dos números difusos	54
Figura 4-11 Máximo entre dos números difusos	55
Figura 4-12 Distancia entre dos números difusos (índice de disimilitud).....	58
Figura 5-1 Variable lingüística: Calificación de riesgo	60
Figura 5-2 Modificadores aplicados a un número difuso trapezoidal.....	62
Figura 5-3 Modificador “muy” aplicado sobre el conjunto grande.....	63
Figura 5-4 Producto cartesiano de dos universos de discurso	64
Figura 5-5 Representación gráfica del método de interpolación	70
Figura 5-6 Sistema de lógica difusa	73
Figura 5-7 Números triangular y trapezoidal cortados.....	82
Figura 5-8 Lectura de la entrada difusa correspondiente a la lectura x_0	84
Figura 5-9 Lectura de la entrada difusa correspondiente a la lectura y_0	84
Figura 5-10 Desdifusificación por el método de centro de gravedad.....	86
Figura 6-1 Sistematización del modelo de calificación y evaluación de riesgo de una entidad financiera.....	88
Figura 6-2 Módulo de calificación: Sistema de control difuso.....	91
Figura 6-3 Módulo de valoración del riesgo: Teoría de cópulas	92
Figura 6-4 Datos de cálculo: institución financiera y tipo de cartera.....	93
Figura 6-5 Proceso de evaluación.....	94
Figura 6-6 Segmento: Análisis Financiero.....	94
Figura 6-7 Segmento: Análisis Fundamental.....	95
Figura 6-8 Segmento: Análisis de riesgo.....	95
Figura 6-9 Submódulo: Proceso de evaluación.....	96
Figura 6-10 Submódulo: Resultados	97
Figura 6-11 Submódulo: Calificación IFIS	97

Figura 6-12 Función de pertenencia de la variable lingüística “cartera improductiva”	103
Figura 6-13 Función de pertenencia de la variable lingüística “colocaciones montos”	104
Figura 6-14 Función de pertenencia de la variable lingüística “colocaciones número”	105
Figura 6-15 Función de pertenencia de la variable lingüística “concentración de cartera”	106
Figura 6-16 Función de pertenencia de la variable lingüística “concentración de calificaciones”	107
Figura 6-17 Función de pertenencia de la variable lingüística “cobertura nacional”	108
Figura 6-18 Función de pertenencia de la variable lingüística “mora dura”	109
Figura 6-19 Función de pertenencia de la variable lingüística “calificación de riesgo”	110
Figura 6-20 Función de pertenencia de la variable lingüística “probabilidad de incumplimiento”	111
Figura 6-21 Función de pertenencia de la variable lingüística de salida “análisis financiero”	112
Figura 6-22 Función de pertenencia de la variable lingüística de salida “Perfil IFI”	115
Figura 6-23 Variables de entrada para los tres segmentos de análisis	119
Figura 6-24 Base de reglas para el segmento: análisis financiero	120
Figura 6-25 Regla 19 del segmento: análisis financiero	121
Figura 6-26 Activación de reglas para el segmento: análisis fundamental	121
Figura 6-27 Activación de reglas para el segmento: análisis de riesgo	122
Figura 6-28 Activación de reglas para la calificación final	123
Figura 6-29 Función de pertenencia final de los tres segmentos luego del proceso de agregación	124
Figura 6-30 Función de pertenencia final de calificación de la IFI	124
Figura 6-31 Calificación final	125
Figura 6-32 Todas las IFIS – Mora dura comercial: Lognormal	127
Figura 6-33 Todas las IFIS – Mora dura microcrédito: Lognormal	127
Figura 6-34 Bancos – Mora dura comercial: Lognormal	128
Figura 6-35 Bancos – Mora dura microcrédito : Lognormal	128
Figura 6-36 Cooperativas – Mora dura comercial: Lognormal	129
Figura 6-37 Cooperativas – Mora dura microcrédito : Lognormal	129
Figura 6-38 IFIS Fondo – Mora dura comercial: Lognormal	130
Figura 6-39 IFIS Fondo – Mora dura microcrédito: Lognormal	130

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1-1	Entidades financieras participantes con el Fondo de Garantía	3
Tabla 5-1	Tabla de decisión	77
Tabla 5-2	Tabla de reglas fuertes.....	80
Tabla 5-3	Tabla de decisión inducida.....	85
Tabla 6-1	Variables de análisis	98
Tabla 6-2	Tabla de calificación de la IFI.....	113
Tabla 6-3	Base de reglas del segmento “Análisis financiero”.....	116
Tabla 6-4	Base de reglas del segmento “Análisis fundamental”.....	117
Tabla 6-5	Base de reglas del segmento “Análisis de riesgos”.....	117
Tabla 6-6	Base de reglas del segmento “Análisis final”.....	118
Tabla 6-7	Parámetros de la Cópula de Gumbel	134
Tabla 6-8	Resultados del Coeficiente de Pearson	134
Tabla 6-9	Resultados del Coeficiente de Kendall (TAU)	135
Tabla 7-1	Calificaciones FOGAMYPE y calificaciones SCD (bancos)	138
Tabla 7-2	Calificaciones FOGAMYPE y calificaciones SCD (cooperativas).....	139
Tabla 7-3	Comparación calificaciones FOGAMYPE y calificaciones SCD.....	140
Tabla 7-4	Calificaciones finales de bancos y cooperativas (número y porcentaje)	141
Tabla 7-5	Tarifa Fija del FOGAMYPE	143
Tabla 7-6	Tarifa Periódica del FOGAMYPE	143
Tabla 7-7	Tarifa Total del FOGAMYPE	143
Tabla 7-8	Tarifas que se están cobrando en el FOGAMYPE.....	144

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN GENERAL

1.1 FIDEICOMISO FONDO DE GARANTÍA PARA LA MICRO Y PEQUEÑA EMPRESA DEL ECUADOR - FOGAMYPE¹

El fideicomiso Fondo de Garantía para la Micro y Pequeña Empresa del Ecuador – FOGAMYPE es *“un instrumento financiero que facilita el acceso al crédito, a través del otorgamiento de garantías parciales complementarias para beneficiarios de créditos que no cuentan con los colaterales suficientes para respaldarlo”*.

Como figura financiera, el FOGAMYPE constituye un mecanismo que permite compartir el riesgo de impago con la institución financiera, dando seguridad al sistema financiero y dinamizando los sectores productivos [1].

El FOGAMYPE, actualmente se encuentra regulado por la Superintendencia de Bancos y Seguros como entidad perteneciente al sistema de garantía crediticia.

Proceso de concesión de garantías y políticas de evaluación

Las garantías otorgadas por el fondo son parciales, hasta un porcentaje equivalente al 50% del capital del crédito otorgado o hasta USD. 25.000,00 por beneficiario.

Los sujetos beneficiados de una garantía, deberán cancelar por concepto de utilización de las garantías otorgadas, una tarifa fija única y una tarifa periódica anticipada anual, cuya suma no excederá al 7,00% ² sobre el monto de la garantía

¹ Tomado del Plan estratégico y operativo para el fideicomiso Fondo de Garantía para la micro y pequeña empresa del Ecuador – FOGAMYPE período 2011 – 2013 presentado para disertación de grado previo a la obtención del título de ingeniería comercial de la PUCE elaborado por Pahola Bravo y Hernán Herrera. Mayo 2011.

² Tasa normada por la Superintendencia de Bancos y Seguros con Resolución de Junta Bancaria JB-2012-2197.

otorgada, dependiendo de la calificación de riesgo que tenga el beneficiario y la institución financiera.

En caso de que la operación crediticia sea vencida, la IFI³ podrá reclamar la garantía contratada, directamente al FOGAMYPE, el cual, previo análisis pagará el valor correspondiente; mientras que la IFI deberá continuar con el proceso de cobranza judicial.

El Fondo de Garantía puede garantizar actividades de producción, comercio, servicios, desarrollo tecnológico, y clúster turístico.

El Fondo de Garantía ha dirigido su accionar, como clientes directos, a bancos y cooperativas de ahorro y crédito ecuatorianos, regulados por la Superintendencia de Bancos y Seguros, calificadas con la Corporación Financiera Nacional y valoración de ésta igual o superior a BB, y con una tasa de mora dura⁴ en microcrédito inferior al 5%. [1]

Por otro lado, los clientes finales de los avales emitidos por el Fondo de Garantía, son micro y pequeños empresarios del Ecuador, que realicen las actividades antes mencionadas; que tengan una calificación de riesgo mínima de C⁵ dentro de la IFI, y que cumplan con todas las condiciones para obtener un crédito, a excepción de los colaterales adecuados para respaldarlo [1].

Situación actual de FOGAMYPE

Con corte a diciembre de 2012, el FOGAMYPE ha firmado el Convenio Marco de Participación⁶ con 18 instituciones financieras y ha otorgado derechos de garantías⁷ a 6 de ellas. La Tabla 1-1 muestra las entidades con las que el Fondo de Garantía ha venido trabajando.

³ Denominación que se le da a una institución financiera.

⁴ Mora dura.- Mide el porcentaje de la cartera improductiva en los plazos mayores a 90 días y menores a 360 días, frente al total cartera.

⁵ Categoría de riesgo normada por la Superintendencia de Bancos y Seguros.

⁶ Convenio Marco de Participación.- Instrumento privado suscrito entre el Fideicomiso y la IFI.

⁷ Derecho de Garantía.- Constituye la asignación o adjudicación, según corresponda, de un paquete de garantías por parte del fondo a favor de una institución financiera.

No.	Institución	Fecha firma convenio	Han otorgado garantías
1	San Francisco	18-jun-09	✓
2	CACPECO	29-jul-09	✓
3	29 de Octubre	21-sep-09	✓
4	San José	10-sep-10	✓
5	CACPE Biblián	13-sep-10	X
6	Construcción Comercio y Producción	16-sep-10	✓
7	COOPROGRESO	27-oct-10	X
8	OSCUS	28-oct-10	X
9	Policía Nacional	12-ene-11	X
10	Once de Junio	28-ene-11	X
11	CACPE Pastaza	14-abr-11	X
12	15 de Abril	30-may-11	X
13	Tulcán	24-jul-12	X
14	Banco D-Miro	9-oct-12	X
15	Chone	10-oct-12	X
16	Comercio	10-oct-12	X
17	Santa Ana	10-oct-12	X
18	BGR	31-oct-12	✓

Tabla 1-1 Entidades financieras participantes con el Fondo de Garantía

Fuente: FOGAMYPE

De acuerdo a la Subgerencia Nacional del Fondo de Garantía, hasta el 31 de diciembre de 2012, se han generado 2388 operaciones por un monto total de acceso al crédito de USD. 13.691.375,00 lo que se traduce en un monto garantizado inicial de USD. 6.728.716,99 equivalentes a un porcentaje de fianza del 49,15%.

1.2 ANTECEDENTES LÓGICA DIFUSA

Uno de los temas de mayor relevancia en el tratamiento de los riesgos del sector financiero, es el asociado al crédito. Un cuidadoso análisis en la concesión de éste es lo que permite tener una adecuada administración del crédito de cartera de las entidades financieras.

Los procesos de análisis de riesgos precisan de fuentes de información, tanto internas como externas y de sistemas específicos de evaluación.

En el tema de evaluación de crédito se toma en cuenta aspectos cuantitativos y cualitativos. Históricamente los primeros se han tratado de una manera sistemática, a través de instrumentos estadísticos y econométricos; los segundos, o aspectos

cualitativos, han sido tratados de acuerdo con los criterios de las entidades financieras y por los expertos en el tema [2].

Generalmente las entidades financieras cuentan con herramientas para codificar estas variables cualitativas o variables lingüísticas basadas en sistemas de puntos para los niveles definidos en el sistema de clasificación. El anterior sistema de calificación básicamente es una aplicación de la lógica bivaluada.

El uso de niveles en el sentido de la lógica clásica genera inconvenientes en los casos cercanos a los límites ya que se pasa de manera abrupta de pertenecer de un conjunto o a otro. En la lógica multivalente, el pasar de un estado a otro es una cuestión de grado, por otra parte, se rompe con el principio de la no contradicción o del tercero excluido, es decir, un objeto de estudio puede pertenecer a la vez a conjuntos contrarios en cierto grado. [2].

Otro aspecto a considerar en los problemas de decisión es la calidad de la información, en este sentido, en muchas ocasiones no se cuenta con la información suficiente para aplicar modelos matemáticos convencionales, lo que ha obligado a buscar modelos alternativos. *Precisamente en la búsqueda de modelos que tengan en cuenta estas realidades surge la lógica difusa como un modelo matemático que permite utilizar conceptos relativos a la realidad, siguiendo patrones de comportamiento similares al pensamiento de los humanos.*

En la vida real existen hechos que no se puede definir como totalmente verdaderos o totalmente falsos, sino que tienen un grado de verdad o falsedad que puede variar de 0 a 1; la lógica clásica no es la más adecuada para tratar este tipo de razonamientos ya que excluye por completo una tercera posibilidad (o más) entre estos dos valores.

En el sector financiero, la aplicación de la lógica difusa es diversa, la cual ha permitido incluir en la mayoría de modelos financieros la incertidumbre de manera diferente a como lo hace actualmente la teoría de probabilidades.

Los profesores Kaufmann⁸ y Gil Aluja⁹ (1986) [3] son de los primeros en introducir la lógica difusa en aspectos financieros e incluir la incertidumbre en la administración de empresas. En su libro "Introducción de la teoría de los subconjuntos borrosos a la gestión de empresas", presentan determinados fenómenos de empresas tales como la decisión de invertir, la decisión de renovar equipos, la gestión de stocks, etc., y plantean para cada uno de ellos técnicas difusas que permiten cuantificar situaciones regidas por la incertidumbre.

Hoy en día en España existen dos asociaciones dedicadas al estudio y aplicación de la lógica borrosa: el SIGEF "International Association for Fuzzy Management and Economic" dedicado a la economía de carácter internacional y el AELTF "Asociación Española para la Lógica y la Tecnología Fuzzy" que trabaja en inteligencia artificial.

La ventaja que tiene la lógica difusa es que permite definir e incluir en el análisis, conceptos o variables, aun cuando no estén formulados de forma precisa. Ésta trabaja con reglas de inferencia, las cuales se obtienen de las experiencias del analista o a partir de las series históricas que son propias de cada sistema.

Actualmente el sector financiero necesita medir sus riesgos y provisionar de tal forma que éstos sean cubiertos, particularmente el sistema financiero ecuatoriano no dispone de una normativa ni mecanismos que permitan evaluar, en el presente caso, el desempeño y funcionamiento de los fondos de garantía.

El "Fondo de Garantía Crediticia" se ha establecido como un instrumento financiero destinado para los micro y pequeños empresarios que cumplan con todos los parámetros requeridos por una institución financiera para el otorgamiento del crédito, pero que no dispongan de garantías adecuadas y suficientes para respaldarlo.

⁸ Matemático francés.

⁹ Catedrático de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Barcelona. Experto en superordenadores y en lógica borrosa. Ha en la teoría de los conjuntos borrosos y realiza investigaciones destinadas a su utilización en la economía y la gestión de empresas. Es presidente de la Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras.

Con estos antecedentes, se evidencia la necesidad de contar con una herramienta de evaluación, control y monitoreo de las posibles entidades financieras que lleguen a formar parte del Fondo de Garantía, por lo que como parte de la presente tesis, se expone un diseño e implementación de un modelo de control difuso para minimizar el riesgo crediticio a través del otorgamiento de una calificación. Dicha calificación otorgada a la entidad financiera, resulta de la conjugación de tres segmentos: el financiero, el fundamental y el de riesgos. Cada segmento dispone de un conjunto de variables escogidas por expertos a fin que se ajusten a los requerimientos propios para ser parte del grupo de clientes del Fondo de Garantía.

Las variables elegidas tanto cuantitativas y cualitativas se traducen lingüísticamente a través de la definición de niveles categóricos y mediante funciones de pertenencia ajustadas a los datos analizados, ingresan al sistema de inferencia difuso.

Una vez que todas las variables han ingresado al sistema de control difuso a través de la difusificación (procedimiento que convierte a los datos de entrada en entidades difusas), se aplica un conjunto de reglas lingüísticas de control a cada una de ellas y se obtiene una variable de salida que resume la política y los objetivos que se desea medir, en este caso, la calificación de idoneidad de una institución financiera para ser parte del Fondo de Garantía.

Al obtener dicha variable como acción difusa que explica los tres segmentos analizados, se traduce a rangos adecuados que interpretan la calificación final que obtiene la institución financiera. Este procedimiento se lo hace por medio de la desdifusificación, la cual emplea el método de centro de área que convierte a la acción difusa en un número real interpretable, el mismo que es considerado como la calificación final.

1.3 ANTECEDENTES TEORÍA DE CÓPULAS

Las cópulas suelen utilizarse conjuntamente con herramientas de medición y gestión del riesgo, tales como por ejemplo: VaR, CVaR, teoría de valor extremo, etc., obteniéndose buenas aproximaciones y siendo cada vez más empleadas. Por ejemplo, en [3] se modela estadísticamente la estructura de dependencia de datos financieros multivariantes usando el concepto de cópula, además las cópulas permiten extraer la estructura de dependencia de la función de distribución conjunta y separar la estructura de dependencia de las funciones de distribución marginales. Adicionalmente son utilizadas como medida de concordancia entre las variables aleatorias.

Por otro lado, no existe consenso en cuanto a la selección del tipo de cópula a utilizar en base a una situación determinada o alguna aplicación específica, tampoco se encuentra un consenso en la forma de contrastar la precisión de dichas cópulas.

En la literatura se propone elegir una cópula según las necesidades o motivaciones que se tengan y con cuidado para no infravalorar ni sobrevalorar el riesgo. En [4], se propone un procedimiento que determina la selección y contrastación de las cópulas, el cual brinda buenos resultados, por lo que este procedimiento puede ser una alternativa que ayude y facilite la elección de la cópula más adecuada.

Las cópulas financieras, son una herramienta relativamente nueva y útil. Según [5] las cópulas contienen toda la información acerca de la estructura de dependencia de un vector de variables aleatorias. Son utilizadas para describir la dependencia entre dos o más variables aleatorias con una distribución marginal arbitraria. Una cópula es una distribución de variables aleatorias cuyas marginales son distribuciones uniformes, siendo esta un instrumento excelente para la simulación de variables aleatorias con distribuciones marginales definidas, sólo se habrán de simular variables uniformes con estructuras de dependencia determinadas por su cópula. Estas pueden capturar la dependencia no lineal, mientras que las

correlaciones sólo son medidas de dependencia lineal. A pesar de que las cópulas han sido utilizadas recientemente para la aplicación en las finanzas, se pueden encontrar numerosas investigaciones que ayudan a entender mejor su funcionamiento y sobre todo su aplicación.

Cuando se trata de medir el riesgo de una cartera de instrumentos financieros, además de elegir la herramienta de medición apropiada, es necesario conocer si los instrumentos que componen la cartera están correlacionados de alguna manera y saber que tan fuerte y de qué tipo es la dependencia existente entre ellos.

Entonces, la medida de riesgo elegida debe incluir un tratamiento específico para la dependencia, porque si no es tomada en cuenta, se puede llegar a subestimar el riesgo en que se pueda estar incurriendo y con ello se estaría más expuesto. Los pronósticos obtenidos se encontrarían cada vez más alejados de la realidad.

Por lo dicho anteriormente, es posible decir que la medición y gestión de los riesgos financieros se pueden considerar como el factor determinante dentro de una institución financiera, ya que brinda información de forma adecuada a las instituciones de supervisión de riesgos y permite tener un control que mejore la propia metodología de medición y gestión, además de disminuir la exposición que se tenga a los diferentes tipos de riesgos.

La Cópula es habitualmente empleada tanto en modelos que gestionan riesgos de mercado como en aquellos que gestionan riesgos crediticios, ya sea explícita o implícitamente al hacer uso de la distribución normal multivariada.

Los paquetes comerciales KMV¹⁰ y CreditMetrics¹¹ utilizados para gestionar riesgos crediticios hacen uso de la función cópula aunque no explícitamente.

10 Modeling Default Risk Modeling Default Risk December 18, 2003 Peter J. Crosbie of Moody's|KMV, & Jeffrey R. Bohn of Moody's|KMV

La presente investigación pretende valorar el riesgo financiero al que se enfrenta el Fondo de Garantía que promueve la Corporación Financiera Nacional (CFN) para el desarrollo de la Micro y Pequeña Empresa del Ecuador, considerando diferentes metodologías de medición tales como el VaR a través de cópulas financieras, para tratar de realizar una aproximación más precisa de los acontecimientos financieros y con ello, poder evaluar las máximas pérdidas que se puedan obtener, para así llevar a cabo una predicción más acertada para la toma de decisiones y definir la tarifa que se debe cobrar a las instituciones financieras que conforman el Fondo de Garantía.

Con lo que el objetivo de esta tesis además de determinar el valor esperado de las pérdidas a las que se enfrenta el Fondo de Garantía, es:

- Contar con un instrumento que permita determinar la tarifa a ser cobrada a las instituciones financieras que conforman el fondo, y;
- Determinar una calificación integral de las instituciones financieras que conforman la cartera del fondo.

Obteniéndose así una herramienta técnica para la toma de decisiones, que suministre alertas tempranas para un adecuado control operativo continuo, evitando las posibles pérdidas que podrían en riesgo el patrimonio tanto del fondo como de la CFN.

1.4 DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN

La investigación presente se desarrolla de la siguiente manera: en el capítulo siguiente se describe formalmente la teoría de cópulas que permitirá determinar la dependencia estructural de las variables a analizar y obtener una distribución conjunta para obtener el VaR financiero, el mismo que se utilizará para fijar una

11 CreditMetrics™ - Technical Document April 2, 1997 Greg M. Gupton of the Morgan Guaranty Trust Company, Christopher C. Finger of the Morgan Guaranty Trust Company, & Mickey Bhatia of the Morgan Guaranty Trust Company

tarifa de cobro para cada institución. El tercer capítulo se destina a la descripción de las etapas de la administración del riesgo, las metodologías de valor en riesgo y a la definición de las cópulas financieras aplicables al Fondo de Garantía. En el capítulo cuarto se describe formalmente la lógica difusa que permitirá la construcción del modelo matemático para la calificación integral de las instituciones financieras que participarán en el fondo. En el capítulo quinto, se detalla los sistemas de control difuso y sus características, los cuales constituyen la base fundamental del modelo de calificación. El capítulo sexto define el proceso de implementación del modelo general de evaluación de una entidad financiera; la primera parte describe la construcción del modelo de calificación a través de un sistema de control difuso y la segunda parte expone el cálculo del VaR de la entidad calificada a través de la teoría de cópulas. El capítulo siguiente, describe la evaluación de cada uno de los procesos implementados.

El capítulo ocho expone conclusiones y recomendaciones donde se conceptualiza la evidencia empírica mostrada y las líneas abiertas de investigación.

CAPÍTULO 2

TEORÍA DE CÓPULAS

Este capítulo será destinado a definir y estudiar los principales conceptos de la teoría de cópulas, ya que serán de gran utilidad para comprender y analizar todos los capítulos posteriores. La revisión y estudio de dichos conceptos serán relevantes en esta investigación, así como en el análisis y la evaluación de los riesgos.

2.1 DEFINICIÓN DE CÓPULA

Una cópula es una función de distribución multivariante definida en una unidad cúbica n -dimensional $(0,1)$ tal que, cada distribución marginal es uniforme en el intervalo $(0,1)$, es decir, una cópula es una función que enlaza una distribución de probabilidad multivariante a una colección de funciones de probabilidad marginal univariantes y, así determinar la estructura de dependencia tanto de la distribución conjunta como de sus marginales. Se considera como una herramienta útil que permite modelar la estructura de dependencia de un conjunto de variables.

En el año 1959 aparecen unas funciones bautizadas por el matemático Abel Sklar como cópulas, funciones que, como el autor define, unen (o copulan) funciones de distribución multivariantes a sus marginales unidimensionales; de igual forma que el término gramatical “cópula” sirve de enlace entre el sujeto y el predicado de una oración¹².

Es el concepto lingüístico el que sirve de inspiración a Sklar para dar nombre a esta clase de funciones. Citaremos algunos referentes históricos que han sido extraídos de [5].

Según [5], las cópulas se definen desde dos puntos de vista; desde el primer punto de vista, las cópulas son funciones que juntan o acoplan funciones de distribución multivariadas en base a sus funciones de distribución marginales y desde

¹² Tomado de la Tesis Doctoral “Teoría de Cópulas aplicada a la predicción”, Daniel Vélez Serrano. 2007.

el segundo punto de vista, las cópulas son funciones de distribución multivariadas cuyas distribuciones marginales son uniformes en el intervalo $(0,1)$.

Adicionalmente las cópulas son de interés estadísticamente por dos razones: primeramente como una manera de estudiar la medida de dependencia y después como un punto de partida para construir familias de distribuciones bivariadas, por medio de simulaciones.

Las cópulas nos permiten crear distribuciones multivariadas que poseen marginales con diferentes distribuciones, esto es de gran valía para nosotros en virtud de que algunas series financieras pueden presentar asimetrías y curtosis con diversos grados.

A partir de estas apreciaciones, Abel Sklar establece el teorema que lleva su nombre y que constituye el pilar fundamental de esta teoría que ha despertado a partir de la década de los noventa y que, dada su “corta” edad, mantiene hoy día muchas líneas de investigación abiertas.

Consideremos por un momento un par de variables aleatorias X e Y con funciones de distribución $F(x) = P[X < x]$ y $G(y) = P[Y < y]$, respectivamente y una función de distribución conjunta $H(x,y) = P[X < x, Y < y]$. Para cada par de números reales (x,y) se puede asociar tres números $F(x), G(y)$ y $H(x,y)$, hay que notar que cada número está definido en el intervalo $(0,1)$. En otras palabras para cada par de números reales (x,y) está contenido por puntos $(F(x), G(y))$ en un cuadrado unitario $(0,1) \times (0,1)$, estos pares ordenados corresponde a un número $H(x,y)$ en $(0,1)$. Vamos a mostrar esta correspondencia, que asume que el valor de la función de distribución de conjunto ordenado para cada uno de los valores de las funciones de distribución individuales están conectadas por una función, ésta función es la cópula.

Por simplicidad de notación se adoptarán en las definiciones para el caso bivariado; pero es posible extender éstas definiciones para el caso multivariante.

Sea $I = [0,1]$ e $I^2 = I \times I$. Una cópula bidimensional es una función C definida en I^2 asumiendo valores en I con las siguientes propiedades:

1. Para todo $u_1, u_2 \in I$

$$C(u_1, 0) = 0 = C(0, u_2) \quad (2-1)$$

$$C(u_1, 1) = u_1, C(1, u_2) = u_2 \text{ (las marginales de } C \text{ son uniformes)} \quad (2-2)$$

2. Para cada u_1, u_2, v_1, v_2 , en I tal que $u_1 < u_2$ y $v_1 < v_2$

$$C(u_2, v_2) - C(u_2, v_1) - C(u_1, v_2) + C(u_1, v_1) > 0 \quad (2-3)$$

2.2 TEOREMA DE SKALAR

Sea H una función de distribución conjunta con marginales F y G . Entonces existe una cópula C tal que $\forall x = (x_1, x_2) \in \mathcal{R}^2$.

$$H(x, y) = C(F(x), G(y)) \quad (2-4)$$

Si $F(x)$ y $G(y)$ son continuas, entonces C es única, de lo contrario, C se determina únicamente en $RanF \times RanG$.

Recíprocamente, si C es una cópula y $F(x)$ y $G(y)$ son funciones de distribución, entonces la función $H(x, y)$ definida por la ecuación anterior es la función de distribución conjunta con marginales $F(x)$ y $G(y)$, esta demostración se puede encontrar en [5].

El teorema de Sklar implica:

$$\Pr(X \leq x, Y > y) = F_1(x) - C(F_1(x), F_2(y)) \quad (2-5)$$

$$\Pr(X > x, Y \leq y) = F_2(y) - C(F_1(x), F_2(y)) \quad (2-6)$$

$$\Pr(X \leq x / Y \leq y) = C(F_1(x), F_2(y)) / F_2(y) \quad (2-7)$$

$$\Pr(X \leq x / Y > y) = F_1(x) - C(F_1(x), F_2(y)) / (1 - F_2(y)) \quad (2-8)$$

$$\Pr(X \leq x / Y = y) = C_{1/2}(F_1(x), F_2(y)) = \frac{\partial C(v, z)}{\partial z} / v = F_1(x), z = F_2(y) \quad (2-9)$$

Como consecuencia del teorema de Sklar, las cópulas tienen un mínimo y un máximo C^- y C^+ y son llamados respectivamente límites inferior y superior de Fréchet. Utilizando el resultado del Sklar, la desigualdad $C^- < C < C^+$, puede escribirse como:

$$\max(F_1(x) + F_2(y) - 1, 0) \leq F(x, y) \leq \min(F_1(x), F_2(y)) \quad (2-10)$$

Que se conoce como desigualdad de Fréchet-Hoeffding para funciones de distribución.

2.3 MEDIDAS DE DEPENDENCIA

La gran ventaja que tiene la teoría de cópulas, es permitir la creación de funciones de distribuciones de probabilidad multivariadas independientes de la forma de las distribuciones marginales. Esta característica nos permitirá calcular los riesgos con mayor precisión, dado que las series financieras presentan asimetrías y por tanto se hace necesario más allá de las marginales, conocer la forma de asociación que poseen sus variables. Este tema se tratará a continuación.

La medida de asociación más utilizada o más difundida es la correlación, que se define por:

$$\rho(X, Y) = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sqrt{\text{var}(X) \cdot \text{var}(Y)}} \quad (2-11)$$

El cálculo habitual de la correlación, o correlación de Pearson, que conocemos se hace sustituyendo las varianzas y covarianzas de los valores de la muestra.

$$\rho(X, Y) = \frac{\sum_{t=1}^T (X_t - X)(Y_t - Y)}{\sqrt{\sum_{t=1}^T (X_t - X)^2} \sqrt{\sum_{t=1}^T (Y_t - Y)^2}} \quad (2-12)$$

En [3] se comenta que la correlación de Pearson es el estimador muy popular para la correlación lineal, pero no es robusto, ya que el valor de correlación puede ser cercano a cero, si hay la presencia de un valor atípico.

En [6] se resumen los siguientes problemas del coeficiente de correlación lineal de Pearson:

- ρ requiere la existencia de ambas varianzas.
- $\rho = 0$ no implica independencia. Sólo si X e Y forman una normal bivariada implicaría independencia.
- ρ es invariante en el caso de transformaciones estrictamente crecientes.
- Las distribuciones marginales y la correlación no determinan la distribución conjunta. Esto sólo es cierto si la distribución es normal bivariada.

Por otra parte [6] determina que para dos variables aleatorias, las propiedades deseadas para una medida de dependencia (δ) son:

- $\delta(X, Y) = \delta(Y, X)$
- $-1 \leq \delta(X, Y) \leq 1$
- $\delta(X, Y) = 1$ si X y Y son monótonas,
- $\delta(X, Y) = -1$ si X y Y no son monótonas
- Si T es estrictamente monótona, se tiene:

$$\delta(T(X), Y) = \begin{cases} \delta(X, Y), & T \text{ creciente} \\ -\delta(X, Y), & T \text{ decreciente} \end{cases}$$

La correlación de Pearson sólo satisface las dos primeras propiedades, por lo que no es una medida de correlación robusta. Existen otros tipos de medidas de correlación basadas en el rango, como el coeficiente Tau de Kendall y el coeficiente

Rho de Spearman, que satisfacen todas las propiedades citadas y que se verán en la sección siguiente.

La selección de una u otra función cópula C suele estar condicionada por la forma en que ésta establece la relación de dependencia entre las variables U y V , relación que es cuantificable de muchas formas, por ejemplo, el coeficiente de correlación $\delta(X, Y)$ que se mueve entre -1 y 1 , nos proporciona un indicador con el que valora la dependencia lineal que existe entre X e Y . Cuanto más próximo a 1 esté en valor absoluto, mayor es la relación lineal que vincula a las variables. Además, el signo de este coeficiente nos informa del “sentido” de la relación: si es positivo, X crece conforme crece Y , mientras que si es negativo, una y otra variable se mueven, de forma lineal, en sentido opuesto. El hecho de que $\delta(X, Y)$ valga 0 es representativo de ausencia de relación lineal entre X e Y , lo cual no quiere decir que no pueda existir algún otro tipo de relación (no lineal).

2.3.1 TAU DE KENDALL

Una medida de la asociación conocida como Tau de Kendall se define en términos de la concordancia. Para ilustrar el concepto supongamos dos observaciones de un vector (x, y) de variables aleatorias continuas. Decimos que (x_i, y_i) y (x_j, y_j) son concordantes si $x_i < x_j$ y $y_i < y_j$ o si $x_i > x_j$ y $y_i > y_j$.

Del mismo modo, se dice que (x_i, y_i) y (x_j, y_j) son discordantes si $x_i < x_j$ y $y_i > y_j$. Entendido el concepto podemos definir Tau de Kendall en términos de concordancia como:

Sea $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, \dots, (x_n, y_n)\}$ una muestra de variables aleatorias con n observaciones de un vector (X, Y) de variables aleatorias continuas. Existe $\binom{n}{2}$ pares distintos (x_i, y_i) y (x_j, y_j) de la muestra, donde cada par pueden ser concordantes o discordantes, si denotamos c como el número de pares concordantes y d como al número de pares discordantes. Entonces el coeficiente Tau de Kendall para una muestra se define como:

$$t = \frac{c - d}{c + d} = \frac{c - d}{\binom{n}{2}} \quad (2-13)$$

Equivalentemente al parámetro t determinado en el párrafo anterior, es una probabilidad de concordancia menos una probabilidad de discordancia para cada par de observaciones (x_i, y_i) y (x_j, y_j) escogidos aleatoriamente de la muestra, una definición popular del coeficiente Tau de Kendall viene dado por:

$$\tau = \tau_{x,y} = Pr[(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) > 0] - Pr[(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) < 0] \quad (2-14)$$

De forma empírica τ puede ser determinado por:

$$t = \frac{c - d}{c + d} = \frac{c - d}{\binom{n}{2}} \quad (2-15)$$

$$\rho = \frac{12}{[n]} \sum_{i=1}^n \left((x_i) - \frac{n+1}{2} \right) \left((y_i) - \frac{n+1}{2} \right) \quad (2-16)$$

Si C es una cópula asociada a una distribución F , se puede mostrar que:

$$\begin{aligned} \tau &= 4 \iint_{I^2} C \cdot dC - 1 = 4 \iint_{I^2} C(u, v) c(u, v) dudv - 1 = 4 * E \\ &= 4 * E[C(u; v)] - 1 \end{aligned} \quad (2-17)$$

Donde:

$c(u, v)$ es la densidad de la cópula.

2.3.2 RHO SPEARMAN

Como el coeficiente Tau de Kendall, la versión popular del Rho Spearman se basa también en la concordancia y discordancia. La medida se define como la relación de probabilidad de concordancia menos la probabilidad de discordancia para dos vectores $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2)$ que es un par de vectores con el mismo margen, sin

embargo, tiene una función de distribución H , pero los componentes de cada vector son independientes:

$$\rho = \rho_{X,Y} = 3(P[(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) > 0] - P[(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) < 0]) \quad (2-18)$$

De forma empírica ρ puede ser estimado por:

$$\rho = \frac{12}{n(n^2 - 1)} \sum_{i=1}^n \left((x_i) - \frac{n+1}{2} \right) \left((y_i) - \frac{n+1}{2} \right) \quad (2-19)$$

La Rho de Spearman se puede calcular utilizando la cópula entre las variables asociadas X e Y por:

$$\rho_S = 12 \iint_{I^2} C(u, v) dudv - 3 \quad (2-20)$$

Ambas medidas el Tau de Kendall y Rho de Spearman son medidas de probabilidad de concordancia entre variables aleatorias dadas las cópulas, sin embargo los valores de ρ y τ son diferentes ver [5].

En [5], se resume la relación entre ρ y τ a través de las siguientes relaciones:

$$\frac{3\tau - 1}{2} \leq \rho \leq \frac{1 + 2\tau - \tau^2}{2}, \quad \tau \geq 0 \quad (2-21)$$

$$\frac{\tau^2 + 2\tau - 1}{2} \leq \rho \leq \frac{1 + 3\tau}{2}, \quad \tau \geq 0 \quad (2-22)$$

Otras formas importantes de modelar las funciones de distribución de dependencia de distribuciones elípticas son las llamadas cópulas Arquimedianas. Este tipo de funciones de acoplamiento permiten crear distribuciones multivariadas.

Gran parte de la importancia de estas relaciones es su utilidad para determinar la cópula más adecuada de entre todas las pertenecientes a una misma familia paramétrica puesto que, por lo general, es fácil calcular el valor del parámetro a partir

del estimador muestral de estas medidas de asociación mediante las expresiones anteriores.

2.4 TIPOS DE CÓPULAS

Existen muchas funciones cópula y es difícil encontrar una clasificación de todas ellas dado que existen diversos criterios para hacerlo: en función de la dependencia o no de parámetros, de su soporte (continuo o discreto), del tipo de relación que reflejan (cópulas elípticas, cópulas de valor extremo, etc.).

Para nuestro caso utilizaremos las cópulas arquimedianas, debido a que permiten representar el comportamiento de series de datos no normales y su implementación es sencilla. En el Anexo A se presenta en forma más extensa una clasificación de las cópulas en función de lo mencionado en párrafos anteriores.

2.4.1 CÓPULAS ARQUIMEDIANAS

Existe una gran variedad de familias de cópulas que pertenecen a las arquimedianas y gracias a esta variedad permiten, a diferencia de las cópulas elípticas (simétricas) y de las de valor extremo (definidas para la dependencia en las colas), recoger muchas formas de dependencia; otra ventaja de estas cópulas es la facilidad con la que pueden ser construidas.

La cópula arquimediana construida a través del generador φ viene dada por:

$$C(u_1, \dots, u_p) = \varphi^{-1}(\varphi(u_1) + \dots + \varphi(u_p)) \quad (2-23)$$

Donde φ^{-1} es un generador inverso de φ . La condición para que exista la cópula es que el generador necesariamente debe ser una función monótona.

A continuación, se muestra cómo el generador determina el tipo de cópula arquimediana.

Ejemplos de cópulas bivariadas Arquimedianas:

Cópula Producto o Independiente:

$$\varphi(t) = -\ln t; \quad (2-24)$$

$$C(u,v) = u.v \quad (2-25)$$

Cópula de Clayton:

$$\varphi(t) = t^{-\theta} - 1; \quad \theta > 0 \quad (2-26)$$

$$C(u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{\frac{-1}{\theta}} \quad (2-27)$$

Cópula de Gumbel:

$$\varphi(t) = (-\ln t)^{\theta}; \quad \theta \geq 1 \quad (2-28)$$

$$C(u, v) = e^{\left\{-[(-\ln u)^{\theta} + (\ln v)^{\theta}]^{\frac{1}{\theta}}\right\}} \quad (2-29)$$

Cópula de Frank:

$$\varphi(t) = -\ln \frac{e^{-\theta t} - 1}{e^{-\theta} - 1}; \quad \theta \in \mathcal{R} \quad (2-30)$$

$$C(u, v) = -\frac{1}{\theta} \ln \left[1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{(e^{-\theta} - 1)} \right] \quad (2-31)$$

De manera que, con el fin de seleccionar la cópula, es suficiente identificar el generador $\varphi(t)$.

Existen muchas funciones de cópula predefinidas que son comúnmente utilizadas como las cópulas arquimedianas, cópulas elípticas, cópulas normales y muchas otras más. A continuación se presenta ejemplos gráficos de éstas superficies de cópulas correspondientes a las funciones de densidad.

La superficie de la cópula arquimediana tiene una fuerte densidad cerca del origen.

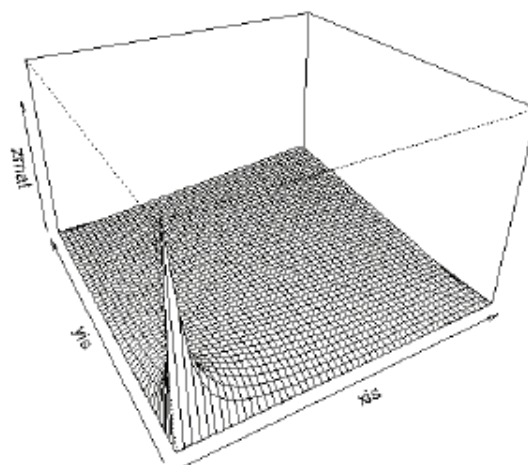


Figura 2-1 Superficie de la densidad de distribución de la cópula arquimediana
Fuente: K. y. F. Dowd, « Estimating VaR with Cópulas,» *Financiam*, 2004

La superficie de la cópula elíptica tiene una densidad de distribución alta en el origen y en $(1,1)$.

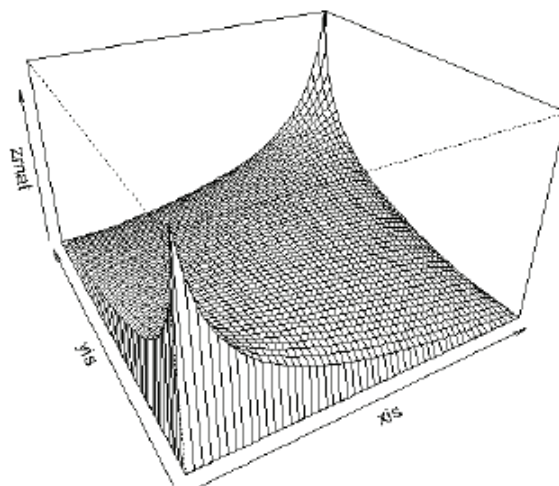


Figura 2-2 Superficie de la densidad de distribución de la cópula elíptica
Fuente: K. y. F. Dowd, « Estimating VaR with Cópulas,» *Financiam*, 2004

La función de la cópula normal es la más simple de todas las funciones de las cópulas, dado que $C(u, v) = uv$. Con una densidad de cero cerca de la x' y el eje y' , pero aumentan a medida que se aleja de los ejes, como se muestra en la Figura 2-3.

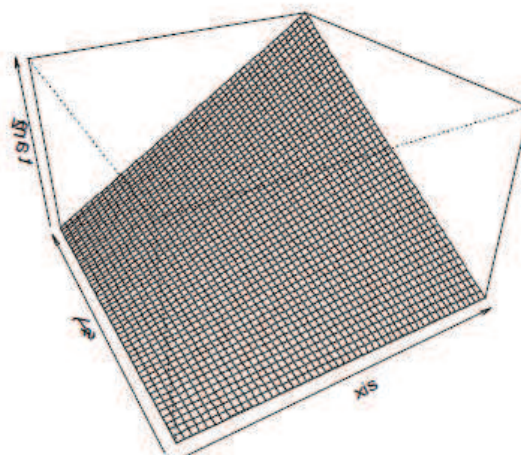


Figura 2-3 Superficie de la densidad de distribución de la cópula normal
Fuente: K. y. F. Dowd, « Estimating VaR with Cópulas,» *Financiamiento*, 2004

CAPÍTULO 3

DETERMINACIÓN DE RIESGOS FINANCIEROS MEDIANTE CÓPULAS

3.1 ADMINISTRACIÓN DE RIESGOS FINANCIEROS

Un riesgo financiero se define como la posibilidad de que se produzca un hecho generador de pérdidas que afecten el valor económico de las instituciones.

El riesgo constituye un factor consustancial en la actividad bancaria actual y se intuye que la existencia de un nivel óptimo de riesgo, deberá ser acorde con los propósitos de la entidad financiera.

Conforme a la Normativa de la Superintendencia de Bancos y Seguros, de acuerdo a la Administración de Riesgos (*Libro I.- Normas Generales para la aplicación de la Ley General de Instituciones del Sistema Financiero. Título X.- De la gestión y administración de riesgos. Capítulo I.- De la gestión integral y control de riesgos. Sección II. Administración de Riesgos*), las instituciones del sistema financiero tienen la responsabilidad de administrar sus riesgos, a cuyo efecto deben contar con procesos formales de administración integral de riesgos que permitan identificar, medir, controlar/mitigar y monitorear las exposiciones de riesgo que están asumiendo.

La administración de riesgos es el proceso mediante el cual las instituciones del sistema financiero identifican, miden, controlan/mitigan y monitorean los riesgos inherentes al negocio, con el objeto de definir el perfil de riesgo, el grado de exposición que la institución está dispuesta a asumir en el desarrollo del negocio y los mecanismos de cobertura, para proteger los recursos propios y de terceros que se encuentran bajo su control y administración.

Los riesgos inherentes presentes en la mayoría de las instituciones financieras son:

- **Riesgo de crédito.**- Es la posibilidad de pérdida debido al incumplimiento del prestatario o la contraparte en operaciones directas, indirectas o de derivados que conlleva el no pago, el pago parcial o la falta de oportunidad en el pago de las obligaciones pactadas.
- **Riesgo de mercado.**- Es la contingencia de que una institución del sistema financiero incurra en pérdidas debido a variaciones en el precio de mercado de un activo financiero, como resultado de las posiciones que mantenga dentro y fuera de balance.
- **Riesgo de tasa de interés.**- Es la posibilidad de que las instituciones del sistema financiero asuman pérdidas como consecuencia de movimientos adversos en las tasas de interés pactadas, cuyo efecto dependerá de la estructura de activos, pasivos y contingentes.
- **Riesgo de liquidez.**- Es la contingencia de pérdida que se manifiesta por la incapacidad de la institución del sistema financiero para enfrentar una escasez de fondos y cumplir sus obligaciones, y que determina la necesidad de conseguir recursos alternativos, o de realizar activos en condiciones desfavorables.
- **Riesgo operativo.**- Es la posibilidad de que se produzcan pérdidas debido a eventos originados en fallas o insuficiencia de procesos, personas, sistemas internos, tecnología, y en la presencia de eventos externos imprevistos.

Existen otras definiciones de riesgo tales como: riesgo de tipo de cambio, riesgo sistémico, riesgo legal, etc. Los riesgos asociados a una entidad financiera dependerán de la naturaleza de la misma y de la profundidad que se dé a la administración de riesgo. La Figura 3-1 muestra los diferentes tipos de riesgos a los que una entidad puede someterse.

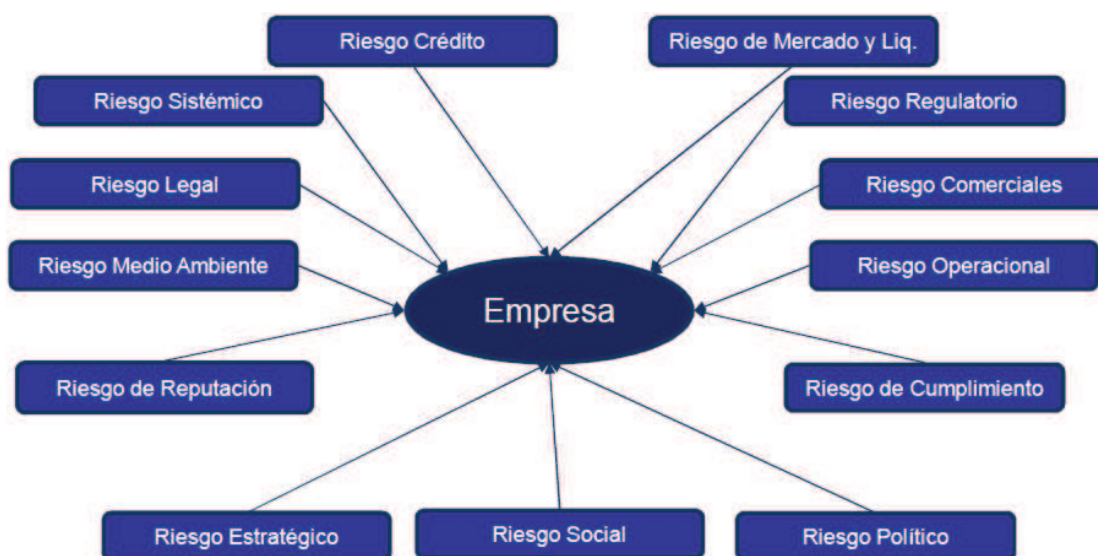


Figura 3-1 Riesgos inherentes a una entidad
 Fuente: ALIDE. Programa de Capacitación In House. Supervisión Bancaria y
 Gestión de Riesgos Financieros

3.1.1 ETAPAS DEL PROCESO DE LA ADMINISTRACIÓN DE RIESGOS

Una adecuada administración de riesgo como se mencionó anteriormente, debe tener claramente establecidos los puntos siguientes:

- Identificación
- Medición
- Control/Mitigación
- Monitoreo

Las prácticas internacionales reconocen para la gestión integral de riesgos, un proceso conformado por al menos estas cuatro etapas adecuadamente estructuradas, consistentes y continuas, llevadas a cabo para todos los riesgos inherentes a la actividad de una entidad financiera.

Asociadas a cada etapa, existen actividades a ser desarrolladas operativamente, entre ellas:

- Reconocer sucesos o eventos que, de presentarse, ocasionarán pérdidas a la entidad financiera.
- Determinar o estimar la posibilidad o probabilidad de ocurrencia de tales eventos.
- Estimar los montos de las potenciales pérdidas que podrían generar dichos sucesos.
- Ordenar y clasificar los sucesos, conforme la probabilidad de ocurrencia y el nivel de impacto en pérdidas que podrían ocasionar.
- Adoptar acciones preventivas para aminorar la probabilidad de ocurrencia de los eventos adversos, o minimizar las pérdidas en caso de materializarse los mismos.

