ESCUELA POLITECNICA NACIONAL

FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA

PROGRAMAS COMPUTACIONALES DIDACTICOS PARA RESOLVER REDES ELECTRICAS UTILIZANDO TECNICAS DE VARIABLES DE ESTADO

TESIS PREVIA A LA OBTENCION DEL TITULO

DE INGENIERO EN LA ESPECIALIZACION DE

ELECTRONICA Y CONTROL

JORGE HUMBERTO VACA CASTILLO

QUITO, AGOSTO 1990

CERTIFICACION

Certifico que el presente trabajo ha sido realizado por el Sr. Jorge Vaca C. bajo mi dirección.

Ing. Helena Vass

AGRADECIMIENTO

A todos mis profesores de la E.P.N por los conocimientos impartidos y en particular a los Srs. profesores de la Facultad de Ingeniería Eléctrica.

Un agradecimiento especial para la Ing. Helena Vass , directora de tesis ,por atender mis inquietudes.

A mis padres y hermanas

A María Fernanda

CAPITULO CUARTO

CAPITULO PRIMERO.-

1.1 INTRODUCCION A VARIABLES DE ESTADO

El campo de la teoría de sistemas ha venido a ser dominado por la aplicación de las variables de estado y muchos resultados han emergido de investigaciones asociadas. Si bien es cierto que es tema de discusión, el considerar o no a la teoría de redes como una subclase especial de la teoría de sistemas, no se puede negar que la caracterización en variables de estado es aplicable a ambas.

Más todavía, muchas técnicas usadas a menudo y resultantes de vastos conocimientos y apreciadas en la teoría de sistemas, tienen únicamente reciente aplicación en los problemas de la teoría de redes. Además, la casi total apreciación de la teoría de redes puede proveer las bases para la utilización de las técnicas más poderosas de estado en otras ramas de la ingeniería eléctrica.

Para un estudio general de redes, las variables de estado califican admirablemente y su caracterización proporciona el total y cabal complemento de la información requerida sobre la red en cuestión en una forma más conveniente.

A breves rasgos, el estado de un sistema puede ser considerado como la mínima información necesaria en cualquier tiempo para caracterizar completamente cualquier posible cambio futuro en el sistema.

Para el propósito actual, el estado viene a ser el conjunto de condiciones iniciales independientes, o una transformación lineal no singular de ellas, que la red puede soportar. Entonces, los estados (condiciones iniciales al tiempo to) más la excitación (desde el tiempo to en adelante) determinan la respuesta (desde el tiempo to en adelante) para redes que pueden ser caracterizadas por variables de estado.

Como la teoría de redes está vinculada inexorablemente con la matemática de las ecuaciones diferenciales, las variables de estado protagonizan en ese sentido, un conjunto de primer orden de ecuaciones diferenciales llamadas la forma normal.

Veamos a través de un ejemplo simple, como se puede caracterizar una red sencilla R-C, excitada por voltaje, mediante variables de estado:

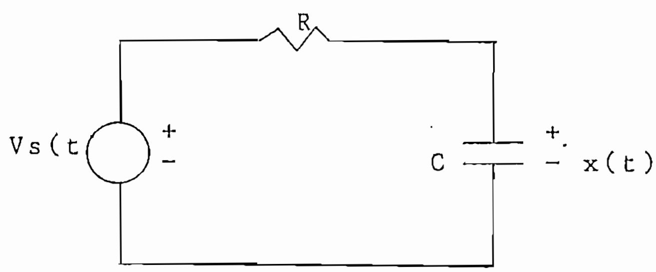


fig. 1.1.1

Esta red puede ser representada fácilmente por 2 ecuaciones lineales:

$$\dot{X}(t) = -\frac{1}{RC}X(t) + \frac{1}{RC}Vs(t) \qquad e \tag{1.1.1}$$

$$i(t) = -\frac{1}{R}X(t) + \frac{1}{R}Vs(t) \tag{1.1.2}$$

Donde X(t) es el voltaje en el capacitor, Vs(t) es el voltaje de excitación e it es la respuesta de corriente.

La solución causal a este conjunto de ecuaciones es:

$$i(t) = -\frac{1}{R}\, e^{-\left(\frac{1}{RC}\right)(t-to)} X(to) + \frac{1}{R}Vs(t) - \frac{1}{RC}\int_{to}^{t} e^{-\left(\frac{1}{RC}\right)(t-T)} Vs(T)dT$$

(1.1.3)

que es válida para t > to. Para este ejemplo, el voltaje en el capacitor X(t), se constituye en el único estado del sistema.

Si nuestro objetivo inmediato es averiguar si la red en cuestión es lineal, lo que deberemos hacer es superponer 2 señales de excitación simples en la entrada y determinar la respuesta.

Asi, si v(t) = 1(t-to)

(1.1.4)

Donde 1(t) es la función unitaria, escalón o paso. La respuesta de corriente será:

$$i(t) = -\frac{1}{R}\, e^{-(1/RC)(t-to)}\, X(to) + \frac{1}{R}\, e^{-(1/RC)(t-to)} \quad ;(t>to)$$

(1.1.5)

Ahora, si el voltaje de exitación es :

$$Vs(t) = 2 * 1(t-to)$$

(1.1.6)

La respuesta de corriente será :

$$i(t) = -\frac{1}{R}\, e^{-(1/RC)(t-to)}\, X(to) + \frac{2}{R}\, e^{-(1/RC)(t-to)} \quad ;(t>to)$$

(1.1.7)

De esta simple experiencia, se puede concluir que la red en estudio es no aditiva, no homogenea, a menos que X(to)=0 y entonces es no lineal en general.

Efectivamente la red de la fig. 1.1.1, con la capacitancia cargada inicialmente, no califica como lineal. Luego la linealidad es una propiedad intimamente relacionada con el modo de excitación de una red.

Volvamos ahora a la ec. 1.1.3, que describe en forma general la respuesta de corriente del circuito R-C, en ella apreciamos 2 términos definidos asi:

El primero por :

$$-\frac{1}{R}\, e^{-\left(\frac{1}{RC}\right)(t-t_o)}\, X(t_o) \qquad (1.1.8)$$

que corresponde a la contribución del estado inicial y el segundo término dado por :

$$\frac{1}{R} V_s(t) - \frac{1}{R^2 C}\int_{t_o}^{t} e^{-\left(\frac{1}{RC}\right)(t-\tau)}\, V_s(\tau)\, d\tau \qquad (1.1.9)$$

Contribuido por la excitación.

Es lógico, entonces, hacer una distinción entre las 2 partes de la respuesta. La que es contribuida por el estado inicial, llamada respuesta de entrada cero, es decir, es la respuesta que obtendríamos desde cualquier estado si la entrada fuera cero, y la que es contribuida por la excitación,llamada respuesta de estado cero, es decir, es la respuesta que deberíamos obtener desde cualquier entrada si el estado inicial fuera cero. Es obvio que la presente red es lineal de estado cero y lineal de entrada cero, pero independientemente la una de la otra respuesta. En vista de ello, una red es lineal en general si y sólo si sus respuestas de entrada cero y estado cero son lineales conjuntamente.

Existe además una completa equivalencia entre los conceptos de respuesta forzada y respuesta libre o solución particular y solución homogenea más conocidos en la teoría de redes.

1.2 EL ESPACIO DE ESTADO. DEFINICIONES BASICAS.-

1.2.1 ESTADO : Como se mencionó en el numeral anterior, estado es un conjunto reducido de variables, cuyo conocimiento en t=to juntamente con la entrada para t>to, determinan el comportamiento completo del sistema en este mismo intervalo de tiempo último. La gran ventaja del estudio del estado es que a partir de su misma definición se desprende su independencia antes de to y justamente al tratar con sistemas lineales invariantes en el tiempo se elige el tiempo de referencia to igual a cero.

1.2.2 VARIABLES DE ESTADO : Dado un sistema dinámico, el conjunto más pequeño de variables que determinan su estado, se denominan precisamente variables de estado. Es decir, si una vez dada la entrada para $t > to$ y el estado inicial en $t = to$, son necesarias n variables $X1(t)$, $X2(t)$,.,.$Xn(t)$ para que el estado futuro del sistema quede completamente determinado. Ese conjunto de variables se denominan variables de estado.

1.2.3 VECTOR DE ESTADO : El vector que determina unívocamente el estado de un sistema $X(t)$ para cualquier $t > to$, dada la entrada $u(t)$ para $t>to$ se denomina vector de estado. Como es lógico suponer, en base a la definición anterior, los n componentes de este vector, son las n variables de estado, necesarias para describir completamente este sistema $X(t)$.

1.2.4 ESPACIO DE ESTADO : Espacio de estado, es el espacio n-dimensional, cuyos ejes son las n variables $x1,x2,.....xn$.

1.3 CARACTERIZACION DE SISTEMAS ELECTRICOS LINEALES EN EL ESPACIO DE ESTADO.-

Con la caracterización de los sistemas eléctricos en el espacio de estado, lo que se trata es de introducir un método sistemático para obtener las variables de estado desde las variables de la red, tales como voltajes de capacitor, corrientes de inductor, etc. y emplear las leyes de voltaje y corriente de Kirchooff y las relaciones voltamperimétricas de manera de poder escribir las ecuaciones dinámicas de la red en términos de esas variables.

La propiedad básica de las variables de estado, es que nos proporcionan un conjunto de primer orden de ecuaciones diferenciales que describen completamente el comportamiento de la red.

Otra importante ventaja de usar las variables de estado sobre otras variables auxiliares (tales como corriente de lazo o voltajes de nodo), es que las técnicas desarrolladas para escribir las ecuaciones de estado de redes lineales e invariantes en el tiempo puede ser fácilmente generalizada para incluir redes no-lineales y variantes en el tiempo.

Por esta razón, el método de las variables de estado, es en muchos casos preferido a otros métodos convencionales de análisis.

Dos tipos de variables de red, califican mejor como variables de estado para redes asociadas RLC; primero, voltajes a través de capacitores y corrientes por medio de inductores, y, segundo, cargas a través de capacitores y flujos a través de inductores. La última clase de variables es particularmente aprovechable para las variables de estado de redes lineales variables en el tiempo. Para redes no lineales, sin embargo, el escogitamiento de las variables de estado depende de la naturaleza de los elementos característicos.

1.3.1 CARACTERIZACION DE REDES PROPIAS INVARIANTES EN EL TIEMPO.-

La representación de redes propias invariantes en el tiempo conlleva los siguientes pasos:

1.3.1.1 Se escoge un árbol propio para la red y se numera los brazos de la red en el siguiente orden:

1. Todas las fuentes de voltaje de brazos de árbol (v)
2. Todos los capacitores de brazos de árbol (c)
3. Todas las resistencias de brazos de árbol (g)
4. Todas las resistencias de ramas de enlace (r)
5. Todas las inductancias de ramas de enlace (l)
6. Todas las fuentes de corriente de ramas de enlace (i)

La partición del vector de voltajes de brazo Vb y el vector de corrientes de rama es la siguiente:

$$Vb = \begin{bmatrix} Vv & Vc & Vg & Vr & Vl & Vi \end{bmatrix}^T$$

(1.3.1.1)

$$ib = \begin{bmatrix} iv & ic & ig & ir & il & ii \end{bmatrix}^T$$

(1.3.1.2)

Por simplicidad se asume que el número de elementos en cada subvector está representado por su correspondiente índice. Es decir, que el número de fuentes de voltaje en la red es v, el número de capacitores es c, etc..

Ahora, según lo revisado en la topología de redes, las ecuaciones representativas de las leyes de voltaje y corriente de Kirchooff, están dadas por :

$$Bf\ Vb = 0 \qquad (1.3.1.3)$$

y

$$Qf\ ib = 0 \qquad (1.3.1.4)$$

Donde Bf y Qf son las matrices de lazo fundamental y de arreglos de corte fundamentales correspondientes al árbol propio escogido previamente.

La topología de redes también nos permite particionar estas matrices de la siguiente manera:

$$Bf = \left[-F^{T} \;\vdots\; 1 \right] \qquad (1.3.1.5)$$

y

$$Qf = \left[1 \;\vdots\; F \right] \qquad (1.3.1.6)$$

donde 1 denota la matriz identidad y F es la submatriz fundamental.

Si ahora se particiona 1 y F con respecto a las particiones de Vb e ib, las ecuaciones de voltaje (KVL) y de corriente (KCL) de Kirchooff pueden ser escritas como:

$$\begin{bmatrix} 1vv & 0 & 0 & Fvr & Fvl & Fvi \\ 0 & 1cc & 0 & Fcr & Fcl & Fci \\ 0 & 0 & 1gg & Fgr & Fgl & Fgi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} iv \\ ic \\ ig \\ ir \\ il \\ ii \end{bmatrix} = 0$$

(1.3.1.7)

$$\begin{bmatrix} -Fvr^{T} & -Fcr^{T} & -Fgr^{T} & 1rr & 0 & 0 \\ -Fvl^{T} & -Fcl^{T} & -Fgl^{T} & 0 & 1ll & 0 \\ -Fvi^{T} & -Fci^{T} & -Fgi^{T} & 0 & 0 & 1ii \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Vv \\ Vc \\ Vg \\ Vr \\ Vl \\ Vi \end{bmatrix} = 0$$

(1.3.1.8)

Las dimensiones de las submatrices de F están determinadas por las dimensiones de sus subvectores asociados en ib y vb Por ejemplo, Fvr tiene v filas y r columnas, Fvl tiene v filas y l columnas etc..

1.3.1.2 En el caso de redes propias, las variables de estado a escoger son los voltajes capacitivos de los brazos de árbol y las corrientes inductivas de enlaces de árbol. Las ecuaciones resultantes serán linealmente independientes. Entonces el vector de estado será :

$$X(t) = \begin{bmatrix} Vc \\ il \end{bmatrix} \qquad (1.3.1.9)$$

Donde Vc e il son vectores columna respectivamente. Las relaciones de voltaje-corriente de ramas son por consiguiente :

$$ic = \dot{q}c \quad (1.3.1.10), \qquad qc = Cc(t)\ Vc \quad (1.3.1.12)$$

$$Vl = \dot{\varnothing}l \quad (1.3.1.11) \qquad \varnothing l = Ll(t)\ il \quad (1.3.1.13)$$

$$Vr = Rr(t)\ ir \quad (1.3.1.14) \qquad ig = Gg(t)\ Vg \quad (1.3.1.15)$$

donde Cc(t) = Cc , Ll(t)=Ll , Rr(t) = Rr y Gg(t) = Gg, dado que se está analizando el caso invariante en el tiempo y que respectivamente significan lo siguiente:

Cc es una matriz diagonal cuyos elementos diagonales son las capacitancias de brazos de árbol.

Ll es una matriz cuadrada cuyos elementos diagonales son las inductancias propias y los elementos fuera de la diagonal son la inductancias mutuas pertenecientes a enlaces de árbol.

Rr y Gg son matrices diagonales cuyos elementos de la diagonal son resistencias de enlace y conductancias de brazos de árbol respectivamente.

En todo el resto de este análisis, se asumirá que estas matrices son no singulares para cada t. Esta condición, es satisfecha para la mayoría de las redes prácticas.

1.3.1.3 Lo que se hace a continuación, es expresar todas las no variables de estado en términos de las variables de estado Vc e il y las fuentes de voltaje y corriente independientes Vv e ii. Para ello, escribimos las ecuaciones (1.3.1.7) y (1.3.1.8) en una forma más explícita. Así tenemos:

$$iv + Fvr\ ir + Fvl\ il + Fvi\ ii = 0 \qquad (1.3.1.16)$$

$$ic + Fcr\ ir + Fcl\ il + Fci\ ii = 0 \qquad (1.3.1.17)$$

$$ig + Fgr\ ir + Fgl\ il + Fgi\ ii = 0 \qquad (1.3.1.18)$$

y

$$Vr + Fvr^T Vv - Fcr^T Vc - Fgr^T Vg = 0 \quad (1.3.1.19)$$

$$Vl - Fvl^T Vv - Fcl^T Vc - Fgl^T Vg = 0 \quad (1.3.1.20)$$

$$Vl - Fvi^T Vv - Fci^T Vc - Fgi^T Vg = 0 \quad (1.3.1.21)$$

y reemplazando :

$$\dot{Vc} = Cc^{-1} ic \quad (1.3.1.22)$$

$$\dot{il} = Ll^{-1} Vl \quad (1.3.1.23)$$ en (1.3.1.17) y (1.3.1.20)

ecuaciones, estas obtenidas de (1.3.1.10) y (1.3.1.12) y de (1.3.1.11) y (1.3.1.13), respectivamente, obtenemos finalmente :

$$\dot{Vc} = Cc^{-1} Fcl\ il - Cc^{-1} Fci\ ii - Cc^{-1} Fcr\ ir \quad (1.3.1.24)$$

$$\dot{il} = ll^{-1} Fvl^T Vv + Ll^{-1} Fcl^T Vc + Ll^{-1} Fgl^T Vg \quad (1.3.1.25)$$

o equivalentemente

$$\begin{bmatrix} \dot{Vc} \\ \dot{il} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -Cc^{-1} Fcl \\ Ll^{-1} Fcl^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Vc \\ il \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -Cc^{-1} Fci \\ Ll^{-1} Fvl^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Vv \\ ii \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -Cc^{-1} Fcr \\ Ll^{-1} Fgl^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Vg \\ ir \end{bmatrix}$$

(1.3.1.26)

En estas ecuaciones, las únicas no variables de estado son ir y Vg; ii y Vv son los vectores de fuentes de corriente y

puede reemplazar ig y Vv en (1.3.1.18) y (1.3.1.19) de (1.3.1.14) y (1.3.1.15) respectivamente.

Así tenemos :

$$Gg\ Vg + Fgr\ ir = -Fgl\ il - Fgi\ ii \quad (1.3.1.27)$$

$$-Fgr^T Vg + Rr\ ir = Fcr^T Vc + Fvr^T Vv \quad (1.3.1.28)$$

Resolviendo estas 2 ecuaciones para Vg e ir, conseguimos:

$$Vg = -G^{-1}\left[Fgr\ Rr^{-1} Fcr^T Vc + Fgr\ Rr^{-1} Fvr^T Vv + Fgl\ il + Fgi\ ii \right]$$

(1.3.1.29)

voltaje. Para eliminar estas no variables de estado, se puede reemplazar ig y Vv en (1.3.1.18) y (1.3.1.19) de (1.3.1.14) y (1.3.1.15) respectivamente.

Así tenemos :

$$Gg\ Vg + Fgr\ ir = -\,Fgl\ il - Fgi\ ii \tag{1.3.1.27}$$

$$-Fgr^{T}\ Vg + Rr\ ir = Fcr^{T}\ Vc + Fvr^{T}\ Vv \tag{1.3.1.28}$$

Resolviendo estas 2 ecuaciones para Vg e ir, conseguimos:

$$Vg = -\,G^{-1}\left[Fgr\ Rr^{-1}\ Fcr^{T}\ Vc + Fgr\ Rr^{-1}\ Fvr^{T}\ Vv + Fgl\ il + Fgi\ ii\right] \tag{1.3.1.29}$$

$$ir = R^{-1}\left[Fcr^{T}\ Vc + Fvr^{T}\ Vv - Fgr^{T}\ Gg^{-1}\ Fgl\ il - Fgr^{T}\ Gg^{-1}\ Fgi\ ii\right] \tag{1.3.1.30}$$

Donde se han usado las siguientes notaciones:

$$G \triangleq Gg + Fgr\ Rr^{-1}\ Fgr^{T} \tag{1.3.1.31}$$

$$R \triangleq Rr + Fgr^{T}\ Gg^{-1}\ Fgr \tag{1.3.1.32}$$

Reemplazando Vg e ir en (1.3.1.26) y después de algunas manipulaciones directas se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{Vc} \\ \hline \dot{il} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} Cc^{-1}\ Hcc & Cc^{-1}\ Hcl \\ \hline Ll^{-1}\ Hlc & Ll^{-1}\ Hll \end{array}\right] \begin{bmatrix} Vc \\ \hline il \end{bmatrix} + \left[\begin{array}{c|c} Cc^{-1}\ Hcv & Cc^{-1}\ Hci \\ \hline Ll^{-1}\ Hlv & Ll^{-1}\ Hli \end{array}\right] \begin{bmatrix} Vv \\ \hline ii \end{bmatrix} \tag{1.3.1.33}$$

Donde las correspondientes submatrices están definidas por:

$$Hcc = -Fcr\ R^{-1}\ Fcr^{T} \qquad (1.3.1.34)$$

$$Hcl = -Fcl + Fcr\ R^{-1}\ Fgr^{T}\ Gg^{-1}\ Fgl \qquad (1.3.1.35)$$

$$Hll = -Fgl^{T}\ G^{-1}\ Fgl \qquad (1.3.1.36)$$

$$Hcv = -Fcr\ R^{-1}\ Fvr^{T} \qquad (1.3.1.37)$$

$$Hlv = Fvl^{T} - Fgl^{T}\ G^{-1}\ Fgr\ Rr^{-1}\ Fvr^{T} \qquad (1.3.1.38)$$

$$Hci = -Fci + Fcr\ R^{-1}\ Fgr^{T}\ Gg^{-1}\ Fgi \qquad (1.3.1.39)$$

$$Hli = -Fgl^{T}\ G^{-1}\ Fgi \qquad (1.3.1.40)$$

$$Hlc = Fcl^{T} - Fgl^{T}\ G^{-1}\ Fgr\ Rr^{-1}\ Fcr^{T} \qquad (1.3.1.41)$$

La ecuación (1.3.1.33) es la ecuación de estado en su forma normal.

Recordando la forma standard de la ecuación de estado, y relacionando con (1.3.1.33) tenenos:

$$\dot{X}(t) = AX(t) + Bu(t) \qquad (1.3.1.42)$$

El número de elementos de X(t) es igual al número total de capacitores e inductancias de la red. Los elementos de U(t) son las fuentes independientes de voltaje y corriente. A y B son matrices invariantes en el tiempo con dimensiones apropiadas y definidas por:

$$A = \left[\begin{array}{c|c} Cc^{-1}\ Hcc & Cc^{-1}\ Hcl \\ \hline Ll^{-1}\ Hlc & Ll^{-1}\ Hll \end{array}\right] \qquad (1.3.1.43)$$

donde A es una matriz cuadrada y

$$B = \left[\begin{array}{c|c} Cc^{-1}\ Hcv & Cc^{-1}\ Hci \\ \hline Ll^{-1}\ Hlv & Ll^{-1}\ Hli \end{array}\right] \qquad (1.3.1.44)$$

Teniendo resuelto (1.3.1.42), para X(t), todos los voltajes y corrientes de rama, pueden ser encontrados por manipulaciones propiamente algebraicas desde (1.3.19) hasta (1.3.1.21).

L a ecuación (1.3.1.33) puede ser usada para la formulación sistemàtica de la ecuaciòn de estado de redes lineales invariantes en el tiempo que no tengan lazos capacitivos ùnicos ni arreglos de corte inductivos ùnicos.

1.3.2 CARACTERIZACION DE REDES GENERALES INVARIANTES EN EL TIEMPO

Cuando se hace menciòn a redes generales, se sobreentiende a cualquier red compuesta de capacitores, inductancias, resistencias y fuentes independientes de voltaje y corriente.

Es conveniente acotar que este tipo de aproximaciones

y corriente Vi e ii.

Los vectores de voltaje y corriente de ramas o brazos pueden ser repartidos en la forma siguiente:

$$Vb = \left[\begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c} Vv & Vc & Vg & V\& & Vs & Vr & Vl & Vi \end{array}\right]^{T} \qquad (1.3.2.1.)$$

y corriente Vi e ii.

Los vectores de voltaje y corriente de ramas o brazos pueden ser repartidos en la forma siguiente:

$$Vb = \left[Vv \,\vdots\, Vc \,\vdots\, Vg \,\vdots\, V\& \,\vdots\, Vs \,\vdots\, Vr \,\vdots\, Vl \,\vdots\, Vi \right]^T \qquad (1.3.2.1.)$$

$$ib = \left[iv \,\vdots\, ic \,\vdots\, ig \,\vdots\, i\& \,\vdots\, is \,\vdots\, ir \,\vdots\, il \,\vdots\, ii \right]^T \qquad (1.3.2.2)$$

Donde v,c,g,&,s,r,l,e,i denotan el nùmero de elementos en los vectores Vv, Vc, Vg, V&, Vs, Vr, Vl y Vi respectivamente.

Como en el caso de redes propias, se puede escribir las ecuaciones KCL y KVL en la forma:

$Qf\ ib = 0$ y $Bf\ Vb = \theta$ donde Qf y Bf son

$$Qf = \left[1 \,\vdots\, F \right] \text{ y } Bf = \left[-F^T \,\vdots\, 1 \right]$$

La particiòn particular de Vb e ib permite que las ecuaciones KCL Y KVL puedan ser escritas como:

$$\begin{bmatrix} 1vv & 0 & 0 & 0 & Fvs & Fvr & Fvl & Fvi \\ 0 & 1cc & 0 & 0 & Fcs & Fcr & Fcl & Fci \\ 0 & 0 & 1gg & 0 & Fgs & Fgr & Fgl & Fgi \\ 0 & 0 & 0 & 1\&\& & F\&s & F\&r & F\&l & F\&i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} iv \\ ic \\ ig \\ i\& \\ is \\ ir \\ il \\ ii \end{bmatrix} = 0$$

(1.3.2.3)

y

$$\begin{bmatrix} -F_{vs}^T & -F_{cs}^T & -F_{gs}^T & -F_{\&s}^T & 1_{ss} & 0 & 0 & 0 \\ -F_{vr}^T & -F_{cr}^T & -F_{gr}^T & -F_{\&r}^T & 0 & 1_{rr} & 0 & 0 \\ -F_{vl}^T & -F_{cl}^T & -F_{gl}^T & -F_{\&l}^T & 0 & 0 & 1_{ll} & 0 \\ -F_{vi}^T & -F_{ci}^T & -F_{gi}^T & -F_{\&i}^T & 0 & 0 & 0 & 1_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_v \\ V_c \\ V_g \\ V_\& \\ V_s \\ V_r \\ V_l \\ V_i \end{bmatrix} = 0$$

(1.3.2.4)

Donde las dimensiones de las submatrices de F estàn determinadas por el orden de sus subvectores asociados en ib y Vb. Por ejemplo, Fvl tiene v filas y l columnas.

Usando la definiciòn de àrbol normal se demuestra que:

$F_{gs} = 0 \qquad F_{\&s} = 0 \qquad F_{\&r} = 0$

1.3.2.2. Las variables de estado a escoger en este caso son los voltajes capacitivos de brazos de àrbol y todas las corrientes de inductancias de ramas de enlace. Esto es, se escoge el vector de estado X a ser:

$$X = \begin{bmatrix} V_c & i_l \end{bmatrix}^T \qquad (1.3.2.5)$$

Las relaciones voltaje - corriente de ramas pueden ser escritas como:

$$ic = \dot{q}c \qquad (1.3.2.6)$$

$$Vl = \dot{\varnothing}l \qquad (1.3.2.7)$$

$$qc = Cc\ Vc \qquad (1.3.2.8)$$

$$\varnothing l = Ll\ il + Ml\&\ i\& \qquad (1.3.2.9)$$

$$Vr = Rr\ ir \qquad (1.3.2.10)$$

$$ig = Gg\ Vg \qquad (1.3.2.11)$$

$$V\& = \dot{\varnothing}\& \qquad (1.3.2.12)$$

$$is = \dot{q}s \qquad (1.3.2.13)$$

$$\varnothing\& = M\&l\ il + L\&\ i\& \qquad (1.3.2.14)$$

$$qs = Cs\ Vs \qquad (1.3.2.15)$$

Donde Cc, Cs, Gg, Rr representan respectivamente: matriz capacitiva de brazos de arbol , matriz capacitiva de ramas de enlace, matriz conductiva de brazos de árbol y matriz resistiva de ramas de enlace .

Ll es una matriz simètrica cuyos elementos diagonales son las inductancias propias de las ramas de enlace y los elementos fuera de la diagonal son inductancias mutuas de las mismas inductancias de enlace si es que estàn acopladas mutuamente entre ellas.

L& es una matriz simètrica cuyos elementos diagonales son las inductancias propias de brazos de àrbol y los elementos fuera de la diagonal son inductancias mutuas de las mismas inductancias de brazos de árbol si es que tienen acoplamiento mutuo entre ellas.

$M l\& = M\& l^T$ representan matrices de inductancias mutuas entre inductancias de brazos de àrbol e inductancias de ramas de enlace.

$Ø\&$ y qs denotan el flujo inductivo de brazos de àrbol y las cargas capacitivas de enlace.

1.3.2.3 El siguiente paso consiste en eliminar todas las no variables de estado, formuladas en las ecuaciones KCL y KVL dadas en la topologìa de redes (ecs. 1.3.2.3 y 1.3.2.4)

Estas ecuaciones junto con el resultado:

$Fgs = 0 \quad F\&s = 0 \quad F\&r = 0$ producen:

$$iv + Fvs\ is + Fvr\ ir + Fvl\ il + Fvi\ ii = 0 \qquad (1.3.2.16)$$

$$ic + Fcs\ is + Fcr\ ir + Fcl\ il + Fci\ ii = 0 \qquad (1.3.2.17)$$

$$ig + Fgr\ ir + Fgl\ il + Fgi\ ii = 0 \qquad (1.3.2.18)$$

$$i\& + F\&l\ il + F\&i\ ii = 0 \qquad (1.3.2.19)$$

$$-Fvs^T\ Vv - Fcs^T\ Vc + Vs = 0 \qquad (1.3.2.20)$$

$$-Fvr^T\ Vv - Fcr^T\ Vc - Fgr^T\ Vg + Vr = 0 \qquad (1.3.2.21)$$

$$-Fvl^T\ Vv - Fcl^T\ Vc - Fgl^T\ Vg - F\&l^T\ V\& + Vl = 0 \qquad (1.3.2.22)$$

$$-Fvi^T\ Vv - Fci^T\ Vc - Fgi^T\ Vg - F\&i^T\ V\& + Vi = 0 \qquad (1.3.2.23)$$

Lo primero que se hace en el proceso de eliminaciòn es reemplazar los valores de ic, is, Vl y V& en las ecuaciones (1.3.2.17) y (1.3.2.22).

$$ic + Fcs\ is + Fcr\ ir + Fcl\ il + Fci\ ii = 0 \qquad (1.3.2.17)$$

y

$$Vs = Fvs^T\ Vv + Fcs^T\ Vc \qquad (1.3.2.20)$$

producen conjuntamente con las ecuaciones (1.3.2.6), (1.3.2.8), (1.3.2.13) y (1.3.2.15)

$$\frac{d}{dt}\left[I + Fcs\ Cs\ Fcs^T\ Cc^{-1}\right]\left[Cc\ Vc\right] =$$

$$- Fcr\ ir - Fcl\ il - Fci\ ii - \frac{d}{dt}\left[Fcs\ Cs\ Fvs^T\ Vv\right]$$

$$ic + Fcs\ is + Fcr\ ir + Fcl\ il + Fci\ ii = 0 \qquad (1.3.2.17)$$

y

$$Vs = Fvs^{T}\ Vv + Fcs^{T}\ Vc \qquad (1.3.2.20)$$

producen conjuntamente con las ecuaciones (1.3.2.6), (1.3.2.8), (1.3.2.13) y (1.3.2.15)

$$\frac{d}{dt}\left[I + Fcs\ Cs\ Fcs^{T}\ Cc^{-1}\right]\left[Cc\ Vc\right] =$$

$$-Fcr\ ir - Fcl\ il - Fci\ ii - \frac{d}{dt}\left[Fcs\ Cs\ Fvs^{T}\ Vv\right]$$

(1.3.2.24)

Ahora:

$$Vl - F\&l^{T}\ V\& - Fvl^{T}\ Vv - Fcl^{T}\ Vc - Fgl^{T}\ Vg = 0 \qquad (1.3.2.22)$$

e $$i\& = -F\&l\ il - F\&i\ ii \qquad (1.3.2.19)$$

producen conjuntamente con las ecuaciones (1.3.2.7) (1.3.2.9) (1.3.2.12) y (1.3.2.14)

$$\frac{d}{dt}\left[I - F\&l^{T}\ M\&l\ Ll^{-1} - Ml\&\ F\&l\ Ll^{-1} + F\&l^{T}\ L\&\ F\&l\ Ll^{-1}\right] Ll\ il =$$

$$Fvl^{T}\ Vv + Fcl^{T}\ Vc + Fgl^{T}\ Vg + \frac{d}{dt}\left[Ml\&\ F\&i - F\&l^{T}\ L\&\ \ F\&i\right] ii$$

(1.3.2.25)

Se adapta las siguientes notaciones convenientes:

$$\mathcal{V} \triangleq \left[I + Fcs\ Cs\ Fcs^{T}\ Cc^{-1} \right] Cc\ Vc$$

(1.3.2.26)

$$J \triangleq \left[I - F\&l^{T}\ M\&l\ Ll^{-1} - Ml\&\ F\&l\ Ll^{-1} + F\&l^{T}\ L\&\ F\&l\ Ll^{-1} \right] Ll\ il$$

(1.3.2.27)

y

$$\mathcal{V} = M\ Cc\ Vc \qquad (1.3.2.28)$$

$$J = P\ Ll\ il \qquad (1.3.2.29)$$

donde

$$M = \left[I + Fcs\ Cs\ Fcs^{T}\ Cc^{-1} \right] \qquad (1.3.2.30)$$

y

$$P = \left[I - F\&l^{T}\ M\&l\ Ll^{-1} - Ml\&\ F\&l\ Ll^{-1} + F\&l^{T}\ L\&\ F\&l\ Ll^{-1} \right]$$

(1.3.2.31)

y tambièn

$$\frac{d}{dt}(\mathcal{V}) = \frac{d}{dt}(M\ Cc\ Vc) = \dot{\mathcal{V}} = M\ Cc\ \dot{V}c \qquad (1.3.2.32)$$

$$\frac{d}{dt}(J) = \frac{d}{dt}(P\ Ll\ il) = \dot{J} = P\ Ll\ \dot{il} \qquad (1.3.2.33)$$

Resolviendo (1.3.2.21) y (1.3.2.18) para Vg e ir se tiene:

$$Vr = Rr\ ir \qquad\qquad ig = Gg\ Vg$$

$$(1.3.2.10) \qquad\qquad (1.3.2.11)$$

$$Vg = -G^{-1}\left[Fgr\ Rr^{-1}\ Fcr^{T}\ Vc + Fgr\ Rr^{-1}\ Fvr^{T}\ Vv + Fgl\ il + Fgi\ ii\right]$$

$$(1.3.2.34)$$

$$ir = R^{-1}\left[Fcr^{T}\ Vc + Fvr^{T}\ Vv - Fgr^{T}\ Gg^{-1}\ Fgl\ il - Fgr^{T}\ Gg^{-1}\ Fgi\ ii\right]$$

$$(1.3.2.35)$$

con las notaciones respectivas :

$$G \triangleq Gg + Fgr\ Rr^{-1}\ Fgr^{T} \qquad (1.3.2.36)$$

$$R \triangleq Rr + Fgr^{T}\ Gg^{-1}\ Fgr \qquad (1.3.2.37)$$

Reemplazando el valor de Vg e ir en (1.3.2.24) y (1.3.2.25) se obtiene:

$$\dot{V} = Hcc\ Vc + Hcl\ il + Hcv\ Vv + Hci\ ii - \dot{\overline{V}} \qquad (1.3.2.38)$$

$$\dot{J} = Hlc\ Vv + Hll\ il + Hlv\ Vv + Hli\ ii + \dot{I} \qquad (1.3.2.39)$$

Donde las correspondientes submatrices H ya estàn definidas y son las mismas que para el caso de redes propias y además:

$$\dot{\bar{V}} \triangleq \frac{d}{dt}\left[Fcs\ Cs\ Fvs^{T}\ Vv\right] \triangleq Fcs\ Cs\ Fvs^{T}\ \dot{V}v \qquad (1.3.2.40)$$

$$\dot{I} \triangleq \frac{d}{dt}\left[Ml\&\ F\&i\ -\ F\&l^{T}\ L\&\ F\&i\right]\ ii$$

$$\triangleq \left[Ml\&\ F\&i\ -\ F\&l^{T}\ L\&\ F\&i\right]\ \dot{\bar{i}}i \qquad (1.3.2.41)$$

Sustituyendo $\dot{\bar{V}}$ y $\dot{J}$ por sus correspondientes expresiones y poniendo en forma matricial el resultado, se obtiene finalmente:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}c \\ \\ \dot{i}l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Cc^{-1}\ M^{-1}\ Hcc & Cc^{-1}\ M^{-1}\ Hcl \\ \\ Ll^{-1}\ P^{-1}\ Hcl & Ll^{-1}\ P^{-1}\ Hll \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Vc \\ \\ il \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} Cc^{-1}\ M^{-1}\ Hcv & Cc^{-1}\ M^{-1}\ Hci & -\ Cc^{-1}\ M^{-1}\ Fcs\ Cs\ Fvs^{T} & 0 \\ \\ Ll^{-1}\ P^{-1}\ Hlv & Ll^{-1}\ P^{-1}\ Hli & 0 & Ll^{-1}\ P\ Ml\&\ F\&i\ -\ F\&l^{T}\ L\&\ F\&i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Vv \\ ii \\ \dot{V}v \\ \dot{\bar{i}}i \end{bmatrix}$$

(1.3.2.42)

$$\begin{bmatrix} Vv \\ \dot{i}i \end{bmatrix}$$

(1.3.2.45)

La ecuaciòn (1.3.2.42) es la ecuaciòn de estado en la forma normal, ya conocida:

$$\dot{X}(t) \;=\; Ax(t) + Bu(t)$$

donde :

$$X(t) \quad \begin{bmatrix} Vc & il \end{bmatrix}^T \qquad (1.3.2.43)$$

$$U(t) \quad \begin{bmatrix} Vv & ii & \dot{V}v & \dot{\overline{ii}} \end{bmatrix}^T \qquad (1.3.2.44)$$

y A y B son las matrices respectivas que acompañan a los vectores de estado.

Si en la red no existen acoplamientos mutuos entre las inductancias de ramas de árbol con inductancias de ramas de enlace , entonces M1& = M&l = 0 y la ecuación de estado se reducirá a:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}c \\ \dot{i}l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Cc^{-1} \; M^{-1} \; Hcc & Cc^{-1} \; M^{-1} \; Hcl \\ Ll^{-1} \; P^{-1} \; Hcl & Ll^{-1} \; P^{-1} \; Hll \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Vc \\ il \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} Cc^{-1} \; M^{-1} \; Hcv & Cc^{-1} \; M^{-1} \; Hci & -Cc^{-1} \; M^{-1} \; Fcs \; Cs \; Fvs^T & 0 \\ Ll^{-1} \; P^{-1} \; Hlv & Ll^{-1} \; P^{-1} \; Hli & 0 & -\, Ll^{-1} \; P^{-1} \; F\&l \; L\& \; F\&i^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Vv \\ ii \\ \dot{V}v \\ \dot{i}i \end{bmatrix}$$

(1.3.2.45)

En el caso de redes propias Fcs = 0 y F&l = 0. Luego M =I $\dot{P} = I$, $\dot{V}v = 0$ e $\dot{i}i = 0$

Consecuentemente $U(t) = \left[Vv \ ii \right]^T$ y la ecuación (1.3.2.45) s convertirá en la ecuación representiva de redes propias.

1.4 SOLUCION DE LA ECUACION DE ESTADO DE REDES LINEALES INVARIANTES EN EL TIEMPO.-

Consideremos la ecuación de estado, lineal e invariante en el tiempo:

$$\dot{X}(t) = AX(T) + Bu(t) \qquad (1.4.1)$$

$$X(to) = Xo$$

donde X(t) es un vector n, u(t) es un vector m, y A y B son matrices constantes (n x n) y (n x m) respectivamente. La solución de la ecuación anterior se dá en la siguiente forma :

$$X(t) = e^{A(t-to)} Xo + \int_{to}^{t} e^{A(t-T)} Bu(t)\, dT \qquad (1.4.2)$$

y no es sino la suma de las respuestas de entrada cero y de estado cero.

La matriz e^{At} es una matriz n x n llamada matriz d transición de estado y definida por :

$$e^{At} = I + At + \frac{1}{2!} A^2 t^2 + \frac{1}{3!} A^3 t^3 + \ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (1.4.3)$$

o en una forma más compacta

$$e^{At} = \sum_{K=0}^{\infty} \frac{1}{K!}(AT)^{K} \qquad (1.4.4$$

donde la serie infinita puede ser convergente para t finito.

La matriz de transición de estado posee ciertas propiedades, entre las que merecen citarse:

1. $e^{o} = I \qquad (1.4.5)$

2. Derivando e^{At} desde (1.4.3) obtenemos:

$$\frac{d}{dt} e^{At} = 0 + A + A^{2} t + \frac{1}{2!} A^{3} t^{2} + \text{----------}$$

$$\frac{d}{dt} e^{At} = A\,(I + At + \frac{1}{2!} A^{2} t^{2} + \text{-------------}$$

o equivalentemte

$$\frac{d}{dt} e^{At} = A e^{At} = e^{At} A \qquad (1.4.6)$$

Para que X(t) de (1.4.2) sea realmente la solución de la ecuación de estado deberá satisfacer 2 condiciones:

1. Las condiciones iniciales
2. La ecuación diferencial

La primera condición se satisface obviamente puesto que:

$$X(to) = e^{A(t-to)} Xo + \int_{to}^{to} e^{A(t-to)} Bu(T)\ dT = Xo$$

(1.4.7)

Dado que $e^{0} = I$ y el hecho de que el resultado de la integral es cero, puesto que sus límites son iguales. Para probar si cumple la segunda condición, se procede a sacar la derivada de ambos lados de (1.4.2) y se aplica la definición (1.4.5).

$$\dot{X}(t) = A\ e^{A(t-to)} Xo + e^{A(t-T)} B\dot{u}(T)/T{=}t + \int_{to}^{t} A\ e^{A(t-T)} BU(T)\ dT$$

ó

$$\dot{X}(t) = A \left[e^{A(t-to)} Xo + \int_{to}^{t} e^{A(t-T)} Bu(T)\ dT \right] + Bu(T)$$

(1.4.8)

De aqui se obtiene

$$\dot{X}(t) = AX(t) + Bu(t)$$

que prueba que X(t) es la solución de la ecuación de estado.

La respuesta a la salida de la red lineal invariante en el tiempo puede ser obtenida usando la ecuación de estado correspondiente, esto es:

$$Y(t) = CX(t) + Du(t)$$ y la ecuación 1.4.2

entonces :

$$Y(t) = C\,e^{A(t-to)}\,Xo + C\int_{to}^{t} e^{A(t-T)}\,Bu(T)dT + DU(t)$$

(1.4.9)

Por lo tanto, dados los coeficientes de las matrices A, B, C y D, las condiciones iniciales Xo, y el vector entrada U(t), el vector de salida puede ser completamente determinado para todo $t \geqslant to$, por la expresión (1.4.9).

Como se ve, la respuesta de la red consiste de dos partes separadas:

Primero, la respuesta a entrada cero, Yoi(t) dada por:

$$Yoi\,(t) \triangleq C\,e^{A(t-to)}\,Xo \qquad (1.4.10)$$

y segundo, la respuesta al estado cero, Yos(t) dada por:

$$Yos(t) \triangleq C\int_{to}^{t} e^{A(t-to)} Bu(T)dT + Du(t) \qquad (1.4.11)$$

De (1.4.9) se desprende que el cálculo de la respuesta de una red lineal invariante en el tiempo envuelve el cálculo de la matriz de transición EXP(At) y luego de simples integraciones y multiplicaciones de matrices se obtiene X(t). Generalmente el cálculo de EXP(At) es la mayor tarea en obtener la respuesta de redes lineales invariantes en el tiempo.

Existen algunos métodos de cálculo de la matriz de transición, entre los cuales se citan:

El método de las series y el método de la transformada de Laplace.

1.4.1 METODO DE LAS SERIES.-

Puesto que la serie infinita dada en (1.4.4) es convergente para c/t finito, puede ser aproximada por la serie finita.

$$e^{At} = I + At + \frac{1}{2!} A^2 t^2 + ...+ \frac{1}{n!} A^n t^n \qquad (1.4.12)$$

donde el lado derecho de la ecuación deberá ser aproximadamente igual al lado izquierdo. Para ello se escoge n grande.

Esta relación puede ser usada para calcular e^{At} para pequeños t. La ventaja de este método es la simpleza de programación, y su principal desventaja es la falta de precisión para t grandes.

1.4.2 METODO DE LA TRANSFORMADA DE LAPLACE.-

Consideremos la parte homogenea de la ecuación diferencial lineal dada en (1.4.1) y por conveniencia asumimos que el tiempo inicial es igual a cero, esto es:

$$\dot{X}(t) = AX(t), \quad X(o) = Xo \qquad (1.4.13)$$

Tomando la transformada de Laplace a ambos lados tenemos:

$$SX(s) - Xo = AX(s)$$

$$(SI-A)\,X(s) = Xo$$

$$X(s) = (SI-A)^{-1}\,Xo$$

Mediante la transformada inversa de Laplace, logramos:

$$X(t) = \left[\mathcal{L}^{-1}(SI - A)^{-1}\right] Xo \qquad (1.4.14)$$

Comparando esta ecuación con la solución para una entrada cero, obtenemos:

$$e^{At} = \mathcal{L}^{-1}(SI-A)^{-1} \qquad (1.4.15)$$

El método de la transformada de Laplace para calcular e^{At} es práctico sólo si la dimensión de A es pequeño. La principal dificultad en calcular e^{At} para matrices con grandes dimensiones , surge en calcular e invertir (SI-A).

Más precisamente para una matriz A de dimensión n, debemos calcular un determinante de orden n y n^2 determinantes de orden n-1. Debemos también calcular las raíces de un polinomio de grado n para estar en condición de encontrar la transformada inversa de Laplace.

Para propósitos de este trabajo lo que interesa es un método de solución numérica para la ecuación de estado, con una condición inicial, y que pueda ser generalizada para el manejo de ecuaciones diferenciales simultáneas. Este es el caso del método Runge-Kutta y que se describe detalladamente en el punto 4 del anexo.

1.5 INTRODUCCION A LOS SISTEMAS VARIABLES EN EL TIEMPO.-

Una gran ventaja en el aprovechamiento de las variables de estado, para la caracterización de redes, es visualizada en el análisis de redes lineales variables en el tiempo. Tan es así que una gran mayoría de inconvenientes encontrados al tratar de obtener una relación de entrada y salida en el dominio del tiempo que corresponda a la función de transferencia convencional, puede ser obtenida sin mayor esfuerzo mediante la caracterización de redes en variables de estado.

Las relaciones topológicas guardan el mismo desorden de los elementos a ser empleados; sin embargo, las relaciones voltaje-corriente de rama son las mismas para los elementos lineales variables en el tiempo.

Es importante notar la diferencia existente entre este caso y el caso invariable en el tiempo, de manera de incorporar las variaciones en el tiempo de las inductancias y capacitancias en la matriz A(t) y en el vector B(t) de la ecuación de estado.

Para ello se deberá considerar al voltaje y al tiempo como variables independientes en las ecuaciones de carga y de acoplamiento inductivo.

Asi tenemos: $q = f(v,t)$ (1.5.1)

$X = f(i,t)$ (1.5.2)

En otras palabras, la carga y el acoplamiento inductivo tienen una dependencia explícita en función del tiempo. Por lo tanto, la derivación total utilizando la regla de la cadena de la derivación parcial da como resultado:

$$dq = \frac{\partial q}{\partial v} dv + \frac{\partial q}{\partial t} dt \qquad (1.5.3)$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{\partial q}{\partial v}\frac{dv}{dt} + \frac{\partial q}{\partial t} \qquad (1.5.4)$$

para un capacitor

y $$v = \frac{\partial \lambda}{\partial i}\frac{\partial i}{\partial t} + \frac{\partial \lambda}{\partial t} \qquad (1.5.5)$$

para un inductor

Otro importante aspecto que se debe considerar, al tratar con los sistemas lineales variables en el tiempo es con respecto a la matriz de transición de estado la misma que en los sistemas invariantes está dada por :

$$\emptyset(t) = e^{At} \qquad (1.5.6)$$

Para los sistemas variables en el tiempo, la matriz de transición de estado depende tanto de t como de to, y no de la diferencia t- to. Por tanto, no siempre se puede fijar el tiempo inicial igual a cero. Por supuesto hay casos en que to es cero. Asi entonces $\emptyset(t)$ cambiará a $\emptyset(t,to)$

Sin embargo en general no se puede dar la matriz de transición para un sistema variable en el tiempo, como una matriz exponencial .

1.6 SOLUCION DE LA ECUACION DE ESTADO DE REDES LINEALES VARIABLES EN EL TIEMPO.-

En contraste al caso de las ecuaciones de estado de redes lineales invariantes en el tiempo, la solución analítica de las ecuaciones diferenciales de primer orden de redes generales lineales variables en el tiempo no es tan fácil de encontrar; exepto en algunos casos específicos, la solución de tales ecuaciones de estado debe ser obtenido por métodos numéricos.

Consideremos una red lineal variable en tiempo cuyas ecuaciones de estado están dadas por :

$$\dot{X}(t) = A(t)\,X(t) + B(t)\,u(t), \quad X(to) = \dot{X}o \qquad (1.6.1)$$

Donde X(t) y u(t) son vectores columna n y m representantes del estado y las entradas respectivamente. A(t) y B(t) son matrices variables en el tiempo n x n y n x m .

La parte homogenea escalar de (1.6.1) está dada por:

$$\dot{X} = a(t)\,X \qquad (1.6.2)$$

y cuya solución puede ser escrita como:

$$X(t) = e^{\int_{t_0}^{t} a(T)dT}\, X(to) \qquad (1.6.3)$$

y la funciòn de transiciòn de estado es dada por:

$$\emptyset(t,to) = \exp\left[\int_{to}^{t} a(T)dT\right] \qquad (1.6.4)$$

Esta respuesta, sin embargo, no es factible trasladarla a la ecuación diferencial vectorial matricial.

Para ello necesitamos recurrir al siguiente análisis:
Sea la ecuación de estado

$$\dot{X} = A(t)\ X \qquad (1.6.5)$$

donde los elementos de A(t) son fragmentariamente funciones continuas de t en el intervalo $to \leqslant t \leqslant t1$.

La solución a la ecuación (1.6.5) está dada por:

$$X(t) = \emptyset\ (t,to)\ X(to) \qquad (1.6.6)$$

donde $\emptyset$ (t,to) es la matriz no singular de n x n que satisface la ecuación diferencial-matricial siguiente:

$$\dot{\emptyset}(t,to)=A(t)\ \emptyset(t,to) \qquad \emptyset(to,to)= I$$

$$(1.6.7)$$

Se puede verificar fácilmente el hecho de que la ecuación (1.6.6) es la solución de la ecuación (1.6.7) ya que:

$$X(to) = \emptyset(to,to)\, X(to) = IX(to)$$

y

$$\dot{X}(to) = \frac{d}{dt}\left[\emptyset\,(t,to)\; X\,(to)\right]$$

$$\dot{X}(t) = \dot{\emptyset}\,(t,to)\; X\,(to)$$

$$\dot{X}(t) = A(t)\,\emptyset(t,to)\, X(to)$$

$$\dot{X}(t) = A(t)\, X(t)$$

La solución de la ecuación (1.6.5) es simplemente la transformación del estado inicial. La matriz O(t,to) es la matriz de transición de estado del sistema variable en el tiempo descrito por (1.6.5).

1.6.1 MATRIZ DE TRANSICION DE ESTADO PARA EL CASO VARIABLE EN EL TIEMPO.-

La matriz de transición de estado $\emptyset(t,to)$, es una matriz exponencial si y sólo si A(t) y la integral desde to hasta t de A(T)dT son conmutables.

Es decir:

$$\emptyset(t,to) = \exp\left[\int_{to}^{t} A(T)dT\right]$$

Para cumplir con tal requisito, A(t) deberá ser una matriz constante o diagonal, de lo contrario el cálculo de la matriz de transición de estado es un proceso bastante complicado.

Para calcular numéricamente $\phi(t.to)$, se puede utilizar el desarrollo en serie siguiente de $\phi(t,to)$:

$$\phi(t,to) = I + \int_{to}^{t} A(T)dT + \int_{to}^{t} A(T1)\left[\int_{to}^{t} A(T2)dT2\right] dT1 + \ldots\ldots$$

(1.6.8)

En general, esto nos dará $\phi(t,to)$ en una forma cerrada.

1.6.2 PROPIEDADES DE LA MATRIZ DE TRANSICION DE ESTADO $\phi(t,to)$.-

1. $\phi(t2,t1)\ \phi(t1,to) = \phi(t2,to)$

La prueba de esta propiedad se la puede entender asi:

$$X(t1) = \phi(t1,\ to)\ X(to)$$

$$X(t2) = \phi(t2,\ to)\ X(to)$$

y

$$X(t2) = \phi(t2,\ t1)\ X(t1)$$

Por tanto

$$X(t2) = \phi(t2,t1)\ \phi(t1,to)\ X(to) = \phi(t2,to)\ X(to)$$

Asi

$$\phi(t2,t1)\ \phi(t1,to) = \phi(t2,to)$$

2. $\phi(t1,to) = \phi^{-1}(to,t1)$

Para comprobarlo debe notarse que:

$$\phi(t1,to) = \phi^{-1}(t2,t1)\ \phi(t2,to)$$

Si en esta última ecuación se hace t2 = to, entonces

$$\phi(t1,to) = \phi^{-1}(to,t1)\ \phi\ (to,to) = \phi^{-1}(to,t1)$$

1.6.3 SOLUCION DEL SISTEMA $\dot{X} = A(t)\ X + B(t)u$ PARA REDES LINEALES.-

Sea la siguiente ecuación de estado:

$$\dot{X} = A(t)\ X + B(t)\ u \qquad (1.6.9)$$

donde X = vector n - dimensional

u = m - dimensional

A(t) = matriz de n x n

B(t) = matriz de n x m

Se supone que los elementos de A(t) y B(t) son funciones fragmentariamente continuas de t en el intervalo $to<t<ti$

La solución de (1.6.9) está dada por:

$$X(t) = \phi(t,to)\ g(t)$$

Donde $\varnothing(t,to)$ es una única matriz que satisface la ecuación:

$$\dot{\varnothing}(t1,to) = A(t)\ \varnothing(t,to) \qquad \varnothing(to,to) = I$$

Entonces,

$$\dot{X}(t) = \frac{d}{dt}\left[\varnothing(t,to)\ g(t)\right]$$

$$\dot{X}(t) = \dot{\varnothing}(t,to)\ g(t) + \varnothing(t,to)\ \dot{g}(t)$$

$$\dot{X}(t) = A(t)\ \varnothing(t,to)\ g(t) + \varnothing(t,to)\ \dot{g}(t)$$

$$\dot{X}(t) = A(t)\ \varnothing(t,to)\ g(t) + B(t)\ u(t)$$

Por tanto

$$\varnothing(t,to)\ \dot{g}(t) = B(t)\ u(t)$$

ó

$$\dot{g}(t) = \varnothing^{-1}(t,to)\ B(t)\ u(t)$$

Entonces

$$g(t) = g(to) + \int_{to}^{t} \varnothing^{-1}(T,to)\ B(T)\ u(T)\ dT$$

Como $g(to) = \varnothing^{-1}(to,to)\ X(to) = X(to)$

Se obtiene finalmente:

$$X(t) = \varnothing(t,to)\ X(to) + \varnothing(t,to)\int_{to}^{t} \varnothing^{-1}(T,to)\ B(T)\ u(T)\ dT$$

$$X(t) = \emptyset(t,to)\ X(to) + \int_{to}^{t} \emptyset(t,T)\ B(T)\ u(T)\ dT \qquad (1.6.10)$$

Para fines de este trabajo, el cálculo de esta ecuación se lo realiza mediante un programa de computadora, y utilizando una de las técnicas descritas en el Anexo.

CAPITULO SEGUNDO

2.1 PROGRAMAS DIGITALES PARA EL ANALISIS DE REDES LINEALES INVARIANTES EN EL TIEMPO, USANDO TECNICAS DE VARIABLES DE ESTADO. DESCRIPCION.-

En este capítulo, se presenta el desarrollo del programa, que obtiene la ecuación de estado $\dot{X}(t) = AX(t) + Bu(t)$ directamente de la red y encuentra la solución para cada variable de estado, entregándonos una tabla de valores y sus gráficos respectivos.

La obtención de la ecuación de estado, como se vió en el capítulo anterior, se basa en las ecuaciones linealmente independientes KVL y KCL que están dadas por

$$Bf\ Vb = 0 \qquad (2.1.1)$$

$$Qf\ ib = 0 \qquad (2.1.2)$$

Donde Bf es la matriz de lazos fundamentales y Qf es la matriz de arreglos de corte fundamentales de la red correspondientes a un árbol escogido previamente.
Estas matrices son partidas de la siguiente manera :

$$Bf = \left[-F^{T} \;\middle|\; I \right] \qquad (2.1.3)$$

$$Qf = \left[I \;\middle|\; F \right] \qquad (2.1.4)$$

donde I denota la matriz identidad y F es la submatriz fundamental.

A partir de los datos de entrada de la red, se puede directamente construir la matriz de incidencia A. El programa implementado construye la matriz de arreglos de corte fundamentales Qf, base del desarrollo, sin necesidad de formar los respectivos arreglos de corte según la teoría de topología de redes. Dicha obtención directa de la matriz Qf se la consigue a partir de la matriz de incidencia A según el siguiente análisis:

$$A = \left[At \;\vdots\; Al \right] \qquad (2.1.5)$$

donde At y Al son submatrices correspondientes a brazos y enlaces de árbol respectivamente. La ley de corrientes de Kirchoof puede ser escrita como:

$$\left[At \;\vdots\; Al \right] \begin{bmatrix} ibt \\ ibl \end{bmatrix} = At\ ibt + Al\ ibl = 0$$

donde

$$ib = \begin{bmatrix} ibt \\ ibl \end{bmatrix}$$ es el vector de corrientes de rama de la red

Luego

$$At\ ibt = -Al\ ibl$$

o $$ibt = -At^{-1}\ Al\ ibl$$

en forma matricial tenemos:

$$\left[I \;\vdots\; At^{-1} \; Al \right] \; ib = 0$$

por tanto

$$Qf = \left[I \;\vdots\; At^{-1} \; il \right] \qquad (2.1.6)$$

donde la matriz I tiene n columnas como brazos de árbol tiene la red y el producto At^{-1} Al tiene l columnas como enlaces de árbol tiene la red. También se concluye que a n brazos de árbol corresponden n arreglos de corte fundamentales.

$$Qf = I \quad X$$

$$X = At^{-1} \; Al = F$$

donde F es la submatriz fundamental de Qf y X es una matriz (nxl).

Usando los resultados de la ecuación (2.1.6), podemos directamente a partir de los datos de entrada construir la matriz de incidencia A. Después que la matriz A es construída de los datos de entrada de la red debe ser partida en $\left[At \;\vdots\; Al \right]$.

Esta matriz partida es luego manipulada en la forma

$$\left[I \;\vdots\; At^{-1} \; Al \right]$$

usando operaciones de fila fundamentales. Luego de obtenida la matriz Qf, se prosigue en el desarrollo del programa hasta obtener la ecuacion de estado.