En este marco, es trascendente que la entidad financiera cuente con sistemas de información y bases de datos, que posibiliten generar información oportuna y confiable tanto al Directorio u órgano equivalente y la Alta Gerencia, así como a las instancias de toma de decisiones de las áreas comerciales o de negocios.

A continuación se presenta una breve explicación del alcance de cada una de las etapas del proceso de gestión integral de riesgos.

3.1.1.1 Identificación

Se entiende por identificación al proceso de caracterización de los riesgos a los cuales está expuesta la entidad financiera. Generalmente, en esta etapa de identificación se construye la matriz de riesgos con los diferentes tipos de riesgo que amenazan a la entidad. Es muy importante que la identificación sea el resultado de un ejercicio participativo de directivos y ejecutivos, así como de los ejecutores de los procesos, desagregando a la organización preferiblemente en los siguientes

niveles¹³: área comercial o de negocios (front office), área de riesgos (middle office) y área de registro de la información (back office).

Como resultado de este proceso, se deben identificar los eventos adversos, las áreas expuestas a los riesgos y el posible impacto que ocasionaría a la entidad la materialización de tales eventos.

3.1.1.2 Medición

La etapa de medición comprende el proceso mediante el cual la entidad cuantifica sus niveles de exposición a los riesgos de crédito, de mercado, liquidez y operativo, considerando toda la gama de operaciones que realiza. Abarca también, la medición de la frecuencia e impacto de las pérdidas que podrían ocurrir, como consecuencia de la materialización de los eventos adversos inherentes a cada uno de dichos riesgos, pudiendo distinguirse entre pérdidas esperadas¹⁴ y pérdidas inesperadas atribuibles a cada tipo de riesgo.

3.1.1.3 Control/Mitigación

El control de riesgos se define como el conjunto de actividades que se realizan con la finalidad de disminuir la probabilidad de ocurrencia de un evento, que podría originar pérdidas. La entidad financiera debe establecer mecanismos de control que consideren todos los riesgos a los que se enfrenta.

La etapa de mitigación está constituida por las acciones realizadas o las coberturas implementadas por la entidad financiera, con la finalidad de reducir al mínimo las pérdidas incurridas, una vez materializados los sucesos o eventos adversos motivadores de riesgos.

¹³ Tomado de: Guías para la gestión del riesgo. Superintendencia de Bancos y Entidades Financieras de Bolivia. Julio 2008. Pag. 16-18.

¹⁴ Los términos pérdida esperada e inesperada, se describen en la siguiente sección.

3.1.1.4 Monitoreo

La labor de monitoreo debe involucrar a todas las instancias inmersas en la gestión de riesgos, y debe ser entendida como el establecimiento de procesos de control al interior de la entidad financiera, que ayuden a detectar y corregir rápidamente deficiencias en las políticas, procesos y procedimientos para gestionar cada uno de los riesgos. El alcance abarca todos los aspectos de la gestión integral de riesgos, considerando el ciclo completo y la naturaleza de los riesgos, así como el volumen, tamaño y complejidad de las operaciones de la entidad financiera.

Una de las etapas de interés del proceso de gestión de riesgo en la elaboración de esta tesis, es la etapa de medición. Esta etapa permite la cuantificación del riesgo a través de técnicas tanto estadísticas como matemáticas. Existen varias medidas de riesgo que permiten este objetivo; las más empleadas son: la desviación estándar y el VaR (Value at Risk).

Para el objetivo de esta tesis, nos enfocaremos al estudio del VaR a través de la teoría de cópulas descrita en el capítulo anterior, para cuantificar los riesgos financieros.

3.2 VALOR EN RIESGO (VaR)

El VaR se define como la máxima pérdida posible de una cartera de inversión durante cierto periodo de tiempo y una probabilidad dada, bajo condiciones normales de mercado.

Es una medida basada en el intervalo de confianza construido estadísticamente, suponiendo una distribución normal, con el propósito de estimar el riesgo de los portafolios o carteras de inversión con bases probabilísticas. La Figura 3-2 muestra gráficamente el VaR.

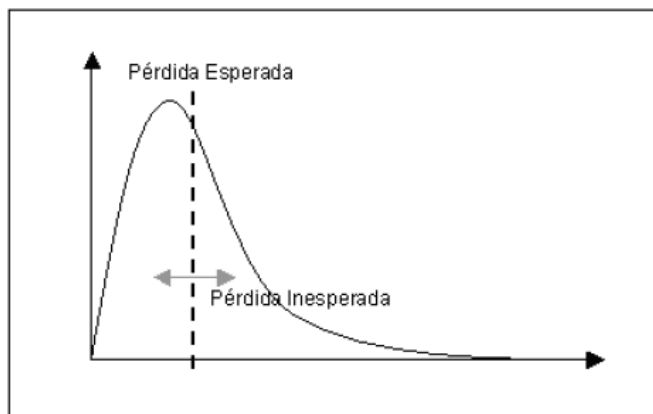


Figura 3-2 Representación gráfica del VaR

Para el VaR se han encontrado muchas ventajas en comparación con los métodos inicialmente utilizados para cuantificar el riesgo financiero. A continuación se detallan alguna de ellas:

1. Es una medida muy reconocida entre los operadores y reguladores a nivel mundial. Se ha convertido en un estándar en la industria financiera.
2. Aplicable a portafolios o carteras con instrumentos no lineales, tales como opciones, con distribuciones de pérdidas no necesariamente simétricas.
3. El VaR es una medida común de riesgo para diferentes posiciones y factores de riesgo. Puede ser aplicado a cualquier tipo de portafolio o cartera y permite comparar riesgos de diferentes portafolios ya sean de renta fija o variable. Los métodos tradicionales son más limitados. Las medidas de duración y convexidad aplican solamente a posiciones en renta fija. Las medidas griegas sólo son aplicables a posiciones en derivados.
4. El VaR permite agregar riesgos de diferentes posiciones teniendo en cuenta la forma en la cual se correlacionan entre sí los diferentes factores de riesgo, lo cual no es posible con algunas medidas tradicionales, por ser sensibles a la agregación de componentes de riesgo.

5. El VaR es holístico, ya que tiene en cuenta múltiples factores de riesgo. Muchas medidas tradicionales toman los factores de riesgo en forma individual, considerado uno a la vez, como ocurre con las griegas, o recurren a fuertes simplificaciones para sintetizar múltiples factores de riesgo en uno solo, como es el caso de las medidas de duración-convexidad y CAPM (Capital Asset Pricing Model). El VaR también es holístico en el sentido de que puede enfocarse no sólo sobre las componentes individuales del portafolio, sino también en el riesgo global del portafolio completo.
6. El VaR es probabilístico y le proporciona al gestor del riesgo información útil sobre las probabilidades asociadas con un monto específico de pérdidas.

El VaR se expresa en la unidad de medida más simple y fácil de entender en el contexto del riesgo financiero, esto es, pérdida en dinero. Otras medidas son expresadas en unidades mucho menos claras tales como período promedio del flujo de caja.

Entre las metodologías clásicas y bien conocidas para estimar el VaR son esencialmente:

- El método analítico (paramétrico) que utiliza la matriz de varianzas-covarianzas (MVC)
- El método de simulación histórica (MSH)
- El método de simulación Monte Carlo (MSMC).

Un concepto adicional empleado para la medición de los riesgos es el CVaR, conocido como VaR Condicionado conocido también como Deficiencia Media (Expected Shortfall) o Riesgo de cola (Tail VaR) [8]. Esta medida de riesgo ha sido aceptada por permitir disminuir problema de subaditividad y de convexidad [9] que presenta el VaR [10].

Según Artzner [10], el CVaR se trata de una “expectativa de pérdida condicionada a que se supere el nivel indicado por el VaR”.

El CVaR, para distribuciones continuas es también conocida por Mean Excess Loss. Por definición conceptual, para distribuciones continuas, el α -CVaR es la pérdida esperada que excede al α -VaR, en otras palabras, es el valor medio de las peores pérdidas. Para un $\alpha=0.99$, el CVaR será el promedio sobre el 1% de las peores pérdidas. En general para funciones de distribuciones de pérdidas (incluyendo distribuciones discretas) el CVaR se define como el promedio ponderado del VaR condicionado a las pérdidas que exceden a ésta medida.

3.3 CÁLCULO DEL VaR CON CÓPULAS

La principal crítica de los métodos tradicionales de cálculo de VaR se resume en el enfoque tradicional de asumir la normalidad de la distribución conjunta de los factores de riesgo, lo que implica la existencia de una correlación lineal entre los factores y una pequeña probabilidad de ocurrencia de eventos extremos; adoptar la normalidad puede llevar a sobrevalorar o infravalorar el cálculo del valor en riesgo (VaR) de un instrumento financiero.

Mediante la aplicación de la teoría de cópulas, tales suposiciones se pueden dejar de lado, ya que otros tipos de distribuciones de probabilidad y estructuras de dependencia pueden ser utilizados. Según [7], debido a la flexibilidad con la que la cópula se puede modelar, su aplicación en la gestión del riesgo financiero tiende a crecer.

Para tratar la dependencia de variables de riesgo, esta metodología es fiable, sobre todo en el caso de que la relación entre las variables no es lineal; éste procedimiento puede aplicarse a la teoría de valor extremo y en muchos otros problemas financieros, es decir, permite modelar rendimientos con distribuciones de forma más real.

A continuación se presentan los principales pasos a seguir para realizar el cálculo del VaR de una cartera compuesta por más de un factor de riesgo:

- a. Determinar las distribuciones marginales de los factores de riesgo.

- b. Elegir la cópula para la integración de las distribuciones marginales.
- c. Estimar los parámetros de los marginales y la cópula.
- d. Generar las variables aleatorias.
- e. Construir la distribución de los rendimientos de la cartera.
- f. Determinar del VaR como el percentil de la distribución generada de acuerdo con el nivel de confianza escogido.

Las cópulas se pueden aplicar en cualquier problema de riesgo bivariante o multivariante.

Varias son las aplicaciones de la teoría de cópulas en el mercado de la gestión de riesgos. En [11] se utiliza la teoría de cópulas para medir el VaR y Pérdidas Esperadas (ES) de una cartera de cuatro activos (tasa prefijada, tasa de cambio y los índices Bovespa y Dow Jones de la bolsa de valores de Brasil y EE.UU., respectivamente). Según el autor, la cópula muestra una buena alternativa a la gestión del riesgo, ya que permite crear distribuciones multivariantes sin que se impongan restricciones a las distribuciones marginales, además el modelo demostró ser superior a los modelos de VaR tradicionales ya que se obtienen resultados más realistas. Los principales problemas encontrados del modelo fueron lentitud y dificultad de convergencia.

CAPÍTULO 4

TEORÍA DE LÓGICA DIFUSA

4.1 ANTECEDENTES HISTÓRICOS

Los orígenes de la lógica difusa, no propiamente como teoría, tuvo sus primeros avistamientos con Aristóteles, quién consideraba que ya existían ciertos grados de veracidad y falsedad en varios eventos de sus estudios, al igual que Platón quién incluyó en varios de sus experimentos grados de pertenencia.

En el siglo XVIII, George Berkeley¹⁵ y David Hume¹⁶ describieron que el núcleo de un concepto atrae conceptos similares. Hume en particular, creía en la lógica del sentido común, el razonamiento basado en el conocimiento que la gente adquiere en forma ordinaria mediante vivencias en el mundo. Más adelante, Charles Sanders Peirce¹⁷, cuyas ideas se fundamentaron en los conceptos anteriores, fue el primero en considerar "vaguedades", más que falso o verdadero, como forma de acercamiento al mundo y a la forma en que la gente funciona.

La vaguedad es considerada como la imprecisión de los conceptos en el lenguaje natural, la falta de definición precisa de los términos lingüísticos usados para describir el mundo real.

A principios del siglo XX, Bertrand Russell¹⁸ introduce la idea de que la lógica produce contradicciones, estudia las vaguedades del lenguaje, concluyendo con precisión que la vaguedad es un grado.

¹⁵George Berkeley (1684-1753).- Filósofo y obispo anglicano irlandés. Precursor del idealismo.

¹⁶David Hume (1711-1776).- Filósofo, historiador y ensayista. Precursor de la ciencia cognitiva contemporánea y exponente del naturalismo filosófico.

¹⁷Charles Sanders Peirce (1839-1914).- Científico, filósofo y humanista. Fundador del pragmatismo y padre de la semiótica contemporánea entendida como teoría filosófica de la significación y de la representación.

¹⁸Bertrand Russell (1872-1970).- Filósofo, matemático, escritor, educador y divulgador. Realizó aportaciones innovadoras a los fundamentos de las matemáticas y al desarrollo de la lógica formal contemporánea, así como a la filosofía analítica. Sus aportaciones en relación con las matemáticas incluyen el descubrimiento de la paradoja Russell, su defensa del logicismo (la visión de que las matemáticas son, en algún sentido significativo, reducibles

La primera lógica de vaguedades fue desarrollada en 1920 por Jan Lukasiewicz¹⁹, quien visualizó los conjuntos con un posible grado de pertenencia con valores de 0 y 1, después los extendió a un número infinito de valores entre 0 y 1.

Y finalmente, en los años sesenta, Lofti Zadeh²⁰ en el año 1965, ingenió la lógica difusa, que combina los conceptos de la lógica tradicional y de los conjuntos de Lukasiewicz, mediante la definición de grados de pertenencia, fue quien asoció el término difuso²¹ a la vaguedad.

Zadeh, inició sus estudios con el principio de la incompatibilidad: *“Conforme la complejidad de un sistema aumenta, nuestra capacidad para ser precisos y construir instrucciones sobre su comportamiento disminuye hasta el umbral más allá del cual, la precisión y el significado son características excluyentes”*.

La lógica difusa permite a los sistemas trabajar con información que no es exacta, es decir, dicha información contiene un alto grado de imprecisión, contrario a la lógica tradicional que trabaja con información definida y precisa.

Lofti Zadeh, introdujo el concepto de conjunto difuso (Fuzzy Set). Este nuevo concepto no es más que la idea de que los elementos sobre los que se basa el pensamiento humano no son números sino etiquetas lingüísticas.

Esta idea es la que permite que se pueda representar el conocimiento, que es principalmente lingüístico de tipo cualitativo y no tanto cuantitativo, en un lenguaje matemático mediante los conjuntos difusos y funciones características asociadas a ello.

a la lógica formal), su introducción a la teoría de los tipos y su perfeccionamiento y divulgación de la lógica de primer orden o cálculo de predicados de primer orden.

¹⁹Jan Lukasiewicz (1878-1956).- Lógico y filósofo polaco. Fue profesor en Lvov y en Varsovia. Elaboró el primer sistema de lógica trivalente (1917) e hizo importantes investigaciones metalógicas.

²⁰Lofti Asker Zadeh (Nacido el 04 de febrero 1921).- Matemático, ingeniero eléctrico, informático y profesor azerbaiyano de la Universidad de Berkeley. Es famoso por introducir en 1965 la teoría de conjuntos difusos o lógica difusa. Se le considera asimismo el padre de la teoría de la posibilidad.

²¹Difuso.- Impreciso, borroso, poco claro, que no presenta contornos definidos.

Esto no quiere decir que exclusivamente se trabaje con números, este lenguaje nos permite trabajar con datos numéricos pero también con términos lingüísticos que aunque son más imprecisos que los números, muchas veces son más fáciles de entender para el razonamiento humano.

Tomando el ejemplo clásico de Zadeh, el conjunto de “*los hombres altos*”, se definirá informalmente un conjunto difuso.

“Según la teoría de lógica clásica al conjunto de hombres altos solo pertenecen los que miden más de una determinada altura y esa altura límite es 1,80 metros, así un hombre es considerado alto cuando mide por ejemplo 1,81 metros y uno bajo cuando mide 1,79 metros”. [8]

Esta definición de conjunto no expresa una razón muy lógica para catalogar a un hombre de alto o bajo, pues en dicho caso, la altura de uno a otro solo se diferencia en 2 centímetros.

Según la lógica difusa, el conjunto de “hombres altos” es un conjunto que no tiene una frontera clara que indique que se pertenece a ese grupo o no. El evaluar si un hombre es alto o bajo, se hace mediante una función que define la transición entre alto a bajo y para ello asigna a las distintas alturas un valor entre 0 y 1. Según sea este valor se considera que se pertenece al conjunto o no.

Así por ejemplo, si se considera que un hombre que mide 1,79 metros se puede decir que pertenece al conjunto de hombres altos con un grado de 0,75 (valor conforme a una función de pertenencia²² y que un hombre que mide 1,81 metros pertenece al conjunto de hombres altos con un grado de 0,8 (valor conforme a una función de pertenencia).

²² Función de pertenencia.- Es una función que emplea la lógica difusa para describir los grados de pertenencia a un conjunto. Más adelante se describirá esta función matemáticamente.

Gráficamente se obtendrá que la transición entre alto o bajo con la lógica difusa es una curva con cambios no bruscos mientras que con la lógica clásica, el paso de alto abajo o viceversa es brusco.

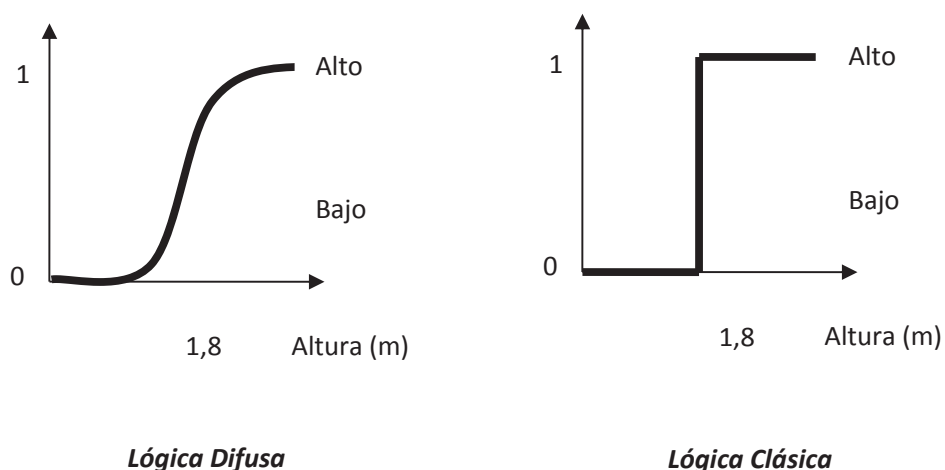


Figura 4-1 Lógica Difusa versus Lógica Clásica

Fuente: LÓGICA BORROSA. Tamara Benito Matías. Universidad Carlos III

Por tanto, según la lógica clásica un elemento pertenece o no pertenece al conjunto, sin embargo la lógica difusa lo que hace es poner un grado de pertenencia al conjunto.

4.2 CONJUNTOS CLÁSICOS Y CONJUNTOS DIFUSOS

En la teoría clásica de conjuntos, un conjunto universo puede definirse como toda la información posible de un problema dado y a su vez se pueden definir ciertos eventos dentro del universo de información, representados por conjuntos.

Definamos como U un conjunto universo y A es el conjunto o evento de interés definido dentro del universo. Gráficamente se muestra dicho conjunto tanto para la lógica clásica y la lógica difusa.

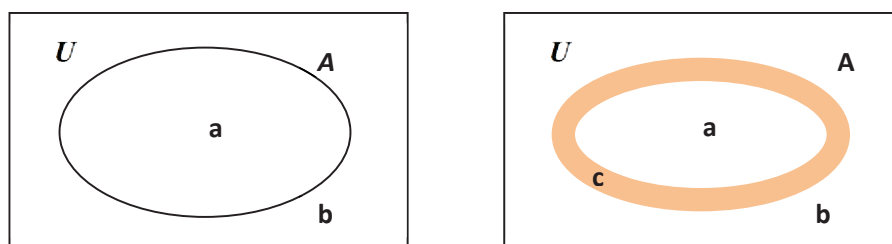


Figura 4-2 Conjunto Clásico y Conjunto Difuso

Como se ve, la diferencia entre un conjunto clásico y un conjunto difuso es su frontera.

En el primer caso está definido completamente y los elementos del universo U , pertenecen o no al conjunto A . Sin embargo en el conjunto difuso, existe una frontera c , que no está completamente definida, pero sabemos que los elementos del conjunto, entre más se acerquen al centro del conjunto es mayor su pertenencia. Si proponemos un valor de pertenencia de 1 para los que pertenecen y un 0 para los que no pertenecen, entonces los elementos dentro de la frontera tendrán que tener un valor entre este rango $[0, 1]$.

4.2.1 CONJUNTOS CLÁSICOS

Un conjunto se define genéricamente como la colección de elementos. Los elementos que forman parte de un conjunto tienen algún tipo de propiedad en común que les haga susceptibles de pertenecer al conjunto. El conjunto se lo representa con una letra mayúscula, tipo A, B, C, \dots , etc., y los elementos del mismo, se representan con una letra minúscula a, b, c, \dots , etc.

4.2.1.1 Función característica

El concepto de pertenencia o no de un elemento a un conjunto A puede expresarse numéricamente mediante una función característica.

Esta función asigna a cada elemento x del universo U , un dígito binario (1 ó 0) según x pertenezca o no al conjunto A .

$$\varphi_A: U \rightarrow \{0,1\} \quad \varphi_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in A \\ 0 & \text{si } x \notin A \end{cases} \quad (4-1)$$

Cualquier conjunto $A \subset U$ se puede definir por los pares que forman cada elemento x del universo y su función característica, expresándose de la siguiente forma:

$$A = \{(x, \varphi_A(x)) / x \in U\} \quad (4-2)$$

Por ejemplo, el conjunto $A = \{\text{números primos}\}$ se puede representar por su función característica:

$$\varphi_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{para } x \in \{\text{números primos}\} \\ 0 & \text{caso contrario} \end{cases} \quad (4-3)$$

4.2.1.2 Operaciones básicas entre conjuntos

Dados dos conjuntos cualesquiera A y B incluidos en U es posible definir un conjunto de operaciones básicas entre ellos.

Complemento: El complemento de A se denota por \bar{A} , y está formado por todos los elementos de U que no pertenecen a A (operador unario)²³.

$$x \in \bar{A}, \quad \text{si } x \notin A \quad (4-4)$$

Su función de característica será:

$$\varphi_{\bar{A}}(x) = 1 - \varphi_A(x) \quad (4-5)$$

Intersección: Se denota por $A \cap B$ y se define como el conjunto formado por aquellos elementos de U que pertenecen a A y a B simultáneamente:

$$x \in A \cap B \text{ si } x \in A \text{ y } x \in B \quad (4-6)$$

La función característica correspondiente es:

²³ Operador unario.- Aquel que requiere un solo argumento en el cálculo de un valor.

$$\varphi_{A \cap B}(x) = \min(\varphi_A(x), \varphi_B(x)) \quad (4-7)$$

Unión: Es el conjunto formado por aquellos elementos que pertenecen a A , o pertenecen a B , o bien a ambos simultáneamente. Se denota por $A \cup B$ y su función característica es:

$$\varphi_{A \cup B}(x) = \max(\varphi_A(x), \varphi_B(x)) \quad (4-8)$$

4.2.2 CONJUNTOS DIFUSOS

Un *conjunto difuso* es una función que asocia a cada objeto del universo un valor en el intervalo $[0,1]$.

Si x es un objeto en el universo U e $y=C(x)$ es el valor asociado a x , se dice que y es el *grado de pertenencia* del objeto x al conjunto difuso C . Mientras más cercano al 1 es el valor asociado a x , entonces mayor es la pertenencia (Zadeh, 1965).

Matemáticamente un conjunto difuso se define como:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) : x \in U, \mu_A(x) \in [0,1]\} \quad (4-9)$$

donde $\mu_A(x) = C(x)$ y U es el conjunto universo.

4.2.2.1 Función de pertenencia

La pertenencia o no de un elemento x al conjunto difuso A no es absoluta sino gradual, esta transición está caracterizada por *Funciones de Pertenencia* o de *Membresía*.

Un conjunto difuso puede definirse completamente por su función de pertenencia:

$$\begin{aligned} \mu_A : U &\rightarrow [0,1] \\ x &\rightarrow \mu_A(x) \end{aligned} \quad (4-10)$$

Donde $\mu_A : U \rightarrow [0,1]$ es la función de pertenencia y $\mu_A(x)$ es el grado de pertenencia de la variable x . Entre más cerca esté A del valor 1, mayor será la pertenencia del objeto x al conjunto A .

La función de pertenencia permite representar gráficamente un conjunto difuso. El eje x (abscisas) representa el conjunto universo y el eje y (ordenadas) los grados de pertenencia en el intervalo $[0,1]$.

Para definir un conjunto difuso, se puede utilizar cualquier función, sin embargo hay ciertas funciones que son más usadas por su simplicidad matemática, como las funciones tipo triangular, trapezoidal, parabólicas, gaussianas, etc., que se describirán más adelante.

4.2.2.2 Definiciones básicas sobre conjuntos difusos

Consideraremos $U \subset \mathbb{R}$ (números reales) para definir los siguientes conjuntos difusos.

4.2.2.2.1 Conjunto vacío

Se dice que un conjunto difuso A está vacío y se escribe $A = \emptyset$, si y sólo si

$$\mu_A(x) = 0, \quad \forall x \in U \quad (4-11)$$

4.2.2.2.2 Igualdad

Se dice que dos conjuntos difusos A y B definidos sobre el mismo universo U son iguales ($A = B$) si y sólo si:

$$\mu_A(x) = \mu_B(x), \quad \forall x \in U \quad (4-12)$$

4.2.2.2.3 Contención

Se dice que un conjunto difuso A definido en U está contenido en B , $A \subseteq B$, si y sólo si:

$$\mu_A(x) \leq \mu_B(x), \forall x \in U \quad (4-13)$$

4.2.2.2.4 Soporte

El soporte de un conjunto difuso A en U, es el conjunto no difuso

$$S_A = \{x \in U: \mu_A(x) > 0\} \quad (4-14)$$

$$y \quad \emptyset \subseteq S_A \subseteq U \quad (4-15)$$

4.2.2.2.5 Convexidad

El concepto de convexidad es de trascendencia en la teoría de conjuntos difusos. Las condiciones de convexidad se definen en referencia a la función de pertenencia.

Se dice que un conjunto difuso es convexo si:

$$\begin{aligned} \mu_A(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) &\geq \min \{ \mu_A(x_1), \mu_A(x_2) \} \\ \forall x_1, x_2 \in U \quad y \\ \forall \lambda \in [0,1] \end{aligned} \quad (4-16)$$

La Figura 4-3 muestra gráficamente un conjunto difuso convexo y un conjunto difuso no convexo.

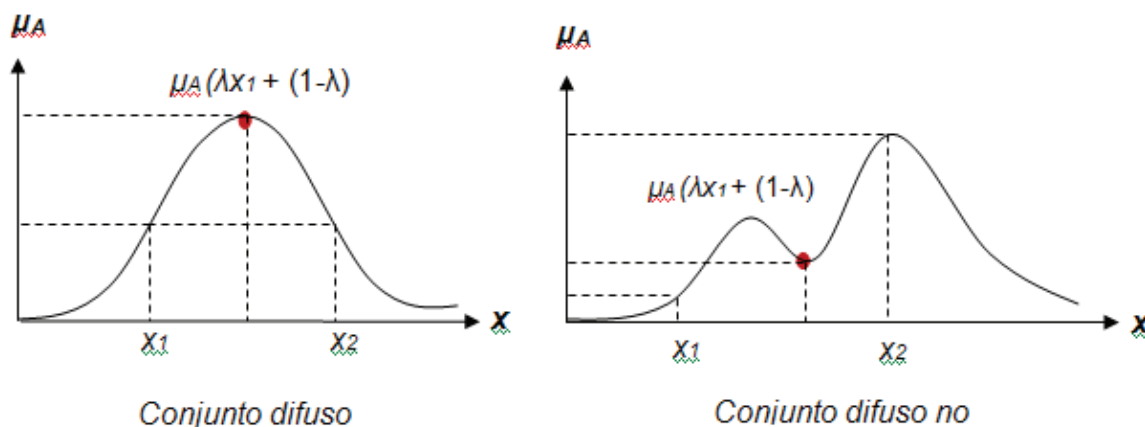


Figura 4-3 Conjunto difuso convexo y conjunto difuso no convexo

4.2.2.2.6 Cardinalidad

La cardinalidad de un conjunto difuso no es identificada como la cardinalidad de los conjuntos clásicos (número de elementos); tiene que ver con su tamaño. Para un conjunto difuso la cardinalidad para el caso discreto se define de la siguiente manera:

$$|A| = \sum_{x \in U} \mu_A(x) \quad (4-17)$$

Y para el caso continuo:

$$|A| = \int_U \mu_A(x) \quad (4-18)$$

En este caso, la cardinalidad se enfoca más bien al tamaño del área, que con el número de elementos del conjunto.

4.2.2.3 Operaciones entre conjuntos difusos

Las tres operaciones básicas definidas sobre los conjuntos clásicos (complemento, intersección y unión) pueden ser generalizadas a los conjuntos difusos de diversas formas.

La función de pertenencia es la componente fundamental de un conjunto difuso, a través de ellas se definen las operaciones básicas.

Dentro de la teoría de los conjuntos difusos, se definen tres operaciones básicas de relevancia conocidas como operaciones estándar.

Sean A y B dos conjuntos difusos, la expresión más sencilla de las operaciones básicas de conjuntos difusos se definen como:

a. Complemento

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad (4-19)$$

b. Intersección (min-intersección)

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad (4-20)$$

c. Unión (max-intersección)

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad (4-21)$$

No obstante, al contrario que pasa con los conjuntos clásicos, esta no es la única forma posible de definir estas operaciones; diferentes funciones pueden ser apropiadas para representarlas en diferentes contextos. Por tanto, no sólo las funciones de pertenencia de los conjuntos difusos van a ser dependientes del contexto sino también las operaciones sobre dichos conjuntos. El Anexo B describe otras formas de definir operaciones difusas.

La arbitrariedad a la hora de elegir los operadores de unión e intersección, pueden constituir una ventaja, pues permiten flexibilidad al abordar problemas con conceptos vagos.

4.2.2.4 α -cortes

Dado un número $\alpha \in [0,1]$ y un conjunto difuso A , definimos el α -corte de A como el conjunto A_α , cuya función característica se define como:

$$\varphi_{A_\alpha}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } \mu_A(x) \geq \alpha \\ 0 & \text{caso contrario} \end{cases} \quad (4-22)$$

En definitiva, el α -corte se compone de aquellos elementos cuyo grado de pertenencias supera o iguala el umbral α .

Hablamos de α -cortes estrictos si:

$$\varphi_{A_\alpha}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } \mu_A(x) > \alpha \\ 0 & \text{caso contrario} \end{cases} \quad (4-23)$$

Cualquier conjunto difuso A se puede representar mediante la unión de sus α -cortes de la siguiente manera:

$$\mu_A(x) = \max_{\alpha \in [0,1]} [\alpha \cdot \varphi_{A_\alpha}(x)] \quad (4-24)$$

Los α -cortes son de especial utilidad en el estudio de propiedades tales como la reflexividad, simetría y transitividad en conjuntos difusos y constituyen una manera directa de pasar de conjuntos difusos a conjuntos clásicos.

4.3 NÚMEROS DIFUSOS

Un conjunto difuso A en R^l , se llama número difuso si A es convexo y existe exactamente un punto, $M \in R^l$, con $\mu_A(M) = 1$ ($A_{\alpha=1} = M$).

Geométricamente, que A sea convexo, quiere decir que todos los α -cortes de A son intervalos cerrados en R^l . La función de pertenencia es creciente hasta llegar al punto en que $\mu_A(M) = 1$ y decreciente a partir de él.

La expresión lingüística de tal número difuso sería: “aproximadamente M ”.

Para mayor facilidad en el manejo de números difusos, se definen los números difusos tipo L-R (left-right) de la siguiente manera:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} L\left(\frac{M-x}{l}\right), & \text{si } x \leq M; l > 0 \\ R\left(\frac{x-M}{r}\right), & \text{si } x \geq M; r > 0 \end{cases} \quad (4-25)$$

Donde L y R son funciones decrecientes en R^+ , con $L(0)=R(0)=1$. M es llamado *valor central* del número difuso. L y R son, respectivamente, las *funciones de forma a izquierda* y *derecha*, mientras que l y r son, respectivamente, *la extensión, amplitud o dispersión a izquierda* y *derecha*.

Un intervalo difuso de tipo L - R es una generalización del concepto de número difuso que acabamos a ver:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} L\left(\frac{M_1 - x}{l}\right), & \text{si } x \leq M_1; l > 0 \\ 1 & \text{si } x \in [M_1, M_2] \\ R\left(\frac{x - M_2}{r}\right), & \text{si } x \geq M_2; r > 0 \end{cases} \quad (4-26)$$

El ejemplo 4.3. [11, pp. 32, 33], muestra la representación gráfica de un número e intervalo difuso.

Ejemplo 4.3.

Número difuso

Sea

$$L(x) = R(x) = \frac{1}{1 + x^2} \quad (4-27)$$

con $l = 2, r=4$ y $M=5$.

Por tanto, el número difuso quedará definido como:

$$\mu(x) = \begin{cases} L\left(\frac{5-x}{2}\right) = \frac{1}{1 + \left(\frac{5-x}{2}\right)^2}, & \text{para } x \leq 5 \\ R\left(\frac{x-5}{4}\right) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x-5}{4}\right)^2}, & \text{para } x \geq 5 \end{cases} \quad (4-28)$$

Intervalo difuso

Sea

$$L'(x) = R'(x) = \frac{1}{1 + x^2} \quad (4-29)$$

con $l = 1, r=3, M1=10$ y $M2=15$.

Así, el intervalo difuso quedará definido como:

$$\mu(x) = \begin{cases} L'(10-x) = \frac{1}{1+(10-x)^2}, & \text{para } x \leq 15 \\ 1, & \text{para } 10 \leq x \leq 15 \\ R'\left(\frac{x-15}{3}\right) = \frac{1}{1+\left(\frac{x-15}{3}\right)^2}, & \text{para } x \geq 15 \end{cases} \quad (4-30)$$

Gráficamente se tiene:

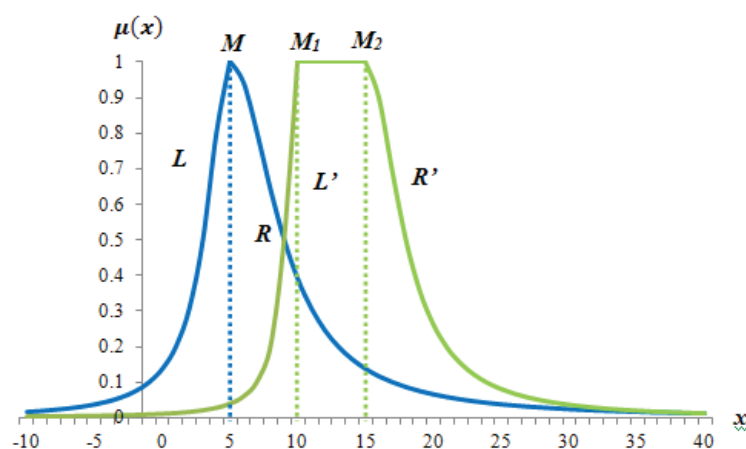


Figura 4-4 Número e intervalo difuso L-R

4.3.1 INTERVALOS DE CONFIANZA DIFUSOS

Usando la definición de función de pertenencia, se puede interpretar un número ordinario, $a \in \mathbb{R}$, de la siguiente forma:

$$\mu_a(x) = \begin{cases} 1, & \text{si } x = a \\ 0, & \text{si } x \neq a \end{cases} \quad (4-31)$$

Así, un intervalo de confianza en \mathbb{R} , similarmente, podemos expresarlo por medio de la función de pertenencia en la forma:

$$\mu_a(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x < a_1 \\ 1, & a_1 \leq x \leq a_3 \\ 0, & \text{si } x > a_3 \end{cases} \quad (4-32)$$

Por tanto, $A = [a_1, a_3]$ significa que el número presentado no puede ser menor que a_1 ni mayor que a_3 .

La condición de normalidad implica que:

$$\exists x \in \mathbb{R} : \mu_A(x) = 1 \quad (4-33)$$

mientras que la convexidad, se expresa con la condición de que los α -cortes $A_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}]$, están anidados, esto es:

$$(\alpha' < \alpha) \Rightarrow (a_1^{(\alpha')} \leq a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha')} \geq a_3^{(\alpha)}) \quad (4-34)$$

y si representamos el α -corte por $A_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}]$, la condición de convexidad implica:

$$(\alpha' < \alpha) \Rightarrow (A_\alpha \subset A_{\alpha'}) \quad (4-35)$$

Gráficamente se tiene:

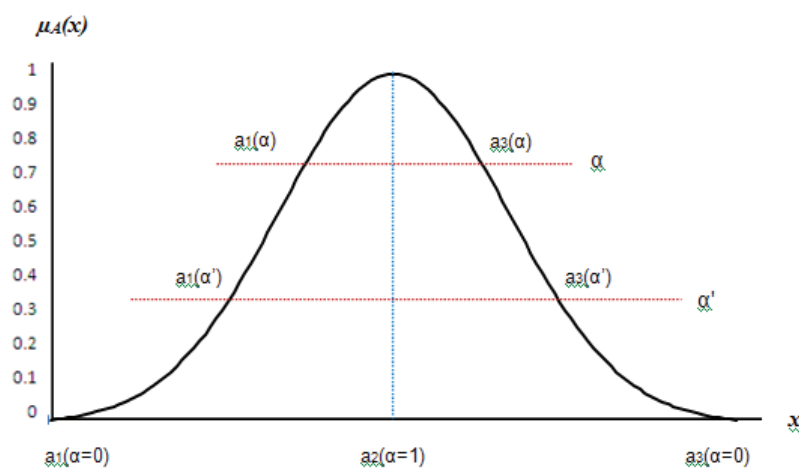


Figura 4-5 Número difuso normal y convexo con α -cortes

Fuente: [10, p. 35]

4.3.2 OPERACIONES ENTRE NÚMEROS DIFUSOS DEFINIDOS COMO INTERVALOS

Las operaciones aritméticas con números difusos, pueden ser definidas en función de la aritmética de los intervalos de confianza.

Supongamos que tenemos dos intervalos de confianza $A = [a_1, a_3]$ y $B = [b_1, b_3]$ con $a_1, a_3, b_1, b_3 \in \mathbb{R}$.

Por medio de la definición de número difuso como intervalo, se pueden realizar operaciones básicas como se describen a continuación:

1. Suma

$$[a_1, a_3] (+) [b_1, b_3] = [a_1 + b_1, a_3 + b_3] \quad (4-36)$$

2. Resta

$$[a_1, a_3] (-) [b_1, b_3] = [a_1 - b_1, a_3 - b_3] \quad (4-37)$$

3. Multiplicación

$$[a_1, a_3] (*) [b_1, b_3] = [\min(a_1 * b_1, a_1 * b_3, a_3 * b_3); \max(a_1 * b_1, a_1 * b_3, a_3 * b_3)] \quad (4-38)$$

Si el conjunto difuso está definido sobre \mathbb{R}^+ , se tiene que:

$$[a_1, a_3] (*) [b_1, b_3] = [a_1 * b_1, a_3 * b_3] \quad (4-39)$$

4. Multiplicación por un número real:

Un número real puede interpretarse como $a = [a, a]$, $a \in \mathbb{R}$, así:

$$a [b_1, b_3] = [\min(a * b_1, a * b_3); \max(a * b_1, a * b_3)] \quad (4-40)$$

5. Inverso

$$[a_1, a_3]^{-1} = [\min(1/a_1, 1/a_3); \max(1/a_1, 1/a_3)] \text{ excepto para } a_1 \leq 0 \leq a_3 \quad (4-41)$$

Si el conjunto difuso está definido sobre \mathbb{R}^+ , se tiene que: $[a_1, a_3]^{-1} = [1/a_3, 1/a_1]$

6. División

$$\begin{aligned} [a_1, a_3] (/) [b_1, b_3] &= [\min(a_1/b_1, a_1/b_3, a_3/b_1, a_3/b_3); \\ &\max(a_1/b_1, a_1/b_3, a_3/b_1, a_3/b_3)] \\ &\text{excepto para } a_1 \leq 0 \leq a_3 \end{aligned} \quad (4-42)$$

Si el conjunto difuso está definido sobre \mathbb{R}^+ , se tiene que

$$[a_1, a_3] (/) [b_1, b_3] = [a_1/b_3, a_3/b_1] \quad (4-43)$$

7. Mínimo

$$\min([a_1, a_3]; [b_1, b_3]) = [\min(a_1, b_1); \min(a_3, b_3)] \quad (4-44)$$

8. Máximo

$$\max([a_1, a_3]; [b_1, b_3]) = [\max(a_1, b_1); \max(a_3, b_3)] \quad (4-45)$$

Cada una de las operaciones antes mencionadas, pueden aplicarse directamente a números difusos, expresándolos en función de cada uno de sus α -cortes.

$$\begin{aligned} [a_1^\alpha, a_3^\alpha] (+) [b_1^\alpha, b_3^\alpha] &= [a_1^\alpha + b_1^\alpha, a_3^\alpha + b_3^\alpha] \quad \forall \alpha \in [0,1] \\ a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}, b_1^{(\alpha)}, b_3^{(\alpha)} &\in \mathbb{R} \end{aligned} \quad (4-46)$$

Estos resultados son válidos tanto para números difusos en \mathbb{N} y en \mathbb{Z} .

4.3.3 NÚMEROS DIFUSOS TRIANGULARES

Un número difuso triangular (NDT) es la versión más simple del concepto general de número difuso L-R. Las funciones L y R, son lineales. Este número

identifica una forma triangular definida por la terna $A = (a_1, a_2, a_3)$. Gráficamente, un número difuso triangular se representa como muestra la Figura 4-7.

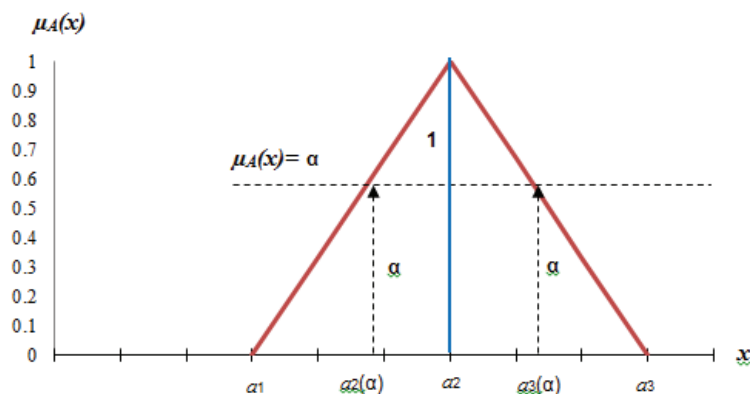


Figura 4-6 Número difuso triangular

La función de pertenencia para este número triangular es:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{x_1 - a_1}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq x_1 \leq a_2 \\ \frac{a_3 - x}{a_3 - a_2}, & a_2 \leq x_1 \leq a_3 \\ 0, & \text{caso contrario} \end{cases} \quad (4-47)$$

Los números difusos triangulares son, por su fácil manejo, los más usados en la práctica.

4.3.4 NÚMEROS DIFUSOS TRAPEZOIDALES

Los números difusos trapezoidales son representados por el concepto de intervalo difuso L-R. En este caso, las funciones L y R también son lineales y no se obtiene un punto cuando $\alpha=1$, sino una línea horizontal sobre un intervalo (a_2, a_3) . La forma de un número difuso trapezoidal, puede ser representado por un cuádruple $A = (a_1, a_2, a_3, a_4)$. La Figura 4-8 muestra la forma de un número difuso trapezoidal.

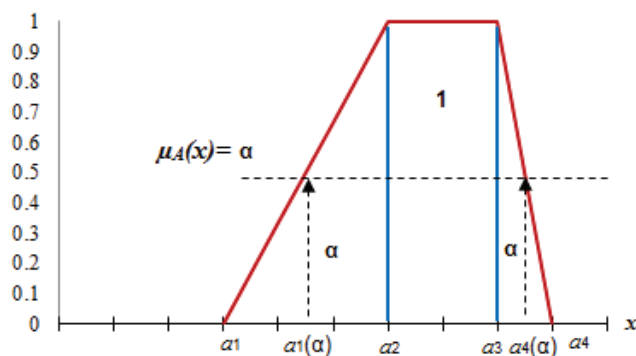


Figura 4-7 Número difuso trapezoidal

Adicionalmente, em termos de intervalos de confiança de nível α , se tiene:

$$A_\alpha = [a_1 + (a_2 - a_1)\alpha, a_4 - (a_4 - a_3)\alpha] \quad (4-48)$$

La función de pertenencia de un número difuso trapezoidal viene dada por la expresión:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & x < a_1 \\ \frac{x - a_1}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq x \leq a_2 \\ 1, & a_2 \leq x \leq a_3 \\ \frac{a_4 - x}{a_4 - a_3}, & a_3 \leq x \leq a_4 \\ 0, & x > a_4 \end{cases} \quad (4-49)$$

Un número difuso triangular, se interpreta también como un número difuso trapezoidal con $a_2 = a_3$.

4.3.5 NÚMEROS DIFUSOS POLIGONALES

Los números difusos poligonales son una generalización de los conceptos anteriores. Se puede generar un número difuso poligonal de tal forma que no complique su manipulación y sean de utilidad práctica.

Puede ser representado como un ordenamiento de números naturales $A = (a_1, a_2, a_3, a_{M1}, a_{M2}, a_6)$ con $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a_{M1} \leq a_{M2} \leq a_6$.

Gráficamente, un número difuso poligonal, se muestra en la Figura 4-9.

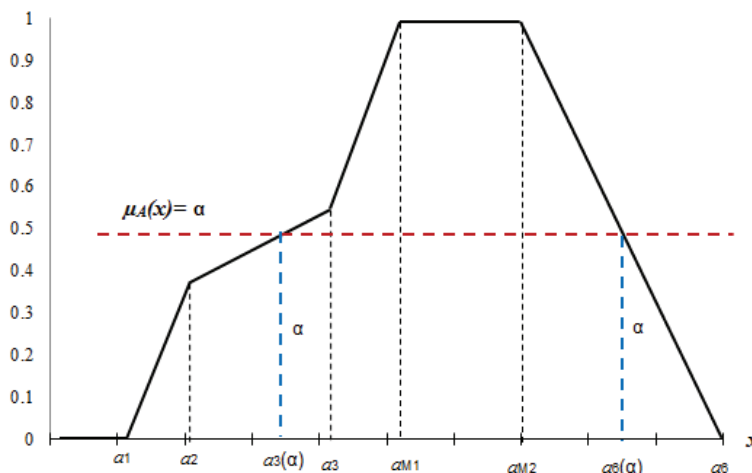


Figura 4-8 Número difuso poligonal

Fuente: [11, p. 39]

4.3.6 OPERACIONES CON NÚMEROS DIFUSOS

No todas las operaciones aritméticas básicas entregan como resultado un número difuso. En el caso de la suma, la resta, el complemento y el producto por un escalar de números difusos, dan como resultado otro número difuso, más la multiplicación, inverso, división, máximo y mínimo, no necesariamente arrojan un número difuso.

A continuación detallamos las operaciones básicas que entregan un número difuso como resultado, para cada tipo de número difuso.

4.3.6.1 Operaciones aritméticas con números difusos

A continuación, se describen alguna de ellas.

Para ilustrar las distintas operaciones, definimos A y B , como dos números difusos triangulares, $A = (a_1, a_2, a_3)$ y $B = (b_1, b_2, b_3)$.

1. Suma : $A(+)B = (a_1, a_2, a_3) (+) (b_1, b_2, b_3) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$

2. Resta: $A (-) B = (a_1, a_2, a_3) (-) (b_1, b_2, b_3) = (a_1 - b_3, a_2 - b_2, a_3 - b_1)$

3. Producto de un escalar k por un número difuso triangular:

$$k \cdot A = (ka_1, ka_2, ka_3) \text{ para } k \text{ positivo}$$

4. Complemento: $A^- = (-a_3, -a_2, -a_1)$

Para el caso de los números difusos trapezoidales, tenemos

Sean $A = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ y $B = (b_1, b_2, b_3, b_4)$ dos números difusos trapezoidales.

5. Suma: $A (+) B$

$$(a_1, a_2, a_3, a_4) (+) (b_1, b_2, b_3, b_4) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3, a_4 + b_4)$$

6. Resta: $A (-) B$

$$(a_1, a_2, a_3, a_4) (-) (b_1, b_2, b_3, b_4) = (a_1 - b_4, a_2 - b_3, a_3 - b_2, a_4 - b_1)$$

7. Producto de un escalar k por un número difuso trapezoidal:

$$k \cdot A = (ka_1, ka_2, ka_3, ka_4) \text{ para } k \text{ positivo}$$

8. Complemento: A^-

$$(-a_4, -a_3, -a_2, -a_1)$$

4.3.7 MÍNIMO DE DOS NÚMEROS DIFUSOS

Para definir el mínimo de dos números difusos, se lo hará a través de sus α -cortes.