P R O G R A M A   P R I N C I P A L

"El programa digital se inicia con la declaración de las subrutinas empleadas y con lo que corresponde al dimensionamiento de las variables y la inicialización de datos. El primer conjunto de ellos que es necesario ingresar, corresponde a los tiempos inicial y final para el muestreo de la respuesta de la respuesta de estado. En base a esto el programa automáticamente particionará la parte correspondiente al ingreso de datos en dos secciones: la primera de ellas, relacionada con los elementos de brazos de árbol y la segunda, con los elementos de ramas de enlace."

```
DECLARE SUB RUNTA (n!, K!, I!, XEST!(), DX!(), T!, H!)
DECLARE SUB ECUAC (VT, EEC(), EEAN(), EEDE(), EET$(), NFNE$(),
KCT, DEEC(), DEEAN(),DEEDE(), DEET$(), DNFNE$(), IL, JJC(), JJAN(),
JJDE(), JJT$(), NFNJ$(), DJJC(), DJJAN(),DJJDE(), DJJT$(), DJNJ$(),
T, DX(), AINT(), BINT(), KFT, XEST())
DECLARE SUB INVERT (A(), X(), n, NN)
DECLARE SUB IMPRM (A(), NFIL, NCOL)
DECLARE SUB INVAT (A(), X(), n!)
DECLARE SUB INVERT (A(), X(), n!, NN!)
DECLARE SUB TRANP (AM(), AMT(), IFIL, ICOL)
DECLARE SUB ADDTN (A(), B(), C(), NFIL, NCOL)
DECLARE SUB PRODC (A(), B(), C(), NFIL, NCOL, NCL)
DECLARE SUB RESUL (DATO(), TIME(), T, XEST(), m, KCT)
SCREEN 8
VIEW (20, 2)-(620, 172), , 9
LOCATE 3, 13: PRINT " E S C U E L A   P O L I T E C N I C A "
N A C I O N A L "
LOCATE 5, 10: PRINT "F A C U L T A D   D E   I N G E N I E R I A "
E L E C T R I C A"
LOCATE 8, 26: PRINT " T E S I S   D E   G R A D O "
LOCATE 10, 19: PRINT " J O R G E   H.  V A C A   C A S T I L L O
LOCATE 13, 14: PRINT "PROGRAMAS COMPUTACIONALES DIDACTICOS PARA"
RESOLVER REDES "
LOCATE 14, 14: PRINT "-----------------------------------------"
------------- "
LOCATE 16, 16: PRINT "ELECTRICAS UTILIZANDO TECNICAS DE VARIABLES"
DE ESTADO"
LOCATE 17, 16: PRINT "-----------------------------------------"
---------      "
```

```
        LOCATE 19, 20: PRINT " ( P R O G R A M A   P R I N C I P A L )"
        PRINT ""
210     T$ = INKEY$
        IF T$ = "" THEN 210
        CLS
        SCREEN 8
        VIEW (20, 2)-(620, 172), , 10
377     LOCATE 3, 10: PRINT "EL  OBJETIVO DE  ESTE  PROGRAMA  ES "
        RESOLVER UNA RED ELECTRICA"
        LOCATE 5, 10: PRINT "LINEAL E INVARIANTE  EN EL TIEMPO, USANDO"
        LA  TEORIA DE TOPOLO-"
        LOCATE 7, 10: PRINT "GIA DE REDES Y MEDIANTE EL CONCEPTO DE"
        VARIABLES DE ESTADO, PA-"
        LOCATE 9, 10: PRINT "RA UN INTERVALO DE TIEMPO ESTABLECIDO."
        LOCATE 11, 10: PRINT "EN  TAL SENTIDO EL PROGRAMA PERMITE"
        VISUALIZAR TODOS LOS CALCU-"
        LOCATE 13, 10: PRINT "LOS  TOPOLOGICOS INTERMEDIOS HASTA LLEGAR"
        A FORMAR LAS MATRICES "
        LOCATE 15, 10: PRINT "DE LA ECUACION DE ESTADO Y QUE REPRESENTAN"
        A LA RED EN ESTUDIO."
        LOCATE 17, 10: PRINT "UNA VEZ RESUELTO EL SISTEMA, SE PUEDE GRAFICAR TODAS Y CADA UNA "
        LOCATE 19, 10: PRINT "DE LAS VARIABLES DE ESTADO, CON LA OPCION DE  ELEGIR LA  ESCALA "
        LOCATE 21, 10: PRINT "MAS ADECUADA PARA LA INTERPRETACION DE LOS RESULTADOS. "
342     T$ = INKEY$
        IF T$ = "" THEN 342
        CLS
601     SCREEN 8
        VIEW (20, 2)-(620, 172), , 11
        LOCATE 7, 20: PRINT "REDES LINEALES E INVARIANTES EN EL TIEMPO"
        LOCATE 8, 20: PRINT "------------------------------------------"
        LOCATE 11, 20: PRINT "POR FAVOR, INGRESE LOS SIGUIENTES VALORES : "
        S$ = "BLK"
        LOCATE 13, 20: INPUT "TIEMPO INICIAL PARA MUESTREO (SEGUNDOS)   :    "; TIN:
        LOCATE 14, 20: INPUT "TIEMPO FINAL PARA MUESTREO  (SEGUNDOS)   :    "; TFIN
435     LOCATE 15, 20: INPUT "NUMERO TOTAL DE NODOS DE LA RED          :    "; NT
        IF NT >= 20 THEN 623
        GOTO 436
623     CLS :  LOCATE 20, 11: PRINT "EL NUMERO MAXIMO DE NODOS ES 20. POR FAVOR VUELVA A INTENTAR"
567     T$ = INKEY$
        IF T$ = "" THEN 567: CLS : GOTO 435
436     LOCATE 16, 20: INPUT "NUMERO TOTAL DE BRAZOS DE LA RED         :    "; IBR
625     IF IBR >= 31 THEN 626
        GOTO 627
        CLS : LOCATE 20, 11: PRINT "EL NUMERO MAXIMO DE BRAZOS ES 31. POR FAVOR VUELVA A INTENTAR"
211     T$ = INKEY$
        IF T$ = "" THEN 211: CLS : GOTO 436
        CLS : SCREEN 8
        VIEW (20, 2)-(620, 172), , 12
        LOCATE 18, 8: PRINT "POR FAVOR ESPERE........"
        LOCATE 19, 8: PRINT "EL COMPUTADOR ESTA INICIALIZANDO Y DIMENSIONANDO VARIABLES,"
        LOCATE 20, 8: PRINT "ARREGLOS Y MATRICES."
        LOCATE 21, 8: PRINT "GRACIAS........"
```

```
REM DIMENSIONAMIENTO DE MATRICES E INICIALIZACION DE VARIABLES
DIM A(30, 50), Q(30, 50), AT(30, 30), AI(30, 30), X(30, 30)
DIM C(30, 60), Y(20), Z(20), DX(20), XEST(20), DFNE$(20, 4)
DIM RR(20, 20), GG(20, 20), CC(20, 20), CS(20, 20), Fvs(20, 20)
DIM Fvr(20, 20), Fvl(20, 20), Fvi(20, 20), pr(20, 20), AM(20, 20), AMT(20, 20), SUM(20, 20)
DIM Fcs(20, 20), Fcr(20, 20), Fcl(20, 20), Fci(20, 20), Fgr(20, 20)
DIM Fgl(20, 20), Fgi(20, 20), FTL(20, 20), FTI(20, 20), NFNJ(20, 4)
DIM FCRT(20, 20), FGRT(20, 20), FGLT(20, 20), FVRT(20, 20), FVLT(20, 20), FCLT(20, 20),
DIM FVST(20, 20), FTLT(20, 20), FCST(20, 20)
DIM RRIN(20, 20), GGIN(20, 20), CCIN(20, 20), RIN(20, 20); GIN(20, 20), PIN(20, 20), P1(20, 20)
DIM P2(20, 20), P3(20, 20), Hcc(20, 20), Hcl(20, 20)
DIM Hll(20, 20), Hcv(20, 20), Hlv(20, 20), Hci(20, 20), Hli(20, 20), Hlc(20, 20), DATO(101, 20)
DIM TIME(101), AINT(20, 20), BINT(20, 20), COIN(20), AI1(20), AI2(20), AI3(20), AI4(20)
DIM EFDE(20), EET(20), JJT(20), DEET(20), DJJT(20), DATO1(101, 20), TIME1(101)
DIM LL(20, 20), LBT(20, 20), MTL(20, 20), MLT(20, 20), LLIN(20, 20), MIN(20, 20), NEG(20, 20),
DIM II(20, 20), JJC, JJA
DIM TIPE%(5), IX(20)
DIM SIGN$(40, 40), NFUN%(4), NJNJ%(20, 4), NDEF, SGN1$(40, 40), SGN2$(40, 40), NFNE(20, 4)
DIM NFNE$(20), EEC(20), EEAN(20), EEDE(20), EET$(20), DNFNE$(20), DEEC(20), DEEAN(20), DEEDE(20),
DEET$(20), JJC(20), JJAN(20), JJT$(20), JJDE(20), NFNJ$(20), DJJC(20), DJJAN(20), DJJT$(20), DJJDE(20), DJNJ$(20)
DIM DFNE%(20, 4), DFNJ%(20, 4), EET%, DEET%, DJJT%:  DATA TIPE /'R','C','L','E','J'/
BLK$ = " "
REM PONER A 0 TODOS LOS ELEMENTOS DE LOS ARREGLOS
FOR I = 1 TO 30
FOR J = 1 TO 30
AT(I, J) = 0
AI(I, J) = 0
X(I, J) = 0
NEXT
NEXT
FOR I = 1 TO 30
FOR J = 1 TO 50
A(I, J) = 0
Q(I, J) = 0
NEXT: NEXT
FOR I = 1 TO 20
FOR J = 1 TO 20
NEG(I, J) = 0: ID(I, J) = 0
NEXT: NEXT
FOR I = 1 TO 20
DEG(I, I) = -1
ID(I, I) = 1
NEXT
FOR I = 1 TO 20
XEST(I) = 0
EET(I) = BLK
FOR J = 1 TO 20
RR(I, J) = 0
GG(I, J) = 0
CC(I, J) = 0
LL(I, J) = 0
AINT(I, J) = 0
BINT(I, J) = 0
```

```
CS(I, J) = 0
LBT(I, J) = 0
MTL(I, J) = 0
MLT(I, J) = 0
SGN1$(I, J) = " "
SGN2$(I, J) = " "
SIGN$(I, J) = " "
NEXT: NEXT
LCI = 0: VT = 0: CT = 0: BT = 0: BT = 0:
CL = 0: RL = 0: BL = 0: IL = 0: XVAL = 0
NUD = NT - 1
```

2.1.1 OBTENCION DE DATOS DE ELEMENTOS PERTENECIENTES A BRAZOS DE ARBOL SEGUN LA TOPOLOGIA DE LA RED.

En el ingreso de los elementos de brazos de árbol, se hace necesario identificar el tipo de elemento, los nudos entre los cuales se encuentra, su valor y la condición inicial si es que se tratare de elementos capacitivos.
Si el elemento en cuestión es una fuente de voltaje, los datos a ingresar serán los mismos que para cualquier otro elemento, mas los valores de ángulo y desfazamiento así como - también el identificativo del tipo de función. Adicionalmente es necesario ingresar también los valores correspondientes a la derivada de la fuente.
El siguiente segmento del programa, permite realizar la tarea anteriormente descrita de una manera fácil y comprensiva para el usuario.

```
        CLS
        SCREEN 8: VIEW (20, 2)-(620, 172), , 13
        LOCATE 3, 9: PRINT "INGRESE EN SECUENCIA Y DE ACUERDO AL  NO. DE BRAZO ELEGIDO SEGUN "
        LOCATE 4, 9: PRINT "LA TOPOLOGIA DE LA RED, EL TIPO DE  ELEMENTO   CORRESPONDIENTE A "
        LOCATE 5, 9: PRINT "CADA BRAZO DE ARBOL Y A CADA BRAZO  DE ENLACE.  LOS NOS. DE  LOS  "
        LOCATE 6, 9: PRINT "NODOS ENTRE LOS CUALES SE ENCUENTRA DICHO ELEMENTO, LA CONDICION"
        LOCATE 7, 9: PRINT "INICIAL AL TIEMPO T(0) DE LOS CAPACITORES  DE BRAZOS DE ARBOL  E"
        LOCATE 8, 9: PRINT "INDUCTANCIAS DE ENLACES DE ARBOL."
        LOCATE 11, 9: PRINT "PARA LA FUENTE ES  NECESARIO  INGRESAR   TAMBIEN  EL VALOR DE SU "
        LOCATE 12, 9: PRINT "DERIVADA."
        LOCATE 14, 9: PRINT "PARA EL INGRESO DEL TIPO DE  ELEMENTO Y  DEL TIPO DE FUNCION  SE "
        LOCATE 15, 9: PRINT "DEFINE LAS SIGUIENTES SIGLAS:"
        LOCATE 18, 9: PRINT "FTE. DE VOLTAGE=E,  CONDENSADOR=C,  RESISTENCIA=R, INDUCTANCIA=L, "
        LOCATE 19, 9: PRINT "INDUCTANCIA  MUTUA=M,  FTE.  DE CORRIENTE=J,  FUNCION  SENO= SIN, "
        LOCATE 20, 9: PRINT "FUNCION COSENO=COS, FUNCION EXPONENCIAL=EXP."
1400    A$ = INKEY$
        IF A$ = "" THEN 1400
        CLS
        SCREEN 8
```

```
        VIEW (20, 2)-(620, 172), , 14
        LOCATE 3, 9: PRINT "UNA FUENTE DE VOLTAJE O CORRIENTE  ES UNA  FUNCION  DEPENDIENTE DEL"
        LOCATE 4, 9: PRINT "TIEMPO, SEA TRIGONOMETRICA O EXPONENCIAL, QUE EN UNA MANERA GENERA-"
        LOCATE 5, 9: PRINT "LIZADA PUEDE EXPRESARSE COMO:  "
        LOCATE 7, 33: PRINT "A SEN(Wt + (&))"
        LOCATE 9, 33: PRINT "A COS(Wt + (&))"
        LOCATE 11, 33: PRINT "   (Wt + (&))  "
        LOCATE 12, 33: PRINT "A e "
        LOCATE 14, 33: PRINT "A t  o unicamente un valor constante A"
        LOCATE 17, 9: PRINT "TODOS  LOS  ELEMENTOS  DEBERAN  SER  INGRESADOS  EN  UNIDADES  DEL "
        LOCATE 18, 9: PRINT "SISTEMA INTERNACIONAL."
        LOCATE 19, 9: PRINT "DE NO  EXISTIR  ALGUNO  DE  LOS DATOS,  SE DEBERA DEJAR EL ESPACIO"
        LOCATE 20, 9: PRINT "CORRESPONDIENTE EN BLANCO."
937     IT$ = INKEY$
        IF IT$ = "" THEN 937
        CLS : CLS
        VIEW (20, 2)-(620, 172), , 13
        FOR JI = 1 TO NUD
587     LOCATE 5, 11: PRINT " INGRESE EL TIPO DE ELEMENTO CORRESPONDIENTE AL BRAZO DE "
        LOCATE 6, 11: PRINT " ARBOL NO. "; JI
1000    LOCATE 7, 20: INPUT ": "; ITY$
        IBC = JI
```

2.1.2 CONSTRUCCION PARCIAL DE LA MATRIZ DE INCIDENCIA

Conforme el programa va ingresando uno a uno los datos de elementos pertenecientes a brazos de árbol, paulatinamente y al mismo tiempo comenzará a construir la matriz de incidencia, en base a la información obtenida en el punto anterior y relacionada con la asignación de los números de los nodos entre los cuales se encuentra un elemento. Tal asignación se dá de acuerdo a la partición topológica de la red. El siguiente segmento del programa permite construir parcialmente la matriz de incidencia.

```
        LOCATE 9, 12: PRINT "INGRESE LOS NODOS ENTRE LOS CUALES SE ENCUENTRA EL ELEMENTO : "
        LOCATE 10, 11: INPUT " NODO NO. 1 =  "; NUD1
        LOCATE 11, 11: INPUT " NODO NO. 2 =  "; NUD2
        IF NUD1 > 0 THEN A(NUD1, IBC) = 1
        IF NUD2 > 0 THEN A(NUD2, IBC) = -1
        IF ITY$ = "E" THEN 2000
        IF ITY$ = "C" THEN 2500
        IF ITY$ = "R" THEN 3000
        IF IT Y$ = "L" THEN 3500
        CLS : LOCATE 20, 7: PRINT "EL TIPO DE ELEMENTO HA SIDO MAL INGRESADO. POR FAVOR VUELVA A INTENTAR"
678     T$ = INKEY$
        IF T$ = "" THEN 678: CLS : GOTO 587
        LOCATE 13, 12: INPUT "INGRESE EL VALOR DE LA AMPLITUD                        :  "; XVAL
780     LOCATE 14, 12: INPUT "INGRESE EL TIPO DE FUNCION                             :  "; FUNC$
        IF FUNC$ = "SIN" THEN 679
```

```
        IF FUNC$ = "COS" THEN 679
        IF FUNC$ = "EXP" THEN 679
        CLS : LOCATE 20, 8: PRINT "EL TIPO DE FUNCION HA SIDO MAL INGRESADO. POR FAVOR VUELVA A INTENTAR"
896     T$ = INKEY$
        IF T$ = "" THEN 896: CLS : GOTO 780
679     LOCATE 15, 12: PRINT "INGRESE LA LETRA T SI SE TRATA  DE  UNA  FUNCION   DEL"
        LOCATE 16, 12: INPUT "TIEMPO O DEJE EL ESPACIO EN BLANCO SI ES UNA CONSTANTE :  "; DT$
765     LOCATE 17, 12: INPUT "INGRESE EL VALOR DE LA  f.angular  DE LA  FUNCION      :  "; ANG
        LOCATE 18, 12: INPUT "INGRESE EL VALOR DEL DESFAZAMIENTO (EN RADIANES)       :  "; NDEF
        REM SE GUARDA EL VALOR DE LOS ELEMENTOS EN SUS RESPECTIVAS MATRICES
        VT = VT + 1
        NFNE$(VT) = FUNC$
        EEC(VT) = XVAL
        EEAN(VT) = ANG
        EEDE(VT) = NDEF
        EET$(VT) = DT$
        CLS : VIEW (20, 2)-(620, 172), , 10
        LOCATE 3, 9: PRINT "A CONTINUACION, ES NECESARIO INGRESAR LOS VALORES DE LA DERIVADA"
        LOCATE 4, 9: PRINT "DE LA FUENTE  :"
        LOCATE 7, 9: INPUT "INGRESE EL VALOR DE LA AMPLITUD DE LA FUNCION DERIVADA   :  "; XVAL
        LOCATE 9, 9: INPUT "INGRESE EL TIPO DE FUNCION  DE LA FUNCION DERIVADA       :  "; FUNC$
675     LOCATE 11, 9: PRINT "INGRESE LA LETRA T SI SE TRATA DE UNA FUNCION DEL TIEMPO O "
        LOCATE 13, 9: INPUT "DEJE EL ESPACIO EN BLANCO SI ES UNA CONSTANTE             :  "; DT$
        LOCATE 15, 9: INPUT "INGRESE  EL VALOR DE LA f.angular DE LA FUNCION DERIVADA :  "; ANG
        LOCATE 17, 9: PRINT "INGRESE EL VALOR DEL DESFAZAMIENTO DE LA FUNCION DERIVADA   "
        LOCATE 19, 9: INPUT "(EN RADIANES)                                              :  "; NDEF
        DNFNE$(VT) = FUNC$
        DEEC(VT) = XVAL
        DEEAN(VT) = ANG
        DEEDE(VT) = NDEF
        DEET$(VT) = DT$
        CLS : GOTO 4000
        CLS
2500    LOCATE 13, 12: INPUT "INGRESE EL VALOR DEL CONDENSADOR                  : "; XVAL
        LOCATE 15, 12: INPUT "INGRESE EL VALOR DE SUS CONDICIONES INICIALES  : "; ci
        CT = CT + 1
        LCI = LCI + 1
        CC(CT, CT) = XVAL
        XEST(LCI) = ci
        CLS : GOTO 4000
        CLS
3000    LOCATE 13, 12: INPUT "INGRESE EL VALOR DE LA RESISTENCIA  : "; XVAL
        GT = GT + 1
        GG(GT, GT) = 1 / XVAL
        CLS : GOTO 4000
        CLS
3500    LOCATE 13, 11: INPUT " INGRESE EL VALOR DE LA INDUCTANCIA                  :  "; XVAL
        BT = BT + 1
        LOCATE 15, 12: PRINT "INGRESE EL NO. DE ACOPLAMIENTOS MUTUOS  ENTRE"
        LOCATE 16, 12: PRINT "LA INDUCTANCIA Y OTRAS INDUCTANCIAS DEL MISMO"
        LOCATE 17, 12: INPUT "GRUPO                                                :  "; ICP1
        LOCATE 19, 12: PRINT "INGRESE EL NO. DE  ACOPLAMIENTOS MUTUOS ENTRE"
        LOCATE 20, 12: PRINT "LA INDUCTANCIA Y OTRAS INDUCTANCIAS QUE PERTE-"
```

```
        LOCATE 21, 12: INPUT "NECEN A OTRO GRUPO                              :  "; ICP2
        LBT(BT, BT) = XVAL
        IF ICP1 > 0 GOTO 3700
        GOTO 3800
        CLS
3700    CLS : SCREEN 8: VIEW (20, 2)-(620, 172), , 9
        LOCATE 9, 16: PRINT "PARA LA INDUCTANCIA QUE TIENE ACOPLAMIENTO MUTUO"
        LOCATE 10, 16: PRINT "CON INDUCTANCIAS  DEL  MISMO GRUPO,  INGRESE  LA"
        LOCATE 11, 16: PRINT "SIGUIENTE INFORMACION  :  "
7661    T$ = INKEY$
        IF T$ = "" THEN 7661
        FOR I = 1 TO ICP1: CLS : SCREEN 8: VIEW (20, 2)-(620, 172), , 14
        LOCATE 5, 13: PRINT "INGRESE EL VALOR DE LA INDUCTANCIA MUTUA  NO. "; I
        LOCATE 6, 13: INPUT ":            "; XVAL
        LOCATE 9, 13: PRINT "INGRESE EL NO. DE LA INDUCTANCIA CON LA CUAL ESTA"
        LOCATE 10, 13: INPUT "ACOPLADA  : "; ICOP
        LOCATE 12, 13: PRINT "INGRESE LAS LETRAS E O S, SEGUN LA CORRIENTE ENTRE"
        LOCATE 13, 13: PRINT "O SALGA AL PUNTO DE REFERENCIA QUE TIENE  LA INDUC-"
        LOCATE 14, 13: PRINT "TANCIA QUE ESTA SIENDO DETALLADA  EN ESTE  MOMENTO"
        LOCATE 15, 13: INPUT ":            "; ISG$
        LBT(BT, ICOP) = XVAL
        SIGN$(BT, ICOP) = ISG$
        NEXT
3800    IF ICP2 > 0 GOTO 3840
        GOTO 4000
3840    CLS : SCREEN 8: VIEW (20, 2)-(620, 172), , 11
        LOCATE 9, 16: PRINT "PARA LA INDUCTANCIA QUE TIENE ACOPLAMIENTO MUTUO"
        LOCATE 10, 16: PRINT "CON INDUCTANCIAS DE GRUPO DIFERENTE, INGRESE  LA"
        LOCATE 11, 16: PRINT "SIGUIENTE INFORMACION:  "
7662    T$ = INKEY$: IF T$ = "" THEN 7662
        FOR I = 1 TO ICP2: CLS : SCREEN 8: VIEW (20, 2)-(620, 172), , 9
        LOCATE 5, 13: PRINT "INGRESE  EL VALOR DE  LA INDUCTANCIA MUTUA NO."; I
        LOCATE 6, 13: INPUT "            : "; XVAL
        LOCATE 9, 13: PRINT "INGRESE EL NO. DE LA  INDUCTANCIA  CON LA CUAL ESTA"
        LOCATE 10, 13: INPUT "ACOPLADA : "; ICOP
        LOCATE 12, 13: PRINT "INGRESE LAS LETRAS E O S, SEGUN LA CORRIENTE ENTRE "
        LOCATE 13, 13: PRINT "O  SALGA AL PUNTO DE REFERENCIA QUE TIENE LA INDUC-"
        LOCATE 14, 13: PRINT "TANCIA QUE  ESTA SIENDO  DETALLADA EN ESTE MOMENTO "
        LOCATE 15, 13: INPUT "           : "; ISG$
        MTL(BT, ICOP) = XVAL
        SGN1$(BT, ICOP) = ISG$: NEXT
4000    CLS : NEXT JI
        CLS
        GOTO 4005
4005    IF BT = 0 THEN 4020
        FOR I = 1 TO BT
        FOR J = 1 TO BT
        IF (SIGN$(I, J) = SIGN$(J, I)) THEN GOTO 4010
        A(I, J) = -1 * LBT(I, J)
4010    NEXT: NEXT
        FOR I = 1 TO 20
        FOR J = 1 TO 20
        SIGN$(I, J) = "  "
```

```
        NEXT: NEXT
4020    CLS
```

2.1.3 OBTENCION DE DATOS DE ELEMENTOS PERTENECIENTES A ENLACES DE ARBOL SEGUN LA TOPOLOGIA DE LA RED.

En la misma forma como se procedió en el punto 2.1.1 y una- vez concluido el ingreso de datos de elementos pertenecientes a brazos de árbol, el programa comenzará a pedir datos- de elementos de enlace de árbol. Cabe destacar la importancia de asignar los elementos que correspondan tanto a los - brazos de árbol como a los enlaces de árbol, en el momento- mismo en que se está realizando la partición topológica de- la red, con el fin de evitar confuciones en la asignación - de cada elemento a su respectivo grupo.

En ese sentido, el siguiente segmento de programa almace - na las matrices correspondientes con los valores de resis - tencias, capacitancias, inductancias y sus respectivas condiciones iniciales, inductancias mutuas y finalmente fuen - tes de corriente con sus derivadas.

```
        SCREEN 8: VIEW (20, 2)-(620, 172), , 11
        FOR Y = NT TO IBR
        LOCATE 5, 11: PRINT "INGRESE EL TIPO DE ELEMENTO DE BRAZO DE ENLACE NO. "; Y
4022    LOCATE 6, 11: INPUT ": "; ITY$
        IBC = Y: PRINT ""
```

2.1.4 CONSTRUCCION TOTAL DE LA MATRIZ DE INCIDENCIA

Al mismo tiempo que se dá el ingreso de datos de elementos- de enlaces de árbol, el programa construye totalmente la - la matriz de incidencia en base a la información otorgada - en el segmento de programa del punto anterior.

```
        LOCATE 8, 11: PRINT "INGRESE LOS NODOS ENTRE LOS CUALES SE ENCUENTRA EL ELEMENTO :"
        LOCATE 9, 10: INPUT " NODO NO. 1    :   "; NUD1
        LOCATE 10, 11: INPUT "NODO NO. 2    :   "; NUD2
        IF NUD1 > 0 THEN A(NUD1, IBC) = 1
        IF NUD2 > 0 THEN A(NUD2, IBC) = -1
        IF ITY$ = "C" THEN 4070
        IF ITY$ = "R" THEN 4080
        IF ITY$ = "L" THEN 4090
        IF ITY$ = "J" THEN 4650
        CLS : LOCATE 20, 7: PRINT "EL TIPO DE ELEMENTO HA SIDO MAL INGRESADO. POR FAVOR VUELVA A INTENTAR."
4070    LOCATE 12, 11: INPUT "INGRESE EL VALOR DEL CONDENSADOR                :  "; XVAL
        PRINT ""
        CL = CL + 1
```

```
        CS(CL, CL) = XVAL
        GOTO 5000
4080    LOCATE 12, 11: INPUT "INGRESE EL VALOR DE LA RESISTENCIA            .:  "; XVAL
        RL = RL + 1
        RR(RL, RL) = XVAL
        GOTO 5000
        CLS
4090    LOCATE 12, 11: INPUT "INGRESE EL VALOR DE LA INDUCTANCIA             :  "; XVAL
        LOCATE 13, 11: INPUT "INGRESE EL VALOR DE SUS CONDICIONES INICIALES   :  "; ci
        BL = BL + 1
        LCI = LCI + 1
        LL(BL, BL) = XVAL
        XEST(LCI) = ci
        LOCATE 15, 11: PRINT "INGRESE EL NO. DE ACOPLAMIENTOS MUTUOS ENTRE "
        LOCATE 16, 11: PRINT "LA INDUCTANCIA Y OTRAS INDUCTANCIAS DEL  MISMO "
        LOCATE 17, 11: INPUT "GRUPO                                          :  "; ICP1
        LOCATE 19, 11: PRINT "INGRESE EL NO. DE ACOPLAMIENTOS MUTUOS ENTRE  "
        LOCATE 20, 11: PRINT "LA INDUCTANCIA Y OTRAS INDUCTANCIAS QUE PERTE-"
        LOCATE 21, 10: INPUT " NECEN A OTRO GRUPO                                :   "; ICP2: CLS
        IF ICP1 > 0 THEN 4500
        GOTO 4600
        CLS
4500    CLS : SCREEN 8: VIEW (20, 2)-(620, 172), , 10
        LOCATE 4, 11: PRINT "PARA LA INDUCTANCIA QUE TIENE ACOPLAMIENTO MUTUO"
        LOCATE 5, 11: PRINT "CON INDUCTANCIAS DEL MISMO GRUPO, INGRESE LA "
        LOCATE 6, 11: PRINT "SIGUIENTE INFORMACION  :"
        FOR I = 1 TO ICP1: CLS : SCREEN 8: VIEW (20, 2)-(620, 172), , 20
        LOCATE 4, 11: PRINT "INGRESE  EL  VALOR DE  LA INDUCTANCIA MUTUA   DE"
        LOCATE 5, 11: PRINT "ENLACE NO. "; I
        LOCATE 6, 11: INPUT ":                "; XVAL
        LOCATE 8, 11: PRINT "INGRESE EL NO. DE LA INDUCTANCIA CON LA CUAL ESTA"
        LOCATE 9, 11: INPUT "ACOPLADA   :  "; ICOP
        LOCATE 11, 11: PRINT "INGRESE LAS LETRAS E O S, SEGUN LA CORRIENTE ENTRE "
        LOCATE 12, 11: PRINT "O SALGA AL PUNTO DE REFERENCIA QUE TIENE LA INDUC-"
        LOCATE 13, 11: PRINT "TANCIA DE ENLACE QUE ESTA SIENDO DETALLADA EN ESTE"
        LOCATE 14, 11: INPUT "MOMENTO    :  "; ISG$
        LL(BL, ICOP) = XVAL
        SIGN$(BL, ICOP) = ISG$
        NEXT
4600    IF ICP2 > 0 GOTO 4800
        GOTO 5000
4800    CLS : SCREEN 8: VIEW (20, 2)-(620, 172), , 11
        LOCATE 9, 11: PRINT "PARA LA INDUCTANCIA QUE TIENE ACOPLAMIENTO MUTUO "
        LOCATE 10, 11: PRINT "CON INDUCTANCIAS DE GRUPO DIFERENTE, INGRESE   LA"
        LOCATE 11, 11: PRINT "SIGUIENTE INFORMACION :"
7663    T$ = INKEY$
        IF T$ = "" THEN 7663
        FOR I = 1 TO ICP2: CLS : SCREEN 8: VIEW (20, 2)-(620, 172), , 12
        LOCATE 4, 16: PRINT "INGRESE EL VALOR DE LA INDUCTANCIA MUTUA DE"
        LOCATE 5, 16: PRINT "DE ENLACE NO."; I
        LOCATE 6, 16: INPUT "                          :  "; XVAL
        LOCATE 8, 16: PRINT "INGRESE EL NO. DE LA INDUCTANCIA   CON   LA"
        LOCATE 9, 16: INPUT "CUAL ESTA ACOPLADA    :  "; ICOP
```

```
        LOCATE 11, 16: PRINT "INGRESE LAS LETRAS E O S, SEGUN  LA  CORRIENTE"
        LOCATE 12, 16: PRINT "ENTRE O SALGA AL PUNTO DE REFERENCIA QUE TIENE "
        LOCATE 13, 16: PRINT "LA INDUCTANCIA QUE ESTA SIENDO DETALLADA   EN  "
        LOCATE 14, 16: INPUT "ESTE MOMENTO          :   "; ISG$
        MLT(BL, ICOP) = XVAL
        SGN2$(BL, ICOP) = ISG$
        NEXT: GOTO 5000
4650    LOCATE 12, 11: INPUT "INGRESE EL VALOR DE LA AMPLITUD                       :  "; XVAL
        LOCATE 13, 11: INPUT "INGRESE EL TIPO DE FUNCION                            :  "; FUNC$
        LOCATE 14, 11: PRINT "INGRESE LA LETRA T SI SE TRATA DE UNA FUNCION DEL"
        LOCATE 15, 11: INPUT "TIEMPO DEJE EL ESPACIO EN BLANCO SI ES UNA CONSTANTE:  "; DT$
        LOCATE 16, 11: INPUT "INGRESE EL VALOR DEL ANGULO DE LA FUNCION             :  "; ANG
        LOCATE 17, 11: INPUT "INGRESE EL VALOR DEL DESFAZAMIENTO (EN RAD.)          :  "; NDEF
        REM  SE GUARDA EL VALOR DE LOS ELEMENTOS EN SUS RESPECTIVAS MATRICES.
        IL = IL + 1
        JJC(IL) = XVAL
        JJAN(IL) = ANG
        JJT$(IL) = DT$
        JJDE(IL) = NDEF
        NFNJ$(IL) = FUNC$
        CLS :
        LOCATE 3, 10: PRINT " A CONTINUACION, ES NECESARIO INGRESAR LOS VALORES "
        LOCATE 4, 10: PRINT " DE LA DERIVADA DE LA FUENTE DE CORRIENTE."
        LOCATE 6, 11: PRINT "INGRESE  EL VALOR DE LA AMPLITUD DE LA FUNCION "
        LOCATE 7, 11: INPUT "DERIVADA                                                : "; XVAL
        LOCATE 9, 11: INPUT "INGRESE EL TIPO DE FUNCION DE LA FUNCION DERIVADA       : "; FUNC$
        LOCATE 11, 11: PRINT "INGRESE LA LETRA T SI SE TRATA DE UNA FUNCION DEL "
        LOCATE 12, 11: INPUT "TIEMPO O DEJE EL ESPACIO EN BLANCO SI ES UNA CONSTANTE : "; DT$
        LOCATE 14, 11: PRINT "INGRESE EL VALOR DE LA f.angular DE LA FUNCION  "
        LOCATE 15, 11: INPUT "DERIVADA                                                : "; ANG
        LOCATE 17, 11: PRINT "INGRESE EL VALOR DEL DESFAZAMIENTO DE LA FUNCION"
        LOCATE 18, 11: INPUT "DERIVADA  (EN RADIANES)                                 : "; NDEF
        DJJC(IL) = XVAL
        DJJAN(IL) = ANG
        DJJT$(IL) = DT$
        DJJDE(IL) = NDEF
        DJNJ$(IL) = FUNC$
5000    CLS
        NEXT Y
        FOR I = 1 TO BL
        FOR J = 1 TO BL
        IF SIGN$(I, J) = SIGN$(J, I) GOTO 5001
        LL(I, J) = -1 * LL(I, J)
5001    NEXT: NEXT
        IF BT = 0 GOTO 5010
        FOR I = 1 TO BT
        FOR J = 1 TO BL
        IF SIGN1$(I, J) = SIGN2$(J, I) GOTO 5005
        MTL(I, J) = -1 * MTL(I, J)
        MLT(J, I) = -1 * MLT(J, I)
5005    NEXT: NEXT: CLS
5010    REM SE IMPRIMEN LAS MATRICES CC, GG, LBT, MTL, MLT, CS, RR, LL
        CLS : SCREEN 8:    VIEW (20, 2)-(620, 172), , 12
```

```
        LOCATE 5, 14: PRINT "UNA VEZ CONCLUIDO  EL  INGRESO  DE  DATOS, EL PROGRAMA  "
        LOCATE 6, 14: PRINT "COMENZARA  A  PRESENTAR  EN  PANTALLA LAS SUBMATRICES   "
        LOCATE 7, 14: PRINT "CORRESPONDIENTES A LA PARTICION TOPOLOGICA Y LA MATRIZ"
        LOCATE 8, 14: PRINT "DE INCIDENCIA"
4811    T$ = INKEY$
        IF T$ = "" THEN 4811
5100    CLS : SCREEN 8: VIEW (20, 2)-(620, 172), , 13
        LOCATE 9, 35
        PRINT "MATRIZ  CC"
        CALL IMPRM(CC(), CT, CT)
12      TS$ = INKEY$
        IF TS$ = "" THEN 12
        CLS
        LOCATE 9, 35
        PRINT "MATRIZ  GG"
        CALL IMPRM(GG(), GT, GT)
13      TS$ = INKEY$
        IF TS$ = "" THEN 13: IF BT = 0 THEN 1627
        CLS
        LOCATE 9, 35
        PRINT "MATRIZ LBT"
        CALL IMPRM(LBT(), BT, BT)
14      TS$ = INKEY$
        IF TS$ = "" THEN 14
        CLS
        LOCATE 9, 35
        PRINT "MATRIZ MTL"
        CALL IMPRM(MTL(), BT, BL)
15      TS$ = INKEY$
        IF TS$ = "" THEN 15
        CLS
        LOCATE 9, 35
        PRINT "MATRIZ MLT"
        CALL IMPRM(MLT(), BL, BT)
16      TS$ = INKEY$
        IF TS$ = "" THEN 16
1627    IF CL = 0 THEN 1629
        CLS
        LOCATE 9, 35
        PRINT "MATRIZ  CS"
        CALL IMPRM(CS(), CL, CL)
17      TS$ = INKEY$
        IF TS$ = "" THEN 17
        CLS
1629    LOCATE 9, 35
        PRINT "MATRIZ  RR"
        CALL IMPRM(RR(), RL, RL)
18      TS$ = INKEY$
        IF TS$ = "" THEN 18
        CLS
        LOCATE 9, 35
        PRINT "MATRIZ  LL"
        CALL IMPRM(LL(), BL, BL)
```

```
19      TS$ = INKEY$
        IF TS$ = "" THEN 19
        CLS
        LOCATE 6, 19
        PRINT "        MATRIZ DE INCIDENCIA "
        PRINT ""
        LOCATE 8, 23
        n = 8
        FOR I = 1 TO NUD
        n = n + 2
        LOCATE n, 23
        FOR J = 1 TO IBR
        PRINT A(I, J);
        NEXT J
        PRINT
        NEXT
21      TS$ = INKEY$
        IF TS$ = "" THEN 21
        CLS :  SCREEN 8: VIEW (20, 2)-(620, 172), , 14
        LOCATE 5, 14: PRINT "A CONTINUACION EL PROGRAMA COMENZARA A PRESENTAR  EN  "
        LOCATE 6, 14: PRINT "PANTALLA RESULTADOS PARCIALES. ES DECIR LA MATRIZ DE "
        LOCATE 7, 14: PRINT "ARREGLOS DE CORTE FUNDAMENTALES Y LAS SUBMATRICES DE "
        LOCATE 8, 14: PRINT "LA ECUACION DE ESTADO"
23      TS$ = INKEY$
        IF TS$ = "" THEN 23
        CLS
```

2.1 5. CALCULO DE LA MATRIZ DE ARREGLOS DE CORTE FUNDAMENTALES A PARTIR DE LA MATRIZ DE INCIDENCIA.