Sean A y B dos números difusos continuos en \mathbb{R} , con $A_\alpha = [a_1(\alpha), a_2(\alpha)]$ y $B_\alpha = [b_1(\alpha), b_2(\alpha)]$, $\alpha \in [0, 1]$, sus respectivos intervalos de confianza.

Se define como mínimo entre dos números difusos como:

$$\min(A, B) = A (\wedge) B \tag{4-50}$$

En función de sus α -cortes:

$$\min(A_\alpha, B_\alpha) = [a_1(\alpha), a_2(\alpha)] (\wedge) [b_1(\alpha), b_2(\alpha)] = [\min\{a_1(\alpha), b_1(\alpha)\}, \min\{a_2(\alpha), b_2(\alpha)\}] \tag{4-51}$$

Ejemplo 4.4:

[11, pp. 43, 44]

Sean $A=(1,5,6)$ y $B=(2,3,7)$

$A_\alpha = [4\alpha+1, -\alpha+6]$ y $B_\alpha = [\alpha+2, -4\alpha+7]$, el mínimo de A y B resulta:

$$\min(A_\alpha, B_\alpha) = [\min\{4\alpha+1, \alpha+2\}, \min\{-\alpha+6, -4\alpha+7\}]$$

Gráficamente, se tiene:

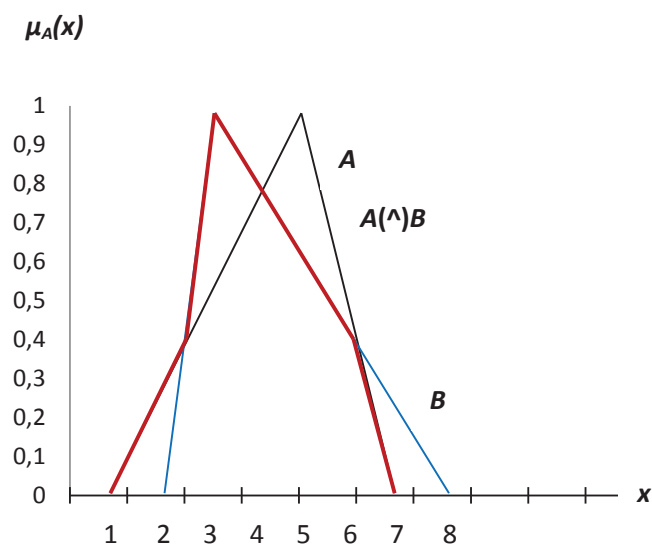


Figura 4-9 Mínimo entre dos números difusos

Partiendo de dos números difusos triangulares, el mínimo de los mismos, no entrega otro número difuso triangular, sino un número difuso poligonal.

4.3.8 MÁXIMO DE DOS NÚMEROS DIFUSOS

Similarmente al mínimo de dos números difusos, sean A y B dos números difusos continuos en \mathbb{R} , con $A_\alpha = [a_1(\alpha), a_2(\alpha)]$ y $B_\alpha = [b_1(\alpha), b_2(\alpha)]$, $\alpha \in [0,1]$, sus respectivos intervalos de confianza.

Se define como máximo entre dos números difusos como:

$$\max(A,B) = A \vee B$$

En función de sus α -cortes:

$$\max(A_\alpha, B_\alpha) = [a_1(\alpha), a_2(\alpha)] \wedge [b_1(\alpha), b_2(\alpha)] = [\max\{a_1(\alpha), b_1(\alpha)\}, \max\{a_2(\alpha), b_2(\alpha)\}]$$

Ejemplo 4.5:

[11, pp. 41, 42]

Sean $A=(1,5,6)$ y $B=(2,3,7)$

$A_\alpha = [4\alpha+1, -\alpha+6]$ y $B_\alpha = [\alpha+2, -4\alpha+7]$, el máximo de A y B resulta:

$$\max(A_\alpha, B_\alpha) = [\max\{4\alpha+1, \alpha+2\}, \max\{-\alpha+6, -4\alpha+7\}]$$

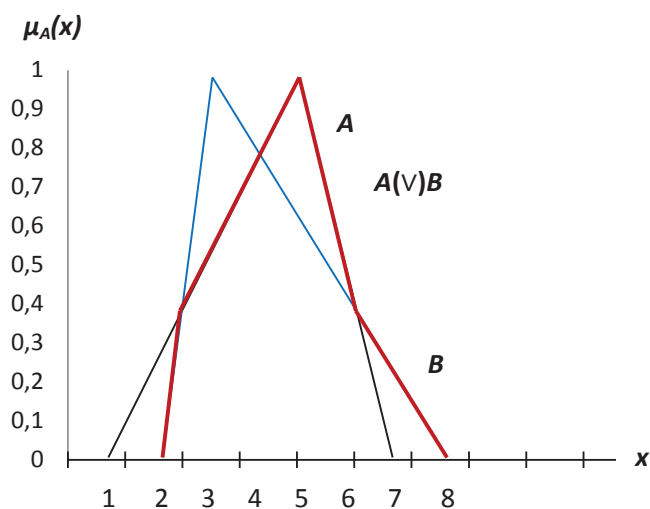


Figura 4-10 Máximo entre dos números difusos

Similarmente al mínimo de dos números difusos triangulares, el resultado es un número difuso poligonal.

4.3.9 DISTANCIA ENTRE DOS NÚMEROS DIFUSOS

Para la definición de la distancia entre dos números difusos consideremos lo siguiente:

Sean $A = [a_1, a_2]$, $B = [b_1, b_2]$ y $C = [c_1, c_2]$ intervalos de confianza en \mathbb{R} y una función numérica, $d(x,y) \in \mathbb{R}$ con $(x,y) \in E \times E$, es una distancia si y sólo si $\forall x,y,z \in E$, se cumple que:

- i. $d(x,y) \geq 0$
- ii. $(x=y) \Rightarrow d(x,y)=0$
- iii. $d(x,y)=d(y,x)$
- iv. $d(x,z) \leq d(x,y) \oplus d(y,z)$

Se define además, distancia a la izquierda d_i y la distancia a la derecha d_d :

$$d_i(A,B) = |a_1 - b_1| \quad d_d(A,B) = |a_2 - b_2| \quad (4-52)$$

las dos distancias cumplen con las condiciones anteriores.

Conforme Kaufman y Gugta [12], la distancia entre A y B , $d(A,B)$ se conceptualiza como:

$$d(A,B) = d_i(A,B) + d_d(A,B) \quad (4-53)$$

Considerando que los tres intervalos de confianza son subconjuntos del intervalo $[\beta_1, \beta_2] \subset \mathbb{R}$, se define una distancia normalizada:

$$\delta(A,B) = d(A,B)/2(\beta_2 - \beta_1) \quad \text{con } 0 \leq \delta(A,B) \leq 1 \quad (4-54)$$

ya que si $a_1 = b_1$ y $a_2 = b_2$, su valor será cero y si $a_1 - b_1 = a_2 - b_2 = \beta_2 - \beta_1$, que es el valor máximo que puede tomar el numerador, entonces su valor da 1.

Para sus α -cortes se tiene que:

$$\delta(A_\alpha, B_\alpha) = d(A_\alpha, B_\alpha)/2(\beta_2 - \beta_1) \quad (4-55)$$

donde:

β_1 y β_2 de tal forma que contengan a $A_{\alpha=0}$ y $B_{\alpha=0}$.

Índice de disimilitud

Con una integración desde $\alpha=0$ hasta $\alpha=1$, se obtiene una distancia mediante la suma de distancias que satisfacen la condición de estar comprendida entre 0 y 1 y que será:

$$\begin{aligned}\delta(A, B) &= \int_{\alpha=0}^1 \delta(A_\alpha, B_\alpha) d\alpha = \left(\frac{1}{2}\right) (\beta_2 - \beta_1) \int_{\alpha=0}^1 \delta(A_\alpha, B_\alpha) d\alpha \\ &= \left(\frac{1}{2}\right) (\beta_2 - \beta_1) \int_{\alpha=0}^1 (|a_1(\alpha) - b_1(\alpha)| + |a_2(\alpha) - b_2(\alpha)|) d\alpha\end{aligned}\tag{4-56}$$

Esta expresión da la distancia entre dos números difusos y se denomina *índice de disimilitud* entre A y B .

Ejemplo 4.6 ([10])

Sean A y B dos números difusos triangulares con las siguientes funciones de pertenencia:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{8}, & 2 \leq x \leq 10 \\ \frac{x+13}{3}, & 10 \leq x \leq 13 \\ 0, & \text{caso contrario} \end{cases}\tag{4-57}$$

$$\mu_B(x) = \begin{cases} \frac{x-5}{2}, & 5 \leq x \leq 7 \\ \frac{15-x}{8}, & 7 \leq x \leq 15 \\ 0, & \text{caso contrario} \end{cases}\tag{4-58}$$

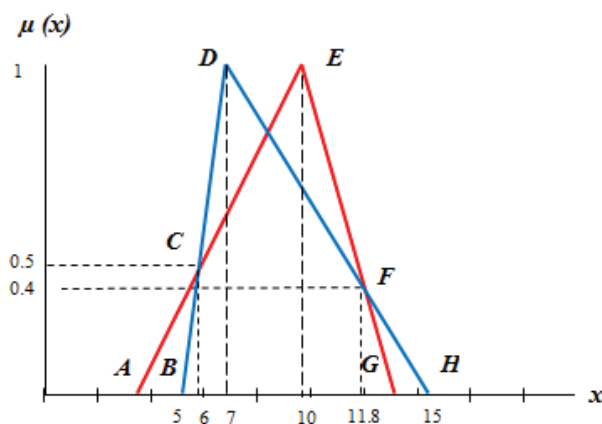


Figura 4-11 Distancia entre dos números difusos (índice de disimilitud)

La integración para $\alpha \in [0,1]$ requiere los puntos de intersección de las funciones L y D de ambos números difusos. Los α -cortes de $A = (2, 10, 13)$ y de $B = (5, 7, 15)$ son:

$$A_\alpha = [2+8\alpha, 13-3\alpha] \text{ y } B_\alpha = [5+2\alpha, 15-8\alpha]$$

y las intersecciones serán:

$$\text{L: } 2+8\alpha = 5+2\alpha, \text{ cuya solución es } \alpha=0.5 \text{ y } x=6.$$

$$\text{R: } 13-3\alpha = 15-8\alpha, \text{ cuya solución es } \alpha=0.4 \text{ y } x=11.8$$

Así se tiene que:

$$a_1(\alpha) - b_1(\alpha) = 2+8\alpha-5-2\alpha$$

$$a_2(\alpha) - b_2(\alpha) = 13-3\alpha-15+8\alpha$$

Para la integración, tenemos:

$$\int_0^{0.5} (-3 + 6\alpha) d\alpha + \int_{0.5}^1 (6\alpha - 3) d\alpha + \int_0^{0.4} (-2 + 5\alpha) d\alpha + \int_{0.4}^1 (5\alpha - 2) d\alpha = 2.8 \quad (4-59)$$

Con $\beta_1=2$ y $\beta_2=15$, se tiene:

$$\delta(A, B) = \left[\frac{1}{2(15 - 2)} \right] (2.8) = 0.1 \quad (4-60)$$

Con números difusos triangulares, calcular la distancia es más sencillo, únicamente se suma las áreas de los triángulos siguientes:

$$ABC + CDE + DEF + FGH = 3 * \frac{0.5}{2} + 3 * \frac{0.5}{2} + 3 * \frac{0.6}{2} + 2 * \frac{0.4}{2} = 2.8 \quad (4-61)$$

CAPÍTULO 5

SISTEMAS DE CONTROL DIFUSO

Este capítulo presenta la descripción, formación y uso de los sistemas de control difuso.

5.1 VARIABLES LINGÜÍSTICAS

Una variable lingüística es una variable cuyos valores son palabras o sentencias que se enmarcan en un lenguaje natural o predeterminado. Cada una de estas palabras o términos se conoce como “*etiqueta lingüística*” y se representa por medio de un conjunto difuso definido sobre el universo de la variable. Por ejemplo, la calificación de riesgo de un cliente puede definirse como “Normal”, “Potencial”, “Deficiente”, “Dudoso recaudo”, o “Pérdida”. Cada uno de estos términos es una etiqueta lingüística que puede definirse como un conjunto difuso. La Figura 5-1 muestra los conjuntos difusos respectivos del ejemplo.

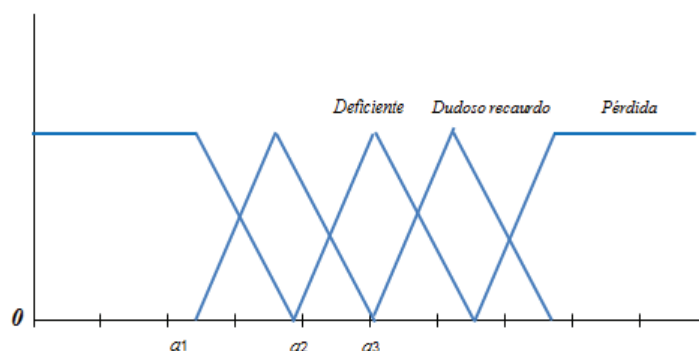


Figura 5-1 Variable lingüística: Calificación de riesgo

Formalmente, una variable lingüística se define como un conjunto de cinco elementos $(x, U, A(x), G, M)$, donde:

x es el nombre de la variable lingüística.

U es el conjunto universo, el dominio en el que opera.

$A(x)$ es el conjunto de términos o niveles que puede tomar x .

G es una gramática que genera las etiquetas de $A(x)$: “Normal”, “Potencial”, “Deficiente”, “Dudoso recaudo”, o “Pérdida”.

M es una regla semántica que asocia cada elemento de $A(x)$ con un conjunto difuso en U de entre todos los posibles.

5.1.1 CARACTERÍSTICAS DE LAS VARIABLES LINGÜÍSTICAS

Las características que emplean las variables lingüísticas son las siguientes:

1. Permiten comprimir información, puesto que una etiqueta incluye muchos valores posibles. Este efecto de comprimir información se denomina: granulación.
2. Son un medio para trasladar conceptos lingüísticos a conceptos numéricos que pueden ser tratados automáticamente.
3. Capturan medidas de incertidumbre ajustándose a la realidad mucho más que las variables nítidas.

5.2 MODIFICADORES LINGÜÍSTICOS

Un modificador lingüístico, es una operación que transforma el significado de un término, en este caso, cambia el significado de un conjunto difuso. Por ejemplo, si se tiene un conjunto difuso que define el nivel de morosidad alta, así el nivel de morosidad sumamente alta, el nivel de morosidad muy alta, etc., son modificadores aplicados al conjunto mencionado.

Técnicamente un modificador lingüístico es un operador inyectivo aplicado a un conjunto difuso:

$$m: [0,1] \rightarrow [0,1] \quad (5-1)$$

Sea $x \in U$ y A un conjunto difuso con la función de pertenencia $\mu_A(x)$. Se denota al conjunto modificado por $m(A)$, cuya función de pertenencia es $\mu_{mA}(x)$.

Entre los operadores más usados tenemos:

1. Concentración

$$\mu_{con(U)}(x) = [\mu_U(x)]^2 \quad (5-2)$$

2. Dilatación

$$\mu_{dil(U)}(x) = [\mu_U(x)]^{1/2} \quad (5-3)$$

Gráficamente, sobre un conjunto difuso con función trapezoidal se tiene:

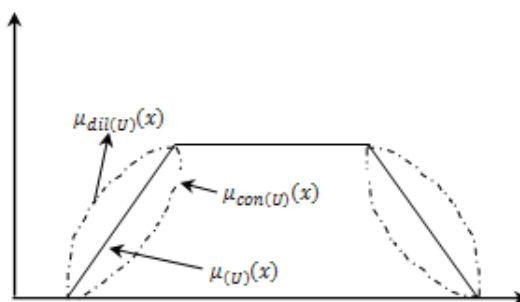


Figura 5-2 Modificadores aplicados a un número difuso trapezoidal

A más de cambiar la forma de las funciones de pertenencia, algunos modificadores también cambian la posición de los conjuntos sobre el eje de las ordenadas.

La Figura 5-3 muestra el ejemplo del modificador “*muy*” sobre el conjunto difuso “*grande*”, este hace que el conjunto se desplace hacia la derecha.

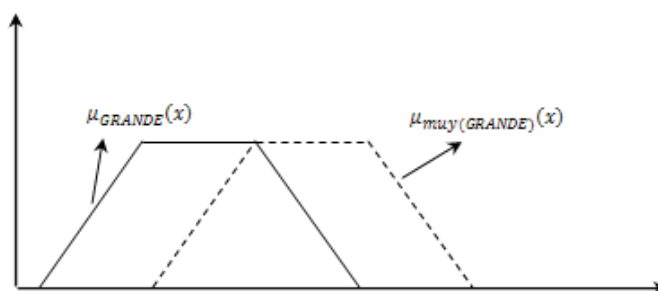


Figura 5-3 Modificador “muy” aplicado sobre el conjunto grande

5.2.1 CARACTERÍSTICAS DE LOS MODIFICADORES

1. Si $m(A) < A$, el modificador m se denomina modificador fuerte.
2. Si $m(A) > A$, el modificador m se denomina modificador débil.
3. $m_a(A) = A^a$, $a \in \mathbb{R}^+$, $a \in [0, 1]$

- Si $a < 1$, el modificador es débil

- Si $a > 1$, el modificador es fuerte

5.2.2 PROPIEDADES DE LOS MODIFICADORES

1. $m(0)=0$, $m(1)=1$
2. m es una función continua
3. si m es fuerte m^{-1} es débil
4. Dado otro modificador n , cualquier composición de m con n y viceversa es un modificador

El uso de modificadores lingüísticos evitan la ambigüedad y permiten obtener un amplio conjunto de términos compuestos que aumentan la potencia descriptiva de la variable lingüística.

5.3 RELACIONES DIFUSAS: OPERADORES LÓGICOS

Las operaciones unión, intersección y complemento, expuestas en el capítulo anterior operan en un único universo de discurso. Existen otras operaciones que permiten productos de más de un universo de discurso como el producto cartesiano.

5.3.1 PRODUCTO CARTESIANO

Sean U y V dos universos de discurso cualesquiera. Se define una relación R entre U y V como un conjunto difuso cuyo universo es el producto cartesiano $U \times V$.

Formalmente, se tiene:

$$R = \{ ((x, y), \mu_R(x, y)) / (x, y) \in U \times V \} \quad (5-4)$$

$$\mu_R : U \times V \rightarrow [0,1]$$

Si $A_1 \subset U$ y $A_2 \subset V$, y si se define el producto cartesiano de A_1 y A_2 como:

$$\mu_{A_1 \times A_2}(x, y) = \min(\mu_{A_1}(x), \mu_{A_2}(y)) \quad (5-5)$$

Gráficamente se tiene:

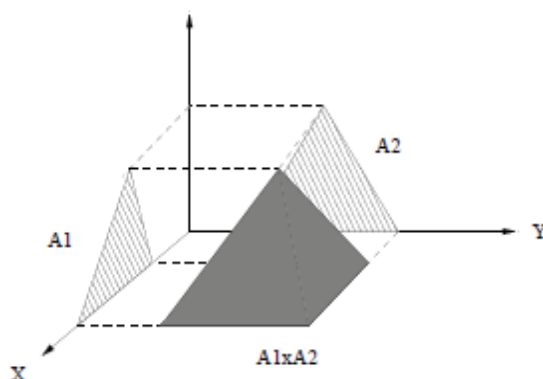


Figura 5-4 Producto cartesiano de dos universos de discurso
Fuente: [9]

5.3.2 OPERADOR CONECTIVO “AND” (“Y”)

Si se tiene dos conjuntos difusos $A \subset U$ y $B \subset V$, y un par $(x,y) \in U \times V$, el conectivo “AND” nos indica en qué medida $x \in A$ e $y \in B$ se puede implementar mediante la siguiente relación difusa:

$$\mu_{AND}(x,y) = \min(\mu_A(x), \mu_B(y)) \quad (5-6)$$

Esta descripción es similar a la de la intersección de dos conjuntos difusos, la variación es que la operación de intersección se define para conjuntos en el mismo universo de discurso, mientras que el conectivo “AND” trabaja en dos universos distintos.

Es frecuente definir al conectivo “AND” mediante cualquier t-norma y no sólo mediante el empleo del mínimo.

5.3.3 OPERADOR CONECTIVO “OR” (“O”)

El conectivo “OR”, define en qué medida $x \in A$ ó $x \in B$, mediante la siguiente relación difusa:

$$\mu_{OR}(x,y) = \max(\mu_A(x), \mu_B(y)) \quad (5-7)$$

5.3.4 OPERADOR IMPLICACIÓN “THEN” (“ENTONCES”)

En Lógica Difusa hay muchas maneras con las que puede definirse una implicación. De igual manera, para este operador se buscan realizaciones como operaciones entre antecedentes y consecuentes.

Las funciones de más fácil implementación son las funciones de implicación de Mandani (mínimo) y la de Larsen (producto), detalladas a continuación:

$$\mu_M(x,y) = \min(\mu_A(x), \mu_B(y)) \quad \text{Mamdani} \quad (5-8)$$

$$\mu_P(x,y) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(y) \quad \text{Larsen} \quad (5-9)$$

Cuando μ_A y μ_B no toman nada más que valores 0 y 1, las definiciones anteriores son compatibles con la implicación de la lógica clásica (correspondiendo 0 al valor de falsedad y 1 al de verdad).

5.4 COMPOSICIÓN DE RELACIONES DIFUSAS: PROCEDIMIENTOS DE INFERENCIA DIFUSA

Al contrario que en lógica clásica, en lógica difusa el razonamiento no es preciso, sino que éste tiene lugar de una manera aproximada. Esto quiere decir que se puede inferir una conclusión aunque el hecho no verifique la regla plenamente (“razonamiento aproximado”). Dicha conclusión se parecerá tanto más a la conclusión formal de la regla original cuanto mayor sea el grado de cumplimiento de la regla por parte del hecho.

El razonamiento aproximado se resume generalmente, por extensión del razonamiento clásico, en los esquemas de *modus ponens generalizado* y *modus tollens generalizado*.

5.4.1 PROPOSICIONES DIFUSAS

En una proposición difusa, a diferencia de lo que ocurre en las proposiciones clásicas, el grado de verdad puede estar en un valor intermedio entre uno y cero. Hay un tipo de proposición difusa que será particularmente útil, llamada proposición difusa incondicional y no cualificada. Se define como:

$$p: \text{si } X \text{ es } A \text{ entonces } Y \text{ es } B \quad (5-10)$$

donde X e Y son variables con valores en los universos U y V respectivamente y A y B son conjuntos difusos sobre U y V respectivamente. Esta expresión se puede escribir más formalmente por medio de la relación:

$$\langle X, Y \rangle \text{ es } R \quad (5-11)$$

donde R es un conjunto difuso definido en $U \times V$, y la función de pertenencia de cada una se puede derivar de cada punto $(x,y) \in U \times V$ por medio de una implicación difusa:

$$R(x,y) = \Gamma[A(x),B(y)] \quad (5-12)$$

5.4.2 MODUS PONENS GENERALIZADO

En este esquema, se expresa una regla, se da un hecho y a partir de ambos se obtiene una conclusión.

Regla: Si X es A entonces Y es B

Hecho: X es A'

Conclusión: Y es B' (MPG)

donde:

A , B , A' y B' son conjuntos difusos. La conclusión B' es un conjunto difuso caracterizado por una generalización del Modus Ponens propuesto por Zadeh:

$$\mu_{B'}(y) = \max_{x \in U} [\min(\mu_{A'}(x), R(x,y))] \quad (5-13)$$

Siendo $R(x,y)$ la implicación definida en (a). De hecho, si el conjunto difuso A' se reduce al elemento x_0 , entonces:

$$\mu_{A'} = \begin{cases} 1 & \text{si } x = x_0 \\ 0 & \text{si } x \neq x_0 \end{cases} \quad (5-14)$$

Tomando la implicación $R(x,y)$ por la correspondiente de Mamdani, se obtiene:

$$\mu_{B'}(y) = \min(\mu_A(x_0), \mu_B(y)) \quad (5-15)$$

En suma, el MPG se reduce al esquema clásico de *modus ponens* clásico si $A' = A$ y $B' = B$.

5.4.3 MODUS TOLLENS GENERALIZADO (MTG)

En el Modus Tollens Generalizado (MTG) se cumple que:

Regla: Si X es A entonces Y es B

Hecho: Y es B'

Conclusión: X es A' (MTG)

En este caso la regla composicional de inferencia tiene la forma:

$$\mu_{A'}(x) = \max_{y \in V} \min(\mu_B(y), R(x, y)) \quad (5-16)$$

5.4.4 RAZONAMIENTO APROXIMADO MULTICONDICIONAL

Este razonamiento es una generalización del *modus ponens* a múltiples condiciones:

Regla: Si X es A_1 entonces Y es B_1

Regla: Si X es A_2 entonces Y es B_1

...

Regla: Si X es A_n entonces Y es B_n

Hecho: X es A'

Conclusión: Y es B' (MTG)

Esta clase de problemas de inferencia se puede manejar también a partir de lo que llamamos el *método de interpolación*, que consiste en dos pasos:

1. Encontrar el grado de consistencia del antecedente A_j , $j \in \{1, \dots, n\}$ con el hecho A' :

$$dc_j(A') = h(A' \cap A) \quad (5-17)$$

Siendo $h()$ una medida de altura del conjunto.

$$dc_j(A') = \bigcup_{x \in U} (A'(x) \cap A_j(x)) \quad (5-18)$$

Usando las operaciones estándar resulta:

$$dc_j(A') = \max_{x \in U} \min[A'(x), A_j(x)] \quad (5-19)$$

2. Calcular la conclusión B' truncando cada conjunto B_j por el valor $r_j(A')$ y tomar la unión de los conjuntos truncados en caso de que las reglas sean disyuntivas:

$$B'(y) = \bigcup_j (dc_j(A') \cap B_j(y)) \quad \forall y \in Y \quad (5-20)$$

que usando las operaciones estándar resulta ser:

$$B'(y) = \max_j \min[dc_j(A'), B_j(y)] \quad \forall y \in Y \quad (5-21)$$

Gráficamente se tiene:

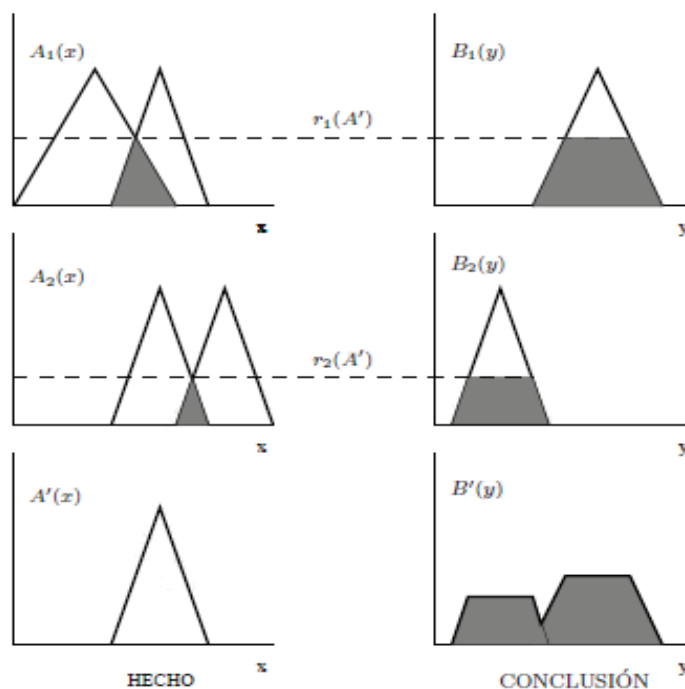


Figura 5-5 Representación gráfica del método de interpolación
Fuente: [9]

5.5 ENTRADAS AL SISTEMA Y ACTIVACION DE REGLAS

Cuando en un razonamiento aproximado, como los descritos en la sección anterior, la entrada es un valor numérico x_0 , la activación de cada conjunto puede hacerse en forma directa como:

$$dc_j(x_0) = A_j(x_0) \quad (5-22)$$

Esto es lo que ocurre en muchas de las aplicaciones que usan razonamientos difusos.

Cuando la entrada es un conjunto difuso A' , es necesario definir un método para calcular el grado de consistencia de cada antecedente A_j de dicha entrada. Este método se conoce también como *método de activación de reglas*.

Se pueden considerar varias estrategias para solucionar este problema, basadas en el uso de diversos operadores [9], descritos en las subsecciones siguientes.

5.5.1 MÉTODO MAX-MIN

El grado de consistencia se define como:

$$dc_j(A') = \max_{x \in X} \{ \mu_{A_j \cap A'} \} = \max_{x \in X} \min \{ A_j(x), A'(x) \} \quad (5-23)$$

5.5.2 MÉTODO SUM-PRODUCTO

Este método propone el siguiente método de activación de reglas:

$$dc_j(A') = \int_{R^n} A'(x) A_j(x) dx \quad (5-24)$$

siendo x una variable continua. Podemos derivar fácilmente su versión discreta:

$$dc_j(A') = \frac{1}{K} \sum_i A_j(x_i) A'(x_i) dx \quad (5-25)$$

con K un factor de normalización. Este método, de forma opuesta al anterior, toma en cuenta el área encerrada bajo la intersección de ambos conjuntos, no sólo su valor máximo.

5.5.3 MÉTODO MAX-PRODUCTO

Una alternativa a los dos métodos anteriores es este método híbrido, expresado como:

$$dc_j(A') = \frac{1}{K} \max \{ A_j(x) A'(x) \} \quad (5-26)$$

Este método tiene la ventaja de realizar la intersección mediante un producto, pero no considera toda el área bajo la intersección; el operador *max* reducirá de forma considerable las colas laterales que puedan aparecer en el conjunto difusa de salida.

5.5.4 MÉTODO SUM-MIN

Una posibilidad más de calcular la activación de los conjuntos $A_j(x)$ y $A'(x)$ es la siguiente:

$$dc_j(A') = \frac{1}{K} \sum_i \min\{A_j(x_i), A'(x_i)\} \quad (5-27)$$

o para el caso de variable continua:

$$dc_j(A') = \int_{R^n} \min\{A_j(x), A'(x)\} dx \quad (5-28)$$

5.6 SISTEMAS DE LOGICA DIFUSA

Un sistema de lógica difusa es la aplicación de la inferencia difusa a la automatización de procesos.

Los sistemas de lógica difusa están estrechamente relacionados con el control de procesos por lo que también se los conoce como sistemas de control con lógica difusa.

5.6.1 TIPOS DE SISTEMAS BASADOS EN REGLAS DIFUSAS

Existen tres clases de sistemas basados en reglas difusas (SBRD), de acuerdo con la forma de las reglas y del tipo de entradas y salidas.

5.6.1.1 Sistemas Puros

Estos sistemas tienen como entrada y como salida conjuntos difusos. Al no realizar ninguna transformación sobre las entradas o sobre las salidas, tienen sólo dos componentes principales: una base de conocimiento y un motor de inferencia. En la Figura 5-6 presenta esta descripción.

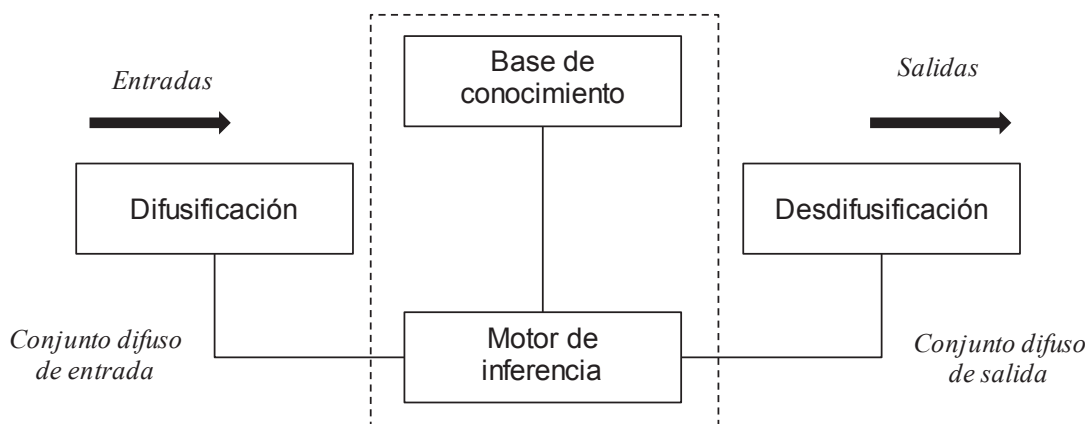


Figura 5-6 Sistema de lógica difusa

Las reglas lingüísticas empleadas son de la forma:

SI X_1 es A_1 y ... X_n es A_n ENTONCES Y es B

donde X_i e Y son variables lingüísticas, y los A_i y B son etiquetas lingüísticas asociadas a conjuntos difusos.

5.6.1.2 Sistemas difusos tipo Mamdani

Este tipo de sistemas fue propuesto por Mamdani [9], quien fue capaz de traducirlas la teoría difusa propuesta por Zadeh en el primer sistema difuso aplicado a un problema de control. Esta clase de sistemas, la más usada dentro de los sistemas difusos, se conoce también con el nombre de *controladores difusos*.

Un sistema tipo Mamdani se corresponde con la noción más conocida de sistema difuso; está compuesto por una base de conocimiento, un motor de inferencias, y unos interfaces de difusificación y desdifusificación. La Figura 5-6 muestra estos elementos.

Estos sistemas tienen las siguientes características:

1. Pueden ser usados en aplicaciones del mundo real, ya que manejan con facilidad entradas y salidas reales.

2. Proporcionan un marco natural para la inclusión de conocimiento experto en forma de las reglas lingüísticas.
3. Tienen gran libertad a la hora de elegir los interfaces de difusificación y desdifusificación.

Así también se presentan limitaciones [9]:

1. Falta de flexibilidad en el SBRD debido a la forma tan rígida en la que se particionan los espacios de entrada y salida.
2. No existe una distinción clara entre el conocimiento experto y la definición de las variables lingüísticas incluidas en las reglas difusas.
3. Cuando las variables de entrada al sistema dependen unas de otras, es muy complicado obtener una partición difusa adecuada de los espacios de entrada.
4. El tamaño de la base de conocimiento depende directamente del número de variables y términos lingüísticos que existan en el sistema.

Las reglas que manejan esta clase de sistemas son de la forma:

$$\text{SI } X_1 \text{ es } A_1 \text{ y } \dots X_n \text{ es } A_n \text{ ENTONCES } Y \text{ es } B$$

donde las entradas X_i y la salida Y son ahora números (no difusos), en lugar de términos lingüísticos (como en el caso anterior), y por lo tanto, los A_i y B son conjuntos difusos sin interpretación directa, en lugar de etiquetas lingüísticas.

Otro sistema difuso propuesto, es el de Takagi, Sugeno y Kang [9], donde las reglas lingüísticas son reemplazadas por funciones construidas a partir de las variables de entrada. El Anexo B describe este sistema.

5.6.2 ELEMENTOS

En la Figura 5-6 se muestran los elementos principales de un Sistema de Lógica Difusa (SLD). Se ha escogido como modelo un sistema tipo Mamdani por ser éste el más usado. Contiene cuatro componentes fundamentales [9]:

5.6.2.1 Interfaz de difusificación

La interfaz de difusificación realiza un escalado de los valores de las entradas para adecuarlos a los valores típicos para los que se define el sistema, y una “difusificación” que convierte los datos de entrada en valores lingüísticos adecuados para la manipulación de éstos como entidades difusas.

5.6.2.2 Base de conocimiento

La base de conocimiento es formada por una “base de datos”, que recoge la definición de las funciones de pertenencia de las entradas y el sistema, y una “base de reglas”, que caracteriza y resume la política y objetivos del control de un experto por medio de un conjunto de reglas lingüísticas de control.

5.6.2.3 Motor de inferencias

El motor de inferencias deduce las acciones del sistema empleando alguna representación de la implicación difusa, así como de los procedimientos de inferencia en lógica difusa.

5.6.2.4 Interfaz de desdifusificación

La interfaz de desdifusificación convierte la acción “difusa” actualmente inferida en una acción concreta susceptible de aplicación sobre el proceso, y realizará un escalado para adecuar los rangos de salida para los que se ha definido el sistema con las entradas del proceso.

5.6.3 BASE DEL CONOCIMIENTO

5.6.3.1 Base de reglas

Para la definición de la base de reglas tomaremos el ejemplo descrito en la lectura de apoyo [9].

“Consideremos un problema genérico que puede ser resuelto en términos de razonamiento aproximado por un ser humano experto en la materia, generalmente siguiendo el esquema de *modus ponens generalizado*. Esto quiere decir que el experto es capaz, mediante un conjunto de reglas o pautas de actuación que constituyen su experiencia sobre el tema de elaborar unas conclusiones o consecuentes a partir de unos hechos observados o antecedentes. El experto podrá transmitir sus conocimientos, al menos parcialmente, mediante un conjunto de N reglas del tipo *si-entonces*, con antecedentes relacionados por el conectivo “Y” (AND) en la mayoría de los casos”.

La experiencia del ser humano, recogida y almacenada de esta manera, es lo que podemos denominar base de reglas (o base de conocimiento) por similitud con los métodos de trabajo y la terminología propios de los Sistemas Expertos.

Existen varios modos de derivación de las reglas, siendo éste el punto fuerte de numerosas investigaciones actualmente. Entre éstos se encuentran:

1. Basados en los conocimientos de un experto, generalmente a través de una verbalización introspectivo de ésta, o a partir de cuestionarios cuidadosamente organizados.
2. Basados en las acciones de control de un operador, en función de los datos de entrada-salida observados.
3. Basados en un modelo difuso del proceso.
4. Basados en aprendizaje (controladores auto-organizados).

EL conjunto de N reglas del tipo *si-entonces*, con antecedentes relacionados por el conectivo “Y” (AND), denominado también como conjunto de reglas inferencias SI...Y...ENTONCES, permiten modelar los problemas a resolver.

Estas reglas se designan para producir una conclusión o consecuencia; es así como tenemos diferentes reglas que se transforman en las salidas posibles.

El número de reglas que se obtiene es el resultado de multiplicar el número de niveles que tiene cada entrada.

Las reglas con la posible salida difusa etiquetada con C_{ij} son presentadas simbólicamente en una matriz rectangular $n \times m$ (n filas y m columnas), llamada tabla de decisión [11] donde C_{ij} , $i = 1, \dots, n$, $j = 1, \dots, m$ son renombrados como elementos del conjunto $\{C_1, \dots, C_l\}$, y $l < mn$, en la Tabla 5-1 muestra la tabla de decisión descrita.

	B_1	. . .	B_j	B_{j+1}	. . .	B_m
A_1	C_{11}	. . .	C_{1j}	$C_{1,j+1}$. . .	C_{1m}
.
.
.
A_i	C_{i1}	. . .	C_{ij}	$C_{i,j+1}$. . .	C_{im}
A_{i+1}	$C_{i+1,1}$. . .	$C_{i+1,j}$	$C_{i+1,j+1}$. . .	$C_{i+1,m}$
.
.
.
A_n	C_{n1}	. . .	C_{nj}	$C_{n,j+1}$. . .	C_{nm}

Tabla 5-1 Tabla de decisión

Fuente [11]

Si tenemos dos variables lingüísticas de entrada y una salida, el significado de las reglas *Si...Y...Entonces* es:

$$\text{Si } x \text{ es } A_i \text{ y } y \text{ es } B_j \text{ entonces } z \text{ es } C_k \quad (5-29)$$

Usando los conceptos de la lógica difusa podemos escribir:

$$p_i \equiv x \text{ es } A_i \quad q_j \equiv y \text{ es } B_j, \quad r_k \equiv z \text{ es } C_k$$

por lo que (5-30) quedaría

Si p_i y q_j entonces r_k

El y de las ecuaciones anteriores se llama precondición y se define como la conjunción de la composición, además es una relación difusa en $A \times B \subseteq U_1 \times U_2$ con función de pertenencia.

$$p_i \wedge q_j = \min(\mu_{A_i}(x), \mu_{B_j}(y)), \quad (x, y) \in A \times B \subset U_1 \times U_2$$

Las reglas de inferencia *Si...Y...Entonces* expresan la verdad de la precondición. Existen muchos caminos para definir estas reglas. Mamdani define la regla de inferencia como una regla de conjunción-base expresada por la operación \wedge (*min*).

5.6.3.2 Funciones de pertenencia. Base de datos

Los conceptos asociados con la base de datos se usan para caracterizar las reglas difusas y la manipulación de los datos en un sistema difuso. Estos conceptos son definidos subjetivamente y están basados en la experiencia y juicio de un experto sobre el proceso. Algunos de estos aspectos serían la cuantificación y normalización de los universos de discurso, número de conjuntos difusos o categorías lingüísticas de entradas y control, y la elección de las funciones de pertenencia asociadas a éstas últimas.

La elección de niveles de cuantificación tiene una influencia esencial en la precisión y "finura" del sistema obtenido. El número de categorías lingüísticas determina la granularidad del sistema final.

Existen dos métodos para definir conjuntos difusos (mediante sus funciones de pertenencia), dependiendo de si los universos de discurso son discretos o continuos:

- *Definición numérica:* En el caso de universos discretos, la función de pertenencia de un conjunto difuso se representa como un vector de números cuya dimensión depende del grado de discretización.

- *Definición funcional:* En el caso de universos continuos, las funciones de pertenencia se expresan por medio de funciones regulares, típicamente triangulares o trapezoidales.

La elección de la forma de las funciones de pertenencia se basa en criterios subjetivos o característicos de cada proceso en cuestión.

5.6.4 MOTOR DE INFERENCIAS. INFERENCIA DIFUSA

El motor de inferencias representa el núcleo del SBRD, y agrupa toda la lógica de inferencia difusa del sistema, de barrido de las reglas durante ésta, elección refinada de reglas a utilizar, etc.

La inferencia difusa conocida también como resolución de conflictos (agregación), es el proceso mediante el cual se obtiene como consecuente un conjunto difuso a partir de unos antecedentes también difusos.

La resolución de conflictos o agregación es la metodología que se usa para decidir qué acción de control debería ser tomada como resultado de la aplicación de varias reglas.

La Tabla 5-2 muestra que solo cuatro reglas tienen que ser aplicadas ya que el resto no producen ningún resultado. Para ilustrar el proceso de conflicto de resolución se usará estas cuatro reglas numeradas de uno a cuatro [11].

- Regla 1: Si x es $A_i^{(0)}$ y y es $B_j^{(0)}$ entonces z es C_{ij} ,
- Regla 2: Si x es $A_i^{(0)}$ y y es $B_{j+1}^{(0)}$ entonces z es $C_{i,j+1}$
- Regla 3: Si x es $A_{i+1}^{(0)}$ y y es $B_j^{(0)}$ entonces z es $C_{i+1,j}$
- Regla 4: Si x es $A_{i+1}^{(0)}$ y y es $B_{j+1}^{(0)}$ entonces z es $C_{i+1,j+1}$

La precondición y que es parte de cada regla, llamada aquí fuerza de la regla o nivel de aplicación es denotada por:

- $\alpha_{ij} = \mu_{A_i}(x_0) \wedge \mu_{B_j}(y_0) = \min(\mu_{A_i}(x_0), \mu_{B_j}(y_0))$
- $\alpha_{ij} = \mu_{A_i}(x_0) \wedge \mu_{B_{j+1}}(y_0) = \min(\mu_{A_i}(x_0), \mu_{B_{j+1}}(y_0))$
- $\alpha_{ij} = \mu_{A_{i+1}}(x_0) \wedge \mu_{B_j}(y_0) = \min(\mu_{A_{i+1}}(x_0), \mu_{B_j}(y_0))$
- $\alpha_{ij} = \mu_{A_{i+1}}(x_0) \wedge \mu_{B_{j+1}}(y_0) = \min(\mu_{A_{i+1}}(x_0), \mu_{B_{j+1}}(y_0))$

Con esto podemos construir una nueva tabla llamada tabla de reglas fuertes (Tabla 5-2).

	\emptyset	. . .	$\mu_{B_j}(x_0)$	$\mu_{B_{j+1}}(x_0)$. . .	\emptyset
\emptyset	\emptyset	. . .	\emptyset	\emptyset	. . .	\emptyset
.
.
.
$\mu_{A_i}(x_0)$	\emptyset	. . .	α_{ij}	$\alpha_{i,j+1}$. . .	\emptyset
$\mu_{A_{i+1}}(x_0)$	\emptyset	. . .	$\alpha_{i,j+1}$	$\alpha_{i+1,j+1}$. . .	\emptyset
.
.
.
\emptyset	\emptyset	. . .	\emptyset	\emptyset	. . .	\emptyset

Tabla 5-2 Tabla de reglas fuertes

Fuente: [11]

Esta nueva tabla es similar a la tabla anterior, con la diferencia que las celdas activas en esta tabla son ocupadas por los miembros expresando la fuerza de las reglas. Se usa los elementos de las cuatro celdas activas en ambas tablas para introducir la noción de control de salida.

El control de salida (CS) de cada regla se define por una operación de conjunción aplicada en su fortaleza y conclusión de la siguiente manera:

- CS de la regla 1: $\alpha_{ij} \wedge \mu_{c_{ij}}(z) = \min(\alpha_{ij}, \mu_{c_{ij}}(z))$
- CS de la regla 2: $\alpha_{i,j+1} \wedge \mu_{c_{i,j+1}}(z) = \min(\alpha_{i,j+1}, \mu_{c_{i,j+1}}(z))$
- CS de la regla 3: $\alpha_{i+1,j} \wedge \mu_{c_{i+1,j}}(z) = \min(\alpha_{i+1,j}, \mu_{c_{i+1,j}}(z))$

- CS de la regla 4: $\alpha_{i+1,j+1} \wedge \mu_{c_{i+1,j+1}}(z) = \min(\alpha_{i+1,j+1}, \mu_{c_{i+1,j+1}}(z))$

Las salidas de las cuatro reglas ahora deben ser combinadas o agregadas en orden para producir un control de salida con función de pertenencia $\mu_{agr}(z)$.

Para la agregación es natural usar el operador \vee (o) expresado por *máx*:

$$\mu_{agr}(z) = (\alpha_{ij} \wedge \mu_{c_{ij}}(z)) \vee (\alpha_{i,j+1} \wedge \mu_{c_{i,j+1}}(z)) \vee (\alpha_{i+1,j} \wedge \mu_{c_{i+1,j}}(z)) \vee (\alpha_{i+1,j+1} \wedge \mu_{c_{i+1,j+1}}(z)) \quad (5-30)$$

$$\mu_{agr}(z) = \text{máx}\{(\alpha_{ij} \wedge \mu_{c_{ij}}(z)), (\alpha_{i,j+1} \wedge \mu_{c_{i,j+1}}(z)), (\alpha_{i+1,j} \wedge \mu_{c_{i+1,j}}(z)), (\alpha_{i+1,j+1} \wedge \mu_{c_{i+1,j+1}}(z))\} \quad (5-31)$$

Suponemos que tenemos el número real α y el conjunto difuso C con función de pertenencia $\mu_c(z)$, definimos entonces:

$$\mu_{\alpha \wedge \mu_c}(z) = \min(\mu_\alpha(z) = \alpha, \mu_c(z)) \quad (5-32)$$

donde $\mu_\alpha(z) = \alpha$ es una línea recta paralela al eje z ; geoméricamente esta es un truncamiento de la forma de $\mu_c(z)$.

La función de pertenencia (6) es mostrada en la Figura 5-7 para las dos formas de $\mu_c(z)$ más frecuentemente usadas.

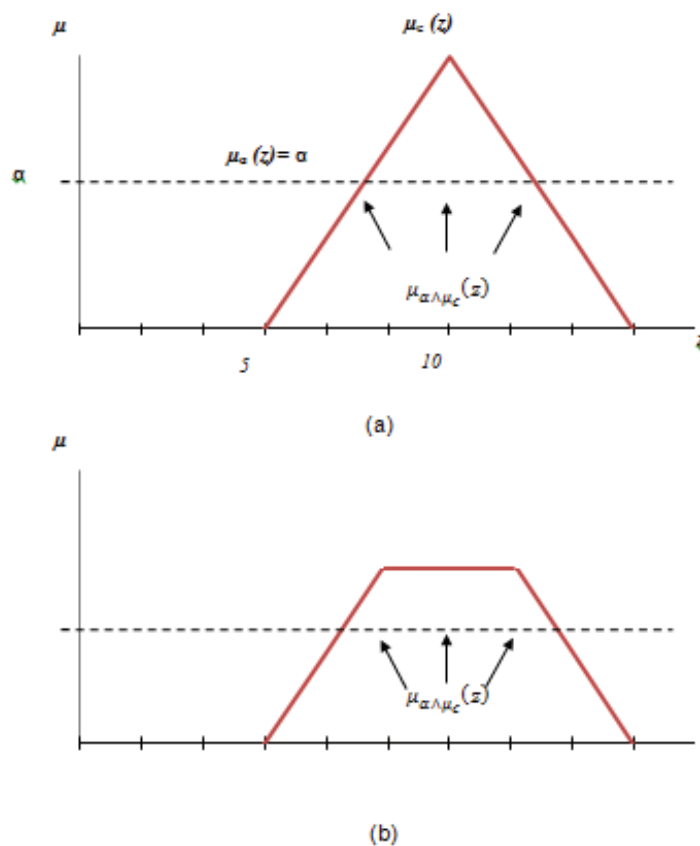


Figura 5-7 Números triangular y trapezoidal cortados

Fuente: [11]

La función de pertenencia agregada $\mu_{agr}(z)$ representa un conjunto difuso normalizado, por lo que es necesario desdifusificar esta función de pertenencia.

5.6.5 DIFUSIFICACIÓN Y DESDIFUSIFICACIÓN

En muchos casos, las entradas a un sistema difuso no son conjuntos difusos sino valores numéricos concretos. Por eso es necesario establecer algún tipo de interfaz entre estos valores numéricos y el motor de inferencia difusa. Por un lado habrá que elaborar conjuntos difusos a partir de las entradas no difusas (difusificación) y por otro se habrá que calcular un valor numérico de salida a partir del conjunto difuso obtenido en el proceso de inferencia (desdifusificación).

5.6.5.1 Difusificación

La primera parte del problema tiene una solución muy sencilla. Si x_0 es el valor concreto de una entrada del sistema difuso, parece lógico definir el correspondiente conjunto difuso de entrada mediante la siguiente función de pertenencia:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = x_0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (5-33)$$

Si las entradas en el sistema son $x = x_0$ y $y = y_0$, entonces debemos encontrar el valor correspondiente a la salida z . Los números reales x_0 y y_0 son llamados lecturas; que pueden ser obtenidos por medida, observación, estimación, etc. Para ingresar al sistema, x_0 y y_0 tienen que ser traducidos a niveles apropiados de las variables lingüísticas correspondientes.

Una lectura debe ser emparejada a la función de pertenencia apropiada representando los niveles de la variable lingüística. El emparejamiento es necesario debido a los requerimientos de los niveles; a esto se le llama la *codificación de las entradas*.

Se ilustra en la Figura 5-9 donde la lectura $x_0 \in U_1$ le corresponden dos valores constantes $\mu_{A_{i-1}}(x_0)$ y $\mu_{A_i}(x_0)$, llamados entradas de lectura difusa.

Pueden ser interpretados como los valores de verdad de x_0 relacionados con A_{i-1} y A_i respectivamente. De la misma manera podemos obtener las entradas de lectura difusa correspondiente a la lectura $y_0 \in U_2$ como se indica en la Figura 5-10.

En las siguientes figuras se presentan de manera general los términos de los conjuntos difusos A y B .

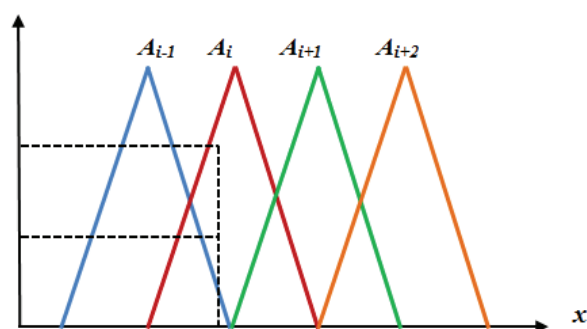


Figura 5-8 Lectura de la entrada difusa correspondiente a la lectura x_0

Fuente: [11]

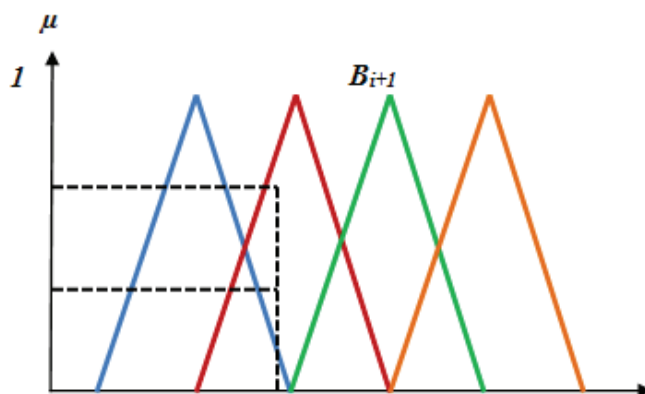


Figura 5-9 Lectura de la entrada difusa correspondiente a la lectura y_0

Fuente: [11]

La línea que atraviesa x_0 paralela al eje μ interseca solo los términos A_{i-1} y A_i de A , reduciendo así los términos difusos a los valores nítidos denotados por $\mu_{A_{i-1}}(x_0)$ y $\mu_{A_i}(x_0)$. La línea $x = x_0$ no interseca el resto de los términos, por lo que decimos que la intersección es un conjunto vacío con función de pertenencia 0. El mismo análisis lo realizamos para $y = y_0$ y obtenemos resultados similares.

Con $x = x_0$ y $y = y_0$ y sustituyendo los términos por sus funciones de pertenencia tenemos la tabla de decisión inducida. Como vemos en la Tabla 5-3,

solo cuatro celdas contienen términos diferentes de cero, a estas celdas se las llama celdas activas.

5.6.5.2 Desdifusificación

Desdifusificación o descifrado de salidas es una operación que produce un control de acción no difuso, es decir, nos arroja un solo valor z , que en forma adecuada representa a la función de pertenencia $\mu_{agr}(z)$ de un control de acción difuso agregado.

Existen muchos métodos de desdifusificación que toman en consideración la forma de los números difusos cortados, la longitud de los intervalos soporte, la altura de los triángulos y trapezoides cortados, la cercanía a los números triangulares centrales, y también la complejidad de los cálculos computacionales.

	\emptyset	. . .	$\mu_{Bj}(x_0)$	$\mu_{Bj+1}(x_0)$. . .	\emptyset
\emptyset	\emptyset	. . .	\emptyset	\emptyset	. . .	\emptyset
.
.
.
$\mu_{Ai}(x_0)$	\emptyset	. . .	$\mu_{Cij}(z)$	$\mu_{Ci,j+1}(z)$. . .	\emptyset
$\mu_{Ai+1}(x_0)$	\emptyset	. . .	$\mu_{Ci+1,j}(z)$	$\mu_{Ci+1,j+1}(z)$. . .	\emptyset
.
.
.
\emptyset	\emptyset	. . .	\emptyset	\emptyset	. . .	\emptyset

Tabla 5-3 Tabla de decisión inducida

A continuación describiremos tres métodos de desdifusificación.

Para calcular la señal de salida que se debe aplicar al proceso se puede recurrir a distintos métodos. Desafortunadamente, no existe ningún procedimiento sistemático para la elección de la estrategia de desfusificación.

5.6.5.2.1 Método del centro de gravedad (o centriode)

Considerando la función de pertenencia de las reglas agregadas como $\mu_{agr}(z)$, donde $z \in [z_0, z_q]$, dicha función se expresa en la Figura 5-11.

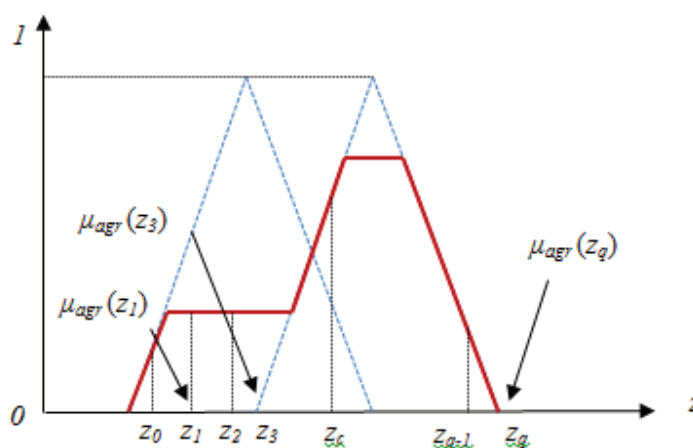


Figura 5-10 Desdifusificación por el método de centro de gravedad

Subdividimos el intervalo $[z_0, z_q]$, en q subintervalos iguales con los puntos z_1, z_2, \dots, z_{q-1} .

El valor nítido \hat{z}_c de acuerdo a este método es el promedio ponderado de los números z_k .

$$\hat{z}_c = \frac{\sum_{k=1}^{q-1} z_k \mu_{ag}(z_k)}{\sum_{k=1}^{q-1} \mu_{ag}(z_k)} \quad (5-34)$$

La interpretación geométrica de \hat{z}_c es que la primera coordenada (abscisa) del centro (\hat{z}_c, μ_c) del área bajo la curva $\mu_{agr}(z)$ limitada por el eje z .

Este método es el más usado de todos los métodos, ya que proporciona variaciones suaves y continuas de los valores de salida.

5.6.5.2.2 Método de la media máxima

Sea $\mu_{agr}(z)$ la función de pertenencia descrita anteriormente y con dos segmentos base. La proyección del segmento P_1P_2 con la altura máximo en el eje z es el intervalo $[\zeta_1, \zeta_2]$. No tomando en cuenta la contribución del número triangular cortado con el segmento base Q_1Q_2 se define \widehat{z}_m como el punto medio del intervalo $[\zeta_1, \zeta_2]$. Gráficamente se tiene:

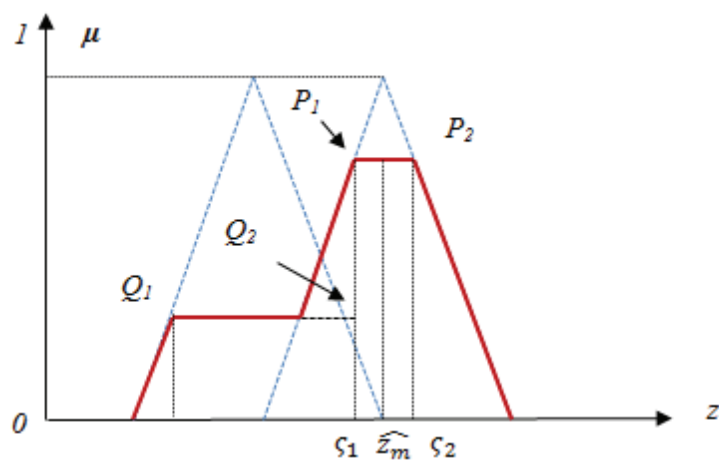


Figura 5-1 Desdifusificación por el método de media máxima

CAPÍTULO 6

IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO

6.1 DESCRIPCIÓN GENERAL DEL MODELO IMPLEMENTADO

El modelo implementado integra variables cuantitativas y cualitativas que se integran en un sistema de control difuso entregando una calificación a la entidad que se evalúa, si esta calificación obtenida es satisfactoria, esta institución es considerada, en el proceso de valorar el riesgo financiero inherente del Fondo de Garantía, mediante la utilización de las cópulas, dicha valoración permite determinar la máxima pérdida en que incurría el fondo si otorga garantías al grupo de clientes de las entidades evaluadas.

La Figura 6-1 muestra la sistematización del modelo implementado.

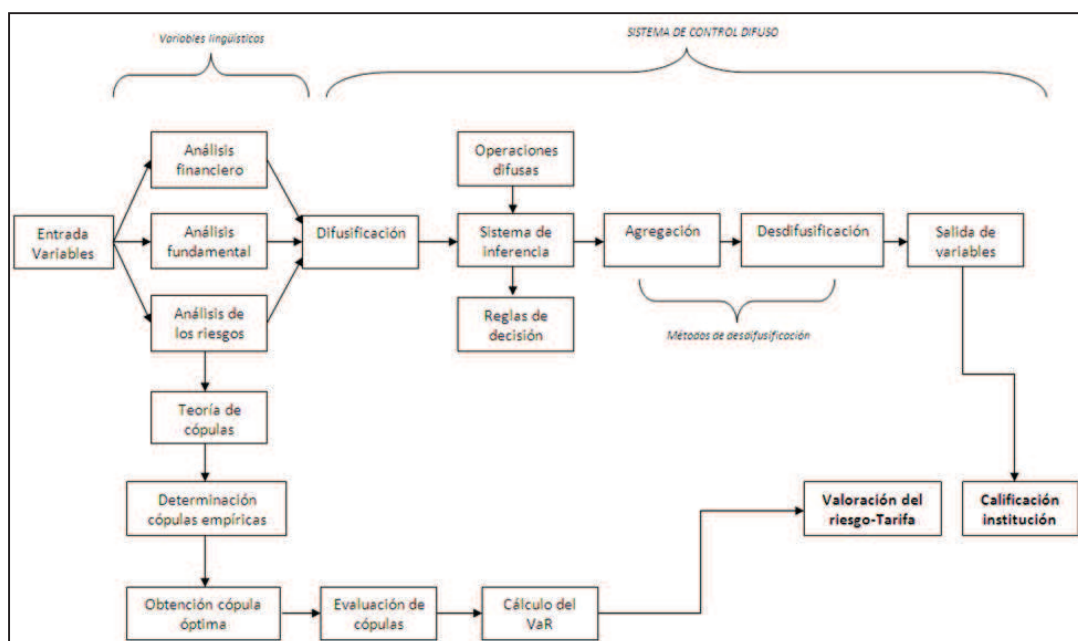


Figura 6-1 Sistematización del modelo de calificación y evaluación de riesgo de una entidad financiera

Fuente: Los autores

La calificación de la entidad financiera resulta de la conjugación de tres segmentos: el financiero, el fundamental y el de riesgos. Cada segmento dispone de un conjunto de variables escogidas por expertos a fin que se ajusten a los requerimientos propios para ser parte del grupo de clientes del Fondo de Garantía y posteriormente fue analizada la significancia estadística de cada una de ellas en un modelo de regresión múltiple.

Las variables elegidas tanto cuantitativas y cualitativas se traducen lingüísticamente a través de la definición de niveles categóricos y mediante funciones de pertenencia ajustadas a los datos, ingresan al sistema de inferencia difuso.

Una vez que todas las variables han ingresado al sistema de control difuso a través de la difusificación (procedimiento que convierte los datos de entrada en entidades difusas), se aplica un conjunto de reglas lingüísticas de control a cada una de ellas y se obtiene una variable de salida que resume la política y los objetivos que se desea medir, en este caso, la calificación de idoneidad de una institución financiera para ser parte del Fondo de Garantía.

Al obtener dicha variable como acción difusa que explica los tres segmentos analizados, se traduce a rangos adecuados que interpretan la calificación final que obtiene la institución financiera. Este procedimiento se lo hace por medio de la desdifusificación, mediante el empleo del método de centro de área que convierte a la acción difusa en un número real interpretable.

Al contar ya con una calificación de la institución financiera, y si esta es adecuada, se procede a determinar la valoración del riesgo financiero del Fondo de Garantía considerando dicha institución, a través de la teoría de cópulas, la misma que permite determinar la dependencia estructural de las variables a analizar, sin requerir hipótesis de normalidad y obtener una distribución conjunta, ésta nos permite obtener el VaR financiero, el cual se utiliza para fijar una tarifa de cobro conforme a los indicadores financieros de cada institución establecidos anteriormente.

6.2 DETALLES DE LA IMPLEMENTACIÓN

Para la implementación del modelo de calificación de las IFIS y su evaluación de riesgos, se usó el lenguaje de programación de Visual Basic sobre el sistema operativo Windows y el lenguaje de cálculo técnico MATLAB.

Se construyeron macros para cada uno de los procesos del modelo y se diseñaron formularios para la entrada y salida de datos, cabe indicar que el módulo de calificación de las IFIS, con lógica difusa, fue implementado utilizando el paquete Fuzzy Logic Toolbox (FLT) de MATLAB, lo que facilitó la construcción del sistema de control difuso a través de una interfaz gráfica (FIS) que permitió dar una interpretación más práctica del mismo.

6.3 MÓDULOS DEL SISTEMA

El programa desarrollado cuenta con dos módulos; el primer módulo permite realizar un análisis fundamental de las instituciones que forman parte del sistema financiero ecuatoriano y que desean ingresar al Fondo de Garantía. Este módulo permite obtener una calificación de la institución financiera de acuerdo a los requerimientos de la CFN, utilizando la teoría de Lógica Difusa, en la Figura 6-2 presenta la pantalla gráfica de este módulo.

Fondo de Garantía
CFN

DATOS DE CÁLCULO

Modelo de calificación

Datos Generales

Nombre de la institución:

Tipo de institución:

Tipo de cartera:

Fecha de corte: diciembre-2012

Análisis Financiero

Cartera improductiva	2.152.129,83
Colocaciones monto	6.576.880,00
Colocaciones número	1.673,00

Análisis Fundamental

Concentración en cartera	58,90%
Concentración en calificaciones IFI	AAA
Cobertura nacional (a nivel provincial)	20,83%

Análisis de riesgo

Mora Dura	1,24%
Calificación de riesgo	AAA
Probabilidad de incumplimiento	0,00%

PROCESO DE EVALUACIÓN

RESULTADOS

CALIFICACIÓN IFI

SAN FRANCISCO

Calificación **Puntuación** **Categoría**

674,1852 **A**

Max	Min	Categoría
1000	882	AAA
883	763	AA
762	644	A
643	523	BBB
524	406	BB
405	0	NO APLICA

Figura 6-2 Módulo de calificación: Sistema de control difuso

El segundo módulo en cambio permite obtener la pérdida esperada del Fondo de Garantía de las instituciones financieras que obtuvieron una calificación mínima “BB”²⁴ en base al análisis fundamental previamente realizado.

Al no contar con valores históricos de las pérdidas sufridas por el FOGAMYPE debido a que es un producto nuevo que se encuentra en el mercado financiero, se pensó en simular las siniestralidades, pero como no se sabe el tipo de distribución que siguen las pérdidas se procedió a analizar la información con la que se contaba para tratar de obtener el valor de las pérdidas esperadas.

Al revisar la información de las variables de las instituciones financieras, se puede ver que es posible obtener un valor de pérdida esperada, a partir de las variables de: mora dura, volumen y de la participación de cada una de las instituciones que conforman el fondo.

²⁴ Esta política consta en el manual técnico del FOGAMYPE.

Este módulo permite por lo tanto obtener la pérdida esperada para los sectores de microcrédito y comercial, así como una tarifa máxima general por cada sector, adicionalmente se tiene la posibilidad de contar con las tarifas que se deberían cobrar a cada una de las institución financiera que conforma el Fondo de Garantía; los resultados que se obtienen es en base a simulación utilizando la teoría de cópulas con Montecarlo. La Figura 6.3 presenta la pantalla correspondiente a este módulo.

Fondo de Garantía
CFN

Instituciones Financieras

Bancos

<input type="checkbox"/> Banco Guayaquil	<input type="checkbox"/> Banco Cofiec
<input type="checkbox"/> Banco Pacifico	<input type="checkbox"/> Banco Comercial de Manabi
<input type="checkbox"/> Banco Pichincha	<input type="checkbox"/> Banco Coop Nacional
<input type="checkbox"/> Banco Produbanco	<input type="checkbox"/> Banco D-Miro
<input type="checkbox"/> Banco Altiro	<input type="checkbox"/> Banco Finca
<input type="checkbox"/> Banco Bolivariano	<input type="checkbox"/> Banco Litoral
<input type="checkbox"/> Banco General Rumifahu	<input type="checkbox"/> Banco de Loja
<input type="checkbox"/> Banco Internacional	<input type="checkbox"/> Banco Procredit
<input type="checkbox"/> Banco Machala	<input type="checkbox"/> Banco Solidario
<input type="checkbox"/> Banco Promerica	<input type="checkbox"/> Banco Sudamericano
<input type="checkbox"/> Banco Amazona	<input type="checkbox"/> Banco Territorial
<input type="checkbox"/> Banco Capital	<input type="checkbox"/> Banco Unibanco

Cooperativas

<input type="checkbox"/> 29 de Octubre	<input type="checkbox"/> Caloata	<input type="checkbox"/> Atuntaqui
<input type="checkbox"/> Jardín Azuayo	<input type="checkbox"/> Chone	<input type="checkbox"/> Caope Eblan
<input type="checkbox"/> Andalucía	<input type="checkbox"/> Comercio	<input type="checkbox"/> Caope Pastaza
<input type="checkbox"/> Cacpeco	<input type="checkbox"/> Coopad	<input type="checkbox"/> Omasa de comercio de
<input type="checkbox"/> Cooprogreso	<input type="checkbox"/> Cotocollao	<input type="checkbox"/> Codesarrollo
<input type="checkbox"/> Mago	<input type="checkbox"/> Guaranda	<input type="checkbox"/> Construcción Comercio
<input type="checkbox"/> Mushuc Runa	<input type="checkbox"/> La Dolorosa	<input type="checkbox"/> El Sagrario
<input type="checkbox"/> Ocas	<input type="checkbox"/> San Francisco de Asis	<input type="checkbox"/> Pablo Muñoz Vega
<input type="checkbox"/> Riobamba	<input type="checkbox"/> Santa Ana	<input type="checkbox"/> Padre Julian Lorente
<input type="checkbox"/> San Francisco	<input type="checkbox"/> 15 de Abril	<input type="checkbox"/> San José
<input type="checkbox"/> 11 de Junio	<input type="checkbox"/> 23 de Julio	<input type="checkbox"/> Santa Rosa
<input type="checkbox"/> 9 de Octubre	<input type="checkbox"/> Alianza del Valle	<input type="checkbox"/> Tulcan

Programación



Registros: 0

Resultados

Perdida Esperada Fondo de Garantía

	Monto	Tarifa
Microcrédito	\$ -	5.71%
Comercial	\$ -	6.87%
Total	\$ -	

Figura 6-3 Módulo de valoración del riesgo: Teoría de cópulas

Se puede observar en la Figura 6-3 que se tienen una sección donde se muestran las instituciones financieras que conforman el sistema financiero ecuatoriano, las cuales se encuentran divididas en dos grupos, por bancos y por cooperativas, en esta sección se puede seleccionar las instituciones que conformarían el Fondo de Garantía, las cuales deben primero cumplir con la calificación de riesgo de la CFN en base al análisis fundamental implementado en el módulo uno.

La siguiente sección describe cada uno de los módulos implementados; las funciones que se emplea en cada uno de ellos y los resultados obtenidos.

6.3.1 MÓDULO DE CALIFICACIÓN: SISTEMA DE CONTROL DIFUSO

Este módulo está compuesto por cuatro submódulos que permiten el adecuado manejo de la información. La Figura 6-2 muestra los cuatro submódulos: datos de cálculo, proceso de evaluación, resultados y calificación IFI.

6.3.1.1 Submódulo: Datos de cálculo

El primer submódulo “Datos de cálculo”, contiene la entrada de información que se emplea para los cálculos. Esta información se carga automáticamente de la base general de datos ²⁵ que se construyó con información pública de bancos y cooperativas obtenida de la Superintendencia de Bancos y Seguros a través de su página web.

Este submódulo permite escoger la institución financiera y el tipo de cartera que se quiere calificar. La Figura 6-4 muestra esta opción.

The figure consists of two side-by-side screenshots of a web form titled "Modelo de calificación" under the heading "DATOS DE CÁLCULO".

The left screenshot shows the "Datos Generales" section. The "Nombre de la Institución:" field has a dropdown menu open, displaying a list of institutions: SAN FRANCISCO, PADRE JULIAN LORENTE, RIOBAMBA, SAN FRANCISCO (highlighted), SAN FRANCISCO DE ASIS, SAN JOSE, SANTA ANA, SANTA ROSA, and TULCAN. The "Tipo de institución:" field is empty.

The right screenshot shows the same form after selection. The "Nombre de la Institución:" dropdown is now closed and shows "SAN FRANCISCO". The "Tipo de institución:" dropdown is set to "Cooperativas Medianas". The "Tipo de cartera:" dropdown is set to "Microcrédito" (highlighted). The "Fecha de corte:" field is empty.

Figura 6-4 Datos de cálculo: institución financiera y tipo de cartera

Una vez que se ha elegido la institución financiera y el tipo de cartera, en el submódulo “Proceso de evaluación” a través del botón: “Enviar información” se carga toda la información necesaria para proceder con la calificación. La Figura 6-5 muestra el botón a usarse para este fin.

²⁵ La construcción de la base de datos se detalla en la sección 6.3.1.2.

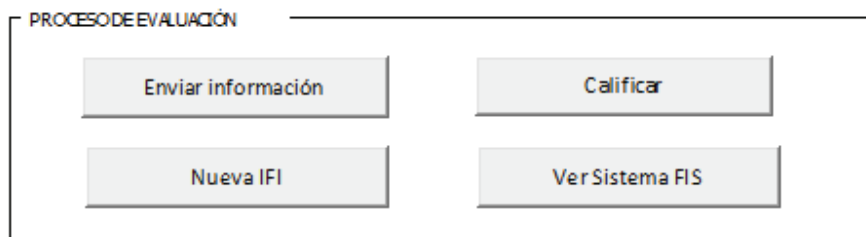


Figura 6-5 Proceso de evaluación

La información cargada se clasifica en tres segmentos: análisis financiero, análisis fundamental y análisis de riesgo. Para el segmento de análisis financiero se presentan tres variables: cartera improductiva, monto de colocaciones y número de colocaciones. La Figura 6-6 muestra lo obtenido en pantalla.

Análisis Financiero

Cartera Improductiva	2.152.129,83
Colocaciones monto	6.576.880,00
Colocaciones número	1.673,00

Figura 6-6 Segmento: Análisis Financiero

Cartera improductiva.- Cartera que no genera renta financiera a la institución, está conformada por la cartera vencida y la cartera que no devenga intereses e ingresos.

La cartera vencida registra el valor de toda clase de créditos que por más de 30 días dejan de ganar intereses o ingresos. Una vez que una cuota se transfiere a cartera vencida todas las cuotas restantes por vencer y vencidas hasta 30 días se reclasifican a la cartera que no devenga intereses.

Colocaciones monto.- Monto de crédito total otorgado.

Colocaciones número.- Operaciones de créditos otorgadas.

Para el segmento de análisis fundamental se cuenta con tres variables: concentración en cartera, concentración en calificaciones IFI y cobertura nacional (a nivel provincial).

Análisis Fundamental

Concentración en cartera	58,90%
Concentración en calificaciones IFI	AAA
Cobertura nacional (a nivel provincia)	20,83%

Figura 6-7 Segmento: Análisis Fundamental

Concentración de cartera.- Participación de la cartera analizada (comercial y microcrédito) con respecto al total de la cartera total de la institución.

Concentración de calificaciones IFI.- Calificación CFN²⁶ más frecuente obtenida por la institución financiera.

Cobertura nacional (a nivel provincial).- Es el alcance de las garantías crediticias entregadas por el Fondo de Garantía a nivel provincial.

Por último se tiene el segmento de análisis de riesgo. Este segmento presenta tres variables: mora dura, calificación de riesgo y probabilidad de incumplimiento.

Análisis de riesgo

Mora Dura	1,24%
Calificación de riesgo	AAA
Probabilidad de incumplimiento	0,00%

Figura 6-8 Segmento: Análisis de riesgo

Mora dura.- Mide el porcentaje de la cartera improductiva en los plazos mayores a 90 días y menores a 360 días, frente a la cartera total.

Calificación de riesgo.- Calificación CFN registrada al mes de evaluación.

²⁶ Calificación obtenida por medio del sistema de calificación de IFI's de la Corporación Financiera Nacional.

Probabilidad de incumplimiento.- Es la probabilidad de que una institución financiera obtenga una calificación menor a BB²⁷.

6.3.1.2 Submódulo: Proceso de evaluación

Este submódulo permite almacenar la información de la institución financiera a evaluarse, ver sus resultados gráficos y habilitar el módulo para realizar una nueva calificación a través de cuatro botones de control, expresados en la Figura 6-9.

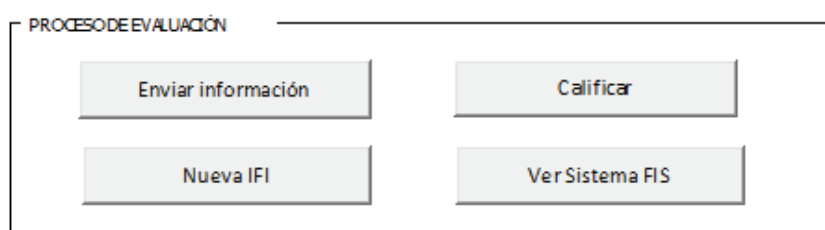


Figura 6-9 Submódulo: Proceso de evaluación

Como se describió en la sección anterior, el botón “Enviar información” guarda la información de la institución seleccionada en una hoja Excel para luego ser enviada a la aplicación de Matlab y posteriormente calificar a la institución.

El botón “Calificar” toma la información guardada y la enlaza con el compilador de Matlab para realizar el proceso de calificación respectivo. Por último, el botón “Ver Sistema FIS” muestra el resultado gráfico de la calificación obtenida a través del sistema de control difuso.

6.3.1.3 Submódulo: Resultados

Este submódulo expone los resultados obtenidos tanto el resultado final como el valor obtenido en cada segmento de análisis. La Figura 6-10 muestra este submódulo.

²⁷ Revisar el capítulo donde se detallan las políticas de aprobación para el acceso a las garantías crediticias.

RESULTADOS

Ver los resultados	Análisis Financiero	0,356900482138632
	Análisis Fundamental	0,5
	Análisis de Riesgo	0,847049180327869

Figura 6-10 Submódulo: Resultados

El botón “Ver los resultados” muestra gráficamente la función de membresía final de calificación; los tres botones adjuntos: “Análisis Financiero”, “Análisis Fundamental” y “Análisis de Riesgo”, exponen gráficamente las funciones de membresía correspondiente y a su costado se muestra el valor final de calificación por segmento. La sección siguiente describirá la construcción de las funciones de membresía mencionadas.

6.3.1.4 Submódulo: Calificación IFIs

Este módulo presenta la calificación final obtenida por la institución con la respectiva categoría correspondiente. Además se muestra la tabla de equivalencias de los valores obtenidos y su calificación equivalente. La Figura 6-11 muestra el submódulo.

CALIFICACIÓN IFIS

SAN FRANCISCO

	<i>Puntuación</i>	<i>Categoría</i>
Calificación	821,3201	AA

Max	Min	Categoría
1000	882	AAA
881	763	AA
762	644	A
643	523	BBB
524	406	BB
405	0	NO APLICA

Figura 6-11 Submódulo: Calificación IFIS

6.3.1.2 Base de datos

La base de datos empleada se construyó con información pública que está disponible en la página web de la Superintendencia de Bancos y Seguros. La frecuencia es mensual y el horizonte de tiempo es de cinco años, desde enero 2008 hasta diciembre 2012. La base fue almacenada en una hoja Excel con 3758 registros y 16 variables. La Tabla 6-1 muestra las 16 variables analizadas.

Variables
Institución
Tamaño de grupo
Cartera de créditos comercial
Cartera de créditos microempresa
Cartera de créditos total
Cartera Improductiva comercial
Cartera Improductiva microcrédito
Índice de morosidad comercial
Mora dura comercial (más de 90 días)
Índice de morosidad microcrédito
Mora dura microcrédito (más de 90 días)
Número de operaciones comercial (colocaciones número comercial)
Número de operaciones microcrédito (colocaciones número microcrédito)
Colocaciones comercial (monto)
Colocaciones microcrédito (monto)
Calificación CFN

Tabla 6-1 Variables de análisis

Las variables presentadas fueron seleccionadas de acuerdo al criterio experto del equipo de apoyo del Fondo de Garantía basadas en el objetivo de minimizar el riesgo de concesión de garantías a entidades financieras y en un análisis de correlación y significancia estadística²⁸.

²⁸ Se calculó el coeficiente de correlación de Pearson entre las variables y posteriormente la prueba de significancia p-value para obtener un primer criterio de discriminación eliminando la redundancia en la calificación final.

De acuerdo a estas premisas, se seleccionaron grupos de variables para cada segmento de evaluación del módulo de calificación y posteriormente para el módulo de valoración del riesgo.

Para el segmento de “Análisis Financiero” se emplearon tres variables: cartera improductiva, colocaciones monto y colocaciones número, las mismas que corresponderán a la cartera comercial o a la cartera microcrédito, conforme a lo que se desea calificar. El modelo toma el valor real de estas variables al mes de calificación.

El segmento “Análisis Fundamental” toma tres variables de evaluación: concentración en cartera, concentración en calificaciones IFI y cobertura nacional a nivel provincial. Para obtener el porcentaje de concentración de cartera se dividió el monto total de cartera comercial o microcrédito para el total de la cartera de la entidad financiera al mes de evaluación, así mismo para determinar la concentración de calificaciones IFI, se tomó el historial de calificaciones CFN de la entidad (2008-2012) y se tomó la moda²⁹ de este conjunto de datos. La cobertura nacional a nivel provincial es el porcentaje que resulta dividiendo el número de provincias que cuentan con el servicio de garantías para el total de provincias del país.

Por último, el segmento “Análisis de riesgo” tiene tres variables de evaluación: mora dura, calificación de riesgo y probabilidad de incumplimiento. La mora dura y la calificación de riesgo toman el valor y la categoría respectivamente al mes de evaluación, para el cálculo de la probabilidad de incumplimiento se emplearon matrices de transición para el historial de calificaciones CFN y para la mora dura, considerando las políticas establecidas por el Fondo de Garantía; es decir, se tomó como default calificaciones menores a BB y mora dura mayor al 5%, de estas dos probabilidades obtenidas, se tomó el valor máximo y se consideró como la probabilidad de incumplimiento final. El Anexo D, explica el proceso de cálculo de las respectivas probabilidades de incumplimiento.

²⁹ Moda: Es el valor con una mayor frecuencia en una distribución de datos.

6.3.1.3 Funciones de pertenencia

Para el cálculo de las funciones de pertenencia para cada variable se siguió el siguiente procedimiento:

1. Definición del conjunto universo U , que representará a cada variable lingüística que se utilice.
2. Determinar la forma de las funciones de pertenencia de los niveles que tiene cada variable. Esta tesis ha tomado como referencia funciones triangulares y trapezoidales por la facilidad de construcción y programación.
3. Especificación del número de niveles que tendrán las variables lingüísticas.
4. Cálculo de los intervalos difusos para cada nivel definido.
5. Representación matemática y gráfica de la función de membresía.

Para una mejor segmentación del sistema financiero, el conjunto de bancos y cooperativas de la base de datos construida, se segmentó de acuerdo al tamaño de cada institución, como define la Superintendencia de Bancos y Seguros: bancos grandes, bancos medianos, bancos pequeños, cooperativas grandes, cooperativas medianas, cooperativas pequeñas y cooperativas muy pequeñas. Esta segmentación origina funciones de membresía por cada clasificación, es decir, se contará con 7 grupos de funciones de pertenencia por cada variable analizada.

Variables lingüísticas de entrada

Para el caso del segmento “Análisis financiero” las variables: cartera improductiva, colocaciones monto y colocaciones número tendrán funciones de pertenencia mixtas formadas por números difusos triangulares y trapezoidales.

Los niveles para estas tres variables serán:

- Cartera improductiva $\equiv \{Baja (B), Media (M), Alta(A)\}$
- Colocaciones monto $\equiv \{Baja (B), Media (M), Alta(A)\}$
- Colocaciones número $\equiv \{Baja (B), Media (M), Alta(A)\}$

El segmento “Análisis fundamental” presenta de la misma manera funciones de pertenencia mixtas formadas por números difusos triangulares y trapezoidales.

Los niveles para estas tres variables serán:

- Concentración de la cartera $\equiv \{\text{Baja (B), Media (M), Alta(A)}\}$
- Concentración de calificaciones IFI $\equiv \{\text{Baja (B), Media (M), Alta(A)}\}$
- Cobertura nacional (a nivel provincial) $\equiv \{\text{Baja (B), Media (M), Alta(A)}\}$

El último segmento “Análisis de riesgo” definió funciones de pertenencia mixtas formadas por números difusos triangulares y trapezoidales.

Los niveles para estas tres variables son:

- Mora dura $\equiv \{\text{Baja (B), Media (M), Alta(A)}\}$
- Calificación de riesgo $\equiv \{\text{Baja (B), Media (M), Alta(A)}\}$
- Probabilidad de incumplimiento $\equiv \{\text{Baja (B), Media (M), Alta(A)}\}$

Intervalos difusos de las variables

Para la definición del dominio de trabajo de las variables: cartera improductiva, colocaciones monto, colocaciones número y mora dura; y considerando que se cuenta con información histórica, los intervalos difusos se establecieron a partir de los cuartiles (Q_1, Q_2, Q_3, Q_4) de cada serie histórica de las variables. La construcción de las funciones de pertenencia para estas variables usa números difusos triangulares y trapezoidales de la forma siguiente:

Función de pertenencia triangular

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{x_1 - a_1}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq x_1 \leq a_2 \\ \frac{a_3 - x}{a_3 - a_2}, & a_2 \leq x_1 \leq a_3 \\ 0, & \text{caso contrario} \end{cases} \quad (6-1)$$

Función de pertenencia trapezoidal

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & x < a_1 \\ \frac{x-a_1}{a_2-a_1}, & a_1 \leq x \leq a_2 \\ 1, & a_2 \leq x \leq a_3 \\ \frac{a_4-x}{a_4-a_3}, & a_3 \leq x \leq a_4 \\ 0, & x > a_4 \end{cases} \quad (6-2)$$

Donde a_1 , a_2 , a_3 y a_4 son los cuartiles 1, 2, 3, y 4 respectivamente.

Para el caso de las variables: concentración de cartera, concentración de calificaciones IFI, cobertura nacional, calificación de riesgo y probabilidad de incumplimiento, se emplearon únicamente números difusos triangulares y para establecer los intervalos difusos se emplearon criterios expertos sobre porcentajes simétricos para los niveles definidos.

Únicamente se presentará la construcción de las funciones de pertenencia del primer grupo de cada variable, es decir, para el grupo de bancos grandes; para el resto de los grupos se usa la misma lógica.

Análisis financiero

Función de pertenencia para la variable lingüística “cartera improductiva” para bancos grandes

$$U_{CIBG} = \{x_1 \times 10^6 \mid 0 \leq x_1 \leq 38,8\} \quad (6-3)$$

Conjunto universo:

$$U_{CIBG_B}(x_1) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x_1 \leq 3,72 \\ \frac{6,45 - x_1}{2,73}, & 3,72 \leq x_1 \leq 6,45 \end{cases} \quad (6-4)$$

$$U_{CIBG_M}(x_1) = \begin{cases} \frac{x_1 - 3,72}{2,73}, & 3,72 \leq x_1 \leq 6,46 \\ \frac{21,4 - x_1}{14,9}, & 6,46 \leq x_1 \leq 21,4 \end{cases} \quad (6-5)$$

$$U_{CIBG_A}(x_1) = \begin{cases} \frac{x_1 - 6,45}{14,99}, & 6,45 \leq x_1 \leq 21,4 \\ 1, & 21,4 \leq x_1 \leq 38,7 \end{cases} \quad (6-6)$$

La Figura 6.12 muestra los niveles definidos para esta variable: baja, media y alta.

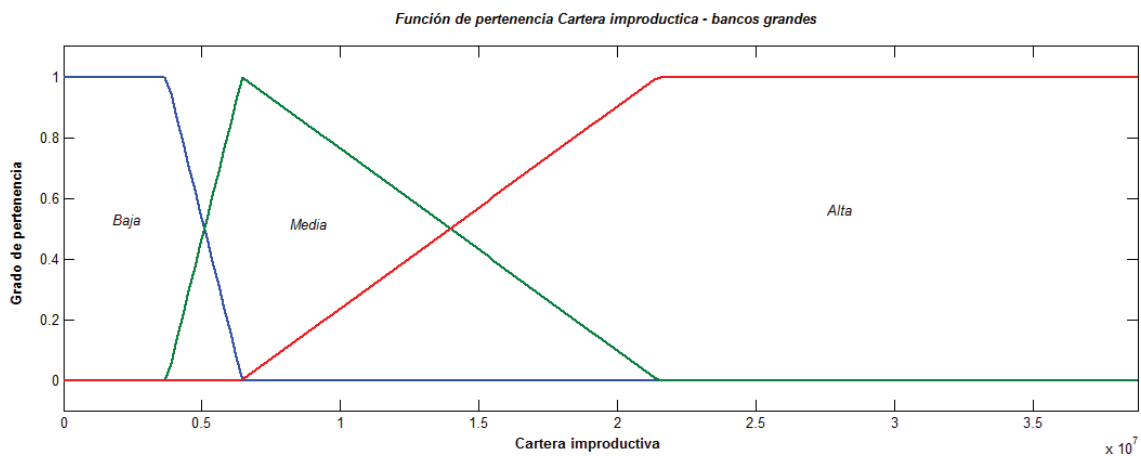


Figura 6-12 Función de pertenencia de la variable lingüística “cartera improductiva”

Función de pertenencia para la variable lingüística “colocaciones monto” para bancos grandes

$$U_{CIBG} = \{x_1 \times 10^6 \mid 0 \leq x_1 \leq 328,1\} \quad (6-7)$$

Conjunto universo:

$$U_{CMBG_B}(x_1) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x_1 \leq 59,8 \\ \frac{118,9 - x_1}{59,01}, & 59,8 \leq x_1 \leq 118,9 \end{cases}$$

$$U_{CMBG_M}(x_1) = \begin{cases} \frac{x_1 - 59,8}{59,01}, & 59,8 \leq x_1 \leq 118,9 \\ \frac{192,8 - x_1}{73,9}, & 118,9 \leq x_1 \leq 192,8 \end{cases} \quad (6-8)$$

$$U_{CMBG_A}(x_1) = \begin{cases} \frac{x_1 - 118,9}{73,9}, & 118,9 \leq x_1 \leq 192,8 \\ 1, & 192,8 \leq x_1 \leq 328,1 \end{cases}$$

La Figura 6.13 muestra los niveles definidos para la variable colocaciones monto: baja, media y alta.

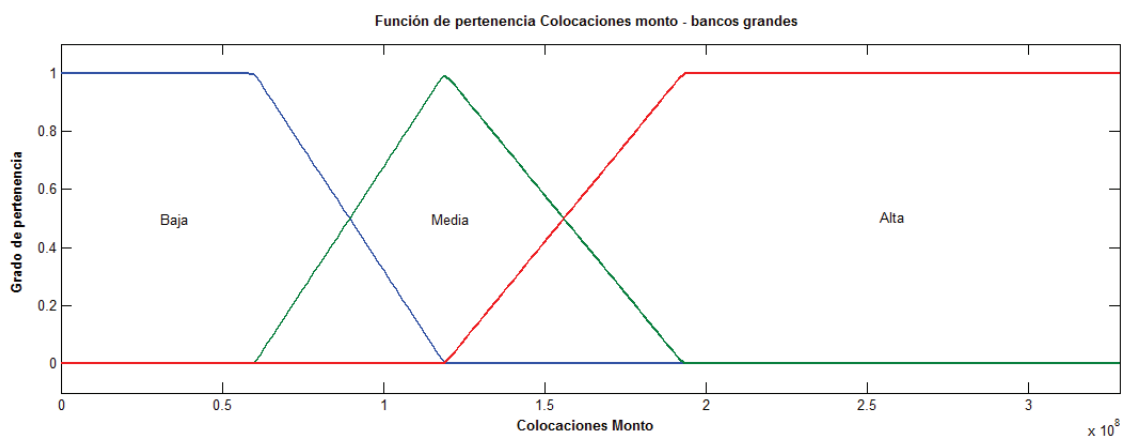


Figura 6-13 Función de pertenencia de la variable lingüística “colocaciones montos”

Función de pertenencia para la variable lingüística “colocaciones número” para bancos grandes

Conjunto universo: $U_{CNBG} = \{x_1 \times 10^3 \mid 0 \leq x_1 \leq 10,9\}$ (6-9)

$$U_{CNBG_B}(x_1) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x_1 \leq 2,37 \\ \frac{3,96 - x_1}{1,6}, & 2,37 \leq x_1 \leq 3,96 \end{cases}$$

$$U_{CNBG_M}(x_1) = \begin{cases} \frac{x_1 - 2,37}{1,6}, & 2,37 \leq x_1 \leq 3,96 \\ \frac{6,4 - x_1}{2,48}, & 3,96 \leq x_1 \leq 6,4 \end{cases} \quad (6-10)$$

$$U_{CNBG_A}(x_1) = \begin{cases} \frac{x_1 - 3,96}{2,48}, & 3,96 \leq x_1 \leq 6,4 \\ 1, & 6,4 \leq x_1 \leq 10,9 \end{cases}$$

La Figura 6.14 muestra los niveles definidos para la variable colocaciones número: baja, media y alta.

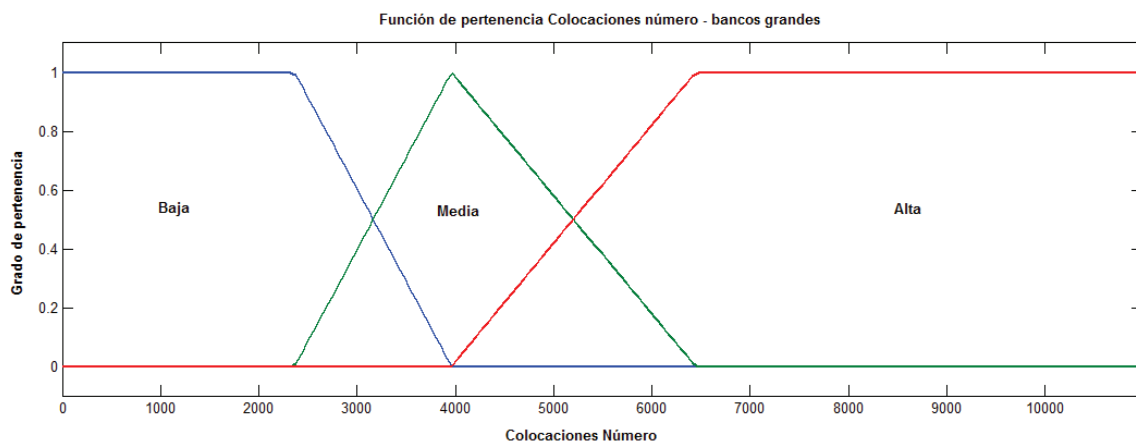


Figura 6-14 Función de pertenencia de la variable lingüística “colocaciones número”

Análisis fundamental

Función de pertenencia para la variable lingüística “concentración de cartera” para bancos grandes

Conjunto universo: $U_{CCBG} = \{x_1 | 0 \leq x_1 \leq 1\}$ (6-11)

$$U_{CCBG_B}(x_1) = \begin{cases} 0, & \text{caso contrario} \\ 1 - \frac{x_1}{0,20}, & 0 \leq x_1 \leq 0,20 \end{cases}$$

$$U_{CCBG_M}(x_1) = \begin{cases} \frac{x_1 - 0,10}{0,20}, & 0,10 \leq x_1 \leq 0,20 \\ \frac{0,50 - x_1}{0,20}, & 0,30 \leq x_1 \leq 0,50 \end{cases} \quad (6-12)$$

$$U_{CCBG_A}(x_1) = \begin{cases} \frac{x_1 - 0,60}{0,20}, & 0,40 \leq x_1 \leq 1 \\ 0, & \text{caso contrario} \end{cases}$$

La Figura 6.15 muestra los niveles definidos para la variable concentración de cartera: baja, media y alta.

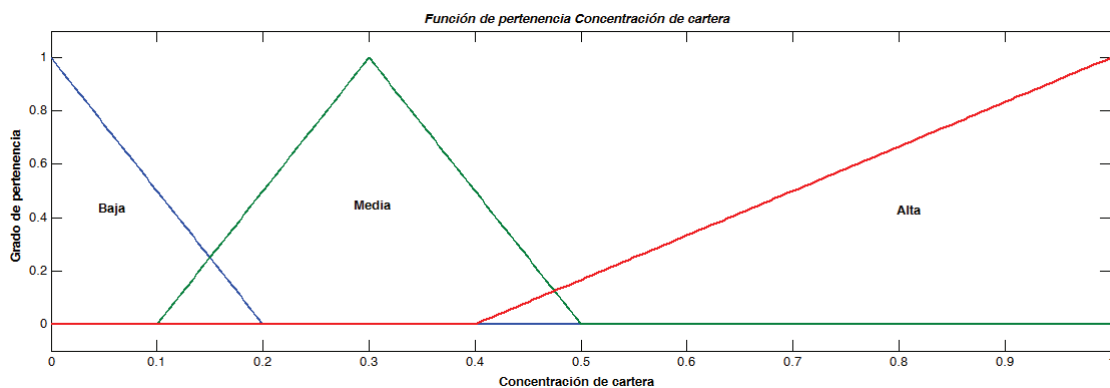


Figura 6-15 Función de pertenencia de la variable lingüística “concentración de cartera”

Función de pertenencia para la variable lingüística “concentración de calificaciones IFI” para bancos grandes

Conjunto universo: $U_{CCABG} = \{x_1 | 0 \leq x_1 \leq 1\}$ (6-13)

$$U_{CCABG_B}(x_1) = \begin{cases} 0, & \text{caso contrario} \\ 1 - \frac{x_1}{0,40}, & 0 \leq x_1 \leq 0,40 \end{cases}$$

$$U_{CCABG_M}(x_1) = \begin{cases} \frac{x_1 - 0,10}{0,40}, & 0,10 \leq x_1 \leq 0,50 \\ \frac{0,80 - x_1}{0,30}, & 0,50 \leq x_1 \leq 0,80 \end{cases} \quad (6-14)$$

$$U_{CCABG_A}(x_1) = \begin{cases} \frac{x_1 - 0,60}{0,40}, & 0,60 \leq x_1 \leq 1 \\ 0, & \text{caso contrario} \end{cases}$$

La Figura 6.16 muestra los niveles definidos para la variable concentración de calificaciones IFI: baja, media y alta.