Cuando se ha concluido con el ingreso total de la información requerida por el programa, éste permite visualizar en pantalla y de acuerdo al tipo de red que se esté estudiando en ese momento, todas y cada una de las matrices en las cuales se encuentran los datos. Esto es, las matrices CC, GG, LBT MTL, MLT, CS, RR, LL mas la matriz de Incidencia. En función de ésta última, el programa calcula la matriz de arreglos de corte fundamentales.

```
FOR I = 1 TO NUD
FOR J = 1 TO NUD
AT(I, J) = A(I, J)
NEXT: NEXT
FOR I = 1 TO NUD
K = 0
FOR J = NT TO IBR
K = K + 1: A1(I, K) = A(I, J)
```

```
NEXT: NEXT
CALL INVAT(AT(), X(), NUD)
K = IBR - NUD
FOR I = 1 TO NUD
Q(I, I) = 1
FOR J = 1 TO K
m = J + NUD
FOR L = 1 TO NUD
Q(I, m) = Q(I, m) + X(I, L) * A1(L, J)
NEXT: NEXT: NEXT
FOR I = 1 TO 20
FOR J = 1 TO 20
A1(I, J) = 0
NEXT: NEXT
FOR I = 1 TO NUD
K = 0
FOR J = NT TO IBR
K = K + 1
A1(I, K) = Q(I, J)
NEXT: NEXT
CLS
LOCATE 6, 16
PRINT "MATRIZ DE ARREGLOS DE CORTE FUNDAMENTALES QF "
PRINT ""
LOCATE 8, 23
n = 8
FOR I = 1 TO NUD
n = n + 2
LOCATE n, 23
FOR J = 1 TO IBR
PRINT Q(I, J);
NEXT: PRINT : NEXT
22      TS$ = INKEY$
IF TS$ = "" THEN 22
```

2.1.6 PARTICION DE LA SUBMATRIZ FUNDAMENTAL DE LA MATRIZ DE ARREGLOS DE CORTE FUNDAMENTALES

La matriz de Arreglos de corte se particiona en las submatrices Fvs, Fvr, Fvl, Fvi, Fcs, Fcr, Fcl, Fci, Fgr, Fgl, Fgi Fℓl, Fℓi, de acuerdo al análisis teórico efectuado en el capítulo 1 en la parte correspondiente a caracterización de redes propias y generales.

```
FOR I = 1 TO VT
IF CL = 0 THEN 6010
FOR J = 1 TO CL
Fvs(I, J) = A1(I, J)
NEXT
```

```
6000    FOR J = 1 TO RL
        NC = J + CL
        Fvr(I, J) = Al(I, NC)
        NEXT
        FOR J = 1 TO BL
        NC = J + CL + RL
        Fvl(I, J) = Al(I, NC)
        NEXT
        FOR J = 1 TO IL
        NC = J + CL + RL + BL
        Fvi(I, J) = Al(I, NC)
        NEXT
        NEXT
        NK = VT + 1
        NL = VT + CT
        K = 0
        FOR I = NK TO NL
        K = K + 1
        IF CL = 0 THEN GOTO 6020
        FOR J = 1 TO CL
        Fcs(K, J) = Al(I, J)
        NEXT
6020    FOR J = 1 TO RL
        NC = J + CL
        Fcr(K, J) = Al(I, NC)
        NEXT
        FOR J = 1 TO BL
        NC = J + CL + RL
        Fcl(K, J) = Al(I, NC)
        NEXT
        FOR J = 1 TO IL
        NC = J + CL + RL + BL
        Fci(K, J) = Al(I, NC)
        NEXT: NEXT
        NK = VT + CT + 1
        NL = VT + CT + GT
        K = 0
        FOR I = NK TO NL
        K = K + 1
        FOR J = 1 TO RL
        NC = J + CL
        Fgr(K, J) = Al(I, NC)
        NEXT
        FOR J = 1 TO BL
        NC = J + CL + RL
        Fgl(K, J) = Al(I, NC)
        NEXT
        FOR J = 1 TO IL
        NC = J + CL + RL + BL
        Fgi(K, J) = Al(I, NC)
        NEXT: NEXT
        IF BT = 0 THEN 6030
        NK = VT + CT + GT + 1
```

```
NL = VT + CT + GT + BT
K = 0
FOR I = NK TO NL
K = K + 1
FOR J = 1 TO BL
NC = J + CL + RL
FTL(K, J) = A1(I, NC)
NEXT
FOR J = 1 TO IL
NC = J + CL + RL + BL
FTI(K, J) = A1(I, NC)
NEXT: NEXT
```

2.1.7 CALCULO DE LAS SUBMATRICES DE LA ECUACION DE ESTADO Y OTRAS AUXILIARES.

Las submatrices de la ecuación de estado, Hcc, Hcl, Hll, Hcv Hlv, Hci, Hli, Hlc y que se obtienen en el siguiente segmento de programa, basan su desarrollo analítico desde su defini - ción misma, dada por las ecuaciones numeradas como 1.3.1.34- hasta 1.3.1.41 del capítulo anterior.

```
6030    n = 1
        CALL INVERT(RR(), RRIN(), RL, n)
        n = n + 1
        CALL INVERT(GG(), GGIN(), GT, n)
        n = n + 1
        CALL INVERT(CC(), CCIN(), CT, n)
        n = n + 1
        CALL INVERT(LL(), LLIN(), BL, n)
        CALL TRANP(Fgr(), FGRT(), GT, RL)
        CALL TRANP(Fcr(), FCRT(), CT, RL)
        CALL TRANP(Fgl(), FGLT(), GT, BL)
        CALL TRANP(Fvr(), FVRT(), VT, RL)
        CALL TRANP(Fvl(), FVLT(), VT, BL)
        CALL TRANP(Fcl(), FCLT(), CT, BL)
        CALL TRANP(Fcs(), FCST(), CT, CL)
        CALL TRANP(FTL(), FTLT(), BT, BL)
        CALL TRANP(Fvs(), FVST(), VT, CL)
        CALL PRODC(Fgr(), RRIN(), GIN(), GT, RL, RL)
        CALL PRODC(GIN(), FGRT(), GIN(), GT, RL, GT)
        CALL ADDTN(GG(), GIN(), GIN(), GT, GT)
        n = n + 1
        CALL INVERT(GIN(), GIN(), GT, n)
        CALL PRODC(FGRT(), GGIN(), RIN(), RL, GT, GT)
        CALL PRODC(RIN(), Fgr(), RIN(), RL, GT, RL)
        CALL ADDTN(RR(), RIN(), RIN(), RL, RL)
        n = n + 1
```

```
        CALL INVERT(RIN(), RIN(), RL, n)
        CALL PRODC(Fcr(), RIN(), Hcc(), CT, RL, RL)
        CALL PRODC(Hcc(), FCRT(), Hcc(), CT, RL, CT)
        CALL PRODC(NEG(), Hcc(), Hcc(), CT, CT, CT)
        CLS
        LOCATE 6, 35
        PRINT "MATRIZ HCC"
        CALL IMPRM(Hcc(), CT, CT)
33      IT$ = INKEY$
        IF IT$ = "" THEN 33
        CALL PRODC(Fcr(), RIN(), Hcl(), CT, RL, RL)
        CALL PRODC(Hcl(), FGRT(), Hcl(), CT, RL, GT)
        CALL PRODC(Hcl(), GGIN(), Hcl(), CT, GT, GT)
        CALL PRODC(Hcl(), Fgl(), Hcl(), CT, GT, BL)
        CALL PRODC(NEG(), Fcl(), Fcl(), CT, CT, BL)
        CALL ADDTN(Fcl(), Hcl(), Hcl(), CT, BL)
        CLS
        LOCATE 6, 35
        PRINT "MATRIZ HCL"
        CALL IMPRM(Hcl(), CT, BL)
44      IT$ = INKEY$
        IF IT$ = "" THEN 44
        CALL PRODC(FGLT(), GIN(), Hll(), BL, GT, GT)
        CALL PRODC(Hll(), Fgl(), Hll(), BL, GT, BL)
        CALL PRODC(NEG(), Hll(), Hll(), BL, BL, BL)
        CLS
        LOCATE 6, 35
        PRINT "MATRIZ HLL"
        CALL IMPRM(Hll(), BL, BL)
55      IT$ = INKEY$
        IF IT$ = "" THEN 55
        CALL PRODC(Fcr(), RIN(), Hcv(), CT, RL, RL)
        CALL PRODC(Hcv(), FVRT(), Hcv(), CT, RL, VT)
        CALL PRODC(NEG(), Hcv(), Hcv(), CT, CT, VT)
        CLS : LOCATE 6, 35
        PRINT " MATRIZ HCV"
        CALL IMPRM(Hcv(), CT, VT)
66      IT$ = INKEY$
        IF IT$ = "" THEN 66
        CALL PRODC(FGLT(), GIN(), Hlv(), BL, GT, GT)
        CALL PRODC(Hlv(), Fgr(), Hlv(), BL, GT, RL)
        CALL PRODC(Hlv(), RRIN(), Hlv(), BL, RL, RL)
        CALL PRODC(Hlv(), FVRT(), Hlv(), BL, RL, VT)
        CALL PRODC(NEG(), Hlv(), Hlv(), BL, BL, VT)
        CALL ADDTN(FVLT(), Hlv(), Hlv(), BL, VT)
        CLS : LOCATE 6, 35: PRINT "MATRIZ HLV"
        CALL IMPRM(Hlv(), BL, VT)
88      IT$ = INKEY$
        IF IT$ = "" THEN 88
        CALL PRODC(Fcr(), RIN(), Hci(), CT, RL, RL)
        CALL PRODC(Hci(), FGRT(), Hci(), CT, RL, GT)
        CALL PRODC(Hci(), GGIN(), Hci(), CT, RL, GT)
        CALL PRODC(Hci(), Fgi(), Hci(), CT, GT, IL)
```

```
        CALL PRODC(NEG(), Fci(), Fci(), CT, CT, IL)
        CALL ADDTN(Fci(), Hci(), Hci(), CT, IL)
        CLS : LOCATE 6, 35: PRINT "MATRIZ HCI"
        CALL IMPRM(Hci(), CT, IL)
89      IT$ = INKEY$
        IF IT$ = "" THEN 89
        CALL PRODC(FGLT(), GIN(), Hli(), BL, GT, GT)
        CALL PRODC(Hli(), Fgi(), Hli(), BL, GT, IL)
        CALL PRODC(NEG(), Hli(), Hli(), BL, BL, IL)
        CLS : LOCATE 6, 35: PRINT "MATRIZ HLI"
        CALL IMPRM(Hli(), BL, IL)
91      IT$ = INKEY$
        IF IT$ = "" THEN 91
        CALL PRODC(FGLT(), GIN(), Hlc(), BL, GT, GT)
        CALL PRODC(Hlc(), Fgr(), Hlc(), BL, GT, RL)
        CALL PRODC(Hlc(), RRIN(), Hlc(), BL, RL, RL)
        CALL PRODC(Hlc(), FCRT(), Hlc(), BL, RL, CT)
        CALL PRODC(NEG(), Hlc(), Hlc(), BL, BL, CT)
        CALL ADDTN(FCLT(), Hlc(), Hlc(), BL, CT)
        CLS : LOCATE 6, 35: PRINT "MATRIZ HLC"
        CALL IMPRM(Hlc(), BL, CT)
92      IT$ = INKEY$
        IF IT$ = "" THEN 92
        CALL PRODC(Fcs(), CS(), MIN(), CT, CL, CL)
        CALL PRODC(MIN(), FCST(), MIN(), CT, CL, CT)
        CALL PRODC(MIN(), CCIN(), MIN(), CT, CT, CT)
        CALL ADDTN(ID(), MIN(), MIN(), CT, CT)
        n = n + 1
        CALL INVERT(MIN(), MIN(), CT, n)
        CALL PRODC(FTLT(), LBT(), P1(), BL, BT, BT)
        CALL PRODC(P1(), FTL(), P1(), BL, BT, BL)
        CALL PRODC(P1(), LLIN(), P1(), BL, BL, BL)
        CALL PRODC(MLT(), FTL(), P2(), BL, BT, BL)
        CALL PRODC(P2(), LLIN(), P2(), BL, BL, BL)
        CALL PRODC(NEG(), P2(), P2(), BL, BL, BL)
        CALL PRODC(FTLT(), MTL(), P3(), BL, BT, BL)
        CALL PRODC(P3(), LLIN(), P3(), BL, BL, BL)
        CALL PRODC(NEG(), P3(), P3(), BL, BL, BL)
        CALL ADDTN(P3(), P2(), PIN(), BL, BL)
        CALL ADDTN(PIN(), P1(), PIN(), BL, BL)
        CALL ADDTN(ID(), PIN(), PIN(), BL, BL)
        n = n + 1
        CALL INVERT(PIN(), PIN(), BL, n)
```

2.1.8 CALCULO Y ESCRITURA DE LAS MATRICES INVARIANTES EN EL TIEMPO A Y B DE LA ECUACION DE ESTADO.

Basándose en las submatrices de la ec. de estado y otras auxiliares, el programa construye las matrices A y B descriptivas del sistema. De esta manera, ha concluido la parte correspondiente a la topología de la red, y el siguiente conjunto de instrucciones preparan a estas matrices para el próximo paso; su evaluación numérica.

```
      CLS : SCREEN 8: VIEW (20, 2)-(620, 172), , 9
      LOCATE 4, 32: PRINT "ECUACION DE ESTADO "
      LOCATE 7, 13: PRINT "NOTACION GENERAL ................. DX = A * X(T) + B * U(T)"
      LOCATE 10, 18: PRINT "DONDE :   X(T)    =  VECTOR DE ESTADO"
      LOCATE 11, 28: PRINT "DX      =  DERIVADA DEL VECTOR DE ESTADO"
      LOCATE 12, 28: PRINT "A Y B  =  MATRICES INVARIANTES EN EL TIEMPO"
      LOCATE 13, 28: PRINT "U(T)    =  VECTOR DE ENTRADA"
      LOCATE 14, 38: PRINT "(FUENTES INDEPENDIENTES DE VOLTAJE Y"
      LOCATE 15, 38: PRINT "CORRIENTE)"
11    IT$ = INKEY$
      IF IT$ = "" THEN 11
      CLS : SCREEN 8: VIEW (20, 2)-(620, 172), , 10
      LOCATE 4, 32: PRINT "VECTOR DE ESTADO X(T)"
      KVT = VT + 1
      KCT = VT + CT
      I = 0: JX = 4
      FOR J = KVT TO KCT
      I = I + 1
      JX = JX + 2
      LOCATE JX, 13: PRINT "X"; I; " = VC "; J; "  (VOLTAGE EN EL CONDENSADOR "; J; "DE"
      LOCATE JX + 1, 13: PRINT "BRAZO DE ARBOL)"
      NEXT
      KFT = VT + CT + GT + BT + CL + RL + 1
      KGT = VT + CT + GT + BT + CL + RL + BL: JY = 11
      FOR J = KFT TO KGT
      I = I + 1: JY = JY + 2
      LOCATE JY, 13: PRINT "X"; I; " = IL "; J; "  (CORRIENTE EN LA INDUCTANCIA "; J; "DE"
      LOCATE JY + 1, 13: PRINT "ENLACE DE ARBOL)"
      NEXT
106   IT$ = INKEY$
      IF IT$ = "" THEN 106
      CLS : SCREEN 8: VIEW (20, 2)-(620, 172), , 11
      LOCATE 5, 31: PRINT "VECTOR DE ENTRADA  U(T)"
      I = 0: NS = 6
      FOR J = 1 TO VT
      I = I + 1
      NS = NS + 1
      LOCATE NS, 13: PRINT "U"; I; " = EE "; J; " (FUENTE DE VOLTAJE "; J; " DE BRAZO DE ARBOL)"
      NEXT
      KFT = VT + CT + GT + BT + CL + RL + BL + 1
      KGT = VT + CT + GT + BT + CL + RL + BL + IL: NX = 11
      FOR J = KFT TO KGT
      I = I + 1
      NX = NX + 1
      LOCATE NX, 13: PRINT "U"; I; " = JJ "; J; " (FUENTE DE CORRIENTE "; J; " DE ENLACE"
      LOCATE NX + 1, 13: PRINT "DE ARBOL)": PRINT ""
      NEXT: NT = 14
      FOR J = 1 TO VT
      I = I + 1: NT = NT + 1
      LOCATE NT, 13: PRINT "U"; I; " = DEE "; J; " (DERIVADA DE LA FUENTE DE VOLTAJE "; J; " )"
      NEXT
      FOR J = KFT TO KGT
      I = I + 1
```

```
        LOCATE NT + 2, 13: PRINT "U"; I; " = DJJ "; J; " (DERIVADA DE LA FUENTE DE CORRIEN
        NEXT
107     IT$ = INKEY$
        IF IT$ = "" THEN 107
        REM BORRAR LOS ARREGLOS P3, GG, CC, LL, RIN, RR, P1, P2
        FOR I = 1 TO 20
        FOR J = 1 TO 20
        P3(I, J) = 0
        GG(I, J) = 0
        CC(I, J) = 0
        LL(I, J) = 0
        RIN(I, J) = 0
        RR(I, J) = 0
        P1(I, J) = 0
        P2(I, J) = 0
        NEXT
        NEXT
        REM CALCULA ELEMENTOS DE LA MATRIZ A
        CALL PRODC(CCIN(), MIN(), P1(), CT, CT, CT)
        CALL PRODC(LLIN(), PIN(), P2(), BL, BL, BL)
        CALL PRODC(P1(), Hcc(), P3(), CT, CT, CT)
        CALL PRODC(P1(), Hcl(), GG(), CT, CT, BL)
        CALL PRODC(P2(), Hlc(), CC(), BL, BL, CT)
        CALL PRODC(P2(), Hll(), LL(), BL, BL, BL)
        REM GUARDA EN ARREGLO AINT LOS ELEMENTOS DE LA MATRIZ A
        KBT = CT + 1
        KCT = CT + BL
        FOR I = 1 TO CT
        FOR J = 1 TO CT
        AINT(J, I) = P3(J, I)
        NEXT
        FOR J = KBT TO KCT
        KDT = J - CT
        AINT(J, I) = CC(KDT, I)
        NEXT: NEXT
        FOR I = KBT TO KCT
        KET = I - CT
        FOR J = 1 TO CT
        AINT(J, I) = GG(J, KET)
        NEXT
        FOR J = KBT TO KCT
        KDT = J - CT
        AINT(J, I) = LL(KDT, KET)
        NEXT: NEXT
        CLS : SCREEN 8: VIEW (20, 2)-(620, 172), , 12
        LOCATE 3, 22
        PRINT "MATRIZ A DE LA ECUACION DE ESTADO"
        LOCATE 6, 28
        n = 5
        FOR I = 1 TO KCT
        n = n + 2
        LOCATE n, 28
        FOR J = 1 TO KCT
```

```
        PRINT AINT(I, J);
        NEXT: PRINT : NEXT
103     IT$ = INKEY$
        IF IT$ = "" THEN 103
        FOR I = 1 TO 20
        FOR J = 1 TO 20
        P3(I, J) = 0
        GG(I, J) = 0
        CC(I, J) = 0
        LL(I, J) = 0
        NEXT: NEXT
        REM CALCULA LOS ELEMENTOS DE LA MATRIZ B
        CALL PRODC(P1(), Hcv(), P3(), CT, CT, VT)
        CALL PRODC(P1(), Hci(), GG(), CT, CT, IL)
        CALL PRODC(P2(), Hlv(), CC(), BL, BL, VT)
        CALL PRODC(P2(), Hli(), LL(), BL, BL, IL)
        CALL PRODC(P1(), Fcs(), RIN(), CT, CT, CL)
        CALL PRODC(RIN(), CS(), RIN(), CT, CL, CL)
        CALL PRODC(RIN(), FVST(), RIN(), CT, CL, VT)
        CALL PRODC(NEG(), RIN(), RIN(), CT, CT, VT)
        CALL PRODC(FTLT(), LBT(), RR(), BL, BT, BT)
        CALL PRODC(NEG(), RR(), RR(), BL, BL, BT)
        CALL ADDTN(MLT(), RR(), RR(), BL, BT)
        CALL PRODC(RR(), FTI(), RR(), BL, BT, IL)
        CALL PRODC(P2(), RR(), RR(), BL, BL, IL)
        REM GUARDA EN ARREGLO BINT LOS ELEMENTOS DE LA MATRIZ B
        KBT = CT + 1
        KCT = CT + BL
        FOR I = 1 TO VT
        FOR J = 1 TO CT
        BINT(J, I) = P3(J, I)
        NEXT
        FOR J = KBT TO KCT
        KDT = J - CT
        BINT(J, I) = CC(KDT, I)
        NEXT
        NEXT
        KET = VT + 1
        KFT = VT + IL
        FOR I = KET TO KFT
        KDT = I - VT
        FOR J = 1 TO CT
        BINT(J, I) = GG(J, KDT)
        NEXT
        FOR J = KBT TO KCT
        KGT = J - CT
        BINT(J, I) = LL(KGT, KDT)
        NEXT: NEXT
        KET = VT + IL + 1
        KFT = 2 * VT + IL
        FOR I = KET TO KFT
        KDT = I - (VT + IL)
        FOR J = 1 TO CT
```

```
        BINT(J, I) = RIN(J, KDT)
        NEXT: NEXT
        KET = 2 * VT + IL + 1
        KFT = (2 * VT) + (2 * IL)
        FOR I = KET TO KFT
        KDT = I - ((2 * VT) + IL)
        FOR J = KBT TO KCT
        KGT = J - CT
        BINT(J, I) = RR(KGT, KDT)
        NEXT: NEXT
        CLS : SCREEN 8: VIEW (20, 2)-(620, 172), , 13
        LOCATE 3, 22
        PRINT "MATRIZ B DE LA ECUACION DE ESTADO ": PRINT ""
        LOCATE 5, 28
        n = 5
        FOR I = 1 TO KCT
        n = n + 2
        LOCATE n, 28
        FOR J = 1 TO KFT
        PRINT BINT(I, J);
        NEXT: PRINT : NEXT
108     IT$ = INKEY$
        IF IT$ = "" THEN 108
```

2.1.9 EVALUACION DE LA ECUACION DE ESTADO POR EL METODO DE RUNGE-KUTTA PARA UN INTERVALO DE TIEMPO DADO.

Uno de los métodos numéricos mas poderosos para la solución de un sistema de ec. diferenciales es el de Runge-Kutta de- cuarto orden. El algoritmo en el cual basa su desarrollo el siguiente segmento de programa se lo expresa en el punto 6.4 del capítulo correspondientes a Anexos.

```
        CLS :
        SCREEN 8: VIEW (20, 2)-(620, 172), , 14
        LOCATE 5, 13: PRINT "A CONTINUACION EL PROGRAMA COMENZARA A RESOLVER EL SISTEMA ": PRINT ""
        LOCATE 6, 13: PRINT "DE ECUACIONES DIFERENCIALES QUE DESCRIBEN LA RED, PARA  EL ": PRINT ""
        LOCATE 7, 13: PRINT "INTERVALO DE TIEMPO ESTABLECIDO."
1111    IT$ = INKEY$
        IF IT$ = "" THEN 1111
        CLS : SCREEN 8: VIEW (20, 2)-(620, 172), , 9
        LOCATE 5, 14: PRINT "DATOS EN PROCESO..........."
        LOCATE 8, 14: PRINT "AVISO: CUANDO EL CONTADOR LLEGUE A CERO, EL SISTEMA HABRA  "
        LOCATE 9, 14: PRINT "SIDO RESUELTO EN SU TOTALIDAD. POR FAVOR ESPERE........."
        NT = TIN
        m = 1
        TIME(m) = TIN
        FOR H1 = 1 TO KCT
        DATO(m, H1) = XEST(H1)
        NEXT
6016    H = (TFIN - NT) / 1000!
```

```
        REM CONSTRUCCION Y EVALUACION DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES
        REM POR EL METODO DE RUNGE KUTTA PARA UN INTERVALO DE TIEMPO
        FOR L1 = 1 TO KCT
        COIN(L1) = XEST(L1)
        NEXT
        NCONT = 0
        NCONT1 = 1000
        FOR LS = 1 TO 1000
        NCONT1 = NCONT1 - 1: LOCATE 15, 32: PRINT "CONTADOR:"; NCONT1
        K = 0
3       CALL ECUAC(VT, EEC(), EEAN(), EEDE(), EET$(), NFNE$(), KCT, DEEC(), DEEAN(), DEEDE(), DEET$(), DNFNE$(), IL, JJC(), JJAN(), JJD
E(), JJT$(), NFNJ$(), DJJC(), DJJAN(), DJJDE(), DJJT$(), DJNJ$(), NT, DX(), AINT(), BINT(), KFT, XEST())
        K = K + 1
        IF K = 1 THEN 3001
        IF K = 2 THEN 3002
        IF K = 3 THEN 3003
        IF K = 4 THEN 3004
3001    FOR KT = 1 TO KCT
        AI1(KT) = H * DX(KT)
        NEXT
        FOR KA = 1 TO KCT
        XEST(KA) = COIN(KA) + .5 * AI1(KA)
        NEXT
        NT = NT + .5 * H
        GOTO 3
3002    FOR KS = 1 TO KCT
        AI2(KS) = H * DX(KS)
        NEXT
        FOR IU = 1 TO KCT
        XEST(IU) = COIN(IU) + .5 * AI2(IU)
        NEXT
        GOTO 3
3003    FOR KA = 1 TO KCT
        AI3(KA) = H * DX(KA)
        NEXT
        FOR IT = 1 TO KCT
        XEST(IT) = COIN(IT) + AI3(IT)
        NEXT: NT = NT + .5 * H
        GOTO 3
3004    FOR K2 = 1 TO KCT
        AI4(K2) = H * DX(K2)
        NEXT
        FOR K5 = 1 TO KCT
        COIN(K5) = COIN(K5) + (AI1(K5) + 2! * AI2(K5) + 2! * AI3(K5) + AI4(K5)) / 6!
        NEXT
        FOR KT = 1 TO KCT
        XEST(KT) = COIN(KT): NEXT
        NCONT = NCONT + 1
        IF NCONT = 10 THEN 5601
        GOTO 5602
5601    m = m + 1: TIME(m) = NT: TIME1(m) = NT
        FOR JK = 1 TO KCT
        DATO(m, JK) = XEST(JK): DATO1(m, JK) = XEST(JK)
        NEXT
```

```
        NCONT = 0
5602    NEXT LS
2222    IT$ = INKEY$
        IF IT$ = "" THEN 2222
        CLS : CLS
```

2.1.10 IMPRESION DE TABLAS DE RESULTADOS Y GRAFIZACION DE LAS VARIABLES DE ESTADO.

El último segmento de programa permite visualizar los valores de respuesta para cada variable de estado y grafica asi mismo para el intervalo de tiempo escogido y a una escala conveniente los puntos que solucionan el sistema de ecuaciones representativas de la red.

```
        SCREEN 8: VIEW (20, 2)-(620, 172), , 10
        LOCATE 5, 32: PRINT "SISTEMA RESUELTO "
        LOCATE 8, 13: PRINT "PARA UN TIEMPO DE:       EL VALOR DE LA VARIABLE DE ESTADO ES:"
        FOR I = 1 TO 101
        FOR J = 1 TO KCT: LOCATE 12, 23
        PRINT USING "###.###"; TIME(I): LOCATE 12, 38: PRINT "X"; J: LOCATE 12, 42: PRINT "=": LOCATE 12, 43: PRINT USING "###.###
TO(I, J)
1456    IT$ = INKEY$
        IF IT$ = "" THEN 1456
        LOCATE 12, 12: PRINT "
        NEXT:  NEXT
12500   CLS
        SCREEN 8
        VIEW (20, 2)-(620, 172), , 10
        LOCATE 8, 11: PRINT "A CONTINUACION EL  PROGRAMA  PERMITE GRAFICAR  CUALQUIERA"
        LOCATE 9, 11: PRINT "DE LAS VARIABLES DE ESTADO. "
        LOCATE 11, 11: PRINT "POR FAVOR,  INGRESE EN VALORES ABSOLUTOS  UNITARIOS,  LOS "
        LOCATE 12, 11: PRINT "PUNTOS EXTREMOS DEL EJE  VERTICAL."
        LOCATE 14, 11: INPUT "PUNTO SUPERIOR    : "; PSG
        LOCATE 16, 11: INPUT "PUNTO INFERIOR    : "; PIG
        CLS : VIEW (20, 2)-(620, 172), , 11
7645    CLS : LOCATE 8, 11: PRINT "POR FAVOR INGRESE EL NUMERO DE LA VARIABLE DE ESTADO QUE"
        LOCATE 9, 11: INPUT "DESEA VISUALIZAR EN LA PANTALLA : "; NVEG
        CLS : SCREEN 8: VIEW (20, 2)-(620, 172), 5, 9
        LOCATE 2, 20: PRINT "GRAFICO DE LA VARIABLE DE ESTADO NO.  "; NVEG
        LOCATE 2, 4: PRINT PSG: LOCATE 21, 4: PRINT "-"; PIG
        LOCATE 12, 73: PRINT TFIN; "sg"
        LOCATE 12, 3: PRINT TIN; "sg"
        WINDOW (0, -PIG)-(101, PSG)
        STYLE% = &HFF00
        LINE (101, 0)-(0, 0), , , STYLE%
        FOR X = 0 TO 101
        Y = DATO(X, NVEG)
        LINE -(X, Y)
        NEXT X
7666    IT$ = INKEY$
        IF IT$ = "" THEN 7666
```

```
        CLS : SCREEN 8: VIEW (20, 2)-(620, 172), , 13
        LOCATE 8, 13: PRINT "SI UD. DESEA MODIFICAR LA ESCALA DEL GRAFICO INGRESE "
        LOCATE 9, 13: PRINT "NO EN LA SIGUIENTE OPCION :"
        LOCATE 11, 13: INPUT "DESEA GRAFICAR OTRA VARIABLE DE ESTADO   (SI-NO)    : "; Si$
        IF Si$ = "SI" THEN 7645
        LOCATE 13, 13: INPUT "DESEA MODIFICAR LA ESCALA DEL EJE VERTICAL  (SI-NO) : "; SI1$
        IF SI1$ = "SI" THEN 12500
        CLS : SCREEN 8: VIEW (20, 2)-(620, 172), , 14
        LOCATE 10, 20: PRINT "F I N   D E   L A   P R I M E R A   P A R T E "
80      END
```

CAPITULO TERCERO

3.1 DESCRIPCION DEL PROGRAMA COMPLEMENTARIO. CASO VARIABLE EN EL TIEMPO.-

En este capìtulo se presenta el desarrollo del programa complementario, es decir la parte correspondiente a redes variables en el tiempo y redes no lineales.