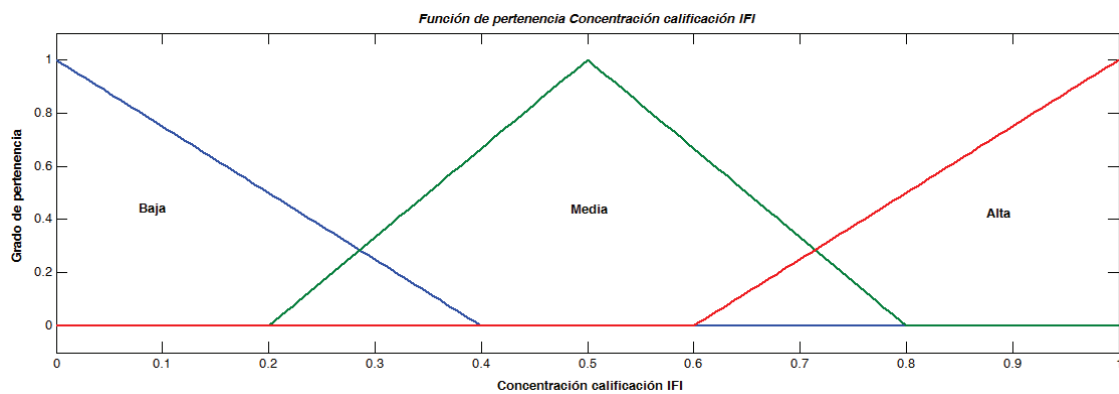


Figura 6-16 Función de pertenencia de la variable lingüística “concentración de calificaciones”

Función de pertenencia para la variable lingüística “cobertura nacional” para bancos grandes

Conjunto universo: $U_{CNABG} = \{x_1 | 0 \leq x_1 \leq 1\}$ (6-15)

$$U_{CNABG_B}(x_1) = \begin{cases} 0, & \text{caso contrario} \\ 1 - \frac{x_1}{0,10}, & 0 \leq x_1 \leq 0,10 \end{cases}$$

$$U_{CNABG_M}(x_1) = \begin{cases} \frac{x_1 - 0,10}{0,25}, & 0,10 \leq x_1 \leq 0,35 \\ \frac{0,60 - x_1}{0,25}, & 0,35 \leq x_1 \leq 0,60 \end{cases} \quad (6-16)$$

$$U_{CNABG_A}(x_1) = \begin{cases} \frac{x_1 - 0,60}{0,40}, & 0,60 \leq x_1 \leq 1 \\ 0, & \text{caso contrario} \end{cases}$$

La Figura 6.17 muestra los niveles definidos para la variable cobertura nacional: baja, media y alta.

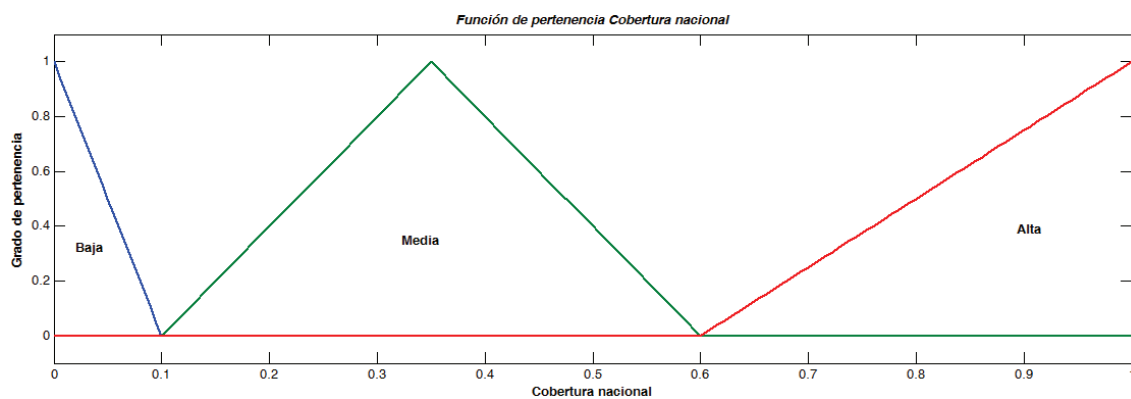


Figura 6-17 Función de pertenencia de la variable lingüística “cobertura nacional”

Análisis de riesgo

Función de pertenencia para la variable lingüística “mora dura” para bancos grandes

Conjunto universo: $U_{MDBG} = \{x_1 \times 10^{-2} | 0 \leq x_1 \leq 100\}$ (6-17)

$$U_{MDBG_B}(x_1) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x_1 \leq 0,16 \\ \frac{0,16 - x_1}{0,21}, & 0,16 \leq x_1 \leq 0,37 \end{cases}$$

$$U_{MDBG_M}(x_1) = \begin{cases} \frac{x_1 - 0,16}{0,21}, & 0,16 \leq x_1 \leq 0,37 \\ \frac{0,81 - x_1}{0,44}, & 0,37 \leq x_1 \leq 0,81 \end{cases} \quad (6-18)$$

$$U_{MDBG_A}(x_1) = \begin{cases} \frac{x_1 - 0,37}{0,44}, & 0,37 \leq x_1 \leq 0,81 \\ 1, & 0,81 \leq x_1 \leq 2,37 \end{cases}$$

La Figura 6.18 muestra los niveles definidos para la variable mora dura: baja, media y alta.

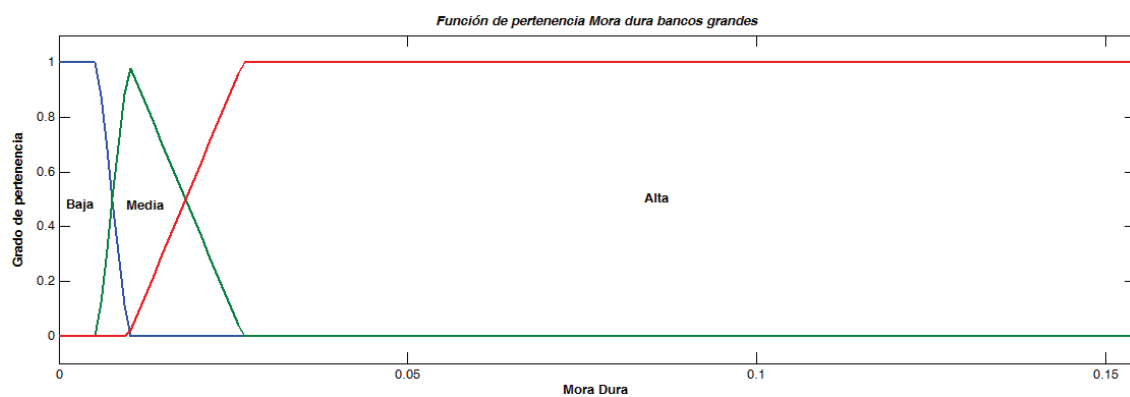


Figura 6-18 Función de pertenencia de la variable lingüística “mora dura”

Función de pertenencia para la variable lingüística “calificación de riesgo” para bancos grandes

Conjunto universo: $U_{PIBG} = \{x_1 | 0 \leq x_1 \leq 1\}$ (6-19)

$$U_{PIBG_B}(x_1) = \begin{cases} 0, & \text{caso contrario} \\ 1 - \frac{x_1}{0,40}, & 0 \leq x_1 \leq 0,40 \end{cases}$$

$$U_{PIBG_M}(x_1) = \begin{cases} \frac{x_1 - 0,20}{0,30}, & 0,20 \leq x_1 \leq 0,50 \\ \frac{0,80 - x_1}{0,30}, & 0,50 \leq x_1 \leq 0,80 \end{cases} \quad (6-20)$$

$$U_{PIBG_A}(x_1) = \begin{cases} \frac{x_1 - 0,60}{0,40}, & 0,60 \leq x_1 \leq 1 \\ 0, & \text{caso contrario} \end{cases}$$

La Figura 6.19 muestra los niveles definidos para la variable calificación de riesgo: baja, media y alta.

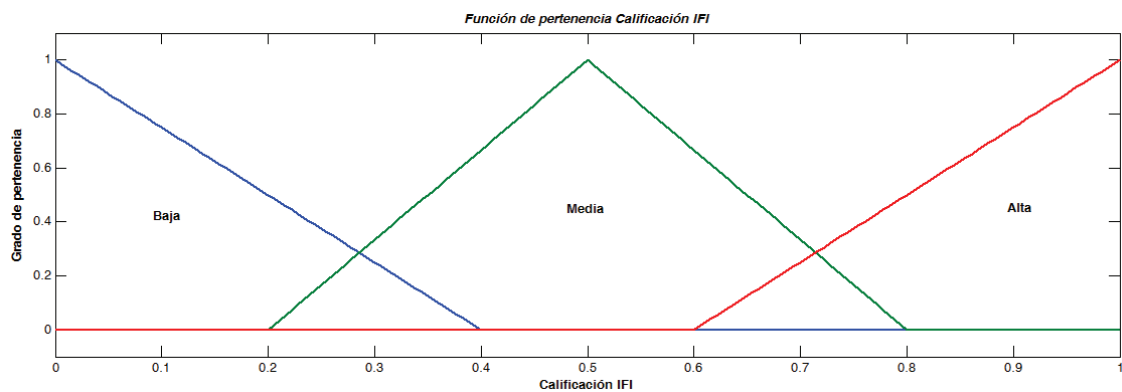


Figura 6-19 Función de pertenencia de la variable lingüística “calificación de riesgo”

Función de pertenencia para la variable lingüística “probabilidad de incumplimiento” para bancos grandes

Conjunto universo: $U_{CNABG} = \{x_1 | 0 \leq x_1 \leq 1\}$ (6-21)

$$U_{CRABG_B}(x_1) = \begin{cases} 0, & \text{caso contrario} \\ 1 - \frac{x_1}{0,40}, & 0 \leq x_1 \leq 0,40 \end{cases}$$

$$U_{CRABG_M}(x_1) = \begin{cases} \frac{x_1 - 0,25}{0,25}, & 0,25 \leq x_1 \leq 0,50 \\ \frac{0,75 - x_1}{0,25}, & 0,50 \leq x_1 \leq 0,75 \end{cases} \quad (6-22)$$

$$U_{CRABG_A}(x_1) = \begin{cases} \frac{x_1 - 0,60}{0,40}, & 0,60 \leq x_1 \leq 1 \\ 0, & \text{caso contrario} \end{cases}$$

La Figura 6.20 muestra los niveles definidos para la variable probabilidad de incumplimiento: baja, media y alta.

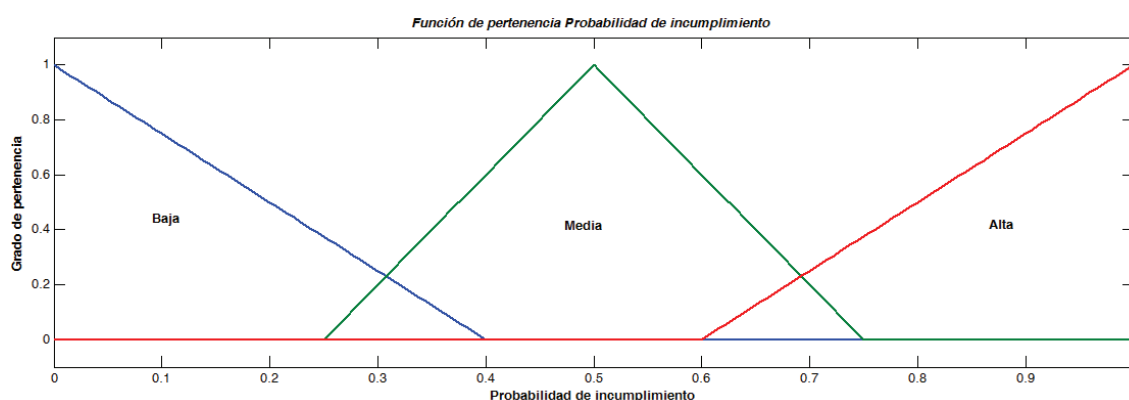


Figura 6-20 Función de pertenencia de la variable lingüística “probabilidad de incumplimiento”

Variables de salida

Una vez que se han descrito las variables de entrada del sistema de control difuso, se definen las variables de salida, una para cada segmento de análisis. Se empleó la misma lógica de la definición del segundo grupo de variables, es decir, los intervalos difusos fueron construidos a partir de criterios expertos y análisis históricos de las categorías que ha venido empleando el Fondo de Garantía para calificar a las entidades financieras.

Los niveles para estas tres variables de salida son:

- Análisis financiero \equiv {Desfavorable (D), Medio (M), Favorable (F)}
- Análisis fundamental \equiv {Desfavorable (D), Medio (M), Favorable (F)}
- Análisis de riesgo \equiv {Desfavorable (D), Medio (M), Favorable (F)}

Función de pertenencia para la variable lingüística “análisis financiero”

Conjunto universo: $U_{AF} = \{x_1 | 0 \leq x_1 \leq 1\}$ (6-23)

$$U_{AF_D}(x_1) = \begin{cases} 0, & \text{caso contrario} \\ 1 - \frac{x_1}{0,40}, & 0 \leq x_1 \leq 0,40 \end{cases}$$

$$U_{AF_M}(x_1) = \begin{cases} \frac{x_1 - 0,25}{0,25}, & 0,25 \leq x_1 \leq 0,50 \\ \frac{0,75 - x_1}{0,25}, & 0,50 \leq x_1 \leq 0,75 \end{cases} \quad (6-24)$$

$$U_{AF_F}(x_1) = \begin{cases} \frac{x_1 - 0,60}{0,40}, & 0,60 \leq x_1 \leq 1 \\ 0, & \text{caso contrario} \end{cases}$$

La Figura 6.21 muestra los niveles definidos para la variable de salida de análisis financiero: desfavorable, medio, favorable.

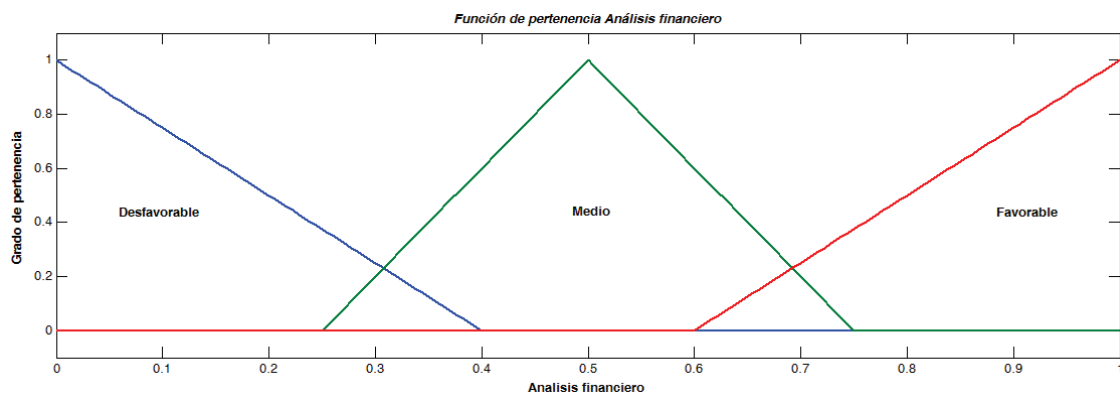


Figura 6-21 Función de pertenencia de la variable lingüística de salida “análisis financiero”

Para los otros dos segmentos: “análisis fundamental” y “análisis de riesgo” se emplea la misma función de pertenencia.

Variable del resultado final: Perfil IFI

La calificación final de la IFI, resulta de la evaluación de los tres segmentos que a su vez son procesados por un sistema de control difuso. La construcción de esta variable lingüística final se fundamentó en base a criterios de expertos y de los análisis históricos de las categorías que ha venido empleando el Fondo de Garantía para calificar a las entidades financieras.

Los niveles para esta variable de salida son:

Perfil IFI \equiv {AAA, AA, A, BBB, BB, No aplica}

Estos niveles corresponden a los niveles que actualmente el Fondo de Garantía está manejando y se basan en las políticas definidas por el mismo y aprobadas por la Superintendencia de Bancos y Seguros.

Los intervalos difusos que se empleó en esta variable tienen un rango de 0 a 1000 puntos y las categorías presentan la siguiente distribución:

Max	Min	Categoría
1000	882	AAA
881	763	AA
762	644	A
643	523	BBB
524	406	BB
405	0	NO APLICA

Tabla 6-2 Tabla de calificación de la IFI

La función de pertenencia empleada para esta variable es la siguiente:

Función de pertenencia para la variable lingüística de salida "Perfil IFI"

Conjunto universo:
$$U_{PERFIL} = \{x_1 | 0 \leq x_1 \leq 1000\}$$
 (6-25)

$$U_{PERFIL_{NOAPLICA}}(x_1) = \begin{cases} 0, & \text{caso contrario} \\ 1 - \frac{x_1}{405}, & 0 \leq x_1 \leq 405 \end{cases}$$

$$U_{PERFIL_{BB}}(x_1) = \begin{cases} \frac{x_1 - 405}{59}, & 405 \leq x_1 \leq 464 \\ \frac{524 - x_1}{60}, & 464 \leq x_1 \leq 524 \end{cases}$$

$$U_{PERFIL_{BBB}}(x_1) = \begin{cases} \frac{x_1 - 524}{59}, & 524 \leq x_1 \leq 583 \\ \frac{643 - x_1}{60}, & 583 \leq x_1 \leq 643 \end{cases}$$

(6-26)

$$U_{PERFIL_A}(x_1) = \begin{cases} \frac{x_1 - 643}{59}, & 643 \leq x_1 \leq 702 \\ \frac{762 - x_1}{60}, & 702 \leq x_1 \leq 762 \end{cases}$$

$$U_{PERFIL_{AA}}(x_1) = \begin{cases} \frac{x_1 - 762}{59}, & 762 \leq x_1 \leq 821 \\ \frac{881 - x_1}{60}, & 821 \leq x_1 \leq 881 \end{cases}$$

$$U_{PERFIL_{AAA}}(x_1) = \begin{cases} \frac{x_1 - 881}{119}, & 881 \leq x_1 \leq 1000 \\ 0, & \text{caso contrario} \end{cases}$$

La Figura 6.22 muestra los niveles definidos para la variable de salida perfil IFI: desfavorable, medio, favorable.

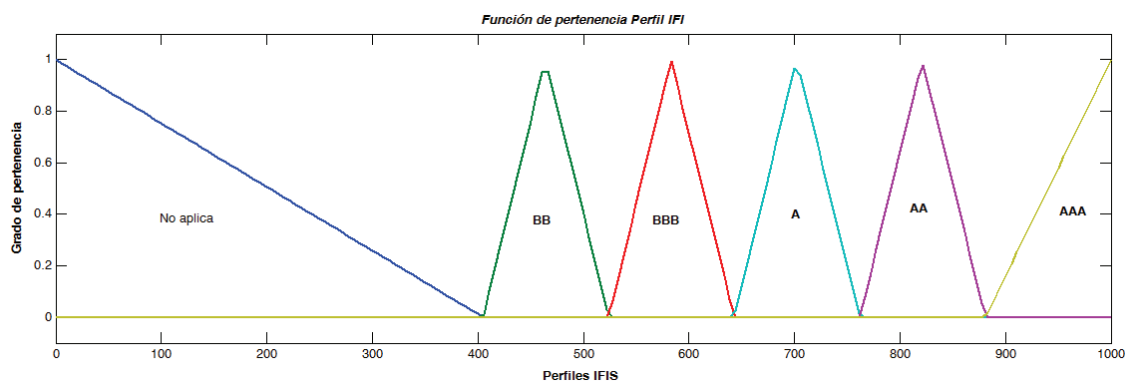


Figura 6-22 Función de pertenencia de la variable lingüística de salida “Perfil IFI”

6.3.1.4 Base de reglas

La base de reglas está definida para cada segmento de evaluación y su construcción demandó el conocimiento y experiencia de los analistas del Fondo de Garantía, quienes evalúan a las entidades financieras periódicamente para determinar su idoneidad de participación en el fondo.

Los niveles que se emplearon en la construcción de los tres segmentos son:

- Análisis Financiero \equiv {Desfavorable (D), Medio (M), Favorable (F)}
- Análisis Fundamental \equiv {Desfavorable (D), Medio (M), Favorable (F)}
- Análisis de riesgo \equiv {Desfavorable (D), Medio (M), Favorable (F)}

Conforme a los criterios expertos antes mencionados, para cada segmento se realizó particiones en una matriz estableciendo relaciones entre las variables de entrada y salida hasta cubrir todas las combinaciones posibles. A continuación se muestran las tres matrices construidas.

Análisis financiero

Cartera improductiva

<u>Colocaciones</u> <u>número</u>	<u>Colocaciones</u> <u>monto</u>	Alta	media	Baja
Alta	Alta	<i>Medio</i>	<i>Favorable</i>	<i>Favorable</i>
Alta	Media	<i>Medio</i>	<i>Medio</i>	<i>Favorable</i>
Alta	Baja	<i>Desfavorable</i>	<i>Medio</i>	<i>Medio</i>
Media	Alta	<i>Medio</i>	<i>Medio</i>	<i>Favorable</i>
Media	Media	<i>Desfavorable</i>	<i>Medio</i>	<i>Medio</i>
Media	Baja	<i>Desfavorable</i>	<i>Desfavorable</i>	<i>Medio</i>
Baja	Alta	<i>Desfavorable</i>	<i>Medio</i>	<i>Medio</i>
Baja	Media	<i>Desfavorable</i>	<i>Desfavorable</i>	<i>Medio</i>
Baja	Baja	<i>Desfavorable</i>	<i>Desfavorable</i>	<i>Desfavorable</i>

Tabla 6-3 Base de reglas del segmento “Análisis financiero”

Conforme a la matriz que se muestra en la Tabla 6-3, a juicio de los analistas del Fondo de Garantía, si se tiene altas colocaciones en número, altas colocaciones en monto y una cartera improductiva con un nivel medio, entonces el resultado del análisis financiero es favorable para la institución financiera evaluada.

De la misma manera, se construyó las matrices para los dos segmentos restantes. Las Tablas 6.4 y 6.5 muestran la base de reglas respectivas.

Análisis fundamental

Concentración Calificaciones CFN

<u>Concentración cartera</u>	<u>Cobertura Nacional</u>	AAA	AA	A	BBB	BB	Menor a BB
Alta	Alta	<i>Favorable</i>	<i>Favorable</i>	<i>Favorable</i>	<i>Medio</i>	<i>Medio</i>	<i>Medio</i>
Alta	Media	<i>Favorable</i>	<i>Favorable</i>	<i>Medio</i>	<i>Medio</i>	<i>Medio</i>	<i>Medio</i>
Alta	Baja	<i>Favorable</i>	<i>Medio</i>	<i>Medio</i>	<i>Medio</i>	<i>Medio</i>	<i>Desfavorable</i>
Media	Alta	<i>Favorable</i>	<i>Favorable</i>	<i>Medio</i>	<i>Medio</i>	<i>Medio</i>	<i>Medio</i>
Media	Media	<i>Favorable</i>	<i>Medio</i>	<i>Medio</i>	<i>Medio</i>	<i>Medio</i>	<i>Desfavorable</i>
Media	Baja	<i>Medio</i>	<i>Medio</i>	<i>Medio</i>	<i>Medio</i>	<i>Desfavorable</i>	<i>Desfavorable</i>

Baja	Alta	Favorable	Medio	Medio	Medio	Medio	Desfavorable
Baja	Media	Medio	Medio	Medio	Medio	Desfavorable	Desfavorable
Baja	Baja	Medio	Medio	Medio	Desfavorable	Desfavorable	Desfavorable

Tabla 6-4 Base de reglas del segmento “Análisis fundamental”

Para este segmento, conforme el juicio experto si la institución financiera tiene una concentración de cartera (microcrédito o comercial) con nivel medio, una cobertura nacional baja y una concentración de calificaciones de BB, la entidad tendrá un análisis fundamental desfavorable.

Finalmente, este último segmento “Análisis de riesgo”, dispone que si la entidad financiera presenta una mora baja, una probabilidad de incumplimiento de nivel medio y una calificación de riesgo actual de A, dicha entidad será calificada con un análisis de riesgo de nivel medio.

Análisis financiero

Mora dura	Probabilidad de incumplimiento	Calificación actual CFN					
		AAA	AA	A	BBB	BB	Menor a BB
Alta	Alta	Medio	Medio	Medio	Desfavorable	Desfavorable	Desfavorable
Alta	Media	Medio	Medio	Medio	Medio	Desfavorable	Desfavorable
Alta	Baja	Favorable	Medio	Medio	Medio	Medio	Desfavorable
Media	Viable	Medio	Medio	Medio	Medio	Desfavorable	Desfavorable
Media	Media	Favorable	Medio	Medio	Medio	Medio	Desfavorable
Media	Baja	Favorable	Favorable	Medio	Medio	Medio	Medio
Baja	Alta	Favorable	Medio	Medio	Medio	Medio	Desfavorable
Baja	Media	Favorable	Favorable	Medio	Medio	Medio	Medio
Baja	Baja	Favorable	Favorable	Favorable	Medio	Medio	Medio

Tabla 6-5 Base de reglas del segmento “Análisis de riesgos”

Al obtener los resultados de cada segmento analizado, se crea una nueva matriz con los niveles establecidos:

- Análisis Financiero \equiv {Desfavorable (D), Medio (M), Favorable (F)}
- Análisis Fundamental \equiv {Desfavorable (D), Medio (M), Favorable (F)}

- Análisis de riesgo \equiv {Desfavorable (D), Medio (M), Favorable (F)}

La matriz de evaluación final en base a los tres segmentos, se presenta en la Tabla 6.6.

Análisis financiero		Análisis fundamental		Análisis de riesgo		
				Favorable	Medio	Desfavorable
Favorable	Favorable	AAA	AA	A		
Favorable	Medio	AA	A	BBB		
Favorable	Desfavorable	A	BBB	BB		
Medio	Favorable	AA	A	BBB		
Medio	Medio	A	BBB	BB		
Medio	Desfavorable	BBB	BB	No aplica		
Desfavorable	Favorable	A	BBB	BB		
Desfavorable	Medio	BBB	BB	No aplica		
Desfavorable	Desfavorable	BB	No aplica	No aplica		

Tabla 6-6 Base de reglas del segmento “Análisis final”

Parámetros de la inferencia difusa

Los parámetros empleados para inferir con las matrices de reglas son:

- Conectiva AND (^): mínimo
- Implicación difusa: Mandani
- Modus ponens difuso: min-max (composición de conjunto difuso con relación difusa)
- Agregación de las salidas difusas de las reglas activadas: OR (máximo)
- Operador de difusificación: singleton³⁰
- Operador de desdifusificación: Centro de gravedad (o centroide)

La implicación Mamdani en combinación con la difusificación a través de los singleton, facilita la aplicación del modus ponens difuso.

³⁰ Singleton.- Función de pertenencia que tiene un valor único cuando $x = a$ (es como una función delta de Dirac).

Para reglas AND, el α – corte toma como valor α el menor valor de verdad de la intersección de los singleton de entrada con los conjuntos difusos de entrada.

Cada segmento de análisis y la matriz de calificación final, poseen 27 reglas, de las cuales no todas las reglas se cumplen conforme a los valores de las variables de entrada.

Por el valor considerable de reglas, se presenta directamente la aplicación realizada a través de Fuzzy Logic Tools de MATLAB para cada segmento de análisis.

6.3.1.5 Difusificación y activación de reglas

Una vez seleccionada la entidad a calificar y la cartera (comercial o microcrédito) respectiva al mes de calificación (en este caso tomamos el mes de diciembre 2012), las variables de entrada son ubicadas en el nivel correspondiente de cada función de pertenencia para cada segmento. La Figura 6. 23 muestra los valores de entrada para una institución financiera.

<u>Análisis Financiero</u>	
Cartera Improductiva	3.430.474,20
Colocaciones monto	276.422.457,00
Colocaciones número	10.395,00
<u>Análisis Fundamental</u>	
Concentración en cartera	73,67%
Concentración en calificaciones IFI	A
Cobertura nacional (a nivel provincia)	66,67%
<u>Análisis de riesgo</u>	
Mora Dura	0,06%
Calificación de riesgo	AA
Probabilidad de incumplimiento	0,00%

Figura 6-23 Variables de entrada para los tres segmentos de análisis

Empleando la función singleton, a partir de los valores de entrada, se procede a evaluar las reglas que contienen los niveles marcados para cada variable de entrada (reglas activas). La evaluación de reglas activas se define como el “*Modus*

Ponen Difuso”. La Figura 6.24 muestra la evaluación de reglas para una entidad financiera para el primer segmento “análisis financiero.

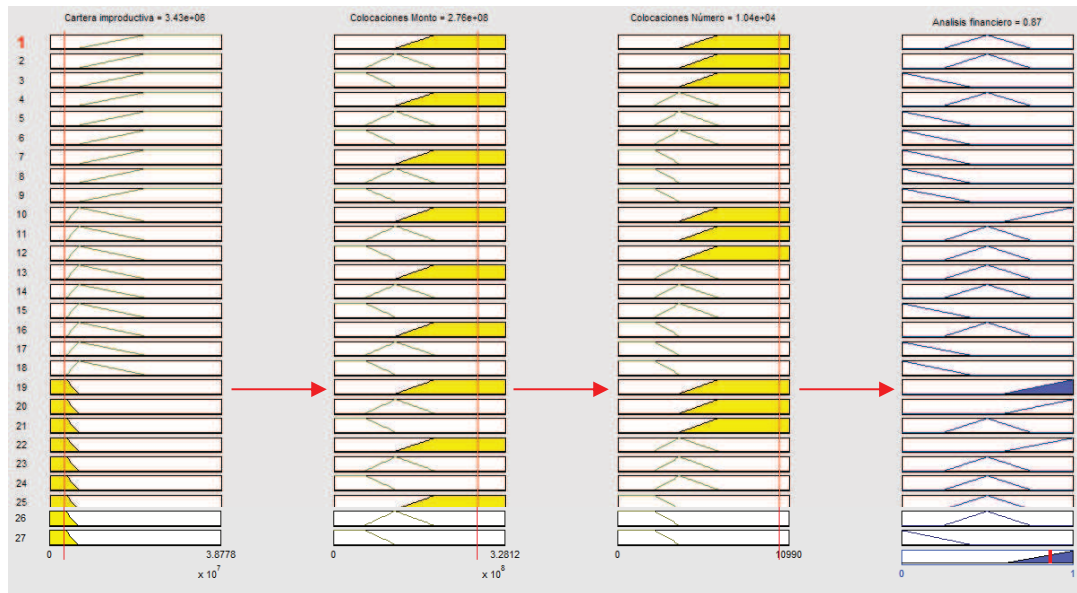


Figura 6-24 Base de reglas para el segmento: análisis financiero

La Figura 6.24 muestra en la parte superior los valores de entrada y marca con una línea roja el valor correspondiente de la variable. En la parte izquierda se enumeran las reglas y las figuras pintadas de amarillo indican que la regla es activada.

Conforme a la variable de entrada para la cartera improductiva de 3.43 millones para esta entidad financiera, se tiene que éste valor, se encuentra en el rango de 0 a 6.46 millones que corresponde al nivel bajo de la cartera improductiva, por tanto, las reglas que tengan este nivel se activarán. De forma similar, la variable monto de colocaciones (276 millones) se ubica en el nivel alto y el número de colocaciones (10.395) se encuentra en el nivel alto.

Los valores presentados caen únicamente en uno de los niveles de la variable, por lo que en este caso no es necesario tomar el mínimo valor entre los valores que se obtienen con la función singleton al cruzar las funciones de pertenencia; este comportamiento se repite en las otras dos variables

Conforme a este comportamiento, la única regla que se cumple en este segmento es la regla 19. La Figura 6.25 muestra la regla 19.

Input:	[3.43e+06 2.764e+08 1.04e+04]	Plot points:	101
Rule 19. If (Cartera improductiva is Baja) and (Colocaciones Monto is Alta) and (Colocaciones Número is Alta) then (Análisis financiero is Favorable) (1)			

Figura 6-25 Regla 19 del segmento: análisis financiero

La regla 19 dispone que si la cartera improductiva es baja, el monto de colocaciones es alto y el número de colocaciones es alto, entonces la institución financiera tiene un comportamiento financiero favorable.

Las Figuras 6.26 y 6.27 muestran la activación de reglas de los segmentos “análisis fundamental” y “análisis de riesgo”.

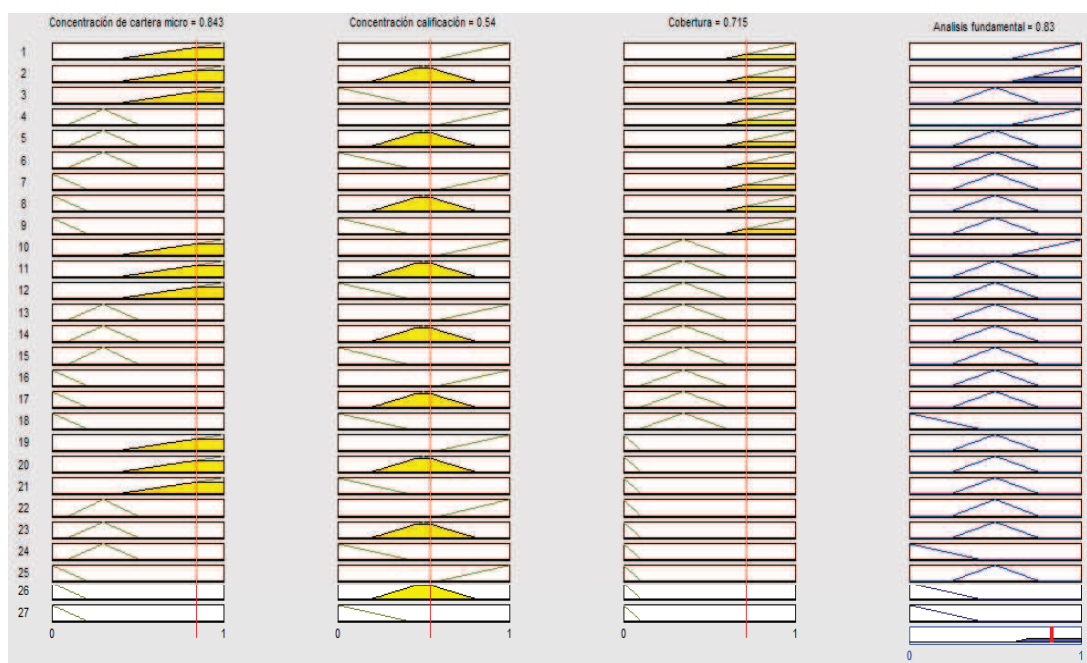


Figura 6-26 Activación de reglas para el segmento: análisis fundamental

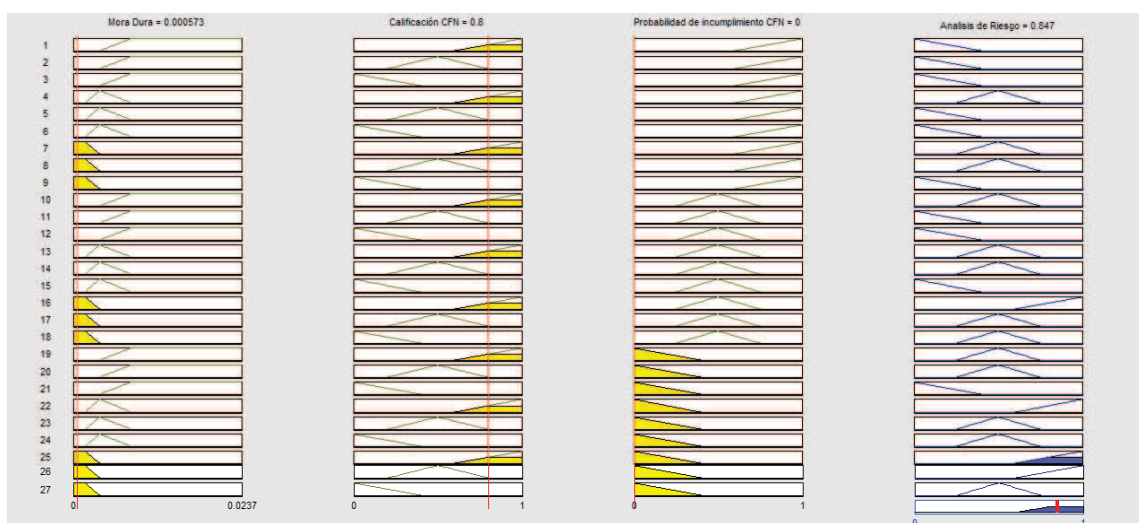
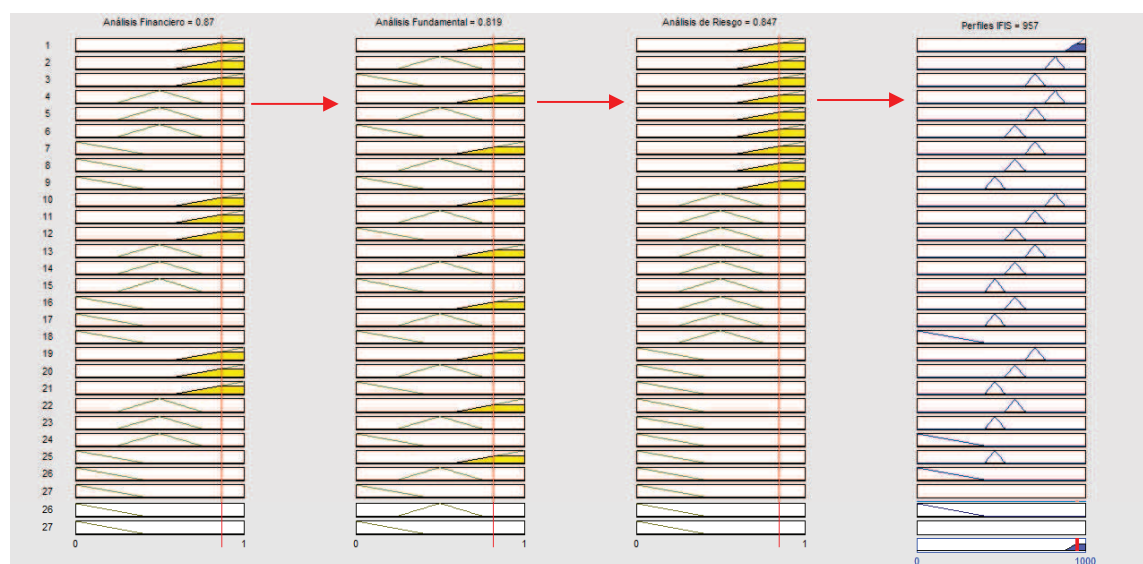


Figura 6-27 Activación de reglas para el segmento: análisis de riesgo

Para el caso del “análisis fundamental”, la regla 2 indica que si la concentración en cartera es alta, la concentración de buenas calificaciones es alta y la cobertura a nivel nacional entonces la institución financiera tiene un comportamiento de las variables fundamentales favorable.

Para el caso del “análisis de riesgo”, la regla 25 dispone que si la mora dura es baja, la calificación CFN es alta y la probabilidad de incumplimiento es baja, entonces la institución financiera tiene un comportamiento de riesgo favorable.

Con los resultados obtenidos para cada segmento, se aplica la base de reglas detallada en la Tabla 6-6 para obtener la calificación final. La Figura 6.28 muestra la



activación de reglas respectiva.

Figura 6-28 Activación de reglas para la calificación final

De acuerdo a los resultados y al similar al comportamiento de los tres segmentos descritos anteriormente, la regla 1 verifica la calificación final, con un análisis financiero favorable, un análisis fundamental favorable y un análisis de riesgo favorable, por tanto, la calificación final será favorable, con una calificación de 957 puntos.

6.3.1.7 Agregación y desdifusificación

El proceso de agregación se usa para decidir qué acción de control debería ser tomada como resultado de la aplicación de varias reglas activadas, en el caso expuesto, la agregación resultó en una sola etapa de acuerdo a la evaluación de reglas activas, es decir, sólo se obtuvo un área de agregación. La Figura 6. 29 muestra la función de pertenencia obtenida para cada segmento.

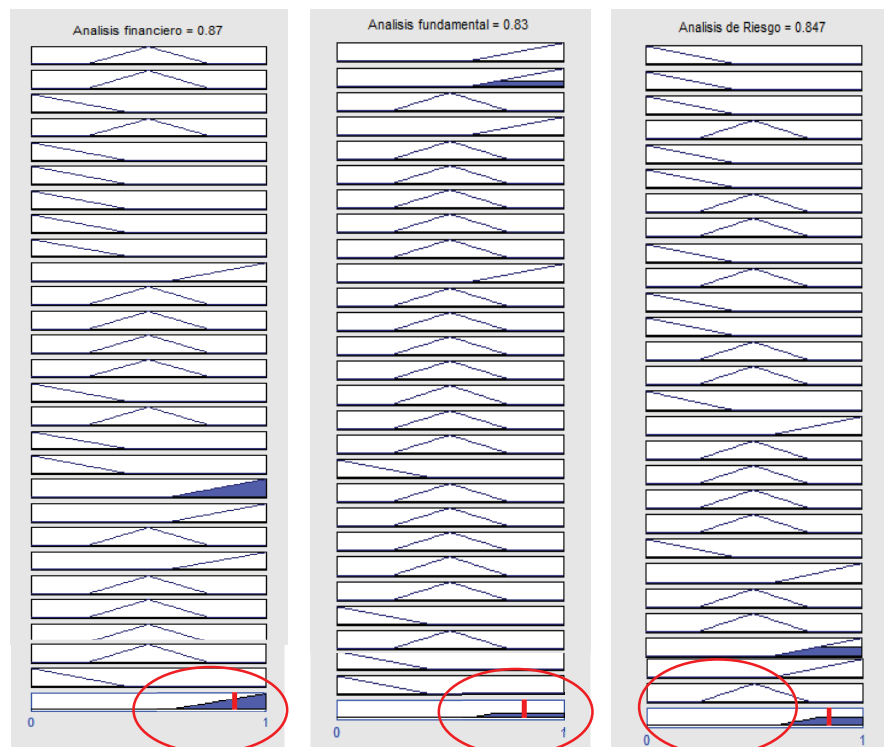


Figura 6-29 Función de pertenencia final de los tres segmentos luego del proceso de agregación

Los valores finales obtenidos para segmento, se los calcula con el método del centro de gravedad (desdifusificación); en este caso como únicamente hay una sola área los cálculos se facilitan. Los resultados son los siguientes:

- Análisis financiero: 0,87
- Análisis fundamental: 0,8187
- Análisis de riesgo: 0,8470

Con estos valores, se realizó un nuevo procedimiento de difusificación, agregación y desdifusificación para obtener el nivel final y el valor de la calificación de la institución financiera. La Figura 6.30 muestra el resultado de la agregación de reglas activas y la función de pertenencia final.

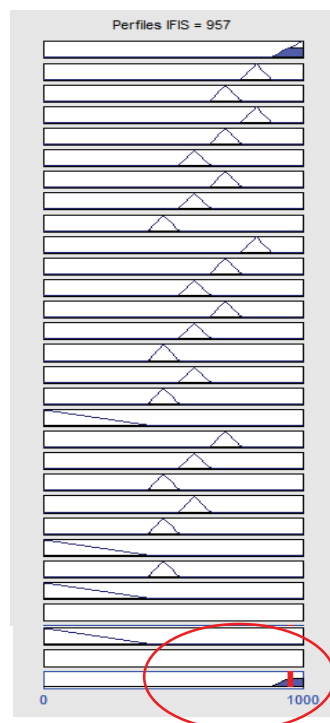


Figura 6-30 Función de pertenencia final de calificación de la IFI

El valor obtenido, indica que la IFI fue calificada con un puntaje de 957 puntos sobre 1000, resultando como una entidad favorable para ser parte de las entidades que conforman la cartera del FOGAMYPE.

Conforme a la tabla de niveles de calificación, el puntaje de 957 puntos corresponde a una calificación de AAA.

Calificación	Puntuación	Categoría
	957.3539	AAA
Max	Mín	Categoría
1000	882	AAA
881	763	AA
762	644	A
643	523	BBB
524	406	BB
405	0	NO APLICA

Figura 6-31 Calificación final

Como se evidenció, el proceso de calificación de una entidad financiera a través del sistema de control difuso, depende de tres factores fundamentales, el primero el tipo de institución, el tamaño de la institución y el tipo de cartera.

6.3.2 MÓDULO DE VALORACIÓN DEL RIESGO: TEORÍA DE CÓPULAS

6.3.2.1 Metodología aplicada para la determinación de la pérdida esperada y tarifas a ser cobradas a las instituciones que conforman el Fondo de Garantía

El proceso inicia con la selección de las instituciones financieras que conforman el Fondo de Garantía en base a la información que se cuenta de cada una de ellas y a la calificación de riesgo obtenida con el módulo de calificación.

Se ha determinado cinco casos para la conformación del FOGAMYPE, tres de ellos son hipotéticos, el cuarto caso es considerar las instituciones financieras que tienen firmados convenios con la CFN y el quinto caso considerar como se encuentra

actualmente el Fondo de Garantía, esto con la finalidad de poder evaluar los resultados que se obtienen y mirar si las tarifas resultantes están por encima de la regulación vigente emitida por la superintendencia de bancos.

En resumen los casos analizar son los siguientes

- 1) Se considera, a todo el sistema financiero en la conformación del Fondo de Garantía.
- 2) Se considera, solo a los bancos en la conformación del FOGAMYPE.
- 3) Se considera, solo a las cooperativas en la conformación del Fondo de Garantía.
- 4) Se considera, solo a las instituciones que tienen firmados convenios con la CFN.
- 5) Se considera, al fondo como se encuentra actualmente.

Determinado como está constituido el FOGAMYPE se procede a determina el tipo de distribución que se ajusta a los datos de mora dura tanto para el sector de microcrédito como comercial, variables que se utilizarán para determinar la perdida esperada

A continuación se presentan los resultados del ajuste de distribución para los cinco casos a ser considerados:

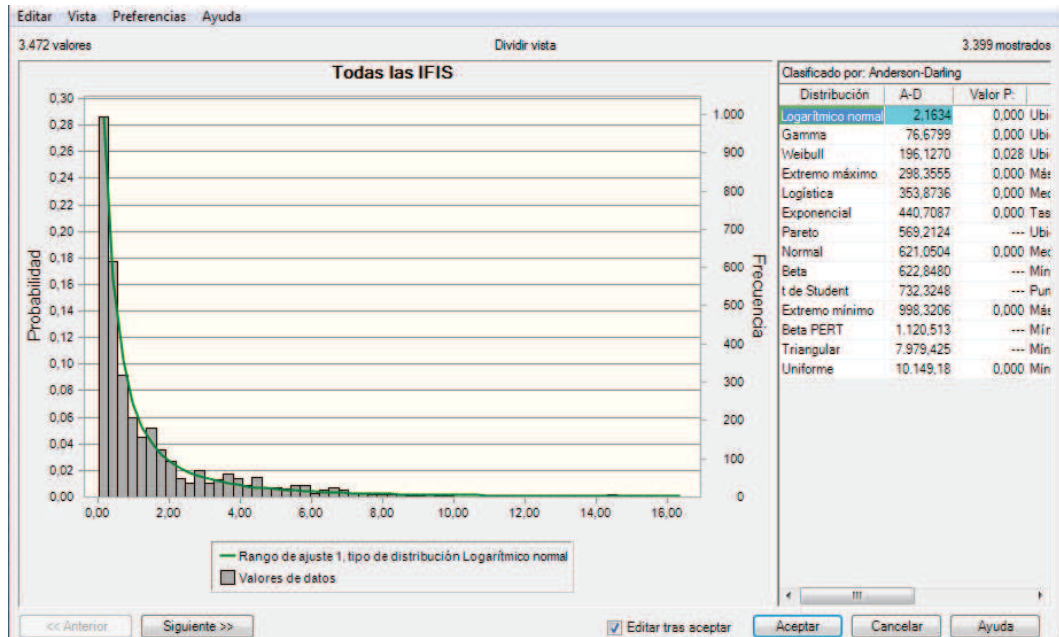


Figura 6-32 Todas las IFIS – Mora dura comercial: Lognormal

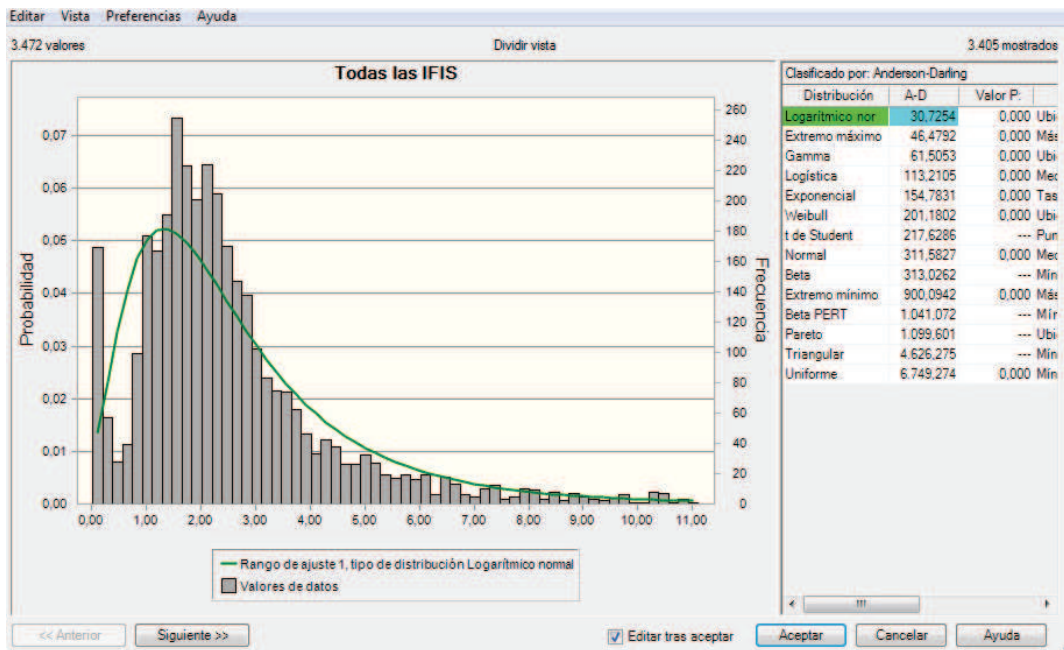


Figura 6-33 Todas las IFIS – Mora dura microcrédito: Lognormal

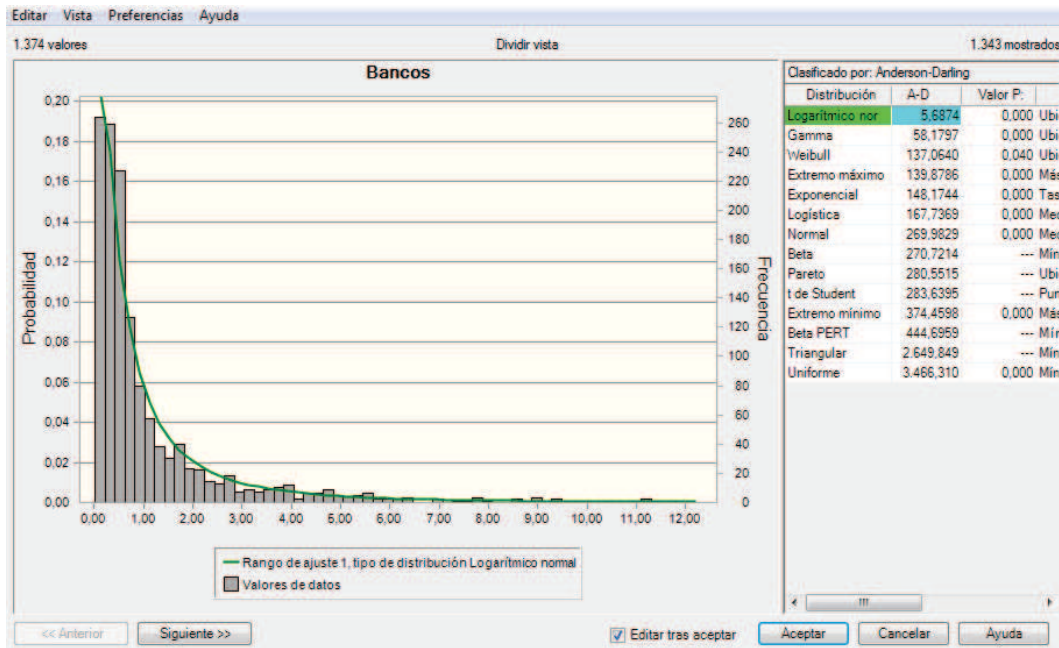


Figura 6-34 Bancos – Mora dura comercial: Lognormal

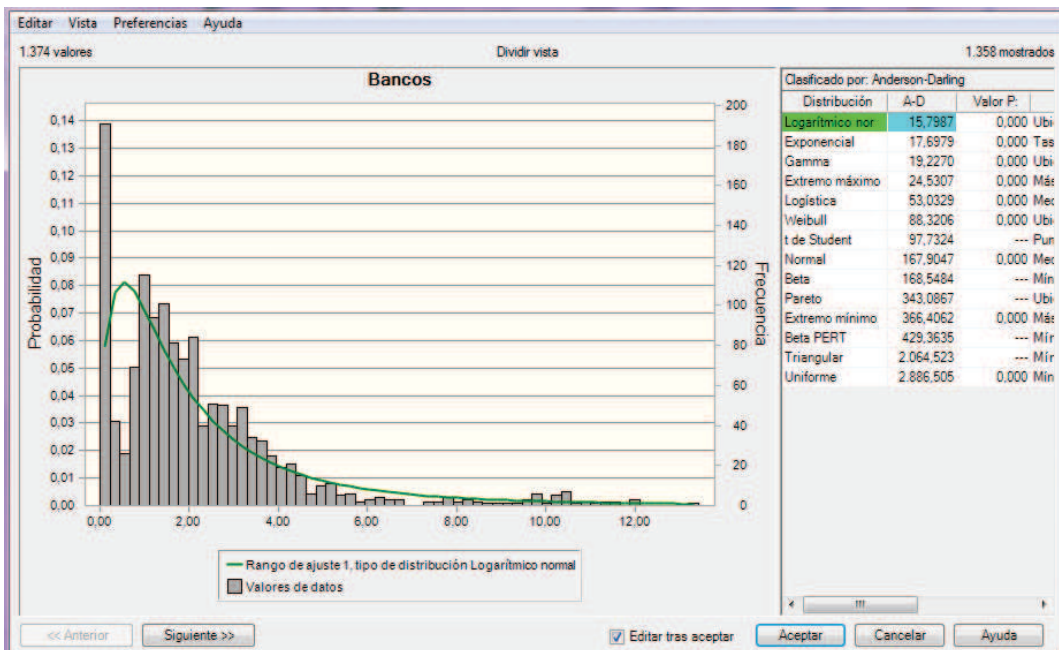


Figura 6-35 Bancos – Mora dura microcrédito : Lognormal

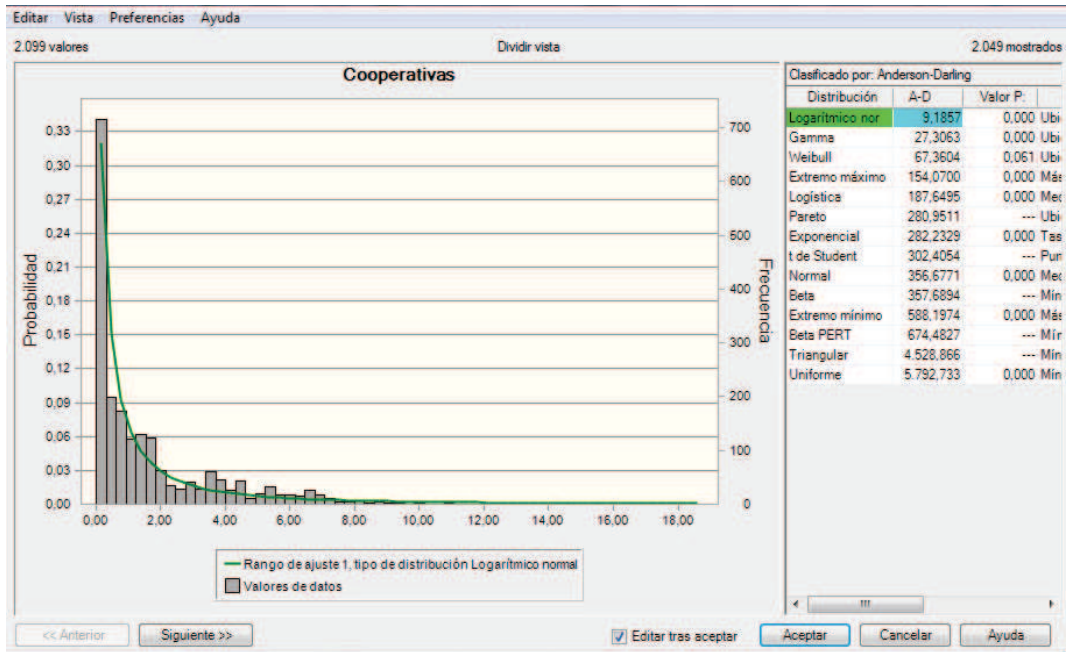


Figura 6-36 Cooperativas – Mora dura comercial: Lognormal

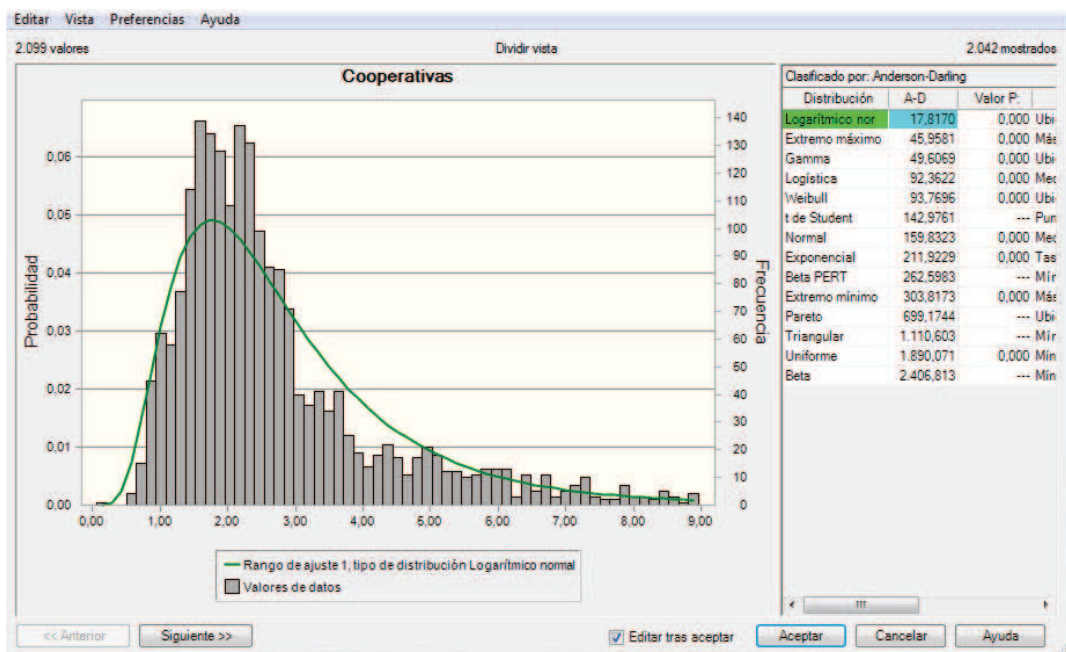


Figura 6-37 Cooperativas – Mora dura microcrédito : Lognormal

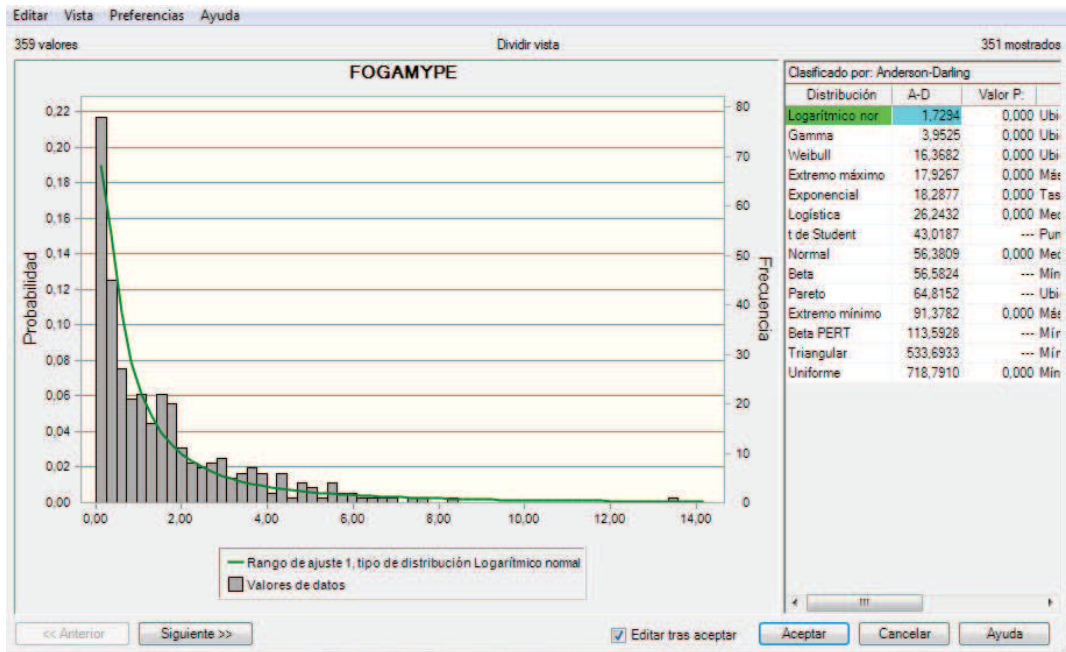


Figura 6-38 IFIS Fondo – Mora dura comercial: Lognormal

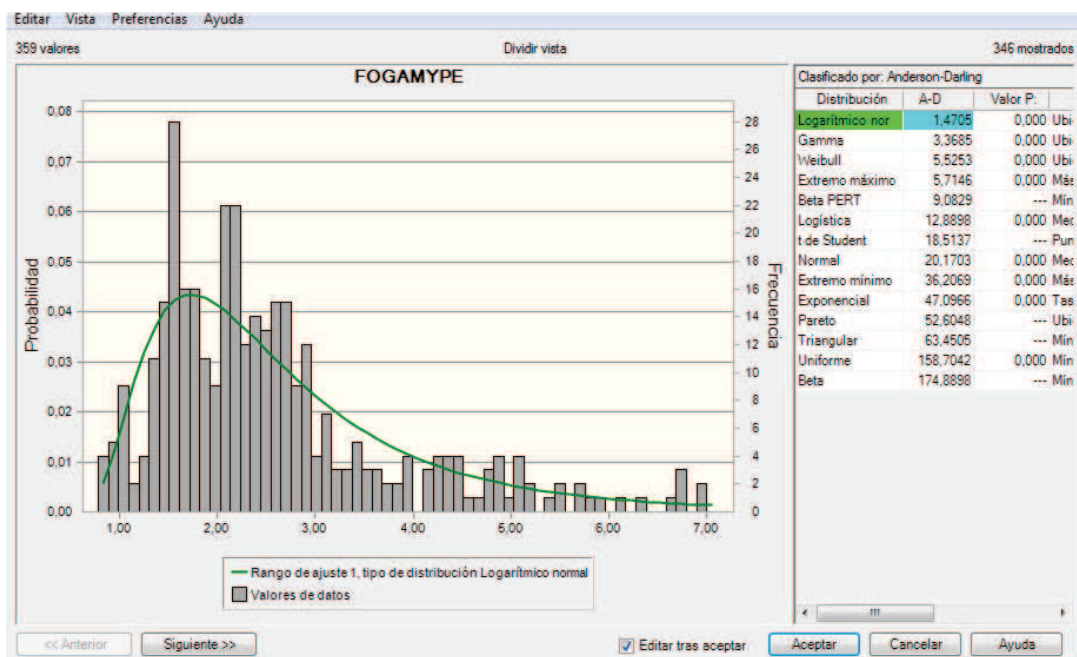


Figura 6-39 IFIS Fondo – Mora dura microcrédito: Lognormal

Del análisis realizado se puede concluir que las tasas de mora dura tanto para los sectores de microcrédito como para comercial tienen un comportamiento lognormal, para los diferentes casos.

Con este antecedente y tomando el procedimiento dado en [18] se procede a tomar la información necesaria de la base de datos para su procesamiento, esto mediante el botón “Enviar Información”, posteriormente se obtienen los parámetros (Theta y Tau de Kendall) necesarios para poder simular las cópulas arquimedianas (Clayton, Gumbel y Frank)). Cópulas que son utilizadas cuando los datos presentan comportamientos no normales, como es nuestro caso, en base a este resultado se procede a:

1. Simular dos variables aleatorias s y q independientes $U(0,1)$
2. Determinar

$$t = K_{Cópula}^{-1}(q)$$

donde:

$K_{Cópula}$: es la función de distribución de la cópula; $C(u, v)$.

3. Encontrar los valores de u y v mediante:

$$u = \varphi^{-1}(s \cdot \varphi(t))$$

$$v = \varphi^{-1}((1 - s) \cdot \varphi(t))$$

Para cada cópula Arquimadiana se requiere conocer:

- A. El coeficiente Tau de Kendal (τ)
- B. Theta θ
- C. El Generador de la función $\varphi(t)$
- D. La primera derivada de $\varphi(t)$; $\varphi'(t)$
- E. La inversa del generador $\varphi(t)$; $\varphi^{-1}(t)$
- F. La función de distribución de la cópula, $C(u, v) = K_{cópula} = t - \frac{\varphi(t)}{\varphi'(t)}$

- G. La función de distribución inversa $K_{\text{cópula}}^{-1}$, cuando no es posible calcular la distribución inversa de forma analítica, como en el caso de las cópulas Arquimedianas de Gumbel, Frank y Clayton, esta puede ser obtenida a través de la ecuación: $\left(t - \frac{\varphi(t)}{\varphi'(t)}\right) - q$; y por medio de aproximaciones sucesivas.

Para hacer esto, necesitamos conocer la primera derivada respecto de t de la siguiente expresión:

$$\left(t - \frac{\varphi(t)}{\varphi'(t)}\right)$$

Para la cópula de Frank, tenemos:

El vector $u(2)$ es un par de pseudo variables aleatorias que están distribuidas uniformemente sobre $[0,1] \times [0,1]$ y tienen una cópula de Frank como función de distribución conjunta.

Luego, tomamos las funciones de distribución marginales, que en nuestro caso ambas son LogNormal y operemos del siguiente modo:

$$u = \varphi(r_1),$$

en el programa Excel, u se obtiene de la siguiente manera:

- $u = \text{DISTR.LOGNORMAL}(r_1)$
- $v = \varphi(r_2)$

en el programa Excel, v se obtiene de la siguiente manera:

- $v = \text{DISTR.LOGNORMAL}(r_2)$

Se puede obtener los valores de r_1 y r_2 de la siguiente manera

- $r_1 = \Phi^{-1}(u)$

en el programa Excel, r_1 se obtiene de la siguiente manera:

- $r_1 = \text{DISTR.LOGNORMAL.INV}(u)$
- $r_2 = \Phi^{-1}(v)$

en el programa Excel, r_2 se obtiene de la siguiente manera:

- $r_2 = \text{DISTR.LOGNORMAL.INV}(u)$

Donde r_1 y r_2 son pseudo variables aleatorias con función de distribución marginal LogNormales Estándar (ϕ) y función de distribución conjunta Frank.

Mediante el botón “Enviar Parámetros”, se determinan los parámetros Theta y Tau de Kendal, necesarios para calcular las cópulas arquimedianas.

Para encontrar el valor de φ se debe realizar el siguiente procedimiento:

Estimar el Tau de Kendall, a través de una estimación no paramétrica

$$\tau_n = \binom{n}{2}^{-1} \sum_{i < j} \text{sign}[(x_{1i} - x_{1j})(x_{2i} - x_{2j})]$$

Para construir una estimación no paramétrica de K_{copula} , se lo realiza de la siguiente manera:

Primero, definir las pseudo observaciones

$$T_i = \frac{\{\text{numero de } (X_{1j} < X_{1i}) \text{ tal que } X_{1j} < X_{1i} \text{ y } X_{2j} < X_{2i}\}}{n-1} \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, n$$

Segundo, construir la estimación de K_{copula} como:

$$K_{copula_n}(t) = a \text{ la proporción de } T_i, \text{ donde } s \leq t$$

O construir una estimación paramétrica K_{copula} usando la relación:

$$K_{copula} = t - \frac{\varphi(t)}{\varphi'(t)}$$

En la Tabla 6-7 se presenta un resumen de cómo determinar los diferentes parámetros para la Cópula de Gumbel,

B. θ	C. $\varphi(t)$	D. $\varphi'(t)$
$\frac{1}{1-\tau}$	$(-\ln(t)^\theta)$	$-\theta(\ln(t))^{\theta-1} \frac{1}{t}$
E. $\varphi^{-1}(t)$	F. K_{copula}	G. $K^{-1}_{cópula}$
$e\left[-t^{\frac{1}{\theta}}\right]$	$t - \frac{t \ln(t)}{\theta}$	$-\frac{\ln(t)}{\theta} - \frac{1}{\theta} + 1$

Tabla 6-7 Parámetros de la Cópula de Gumbel

Hasta aquí con este procedimiento se ha determinado, los coeficientes de Pearson y Tau de Kendal de los datos históricos y de los datos marginales determinados; en las Tablas 6.8 y 6.9 se presentan los resultados de dichos coeficientes en los cuales se puede observar que el coeficiente de Pearson no es adecuado, debido a la transformación que sufren las variables al obtener las distribuciones marginales, lo que no ocurre con el coeficiente Kendall.

Correlación Lineal	
Variables	
1,000	0,420
0,420	1,000
Distribución Marginal	
1,000	0,393
0,393	1,000

Tabla 6-8 Resultados del Coeficiente de Pearson

τ	
Variables	
1,000	0,250
0,250	1,000
Distribución Marginal	
1,000	0,250
0,250	1,000

Tabla 6-9 Resultados del Coeficiente de Kendall (TAU)

En base al tipo de distribución que se obtuvo de los datos históricos y de las distribuciones marginales, se decidió obtener un tipo de cópula arquimediana, que permita emular las probabilidades de moras duras.

Al contar con el valor del coeficiente de correlación Tau de Kendall y con el cálculo de Teta se procede a calcular las cópulas arquimedianas de Gumbel, Clayton y Frank, para luego en base a determinar el menor error que se obtiene de comparar la distribución conjunta de la muestra de los datos históricos con cada una de las cópulas determinadas; el menor valor que se obtenga indica que cópula es la más adecuada, en la mayoría de los casos la Cópula que mejor se ajusta a los datos es la de Frank.

Determinada el tipo de distribución marginal que siguen los datos, el coeficiente de correlación y los parámetros de cópula seleccionada, se procede mediante el botón de “Simulación de Montecarlo”, obtener las probabilidades de incumplimiento para el periodo de tiempo que se tiene los datos de entrada.

Como se mencionó, debido a la falta de datos de perdidas esperadas del FOGAMYPE, ya que es un producto nuevo que se encuentra en el mercado financiero ecuatoriano y en el tiempo que ha venido funcionando no se han registrados perdidas en el fondo, se ha tratado de asociar estas pérdidas a otros indicadores, en base a la información con la que se cuenta como: mora dura, el volumen que se negocia, el porcentaje de participación de cada institución financiera regulada en los sectores de microcrédito y comerciales desde enero del 2008 hasta diciembre del 2012 de forma mensual.

Para determinar la pérdida esperada se multiplico las probabilidades obtenidas mediante simulación de Montecarlo con el volumen que se negocia y el factor de participación, se suman estos valores y se obtiene la pérdida esperada trimestral.

En el Anexo E se presentan los resultados de los valores de las pérdidas esperadas, tarifas máximas, por sector y las tarifas por institución financiera que se podrían cobrar.

CAPÍTULO 7

EVALUACIÓN DEL MODELO

Una manera de evaluar los resultados proporcionados por el modelo implementado, tanto en su módulo de calificación de riesgo como para el módulo de obtención de la pérdida esperada y tarifa del Fondo de Garantía (FOGAMYPE), es; comparar los resultados obtenidos con las políticas aplicadas por FOGAMYPE y con la normativa vigente dada por la Superintendencia de Bancos y Seguros, así como contrastar estos resultados con la información de las liquidaciones del Fondo de Garantía por parte de la CFN.

Para el caso del módulo de calificación, se ha contrastado la calificación obtenida por el sistema de control difuso con la política de aprobación actualmente vigente del Fondo de Garantía detallada en el capítulo 1.

En lo que corresponde a la validación del módulo de cópulas, no se puede verificar los valores de pérdida esperada obtenidas con valores reales, debido a que el Fondo de Garantía (FOGAMYPE), es un producto relativamente nuevo, en el cual no se han producido pérdidas, por lo que se van a comparar los valores de tarifa obtenidos con los que se han cobrado, y con los valores que se han determinado por normativa.

Conviene indicar que el modelo implementado, es el primer sistema de calificación y evaluación del riesgo automatizado con base teórica para un sistema de garantía crediticia ecuatoriana, por lo que la evaluación general de dicho sistema no ha sido contrastada con otros métodos matemáticos y/o estadísticos y únicamente se la ha realizado en base a las políticas de calificación definidas por FOGAMYPE y a la normativa nacional vigente para esta entidad.

7.1 EVALUACIÓN DEL MODELO DE CALIFICACIÓN (SISTEMA DE CONTROL DIFUSO - SCD)

Para la evaluación de la calificación a través del SCD, se dispuso de los resultados que el Fondo de Garantía aplicó en base a sus políticas de aprobación y se comparó con las calificaciones obtenidas con el SCD.

Se evaluó a 61 entidades financieras controladas por la Superintendencia de Bancos y Seguros, 25 bancos y 37 cooperativas al mes de diciembre de 2012.

Las Tablas 7-1 y 7-2 muestran los resultados obtenidos.

FECHA	INSTITUCIÓN	TAMAÑO	MORA DURA COMERCIAL (MAS DE 90 DÍAS)	MORA DURA MICROCRÉDITO (MAS DE 90 DÍAS)	CALIFICACION HOMOLOGADA CFN	POLITICA FOGAMYPE	MODELO SISTEMA DE CONTROL DIFUSO-COMERCIAL	MODELO SISTEMA DE CONTROL DIFUSO-MICROCRÉDITO	NO APLICA DEFINITIVAMENTE
dic-12	BP GUAYAQUIL	Bancos Grandes	0,12%	2,42%	A		A	BBB	
dic-12	BP PACIFICO	Bancos Grandes	0,12%	1,53%	AA		BBB	BBB	
dic-12	BP PICHINCHA	Bancos Grandes	0,32%	1,71%	A		BBB	BBB	
dic-12	BP PRODUBANCO	Bancos Grandes	0,06%	2,52%	AA		AAA	BB	
dic-12	BP AUSTRO	Bancos Medianos	0,63%	3,21%	A		BB	NO APLICA	
dic-12	BP BOLIVARIANO	Bancos Medianos	0,13%	0,00%	AA		AAA	NO APLICA	
dic-12	BP GENERAL RUMIÑAHUI	Bancos Medianos	0,25%	1,35%	E	NO APLICA	NO APLICA	NO APLICA	X
dic-12	BP INTERNACIONAL	Bancos Medianos	0,24%	4,61%	AAA		AA	BBB	
dic-12	BP MACHALA	Bancos Medianos	0,31%	1,60%	A		A	AA	
dic-12	BP PROMERICA	Bancos Medianos	1,36%	10,26%	A	NO APLICA	BB	NO APLICA	
dic-12	BP AMAZONAS	Bancos Pequeños	0,69%	4,31%	BBB		BBB	NO APLICA	
dic-12	BP COFIEC	Bancos Pequeños	22,53%		E	NO APLICA	BB	NO APLICA	
dic-12	BP COMERCIAL DE MANABI	Bancos Pequeños	0,86%	12,00%	A	NO APLICA	BBB	NO APLICA	
dic-12	BP LITORAL	Bancos Pequeños	2,51%	1,29%	AA		BB	BBB	
dic-12	BP LOJA	Bancos Pequeños	0,77%	2,64%	E	NO APLICA	BB	NO APLICA	
dic-12	BP SOLIDARIO	Bancos Pequeños	14,93%	2,91%	A		NO APLICA	BBB	
dic-12	BP SUDAMERICANO	Bancos Pequeños	0,16%	2,14%	A		BBB	BB	
dic-12	BP TERRITORIAL	Bancos Pequeños	2,65%	0,51%	E	NO APLICA	BB	NO APLICA	
dic-12	BP UNIBANCO	Bancos Pequeños		4,50%	E	NO APLICA	NO APLICA	BB	
dic-12	BP COOPNACIONAL	Bancos Pequeños	0,00%	0,20%	AA		NO APLICA	A	
dic-12	BP PROCREDIT	Bancos Pequeños	0,38%	1,04%	AA		A	NO APLICA	
dic-12	BP CAPITAL	Bancos Pequeños	1,01%	2,26%	BB		BB	BB	
dic-12	BP FINCA	Bancos Pequeños	0,00%	2,36%	BBB		NO APLICA	BBB	
dic-12	BP D-MIRO S.A.	Bancos Pequeños	0,00%	2,04%	A		NO APLICA	BBB	

Tabla 7-1 Calificaciones FOGAMYPE y calificaciones SCD (bancos)

FECHA	INSTITUCIÓN	TAMAÑO	MORA DURA COMERCIAL (MAS DE 90 DÍAS)	MORA DURA MICROCRÉDITO (MAS DE 90 DÍAS)	CALIFICACION HOMOLOGADA CFN	POLITICA FOGAMYPE	MODELO SISTEMA DE CONTROL DIFUSO-COMERCIAL	MODELO SISTEMA DE CONTROL DIFUSO-MICROCRÉDITO	NO APLICA DEFINITIVAMENTE
dic-12	JUVENTUD ECUATORIANA PROGRESISTA	Cooperativas Grandes		2,06%	BB		NO APLICA	NO APLICA	X
dic-12	JARDIN AZUAYO	Cooperativas Grandes	7,75%	1,67%	BBB		BB	BBB	
dic-12	29 DE OCTUBRE	Cooperativas Grandes	5,43%	1,52%	AA		NO APLICA	AA	
dic-12	PROGRESO	Cooperativas Medianas		2,25%	A		NO APLICA	BB	
dic-12	MEGO	Cooperativas Medianas	0,88%	5,35%	AA	NO APLICA	A	NO APLICA	
dic-12	RIOBAMBA	Cooperativas Medianas	0,10%	0,70%	AA		AA	A	
dic-12	OSCUS	Cooperativas Medianas		2,25%	AA		NO APLICA	BBB	
dic-12	SAN FRANCISCO	Cooperativas Medianas	0,50%	1,24%	AAA		BBB	AA	
dic-12	CACPECO	Cooperativas Medianas	0,47%	1,71%	AAA		BBB	AA	
dic-12	ANDALUCIA	Cooperativas Medianas	0,00%	3,33%	E	NO APLICA	NO APLICA	NO APLICA	X
dic-12	MUSHUC RUNA	Cooperativas Medianas		2,79%	E	NO APLICA	NO APLICA	BB	
dic-12	15 DE ABRIL	Cooperativas Pequeñas	1,69%	1,57%	E	NO APLICA	BB	NO APLICA	
dic-12	EL SAGRARIO	Cooperativas Pequeñas	0,33%	1,29%	AA		NO APLICA	A	
dic-12	23 DE JULIO	Cooperativas Pequeñas		2,20%	AA		NO APLICA	BBB	
dic-12	CODESARROLLO	Cooperativas Pequeñas		2,12%	BBB		NO APLICA	BB	
dic-12	ATUNTAQUI	Cooperativas Pequeñas	0,00%	0,93%	AA		NO APLICA	A	
dic-12	ALIANZA DEL VALLE	Cooperativas Pequeñas	0,00%	1,37%	AA		NO APLICA	A	
dic-12	CAMARA DE COMERCIO DE AMBATO	Cooperativas Pequeñas		0,83%	E	NO APLICA	NO APLICA	BBB	
dic-12	SANTA ROSA	Cooperativas Pequeñas	2,69%	2,84%	E	NO APLICA	BB	BB	
dic-12	PABLO MUÑOZ VEGA	Cooperativas Pequeñas	0,00%	1,96%	AA		NO APLICA	A	
dic-12	CONSTRUCCION COMERCIO Y PRODUCCION LTDA.*	Cooperativas Pequeñas	5,09%	5,14%	E	NO APLICA	BB	NO APLICA	
dic-12	TULCAN	Cooperativas Pequeñas		2,09%	AA		NO APLICA	A	
dic-12	CACPE BIBLIAN	Cooperativas Pequeñas		2,05%	AA		NO APLICA		
dic-12	SAN JOSE	Cooperativas Pequeñas	0,00%	1,52%	E	NO APLICA	NO APLICA	BBB	
dic-12	CACPE PASTAZA	Cooperativas Pequeñas		1,56%	AAA		NO APLICA	AA	
dic-12	PADRE JULIAN LORENTE	Cooperativas Pequeñas	4,83%	4,22%	A		NO APLICA	NO APLICA	X
dic-12	COMERCIO	Cooperativas Muy Pequeñas	0,68%	3,30%	AA		BBB	BBB	
dic-12	CHONE LTDA	Cooperativas Muy Pequeñas	0,00%	2,91%	AA		NO APLICA	A	
dic-12	SAN FRANCISCO DE ASIS	Cooperativas Muy Pequeñas		1,69%	AA		NO APLICA	A	
dic-12	GUARANDA	Cooperativas Muy Pequeñas	0,00%	3,18%	A		NO APLICA	BBB	
dic-12	11 DE JUNIO	Cooperativas Muy Pequeñas		2,17%	BBB		NO APLICA	BBB	
dic-12	COTOCOLLAO	Cooperativas Muy Pequeñas	10,93%	4,45%	E	NO APLICA	NO APLICA	NO APLICA	X
dic-12	LA DOLOROSA	Cooperativas Muy Pequeñas	2,20%	6,13%	E	NO APLICA	NO APLICA	NO APLICA	X
dic-12	COOPAD	Cooperativas Muy Pequeñas	0,00%	3,99%	A		NO APLICA	BBB	
dic-12	CALCETA	Cooperativas Muy Pequeñas	0,00%	1,92%	AAA		NO APLICA	AA	
dic-12	9 DE OCTUBRE	Cooperativas Muy Pequeñas	0,00%	2,79%	AA		NO APLICA	A	
dic-12	SANTA ANA	Cooperativas Muy Pequeñas	0,00%	1,77%	BBB		NO APLICA	A	

Tabla 7-2 Calificaciones FOGAMYPE y calificaciones SCD (cooperativas)

De acuerdo a las comparaciones de los resultados respectivos, se evidencia que 44 de 61 entidades financieras analizadas son idóneas para participar en el

Fondo de Garantía conforme a sus políticas (mora dura mayor al 5% y calificación CFN menor a BB), mientras que con el SCD, 55 entidades financieras han sido calificadas favorablemente. La Tabla 7-3 muestra el resumen de idoneidad de las entidades financieras evaluadas por los dos métodos aplicados.

	Política FOGAMYPE	Sistema de control difuso
Aplica	44	55
No aplica	17	6

Tabla 7-3 Comparación calificaciones FOGAMYPE y calificaciones SCD

A través de las políticas del FOGAMYPE, el 66,6% de las entidades financieras han sido calificadas favorablemente, mientras que el 90.1% de las entidades financieras calificadas a través del SCD, presentaron idoneidad.

Los resultados obtenidos y contrastados, presentados en las Tablas 7-1, 7-2 y 7-3, evidencian un incremento en la participación de las entidades financieras en el Fondo de Garantía.

Hay que considerar que se ha hecho una segmentación por cartera: comercial y microcrédito, puesto que por parte del FOGAMYPE se ha considerado que varias de las entidades financieras han presentado características favorables por separado en las dos carteras, es decir, una entidad puede presentar inconvenientes en la administración de la cartera comercial por múltiples razones, pero la cartera microcrédito presenta un mercado potencial y cumple con los requerimientos de participación; por lo cual la entidad será considerada como apta para ser parte del Fondo de Garantía con dicha cartera.

La Tabla 7-4 muestra la tabulación por tipo de entidad financiera y por tipo de cartera.

	<i>Aplica</i>		<i>No aplica</i>	
	Bancos	Cooperativas	Bancos	Cooperativas
Cartera comercial	18	9	6	28
Cartera microcrédito	14	29	10	8

Porcentaje	<i>Aplica</i>		<i>No aplica</i>	
	Bancos	Cooperativas	Bancos	Cooperativas
Cartera comercial	75,00%	24,32%	25,00%	75,68%
Cartera microcrédito	58,33%	78,38%	41,67%	21,62%

Tabla 7-4 Calificaciones finales de bancos y cooperativas (número y porcentaje)

Evidentemente, se tiene que los bancos tienen mayor participación en la cartera comercial (75,0%) y las cooperativas en la cartera microcrédito (78,3%).

El Anexo D presenta los resultados por tipo de entidad financiera obtenidos por el modelo SCD.

7.2 EVALUACIÓN DEL MODELO DE PÉRDIDA ESPERADA (TEORÍA DE CÓPULAS)

Del Libro 1, referente a las normas generales para la aplicación de la ley general de instituciones del sistema financiero, en el párrafo VI, Plazo de Vigencia de la Fianza y Tarifa por su Otorgamiento en su artículo 35 dice “*La entidad del sistema de garantía crediticia tiene derecho a percibir:*

- *Una tarifa periódica por cada operación de financiamiento materia de fianza, la que no podrá exceder del 5.00% anual sobre el monto de la garantía, mas no sobre el monto de la operación de financiamiento; y*
- *Una tarifa fija, por una sola vez al momento del otorgamiento de la fianza, una tarifa que no podrá exceder del 2.00% sobre el monto de la garantía mas no sobre el monto de la operación de financiamiento.”*

Y en su artículo 36, se menciona: *"Dentro del límite señalado en el artículo anterior, la entidad del sistema de garantía crediticia podrá establecer, en función del riesgo de cada institución financiera elegible, tarifas diferenciadas por la utilización de las fianzas otorgadas, previamente aprobadas por la Junta Bancaria, para lo cual podrá considerar, entre otros, criterios de la morosidad que presenten dichas instituciones financieras elegibles en sus respectivas carteras de créditos otorgados al sector beneficiario de las fianzas"*. (reformado con resolución No. JB-2011.1924 de 11 de mayo del 2011)

En las bases de licitación se deberá determinar la forma de cálculo de las tarifas establecidas, cuyos límites son los regulados por la Junta Bancaria (sustituido con resolución No. JB-2011.1924 de 11 de mayo del 2011).

Por tanto se desprende que la CFN puede cobrar una tarifa máxima en base a la regulación del 7%.

Por otro lado se tiene implementado en la CFN un sistema de asignación de tarifas en base a la ***"Resolución No. JB-201202197 en que la junta bancaria resuelve, autorizar a la Corporación Financiera Nacional las tarifas fijas y periódicas para la operación de "Garantías crediticias" que oferta el fideicomiso "Fondo de Garantía para la Micro y Pequeña Empresa del Ecuador FOGAMYPE"***, de conformidad con el detalle que se muestra a continuación en las Tablas 9-5 y 7-6:

TARIFA FIJA (Cobrada por una sola vez de manera anticipada)				
En porcentaje a aplicarse sobre la parte garantizada por el FOGAMYPE, del capital insulso de pago				
		A	B	C
Calificación Institución Financiera según metodología CFN	AAA	0,71	0,90	1,09
	AA	0,76	0,95	1,14
	A	0,81	1,00	1,19
	BBB	0,86	1,05	1,24
	BB	0,91	1,10	1,29

Tabla 7-5 Tarifa Fija del FOGAMYPE

TARIFA PERIODICA (Cobrada por una sola vez de manera anticipada)				
En porcentaje a aplicarse sobre la parte garantizada por el FOGAMYPE, del capital insulso de pago				
		A	B	C
Calificación Institución Financiera según metodología CFN	AAA	1,79	2,25	2,71
	AA	1,91	2,38	2,84
	A	2,04	2,50	2,96
	BBB	2,16	2,63	3,09
	BB	2,29	2,75	3,21

Tabla 7-6 Tarifa Periódica del FOGAMYPE

TARIFA TOTAL (Cobrada por una sola vez de manera anticipada)				
En porcentaje a aplicarse sobre la parte garantizada por el FOGAMYPE, del capital insulso de pago				
		A	B	C
Calificación Institución Financiera según metodología CFN	AAA	2,50	3,15	3,80
	AA	2,67	3,33	3,98
	A	2,85	3,50	4,15
	BBB	3,02	3,68	4,33
	BB	3,20	3,85	4,50

Tabla 7-7 Tarifa Total del FOGAMYPE

En base a la resolución aprobada por la junta bancaria y a lo aprobado por la Superintendencia de Bancos, la CFN se encuentra cobrando las tarifas que se muestran en la Tabla 7-8 en su Fondo de Garantía implementado.

Institución Financiera	Tarifas más utilizadas		Tarifa Total
	Tarifa fija	Tarifa periódica	
Banco General Rumiñahui	0,76%	1,91%	2,67%
CACPECO	0,76%	1,91%	2,67%
29 de Octubre	0,81%	2,04%	2,85%
CCP	0,81%	2,04%	2,85%
San Francisco	0,76%	1,91%	2,67%
San José	0,86%	2,16%	3,02%

Tabla 7-8 Tarifas que se están cobrando en el FOGAMYPE

De los resultados obtenidos de las simulaciones se puede observar: que las tarifas medias obtenidas están por el orden del 3% valor que está en concordancia con las tarifas que se están cobrando actualmente en el Fondo de Garantía, por otro parte al observar el valor de las tarifas máximas obtenidas se pueden ver que los valores encontrados van desde el 4,27% hasta los 6,22%, valores que se encuentra por debajo del valor que está aprobado por la superintendencia de bancos.

Se podría considerar el siguiente criterio de decisión en la designación de las tarifas a ser aplicadas a las instituciones que conforman el Fondo de Garantía; aplicar la tarifa máxima a las institución financiera cuya calificación sea BB, y la tarifa medía a las instituciones que tienen una calificación superior a BB, con lo cual se cubre el fondo de garantas ante siniestros.

También cabe indicar que del resultado de las simulaciones se puede observar que la cópula que mejor se ajusta a los datos es la cópula de Frank.

CAPÍTULO 8

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- La combinación de las dos teorías, la de cópulas y la lógica difusa y el criterio experto aportado por los analistas del Fondo de Garantía, permitió la construcción de una herramienta para la fácil toma de decisiones para el FOGAMYPE en base al cumplimiento de criterios de riesgo.
- La conjugación de las herramientas de programación empleadas: Visual Basic y Matlab, facilitaron los cálculos realizados y permitieron un fácil manejo y aplicación de los modelos construidos de una manera dinámica y visual.
- Los criterios expertos que aportaron los analistas de FOGAMYPE, determinaron acertadamente los parámetros empleados para la definición de las funciones de pertenencia elegidas.
- La segmentación por tamaño de entidad, permitió ajustar los comportamientos de cada entidad financiera y obtener parámetros por grupo que facilitaron la construcción de las funciones de pertenencia.
- El sistema de control difuso aplicado permitió adicionalmente evaluar por separado las dos carteras: comercial y microcrédito, permitiendo captar mercados potenciales a los que el Fondo de Garantía podría incursionar con una política más agresiva.
- La valoración que se obtuvo con el sistema de control difuso, incrementó la participación de entidades financieras al Fondo de Garantía, debido a que el modelo construido considera una segmentación por tipo y tamaño de institución.
- A través de las políticas del FOGAMYPE, el 66,6% de las entidades financieras evaluadas fueron calificadas favorablemente, mientras que el 90.1% de las entidades financieras calificadas a través del sistema de control difuso, presentaron calificaciones idóneas.

- Los bancos evaluados presentaron mayor participación en la cartera comercial (75,0%) y las cooperativas en la cartera microcrédito (78,3%).
- El uso de la teoría de cópulas para determinar de la pérdida esperada del Fondo de Garantía, permitió considerar la dependencia que puede existir entre las carteras de microcrédito y comercial, a través de las variables estudiadas.
- Las tarifas máximas determinadas con el modelo implementado están dentro del rango de 4,27% al 6,22%, las cuales están dentro de los rangos permitidos por la normativa vigente emitida por la Superintendencia de Banco y Seguros, cuya valor máximo permitido para el cobro de la tarifa es del 7%.
- Al determinar una tarifa media, se puede ver que el valor esta alrededor del 3%, valor que está en concordancia con las tarifas que se están aplicando actualmente a las instituciones que conforman el FOGAMYPE.
- Aunque no se puede validar el valor obtenido de la pérdida esperada del Fondo de Garantía con el modelo implementado, debido a que durante el periodo de funcionamiento no se han producido pagos por conceptos de garantías, el VaR obtenido para el fondo de garantías que actualmente se encuentra en funcionamiento con un 99% y 95% de confianza es de 14.878 y 14.571 dólares respectivamente.
- Si se considerara la inclusión del Banco General Rumiñahui, las perdidas inesperadas serían de 18.543 dólares con un 99% de confianza y de 18.125 dólares con un 95% de confianza.
- Las pérdidas inesperadas determinadas con el CVaR no exceden al VaR al 99% determinado.
- En la determinación de la pérdida esperada se usaron la familia de Cópulas Arquimedianas debido a que estas representan de mejor manera el comportamiento no normal (cuando se tienen datos que presentan distribuciones no simétricas).
- Del resultado de las simulaciones se determinó que la Cópula que mejor se ajusta a las variables que se consideraron para valorar la pérdida esperada es la de Frank.

ANEXO A

CLASIFICACIÓN DE LAS CÓPULAS

CÓPULAS EN FUNCIÓN DE SU SOPORTE

Según [5], toda cópula se puede descomponer como:

$$C(u, v) = A_C(u, v) + S_C(u, v)$$

siendo:

$$A_C(u, v) = \int_0^u \int_0^v \frac{\partial^2}{\partial s \partial t} C(s, t) ds dt, \text{ es la parte continua de la cópula, y;}$$

$S_C(u, v)$, es la parte singular

Se puede hacer la siguiente clasificación:

Cópulas singulares.- Son aquellas que no son absolutamente continuas $\int_0^u \int_0^v \frac{\partial^2}{\partial s \partial t} C(s, t) ds dt = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 C(s, t)}{\partial s \partial t} = 0$ para todo $\in I^2$, se trata de cópulas cuyo soporte son puntos o rectas. Ejemplos típicos de este tipo de cópulas son las cotas superior e inferior de Fréchet – Hoeffding dadas por:

$$W(u, v) = \max(0, u + v - 1)$$

$$M(u, v) = \min(u, v)$$

Estas cópulas proporcionan cotas para cualquier función cópula, verificándose la siguiente relación: $W(u, v) \leq C(u, v) \leq M(u, v)$, para toda cópula C .

W muestra una dependencia negativa entre las variables X e Y , mientras que M presenta una dependencia positiva. Los soportes de estas cópulas son las diagonales secundaria para W y principal para M del cuadrado unidad cuyas pendientes son -1 y 1 .

Cóputas absolutamente continuas.- Aquellas que no tienen parte singular, por tanto $S_C(u, v) = 0$, un ejemplo de estas cóputas son las cóputas producto:

$$\prod(u, v) = u * v$$

A través de ésta cóputa queda caracterizada la independencia entre las variables X e Y :

$$C_1(u, v) = C(v|u) = v$$

$$C_1(u, v) = C(u|v) = u$$

Si X e Y son independientes implica que el valor de cualquiera de las medidas de asociación es θ , por ejemplo si utilizamos el coeficiente de correlación de Spearman.

$$\begin{aligned} \rho_s &= 12 \iint_{I^2} C(u, v) \, dudv - 3 \\ &= 12 \int_0^1 \int_0^1 uv \, dudv - 3 \\ &= 12 \int_0^1 v * \frac{u^2}{2} \, dv - 3 = 12 \int_0^1 \frac{v}{2} \, dv - 3 = 12 * \frac{v^2}{4} \Big|_0^1 - 3 \\ &= 3 - 3 = 0 \end{aligned}$$

Cóputas mixtas.- Son cóputas con parte singular y con la parte absolutamente continua diferente de cero, en forma independiente no constituyen una cóputa por no tener marginales uniformes. La presencia de una componente singular hace que estas cóputas sean utilizadas cuando las marginales univariantes se suponen discretas, un ejemplo para este tipo de cóputas es la familia de Cuadras-Augé que responden a la expresión:

$$C_\theta(u, v) = [\min\{u, v\}]^\theta * [u * v]^{1-\theta} \quad \text{con } 0 \leq \theta \leq 1$$

Cuando: $\theta = 0$, la cóputa es continua

$\theta = 1$, se tiene la cópula singular M

Además cabe indicar que en contraste a las cópulas que se obtienen de distribuciones multivariadas, hay un número de cópulas que se pueden obtener directamente y que tienen una forma simple, por lo general caen en la categoría de las cópulas arquimedianas.

CÓPULAS EN FUNCIÓN DE SU FORMA

En base a este criterio se puede clasificar en paramétricas y no paramétricas.

Cópulas paramétricas.- Si las cópulas responde a una misma ecuación paramétrica definen una familia de cópulas, el parámetro o los parámetros definen cuantifican el grado de dependencia entre las variables.

Cópulas no paramétricas.- Son aquellas en cuya definición no participa ningún parámetro, sino que por su estructura empírica se ajustan a los datos.

Dentro de los grupos mencionados, existen las cópulas arquimedianas caracterizadas por su facilidad de ser construidas y por la gran variedad de estructuras de dependencia que permiten reproducir, este grupo de cópulas se las mira con mayor detalle más adelante.

CÓPULAS EN FUNCIÓN DE LA DEPENDENCIA QUE PUEDEN REFLEJAR

Se presentan las cópulas que con mayor frecuencia se utilizan:

Cópulas de dependencia extrema.- Captura una dependencia extrema entre las variables, ejemplo cópula M , cópula \mathcal{W} , etc.