En lo que tiene que ver con el primer tipo, el programa permite resolver las matrices A y B variantes en el tiempo y que contienen a su vez tanto elementos invariantes como variantes que les dan justamente esa característica.

En ese sentido, el programa construirà las 2 matrices, almacenando en memoria el tipo de funciòn correspondiente a cada factor que las conforma. Una vez estructurada cada una de ellas, y utilizando el algoritmo de Runge-Kutta de cuarto orden serà posible resolver el sistema de ecuaciones diferenciales variantes en el tiempo y que de manera implìcita, se encuentran constituidas al interior del sistema:

$$\dot{X}(t) = A(t)\,X(t) + B(t)\,U(t)$$

Cabe destacar que en el programa complementario, la parte correspondiente a topologìa de redes es tratada en forma analìtica tanto en el punto 4.2.1 como en el punto 4.3 para redes variables en el tiempo y no lineales respectivamente.

En cambio, los puntos 4.2.2 y 4.5 permiten resolver mediante un programa digital el sistema, una vez establecida su topologìa.

La ùltima parte de este trabajo està encaminado a la resoluciòn de redes no lineales. Como es conocido, la forma normal puede no existir para algunas redes de este tipo, dependiendo primeramente esta condiciòn de la naturaleza de los elementos de la red.

Por lo tanto, antes que tratar de representar una red no lineal, mediante la forma clàsica de las ecuaciones de estado ($\dot{X} = AX + BU$), es conveniente formar un sistema de ecuaciones no lineales $\dot{X} = f(x,u)$, que admitan soluciòn numèrica.

3.2 GENERALIZACION DEL PROGRAMA USADO EN EL CASO NO LINEAL.-

Los programas desarrollados en la parte complementaria, no solo constituyen una generalizaciòn del programa principal sino que, ademàs amplian el campo de acciòn para el tratamiento de una red cualquiera.

Tan es asi, que el programa desarrollado en la parte no lineal, permite resolver tambièn una red lineal ya sea variable en el tiempo o no.

La ùnica condiciòn que se impone es la forma como debe estar representada la red.

Màs todavìa, el programa para resolver redes variables en el tiempo permite tambièn resolver una red lineal invariante en el tiempo.

Eso si, y a diferencia del programa principal, en que la estructura de la red era establecida por el mismo programa, si deseamos resolver una red lineal e invariante en el tiempo, mediante el programa complementario, deberìamos con anterioridad formar las matrices A y B de la ecuaciòn de estado.

De esta manera, podrìamos hablar de una escala de generalidad en los programas desarrollados:
En primer lugar, se ubicarìan las redes no lineales, en segundo lugar, las redes variantes en el tiempo y en tercer lugar las redes lineales e invariantes.

3.2.1 MODIFICACIONES EN LA MATRIZ DE INCIDENCIA A Y EN EL VECTOR B, AL INCORPORAR VARIACIONES EN EL TIEMPO DEBIDAS A CAPACITANCIAS E INDUCTANCIAS.-

Una de las mayores virtudes en el proceso de representaciòn de redes elèctricas mediante variables de estado, constituye el hecho de poder generalizar los pasos a seguir tanto para el caso de redes invariantes en el tiempo como de redes variantes.

Es por eso que lo expuesto en la parte correspondiente a la caracterizaciòn del 1er. tipo de redes, perfectamente se ajusta al 2do. tipo, y esto rige tanto para el caso de redes propias como para el caso de redes generales.

Hay que distinguir eso si, ciertos aspectos que se deben tomar en cuenta y que se originan en el cambio de las variables de estado fundamentalmente.

Para el caso actual, las variables a escoger seràn las cargas en los capacitores y los flujos en los inductores, de manera que:

$$X(t) = \begin{bmatrix} qc \\ \emptyset l \end{bmatrix} \qquad 3.2.1.1$$

donde qc es un vector columna cuyos elementos son las cargas capacitivas de brazo de àrbol y $\emptyset l$ es un vector columna cuyos elementos son los flujos inductivos de enlaces.

En ese sentido y retomando el anàlisis para el caso invariante en el tiempo a partir del punto 1.3.1.3 de la primera parte, podemos escribir lo siguiente:

$$iv + Fvr\ ir + Fvl\ il + Fvi\ ii = 0 \qquad 3.2.1.2$$

$$ic + Fcr\ ir + Fcl\ il + Fci\ ii = 0 \qquad 3.2.1.3$$

$$ig + Fgr\ ir + Fgl\ il + Fgi\ ii = 0 \qquad 3.2.1.4$$

y

$$Vr - Fvr^T Vv - Fcr^T Vc - Fgr^T Vg = 0 \qquad 3.2.1.5$$

$$Vl - Fvl^T Vv - Fcl^T Vc - Fgl^T Vg = 0 \qquad 3.2.1.6$$

$$Vi - Fvi^T Vv - Fci^T Vc - Fgi^T Vg = 0 \qquad 3.2.1.7$$

Reemplazando ic y Vl de las ecuaciones $ic = \dot{q}c$ y $Vl = \dot{\varnothing}l$ en (3.2.1.3) y (3.2.1.6) respectivamente se tiene:

$$\dot{q}c = - Fcr\ ir - Fcl\ il - Fci\ ii \qquad 3.2.1.8$$

$$\dot{\varnothing}l = Fvl^T Vv + Fcl^T Vc + Fgl^T Vg \qquad 3.2.1.9$$

Dado que por asunciòn Ll(t) y Cc(t) son matrices no singulares

$$qc = Cc(t)\ Vc$$

y

$$\varnothing l = Ll(t)\ il$$

pueden ser escritas como:

$$Vc = Cc^{-1} qc \qquad 3.2.1.10$$

$$il = Ll^{-1} \varnothing l \qquad 3.2.1.11$$

Como se sobreentiende que los elementos de las matrices son variables en el tiempo, se suprime el argumento t de ellas.

Sustituyendo Vc e il en (3.2.1.8) y (3.2.1.9) se establece que

$$\dot{q}c = - Fcl\ Ll^{-1}\ Ol - Fcr\ ir - Fci\ ii \qquad 3.2.1.12$$

$$\emptyset l = Fcl^{T}\ Cc^{-1}\ qc + Fgl^{T}\ Vg + Fvl^{T}\ Vv \qquad 3.2.1.13$$

o equivalentemente:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}c \\ \dot{\emptyset} l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -Fcl\ Ll^{-1} \\ Fcl^{T}\ Cc^{-1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} qc \\ Ol \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -Fci \\ Fvl^{T} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Vv \\ ii \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & -Fcr \\ Fgl^{T} & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Vg \\ ir \end{bmatrix} \qquad 3.2.1.14$$

Luego de algunas manipulaciones directas similares a los pasos que involucran a las ecuaciones (1.3.1.27) hasta la (1.3.1.32) de la primera parte podemos obtener:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}c \\ \dot{\emptyset} l \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} Hcc\ Cc^{-1} & Hcl\ Ll^{-1} \\ Hlc\ Cc^{-1} & Hll\ Ll^{-1} \end{array}\right] + \begin{bmatrix} qc \\ \emptyset l \end{bmatrix} \left[\begin{array}{c|c} Hcv & Hci \\ Hlv & Hli \end{array}\right] \begin{bmatrix} Vv \\ ii \end{bmatrix}$$

3.2.1.15

La ecuaciòn (3.2.1.15) es la ecuaciòn de estado escrita en la forma normal que en una forma compacta da:

$$\dot{X}(t) = A(t)\ X(t) + B(t)\ U(t)$$

Vale la pena observar las diferencias entre las matrices A y B de la ecuaciòn de estado correspondiente a cada caso.

Caso variable en el tiempo   Caso Invariante en el tiempo

$$A(t) = \left[\begin{array}{c|c} Hcc\ Cc^{-1} & Hcl\ Ll^{-1} \\ Hlc\ Cc^{-1} & Hll\ Ll^{-1} \end{array}\right] \qquad A = \left[\begin{array}{c|c} Cc^{-1}\ \ Hcc & Cc^{-1}\ \ Hcl \\ Ll^{-1}\ \ Hlc & Ll^{-1}\ \ Hll \end{array}\right]$$

$$B(t) = \left[\begin{array}{c|c} Hcv & Hci \\ Hlv & Hli \end{array}\right] \qquad B = \left[\begin{array}{c|c} Cc^{-1}\ \ Hcv & Cc^{-1}\ \ Hci \\ Ll^{-1}\ \ Hlv & Ll^{-1}\ \ Hli \end{array}\right]$$

3.2.2 CALCULO DE LAS MATRICES DE CAPACITANCIAS, INDUCTANCIAS Y DE RESISTORES COMO ELEMENTOS VARIABLES EN EL TIEMPO.-

En este punto se desarrolla, el programa digital que permite la resoluciòn de las matrices A y B obtenidas en el literal anterior.

Dado que la estructura misma del programa, permite al usuario una fàcil comprensiòn, se ha obviado la representaciòn del mismo en diagrama de flujo.

```
        CLS
        SCREEN 8
        VIEW (20, 2)-(620, 172), , 9
        LOCATE 3, 13: PRINT " E S C U E L A   P O L I T E C N I C A   N A C I O N A L"
        LOCATE 5, 10: PRINT "F A C U L T A D   D E   I N G E N I E R I A   E L E C T R I C A"
        LOCATE 8, 26: PRINT " T E S I S   D E   G R A D O "
        LOCATE 10, 19: PRINT " J O R G E   H.  V A C A   C A S T I L L O           "
        LOCATE 13, 14: PRINT "PROGRAMAS COMPUTACIONALES DIDACTICOS PARA RESOLVER REDES "
        LOCATE 14, 14: PRINT "-------------------------------------------------------- "
        LOCATE 16, 16: PRINT "ELECTRICAS UTILIZANDO TECNICAS DE VARIABLES DE ESTADO"
        LOCATE 17, 16: PRINT "-----------------------------------------------------"
        LOCATE 19, 16: PRINT "  ( P R O G R A M A   C O M P L E M E N T A R I O )"
        PRINT ""
        PRINT ""
        DIM DATO(101, 20), DATO1(101, 20)
210     T$ = INKEY$
        IF T$ = "" THEN 210
        CLS : CLS
        SCREEN 8
        VIEW (20, 2)-(620, 172), , 10: CLS
377     LOCATE 4, 8: PRINT "LOS PROGRAMAS DESARROLLADOS  EN  ESTA  SEGUNDA PARTE NOS AYUDAN A"
        LOCATE 7, 8: PRINT "RESOLVER DOS TIPOS DE REDES : "
        LOCATE 11, 15: PRINT "1.   -   REDES LINEALES Y VARIANTES EN EL TIEMPO"
        LOCATE 14, 15: PRINT "2.   -   REDES NO LINEALES                        "
        LOCATE 18, 8: INPUT "POR FAVOR, INGRESE EL NO. DE OPCION CON LA CUAL VA A TRABAJAR  :  ", A
        CLS
368     IF A = 1 THEN 8000
370     IF A = 2 THEN 12000

        LOCATE 20, 14: PRINT " EL NUMERO DE OPCION ESTA INCORRECTO. POR FAVOR VUELVA"
        LOCATE 21, 14: PRINT " A INTENTAR"
376     T$ = INKEY$
        IF T$ = "" THEN 376: CLS
        GOTO 377
8000    SCREEN 8
        VIEW (20, 2)-(620, 172), , 11
        LOCATE 3, 12: PRINT "ESTA PARTE DEL PROGRAMA PERMITE RESOLVER LAS  MATRICES  DE "
        LOCATE 5, 12: PRINT "ESTADO REPRESENTATIVAS DE LA RED Y QUE CONTIENEN ELEMENTOS"
        LOCATE 7, 12: PRINT "LINEALES VARIANTES E INVARIANTES EN EL TIEMPO, TALES  COMO"
        LOCATE 9, 12: PRINT "INDUCTANCIAS, CAPACITANCIAS Y  RESISTORES."
        LOCATE 13, 12: PRINT "ADICIONALMENTE, RESUELVE EL SISTEMA DE ECUACIONES DIFEREN-"
        LOCATE 15, 12: PRINT "CIALES VARIANTES EN EL TIEMPO PARA UN INTERVALO DE TIEMPO"
        LOCATE 17, 12: PRINT "ESTABLECIDO Y PERMITE GRAFICAR A  UNA  ESCALA CONVENIENTE"
        LOCATE 19, 12: PRINT "CADA UNA DE LAS VARIABLES DE ESTADO. "
312     T$ = INKEY$
        IF T$ = "" THEN 312
        CLS
        SCREEN 8
```

```
        VIEW (20, 2)-(620, 172), , 12
        LOCATE 2, 12: PRINT "EL TIPO DE FUNCION ADMITIDA  POR  EL  PROGRAMA PUEDE  SER  : "
        LOCATE 4, 12: PRINT "     1.  TRIGONOMETRICA (SIN , COS , EXP )"
        LOCATE 5, 12: PRINT "     2.  POLINOMIAL "
        FLOCATE 7, 13: PRINT "CADA UNA DE ESTAS FUNCIONES  DEBE  SER  INGRESADA EN EL SI- "
        LOCATE 8, 13: PRINT "GUIENTE FORMATO. "
        LOCATE 10, 13: PRINT "    1.  A SIN (Wt ) + &      "
        LOCATE 12, 13: PRINT "        A COS (Wt ) + &      "
        LOCATE 13, 13: PRINT "             ( Wt + & )      "
        LOCATE 14, 13: PRINT "        A  e                 "
        LOCATE 16, 13: PRINT "             n          n-1          n-2     "
        LOCATE 17, 13: PRINT "    2.  an t +  an-1 t   +  an-2 t  + ......."
        LOCATE 19, 13: PRINT "EL VOLUMEN DE DATOS QUE SE PUEDE MANEJAR, ESTA  UNICAMENTE"
        LOCATE 20, 13: PRINT "LIMITADO  POR  LOS REQUERIMIENTOS  INTERNOS DEL  SISTEMA Y"
        LOCATE 21, 13: PRINT "DE LA MAQUINA."
249     T$ = INKEY$
        IF T$ = "" THEN 249
        CLS
```

```
SCREEN 8
VIEW (20, 2)-(620, 172), , 13
LOCATE 7, 20: PRINT " REDES LINEALES Y VARIANTES EN EL TIEMPO "
LOCATE 8, 20: PRINT "----------------------------------------"
LOCATE 11, 20: PRINT "POR FAVOR,INGRESE LOS SIGUIENTES VALORES    :"
LOCATE 13, 20: INPUT "TIEMPO INICIAL PARA MUESTREO  (SEGUNDOS)    :  "; TIN
LOCATE 14, 20: INPUT "TIEMPO FINAL PARA MUESTREO                  :  "; TFIN
LOCATE 15, 20: INPUT "NUMERO DE FILAS DE LA MATRIZ DE ESTADO A    :  "; NFA
LOCATE 16, 20: INPUT "NUMERO DE COLUMNAS DE LA MATRIZ DE ESTADO A :  "; NCA
LOCATE 17, 20: INPUT "NUMERO DE FILAS DE LA MATRIZ DE ESTADO B    :  "; NFB
LOCATE 18, 20: INPUT "NUMERO DE COLUMNAS DE LA MATRIZ DE ESTADO B :  "; NCB
DIM AV(NFA, NCA), BV(NFB, NCB), UV(NCB), NA(NFA, NCA), DA(NFA, NCA), NB(NFB, NCB), DB(NFB, NCB
DIM TIME(101), DX(20), TIME1(101)
CLS : XX = NFA * NCA: YY = NFB * NCB
FOR IY = 1 TO NFA
FOR YI = 1 TO NCA
AV(IY, YI) = 0: NA(IY, YI) = 1
NEXT: NEXT
FOR IU = 1 TO NFB
FOR UI = 1 TO NCB
BV(IU, UI) = 0: NB(IU, UI) = 1
NEXT: NEXT
FOR TE = 1 TO NFB
UV(TE) = 0: NEXT
SCREEN 8
VIEW (20, 2)-(620, 172), , 14
LOCATE 5, 12: INPUT "INGRESE EL NUMERO TOTAL DE FACTORES DE NUMERADORES DE A   : "; NTFNA
LOCATE 7, 12: INPUT "INGRESE EL NUMERO TOTAL DE FACTORES DE DENOMINADORES DE A : "; NTFDA
DIM VPOLN(NTFNA), VPOLD(NTFDA), VNFNA(XX), VNFDA(XX)
KJ = 1: JK = 1: K = 0: K1 = 0
FOR I = 1 TO NFA
FOR J = 1 TO NCA
LOCATE 10, 12: PRINT "INGRESE EL NUMERO DE FACTORES DEL NUMERADOR DE  A ("; I; ","; J; ")   "
LOCATE 12, 12: INPUT ": "; NFNA
VNFNA(KJ) = NFNA
IF NFNA = 0 THEN NA(I, J) = 0
IF NFNA = 0 THEN 853
LOCATE 14, 12: PRINT "INGRESE EL NUMERO DE FACTORES DEL DENOMINADOR DE A("; I; ","; J; ")  "
LOCATE 15, 12: INPUT ": "; NFDA: SCREEN 8: CLS : VIEW (20, 2)-(620, 172), , 13
VNFDA(JK) = NFDA
321     CLS
FOR U = 1 TO NFNA
K = K + 1
303     LOCATE 5, 12: PRINT "PARA  EL  FACTOR  "; U; "  DEL  NUMERADOR  DE  A ("; I; ","; J; "),"
LOCATE 6, 12: PRINT "INGRESE LOS NUMEROS  1 O 2  DEPENDIENDO  SI SE TRATA DE "
LOCATE 7, 12: INPUT "UNA FUNCION POLINOMIAL O TRIGONOMETRICA RESPECTIVAMENTE  : "; TFFN
IF TFFN = 1 THEN 30
IF TFFN = 2 THEN 801
LOCATE 5, 12: CLS
GOTO 303
30      LOCATE 11, 12: INPUT "INGRESE EL GRADO DEL POLINOMIO                              : "; GPFN
POLN = 0
32      LOCATE 14, 12: PRINT "INGRESE EL VALOR DEL COEFICIENTE DE GRADO  "; GPFN
```

```
        LOCATE 14, 69: INPUT ": "; VCNA
        POLN = VCNA * (T ^ GPFN) + POLN
        GPFN = GPFN - 1: LOCATE 14, 69: PRINT "          "
        IF GPFN > -1 THEN 32: GOTO 802
801     LOCATE 10, 12: INPUT "INGRESE EL VALOR DE LA AMPLITUD DE LA FUNCION : "; AFN
361     LOCATE 11, 12: INPUT "INGRESE  EL  TIPO  DE  FUNCION                 : "; FTNF$
        LOCATE 12, 12: INPUT "INGRESE  EL  VALOR   DEL  ANGULO               : "; AGFN
        LOCATE 13, 12: INPUT "INGRESE EL VALOR DEL DESFAZAMIENTO             : "; DFN
        IF FTNF$ = "SIN" THEN 307
        IF FTNF$ = "COS" THEN 371
        IF FTNF$ = "EXP" THEN 372
        LOCATE 16, 12: PRINT "EL TIPO DE FUNCION INGRESADA NO ES ACEPTADA. POR FAVOR"
        LOCATE 17, 12: PRINT "VUELVA A INTENTAR": GOTO 361
307     POLN = AFN * (SIN(AGFN * T)) + DFN: GOTO 802
371     POLN = AFN * (COS(AGFN * T)) + DFN: GOTO 802
372     POLN = AFN * (EXP((AGFN * T) + DFN)): GOTO 802
802     VPOLN(K) = POLN
        CLS
        NEXT
        FOR U1 = 1 TO NFDA: K1 = K1 + 1
899     LOCATE 5, 12: PRINT "PARA  EL  FACTOR "; U1; "DEL  DENOMINADOR  DE A  ("; I; ","; J; "),"
        LOCATE 6, 12: PRINT "INGRESE  LOS NUMEROS 1  O  2 DEPENDIENDO SI SE TRATA DE"
        LOCATE 7, 12: INPUT "UNA FUNCION POLINOMIAL O TRIGONOMETRICA RESPECTIVAMENTE : "; TFFD
        IF TFFD = 1 THEN 350
        IF TFFD = 2 THEN 450
        LOCATE 5, 12: CLS
        GOTO 899
350     LOCATE 11, 12: INPUT "INGRESE EL GRADO DEL POLINOMIO                              : "; GPFD
        POLD = 0
352     LOCATE 14, 12: PRINT "INGRESE EL VALOR DEL COEFICIENTE DE GRADO"; GPFD
        LOCATE 14, 68: INPUT ": "; VCDA
        POLD = VCDA * (T ^ GPFD) + POLD
        GPFD = GPFD - 1: LOCATE 14, 68: PRINT "          "
        IF GPFD > -1 THEN 352: GOTO 852
450     LOCATE 11, 12: INPUT "INGRESE EL VALOR DE LA AMPLITUD DE LA FUNCION :  "; AFD
805     LOCATE 12, 12: INPUT "INGRESE EL TIPO DE FUNCION                    :  "; FTDN$
        LOCATE 13, 12: INPUT "INGRESE EL VALOR DEL ANGULO                   :  "; AGFD
        LOCATE 14, 12: INPUT "INGRESE EL VALOR DEL DESFAZAMIENTO            :  "; DFD
        IF FTDN$ = "SIN" THEN 851
        IF FTDN$ = "COS" THEN 892
        IF FTDN$ = "EXP" THEN 893
        LOCATE 16, 12: PRINT "EL TIPO DE FUNCION INGRESADA NO ES ACEPTADA. POR FAVOR"
        LOCATE 17, 12: PRINT "VUELVA A INTENTAR": GOTO 805
851     POLD = AFD * (SIN(AGFD * T)) + DFD: GOTO 852
892     POLD = AFD * (COS(AGFD * T)) + DFD: GOTO 852
893     POLD = AFD * (EXP((AGFD * T) + DFD)): GOTO 852
852     VPOLD(K1) = POLD: CLS : NEXT
853     KJ = KJ + 1: JK = JK + 1: CLS : NEXT: NEXT
        F0 = 1
        F1 = 0
        IX = 1
        LY = 0
        FOR J = 1 TO XX
```

```
        FMFN = VNFNA(J)
        F1 = F1 + FMFN
        PFNA = 1
        FOR KS = F0 TO F1
        PFNA = VPOLN(KS) * PFNA
        NEXT KS
        LY = LY + 1
        IF IX < NFA OR IX = NFA THEN 5551
        GOTO 7565
5551    IF LY < NCA OR LY = NCA THEN 5552
        LY = 1
        IX = IX + 1
5552    IF NA(IX, LY) = 0 THEN 5599
        NA(IX, LY) = PFNA
5599    F0 = F1 + 1
        NEXT J
7565    F5 = 1
        F6 = 0
        I1 = 1
        L2 = 0
        FOR JR = 1 TO XX
        FMFD = VNFDA(JR)
        F6 = F6 + FMFD
        PFDA = 1
        FOR KR = F5 TO F6
        PFDA = VPOLD(KR) * PFDA
        NEXT KR
        L2 = L2 + 1
        IF I1 < NFA OR I1 = NFA THEN 5561
        GOTO 7575
5561    IF L2 < NCA OR L2 = NCA THEN 5562
        L2 = 1
        I1 = I1 + 1
5562    DA(I1, L2) = PFDA
        F5 = F6 + 1
        NEXT JR
7575    FOR I7 = 1 TO NFA
        FOR I8 = 1 TO NCA
        AV(I7, I8) = NA(I7, I8) / DA(I7, I8)
        NEXT I8: NEXT I7
        CLS
        SCREEN 8
        VIEW (20, 2)-(620, 172), , 9
        LOCATE 5, 12: INPUT "INGRESE EL NUMERO TOTAL DE FACTORES  DE NUMERADORES DE  B  : "; NTFNB
        LOCATE 7, 12: INPUT "INGRESE EL NUMERO TOTAL DE FACTORES DE DENOMINADORES DE B  : "; NTFDB
        DIM VPOLNB(NTFNB), VPOLDB(NTFDB), VNFNB(YY), VNFDB(YY)
        KJB = 1: JKB = 1: KB = 0: K1B = 0
        FOR IB = 1 TO NFB
        FOR JB = 1 TO NCB
        LOCATE 10, 12: PRINT "INGRESE EL NUMERO DE FACTORES DEL NUMERADOR DE B ("; IB; ","; JB; ")"
        LOCATE 12, 12: INPUT ": "; NFNB
        VNFNB(KJB) = NFNB
        IF NFNB = 0 THEN NB(IB, JB) = 0
```

```
        IF NFNB = 0 THEN 2853
        LOCATE 14, 12: PRINT "INGRESE EL NUMERO DE FACTORES DEL DENOMINADOR DE B("; IB; ","; JB; ")"
        LOCATE 15, 12: INPUT ": "; NFDB: SCREEN 8: CLS : VIEW (20, 2)-(620, 172), , 14
        VNFDB(JKB) = NFDB
2321    CLS
        FOR UB = 1 TO NFNB
        KB = KB + 1
2303    LOCATE 5, 12: PRINT "PARA  EL   FACTOR  "; UB; "  DEL  NUMERADOR  DE   B("; IB; ","; JB; "),"
        LOCATE 6, 12: PRINT "INGRESE LOS NUMEROS 1  O  2  DEPENDIENDO SI SE TRATA  DE "
        LOCATE 7, 12: INPUT "UNA FUNCION POLINOMIAL O TRIGONOMETRICA  RESPECTIVAMENTE  : "; TFFNB
        IF TFFNB = 1 THEN 230
        IF TFFNB = 2 THEN 2801
        LOCATE 5, 12: CLS
        GOTO 2303
230     LOCATE 11, 12: INPUT "INGRESE EL GRADO DEL POLINOMIO                              : "; GPFNB
        POLNB = 0
232     LOCATE 14, 12: PRINT "INGRESE EL VALOR DEL COEFICIENTE DE GRADO "; GPFNB
        LOCATE 14, 70: INPUT ": "; VCNB
        POLNB = VCNB * (T ^ GPFNB) + POLNB
        GPFNB = GPFNB - 1: LOCATE 14, 69: PRINT "          "
        IF GPFNB > -1 THEN 232: GOTO 2802
2801    LOCATE 10, 12: INPUT "INGRESE EL VALOR DE LA AMPLITUD DE LA FUNCION : "; AFNB
2361    LOCATE 11, 12: INPUT "INGRESE EL TIPO DE FUNCION                  : "; FTNFB$
        LOCATE 12, 12:      INPUT "INGRESE EL VALOR DEL ANGULO                  : "; AGFNB
        LOCATE 13, 12:      INPUT "INGRESE EL VALOR DEL DESFAZAMIENTO           : "; DFNB
        IF FTNFB$ = "SIN" THEN 2307
        IF FTNFB$ = "COS" THEN 2371
        IF FTNFB$ = "EXP" THEN 2372
        LOCATE 16, 12: PRINT " EL TIPO DE FUNCION INGRESADA NO ES ACEPTADA. POR FAVOR"
        LOCATE 17, 12: PRINT "VUELVA A INTENTAR": CLS : GOTO 2361
2307    POLNB = AFNB * (SIN(AGFNB * T)) + DFNB: GOTO 2802
2371    POLNB = AFNB * (COS(AGFNB * T)) + DFNB: GOTO 2802
2372    POLNB = AFNB * (EXP((AGFNB * T) + DFNB)): GOTO 2802
2802    VPOLNB(KB) = POLNB
        CLS
        NEXT
        FOR U1B = 1 TO NFDB
        K1B = K1B + 1
2899    LOCATE 5, 12: PRINT "PARA  EL  FACTOR  "; U1B; "  DEL  DENOMINADOR DE  B("; IB; ","; JB; "),"
        LOCATE 6, 12: PRINT "INGRESE LOS NUMEROS 1  O  2, DEPENDIENDO SI SE TRATA DE "
        LOCATE 7, 12: INPUT "UNA FUNCION POLINOMIAL O TRIGONOMETRICA RESPECTIVAMENTE : "; TFFDB
        IF TFFDB = 1 THEN 2350
        IF TFFDB = 2 THEN 2450
        LOCATE 5, 12: CLS
        GOTO 2899
2350    LOCATE 11, 12: INPUT "INGRESE EL GRADO DEL POLINOMIO                              : "; GPFDB
        POLDB = 0
2352    LOCATE 14, 12: PRINT "INGRESE EL VALOR DEL COEFICIENTE DE GRADO "; GPFDB
        LOCATE 14, 68: INPUT ": "; VCDB
        POLDB = VCDB * (T ^ GPFDB) + POLDB
        GPFDB = GPFDB - 1:  LOCATE 14, 68: PRINT "      "
        IF GPFDB > -1 THEN 2352
        GOTO 2852
2450
```

```
         LOCATE 11, 12: INPUT "INGRESE EL VALOR DE LA AMPLITUD DE LA FUNCION      : "; AFDB
2805     LOCATE 12, 12: INPUT "INGRESE EL TIPO DE FUNCION                         : "; FTDNB$
         LOCATE 13, 12: INPUT "INGRESE EL VALOR DEL ANGULO                        : "; AGFDB
         LOCATE 14, 12: INPUT "INGRESE EL VALOR DEL DESFAZAMIENTO                 : "; DFDB
         IF FTDNB$ = "SIN" THEN 2851
         IF FTDNB$ = "COS" THEN 2892
         IF FTDNB$ = "EXP" THEN 2893
         LOCATE 16, 12: PRINT "EL TIPO DE FUNCION INGRESADA NO ES ACEPTADA.  POR FAVOR"
         LOCATE 17, 12: PRINT "VUELVA A INTENTAR."
         GOTO 2805
2851     POLDB = AFDB * (SIN(AGFDB * T)) + DFDB: GOTO 2852
2892     POLDB = AFDB * (COS(AGFDB * T)) + DFDB: GOTO 2852
2893     POLDB = AFDB * (EXP((AGFDB * T) + DFDB)): GOTO 2852
2852     VPOLDB(K1B) = POLDB: CLS : NEXT
2853     KJB = KJB + 1: JKB = JKB + 1: CLS : NEXT: NEXT
         F0B = 1: F1B = 0: IXB = 1: LYB = 0
         FOR JB = 1 TO YY
         FMFNB = VNFNB(JB)
         F1B = F1B + FMFNB
         PFNB = 1
         FOR KSB = F0B TO F1B
         PFNB = VPOLNB(KSB) * PFNB
         NEXT KSB
         LYB = LYB + 1
         IF IXB < NFB OR IXB = NFB THEN 2551
         GOTO 2565
2551     IF LYB < NCB OR LYB = NCB THEN 2552
         LYB = 1
         IXB = IXB + 1
2552     IF NB(IXB, LYB) = 0 THEN 2599
         NB(IXB, LYB) = PFNB
2599     F0B = F1B + 1
         NEXT JB
2565     F5B = 1: F6B = 0: I1B = 1: L2B = 0
         FOR JRB = 1 TO YY
         FMFDB = VNFDB(JRB)
         F6B = F6B + FMFDB
         PFDB = 1
         FOR KRB = F5B TO F6B
         PFDB = VPOLDB(KRB) * PFDB
         NEXT KRB
         L2B = L2B + 1
         IF I1B < NFB OR I1B = NFB THEN 2561
         GOTO 2575
2561     IF L2B < NCB OR L2B = NCB THEN 2562
         L2B = 1: I1B = I1B + 1
2562     DB(I1B, L2B) = PFDB
         F5B = F6B + 1
         NEXT JRB
2575     FOR I7B = 1 TO NFB
         FOR I8B = 1 TO NCB
         BV(I7B, I8B) = NB(I7B, I8B) / DB(I7B, I8B)
         NEXT I8B: NEXT I7B
```

```
                CLS
                SCREEN 8
                VIEW (20, 2)-(620, 172), , 10
2666            LOCATE 8, 12: PRINT "INGRESE EL  NUMERO DE FUENTES DE VOLTAJE  DEL VECTOR"
                LOCATE 9, 12: INPUT "U DE ENTRADA DE LA ECUACION DE ESTADO : "; NFVRP
                LOCATE 11, 12: PRINT "INGRESE EL NUMERO DE FUENTES DE CORRIENTE DEL VECTOR"
                LOCATE 12, 12: INPUT "U DE ENTRADA DE LA ECUACION DE ESTADO : "; NFCRP
                IF NFVRP + NFCRP > NCB THEN 9645
                GOTO 8732
9645            LOCATE 14, 12: PRINT "EL NUMERO DE FUENTES DEL VECTOR U ESTA SIENDO MAL"
                LOCATE 15, 12: PRINT "INGRESADO. POR FAVOR INGRESE NUEVAMENTE LOS DATOS"
7903            T$ = INKEY$
                IF T$ = "" THEN 7903
                CLS : GOTO 2666
8732            CLS
                SCREEN 8
                VIEW (20, 2)-(620, 172), , 10: KK = 0
                FOR JJ = 1 TO NFVRP: KK = KK + 1
2680            LOCATE 6, 12: PRINT "PARA LA FUENTE DE  VOLTAJE  "; JJ; "  INGRESE  LOS  NUMEROS"
                LOCATE 7, 12: PRINT "1 O 2 DEPENDIENDO SI SE TRATA DE UNA  FUNCION  POLINO-"
                LOCATE 8, 12: INPUT "MIAL O TRIGONOMETRICA RESPECTIVAMENTE  : "; TFVRP
                IF TFVRP = 1 THEN 2670
                IF TFVRP = 2 THEN 2672
                GOTO 2680
2670            LOCATE 10, 12: INPUT "INGRESE EL GRADO DEL POLINOMIO                            : "; GPFVRP
                POLU = 0
2690            LOCATE 12, 12: PRINT "INGRESE EL VALOR DEL COEFICIENTE DE GRADO"; GPFVRP
                LOCATE 12, 68: INPUT ": "; VCFV
                POLU = VCFV * (T ^ GPFVRP) + POLU
                GPFVRP = GPFVRP - 1: LOCATE 12, 68: PRINT "        "
                IF GPFVRP > -1 THEN 2690: GOTO 7802
2672            LOCATE 10, 12: INPUT "INGRESE EL VALOR DE LA AMPLITUD DE LA FUNCION      : "; AFVP
7361            LOCATE 11, 12: INPUT "INGRESE EL TIPO DE FUNCION                         : "; TFVP$
                LOCATE 12, 12: INPUT "INGRESE EL VALOR DEL ANGULO                        : "; AGVP
                LOCATE 13, 12: INPUT "INGRESE EL VALOR DEL DESFAZAMIENTO                 : "; DEFVP
                IF TFVP$ = "SIN" THEN 7851
                IF TFVP$ = "COS" THEN 7892
                IF TFVP$ = "EXP" THEN 7893
                LOCATE 16, 12: PRINT "EL TIPO DE FUNCION INGRESADA NO ES ACEPTADA.POR FAVOR "
                LOCATE 17, 12: PRINT "VUELVA A INTENTAR": GOTO 7361
7851            POLU = AFVP * (SIN(AGVP * T)) + DEFVP: GOTO 7802
7892            POLU = AFVP * (COS(AGVP * T)) + DEFVP: GOTO 7802
7893            POLU = AFVP * (EXP((AGVP * T) + DEFVP)): GOTO 7802
7802            UV(KK) = POLU: CLS : NEXT
                II = KK
                SCREEN 8
                VIEW (20, 2)-(620, 172), , 11
                FOR JE = 1 TO NFCRP: II = II + 1
2341            LOCATE 6, 12: PRINT "PARA LA FUENTE DE CORRIENTE  "; JE; "INGRESE  LOS  NUMEROS "
                LOCATE 7, 12: PRINT "1 O 2  DEPENDIENDO SI SE TRATA DE UNA FUNCION POLINO-"
                LOCATE 8, 12: INPUT "MIAL O TRIGONOMETRICA RESPECTIVAMENTE : "; TFIRP
                IF TFIRP = 1 THEN 7026
                IF TFIRP = 2 THEN 7027

                GOTO 2341
7026            LOCATE 10, 12: INPUT "INGRESE EL GRADO DEL POLINOMIO                          : "; GPFIRP
                POLU = 0
7028            LOCATE 12, 12: PRINT "INGRESE EL VALOR DEL COEFICIENTE DE GRADO "; GPFIRP
                LOCATE 12, 68: INPUT ": "; VCFI
                POLU = VCFI * (T ^ GPFIRP) + POLU
                GPFIRP = GPFIRP - 1: LOCATE 12, 68: PRINT "       "
                IF GPFIRP > -1 THEN 7028: GOTO 7862
7027            LOCATE 10, 12: INPUT "INGRESE EL VALOR DE LA AMPLITUD DE LA FUNCION          : "; AFIP
7087            LOCATE 11, 12: INPUT "INGRESE EL TIPO DE FUNCION                             : "; TFIP$
                LOCATE 12, 12: INPUT "INGRESE EL VALOR DEL ANGULO                            : "; AGIP
                LOCATE 13, 12: INPUT "INGRESE EL VALOR DEL DESFAZAMIENTO                     : "; DEFIP
                IF TFIP$ = "SIN" THEN 7891
                IF TFIP$ = "COS" THEN 8792
                IF TFIP$ = "EXP" THEN 8793
                LOCATE 16, 12: PRINT "EL TIPO DE FUNCION INGRESADA NO ES ACEPTADA.POR FAVOR"
                LOCATE 17, 12: PRINT "VUELVA A INTENTAR": GOTO 7087
7891            POLU = AFIP * (SIN(AGIP * T)) + DEFIP: GOTO 7862
8792            POLU = AFIP * (COS(AGIP * T)) + DEFIP: GOTO 7862
```

```
        GOTO 2341
7026    LOCATE 10, 12: INPUT "INGRESE EL GRADO DEL POLINOMIO                         : "; GPFIRP
        POLU = 0
7028    LOCATE 12, 12: PRINT "INGRESE EL VALOR DEL COEFICIENTE DE GRADO "; GPFIRP
        LOCATE 12, 68: INPUT ": "; VCFI
        POLU = VCFI * (T ^ GPFIRP) + POLU
        GPFIRP = GPFIRP - 1: LOCATE 12, 68: PRINT "       "
        IF GPFIRP > -1 THEN 7028: GOTO 7862
7027    LOCATE 10, 12: INPUT "INGRESE EL VALOR DE LA AMPLITUD DE LA FUNCION          : "; AFIP
7087    LOCATE 11, 12: INPUT "INGRESE EL TIPO DE FUNCION                             : "; TFIP$
        LOCATE 12, 12: INPUT "INGRESE EL VALOR DEL ANGULO                            : "; AGIP
        LOCATE 13, 12: INPUT "INGRESE EL VALOR DEL DESFAZAMIENTO                     : "; DEFIP
        IF TFIP$ = "SIN" THEN 7891
        IF TFIP$ = "COS" THEN 8792
        IF TFIP$ = "EXP" THEN 8793
        LOCATE 16, 12: PRINT "EL TIPO DE FUNCION INGRESADA NO ES ACEPTADA.POR FAVOR"
        LOCATE 17, 12: PRINT "VUELVA A INTENTAR": GOTO 7087
7891    POLU = AFIP * (SIN(AGIP * T)) + DEFIP: GOTO 7862
8792    POLU = AFIP * (COS(AGIP * T)) + DEFIP: GOTO 7862
8793    POLU = AFIP * (EXP((AGIP * T) + DEFIP)): GOTO 7862
7862    UV(II) = POLU: CLS : NEXT
        DIM AVT(10), BVT(10)
        CLS
        SCREEN 8
        VIEW (20, 2)-(620, 172), , 9
        LOCATE 5, 13: PRINT "PARA EL CASO VARIABLE EN EL TIEMPO LAS VARIABLES DE ESTADO A "
        LOCATE 6, 13: PRINT "ESCOGERSE SON LAS CARGAS EN LOS  CAPACITORES Y LOS FLUJOS EN "
        LOCATE 7, 13: PRINT "LOS INDUCTORES."
        FOR JH = 1 TO NCA
        LOCATE 9, 13: PRINT "POR FAVOR INGRESE EL VALOR DE LA CONDICION INICIAL CORRESPON  "
        LOCATE 10, 13: PRINT "DIENTE A LA VARIABLE DE ESTADO No. "; JH
        LOCATE 11, 13: INPUT ":"; VVE
        XESTV(JH) = VVE: LOCATE 11, 13: PRINT "              "
        NEXT
        CLS
        SCREEN 8
        VIEW (20, 2)-(620, 172), , 10
        LOCATE 5, 13: PRINT "A CONTINUACION EL PROGRAMA COMENZARA A RESOLVER EL SISTEMA": PRINT ""
        LOCATE 6, 13: PRINT "DE ECUACIONES DIFERENCIALES QUE DESCRIBEN LA RED, PARA EL ": PRINT ""
        LOCATE 7, 13: PRINT "INTERVALO DE TIEMPO ESTABLECIDO:"
5634    IT$ = INKEY$
        IF IT$ = "" THEN 5634
        CLS : SCREEN 8: VIEW (20, 2)-(620, 172), , 10
        LOCATE 5, 14: PRINT "DATOS EN PROCESO........."
        LOCATE 8, 14: PRINT "AVISO: CUANDO EL CONTADOR LLEGUE A CERO, EL SISTEMA HABRA"
        LOCATE 9, 14: PRINT "SIDO RESUELTO EN SU TOTALIDAD. POR FAVOR ESPERE........."
        NT = TIN
        M = 1
        TIME(M) = TIN
        FOR H1 = 1 TO NFA
        DATO(M, H1) = XESTV(H1)
        NEXT H1
        H = (TFIN - NT) / 1000
```

```
        FOR L1 = 1 TO NFA
        COINV(L1) = XESTV(L1)
        NEXT L1
        NCONT = 0
        NCONT1 = 1000
        FOR LS = 1 TO 1000
        NCONT1 = NCONT1 - 1: LOCATE 15, 32: PRINT "CONTADOR :"; NCONT1: K = 0
3337    T = NT
        FOR JB = 1 TO NFA
        AVT(JB) = 0
        BVT(JB) = 0
        NEXT JB
        FOR I = 1 TO NFA
        FOR J = 1 TO NFA
        AVT(I) = AVT(I) + AV(I, J) * XESTV(J)
        NEXT J: NEXT I
        FOR IA = 1 TO NFA
        FOR JA = 1 TO NCB
        BVT(IA) = BVT(IA) + BV(IA, JA) * UV(JA)
        NEXT JA: NEXT IA
        FOR IT = 1 TO NFA
        DX(IT) = AVT(IT) + BVT(IT)
        NEXT IT
        K = K + 1
        IF K = 1 THEN 9001
        IF K = 2 THEN 9002
        IF K = 3 THEN 9003
        IF K = 4 THEN 9004
9001    FOR KT = 1 TO NFA
        AI1(KT) = H * DX(KT)
        NEXT KT
        FOR KA = 1 TO NFA
        XESTV(KA) = COINV(KA) + .5 * AI1(KA)
        NEXT KA
        NT = NT + .5 * H
        GOTO 3337
9002    FOR KS = 1 TO NFA
        AI2(KS) = H * DX(KS)
        NEXT KS
        FOR IU = 1 TO NFA
        XESTV(IU) = COINV(IU) + .5 * AI2(IU)
        NEXT IU
        GOTO 3337
9003    FOR KA = 1 TO NFA
        AI3(KA) = H * DX(KA)
        NEXT KA
        FOR IT = 1 TO NFA
        XESTV(IT) = COINV(IT) + AI3(IT)
        NEXT IT
        NT = NT + .5 * H
        GOTO 3337
9004    FOR K2 = 1 TO NFA
        AI4(K2) = H * DX(K2)
```

```
            NEXT K2
            FOR K5 = 1 TO NFA
            COINV(K5) = COINV(K5) + (AI1(K5) + 2 * AI2(K5) + 2 * AI3(K5) + AI4(K5)) / 6
            NEXT K5
            FOR KT = 1 TO NFA
            XESTV(KT) = COINV(KT)
            NEXT KT
            NCONT = NCONT + 1
            IF NCONT = 10 THEN 9601
            GOTO 9602
9601        M = M + 1: TIME(M) = NT: TIME1(M) = NT
            FOR JK = 1 TO NFA
            DATO(M, JK) = XESTV(JK): DATO1(M, JK) = XESTV(JK)
            NEXT JK
            NCONT = 0
9602        NEXT LS
4576        T$ = INKEY$
            IF T$ = "" THEN 4576
            CLS
            SCREEN 8: VIEW (20, 2)-(620, 172), , 11
            LOCATE 5, 32: PRINT "SISTEMA RESUELTO "
            LOCATE 8, 13: PRINT "PARA UN TIEMPO DE:       EL VALOR DE LA VARIABLE DE ESTADO ES :"
            FOR I = 1 TO 101
            FOR J = 1 TO NFA: LOCATE 12, 23
            PRINT USING "###.###"; TIME(I): LOCATE 12, 40: PRINT "X"; J: LOCATE 12, 44: PRINT "=": LOCATE 12, 45: PRINT USING "#####.
###"; DATO(I, J)

6783        T$ = INKEY$
            IF T$ = "" THEN 6783
            LOCATE 12, 12: PRINT "
            NEXT: NEXT
8070        CLS
            SCREEN 8
            VIEW (20, 2)-(620, 172), , 12
            LOCATE 8, 11: PRINT "A CONTINUACION EL PROGRAMA PERMITE GRAFICAR CUALQUIERA "
            LOCATE 9, 11: PRINT "DE LAS VARIABLES DE ESTADO."
            LOCATE 11, 11: PRINT "POR FAVOR, INGRESE EN VALORES ABSOLUTOS UNITARIOS, LOS"
            LOCATE 12, 11: PRINT "PUNTOS EXTREMOS DEL EJE VERTICAL."
            LOCATE 14, 11: INPUT "PUNTO SUPERIOR    : "; PSG
            LOCATE 16, 11: INPUT "PUNTO INFERIOR    : "; PIG
            CLS : VIEW (20, 2)-(620, 172), , 13
7576        CLS : LOCATE 8, 11: PRINT "POR FAVOR INGRESE EL NUMERO DE LA VARIABLE DE ESTADO QUE"
            LOCATE 9, 11: INPUT "DESEA VISUALIZAR EN LA PANTALLA : "; NVEGV
            CLS : SCREEN 8: VIEW (20, 2)-(620, 172), , 9
            LOCATE 2, 20: PRINT "GRAFICO DE LA VARIABLE DE ESTADO No.  "; NVEGV
            LOCATE 2, 4: PRINT PSG: LOCATE 21, 4: PRINT "-"; PIG
            LOCATE 12, 73: PRINT TFIN; "sg"
            LOCATE 12, 3: PRINT TIN; "sg"
            WINDOW (0, -PIG)-(101, PSG)
            STYLE% = &HFF00
            LINE (101, 0)-(0, 0), , , STYLE%
            FOR X = 0 TO 101
            Y = DATO(X, NVEGV)
            LINE -(X, Y)
```

```
              NEXT X
8584          T$ = INKEY$
              IF T$ = "" THEN 8584
              CLS : SCREEN 8: VIEW (20, 2)-(620, 172), , 9
              LOCATE 8, 13: PRINT "SI UD. DESEA MODIFICAR LA ESCALA DEL GRAFICO INGRESE "
              LOCATE 9, 13: PRINT "NO EN LA SIGUIENTE OPCION :"
              LOCATE 11, 13: INPUT "DESEA GRAFICAR OTRA VARIABLE DE ESTADO (SI-NO)      : "; SI$
              IF SI$ = "SI" THEN 7576
              LOCATE 13, 13: INPUT "DESEA MODIFICAR LA ESCALA DEL EJE VERTICAL (SI-NO)  : "; SI1$
              IF SI1$ = "SI" THEN 8070
4568          CLS : SCREEN 8: VIEW (20, 2)-(620, 172), , 13
              LOCATE 10, 15: PRINT "F I N   D E   L A   S E G U N D A   P A R T E "
              GOTO 80
12000
```