Cópulas elípticas.- Estas cópulas se caracterizan por representar relaciones de dependencia simétricas sin importar que se analice la cola derecha o izquierda de la distribuciones implicadas. Estas cópulas no se utilizan en el análisis financiero y de compañías aseguradoras en las que las variables tienen distribuciones que no son simétricas, un ejemplo de éstas cópulas son las cópulas gaussianas.

Cóputas de valor extremo.- Estas cóputas se utilizan para representar relaciones entre las colas de las distribuciones marginales. En [13], las cóputas de valor extremo son los posibles límites de las cóputas asociadas a los máximos de muestras independientes e idénticamente distribuidos.

Sea una muestra de variables aleatorias bidimensionales $\{(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)\}$ independientes e idénticamente distribuidos de acuerdo a las marginales F_X y G_Y y una misma distribución conjunta H_{XY} que en base al teorema de Sklar se tiene una cóputa C : $H_{XY}(x, y) = C(F_X(x), G_Y(y))$ tal que sean las variables $M_n = \max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ y $N_n = \max\{Y_1, Y_2, \dots, Y_n\}$ cuyas funciones de distribución respectivamente son $F^n(x) = P[M_n \leq x]$ y $G^n(y) = P[N_n \leq y]$ y con distribución conjunta $H^n(xy) = P[M_n \leq x, N_n \leq y]$. Si C es la cóputa asociada al par (M_n, N_n) y a su posible límite cuando n tiende al infinito, se dice entonces que C es una cóputa de valor extremo (CVE). En [13], se indica que en base al teorema de Dehuelves una cóputa C de valor extremo se puede caracterizar por:

$$C^t\left(u^{\frac{1}{t}}, v^{\frac{1}{t}}\right) = C(u, v) \text{ para todo } t > 0$$

Como corolario de esto es que las cóputas de valor extremo solo modelan dependencia positiva, a continuación se presenta la representación de la cóputa de valor extremo.

Una cóputa C es de valor extremo si y sólo si existe una función real valorada A , definida sobre el intervalo $[0,1]$, que se verifica la siguiente relación:

$$C(u, v) = \exp\left\{\log(u + v) * A\left(\frac{\log(v)}{\log(u + v)}\right)\right\}$$

Esta relación también se puede representar de la siguiente manera:

$$C(e^{-u}, e^{-v}) = \exp\left\{-(u + v) * A\left(\frac{v}{u + v}\right)\right\}$$

La función A recibe el nombre de función de dependencia de Pickands y presenta las siguientes propiedades:

Es convexa en $[0,1]$

$$\max(t, 1 - t) \leq A(t) \leq 1$$

ANEXO B

OPERACIONES DIFUSAS

Complemento difuso

Dado un conjunto difuso $A \subset U$, se define su complemento como el conjunto difuso \bar{A} cuya función de pertenencia viene dada por la expresión:

$$\mu_{\bar{A}}(x) = C(\mu_A(x)), \quad \forall x \in U \quad (0-1)$$

donde:

$C(x)$ es una función que debe cumplir las siguientes propiedades:

1. Condiciones de contorno: $C(0) = 1, C(1) = 0$.
2. Monotonía para todo $a, b \in [0, 1]$, si $a \leq b$, entonces $C(a) \geq C(b)$
3. $C(x)$ es una función continua.
4. $C(x)$ es involutiva, lo que significa que $C(C(a)) = a, \forall a \in [0, 1]$

Intersección difusa: t-norma

Dados dos conjuntos difusos A y B , definidos sobre un mismo universo de discurso.

U , se define su intersección como un conjunto difuso $A \cap B$ cuya función de pertenencia viene dada por la expresión:

$$\mu_{A \cap B}(x) = T[\mu_A(x), \mu_B(x)], \quad \forall x \in U \quad (0-2)$$

donde la función $T(x, y)$ es una norma triangular o t-norma. Una t-norma es una aplicación $T: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ que verifica las siguientes propiedades:

1. Conmutativa: $T(x, y) = T(y, x), \forall x, y \in [0, 1]$.

2. Asociativa: $T(T(x, y), z) = T(x, T(y, z)), \forall x, y, z \in [0, 1]$.

3. Monotonía: Si $(x \leq y)$ y $(w \leq z)$ entonces $T(x, w) \leq T(y, z), \forall x, y, w, z \in [0, 1]$.

4. Elemento absorbente: $T(x, 0) = 0, \forall x \in [0, 1]$.

5. Elemento neutro: $T(x, 1) = x, \forall x \in [0, 1]$.

Unión borrosa: t-conorma

Dados dos conjuntos difusos A y B definidos sobre el mismo universo U , se define su unión como un conjunto difuso $A \cup B$ cuya función de pertenencia viene dada por la expresión:

$$\mu_{A \cup B}(x) = S(\mu_A, \mu_B), \forall x \in U \quad (0-3)$$

donde la función $S(x, y)$ es una conorma triangular, también llamada t-conorma o s-norma. Es una aplicación $S: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ que satisface los siguientes requisitos:

1. Conmutatividad: $S(x, y) = S(y, x), \forall x, y \in [0, 1]$

2. Asociatividad: $S(x, S(y, z)) = S(S(x, y), z), \forall x, y, z \in [0, 1]$

3. Monotonía: Si $(x \leq y)$ y $(w \leq z)$ entonces $S(x, w) \leq S(y, z), \forall x, y, w, z \in [0, 1]$.

4. Elemento absorbente: $S(x, 1) = 1, \forall x \in [0, 1]$

5. Elemento neutro: $S(x, 0) = x, \forall x \in [0, 1]$.

ANEXO C

SISTEMA DIFUSO TIPO TAKAGI-SUGENO-KANG

En lugar de trabajar con reglas lingüísticas, Takagi, Sugeno y Kang [9] propusieron un nuevo modelo basado en reglas donde el antecedente estaba compuesto de variables lingüísticas y el consecuente se representaba como una función de las variables de entrada. La forma más habitual de esta clase de reglas es la siguiente:

$$\text{Si } X_1 \text{ es } A_1 \text{ y } \dots X_n \text{ es } A_n \text{ ENTONCES } Y = p_1 \cdot X_1 + \dots p_n \cdot X_n + p_0$$

siendo X_i las variables de entrada, Y la variable de salida, y p_i parámetros reales. Esta clase de reglas se conocen como reglas TSK en referencia a sus creadores.

La salida de un sistema difuso TSK que usa una base de conocimiento con m reglas se obtiene como la media ponderada de las salidas individuales proporcionadas por cada regla, Y_i , ($i = 1, \dots, m$), como sigue:

$$\frac{\sum_{i=1}^m h_i \cdot Y_i}{\sum_{i=1}^m h_i} \quad (0-1)$$

siendo $h_i = T (A_1^i (x_1), \dots, A_n^i (x_n))$ el grado de emparejamiento entre la parte antecedente de la regla i y las entradas actuales al sistema $x = (x_1, \dots, x_n)$. T es un operador de conjunción que se modela mediante una t-norma.

ANEXO D

CÁLCULO DE LA PROBABILIDAD DE INCUMPLIMIENTO

Para el cálculo de la probabilidad de incumplimiento, se emplearon matrices de transición alimentadas con las calificaciones de riesgo mensuales otorgadas a cada institución financiera en un periodo de tiempo de cinco consecutivos (enero 2008 – diciembre 2012).

Matrices de transición

La matriz de transición es una herramienta que permite determinar la probabilidad de que una institución financiera con una calificación determinada cambie de calificación crediticia durante un período específico, permitiendo, analizar el posible deterioro o mejora que pudiera presentar.

La probabilidad de transición p_{ij} se define como la posibilidad de que una institución financiera con una cierta calificación crediticia i pueda migrar a otra calificación crediticia j en un horizonte de tiempo dado. En caso de que no exista migración sucede que i es igual a j .

Las probabilidades de transición permiten construir la matriz de transición con i filas (calificación al inicio del período) y j columnas (calificación al final del período). La intersección de estas celdas representa el porcentaje de calificaciones que se mantuvieron, aumentaron o disminuyeron en cada escala. La diagonal de la matriz representa los porcentajes de calificaciones que mantuvieron la misma calificación. Las celdas por debajo de la diagonal representan los porcentajes de calificaciones que aumentaron la calificación y las celdas por encima las que disminuyeron la calificación.

Las matrices de transición presentan las siguientes características:

- Todos los elementos de la matriz son no negativos.
- La suma de los elementos de cada fila es igual a uno.

La probabilidad que una institución financiera inicialmente calificada con i mantenga su calificación el siguiente período debe ser mayor a las probabilidades que complementan la fila correspondiente.

Este proceso de construcción se basa en la teoría estocástica de las cadenas de Markov y matrices de transición a uno o varios pasos [14]. Se detalla a continuación las nociones teóricas básicas necesarias para dicha construcción.

Proceso estocástico.- Una sucesión de observaciones X_1, X_2, \dots se denomina proceso estocástico si:

- Si los valores de estas observaciones no se pueden predecir exactamente
- Pero se pueden especificar las probabilidades para los distintos valores posibles en cualquier instante de tiempo.

X_1 : variable aleatoria que define el estado inicial del proceso

X_n : variable aleatoria que define el estado del proceso en el instante de tiempo n .

Para cada posible valor del estado inicial s_1 y para cada uno de los sucesivos valores s_n de los estados X_n , $n = 2, 3, \dots$, especificamos:

$$P(X_{n+1} = s_{n+1} \mid X_1 = s_1, X_2 = s_2, \dots, X_n = s_n)$$

Cadenas de Markov.- Una cadena de Markov es un proceso estocástico en el que si el estado actual X_n y los estados previos X_1, \dots, X_{n-1} son conocidos, la probabilidad del estado futuro X_{n+1} :

- No depende de los estados anteriores X_1, \dots, X_{n-1} , y
- Solamente depende del estado actual X_n .

Es decir,

Para $n = 1, 2, \dots$ y

Para cualquier sucesión de estados s_1, \dots, s_{n+1}

$$P(X_{n+1} = s_{n+1} | X_1 = s_1, X_2 = s_2, \dots, X_n = s_n) = P(X_{n+1} = s_{n+1} | X_n = s_n)$$

Cadena de Markov finita.- Es una cadena de Markov para la que existe sólo un número finito k de estados posibles s_1, \dots, s_k y en cualquier instante de tiempo la cadena está en uno de estos k estados.

Probabilidad de transición.- Es la probabilidad condicionada $P(X_{n+1} = s_j | X_n = s_i)$.

Probabilidad de transición estacionaria.- Una cadena de Markov tiene probabilidades de transición estacionarias si para cualquier par de estados s_i y s_j existe una probabilidad de transición p_{ij} tal que:

$$P(X_{n+1} = s_j | X_n = s_i) = p_{ij} \quad \text{para } n = 1, 2, \dots$$

Matriz de transición.- Es una matriz cuadrada cuyos elementos son no negativos y tal que la suma de los elementos de cada fila es igual a 1.

Matriz de transición en un solo paso.- Dada una cadena de Markov con k estados posibles s_1, \dots, s_k y probabilidades de transición estacionarias.

$$\text{Si } p_{ij} = P(X_{n+1} = s_j | X_n = s_i) \text{ entonces} \quad P = \begin{pmatrix} p_{11} & \cdots & p_{1k} \\ p_{21} & \cdots & p_{2k} \\ \vdots & & \vdots \\ p_{k1} & \cdots & p_{kk} \end{pmatrix}$$

La matriz de transición P de cualquier cadena de Markov finita con probabilidades de transición estacionarias es una matriz estocástica.

Matriz de transición en varios pasos.- Dada una cadena de Markov con k posibles estados s_1, \dots, s_k y matriz de transición P , si notamos:

$$p_{ij}^{(2)} = P(X_{n+2} = s_j | X_n = s_i)$$

donde

$p_{ij}^{(2)}$: Elemento de la i -ésima fila y j -ésima columna de la matriz P^2

P^m : Potencia m -ésima de P , con $(m = 2, 3, \dots)$ y

$p_{ij}^{(m)}$: Elemento de la fila i y de la columna j de la matriz P^m

Generalizando tenemos:

P^m : Es la matriz de probabilidades $p_{ij}^{(m)}$ de que la cadena pase del estado s_i al estado s_j en m pasos; para cualquier valor de $(m = 2, 3, \dots)$.

P^m : Es la matriz de transición de m pasos de la cadena de Markov

Para el cálculo de la probabilidad de incumplimiento, se emplearon matrices de transición alimentadas con las calificaciones de riesgo mensuales otorgadas a cada institución financiera y la mora dura registrada en un periodo de tiempo de cinco consecutivos (enero 2008 – diciembre 2012).

Matriz de transición de calificaciones

La matriz de transición de calificaciones se elaboró a partir de las calificaciones mensuales (otorgadas por la CFN) que reportó cada institución financiera. Se siguieron los siguientes pasos:

Se formó pares de calificaciones mes a mes para el periodo enero 2005 a diciembre 2012.

<u>Mes</u>	<u>Calificación</u>	<u>Pares</u>
ene-2005	A	
feb-2005	A	AA
mar-2005	B	AB
abr-2005	AA	BAA
may-2005	A	AAA
jun-2005	BBB	ABBB
jul-2005	A	BBBA
ago-2005	A	AA
sep-2005	B	AB
oct-2005	BB	BBB
nov-2005	C	BBC
dic-2005	E	CE
.	.	.
.	.	.
.	.	.
dic-2012	A	AA

1. Se almacena en una matriz los pares de calificaciones, por cada categoría de calificación (nueve categorías), a través de una cuenta simple de pares.

	AAA	AA	A	BBB	BB	B	C	D	E
AAA	2	1	0	0	0	0	0	0	0
AA	1	8	0	0	0	0	0	0	0
A	0	1	5	2	0	0	0	0	0
BBB	0	0	2	5	0	0	0	0	0
BB	0	0	1	0	17	2	0	0	0
B	0	0	0	0	3	3	1	0	0
C	0	0	0	0	0	2	1	1	0
D	0	0	0	0	0	0	1	0	0
E	0	0	0	0	0	0	0	0	0

2. De acuerdo a las políticas de selección del Fondo de Garantía, una entidad financiera con calificación menor a BB, no podría formar parte de la cartera de FOGAMYPE, por tanto, se considera como incumplimiento calificaciones menores a BB y la matriz anterior se reduce a la matriz siguiente:

	AAA	AA	A	BBB	BB	Menor a BB
AAA	2	1	0	0	0	0
AA	1	8	0	0	0	0
A	0	1	5	2	0	0
BBB	0	0	2	5	0	0
BB	0	0	1	0	17	2
Menor a BB	0	0	0	0	3	9

3. Con la matriz de cuentas de pares, se obtiene la matriz de probabilidad conjunta, dividiendo cada valor de las celdas de la matriz para el total de observaciones y se tiene matriz detallada a continuación:

Probabilidad conjunta

	AAA	AA	A	BBB	BB	Menor a BB	
AAA	3,39%	1,69%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	5,08%
AA	1,69%	13,56%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	15,25%
A	0,00%	1,69%	8,47%	3,39%	0,00%	0,00%	13,56%
BBB	0,00%	0,00%	3,39%	8,47%	0,00%	0,00%	11,86%
BB	0,00%	0,00%	1,69%	0,00%	28,81%	3,39%	33,90%
Menor a BB	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	5,08%	15,25%	20,34%
							100,00%

Como se observa la suma de todas las celdas representa el 100%.

A partir de la matriz conjunta se calcula la probabilidad incondicional por cada fila para identificar la probabilidad de cambio de una calificación a otra. La matriz siguiente presenta las probabilidades incondicionales para cada fila.

	AAA	AA	A	BBB	BB	Menor a BB	
AAA	66,67%	33,33%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	100,00%
AA	11,11%	88,89%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	100,00%
A	0,00%	12,50%	62,50%	25,00%	0,00%	0,00%	100,00%
BBB	0,00%	0,00%	28,57%	71,43%	0,00%	0,00%	100,00%
BB	0,00%	0,00%	5,00%	0,00%	85,00%	10,00%	100,00%
Menor a BB	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	25,00%	75,00%	100,00%

Esta matriz representa la primera transición de calificaciones mensuales de una institución financiera. Dicha matriz se denomina “matriz de transición a un paso” y constituye el punto de partida para realizar el proceso de transición a un año a través de Cadenas de Markov. Como nuestro objetivo es contar con la probabilidad de incumplimiento a un año, se empleará una matriz de transición en 12 pasos, cada paso representa una transición mensual, puesto que contamos con los registros mensuales de calificaciones.

Por propiedades de la matriz de transición, cada matriz de transición a 1,2,...,12 pasos, se obtiene multiplicando por si misma la matriz de transición inicial

De la misma manera se procede a construir la matriz de transición a 12 pasos para la mora dura, considerando que el incumplimiento se da cuando la cartera comercial o microcrédito superan una mora de 5%. La siguiente figura muestra las transiciones para la mora dura.

	Menor a 2%	Del 2% al 3%	Del 3% al 4%	Del 4% al 5%	Más del 5%	
Menor a 2%	95,24%	4,76%	0,00%	0,00%	0,00%	1 MES
Del 2% al 3%	100,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	
Del 3% al 4%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	
Del 4% al 5%	0,00%	100,00%	0,00%	0,00%	0,00%	
Más del 5%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	100,00%	
Menor a 2%	95,46%	4,54%	0,00%	0,00%	0,00%	2 MESES
Del 2% al 3%	95,24%	4,76%	0,00%	0,00%	0,00%	
Del 3% al 4%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	
Del 4% al 5%	100,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	
Más del 5%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	100,00%	
Menor a 2%	95,45%	4,55%	0,00%	0,00%	0,00%	4 MESES
Del 2% al 3%	95,45%	4,55%	0,00%	0,00%	0,00%	
Del 3% al 4%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	
Del 4% al 5%	95,46%	4,54%	0,00%	0,00%	0,00%	
Más del 5%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	100,00%	
Menor a 2%	95,45%	4,55%	0,00%	0,00%	0,00%	8 MESES
Del 2% al 3%	95,45%	4,55%	0,00%	0,00%	0,00%	
Del 3% al 4%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	
Del 4% al 5%	95,45%	4,55%	0,00%	0,00%	0,00%	
Más del 5%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	100,00%	
Menor a 2%	95,45%	4,55%	0,00%	0,00%	0,00%	12 MESES
Del 2% al 3%	95,45%	4,55%	0,00%	0,00%	0,00%	
Del 3% al 4%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	
Del 4% al 5%	95,45%	4,55%	0,00%	0,00%	0,00%	
Más del 5%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	100,00%	

ANEXO E

RESULTADOS MODELO SCD

Instituciones que aplican a las dos carteras

<i>Institución</i>	<i>Comercial</i>	<i>Calificación</i>	<i>Microcrédito</i>	<i>Calificación</i>
BP CAPITAL	486,638	BB	464,321	BB
BP GUAYAQUIL	671,224	A	583,348	BBB
BP INTERNACIONAL	821,276	AA	568,874	BBB
BP LITORAL	508,836	BB	583,271	BBB
BP MACHALA	661,554	A	821,394	AA
BP PACIFICO	583,345	BBB	583,271	BBB
BP PICHINCHA	583,295	BBB	583,306	BBB
BP PRODUBANCO	957,354	AAA	519,943	BB
BP SUDAMERICANO	583,284	BBB	464,321	BB
CACPECO	583,277	BBB	821,338	AA
COMERCIO	583,271	BBB	543,826	BBB
JARDIN AZUAYO	464,356	BB	583,500	BBB
RIOBAMBA	793,952	AA	758,575	A
SAN FRANCISCO	583,296	BBB	821,320	AA
SANTA ROSA	464,334	BB	464,333	BB

Instituciones que aplican solo a cartera comercial

<i>Institución</i>	<i>Comercial</i>	<i>Calificación</i>	<i>Microcrédito</i>	<i>Calificación</i>
15 DE ABRIL	464,354	BB	335,300	NO APLICA
BP AMAZONAS	583,276	BBB	Datos insuficientes	NO APLICA
BP AUSTRO	464,429	BB	313,885	NO APLICA
BP BOLIVARIANO	958,300	AAA	Datos insuficientes	NO APLICA
BP COFIEC	464,344	BB	Datos insuficientes	NO APLICA
BP COMERCIAL DE MANABI	547,205	BBB	158,932	NO APLICA
BP LOJA	464,328	BB	285,144	NO APLICA
BP PROCREDIT	702,257	A	Datos insuficientes	NO APLICA
BP PROMERICA	438,836	BB	146,839	NO APLICA
BP TERRITORIAL	500,000	BB	Datos insuficientes	NO APLICA
CONSTRUCCION COMERCIO Y PRODUCCION LTDA.	500,000	BB	145,501	NO APLICA
MEGO	702,289	A	146,645	NO APLICA

Instituciones que aplican solo a cartera microcrédito

Institución	Comercial	Calificación	Microcrédito	Calificación
11 DE JUNIO	Datos insuficientes	NO APLICA	583,313	BBB
23 DE JULIO	Datos insuficientes	NO APLICA	625,660	BBB
29 DE OCTUBRE	Datos insuficientes	NO APLICA	821,272	AA
9 DE OCTUBRE	Datos insuficientes	NO APLICA	702,257	A
ALIANZA DEL VALLE	Datos insuficientes	NO APLICA	702,257	A
ATUNTAQUI	Datos insuficientes	NO APLICA	720,010	A
BP COOPNACIONAL	Datos insuficientes	NO APLICA	724,100	A
BP D-MIRO S.A.	Datos insuficientes	NO APLICA	583,292	BBB
BP FINCA	Datos insuficientes	NO APLICA	583,286	BBB
BP SOLIDARIO	144,858	NO APLICA	583,306	BBB
BP UNIBANCO	Datos insuficientes	NO APLICA	464,330	BB
CACPE PASTAZA	Datos insuficientes	NO APLICA	821,248	AA
CALCETA	Datos insuficientes	NO APLICA	821,340	AA
CAMARA DE COMERCIO DE AMBATO	Datos insuficientes	NO APLICA	583,297	BBB
CHONE LTDA	Datos insuficientes	NO APLICA	702,257	A
CODESARROLLO	Datos insuficientes	NO APLICA	492,601	BB
COOPAD	Datos insuficientes	NO APLICA	571,329	BBB
EL SAGRARIO	Datos insuficientes	NO APLICA	702,278	A
GUARANDA	Datos insuficientes	NO APLICA	583,314	BBB
MUSHUC RUNA	Datos insuficientes	NO APLICA	464,356	BB
OSCUS	Datos insuficientes	NO APLICA	615,926	BBB
PABLO MUÑOZ VEGA	Datos insuficientes	NO APLICA	692,794	A
PROGRESO	Datos insuficientes	NO APLICA	464,341	BB
SAN FRANCISCO DE ASIS	Datos insuficientes	NO APLICA	702,257	A
SAN JOSE	Datos insuficientes	NO APLICA	583,342	BBB
SANTA ANA	Datos insuficientes	NO APLICA	741,733	A
TULCAN	Datos insuficientes	NO APLICA	674,185	A

Instituciones que no aplican


Institución	Comercial	Calificación	Microcrédito	Calificación
ANDALUCIA	Datos insuficientes	NO APLICA	144,542	NO APLICA
BP GENERAL RUMIÑAHUI	143,079	NO APLICA	145,581	NO APLICA
COTOCOLLAO	Datos insuficientes	NO APLICA	228,851	NO APLICA
JUVENTUD ECUATORIANA PROGRESISTA	Datos insuficientes	NO APLICA	144,858	NO APLICA
LA DOLOROSA	Datos insuficientes	NO APLICA	143,211	NO APLICA
PADRE JULIAN LORENTE	148,373	NO APLICA	148,373	NO APLICA

ANEXO F

RESULTADOS MODELO PÉRDIDA ESPERADA

Resultados de la Perdida Esperada y Tarifa máxima del Fondo de Garantía al considerar todas las instituciones financieras que cumplen con la calificación de la CFN

Instituciones Financieras



Bancos

<input checked="" type="checkbox"/> Banco Guayaquil	<input checked="" type="checkbox"/> Banco Cofiec
<input checked="" type="checkbox"/> Banco Pacifico	<input checked="" type="checkbox"/> Banco Comerdal de Manabí
<input checked="" type="checkbox"/> Banco Pichincha	<input checked="" type="checkbox"/> Banco Coop Nacional
<input checked="" type="checkbox"/> Banco Produbanco	<input checked="" type="checkbox"/> Banco D-Miro
<input checked="" type="checkbox"/> Banco Austro	<input checked="" type="checkbox"/> Banco Finca
<input checked="" type="checkbox"/> Banco Bolivariano	<input checked="" type="checkbox"/> Banco Litoral
<input type="checkbox"/> Banco General Rumifahui	<input checked="" type="checkbox"/> Banco de Loja
<input checked="" type="checkbox"/> Banco Internacional	<input checked="" type="checkbox"/> Banco Procredit
<input checked="" type="checkbox"/> Banco Machala	<input checked="" type="checkbox"/> Banco Solidario
<input checked="" type="checkbox"/> Banco Promerica	<input checked="" type="checkbox"/> Banco Sudamericano
<input checked="" type="checkbox"/> Banco Amazonas	<input checked="" type="checkbox"/> Banco Territorial
<input checked="" type="checkbox"/> Banco Capital	<input checked="" type="checkbox"/> Banco Unibanco

Cooperativas

<input checked="" type="checkbox"/> 29 de Octubre	<input checked="" type="checkbox"/> Calcuta	<input checked="" type="checkbox"/> Atuntaqui
<input checked="" type="checkbox"/> Jardín Azuayo	<input checked="" type="checkbox"/> Chone	<input checked="" type="checkbox"/> Caspe Biblan
<input type="checkbox"/> Andalucía	<input checked="" type="checkbox"/> Comercio	<input checked="" type="checkbox"/> Caspe Pastaza
<input checked="" type="checkbox"/> Caspeco	<input checked="" type="checkbox"/> Coopad	<input checked="" type="checkbox"/> Cámara de comercio
<input checked="" type="checkbox"/> Cooprogreso	<input type="checkbox"/> Cotacollao	<input checked="" type="checkbox"/> Codesarrollo
<input checked="" type="checkbox"/> Meqo	<input checked="" type="checkbox"/> Guaranda	<input checked="" type="checkbox"/> Construcción Comercio
<input checked="" type="checkbox"/> Mushuc Runa	<input type="checkbox"/> La Dolorosa	<input checked="" type="checkbox"/> El Sagrario
<input checked="" type="checkbox"/> Ocasu	<input checked="" type="checkbox"/> San Francisco de Asís	<input checked="" type="checkbox"/> Pablo Muñoz Vega
<input checked="" type="checkbox"/> Riobamba	<input checked="" type="checkbox"/> Santa Ana	<input type="checkbox"/> Padre Julian Lorente
<input checked="" type="checkbox"/> San Francisco	<input checked="" type="checkbox"/> 15 de Abril	<input checked="" type="checkbox"/> San José
<input type="checkbox"/> 11 de Junio	<input checked="" type="checkbox"/> 23 de Julio	<input checked="" type="checkbox"/> Santa Rosa
<input checked="" type="checkbox"/> 9 de Octubre	<input checked="" type="checkbox"/> Alianza del Valle	<input checked="" type="checkbox"/> Tulcán


Programación

Enviar información

Enviar parámetros

Simulación Montecarlo

Tarifas por Institución



Registros 3174

Resultados

Perdida Esperada Fondo de Garantía

	Monto	Tarifa
Microcrédito	\$ 94.334,63	5,52%
Comercial	\$ 701.767,41	6,22%
Total	\$ 796.102,04	

Resultados de la Selección de la Cópula Arquimediana más adecuada

	Gumbel	Clayton	Frank
τ	0,13963	0,13963	0,13890
θ	1,16229	0,32458	1,27157

0,10502

0,13962861

0,490354354

(1.36)

(1.23)

(1.40)

(1.45)

$$\int [K_{C_{copula}}(t) - K_n(t)]^2 dK_n(t)$$

t	Densidad	Acumulativa	Muestra	Gumbel	Clayton	Frank	Gumbel	Clayton	Frank
0,00001	11	11	0,00347	0,00011	0,00004	0,00012	0,00001	0,00001	0,00001
0,05001	621	632	0,19312	0,17890	0,14581	0,17692	0,00041	0,00284	0,00049
0,10001	357	989	0,31153	0,29813	0,26220	0,29156	0,00018	0,00244	0,00040
0,15001	273	1.262	0,39761	0,39485	0,36250	0,38496	0,00001	0,00123	0,00016
0,20001	259	1.521	0,47921	0,47696	0,45074	0,46523	0,00001	0,00081	0,00020
0,25001	202	1.723	0,54285	0,54820	0,52911	0,53600	0,00003	0,00019	0,00005
0,30001	187	1.910	0,60176	0,61077	0,59899	0,59928	0,00008	0,00001	0,00001
0,35001	169	2.079	0,65501	0,66614	0,66139	0,65631	0,00012	0,00004	0,00000
0,40001	142	2.221	0,69975	0,71535	0,71705	0,70793	0,00024	0,00030	0,00007
0,45001	123	2.344	0,73850	0,75916	0,76655	0,75467	0,00043	0,00079	0,00026
0,50001	141	2.485	0,78292	0,79819	0,81036	0,79694	0,00023	0,00075	0,00020
0,55001	112	2.597	0,81821	0,83291	0,84888	0,83500	0,00022	0,00094	0,00028
0,60001	108	2.705	0,85224	0,86371	0,88244	0,86902	0,00013	0,00091	0,00028
0,65001	105	2.810	0,88532	0,89092	0,91132	0,89912	0,00003	0,00068	0,00019
0,70001	116	2.926	0,92187	0,91482	0,93577	0,92535	0,00005	0,00019	0,00001
0,75001	84	3.010	0,94833	0,93564	0,95600	0,94773	0,00016	0,00006	0,00000
0,80001	67	3.077	0,96944	0,95359	0,97221	0,96624	0,00025	0,00001	0,00001
0,85001	47	3.124	0,98425	0,96886	0,98456	0,98082	0,00024	0,00000	0,00001
0,90001	29	3.153	0,99338	0,98159	0,99322	0,99138	0,00014	0,00000	0,00000
0,95001	15	3.168	0,99811	0,99193	0,99833	0,99782	0,00004	0,00000	0,00000
1,00000	6	3.174	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,00301	0,01220	0,00263

1
Gumbel

2
Clayton

3
Frank

0,00263

Frank

Resultados de las Tarifas máximas que se podrían aplicar a las IFIS que conforman el Fondo de Garantía calificadas por la CFN

Indicadores	Comercial	Microcrédito			
Perdida Esperada (\$)	701.767,41	94.334,63	Tarifa Cobrada por CFN	4,50%	
Tarifas Máximas (%)	5,52	6,22	Tarifa Máxima Regulada	7,00%	

Instituciones	Comercial	Microcrédito	Instituciones	Comercial	Microcrédito
11 DE JUNIO	0,00	4,16	BP TERRITORIAL	5,52	4,16
15 DE ABRIL	4,26	4,62	BP UNIBANCO	4,88	4,40
23 DE JULIO	4,05	4,60	CACPE BIBLIAN	4,96	4,14
29 DE OCTUBRE	3,60	4,40	CACPE PASTAZA	0,00	4,47
9 DE OCTUBRE	0,00	4,30	CACPECO	3,96	3,69
ALIANZA DEL VALLE	3,90	4,48	CALCETA	0,00	4,70
ATUNTAQUI	4,38	4,27	CAMARA DE COMERCIO DE AMBATO	4,18	4,63
BP AMAZONAS	4,37	4,30	CHONE LTDA	0,00	4,69
BP AUSTRO	4,53	4,01	CODESARROLLO	4,48	5,08
BP BOLIVARIANO	4,73	0,00	COMERCIO	4,30	4,84
BP CAPITAL	4,99	3,80	CONSTRUCCION COMERCIO Y PRODUCCION LTDA. *	4,69	4,03
BP COFIEC	4,77	4,20	COOPAD	0,00	4,52
BP COMERCIAL DE MANABI	4,51	4,33	COOPROGRESO	4,72	4,58
BP COOPNACIONAL	4,18	4,30	COTOCOLLAO	4,15	4,03
BP D-MIRO S.A.	0,00	4,02	EL SAGRARIO	4,13	4,75
BP FINCA	0,00	5,22	JARDIN AZUAYO	4,61	3,85
BP GUA YAQUIL	4,20	4,85	MEGO	4,02	5,14
BP INTERNACIONAL	4,02	3,94	MUSHUC RUNA	4,19	4,16
BP LITORAL	4,10	4,73	OSCUS	4,03	6,22
BP LOJA	4,46	4,44	PABLO MUÑOZ VEGA	0,00	4,32
BP MACHALA	5,00	4,43	RIOBAMBA	4,02	3,67
BP PACIFICO	4,46	4,93	SAN FRANCISCO	4,38	4,02
BP PICHINCHA	4,76	4,71	SAN FRANCISCO DE ASIS	3,93	4,24
BP PROCREDIT	4,55	3,86	SAN JOSE	0,00	4,66
BP PRODUBANCO	3,91	3,85	SANTA ANA	0,00	4,06
BP PROMERICA	4,32	3,97	SANTA ROSA	4,27	4,55
BP SOLIDARIO	4,53	4,30	TULCAN	4,36	4,84
BP SUDAMERICANO	4,41	5,02			

En los resultados se pueden observar tarifas con valor cero, esto significa que la institución financiera no tiene participación en el segmento indicado (ya sea comercial o microcrédito) dentro del FOGAMYPE. Se tiene una tarifa de 6.22% que corresponde a la institución OSCUS tiene una calificación BBB.

Resultados de las Tarifas medias que se podrían aplicar a las IFIS que conforman el Fondo de Garantía calificadas por la CFN

Indicadores	Comercial	Microcrédito			
Perdida Esperada (\$)	701.767,41	94.334,63	Tarifa Cobrada por CFN	4,50%	
Tarifas Media (%)	3,15	3,18	Tarifa Máxima Regulada	7,00%	

Instituciones	Comercial	Microcrédito	Instituciones	Comercial	Microcrédito
11 DE JUNIO	0,00	3,06	BP TERRITORIAL	2,97	3,01
15 DE ABRIL	2,95	2,97	BP UNIBANCO	3,09	3,03
23 DE JULIO	2,98	3,01	CACPE BIBLIAN	3,05	3,00
29 DE OCTUBRE	2,91	3,01	CACPE PASTAZA	0,00	3,00
9 DE OCTUBRE	0,00	3,02	CACPECO	3,01	2,94
ALIANZA DEL VALLE	2,93	3,02	CALCETA	0,00	3,02
ATUNTAQUI	2,98	3,02	CAMARA DE COMERCIO DE AMBATO	3,02	3,08
BP AMAZONAS	3,11	3,05	CHONE LTDA	0,00	3,10
BP AUSTRO	3,02	2,98	CODESARROLLO	2,98	2,98
BP BOLIVARIANO	2,94	0,00	COMERCIO	3,06	3,06
BP CAPITAL	3,07	3,04	CONSTRUCCION COMERCIO Y PRODUCCION LTDA.*	2,97	3,00
BP COFIEC	3,03	3,01	COOPAD	0,00	2,99
BP COMERCIAL DE MANABI	3,15	2,98	COOPROGRESO	3,05	3,03
BP COOPNACIONAL	2,95	3,13	COTOCOLLAO	3,12	3,05
BP D-MIRO S.A.	0,00	3,11	EL SAGRARIO	2,98	2,97
BP FINCA	0,00	3,00	JARDIN AZUAYO	3,05	3,05
BP GUA YAQUIL	2,96	2,97	MEGO	3,01	3,02
BP INTERNACIONAL	2,96	2,95	MUSHUC RUNA	3,00	3,03
BP LITORAL	2,87	3,18	OSCUS	3,02	3,07
BP LOJA	3,04	3,03	PABLO MUÑOZ VEGA	0,00	2,94
BP MACHALA	3,08	3,06	RIOBAMBA	2,93	2,96
BP PACIFICO	3,09	2,98	SAN FRANCISCO	3,11	2,95
BP PICHINCHA	3,12	2,99	SAN FRANCISCO DE ASIS	3,00	2,96
BP PROCREDIT	3,04	2,94	SAN JOSE	0,00	2,98
BP PRODUBANCO	2,94	2,86	SANTA ANA	0,00	2,90
BP PROMERICA	3,00	3,00	SANTA ROSA	2,97	2,94
BP SOLIDARIO	3,05	2,92	TULCAN	2,96	3,00
BP SUDAMERICANO	3,11	3,09			

Las tarifas medias están en el orden del 3%, y la pérdida esperada del fondo está por el orden de los 800.000 dólares, donde la pérdida esperada del sector comercial es aproximadamente siete veces la del sector de microcrédito.

Resultados de la Perdida Esperada y Tarifa máxima del Fondo de Garantía al considerar solo los Bancos que cumplen con la calificación de la CFN

Instituciones Financieras



Bancos

<input checked="" type="checkbox"/> Banco Guayaquil	<input checked="" type="checkbox"/> Banco Cofiec
<input checked="" type="checkbox"/> Banco Pacifico	<input checked="" type="checkbox"/> Banco Comercial de Manabí
<input checked="" type="checkbox"/> Banco Pichincha	<input checked="" type="checkbox"/> Banco Coop-Nacional
<input checked="" type="checkbox"/> Banco Produbanco	<input checked="" type="checkbox"/> Banco D-Miro
<input checked="" type="checkbox"/> Banco Austro	<input checked="" type="checkbox"/> Banco Finca
<input checked="" type="checkbox"/> Banco Bolivariano	<input checked="" type="checkbox"/> Banco Litoral
<input checked="" type="checkbox"/> Banco General Rumifahui	<input checked="" type="checkbox"/> Banco de Loja
<input checked="" type="checkbox"/> Banco Internacional	<input checked="" type="checkbox"/> Banco Procredit
<input checked="" type="checkbox"/> Banco Machala	<input checked="" type="checkbox"/> Banco Solidario
<input checked="" type="checkbox"/> Banco Promerica	<input checked="" type="checkbox"/> Banco Sudamericano
<input checked="" type="checkbox"/> Banco Amazonas	<input checked="" type="checkbox"/> Banco Territorial
<input checked="" type="checkbox"/> Banco Capital	<input checked="" type="checkbox"/> Banco Unibanco

Cooperativas

<input type="checkbox"/> 29 de Octubre	<input type="checkbox"/> Calceña	<input type="checkbox"/> Atuntaqui
<input type="checkbox"/> Jardín Azuayo	<input type="checkbox"/> Chone	<input type="checkbox"/> Cacpe Biblan
<input type="checkbox"/> Andaluza	<input type="checkbox"/> Comercio	<input type="checkbox"/> Cacpe Pastaza
<input type="checkbox"/> Cacpeco	<input type="checkbox"/> Coopad	<input type="checkbox"/> Cámara de comercio de
<input type="checkbox"/> Cooprogreso	<input type="checkbox"/> Cotacollo	<input type="checkbox"/> Codesarrollo
<input type="checkbox"/> Mago	<input type="checkbox"/> Guaranda	<input type="checkbox"/> Construcción Comercio
<input type="checkbox"/> Mushuc Runa	<input type="checkbox"/> La Dolorosa	<input type="checkbox"/> El Sagrario
<input type="checkbox"/> Ocus	<input type="checkbox"/> San Francisco de Asís	<input type="checkbox"/> Pablo Muñoz Vega
<input type="checkbox"/> Riobamba	<input type="checkbox"/> Santa Ana	<input type="checkbox"/> Padre Julian Lorente
<input type="checkbox"/> San Francisco	<input type="checkbox"/> 15 de Abril	<input type="checkbox"/> San José
<input type="checkbox"/> 11 de Junio	<input type="checkbox"/> 23 de Julio	<input type="checkbox"/> Santa Rosa
<input type="checkbox"/> 9 de Octubre	<input type="checkbox"/> Alianza del Valle	<input type="checkbox"/> Tulcán

Programación

Enviar información

Enviar parámetros

Simulación Montecarlo



Registros 1315

Tarifas por Institución

Resultados

Perdida Esperada Fondo de Garantía

	Monto	Tarifa
Microcrédito	\$ 66.476,92	5,03%
Comercial	\$ 696.965,14	6,07%
Total	\$ 763.442,07	

Resultados de la Selección de la Cópula Arquimediana más adecuada

	Gumbel	Clayton	Frank
τ	-0,00107	-0,00107	-0,00153
θ	0,99893	-0,00215	-0,01198

0,10502

-0,001074

0,490354354

(1.36)

(1.23) (1.40) (1.45)

$\int [K_{Cópula}(t) - K_n(t)]^2 dK_n(t)$

t	Densidad	Acumulativo	Muestra	Gumbel	Clayton	Frank	Gumbel	Clayton	Frank
0,00001	11	11	0,00837	0,00013	0,00013	0,00013	0,00007	0,00007	0,00007
0,05001	261	272	0,20684	0,19998	0,20030	0,20006	0,00005	0,00004	0,00005
0,10001	172	444	0,33764	0,33053	0,33085	0,33068	0,00005	0,00005	0,00005
0,15001	143	587	0,44639	0,43489	0,43517	0,43510	0,00013	0,00013	0,00013
0,20001	99	686	0,52167	0,52225	0,52246	0,52248	0,00000	0,00000	0,00000
0,25001	117	803	0,61065	0,59696	0,59710	0,59719	0,00019	0,00018	0,00018
0,30001	103	906	0,68897	0,66159	0,66167	0,66181	0,00075	0,00075	0,00074
0,35001	68	974	0,74068	0,71784	0,71786	0,71804	0,00052	0,00052	0,00051
0,40001	63	1.037	0,78859	0,76692	0,76689	0,76708	0,00047	0,00047	0,00046
0,45001	38	1.075	0,81749	0,80972	0,80964	0,80985	0,00006	0,00006	0,00006
0,50001	26	1.101	0,83726	0,84695	0,84684	0,84704	0,00009	0,00009	0,00010
0,55001	27	1.128	0,85779	0,87917	0,87903	0,87922	0,00046	0,00045	0,00046
0,60001	39	1.167	0,88745	0,90683	0,90667	0,90684	0,00038	0,00037	0,00038
0,65001	30	1.197	0,91027	0,93031	0,93014	0,93029	0,00040	0,00040	0,00040
0,70001	27	1.224	0,93080	0,94994	0,94977	0,94989	0,00037	0,00036	0,00036
0,75001	34	1.258	0,95665	0,96600	0,96583	0,96592	0,00009	0,00008	0,00009
0,80001	21	1.279	0,97262	0,97871	0,97856	0,97862	0,00004	0,00004	0,00004
0,85001	22	1.301	0,98935	0,98829	0,98817	0,98820	0,00000	0,00000	0,00000
0,90001	9	1.310	0,99620	0,99493	0,99484	0,99485	0,00000	0,00000	0,00000
0,95001	4	1.314	0,99924	0,99878	0,99873	0,99874	0,00000	0,00000	0,00000
1,00000	1	1.315	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,00411	0,00406	0,00406

1
Gumbel

2
Clayton

3
Frank

0,00406

Clayton

Resultados de las tarifas máximas que se podrían aplicar a los bancos calificados por la CFN y que conforman el Fondo de Garantía.

Indicadores	Comercial	Microcrédito		
Perdida Esperada (\$)	696.965,14	66.476,92	Tarifa Cobrada por CFN	4,50%
Tarifa Máxima (%)	5,03	6,07	Tarifa Máxima Regulada	7,00%

Instituciones	Comercial	Microcrédito	Instituciones	Comercial	Microcrédito
BP AMAZONAS	4,64	6,07	BP LOJA	4,82	3,86
BP AUSTRO	4,19	4,67	BP MACHALA	4,44	5,02
BP BOLIVARIANO	4,59	0,00	BP PACIFICO	3,88	4,34
BP CAPITAL	3,97	4,75	BP PICHINCHA	4,15	4,14
BP COFIEC	4,56	4,47	BP PROCREDIT	4,79	4,88
BP COMERCIAL DE MANABI	4,04	4,18	BP PRODUBANCO	4,26	4,56
BP COOPNACIONAL	4,09	4,03	BP PROMERICA	4,71	4,04
BP D-MIRO S.A.	0,00	3,73	BP SOLIDARIO	4,54	4,12
BP FINCA	0,00	4,31	BP SUDAMERICANO	3,93	3,79
BP GUAYAQUIL	4,50	3,87	BP TERRITORIAL	4,41	4,72
BP INTERNACIONAL	5,03	3,74	BP UNIBANCO	3,70	4,26
BP LITORAL	4,89	5,14			

BP AMAZONAS tiene una calificación BB, los valores correspondientes a cero muestran que la institución financiera no tiene participación en el segmento indicado dentro del Fondo de Garantía.

Resultados de las tarifas máximas que se podrían aplicar a los bancos calificados por la CFN y que conforman el Fondo de Garantía.

Indicadores	Comercial	Microcrédito		
Perdida Esperada (\$)	696.965,14	66.476,92	Tarifa Cobrada por CFN	4,50%
Tarifa Media (%)	3,12	3,17	Tarifa Máxima Regulada	7,00%

Instituciones	Comercial	Microcrédito	Instituciones	Comercial	Microcrédito
BP AMAZONAS	3,08	3,05	BP LOJA	3,09	2,96
BP AUSTRO	3,05	3,12	BP MACHALA	3,03	3,17
BP BOLIVARIANO	3,04	0,00	BP PACIFICO	2,98	2,96
BP CAPITAL	2,92	2,97	BP PICHINCHA	3,00	3,03
BP COFIEC	2,96	2,96	BP PROCREDIT	3,05	3,11
BP COMERCIAL DE MANABI	2,96	3,09	BP PRODUBANCO	2,97	2,98
BP COOPNACIONAL	2,90	2,93	BP PROMERICA	3,01	3,04
BP D-MIRO S.A.	0,00	3,01	BP SOLIDARIO	3,07	3,05
BP FINCA	0,00	3,00	BP SUDAMERICANO	2,94	2,97
BP GUAYAQUIL	3,07	3,02	BP TERRITORIAL	3,02	2,99
BP INTERNACIONAL	3,12	2,97	BP UNIBANCO	3,00	2,90
BP LITORAL	2,99	3,08			

AL igual que en el caso anterior la tarifa media está alrededor del 3% y la pérdida esperada del sector de comercial es 6 veces el de microcrédito, con una pérdida esperada de 75.000 dólares.