3.3 ACOPLAMIENTO DE ELEMENTOS NO LINEALES A LAS MATRICES REPRESENTATIVAS DE REDES LINEALES Y OBTENCION DE LAS NUEVAS MATRICES.-

La forma normal de las ecuaciones de estado de una red no lineal està dada por:

$$\dot{X} = f(x,u) \qquad 3.3.1$$

donde X es un vector de dimension n, representativo del estado, u es un vector m representativo de las fuentes independientes y f(.,.) es una funciòn no lineal.

En contraste con el caso lineal, es bastante dificultoso y a veces imposible representar las ecuaciones de estado de una red general no lineal en su forma normal.

Solo en casos especiales, se puede expresar las ecuaciones de estado de tales redes en la forma como se la presenta en la ecuación 3.3.1 . Para propósitos de este trabajo, se hará algunas asunciones tanto en lo que se refiere a topología de redes como a los elementos característicos y se establece un método general para obtener las ecuaciones de estado de redes propias que satisfagan estas condiciones.

Consideremos una red compuesta de elementos no lineales e invariantes en el tiempo, tales como: resistores, capacitores, inductores y fuentes independientes de voltaje y fuentes independientes de corriente. Asumimos que la red en estudio satisface las siguientes condiciones:

1. No existe lazos capacitivos únicos ni conjuntos de cortes inductivos ùnicos.

2. Todos los capacitores son controlados por carga y todos los inductores son controlados por flujo.

3. Existe un àrbol propio tal que todos sus resistores de brazos de àrbol son controlados por corriente y todos sus resistores de enlace son controlados por voltaje.

Bajo estas tres condiciones, el vector de voltaje de los capacitores de brazos de árbol, Vc, puede ser escrito como

$$Vc = Fc(qc) \qquad (3.3.2)$$

donde qc es el vector de carga de los capacitores de brazos de árbol y fc(.) es un vector de una función evaluada no lineal.

Tambièn, el vector de corriente de las inductancias de enlace il, pueden ser escrito como

$$il = fl(\phi l) \qquad (3.3.3)$$

donde ϕl, es el vector de flujo de las inductancias de enlace y fl(.) es un vector de una función valorada.

Similarmente, el vector de voltaje de los resistores de brazos de árbol,vg, y el vector corriente de los resistores de enlaces, ir, pueden ser escritos como

$$vg = fg(ig) \qquad (3.3.4)$$

e

$$ir = fr(vr) \qquad (3.3.5)$$

Los pasos que involucran el escribir las ecuaciones de estado de esta clase de redes, son similares a los empleados en escribir las ecuaciones de estado de redes lineales propias invariantes en el tiempo.

De esta manera podemos reescribir las ecuaciones (1.3.1.17) y (1.3.1.20) para obtener:

$$ic = -Fcl\ il - Fcr\ ir - Fci\ ii \qquad (3.3.6)$$

$$Vl = Fcl^T\ Vc + Fgl^T\ Vg + Fvl^T\ Vv \qquad (3.3.7)$$

pero ic y Vl se relacionan con qc y Ø1 mediante:

$$ic = \dot{qc} \qquad (3.3.8)$$

y

$$Vl = \dot{\varnothing l} \qquad (3.3.9)$$

entonces usando (3.3.1) hasta (3.3.9) se consigue:

$$\dot{qc} = - Fcl\ fl(\varnothing l) - Fcr\ fr(Vr) - Fci\ ii \qquad (3.3.10)$$

$$\dot{\varnothing l} = Fcl^T\ fc(qc) + Fgl^T\ fg(ig) + Fvl^T\ Vv \qquad (3.3.11)$$

Si reemplazamos Vr, e, ig en términos de qc, Ø1, ii y Vv, las ecuaciones de estado deseadas serán obtenidas. Para conseguirlo, usamos las ecuaciones (3.3.4) y la (3.3.5) para escribir (1.3.1.19) y (1.3.1.18) como:

$$Vr - Fgr^{T} fg(ig) = Fcr^{T} fc(qc) + Fvr^{T} Vv \quad (3.3.12)$$

y

$$ig + Fgr^{T} fr(Vr) = -Fgl\ fl(\emptyset l) - Fgi\ ii \quad (3.3.13)$$

El siguiente paso es resolver (3.3.12) y (3.3.13) para Vr e ig; sinembargo, en muchas redes no lineales este es el principal obstáculo. Estas ecuaciones representan un conjunto acoplado de ecuaciones algebraicas no lineales para las cuales puede existir una única solución o no.

Lo que se desconoce de estas dos ecuaciones vectoriales acopladas es ig y Vr que escritas en una forma general dan:

$$z + Pf(y) = \alpha \quad (3.3.14)$$

$$y - P^{T} h(z) = \beta \quad (3.3.15)$$

Donde "y" y "z" son los vectores desconocidos, P es una matriz constante rectangular, y α y β son vectores dados. Lo importante será determinar si existe una única solución o no. Si la respuesta es no, las ecuaciones de estado de la red no pueden ser representadas en la forma normal.

El determinar la unicidad de la solución de un sistema de ecuaciones de estado no lineales involucra un análisis matemático que sale fuera del alcance de este trabajo. En todo caso y resumiendo se puede establecer las siguientes condiciones para que las ecuaciones no lineales dadas en (3.3.14) y (3.3.15) posean una única solución:

1. Las derivadas de f(.) y h(.) existen y son continuas y las matrices jacobianas F(y) y H(z) correspondientes a f(y) y h(z) respectivamente son semidefinidas positivas para todo "y" y "z".

2. Ó F(y) es simétrica definida positiva para todo y o H(z) es simétrica definida positiva para todo z.

3. O F(y) es diagonal para todo y o H(z) es diagonal para todo z.

Para que el sistema de ecuaciones diferenciales no lineales posea una única solución deberán cumplirse las condiciones 1 y 2 ó 1 y 3.

Retornando a la formulación de las ecuaciones de estado si las funciones no lineales fg(ig) y fr(vr) de las ecuaciones (3.3.14) y (3.3.15) satisfacen las condiciones anteriores, Vr e ig pueden ser resueltos en términos de qc Ø1, Vv e ii, entonces podemos escribir:

$$Vr = \hat{f}r(qc,\emptyset l;Vv,ii) \qquad (3.3.16)$$

y

$$ig = \hat{f}g(qc,\emptyset l;Vv,ii) \qquad (3.3.17)$$

Reemplazando Vr e ig desde estas ecuaciones en (3.3.10) y (3.3.11), obtenemos las ecuaciones de estado de la red en la forma normal.

$$\dot{q}c = - Fcl(\emptyset l) - Fcr\ \hat{f}r \left[fr(qc,\emptyset l;Vv,ii) \right] - Fci\ ii$$
(3.3.18)

$$\dot{\emptyset}l = Fcl^{T} fc(qc) + Fgl^{T}\ \hat{f}g \left[fg(qc,\emptyset l;Vv,ii) \right] + Fvl^{T} Vv$$
(3.3.19)

La solución de estas ecuaciones no lineales de estado puede ser encontrada por métodos numéricos iteractivos.

3.4 EVALUACION DE LA ECUACION DE ESTADO PARA EL CASO NO LINEAL.-

Las relaciones de entrada-salida para las ecuaciones de estado de una red general no lineal, pueden ser escritas como:

$$\dot{X}(t) = f(X(t), u(t)), \quad X(to) = Xo$$
(3.4.1)

$$y(t) = g(X(t), u(t))$$
(3.4.2)

donde X(t) es un vector representativo del estado, u(t) es un vector representativo de las fuentes y posiblemente de sus derivadas de dimensión m, y(t) es el vector de salida, y f(.,.) y g(.,.) son dos funciones vectoriales no lineales. Si (3.4.1) puede ser resuelto para X(t), entonces obtenemos la sálida y(t) desde (3.4.2). Por esta razón es importante obtener primeramente la solución de (3.4.1).

Como ya se ha mencionado varias veces a lo largo de este trabajo, el encontrar una solución analítica de las ecuaciones diferenciales no lineales es una tarea bastante compleja. Sin embargo, si se puede demostrar que las ecuaciones consideradas poseen una única solución, esta puede ser encontrada mediante métodos numéricos.

3.5 IMPRESION DE RESULTADOS.-

En este punto, se detalla el programa que permite evaluar un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales, representativas de una red y escritas en la forma normal.

Como se habia mencionado con anterioridad, se tiene la posibilidad de evaluar ádicionalmente ecuaciones no lineales que admiten tanto coeficientes como términos constantes y variables en el tiempo de dos clases: polinomiales y trigonométricos.