Resultados de la Perdida Esperada y Tarifa máxima del Fondo de Garantía al considerar solo Cooperativas que cumplen con la calificación de la CFN

Instituciones Financieras



Bancos

<input type="checkbox"/> Banco Guayaquil	<input type="checkbox"/> Banco Cofiec
<input type="checkbox"/> Banco Pacifico	<input type="checkbox"/> Banco Comercial de Manabí
<input type="checkbox"/> Banco Pichinche	<input type="checkbox"/> Banco Coop Nacional
<input type="checkbox"/> Banco Produbanco	<input type="checkbox"/> Banco Di-Miro
<input type="checkbox"/> Banco Austro	<input type="checkbox"/> Banco Finsa
<input type="checkbox"/> Banco Bolivariano	<input type="checkbox"/> Banco Litoral
<input type="checkbox"/> Banco General Rumihahui	<input type="checkbox"/> Banco de Loja
<input type="checkbox"/> Banco Internacional	<input type="checkbox"/> Banco Procredit
<input type="checkbox"/> Banco Machala	<input type="checkbox"/> Banco Solidario
<input type="checkbox"/> Banco Promerica	<input type="checkbox"/> Banco Sudamericano
<input type="checkbox"/> Banco Amazonas	<input type="checkbox"/> Banco Territorial
<input type="checkbox"/> Banco Capital	<input type="checkbox"/> Banco Unibanco

Cooperativas

<input checked="" type="checkbox"/> 29 de Octubre	<input checked="" type="checkbox"/> Calota	<input checked="" type="checkbox"/> Atuntaqui
<input checked="" type="checkbox"/> Jardín Azuayo	<input checked="" type="checkbox"/> Chone	<input checked="" type="checkbox"/> Cacpe Bíblan
<input type="checkbox"/> Andalucía	<input checked="" type="checkbox"/> Comercio	<input checked="" type="checkbox"/> Cacpe Pastaza
<input checked="" type="checkbox"/> Cacpeco	<input checked="" type="checkbox"/> Coopad	<input checked="" type="checkbox"/> Cámara de comercio de
<input checked="" type="checkbox"/> Cooprogreso	<input type="checkbox"/> Cotocollao	<input checked="" type="checkbox"/> Codesarrollo
<input checked="" type="checkbox"/> Mago	<input type="checkbox"/> Guaranda	<input checked="" type="checkbox"/> Construcción Comercio
<input checked="" type="checkbox"/> Mushuc Runa	<input type="checkbox"/> La Dolorosa	<input checked="" type="checkbox"/> El Sagrario
<input checked="" type="checkbox"/> Ocuca	<input checked="" type="checkbox"/> San Francisco de Asís	<input checked="" type="checkbox"/> Pablo Muñoz Vega
<input checked="" type="checkbox"/> Riobamba	<input checked="" type="checkbox"/> Santa Ana	<input type="checkbox"/> Padre Julian Lorente
<input checked="" type="checkbox"/> San Francisco	<input checked="" type="checkbox"/> 15 de Abril	<input checked="" type="checkbox"/> San José
<input checked="" type="checkbox"/> 11 de Junio	<input checked="" type="checkbox"/> 23 de Julio	<input checked="" type="checkbox"/> Santa Rosa
<input checked="" type="checkbox"/> 9 de Octubre	<input checked="" type="checkbox"/> Alianza del Valle	<input checked="" type="checkbox"/> Tulcán

Programación

Enviar información

Enviar parámetros

Simulación Montecarlo



Tarifas por Institución

Registros 1859

Resultados

Perdida Esperada Fondo de Garantía

	Monto	Tarifa
Microcrédito	\$ 30.196,54	5,31%
Comercial	\$ 950,79	5,29%
Total	\$ 31.147,33	

Resultados de la Selección de la Cópula Arquimediana más adecuada

	Gumbel	Clayton	Frank
τ	0,23194	0,23194	0,23189
θ	1,30193	0,60398	2,18473

(1.36)

0,10502

0,2319441

0,490354354

(1.23) (1.40) (1.45)

$$\int [K_{COPULA_n}(t) - K_n(t)]^2 dK_n(t)$$

t	Densidad	Acumulativo	Muestra	Gumbel	Clayton	Frank	Gumbel	Clayton	Frank
0,00001	17	17	0,00914	0,00010	0,00003	0,00012	0,00008	0,00008	0,00008
0,05001	281	298	0,16030	0,16507	0,11925	0,16356	0,00002	0,00169	0,00001
0,10001	156	454	0,24422	0,27687	0,22438	0,26867	0,00107	0,00039	0,00060
0,15001	179	633	0,34051	0,36858	0,31940	0,35514	0,00079	0,00045	0,00021
0,20001	151	784	0,42173	0,44724	0,40588	0,43055	0,00065	0,00025	0,00008
0,25001	161	945	0,50834	0,51620	0,48476	0,49818	0,00006	0,00056	0,00010
0,30001	107	1.052	0,56590	0,57743	0,55668	0,55982	0,00013	0,00009	0,00004
0,35001	100	1.152	0,61969	0,63222	0,62212	0,61651	0,00016	0,00001	0,00001
0,40001	93	1.245	0,66971	0,68151	0,68149	0,66891	0,00014	0,00014	0,00000
0,45001	95	1.340	0,72082	0,72599	0,73509	0,71744	0,00003	0,00020	0,00001
0,50001	78	1.418	0,76278	0,76620	0,78318	0,76233	0,00001	0,00042	0,00000
0,55001	72	1.490	0,80151	0,80255	0,82600	0,80370	0,00000	0,00060	0,00000
0,60001	71	1.561	0,83970	0,83541	0,86373	0,84158	0,00002	0,00058	0,00000
0,65001	74	1.635	0,87951	0,86507	0,89655	0,87592	0,00021	0,00029	0,00001
0,70001	68	1.703	0,91608	0,89177	0,92462	0,90661	0,00059	0,00007	0,00009
0,75001	50	1.753	0,94298	0,91572	0,94806	0,93348	0,00074	0,00003	0,00009
0,80001	35	1.788	0,96181	0,93711	0,96701	0,95627	0,00061	0,00003	0,00003
0,85001	35	1.823	0,98063	0,95610	0,98158	0,97471	0,00060	0,00000	0,00004
0,90001	22	1.845	0,99247	0,97283	0,99187	0,98843	0,00039	0,00000	0,00002
0,95001	8	1.853	0,99677	0,98743	0,99798	0,99702	0,00009	0,00000	0,00000
1,00000	6	1.859	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,00639	0,00586	0,00143

1

Gumbel

0,00143

2

Clayton

Frank

3

Frank

Resultados de las Tarifas máximas que se podría aplicar a las cooperativas que conforman el Fondo de Garantía calificadas por la CFN.

Indicadores	Comercial	Microcrédito		
Perdida Esperada (\$)	950,79	30196,54	Tarifa Cobrada por CFN	4,50%
Tarifa Máxima (%)	5,31	5,29	Tarifa Máxima Regulada	7,00%

Instituciones	Comercial	Microcrédito	Instituciones	Comercial	Microcrédito
11 DE JUNIO	0,00	4,05	COOPAD	0,00	5,16
15 DE ABRIL	4,05	4,05	COOPROGRESO	4,73	4,84
23 DE JULIO	4,29	4,81	COTOCOLLAO	4,01	4,24
29 DE OCTUBRE	4,85	4,05	EL SAGRARIO	4,44	4,35
9 DE OCTUBRE	0,00	3,98	JARDIN AZUAYO	3,78	3,91
ALIANZA DEL VALLE	4,61	4,11	MEGO	4,07	4,16
ATUNTAQUI	4,10	3,83	MUSHUC RUNA	3,92	3,72
CACPE BIBLIAN	4,39	4,53	OSCUS	5,31	3,62
CACPE PASTAZA	0,00	4,53	PABLO MUÑOZ VEGA	0,00	4,99
CACPECO	4,08	3,91	RIOBAMBA	5,13	4,09
CALCETA	0,00	4,40	SAN FRANCISCO	4,78	4,57
CAMARA DE COMERCIO DE AMBATO	4,52	3,87	SAN FRANCISCO DE ASIS	4,14	4,72
CHONE LTDA	0,00	3,99	SAN JOSE	0,00	5,29
CODESARROLLO	5,16	4,37	SANTA ANA	0,00	4,88
COMERCIO	4,16	5,05	SANTA ROSA	4,49	3,92
CONSTRUCCION COMERCIO Y PRODUCCION LTDA.*	5,12	4,24	TULCAN	4,78	4,19

Resultados de las Tarifas medias que se podrían aplicar a las cooperativas que conforman el Fondo de Garantía y calificadas por la CFN.


Indicadores	Comercial	Microcrédito		
Perdida Esperada (\$)	950,79	30196,54	Tarifa Cobrada por CFN	4,50%
Tarifa Media (%)	3,08	3,09	Tarifa Máxima Regulada	7,00%

Instituciones	Comercial	Microcrédito	Instituciones	Comercial	Microcrédito
11 DE JUNIO	0,00	2,96	COOPAD	0,00	2,99
15 DE ABRIL	2,92	2,98	COOPROGRESO	3,06	2,92
23 DE JULIO	3,01	2,93	COTOCOLLAO	2,96	2,96
29 DE OCTUBRE	3,07	3,02	EL SAGRARIO	3,01	3,07
9 DE OCTUBRE	0,00	2,83	JARDIN AZUAYO	2,98	3,01
ALIANZA DEL VALLE	2,98	2,97	MEGO	3,07	2,97
ATUNTAQUI	2,95	2,96	MUSHUC RUNA	3,05	2,94
CACPE BIBLIAN	3,00	2,99	OSCUS	3,05	2,84
CACPE PASTAZA	0,00	3,05	PABLO MUÑOZ VEGA	0,00	2,92
CACPECO	2,99	2,92	RIOBAMBA	2,98	3,02
CALCETA	0,00	3,03	SAN FRANCISCO	3,06	3,03
CAMARA DE COMERCIO DE AMBATO	2,97	3,09	SAN FRANCISCO DE ASIS	2,98	3,01
CHONE LTDA	0,00	2,92	SAN JOSE	0,00	3,00
CODESARROLLO	3,06	3,06	SANTA ANA	0,00	3,00
COMERCIO	3,03	3,04	SANTA ROSA	2,98	3,00
CONSTRUCCION COMERCIO Y PRODUCCION LTDA.*	3,08	3,06	TULCAN	2,95	3,03

Las tarifas medias están alrededor del 3% y la perdida esperada del fondo esta en el orden de los 30.000 dólares.

Resultados de la Perdida Esperada y Tarifa máxima del Fondo de Garantía al considerar las IFIS que conforman el fondo actualmente de la CFN y que cumplen con la calificación del módulo implementado.

Instituciones Financieras



Bancos		Cooperativas	
<input type="checkbox"/> Banco Guayaquil	<input type="checkbox"/> Banco Cofiec	<input checked="" type="checkbox"/> 29 de Octubre	<input type="checkbox"/> Calata
<input type="checkbox"/> Banco Pacifico	<input type="checkbox"/> Banco Comercial de Manabí	<input type="checkbox"/> Jardín Azuayo	<input type="checkbox"/> Chone
<input type="checkbox"/> Banco Pichinche	<input type="checkbox"/> Banco Coop.Nacional	<input type="checkbox"/> Andalucía	<input type="checkbox"/> Comercio
<input type="checkbox"/> Banco Produbanco	<input type="checkbox"/> Banco Di-Miro	<input checked="" type="checkbox"/> Cacpeco	<input type="checkbox"/> Coopad
<input type="checkbox"/> Banco Austro	<input type="checkbox"/> Banco Fina	<input type="checkbox"/> Cooprogreso	<input type="checkbox"/> Cotacollo
<input type="checkbox"/> Banco Bolivariano	<input type="checkbox"/> Banco Litoral	<input type="checkbox"/> Mego	<input type="checkbox"/> Guaranda
<input type="checkbox"/> Banco General Rumifahu	<input type="checkbox"/> Banco de Loja	<input type="checkbox"/> Mushuc Runa	<input type="checkbox"/> La Dolorosa
<input type="checkbox"/> Banco Internacional	<input type="checkbox"/> Banco Procredit	<input type="checkbox"/> Ocosu	<input type="checkbox"/> San Francisco de Asís
<input type="checkbox"/> Banco Machala	<input type="checkbox"/> Banco Solidario	<input type="checkbox"/> Riobamba	<input type="checkbox"/> Santa Ana
<input type="checkbox"/> Banco Promerica	<input type="checkbox"/> Banco Sudamericano	<input checked="" type="checkbox"/> San Francisco	<input type="checkbox"/> 15 de Abril
<input type="checkbox"/> Banco Amazonas	<input type="checkbox"/> Banco Territorial	<input type="checkbox"/> 11 de Junio	<input type="checkbox"/> 23 de Julio
<input type="checkbox"/> Banco Capital	<input type="checkbox"/> Banco Unibanco	<input type="checkbox"/> 9 de Octubre	<input type="checkbox"/> Alianza del Valle
			<input type="checkbox"/> Tulcán

Programación:

Enviar información
Enviar parámetros

Simulación Montecarlo

Tarifas por Institución


Registros 300

Perdida Esperada Fondo de Garantía

	Monto	Tarifa
Microcrédito	\$ 14.758,47	5,34%
Comercial	\$ 229,79	4,85%
Total	\$ 14.988,26	

Resultados de la Selección de la Cópula más adecuada

τ	Gumbel	Clayton	Frank						
0,25003	0,25003	0,25003	0,24983	0,10502	0,490354354				
6	1,33339	0,66679	2,37144	0,2500334					
		(1.36)							
				(1.23)	(1.40)				
				(1.45)	$\int [K_{Cópula}(t) - K_n(t)]^2 dK_n(t)$				
t	Densidad	Acumulativo	Muestra	Gumbel	Clayton	Frank	Gumbel	Clayton	Frank
0,00001	10	10	0,03333	0,00010	0,00002	0,00012	0,00110	0,00111	0,00110
0,05001	40	50	0,16667	0,16236	0,11483	0,16113	0,00002	0,00269	0,00003
0,10001	22	72	0,24000	0,27271	0,21769	0,26448	0,00107	0,00050	0,00060
0,15001	36	108	0,36000	0,36343	0,31148	0,34966	0,00001	0,00235	0,00011
0,20001	20	128	0,42667	0,44142	0,39740	0,42412	0,00022	0,00086	0,00001
0,25001	23	151	0,50333	0,50993	0,47618	0,49112	0,00004	0,00074	0,00015
0,30001	17	168	0,56000	0,57089	0,54834	0,55239	0,00012	0,00014	0,00006
0,35001	13	181	0,60333	0,62558	0,61426	0,60895	0,00049	0,00012	0,00003
0,40001	6	187	0,62333	0,67488	0,67427	0,66144	0,00266	0,00259	0,00145
0,45001	15	202	0,67333	0,71949	0,72862	0,71023	0,00213	0,00306	0,00136
0,50001	14	216	0,72000	0,75993	0,77753	0,75555	0,00159	0,00331	0,00126
0,55001	22	238	0,79333	0,79660	0,82119	0,79750	0,00001	0,00078	0,00002
0,60001	24	262	0,87333	0,82987	0,85976	0,83609	0,00189	0,00018	0,00139
0,65001	10	272	0,90667	0,86000	0,89339	0,87123	0,00218	0,00018	0,00126
0,70001	10	282	0,94000	0,88725	0,92221	0,90278	0,00278	0,00032	0,00139
0,75001	5	287	0,95667	0,91182	0,94633	0,93052	0,00201	0,00011	0,00068
0,80001	2	289	0,96333	0,93388	0,96587	0,95418	0,00087	0,00001	0,00008
0,85001	-	289	0,96333	0,95360	0,98092	0,97341	0,00009	0,00031	0,00010
0,90001	-	289	0,96333	0,97112	0,99157	0,98779	0,00006	0,00080	0,00060
0,95001	5	294	0,98000	0,98655	0,99791	0,99684	0,00004	0,00032	0,00028
1,00000	6	300	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,01940	0,02045	0,01196
							1 Gumbel	2 Clayton	3 Frank
							0,01196 Frank		

Resultados de las Simulaciones de las Tarifas máximas que se podrían aplicar a las IFIS que conforman el Fondo de Garantía de la CFN, que calificarían actualmente, realizado 8 corridas.

Indicadores	Test 1		Test 2		Test 3		Test 4	
	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito
Perdida Esperada (\$)	229,79	14.758,47	233,34	14.366,06	224,30	14.752,69	222,51	14.739,68
Tarifa Máxima (%)	5,34	4,85	5,19	5,91	4,55	5,08	4,57	5,70

Instituciones	Test 1		Test 2		Test 3		Test 4	
	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito
29 DE OCTUBRE	4,31	4,54	5,19	5,91	4,54	4,35	4,57	3,86
CACPECO	4,50	3,84	4,65	4,16	4,11	3,90	4,44	3,84
CONSTRUCCION COMERCIO Y PRODUCCION LTDA.*	5,34	4,85	3,98	4,48	4,21	4,35	4,36	4,03
SAN FRANCISCO	4,43	4,53	4,48	4,11	4,55	4,13	4,19	5,70
SAN JOSE	0,00	4,81	0,00	4,84	0,00	5,08	0,00	3,96

Indicadores	Test 5		Test 6		Test 7		Test 8	
	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito
Perdida Esperada (\$)	220,60	14.419,71	242,38	14.875,04	228,13	14.230,34	217,63	14.770,68
Tarifa Máxima (%)	5,40	5,48	5,55	4,97	4,27	4,71	4,70	5,00

Instituciones	Test 5		Test 6		Test 7		Test 8	
	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito
29 DE OCTUBRE	4,96	4,22	4,28	4,13	4,27	4,58	4,70	4,28
CACPECO	5,40	4,45	3,88	4,18	3,85	4,15	4,50	4,61
CONSTRUCCION COMERCIO Y PRODUCCION LTDA.*	4,40	5,48	4,55	4,97	3,90	4,71	4,04	5,00
SAN FRANCISCO	5,20	4,20	5,55	4,01	4,18	4,23	4,19	4,61
SAN JOSE	0,00	4,34	0,00	4,11	0,00	4,59	0,00	3,90

Se puede observar que el valor de la perdida esperada en el sector de microcrédito es más representativa que el sector comercial, esto se debe a que prácticamente el Fondo de Garantía está conformado por cooperativas las cuales tienen su mayor participación el sector del microcrédito.

Por otro lado se puede mirar que la tarifa máxima esta entre los valores de 4,27% a 5,91%, con una perdida esperada del fondo promedio de 14.800 dólares.

Resultados de las Simulaciones de las Tarifas medias que se podrían aplicar a las IFIS que conforman el Fondo de Garantía de la CFN, que calificarían actualmente realizado 8 corridas

Indicadores	Test 1		Test 2		Test 3		Test 4	
	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito
Perdida Esperada (\$)	229,79	14.758,47	233,34	14.366,06	224,30	14.752,69	222,51	14.739,68
Tarifa Media (%)	3,11	3,19	3,09	3,05	3,10	3,09	3,05	3,12

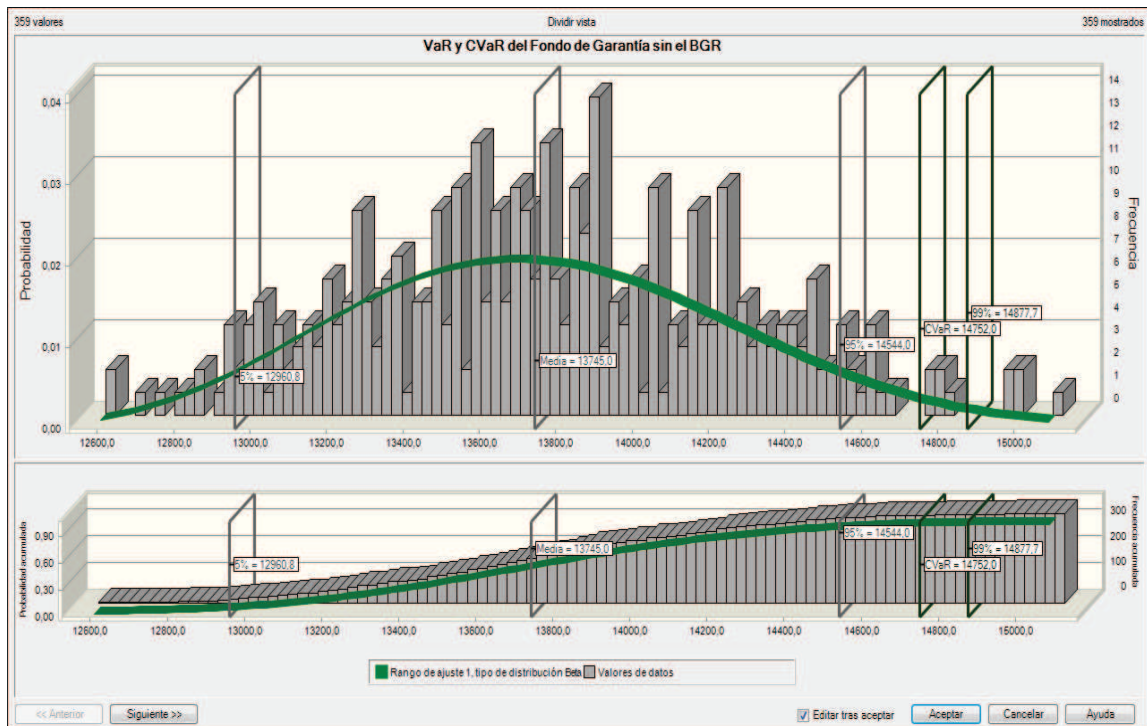
Instituciones	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito
29 DE OCTUBRE	3,00	3,04	2,98	3,05	2,95	3,00	2,94	2,99
CACPECO	3,03	3,02	3,09	3,01	2,97	2,97	2,96	2,97
CONSTRUCCION COMERCIO Y PRODUCCION LTDA.*	3,11	3,09	2,97	3,04	3,10	3,01	2,94	2,95
SAN FRANCISCO	3,00	2,99	3,01	3,00	3,08	3,09	3,05	3,12
SAN JOSE	0,00	3,19	0,00	3,05	0,00	3,00	0,00	2,91

Indicadores	Test 5		Test 6		Test 7		Test 8	
	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito
Perdida Esperada (\$)	220,60	14.419,71	242,38	14.875,04	228,13	14.230,34	217,63	14.770,68
Tarifa Media (%)	3,09	3,05	3,15	3,11	3,16	3,03	3,07	3,01

Instituciones	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito
29 DE OCTUBRE	2,97	2,89	3,15	2,96	3,16	2,95	3,07	3,00
CACPECO	3,03	3,05	2,98	3,07	2,95	2,96	2,96	2,93
CONSTRUCCION COMERCIO Y PRODUCCION LTDA.*	2,95	3,05	2,99	3,11	2,94	2,99	3,03	2,93
SAN FRANCISCO	3,09	3,01	3,03	3,00	3,07	3,03	2,97	2,95
SAN JOSE	0,00	3,03	0,00	2,96	0,00	2,99	0,00	3,01

Considerando las tarifas medias se observan que están en el rango de 3,01% a 3,19%, la pérdida esperada del fondo está alrededor de 15.000 dólares.

Adicionalmente se procedió a obtener el Valor en Riesgo (VaR) y el CVaR, del Fondo de Garantía como se muestra en la siguiente figura, para el mejor ajuste de distribución a los resultados obtenidos.



A continuación se presenta un resumen de indicadores que se obtienen de los resultados.

	VaR Trimestral		VaR Mensual	
	Ajuste a Distri. Beta		Ajuste a Distri. Beta	
Nivel de Confianza	99%	95%	99%	95%
Pérdida Esperada	\$ 13.745	\$ 13.745	\$ 4.582	\$ 4.582
Pérdida Inesperada	\$ 14.878	\$ 14.571	\$ 4.959	\$ 4.857
Capital Económico	\$ 1.133	\$ 826	\$ 378	\$ 275
CVaR	\$ 14.752		\$ 4.917	

Resultados de la Perdida Esperada y Tarifa máxima del Fondo de Garantía al considerar las IFIS que conforman el fondo actualmente y que cumplen con la calificación del módulo la CFN, considerando el Banco General Rumiñahui

Instituciones Financieras



Bancos

<input type="checkbox"/> Banco Guayaquil	<input type="checkbox"/> Banco Cofiec
<input type="checkbox"/> Banco Pacifico	<input type="checkbox"/> Banco Comercial de Manabí
<input type="checkbox"/> Banco Pichincha	<input type="checkbox"/> Banco Coop Nacional
<input type="checkbox"/> Banco Produbanco	<input type="checkbox"/> Banco D-Miro
<input type="checkbox"/> Banco Austro	<input type="checkbox"/> Banco Finca
<input type="checkbox"/> Banco Bolivariano	<input type="checkbox"/> Banco Litoral
<input checked="" type="checkbox"/> Banco General Rumiñahui	<input type="checkbox"/> Banco de Loja
<input type="checkbox"/> Banco Internacional	<input type="checkbox"/> Banco Procredit
<input type="checkbox"/> Banco Machala	<input type="checkbox"/> Banco Solidario
<input type="checkbox"/> Banco Promerica	<input type="checkbox"/> Banco Sudamericano
<input type="checkbox"/> Banco Amazonas	<input type="checkbox"/> Banco Territorial
<input type="checkbox"/> Banco Capital	<input type="checkbox"/> Banco Unibanco

Cooperativas

<input checked="" type="checkbox"/> 29 de Octubre	<input type="checkbox"/> Calceca	<input type="checkbox"/> Atuntaqui
<input type="checkbox"/> Jardín Azuayo	<input type="checkbox"/> Chone	<input type="checkbox"/> Caope Bblan
<input type="checkbox"/> Andalucía	<input type="checkbox"/> Comercio	<input type="checkbox"/> Caope Pasaza
<input checked="" type="checkbox"/> Caopeco	<input type="checkbox"/> Coopad	<input type="checkbox"/> Cámara de comercio de
<input type="checkbox"/> Cooprogreso	<input type="checkbox"/> Cotocollao	<input type="checkbox"/> Codesarrollo
<input type="checkbox"/> Mego	<input type="checkbox"/> Guaranda	<input checked="" type="checkbox"/> Construcción Comercio
<input type="checkbox"/> Mushuc Runa	<input type="checkbox"/> La Dolorosa	<input type="checkbox"/> El Sagrario
<input type="checkbox"/> Ocas	<input type="checkbox"/> San Francisco de Asís	<input type="checkbox"/> Pablo Muñoz Vega
<input type="checkbox"/> Riobamba	<input type="checkbox"/> Santa Ana	<input type="checkbox"/> Padre Julian Lorente
<input checked="" type="checkbox"/> San Francisco	<input type="checkbox"/> 15 de Abril	<input checked="" type="checkbox"/> San José
<input type="checkbox"/> 11 de Junio	<input type="checkbox"/> 23 de Julio	<input type="checkbox"/> Santa Rosa
<input type="checkbox"/> 9 de Octubre	<input type="checkbox"/> Alianza del Valle	<input type="checkbox"/> Tulcán

Programación

Enviar información
Enviar parámetros

Simulación Montecarlo



Registros 359

Tarifas por Institución

Perdida Esperada Fondo de Garantía

	Monto	Tarifa
Microcrédito	\$ 15.128,38	5,15%
Comercial	\$ 4.154,19	4,81%
Total	\$ 19.282,57	

Resultados de la Selección de la Cópula más adecuada

	Gumbel	Clayton	Frank
τ	0,23051	0,23051	0,23030
θ	1,29957	0,59913	2,16840

0,10502

0,2305131

0,490354354

$$\int [K_{Cópula}(t) - K_n(t)]^2 dK_n(t)$$

t	Densidad	Acumulativo	Muestra	(1.23)			(1.40)			(1.45)		
				Gumbel	Clayton	Frank	Gumbel	Clayton	Frank	Gumbel	Clayton	Frank
0,00001	10	10	0,02786	0,00010	0,00003	0,00012	0,00077	0,00077	0,00077	0,00077	0,00077	
0,05001	49	59	0,16435	0,16528	0,11961	0,16378	0,00000	0,00200	0,00000	0,00000	0,00000	
0,10001	41	100	0,27855	0,27720	0,22492	0,26904	0,00000	0,00288	0,00000	0,00000	0,00000	
0,15001	31	131	0,36490	0,36899	0,32004	0,35563	0,00002	0,00201	0,00002	0,00001	0,00009	
0,20001	29	160	0,44568	0,44770	0,40656	0,43112	0,00000	0,00153	0,00000	0,00021	0,00021	
0,25001	20	180	0,50139	0,51670	0,48544	0,49881	0,00023	0,00025	0,00023	0,00001	0,00001	
0,30001	19	199	0,55432	0,57794	0,55734	0,56048	0,00056	0,00001	0,00056	0,00004	0,00004	
0,35001	14	213	0,59331	0,63275	0,62275	0,61718	0,00156	0,00087	0,00156	0,00057	0,00057	
0,40001	14	227	0,63231	0,68204	0,68206	0,66958	0,00247	0,00247	0,00247	0,00139	0,00139	
0,45001	18	245	0,68245	0,72651	0,73560	0,71808	0,00194	0,00282	0,00194	0,00127	0,00127	
0,50001	19	264	0,73538	0,76669	0,78363	0,76292	0,00098	0,00233	0,00098	0,00076	0,00076	
0,55001	26	290	0,80780	0,80302	0,82637	0,80424	0,00002	0,00035	0,00002	0,00001	0,00001	
0,60001	28	318	0,88579	0,83585	0,86404	0,84206	0,00249	0,00047	0,00249	0,00191	0,00191	
0,65001	8	326	0,90808	0,86547	0,89680	0,87633	0,00182	0,00013	0,00182	0,00101	0,00101	
0,70001	10	336	0,93593	0,89212	0,92480	0,90695	0,00192	0,00012	0,00192	0,00084	0,00084	
0,75001	9	345	0,96100	0,91603	0,94820	0,93373	0,00202	0,00016	0,00202	0,00074	0,00074	
0,80001	2	347	0,96657	0,93737	0,96710	0,95645	0,00085	0,00000	0,00085	0,00010	0,00010	
0,85001	1	348	0,96936	0,95630	0,98163	0,97482	0,00017	0,00015	0,00017	0,00003	0,00003	
0,90001	-	348	0,96936	0,97297	0,99190	0,98848	0,00001	0,00051	0,00001	0,00037	0,00037	
0,95001	3	351	0,97772	0,98750	0,99799	0,99703	0,00010	0,00041	0,00010	0,00037	0,00037	
1,00000	8	359	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,01794	0,02026	0,01058			

1

Gumbel

2

Clayton

3

Frank

0,01058
Frank

Resultados de las Simulaciones de las Tarifas máximas a ser cobradas a las IFIS que conforman el Fondo de Garantía de la CFN, considerando el Banco General Rumiñahui, realizado 8 corridas

Indicadores	TEST 1		TEST 2		TEST 3		TEST 4	
	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito
Perdida Esperada (\$)	4.154,19	15.128,38	4.060,30	14.351,04	4.044,01	14.367,81	4.154,59	14.794,21
Tarifa Máxima (%)	5,15	4,81	4,70	4,22	5,02	5,51	4,89	4,85

Instituciones	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito
29 DE OCTUBRE	4,33	4,57	4,70	3,91	4,49	4,38	4,63	4,85
CACPECO	5,15	4,55	4,37	4,22	3,88	4,83	4,48	3,52
CONSTRUCCION COMERCIO Y PRODUCCION LTDA.*	4,62	3,98	3,92	4,17	4,62	5,51	4,83	4,04
SAN FRANCISCO	5,01	4,21	4,46	4,02	5,02	4,93	4,72	4,66
SAN JOSE	0,00	4,81	0,00	4,01	0,00	4,56	0,00	3,81
BP GENERAL RUMIÑAHUI	4,61	4,13	3,99	3,70	4,75	3,79	4,76	3,88

Indicadores	TEST 5		TEST 6		TEST 7		TEST 8	
	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito
Perdida Esperada (\$)	4.289,25	14.248,26	4.148,15	14.973,64	4.139,59	14.876,04	3.994,25	14.756,34
Tarifa Máxima (%)	4,89	4,85	5,15	4,81	5,15	4,81	5,15	4,81

Instituciones	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito
29 DE OCTUBRE	4,63	4,85	4,33	4,57	4,33	4,57	4,33	4,57
CACPECO	4,48	3,52	5,15	4,55	5,15	4,55	5,15	4,55
CONSTRUCCION COMERCIO Y PRODUCCION LTDA.*	4,83	4,04	4,62	3,98	4,62	3,98	4,62	3,98
SAN FRANCISCO	4,72	4,66	5,01	4,21	5,01	4,21	5,01	4,21
SAN JOSE	0,00	3,81	0,00	4,81	0,00	4,81	0,00	4,81
BP GENERAL RUMIÑAHUI	4,76	3,88	4,61	4,13	4,61	4,13	4,61	4,13

Resultados de las Simulaciones de las Tarifas medias que se podrían aplicar a las IFIS que conforman el Fondo de Garantía de la CFN, considerando el Banco General Rumiñahui, realizado 8 corridas

Indicadores	TEST 1		TEST 2		TEST 3		TEST 4	
	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito
Perdida Esperada (\$)	4,154,19	15.128,38	4.060,30	14.351,04	4.044,01	14.367,81	4.154,59	14.794,21
Tarifa Media (%)	3,19	3,19	3,02	3,03	3,07	3,15	3,04	3,04

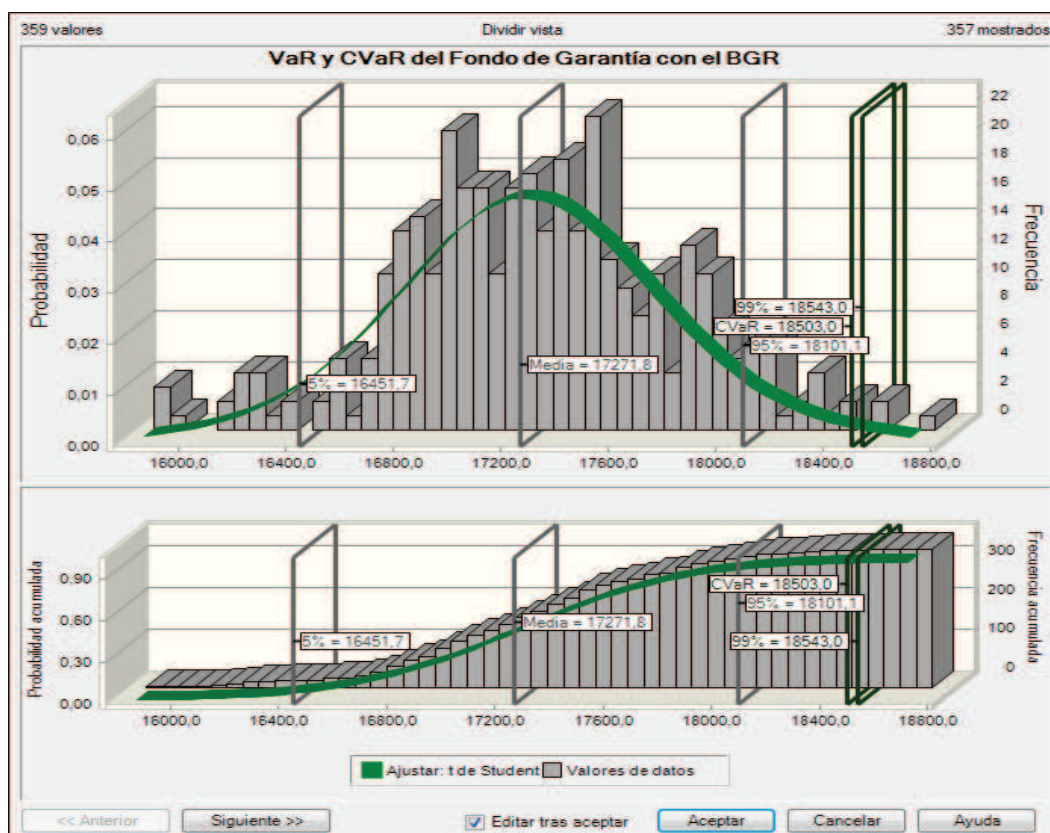
Instituciones	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito
29 DE OCTUBRE	3,19	3,19	3,00	3,00	3,05	3,07	2,95	3,03
CACPECO	3,03	3,03	3,02	3,03	2,92	3,05	3,03	2,90
CONSTRUCCION COMERCIO Y PRODUCCION LTDA.*	3,04	3,00	2,89	2,94	3,04	2,97	3,04	3,02
SAN FRANCISCO	3,02	2,95	2,94	3,01	2,98	3,15	2,97	3,04
SAN JOSE	0,00	3,00	0,00	2,94	0,00	3,01	0,00	2,91
BP GENERAL RUMIÑAHUI	3,04	3,01	3,02	2,89	3,07	3,00	3,04	3,00

Indicadores	TEST 5		TEST 6		TEST 7		TEST 8	
	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito
Perdida Esperada (\$)	4.289,25	14.248,26	4148,15	14.973,64	4139,59	14.876,04	3994,25	14.756,34
Tarifa Media (%)	3,04	3,04	3,19	3,19	3,19	3,19	3,19	3,19

Instituciones	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito	Comercial	Microcrédito
29 DE OCTUBRE	2,95	3,03	3,19	3,19	3,19	3,19	3,19	3,19
CACPECO	3,03	2,90	3,03	3,03	3,03	3,03	3,03	3,03
CONSTRUCCION COMERCIO Y PRODUCCION LTDA.*	3,04	3,02	3,04	3,00	3,04	3,00	3,04	3,00
SAN FRANCISCO	2,97	3,04	3,02	2,95	3,02	2,95	3,02	2,95
SAN JOSE	0,00	2,91	0,00	3,00	0,00	3,00	0,00	3,00
BP GENERAL RUMIÑAHUI	3,04	3,00	3,04	3,01	3,04	3,01	3,04	3,01

La tarifa media está alrededor del 3% y la perdida esperada del mismo considerando la incorporación del banco General Rumiñahui es de 19.000 dólares.

Adicionalmente se procedió a obtener el Valor en Riesgo (VaR) y el CVaR, del Fondo de Garantía como se muestra en la siguiente figura.



A continuación se presenta un resumen de indicadores que se obtienen de los resultados.

	VaR Trimestral		VaR Mensual	
	Ajuste aDistri. t Student		Ajuste aDistri. t Student	
Nivel de Confianza	99%	95%	99%	95%
Pérdida Esperada	\$ 17.272	\$ 17.272	\$ 5.757	\$ 5.757
Pérdida Inesperada	\$ 18.543	\$ 18.125	\$ 6.181	\$ 6.042
Capital Económico	\$ 1.271	\$ 853	\$ 424	\$ 284
CVaR	\$ 18.503		\$ 6.168	

Resultados de la Perdida Esperada y Tarifa máxima del Fondo de Garantía al considerar las IFIS que tienen firmado convenio con la CFN y que cumplen con la calificación

Instituciones Financieras



Bancos

<input type="checkbox"/> Banco Guayaquil	<input type="checkbox"/> Banco Cofiec
<input type="checkbox"/> Banco Pacifico	<input type="checkbox"/> Banco Comercial de Manabí
<input type="checkbox"/> Banco Pichincha	<input type="checkbox"/> Banco Coop Nacional
<input type="checkbox"/> Banco Produbeno	<input checked="" type="checkbox"/> Banco Di-Miro
<input type="checkbox"/> Banco Auztro	<input type="checkbox"/> Banco Finca
<input type="checkbox"/> Banco Bolivariano	<input type="checkbox"/> Banco Litoral
<input type="checkbox"/> Banco General Rumiñahui	<input type="checkbox"/> Banco de Loja
<input type="checkbox"/> Banco Internacional	<input type="checkbox"/> Banco Procredit
<input type="checkbox"/> Banco Machala	<input type="checkbox"/> Banco Solidario
<input type="checkbox"/> Banco Promerica	<input type="checkbox"/> Banco Sudamericano
<input type="checkbox"/> Banco Amazona	<input type="checkbox"/> Banco Territorial
<input type="checkbox"/> Banco Capital	<input type="checkbox"/> Banco Unibanco

Cooperativas

<input checked="" type="checkbox"/> 29 de Octubre	<input type="checkbox"/> Caloeta	<input type="checkbox"/> Atuntaqui
<input type="checkbox"/> Jardín Azuayo	<input checked="" type="checkbox"/> Chone	<input checked="" type="checkbox"/> Caspe Bblan
<input type="checkbox"/> Andaluca	<input checked="" type="checkbox"/> Comercio	<input checked="" type="checkbox"/> Caspe Pastaza
<input checked="" type="checkbox"/> Carpene	<input type="checkbox"/> Coopad	<input type="checkbox"/> Cámara de comercio de
<input checked="" type="checkbox"/> Cooprogreso	<input type="checkbox"/> Cotoacollo	<input type="checkbox"/> Codesarrollo
<input type="checkbox"/> Mego	<input type="checkbox"/> Guaranda	<input checked="" type="checkbox"/> Construcción Comercio
<input type="checkbox"/> Mushuc Runa	<input type="checkbox"/> La Doloresa	<input type="checkbox"/> El Segurano
<input checked="" type="checkbox"/> Ocus	<input type="checkbox"/> San Francisco de Asís	<input type="checkbox"/> Pablo Muñoz Vega
<input type="checkbox"/> Riobamba	<input checked="" type="checkbox"/> Santa Ana	<input type="checkbox"/> Padre Julian Lorente
<input checked="" type="checkbox"/> San Francisco	<input checked="" type="checkbox"/> 15 de Abril	<input checked="" type="checkbox"/> San José
<input checked="" type="checkbox"/> 11 de Junio	<input type="checkbox"/> 23 de Julio	<input type="checkbox"/> Santa Rosa
<input type="checkbox"/> 9 de Octubre	<input type="checkbox"/> Alianza del Valle	<input checked="" type="checkbox"/> Tulcán

Programación

Enviar información

Enviar parámetros

Simulación Montecarlo



Tarifas por Institución

Registros 916

Resultados

Perdida Esperada Fondo de Garantía

	Monto	Tarifa
Microcrédito	\$ 23.854,88	4,77%
Comercial	\$ 529,88	5,14%
Total	\$ 24.384,76	

Resultados de la Selección de la Cópula más adecuada

	Gumbel	Clayton	Frank						
τ	0,17890	0,17890	0,17807	-	0,490354354				
θ	1,21788	0,43576	1,64663	0,1789009					
		(1.36)							
				(1.23)	(1.40)				
				(1.45)	$\int [K_{Cópula_n}(t) - K_n(t)]^2 dK_n(t)$				
t	Densidad	Acumulativo	Muestra	Gumbel	Clayton	Frank	Gumbel	Clayton	Frank
0,00001	4	4	0,00437	0,00010	0,00003	0,00012	0,00002	0,00002	0,00002
0,05001	167	171	0,18668	0,17302	0,13366	0,17113	0,00019	0,00281	0,00024
0,10001	92	263	0,28712	0,28909	0,24537	0,28166	0,00000	0,00174	0,00003
0,15001	88	351	0,38319	0,38368	0,34365	0,37211	0,00000	0,00156	0,00012
0,20001	65	416	0,45415	0,46432	0,43137	0,45033	0,00010	0,00052	0,00001
0,25001	77	493	0,53821	0,53458	0,51015	0,51982	0,00001	0,00079	0,00034
0,30001	46	539	0,58843	0,59659	0,58106	0,58247	0,00007	0,00005	0,00004
0,35001	42	581	0,63428	0,65171	0,64488	0,63943	0,00030	0,00011	0,00003
0,40001	39	620	0,67686	0,70096	0,70219	0,69146	0,00058	0,00064	0,00021
0,45001	37	657	0,71725	0,74505	0,75348	0,73903	0,00077	0,00131	0,00047
0,50001	52	709	0,77402	0,78458	0,79914	0,78247	0,00011	0,00063	0,00007
0,55001	42	751	0,81987	0,81999	0,83948	0,82199	0,00000	0,00038	0,00000
0,60001	36	787	0,85917	0,85167	0,87479	0,85767	0,00006	0,00024	0,00000
0,65001	35	822	0,89738	0,87992	0,90530	0,88958	0,00030	0,00006	0,00006
0,70001	20	842	0,91921	0,90501	0,93124	0,91769	0,00020	0,00014	0,00000
0,75001	24	866	0,94541	0,92717	0,95279	0,94194	0,00033	0,00005	0,00001
0,80001	11	877	0,95742	0,94658	0,97011	0,96222	0,00012	0,00016	0,00002
0,85001	9	886	0,96725	0,96343	0,98337	0,97837	0,00001	0,00026	0,00012
0,90001	12	898	0,98035	0,97786	0,99268	0,99020	0,00001	0,00015	0,00010
0,95001	11	909	0,99236	0,99001	0,99819	0,99750	0,00001	0,00003	0,00003
1,00000	7	916	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,00320	0,01169	0,00194
							1	2	3
							Gumbel	Clayton	Frank
							0,00194	Frank	

Resultados de las Simulaciones de las Tarifas máximas que se podrían aplicar a las IFIS que tienen convenios con la CFN y que conforman el Fondo de Garantía.

Indicadores	Comercial	Microcrédito
Perdida Esperada (\$)	529,88	23.854,88
Tarifa Media (%)	4,64	5,14

Instituciones	Comercial	Microcrédito
29 DE OCTUBRE	0,00	4,57
CACPECO	4,10	3,68
CONSTRUCCION COMERCIO Y PRODUCCION LTDA.*	4,30	4,05
SAN FRANCISCO	0,00	4,27
SAN JOSE	4,64	4,52
11 DE JUNIO	0,00	4,07
15 DE ABRIL	3,79	4,12
CACPE BIBLIAN	0,00	4,38
CACPE PASTAZA	4,57	4,44
CHONE LTDA	4,18	5,14
COMERCIO	4,08	4,02
OSCUS	4,14	4,12
COOPROGRESO	3,99	4,02
SANTA ANA	0,00	4,63
TULCAN	0,00	4,71
BP D-MIRO S.A.	3,90	3,89

Resultados de las Simulaciones de las Tarifas medias que se podrían aplicar a las IFIS que tienen convenios con la CFN y que conforman el Fondo de Garantía.

Indicadores	Comercial	Microcrédito
Perdida Esperada (\$)	529,88	23.854,88
Tarifa Media (%)	3,08	3,09

Instituciones	Comercial	Microcrédito
29 DE OCTUBRE	0,00	2,94
CACPECO	2,96	2,94
CONSTRUCCION COMERCIO Y PRODUCCION LTDA.*	3,05	2,99
SAN FRANCISCO	0,00	3,02
SAN JOSE	3,03	3,09
11 DE JUNIO	0,00	2,95
15 DE ABRIL	2,99	2,91
CACPE BIBLIAN	0,00	2,95
CACPE PASTAZA	3,08	2,94
CHONE LTDA	3,08	2,96
COMERCIO	3,07	3,02
OSCUS	3,00	2,98
COOPROGRESO	2,98	2,96
SANTA ANA	0,00	3,02
TULCAN	0,00	3,05
BP D-MIRO S.A.	3,04	3,12

De los resultados, se puede observar que el valor de la pérdida esperada esta alrededor de los 25.000 dólares, así como la tarifa media está alrededor del 3%.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] P. A. Bravo Bravo y H. J. Herrera Bedón, «Plan estratégico y operativo para el Fideicomiso Fondo de Garantía para la micro y pequeña del Ecuador - FOGAMYPE Perido 2011-2013,» Quito, 2011.
- [2] S. Medina Hurtado y G. Paniagua Gómez, «Modelo de inferencia difuso para estudio de crédito,» Medellín, 2007.
- [3] A. Kaufmann y J. A. Gil, Introducción de la teoría de los subconjuntos borrosos a la gestión de empresas, Santiago de Compostela: Milladoiro, 1986.
- [4] R. Vaz de Melo Mendes and Martins de Souza, «Measuring financial risks with copulas,» *International Review of Financial Analysis* 13, Veinott, R. (1965)., p. 27–45, 2004.
- [5] K. K. a. V. M. Kole Erik, «Testing copulas to model financial dependence,» *Dept. of Financial Management, RSM Erasmus University, Rotterdam, the Netherlands*, 2005.
- [6] R. B. Nelsen, An Introduction to Copulas, New York: Springer, 1999.
- [7] a. S. D. Embrechts Paul. Mcnell Alexande, «Correlation and dependency in risk managment properties and pitfalls,» 1999.
- [8] J. M. Feria Dominguez y M. D. Oliver Alonso, «Más allá del en riesgo (VaR): el VaR condicional,» *Revista Europea de Dirección y Economía de la empresa*, vol. 16, nº 2, pp. 61-70, 2006.
- [9] M. A. Martín Mato, «El Condicional Value at Risk en la gestión de carteras americanas,» CENTRUM Escuela de Negocios.
- [10] P. Artzner, F. Delbaen, J. Eber y D. Heat, Coherent Measures of Risk, Mathematical Finance, 1999.
- [11] P. Jorion, Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk, 2007.
- [12] D. E. Pereira, Cópulas: uma alternativa para a estimação de modelos de risco multivariados, Sáp Pauño: Dissertação (Mestrado Profissional em Economia) - Faculdade Ibmec, 2006.
- [13] M. I. D. Tamara Benito Macías, «Lógica Borrosa,» [En línea]. Available: <http://ingtecnologia.files.wordpress.com/2011/06/logica-difusa2pdf.pdf>.
- [14] G. A. Clavijo Méndez y M. P. Enríquez Criollo, Control Lógico Difuso: Modelo de control de inventario aplicadto a una fábrica de producción, Quito, 2008.
- [15] A. Morillas, «Introducción al análisis de datos difusos,» Málaga.
- [16] A. Kaufmann y M. Gupta, Introduction to Fuzzy Arithmetic: Theory and Applications, Second ed., New York: Van Nostrand Reinhold Company Inc, 1985, p. 340.
- [17] Biblioteca Virtual Miguel de Cervantes, [En línea]. Available:

www.cervantesvirtual.com.

- [18] M. Mario, ¿Cuál es la Archimedean Cópula adecuada?, 2003.
- [19] G. G. Segers Johan, «Extreme - Value Copulas,» <http://arxiv.org/abs/0911.1015v2>, 2009.
- [20] U. d. Granada, «http://www.ugr.es/~bioestad/_private/cpfund10.pdf, Universidad de Granada. [En línea].
- [21] W. Liu, Currencies Portfolio Return: A Copula Methodology, 2006.
- [22] V. D. A. N. Eric Bouy, Copulas: an open field for risk management., 2001.
- [23] T. Schmidt, Forthcoming in Risk Books "Copulas - From Theory to Applications in Finance, 2006.
- [24] M. L. L. Viola, Tipos de Dependência entre Variáveis Aleatórias e Teoria de Cópulas, 2009.
- [25] R. M. d. Souza, Cópulas Algumas Aplicacoes em Financas, 2003.
- [26] A. M. O. C. Gabriel Ignacio Torres Avendaño, Valor en riesgo desde un enfoque de cópulas, 2009.
- [27] R. H. Barros, *Metodología financiera de gestión y cuantificación de riesgos de las entidades aseguradoras*, pp. 81-107, 2011.
- [28] A. Erdely, *Cópulas y dependencia de variables aleatorias: Una introducción*, 2009.
- [29] M. J. P. F. A. C. I. María Victoria Rivas López, *Cálculo empírico basado en la teoría de Cópulas de la prima de un industry loss Warranty*, 2009.
- [30] P. L. V. P. Denis Eduardo Pereira, *Cópulas - Uma Alternativa Para A Estimacão De Modelos De Risco Multivariados*.
- [31] T. M. W. Inc, «Fuzzy Logic Toolbox with use for Matlab,» 2000. [En línea]. Available: <http://www.mathworks.com>.
- [32] G. Morales Luna, «Introducción a la lógica difusa,» 17 febrero 2002. [En línea]. Available: gmorales@cs.cinvestav.mx.
- [33] T. J. Roos, FUZZY LOGIC, England: John Wiley and Sons, Ltd., 2004.
- [34] M. A. Pérez Cisneros y J. Vernon, «Sistemas de Lógica Difusa, [En línea]. Available: <http://www.mathworks.com>.
- [35] A. Celikyilmaz y B. Turksen, Modeling Uncertainty with Fuzzy Logic, Berkeley: Springer Verlag, 2009.
- [36] K. y. F. Dowd, Estimating VaR with Copulas, *Financial*, 2004.