A continuación se lista el programa en detalle:

```
        CLS
        SCREEN 8
        VIEW (20, 2)-(620, 172), , 11
        LOCATE 3, 12: PRINT "ESTA  PARTE  DEL PROGRAMA  PERMITE   RESOLVER  UN  SISTEMA"
        LOCATE 5, 12: PRINT "DE ECUACIONES  DIFERENCIALES  NO  LINEALES REPRESENTATIVAS"
        LOCATE 7, 12: PRINT "DE UNA RED QUE ADMITE SU ESTRUCTURACION EN LA FORMA NORMAL"
        LOCATE 9, 12: PRINT "PARA UN INTERVALO DE TIEMPO ESTABLECIDO."
        LOCATE 13, 12: PRINT "ADICIONALMENTE, UNA VEZ RESUELTO EL SISTEMA,  EL PROGRAMA"
        LOCATE 15, 12: PRINT "PERMITE GRAFICAR CUALQUIERA DE LAS VARIABLES DE  ESTADO A"
        LOCATE 17, 12: PRINT "UNA ESCALA CONVENIENTE ."
234     T$ = INKEY$
        IF T$ = "" THEN 234
        CLS
        VIEW (20, 2)-(620, 172), , 12
        LOCATE 2, 12: PRINT "EL TIPO DE FUNCION ADMITIDA POR EL PROGRAMA  PUEDE   SER :"
        LOCATE 4, 12: PRINT "     1.    TRIGONOMETRICA (SIN, COS , EXP)"
        LOCATE 5, 12: PRINT "     2.    POLINOMIAL"
        LOCATE 7, 12: PRINT "CADA UNA DE ESTAS FUNCIONES DEBE SER INGRESADA EN EL  SI-"
        LOCATE 8, 12: PRINT "GUIENTE FORMATO :"
        LOCATE 10, 12: PRINT "     1.     A SIN (Wt ) + &"
        LOCATE 12, 12: PRINT "            A COS (Wt ) + &"
        LOCATE 13, 12: PRINT "               (Wt + & )"
        LOCATE 14, 12: PRINT "            A e          "
        LOCATE 16, 12: PRINT "                 n           n-1         n-2      "
        LOCATE 17, 12: PRINT "     2.     an t  + an-1 t   + an-2 t .........          "
        LOCATE 19, 12: PRINT "EL VOLUMEN DE  DATOS QUE PUEDE MANEJAR EL  PROGRAMA  ESTA"
        LOCATE 20, 12: PRINT "LIMITADO  UNICAMENTE POR LOS REQUERIMIENTOS INTERNOS  DEL"
        LOCATE 21, 12: PRINT "SISTEMA Y DE LA MAQUINA."
458     T$ = INKEY$
        IF T$ = "" THEN 458
        CLS
        SCREEN 8
        VIEW (20, 2)-(620, 172), , 13
        LOCATE 7, 32: PRINT "REDES NO LINEALES"
        LOCATE 8, 32: PRINT "-----------------"
        LOCATE 11, 18: PRINT " POR FAVOR,INGRESE LOS SIGUIENTES VALORES         :   "
        LOCATE 13, 18: INPUT " TIEMPO INICIAL PARA MUESTREO   (SEGUNDOS)        :   "; TIN
        LOCATE 14, 18: INPUT " TIEMPO FINAL PARA MUESTREO     (SEGUNDOS)        :   "; TFIN
        LOCATE 15, 18: PRINT " NUMERO DE ECUACIONES DIFERENCIALES  NO LINEALES     "
        LOCATE 16, 18: INPUT " A RESOLVERSE                                     :   "; NED
        DIM XESTNL(NED), COINL(20), MCONL(NED, NED), MEXP(NED, NED), MTI(NED)
        FOR TJ = 1 TO NED
        LOCATE 17, 19: PRINT "CONDICION INICIAL CORRESPONDIENTE A LA VARIABLE"
        LOCATE 18, 19: PRINT "DE ESTADO No. "; TJ
        LOCATE 18, 66: INPUT " :   "; COISNL
        XESTNL(TJ) = COISNL: LOCATE 18, 66: PRINT "          "
        NEXT
        CLS
        SCREEN 8
        VIEW (20, 2)-(620, 172), , 12
        FOR JF = 1 TO NED
        VALAN = 0
        FOR FJ = 1 TO NED
```

```
12004       LOCATE 5, 13: PRINT "PARA LA ECUACION DE ESTADO No. "; JF; "INGRESE  LA  SIGUIENTE      "
            LOCATE 6, 13: PRINT "INFORMACION :"
            LOCATE 8, 13: PRINT "PARA  EL COEFICIENTE  CORRESPONDIENTE  A  LA VARIABLE DE"
            LOCATE 9, 13: PRINT "ESTADO No."; FJ; "INGRESE LOS NUMEROS 1 O 2 DEPENDIENDO SI SE "
            LOCATE 10, 13: PRINT "TRATA  DE   UNA  FUNCION   POLINOMIAL  O  TRIGONOMETRICA"
            LOCATE 11, 13: INPUT "RESPECTIVAMENTE : "; TFCNL
            IF TFCNL = 1 THEN 12001
            IF TFCNL = 2 THEN 12002
            LOCATE 13, 13: PRINT "TIPO DE OPCION MAL INGRESADA.  POR FAVOR VUELVA A INTENTAR."
12003       T$ = INKEY$
            IF T$ = "" THEN 12003
            CLS
            GOTO 12004
12001       LOCATE 13, 13: INPUT "INGRESE EL GRADO DEL POLINOMIO                              : "; GPFNL
            POLNL = 0: CGEXP = 0
12005       LOCATE 14, 13: PRINT "INGRESE EL VALOR DEL COEFICIENTE DE GRADO "; GPFNL
            LOCATE 14, 68: INPUT ": "; VCFNL
            POLNL = VCFNL * (T ^ GPFNL) + POLNL
            GPFNL = GPFNL - 1: LOCATE 14, 69: PRINT "          "
            CGEXP = CGEXP + 1
            IF GPFNL > -1 THEN 12005
            LOCATE 14, 68: PRINT ":  "; VCFNL
            IF CGEXP = 1 AND VCFNL = 0 THEN 12060
            GOTO 12010
12002       LOCATE 13, 13: INPUT "INGRESE EL VALOR DE LA AMPLITUD DE LA FUNCION : "; AFNL
12008       LOCATE 14, 13: INPUT "INGRESE EL TIPO DE FUNCION                    : "; TFNL$
            LOCATE 15, 13: INPUT "INGRESE EL VALOR DEL ANGULO                   : "; AGFNL
            LOCATE 16, 13: INPUT "INGRESE EL VALOR DEL DESFAZAMIENTO            : "; DFNL
            IF TFNL$ = "SIN" THEN 1212
            IF TFNL$ = "COS" THEN 1213
            IF TFNL$ = "EXP" THEN 1214
            LOCATE 18, 13: PRINT "EL TIPO DE FUNCION INGRESADA NO ES ACEPTADA. POR FAVOR"
            LOCATE 19, 13: PRINT "VUELVA A INTENTAR"
12015       T$ = INKEY$
            IF T$ = "" THEN 12015
            CLS
            GOTO 12008
1212        POLNL = AFNL * (SIN(AGFNL * T)) + DFNL: GOTO 12010
1213        POLNL = AFNL * (COS(AGFNL * T)) + DFNL: GOTO 12010
1214        POLNL = AFNL * (EXP(AGFNL * T)) + DFNL: GOTO 12010
12010       LOCATE 18, 13: PRINT "INGRESE EL GRADO DE LA VARIABLE DE ESTADO No."; FJ
            LOCATE 19, 12: INPUT " : "; EXVENL
            MEXP(JF, FJ) = EXVENL
            MCONL(JF, FJ) = POLNL
            CLS
12060       CLS : NEXT
            CLS
            SCREEN 8
            VIEW (20, 2)-(620, 172), , 12
12025       LOCATE 5, 13: PRINT "PARA EL TERMINO INDEPENDIENTE DE LA ECUACION DE ESTADO"
            LOCATE 6, 13: PRINT "No."; JF; " INGRESE LOS  NUMEROS  1   O   2  DEPENDIENDO SI "
            LOCATE 7, 13: PRINT "SE  TRATA  DE  UNA FUNCION POLINOMIAL O TRIGONOMETRICA  "
            LOCATE 8, 13: INPUT "RESPECTIVAMENTE : "; TFTINL
```

```
        IF TFTINL = 1 THEN 12020
        IF TFTINL = 2 THEN 12030
        LOCATE 11, 13: PRINT "EL TIPO DE OPCION INGRESADA ESTA INCORRECTO. POR FAVOR "
        LOCATE 12, 13: PRINT "VUELVA A INTENTAR . "
12024   T$ = INKEY$
        IF T$ = "" THEN 12024
        GOTO 12025
12020   LOCATE 11, 13: INPUT "INGRESE EL GRADO DEL POLINOMIO                          : "; GPTINL
        POLTINL = 0
12026   LOCATE 12, 13: PRINT "INGRESE EL VALOR DEL COEFICIENTE DE GRADO  "; GPTINL
        LOCATE 12, 66: INPUT ": "; VCTINL
        POLTINL = VCTINL * (T ^ GPTINL) + POLTINL
        GPTINL = GPTINL - 1: LOCATE 12, 69: PRINT "       "
        IF GPTINL > -1 THEN 12026: GOTO 12040
12030   LOCATE 11, 13: INPUT "INGRESE EL VALOR DE LA AMPLITUD DE LA FUNCION   : "; AFTINL
12031   LOCATE 12, 13: INPUT "INGRESE EL TIPO DE FUNCION                      : "; TFTINL$
        LOCATE 13, 13: INPUT "INGRESE EL VALOR DEL ANGULO                     : "; AGTINL
        LOCATE 14, 13: INPUT "INGRESE EL VALOR DEL DESFAZAMIENTO              : "; DTINL
        IF TFTINL$ = "SIN" THEN 12041
        IF TFTINL$ = "COS" THEN 12042
        IF TFTINL$ = "EXP" THEN 12043
        LOCATE 16, 13: PRINT "EL TIPO DE FUNCION INGRESADA NO ESTA CORRECTA.  POR  "
        LOCATE 17, 13: PRINT "FAVOR VUELVA A INTENTAR."
12044   T$ = INKEY$
        IF T$ = "" THEN 12044
        CLS
        GOTO 12031
12041   POLTINL = AFTINL * (SIN(AGTINL * T)) + DTINL: GOTO 12040
12042   POLTINL = AFTINL * (COS(AGTINL * T)) + DTINL: GOTO 12040
12043   POLTINL = AFTINL * (EXP(AGTINL * T)) + DTINL: GOTO 12040
12040   MTI(JF) = POLTINL: CLS
        NEXT
        CLS
        SCREEN 8
        VIEW (20, 2)-(620, 172), , 10
        LOCATE 5, 13: PRINT "A CONTINUACION EL PROGRAMA COMENZARA A RESOLVER EL SISTEMA": PRINT ""
        LOCATE 6, 13: PRINT "DE ECUACIONES DIFERENCIALES QUE DESCRIBEN LA RED, PARA EL ": PRINT ""
        LOCATE 7, 13: PRINT "INTERVALO DE TIEMPO ESTABLECIDO: "
12061   IT$ = INKEY$
        IF IT$ = "" THEN 12061
        CLS : SCREEN 8: VIEW (20, 2)-(620, 172), , 10
        LOCATE 5, 14: PRINT "DATOS EN PROCESO........."
        LOCATE 8, 14: PRINT "AVISO: CUANDO EL CONTADOR LLEGUE A CERO, EL SISTEMA HABRA "
        LOCATE 9, 14: PRINT "SIDO RESUELTO EN SU TOTALIDAD. POR FAVOR ESPERE.........."
        NT = TIN
        M = 1
        TIME(M) = TIN
        FOR H1 = 1 TO NED
        DATO(M, H1) = XESTNL(H1)
        NEXT H1
        H = (TFIN - NT) / 1000
        FOR L1 = 1 TO NED
        COINL(L1) = XESTNL(L1)
```

```
              NEXT L1
              NCONT = 0
              NCONT1 = 1000
              FOR LS = 1 TO 1000
              NCONT1 = NCONT1 - 1: LOCATE 15, 32: PRINT "CONTADOR :"; NCONT1: K = 0
12070         T = NT
              FOR HJ = 1 TO NED
              VALAN = 0
              FOR JH = 1 TO NED
              EXP1 = MEXP(HJ, JH)
              VALAN = MCONL(HJ, JH) * (XESTNL(JH) ^ EXP1) + VALAN
              NEXT JH
              DX(HJ) = VALAN + MTI(HJ)
              NEXT HJ
              K = K + 1
              IF K = 1 THEN 12071
              IF K = 2 THEN 12072
              IF K = 3 THEN 12073
              IF K = 4 THEN 12074
12071         FOR KT = 1 TO NED
              AI1(KT) = H * DX(KT)
              NEXT KT
              FOR KA = 1 TO NED
              XESTNL(KA) = COINL(KA) + .5 * AI1(KA)
              NEXT KA
              NT = NT + .5 * H
              GOTO 12070
12072         FOR KS = 1 TO NED
              AI2(KS) = H * DX(KS)
              NEXT KS
              FOR IU = 1 TO NED
              XESTNL(IU) = COINL(IU) + .5 * AI2(IU)
              NEXT IU
              GOTO 12070
12073         FOR KY = 1 TO NED
              AI3(KY) = H * DX(KY)
              NEXT KY
              FOR IT = 1 TO NED
              XESTNL(IT) = COINL(IT) + AI3(IT)
              NEXT IT
              NT = NT + .5 * H
              GOTO 12070
12074         FOR K2 = 1 TO NED
              AI4(K2) = H * DX(K2)
              NEXT K2
              FOR K5 = 1 TO NED
              COINL(K5) = COINL(K5) + (AI1(K5) + 2 * AI2(K5) + 2 * AI3(K5) + AI4(K5)) / 6
              NEXT K5
              FOR KD = 1 TO NED
              XESTNL(KD) = COINL(KD)
              NEXT KD
              NCONT = NCONT + 1
              IF NCONT = 10 THEN 12081
```

```
            GOTO 12082
12081       M = M + 1: TIME(M) = NT: TIME1(M) = NT
            FOR JK = 1 TO NED
            DATO(M, JK) = XESTNL(JK)
            DATO1(M, JK) = XESTNL(JK)
            NEXT JK
            NCONT = 0
12082       NEXT LS
12086       T$ = INKEY$
            IF T$ = "" THEN 12086
            CLS
            SCREEN 8: VIEW (20, 2)-(620, 172), , 11
            LOCATE 5, 32: PRINT "SISTEMA RESUELTO "
            LOCATE 8, 13: PRINT "PARA UN TIEMPO DE:        EL VALOR DE LA VARIABLE DE ESTADO ES:"
            FOR I = 1 TO 101
            FOR J = 1 TO NED: LOCATE 12, 23
            PRINT USING "###.###"; TIME(I): LOCATE 12, 40: PRINT "X"; J: LOCATE 12, 44: PRINT "=": LOCATE 12, 45: PRINT USING "#####.
###"; DATO(I, J)
12090       T$ = INKEY$
            IF T$ = "" THEN 12090
            LOCATE 12, 12: PRINT "                                                  "
            NEXT: NEXT
12500       CLS
            SCREEN 8
            VIEW (20, 2)-(620, 172), , 12
            LOCATE 8, 11: PRINT "A CONTINUACION EL PROGRAMA PERMITE GRAFICAR CUALQUIERA"
            LOCATE 9, 11: PRINT "DE LAS VARIABLES DE ESTADO ."
            LOCATE 11, 11: PRINT "POR FAVOR ,INGRESE EN VALORES ABSOLUTOS UNITARIOS, LOS"
            LOCATE 12, 11: PRINT "PUNTOS EXTREMOS DEL EJE VERTICAL."
            LOCATE 14, 11: INPUT "PUNTO SUPERIOR    : "; PSG
            LOCATE 16, 11: INPUT "PUNTO INFERIOR    : "; PIG
            CLS : VIEW (20, 2)-(620, 172), , 13
12094       CLS : LOCATE 8, 11: PRINT "POR FAVOR INGRESE EL NUMERO DE LA VARIABLE DE ESTADO QUE"
            LOCATE 9, 11: INPUT "DESEA VISUALIZAR EN LA PANTALLA : "; NVEGV
            CLS : SCREEN 8: VIEW (20, 2)-(620, 172), , 9
            LOCATE 2, 20: PRINT "GRAFICO DE LA VARIABLE DE ESTADO No.  "; NVEGV
            LOCATE 2, 4: PRINT PSG: LOCATE 21, 4: PRINT "-"; PIG
            LOCATE 12, 73: PRINT TFIN; "sg"
            LOCATE 12, 3: PRINT TIN; "sg"
            WINDOW (0, -PIG)-(101, PSG)
            STYLE% = &HFF00
            LINE (101, 0)-(0, 0), , , STYLE%
            FOR X = 0 TO 101
            Y = DATO(X, NVEGV)
            LINE -(X, Y)
            NEXT X
12095       T$ = INKEY$
            IF T$ = "" THEN 12095
            CLS : SCREEN 8: VIEW (20, 2)-(620, 172), , 9
            LOCATE 8, 13: PRINT "SI UD. DESEA MODIFICAR LA ESCALA DEL GRAFICO INGRESE  "
            LOCATE 9, 13: PRINT "NO EN LA SIGUIENTE OPCION :"
            LOCATE 11, 13: INPUT "DESEA GRAFICAR OTRA VARIABLE DE ESTADO (SI-NO)     : "; SI$
            IF SI$ = "SI" THEN 12094
            LOCATE 13, 13: INPUT "DESEA MODIFICAR LA ESCALA DEL EJE VERTICAL (SI-NO) : "; SI1$
```

```
            IF SI1$ = "SI" THEN 12500
2098        CLS : SCREEN 8: VIEW (20, 2)-(620, 172), , 13
            LOCATE 10, 15: PRINT " F I N   D E   L A   S E G U N D A   P A R T E "




0           END
```

```
R I = 1 TO NFIL
OR J = 1 TO NCOL
RINT A(I, J);
EXT J
```

CAPITULO CUARTO

4.1 MANUAL DE USO DE LOS PROGRAMAS.-

Los programas digitales se han desarrollado utilizando el lenguaje de programación QUICK BASIC 4.0 para microcomputadores IBM o compatibles.
Dada la capacidad de resolución de los problemas, se recomienda trabajar con un computador con 640 Kb en memoria RAM.

En cuanto tiene que ver con los programas en si, éstos se encuentran grabados en un diskette de 3.5 " (720 kb) que contiene dos archivos denominados TESIS1.BAS y TESIS2.BAS correspondientes al programa principal y al programa complementario respectivamente, y que adicionalmente ya trae grabados los archivos del Quick Basic asi como también los del Sistema D.O.S V.3.3 de IBM. En vista de esto, no se hace necesario el disponer de una unidad de disco fijo ni de un diskette de arranque del sistema.

Para utilizar cualquiera de los dos programas, es necesario ingresar al BASIC desde la unidad lógica de diskette (A ó B) mediante su archivo ejecutable (QB.EXE) y luego cargar en memoria ya sea TESIS1 ó TESIS2.

El manejo de los procesos de carga y ejecución de los archivos es realmente simple pues en pantalla y a manera de menú,el Quick Basic despliega toda la información necesaria.

Por el tipo de comandos usados en la realización de los programas y mas especificamente en lo que tiene que ver con la creación de pantallas, amerita disponer de un computador que posea un pórtico de video VGA.

Como el objetivo de este trabajo ha sido el de permitir al usuario un manejo lo mas simple de los programas, estos, una vez cargados en memoria, van instruyendo a la persona que los está utilizando la forma como debe realizar las tareas permitidas.

Vale la pena mencionar, el especial cuidado que se debe tener en el ingreso de datos a fin de evitar interrupciones por fallas de sintaxis o lógica.

En todo caso, buena parte del programa está protegido para afrontar estas eventualidades y en el caso que estas se den se pedirá nuevamente el ingreso de datos valederos.

Como se ha mencionado a lo largo de la tesis, el programa principal resuelve una red lineal invariante en el tiempo mediante topología de redes, por lo cual se hace necesario que el ejemplo que se esté por resolver haya sido tratado con esta técnica. En ese mismo sentido, para el segundo programa en cuanto tiene que ver con una red variable en el tiempo , se requiere que el usuario haya formulado las matrices de estado representativas de la red. En cambio para la parte correspondiente a redes no lineales, se deberá elavorar un conjunto de ecuaciones escritas en la forma normal y que asimismo representen a la red en cuestión.

Vale la pena recalcar el criterio de generalización que ha primado en este trabajo, pues mediante el programa suplementario se puede resolver el programa principal y dentro del programa suplementario, la segunda parte permite a su vez resolver un problema enmarcado en la primera parte.

Para una mejor comprensión de lo aquí expuesto, se desarrollan a continuación tres ejemplos correspondientes a los tres tipos de redes tratadas .

Finalmente y a manera de acotación, resulta interesante disponer de un monitor a color tal que permita una mejor visualización de la información que estos programas permiten procesar.

4.2 LISTADO DE LOS SUBPROGRAMAS.

En este punto se presenta el listado de los subprogramas empleados a lo largo de este trabajo.

```
SUB ECUAC (VT, EEC(), EEAN(), EEDE(), EET$(), NFNE$(), KCT, DEEC(),
DEEAN(), DEEDE(), DEET$(), DNFNE$(), IL, JJC(), JJAN(), JJDE(), JJT$(),
NFNJ$(), DJJC(), DJJAN(), DJJDE(), DJJT$(), DJNJ$(), T, DX(), AINT(), BINT(), KFT, XEST())
REM SUBRUTINA PARA LA CONSTRUCCION Y EVALUACION DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES
REM VT  =  NO. DE FUENTES DE VOLTAJE
REM IL  =  NO. DE FUENTES DE CORRIENTE
REM KCT =  NO. DE ECUACIONES DIFERENCIALES (VARIABLES DE ESTADO)
REM T   =  TIEMPO
REM DX  =  VALOR DE LA DERIVADA DE X CON RESPECTO AL TIEMPO T
REM AINT=  MATRIZ A DE LA ECUACION DE ESTADO
REM BINT=  MATRIZ B DE LA ECUACION DE ESTADO
REM KFT =  NO. TOTAL DE FUENTES DE VOLTAJE Y CORRIENTE CON SUS RESPECTIVAS
REM DERIVADAS
REM XEST=  ARREGLO QUE CONTIENE A LAS VARIABLES DE ESTADO
REM EEC,JJC,DEEC,DJJC = VALORES CONSTANTES DE LAS FUENTES DE VOLTAJE Y CORRIENTE
REM Y SUS RESPECTIVAS DERIVADAS
REM EEAN,JJAN
REM DEEAN,DJJAN = VALORES DE W = 2 * PI * F  DE LAS FUENTES DE VOLTAJE
REM Y CORRIENTE CON SUS RESPECTIVAS DERIVADAS
REM EET,JJT,DEET,DJJT = FUNCION DEL TIEMPO (T) DE LAS FUENTES DE VOLTAJE Y CORRIENTE
REM Y SUS DERIVADAS
REM EEDE,JJDE,DEEDE,DJJDE = VALORES EN RADIANES DEL ANGULO DE DESFASAMIENTO DE
REM LAS FUENTES DE VOLTAJE Y CORRIENTE Y SUS DERIVADAS
REM NFNE,NFNJ,DFNE,DFNJ = FUNCIONES TRIGONOMETRICAS MAS USUALES  (SENO, COSENO Y EXPONENCIAL)
FOR I = 1 TO VT
IF NFNE$(I) = "SIN" GOTO 1002
IF NFNE$(I) = "COS" GOTO 1003
IF NFNE$(I) = "EXP" GOTO 1004
IF EET$(I) = "T" GOTO 1005
U(I) = EEC(I): GOTO 909
1002 U(I) = EEC(I) * SIN(EEAN(I) * T + EEDE(I)): GOTO 909
1003 U(I) = EEC(I) * COS(EEAN(I) * T + EEDE(I)): GOTO 909
1004 U(I) = EEC(I) * EXP(EEAN(I) * T): GOTO 909
1005 U(I) = EEC(I) * T
909   NEXT
FOR I = 1 TO IL
IND = I + VT
IF NFNJ$(I) = "SIN" GOTO 1006
IF NFNJ$(I) = "COS" GOTO 1007
IF NFNJ$(I) = "EXP" GOTO 1008
IF JJT$(I) = "T" GOTO 1009
U(IND) = JJC(I): GOTO 908
1006 U(IND) = JJC(I) * SIN(JJAN(I) * T + JJDE(I)): GOTO 908
1007 U(IND) = JJC(I) * COS(JJAN(I) * T + JJDE(I)): GOTO 908
1008 U(IND) = JJC(I) * EXP(JJAN(I) * T): GOTO 908
1009 U(IND) = JJC(I) * T
908 NEXT
FOR I = 1 TO VT
IND = I + VT + IL
IF DNFNE$(I) = "SIN" GOTO 1010
IF DNFNE$(I) = "COS" GOTO 1011
IF DNFNE$(I) = "EXP" GOTO 1012
IF DEET$(I) = "T" GOTO 1013
```

```
U(IND) = DEEC(I): GOTO 907
1010 U(IND) = DEEC(I) * SIN(DEEAN(I) * T + DEEDE(I)): GOTO 907
1011 U(IND) = DEEC(I) * COS(DEEAN(I) * T + DEEDE(I)): GOTO 907
1012 U(IND) = DEEC(I) * EXP(DEEAN(I) * T + DEEDE(I)): GOTO 907
1013 U(IND) = DEEC(I) * T
907 NEXT
FOR I = 1 TO IL
IND = I + 2 * VT + IL
IF DJNJ$(I) = "SIN" GOTO 1014
IF DJNJ$(I) = "COS" GOTO 1015
IF DJNJ$(I) = "EXP" GOTO 1016
IF DJJT$(I) = "T" GOTO 1017
U(IND) = DJJC(I): GOTO 906
1014 U(IND) = DJJC(I) * SIN(DJJAN(I) * T + DJJDE(I)): GOTO 906
1015 U(IND) = DJJC(I) * COS(DJJAN(I) * T + DJJDE(I)): GOTO 906
1016 U(IND) = DJJC(I) * EXP(DJJAN(I) * T + DJJDE(I)): GOTO 906
1017 U(IND) = DJJC(I) * T
906 NEXT
FOR J1 = 1 TO KCT
A(J1) = 0
B(J1) = 0: NEXT J1
FOR I = 1 TO KCT
FOR J = 1 TO KCT
A(I) = A(I) + AINT(I, J) * XEST(J)
NEXT: NEXT
FOR IA = 1 TO KCT
FOR JA = 1 TO KFT
B(IA) = B(IA) + BINT(IA, JA) * U(JA)
NEXT JA: NEXT IA
FOR I = 1 TO KCT
DX(I) = A(I) + B(I)
NEXT
END SUB
```

```
SUB IMPTA (KCT, J)
REM SUBRUTINA PARA IMPRESION DE TITULOS DE  TABLAS DE RESULTADOS
REM KCT = NUMERO DE ECUACIONES DIFERENCIALES (VARIABLES DE ESTADO)
IF (KCT > 10) AND (J > 1) THEN 9120
IF KCT > 10 GOTO 9140
FOR I = 1 TO KCT
IX(I) = I
NEXT
FOR I = 1 TO KCT
PRINT "      TIEMPO                "; "     X"; I
9120 PRINT ""
9140 PRINT ""

NEXT
END SUB
```

```
SUB IMPRM (A(), NFIL, NCOL)
REM SUBPROGRAMA PARA IMPRIMIR MATRICES
REM A- MATRIZ QUE SE VA A IMPRIMIR
REM NFIL Y NCOL , NUMERO DE FILAS Y COLUMNAS DE LA MATRIZ
LOCATE 11, 35
FOR I = 1 TO NFIL
FOR J = 1 TO NCOL
PRINT A(I, J);
NEXT J
PRINT
LOCATE 13, 35
NEXT I
END SUB
```

```
SUB RUNTA (N, K, I, XEST(), DX(), T, H)
REM SUBRUTINA PARA APLICAR EL METODO DE RUNGE KUTTA
REM N=NUMERO DE ECUACIONES DIFERENCIALES
REM XEST=ARREGLO QUE GUARDA LAS CONDICIONES INICIALES Y LOS VALORES DE LAS VARIABLES
REM DE ESTADO.
REM DX=ARREGLO QUE GUARDA LOS VALORES DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES.
REM K=CONTADOR PARA DIRECCIONAMIENTO DE ENTRADA A UNA INSTRUCCION EN LA
REM SUBRUTINA.
REM I=CONTADOR PARA DIRECCIONAMIENTO DE RETORNO AL PROGRAMA PRINCIPAL.
REM T=TIEMPO
REM H=INTERVALO DE TIEMPO.
K = K + 1
IF K = 1 THEN GOTO 1001
IF K = 2 THEN GOTO 10002
IF K = 3 THEN 10003
IF K = 4 THEN 10004
IF K = 5 THEN 10005
10002 FOR JC = 1 TO N
Z(JC) = DX(JC)
Y(JC) = XEST(JC)
XEST(JC) = Y(JC) + .5 * H * DX(JC): NEXT
1025  T = T + .5 * H
1001  I = 1
GOTO 1030
10003 FOR JB = 1 TO N
Z(JB) = Z(JB) + 2 * DX(JB)
XEST(JB) = Y(JB) + .5 * H * DX(JB):  NEXT
I = 1

GOTO 1030
10004 FOR JD = 1 TO N
Z(JD) = Z(JD) + 2 * DX(JD)
XEST(JD) = Y(JD) + .5 * H * DX(JD): NEXT
GOTO 1025
10005  FOR JF = 1 TO N
XEST(JF) = Y(JF) + (Z(JF) + DX(JF)) * H / 6: NEXT
I = 2
K = 0
1030 END SUB
```

```
SUB RESUL (DATO(), TIME(), T, XEST(), M, KCT)
REM SUBPROGRAMA PARA GUARDAR EN DATO LOS VALORES DE RESPUESTA Y
REM EN TIME LOS PUNTOS DE VARIACION DEL TIEMPO
REM DATO = ARREGLO QUE GUARDA LOS VALORES DE VARIABLES DE ESTADO
REM TIME = ARREGLO QUE GUARDA LOS PUNTOS DE VARIACION DEL TIEMPO
REM XEST = ARREGLO QUE CONTIENE LOS VALORES DE LAS VARIABLES DE ESTADO
REM T    = TIEMPO
REM KCT  = NUMERO DE ECUACIONES  DIFERENCIALES (VARIABLES DE ESTADO)
TIME(M) = T
FOR IX = 1 TO KCT
DATO(M, IX) = XEST(IX)
NEXT
END SUB
```

```
SUB PRODC (A(), B(), C(), NFIL, NCOL, NCL)
REM SUBRUTINA PARA MULTIPLICAR DOS MATRICES
REM A=MATRIZ 1
REM B=MATRIZ 2
REM C=MATRIZ PRODUCTO DE LAS MATRICES A Y B
REM PR=MATRIZ AUXILIAR PARA HACER EL PRODUCTO DE MATRICES
REM NFIL=NUMERO DE FILAS DE LA MATRIZ A
REM NCOL=NUMERO DE COLUMNAS DE LA MATRIZ A Y NUMERO DE FILAS DE LA MATRIZ B
REM NCL=NUMERO DE COLUMNAS DE LA MATRIZ B
FOR IA = 1 TO NFIL
FOR JA = 1 TO NCL
PR(IA, JA) = 0
NEXT JA: NEXT IA
FOR IB = 1 TO NFIL
FOR JB = 1 TO NCL
FOR K = 1 TO NCOL
PR(IB, JB) = PR(IB, JB) + A(IB, K) * B(K, JB)
NEXT K: NEXT JB: NEXT IB
FOR IC = 1 TO NFIL
FOR JC = 1 TO NCL
C(IC, JC) = PR(IC, JC)
NEXT JC: NEXT IC

END SUB
```

```
SUB TRANP (AM(), AMT(), IFIL, ICOL)
REM SUBRUTINA PARA TRANSPONER MATRICES
REM AM=MATRIZ ORIGINAL
REM AMT=MATRIZ TTANSPUESTA
REM IFIL=NUMERO DE FILAS DE LA MATRIZ ORIGINAL
REM ICOL=NUMERO DE COLUMNAS DE LA MATRIZ ORIGINAL
FOR I = 1 TO IFIL
FOR J = 1 TO ICOL
AMT(J, I) = AM(I, J)
NEXT: NEXT

END SUB
```

```
SUB INVERT (A(), X(), N, NN)
REM CALCULO DE LA INVERSA DE UNA MATRIZ
REM A= MATRIZ DE ENTRADA (N,N)
REM X= INVERSA DE LA MATRIZ A(N,N)
REM N= ORDEN DE LA MATRIZ A
REM C= MATRIZ AUXILIAR (N,2N)
REM EPS= LIMITE DE TOLERANCIA
REM NN= CONTADOR
DIM C(20, 40)
EPS = .000001
N1 = 2 * N
REM SE CARGA LA MATRIZ A Y SE CONSTRUYE LA MATRIZ IDENTIDAD
IF N = 0 THEN RETURN
FOR I = 1 TO N
FOR J = 1 TO N
C(I, J) = A(I, J)
NEXT: NEXT
FOR I = 1 TO N
FOR J = 1 TO N
IF I = J THEN GOTO 110
K = J + N
C(I, K) = 0
GOTO 121
110 K = J + N
C(I, K) = 1
121 NEXT: NEXT

REM INVERSION DE LA MATRIZ
FOR IP = 1 TO N
REM ENCUENTRA EL ELEMENTO PIVOT EN LA COLUMNA IP
IM = IP
IST = IP + 1
IF IP >= N THEN GOTO 150
FOR I = IST TO N
APN = ABS(C(IM, IP))
APM = ABS(C(I, IP))
IF APN >= APM THEN GOTO 140
IM = I
140 NEXT
150 APN = ABS(C(IM, IP))
IF APN >= EPS THEN GOTO 170
REM ELEMENTO DIAGONAL BANDERA CERCANO A 0

PRINT " EXISTE UN PROBLEMA EN LA INVERSION DE LAS MATRICES RR,GG,CC,LL, "
PRINT " G, R, M, P.   POR FAVOR REVISE EL INGRESO DE SUS DATOS. "
PRINT " LA EJECUCION DEL PROGRAMA HA SIDO CANCELADA........"
STOP
170 IF IM = IP THEN 190
REM INTERCAMBIO DE FILAS A LA POSICION DEL ELEMENTO PIVOT
FOR J = IP TO N1
CL = C(IP, J)
C(IP, J) = C(IM, J)
```

```
SUB ADDTN (A(), B(), C(), NFIL, NCOL)
REM SUBRUTINA PARA SUMAR DOS MATRICES
REM A= MATRIZ 1
REM B= MATRIZ 2
REM C= MATRIZ RESULTANTE
REM SUM=MATRIZ AUXILIAR
FOR ID = 1 TO NFIL
FOR JD = 1 TO NCOL
SUM(ID, JD) = 0
SUM(ID, JD) = A(ID, JD) + B(ID, JD)
NEXT JD: NEXT ID
FOR IH = 1 TO NFIL
FOR JH = 1 TO NCOL
C(IH, JH) = SUM(IH, JH)
NEXT JH: NEXT IH
END SUB
```

4.3 EJEMPLO DE APLICACION PARA EL CASO INVARIABLE EN EL TIEMPO.

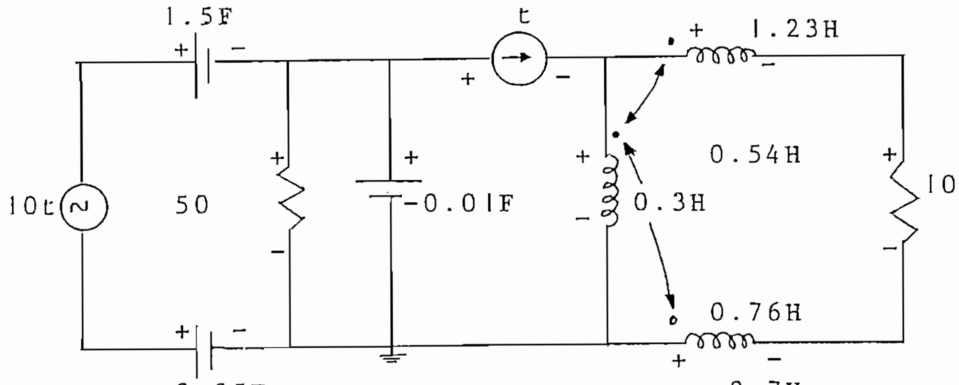


fig. 1

Se escoje un árbol normal tal que contenga a todas las fuentes de voltaje, ninguna de las fuentes de corriente, tantos capacitores como sea posible y tan pocas inductancias como sea posible.

Se enumeran los brazos de acuerdo a lo establecido en la formulación de variables de estado para redes generales.

La red considerada tiene N+1 =7 nudos y B=10 brazos. El árbol escogido tendrá N=6 brazos de árbol y B-N=4 enlaces de árbol. Se escoge un sentido arbitrario de la corriente que circula por la red.

Según el gráfico de la fig. siguiente, las variables de estado a escogerse son los voltajes capacitivos de brazos de árbol y la corriente de inductancia de brazos de enlace, esto es:

$$X^T(t) = \begin{bmatrix} V2 & V3 & i9 \end{bmatrix}$$

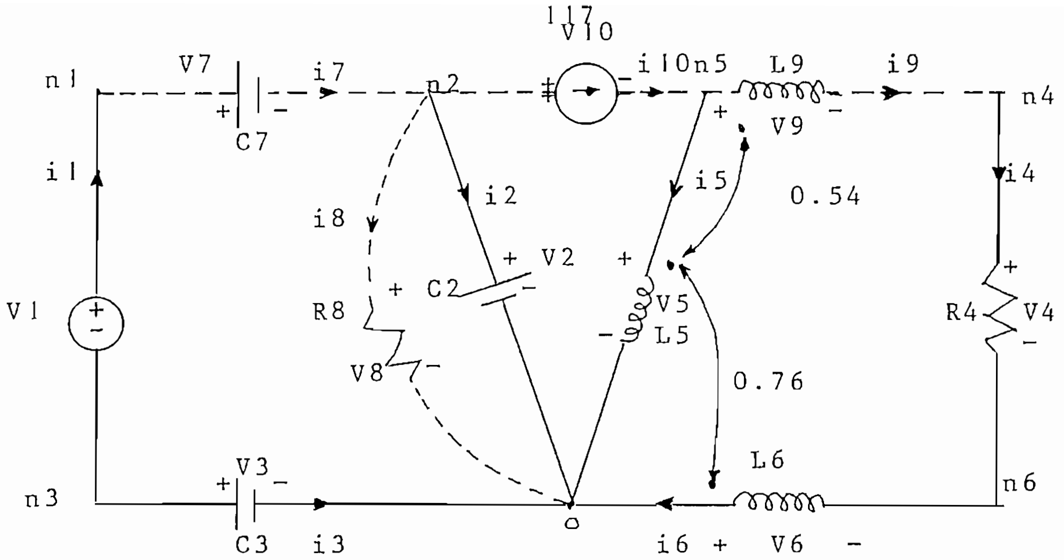


fig. 2

De acuerdo a la topología de redes, se denota los arreglos de corte fundamentales por C1, C2,......,C6.

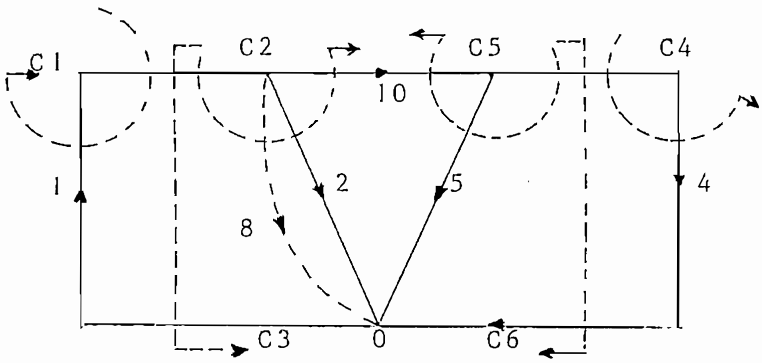


fig. 3

El vector voltaje y el vector corriente de ramas correspondientes a la red en estudio de acuerdo a la partición topológica de redes generales es:

$$Vb = \left[V1 \mid V2 \quad V3 \mid V4 \mid V5 \quad V6 \mid V7 \mid V8 \mid V9 \mid V10 \right]^T$$

$$ib = \left[i1 \mid i2 \quad i3 \mid i4 \mid i5 \quad i6 \mid i7 \mid i8 \mid i9 \mid i10 \right]^T$$

La matriz Qf de arreglos de corte fundamentales de la red es:

$$
Qf = \begin{array}{c}
\begin{array}{cccccccccc} b1 & b2 & b3 & b4 & b5 & b6 & b7 & b8 & b9 & b10 \end{array} \\
\left[\begin{array}{cccccccccc}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0
\end{array}\right]
\end{array}
\begin{array}{c} \\ C1 \\ C2 \\ C3 \\ C4 \\ C5 \\ C6 \end{array}
$$

Matriz Identidad Matriz F

A continuación se parte la submatriz F de acuerdo a:

$$
F = \begin{bmatrix} Fvs & Fvr & Fvl & Fvi \\ Fcs & Fcr & Fcl & Fci \\ Fgs & Fgr & Fgl & Fgi \\ F\&s & F\&r & F\&l & F\&i \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c|c|c}
-1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline
-1 & 1 & 0 & 1 \\
1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline
0 & 0 & -1 & 0 \\ \hline
0 & 0 & 1 & -1 \\
0 & 0 & -1 & 0
\end{array}\right]
$$

puesto que el número de elementos de la red es :

v = 1 c = 2 g = 1 & = 1 s = 1 r = 1 l = 1 i= 1

Como se escogió un árbol normal y como se definió se tiene que:

Fgs = 0, F&s = 0, F&r = 0

De la figura 2 se consigue las siguientes matrices:

$$Cc = \begin{bmatrix} C2 & 0 \\ 0 & C3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.05 \end{bmatrix}$$

$$L1 = \begin{bmatrix} Lq \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.23 \end{bmatrix}$$

$$L\& = \begin{bmatrix} L5 & M56 \\ M65 & L6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3 & -0.76 \\ -0.76 & 0.7 \end{bmatrix}$$

$$Rr = \begin{bmatrix} R8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 50 \end{bmatrix}$$

$$Gg = \begin{bmatrix} 1/R4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1 \end{bmatrix}$$

$$M\&1 = \begin{bmatrix} 0.54 \\ 0 \end{bmatrix} \quad M1\& = \begin{bmatrix} 0.54 & 0 \end{bmatrix} \quad Cs = \begin{bmatrix} 1.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C7 \end{bmatrix}$$

A continuación se obtiene los valores de G y R.

$$G = Gg + Fgr\ Rr^{-1}\ Fgr^{T} \qquad G = 1/R4 = \begin{bmatrix} 0.1 \end{bmatrix}$$

$$R = Rr + Fgr^{T}\ Gg^{-1}\ Fgr \qquad R = R8 = \begin{bmatrix} 50 \end{bmatrix}$$

Inmediatamente se obtienen las matrices

$$Hcc = -Fcr\ R\ \ Fcr = \begin{bmatrix} -0.02 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H11 = -Fgl\ G^{T-1}\ Fgl = \begin{bmatrix} -10 \end{bmatrix}$$

$$Hcv = -Fcr\ R^{-1}\ Fvr^{T} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Hlv = Fvl^{T} - Fgl^{T} G^{-1} Fgr\ Rr^{-1} Fvr^{T} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

$$Hci = -Fci + Fcr\ R^{-1} Fgr^{T} Gg^{-1} Fgi = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Hli = -Fgl^{T} G^{-1} Fgi = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

$$Hlc = Fcl^{T} - Fgl^{T} G^{-1} Fgr\ Rr^{-1} Fcr^{T} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Se calculan las matrices auxiliares M^{-1} y P^{-1} siendo

$$M = I + Fcs\ Cs\ Fcs^{T} Cc^{-1}$$

$$P = I - F\&l^{T} M\&l\ L1^{-1} - M1\&\ F\&l\ L1^{-1} + F\&l^{T} L\&\ F\&l\ L1^{-1}$$

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} 0.17127 & 0.16574 \\ 0.82873 & 0.83425 \end{bmatrix} \qquad P^{-1} = \begin{bmatrix} 0.46067 \end{bmatrix}$$

Por tanto las matrices A y B invariantes en el tiempo de la ecuación de estado para redes generales, resultan:

$$A = \begin{bmatrix} -0.3425 & 0 & 0 \\ -0.3314 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3.7453 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -17.127 & -0.828 & 0 \\ 0 & -16.574 & 0.1657 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1947 \end{bmatrix}$$

Tenemos la ecuación de estado

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t)$$

donde $X(t) = \begin{bmatrix} V2 & V5 & i9 \end{bmatrix}^T$ y $U(t) = \begin{bmatrix} V1 \\ i10 \\ \dot{V1} \\ \dot{i10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10t \\ t \\ 10 \\ 1 \end{bmatrix}$

La solución del vector de estad X(t) que viene dada por:

$$X(t) = e^{A(t-to)} Xo + \int_{to}^{t} e^{A(t-T)} BU(T)\, dT$$

donde se ha escogido como condiciones iniciales

$$X(to) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1.5 \end{bmatrix} = Xo$$

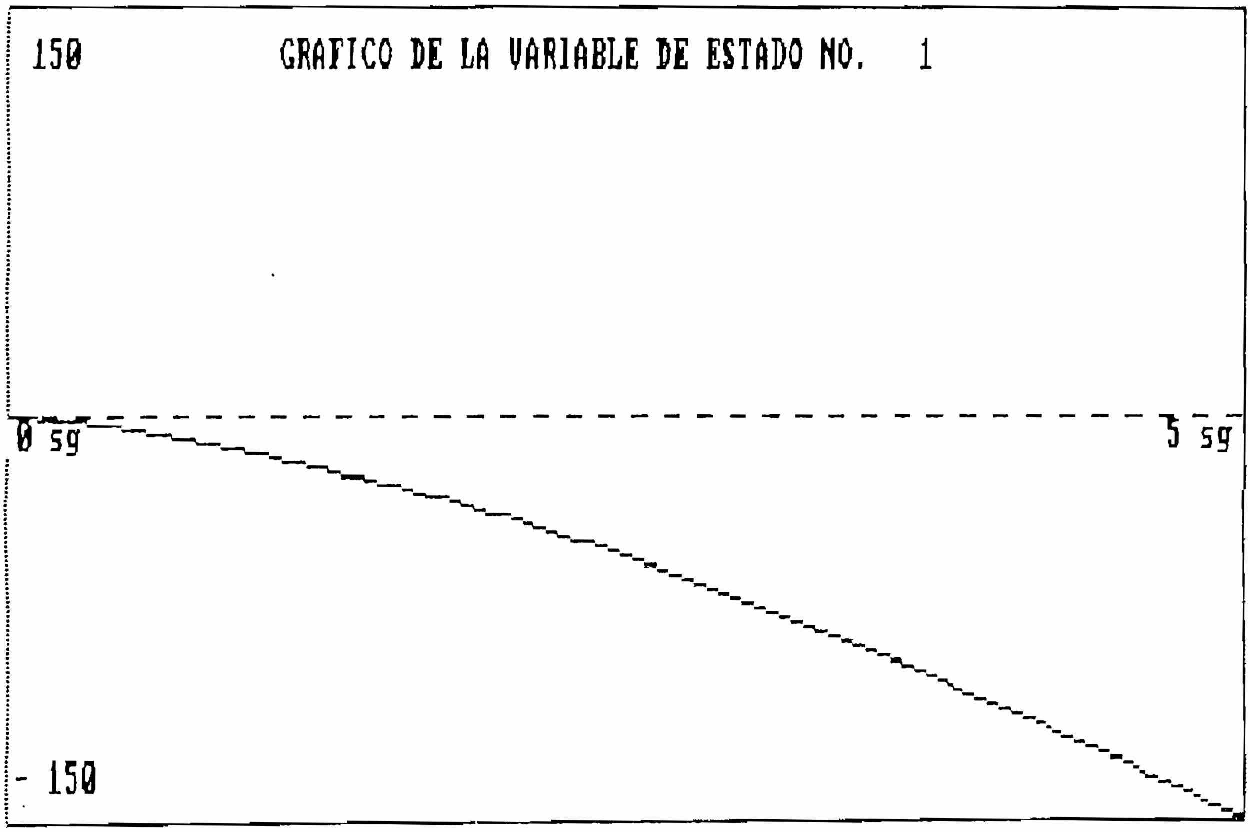
$$X(t) = \begin{bmatrix} -121.774 \left(e^{-0.3425t} - 1 \right) - 50t^2 \\ 1 + 4.10^{-8} \dfrac{t^2}{2} - 38.709t - 117.84599 \left(e^{-0.3425t} - 1 \right) \\ 0.052 + 1.448\, e^{-3.7453t} \end{bmatrix}$$

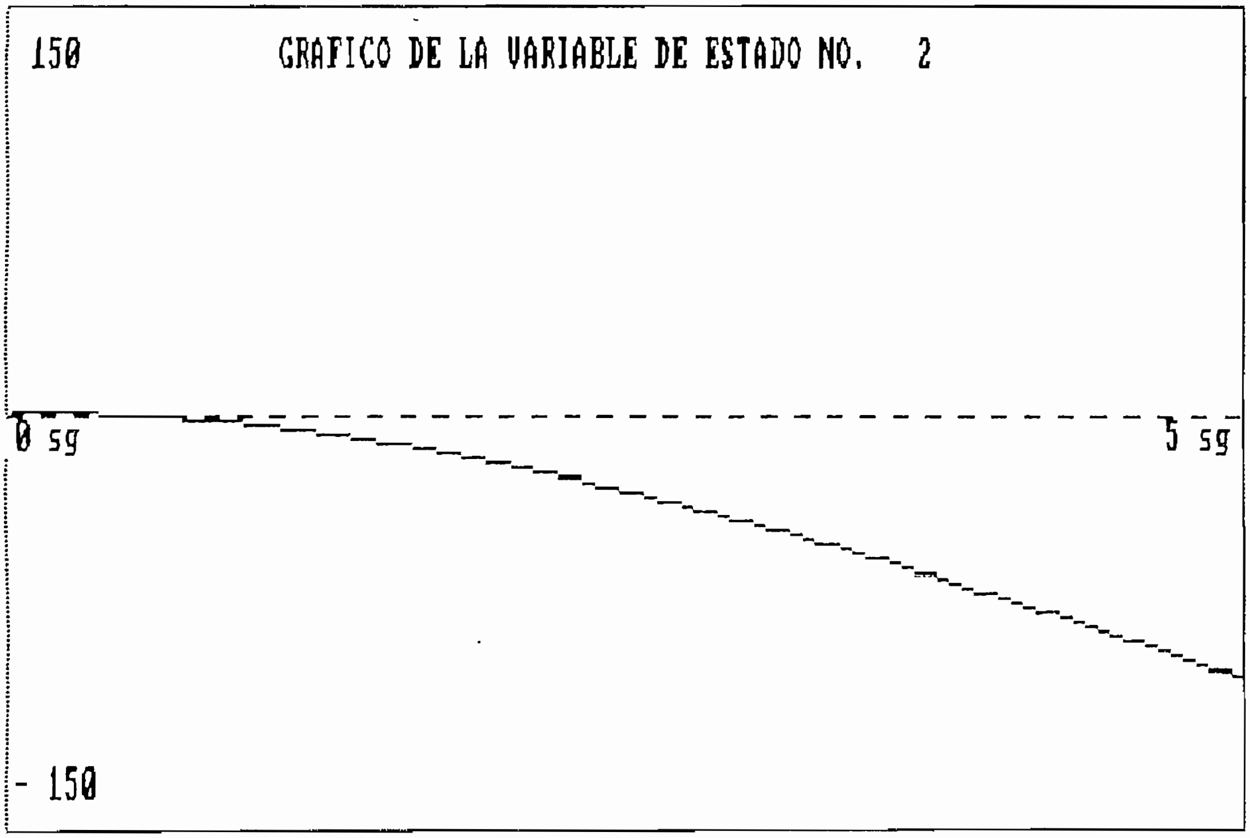
Evaluando el vector de estado X(t) para un intervalo tiempo (0 a 5 sg.) se tiene la tabla de resultados.

t(sg)	X1	X2	X3
0	0	1	1.5
0.5	-5.8319	0.1948	0.2745
1.0	-14.6810	-3.5300	0.08621
1.5	-26.0724	-9.7152	0.05725
2.0	-39.6059	-17.9734	0.05280
2.5	-54.9442	-27.9783	0.05212
3.0	-71.8034	-39.4549	0.05201
3.5	-89.9440	-52.1716	0.05200
4.0	-109.164	-65.933	0.05200
4.5	-129.2941	-80.5752	0.05200
5.0	-150.1910	-95.9590	0.05200

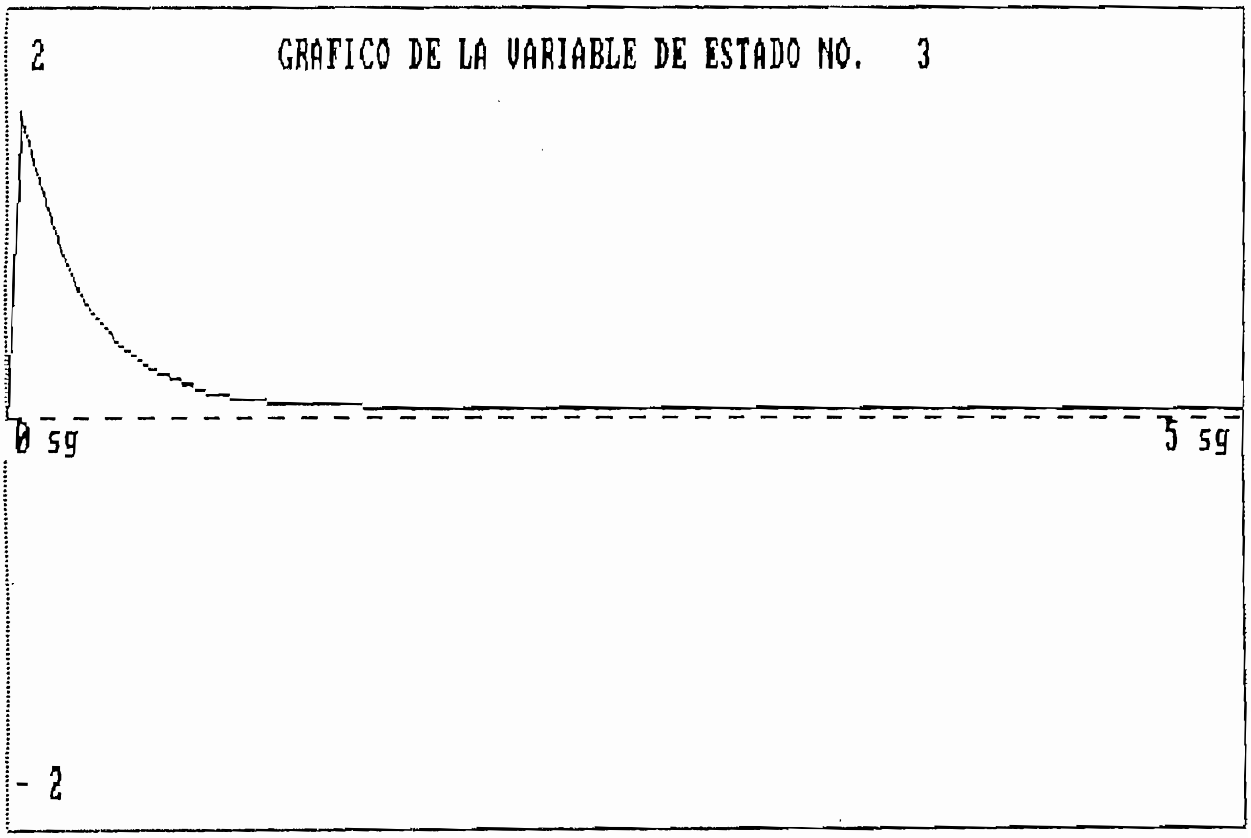
VALORES DE RESPUESTA DE LAS VARIABLES DE ESTADO

t(sg)	X1	X2	X3
0	0	1	1.5
0.5	5.831	0.195	0.275
1.0	-14.681	-3.530	0.086
1.05	-26.072	-9.715	0.057
2.0	-39.606	-17.974	0.053
2.5	-54.945	-27.979	0.052
3.0	-71.804	-39.456	0.052
3.5	-89.945	-52.173	0.052
4.0	-109.166	-65.935	0.052
4.5	-129.296	-80.642	0.052
5.0	-150.193	-95.961	0.052


150
GRAFICO DE LA VARIABLE DE ESTADO NO. 1
0 sg
5 sg
- 150

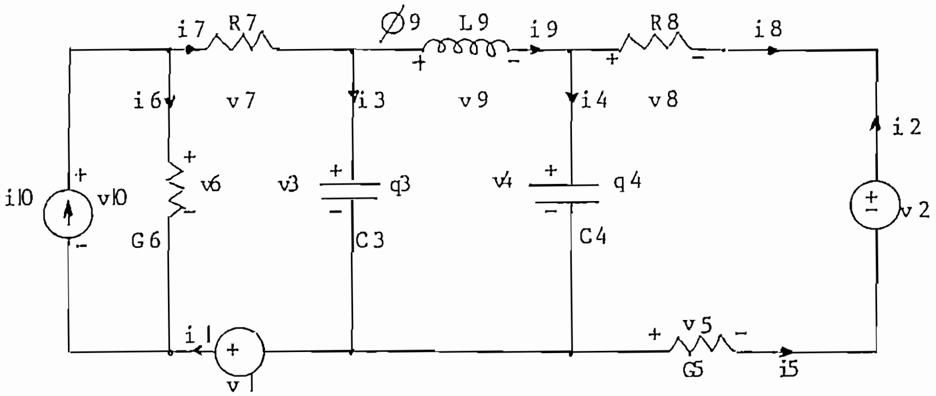


150
GRAFICO DE LA VARIABLE DE ESTADO NO. 2
0 sg
5 sg
- 150


2
GRAFICO DE LA VARIABLE DE ESTADO NO. 3
0 sg
5 sg
- 2

4.4 EJEMPLO DE APLICACION PARA EL CASO VARIABLE EN EL TIEMPO.-

Consideremos la red presentada en la figura 4.4.1 . Todos sus elementos son lineales, variantes en el tiempo, y ninguno es igual a cero, para todo $t > 0$.

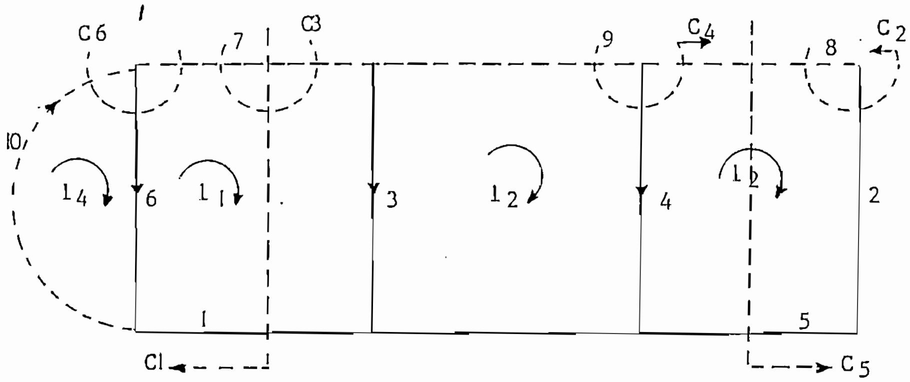


Solución.-

Dado que no existen lazos capacitivos únicos ni arreglos de corte inductivos únicos y como la red es variable en el tiempo, las variables de estado a escoger son las cargas en los capacitores y el flujo a través del inductor; esto es

$$X(t) = \begin{bmatrix} q3(t) & q4(t) & \varnothing9(t) \end{bmatrix}^T$$

Los brazos de esta red se numeran de acuerdo al proceso dado en la parte teórica correspondiente; un árbol propio puede ser dibujado como en la figura 4.4.2



Los conjuntos de corte fundamentales, se denotan por C1,C2, ...C6 y los lazos fundamentales por l1 hasta l4. El vector de voltajes de brazo y el vector de corriente de brazo correspondiente a la red bajo estudio, se particiona de la siguiente manera:

$$Vb = \left[V1 \ V2 \,\vdots\, V3 \ V4 \,\vdots\, V5 \ V6 \,\vdots\, V7 \ V8 \,\vdots\, V9 \,\vdots\, V10 \right]^T$$

$$ib = \left[i1 \ i2 \,\vdots\, i3 \ i4 \,\vdots\, i5 \ i6 \,\vdots\, i7 \ i8 \,\vdots\, i9 \,\vdots\, i10 \right]^T$$

aquí, v = 2, c = 2, g = 2, r = 2, l = 1 e i = 1

Entonces la matriz de cortes fundamentales Qf vendria a ser:

$$Qf = \begin{array}{c} \\ C1 \\ C2 \\ C3 \\ C4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccccc} b1 & b2 & b3 & b4 & b5 & b6 & b7 & b8 & b9 & b10 \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{array}{c} C5 \\ C6 \end{array} \left[\begin{array}{cccccc|cccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{array}\right]$$

matriz identidad matriz F

Entonces la matriz particionada F será

$$F = \left[\begin{array}{c|c|c} Fvr & Fvl & Fvi \\ \hline Fcr & Fcl & Fci \\ \hline Fgr & Fgl & Fgi \end{array}\right] = \left[\begin{array}{cc|c|c} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{array}\right]$$

De la figura 4.4.2 se obtiene inmediatamente:

$$Rr = \begin{bmatrix} R7 & 0 \\ 0 & R8 \end{bmatrix} \quad Gg = \begin{bmatrix} G5 & 0 \\ 0 & G6 \end{bmatrix} \quad Cc = \begin{bmatrix} C3 & 0 \\ 0 & C4 \end{bmatrix}$$

$$L1 = L9$$

donde la caracteristica de variabilidad de estas matrices, está sobreentendida. Entonces,

$$Rr^{-1} = \begin{bmatrix} R7^{-1} & 0 \\ 0 & R8^{-1} \end{bmatrix} \quad Gg^{-1} = \begin{bmatrix} G5^{-1} & 0 \\ 0 & G6^{-1} \end{bmatrix}$$

usando la definición de la matriz G y R, se obtiene

$$G = \begin{bmatrix} G5 & 0 \\ 0 & G6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R7 & 0 \\ 0 & R8 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G5 + R8^{-1} & 0 \\ 0 & G6 + R7^{-1} \end{bmatrix}$$

entonces

$$G^{-1} = \begin{bmatrix} \dfrac{R8}{1+R8\ G5} & 0 \\ & \dfrac{R7}{1+G5\ R8} \end{bmatrix}$$

$$R^{-1} = \begin{bmatrix} \dfrac{G6}{1+G6\ R7} & 0 \\ & \dfrac{G5}{1+G5\ R8} \end{bmatrix}$$

Usando estas relaciones juntas con F particionada se obtiene

$$Hcc = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{G6}{-1+G6\ R7} & 0 \\ & \dfrac{G5}{1+G5\ R8} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ó

$$Hcc = \begin{bmatrix} \dfrac{-G6}{1+G6\ R7} & 0 \\ & \dfrac{-G5}{1+G5\ R8} \end{bmatrix} \quad Hcl = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad Hlc = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$Hll = 0, \quad Hcv = \begin{bmatrix} \dfrac{-G6}{1+G6\ R7} & 0 \\ 0 & \dfrac{-G5}{1+G5\ R8} \end{bmatrix}$$

$$Hlv = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad Hci = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{1+G6\ R7} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Hli = 0$$

Dado que la red resistiva es simétrica $Hcl = -Hlc^T$, podemos obtener

$$Hcc\ Cc^{-1} = \begin{bmatrix} \dfrac{-G6}{C3(1+G6\ R7} & 0 \\ 0 & \dfrac{-G5}{C4(1+G6\ R7)} \end{bmatrix}$$

$$Hlc\ Cc^{-1} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{C3} & -\dfrac{1}{C4} \end{bmatrix}, \qquad Hcl\ Ll^{-1} = \begin{bmatrix} -\dfrac{1}{L9} \\ \dfrac{1}{L9} \end{bmatrix}$$

y $\quad Hll\ Ll^{-1} = 0$

finalmente, las ecuaciones de estado pueden ser escritas como

$$
\begin{bmatrix} \dot{q}3 \\ \dot{q}4 \\ \dot{\emptyset}9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{-G6}{C3(1+G6\ R7)} & 0 & -\dfrac{1}{L9} \\ 0 & \dfrac{-G5}{C4(1+G5\ R8)} & \dfrac{1}{L9} \\ \dfrac{1}{C3} & -\dfrac{1}{C4} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q3 \\ q4 \\ \emptyset 9 \end{bmatrix}
$$

$$
+ \begin{bmatrix} \dfrac{-G6}{1+G6\ R7} & 0 & \dfrac{1}{1+G6\ R7} \\ 0 & \dfrac{-G5}{1+G5\ R8} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V1 \\ V2 \\ V3 \end{bmatrix}
$$

Esta ecuación está, claramente, en la forma normal.

Para efectos del ejemplo, se asignan las siguientes funciones dependientes del tiempo, a cada uno de los elementos:

$$
G6 = \frac{1}{R6} = \frac{1}{5t+2}
$$

$$C3 = 5\ \mathrm{Cos}\ t - 2$$

$$R7 = 2t - 1$$

$$L9 = 3\ \mathrm{Sin}\ 2t + 1$$

$$G5 = \frac{1}{R5} = \frac{1}{3t + 2}$$

$$C4 = 4e^{-t}$$

$$R8 = 2$$

Reemplazando estos valores en las ecuaciones de estado representativas de la red se obtiene:

$$A = \begin{bmatrix} \dfrac{-1}{(5\mathrm{Cos}t-2)(7t+1)} & 0 & \dfrac{-1}{3\mathrm{Sin}2t+1} \\ 0 & \dfrac{-1}{4e^{-t}(3t+4)} & \dfrac{1}{3\mathrm{Sin}2t+1} \\ \dfrac{1}{5\mathrm{Cos}t-2} & \dfrac{-1}{4e^{-t}} & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} +\dfrac{-1}{7t+1} & 0 & \dfrac{5t+2}{7t+1} \\ 0 & \dfrac{-1}{3t+4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Para el presente ejemplo se tienen 3 fuentes (2 de voltaje y una de corriente), por lo que el vector U viene a ser:

$$U = \begin{matrix} 2t + 1 \\ 3t - 3 \\ 4 \operatorname{Cos} t + 2 \end{matrix}$$

y las condiciones iniciales para las tres variables de estado se establecen como X1(0) = 0, X2(0) = 1 y X3(0) = 1 Una vez estructuradas las matrices de estado, se procede con el programa digital, el mismo que nos entrega los siguientes valores :

t(sg)	X1	X2	X3
0	0	1	1
1	8.215	2.943	2.00
2	12.492	6.572	4.416
3	13.537	12.175	6.378
4	13.671	18.671	7.052
5	13.198	24.953	5.885
6	14.746	28.850	3.721
7	17.728	30:373	1.655
8	21.231	30.226	0.552
9	24.127	29.621	0.644
10	25.684	29.624	1.622

11	25.866	29.630	2.729
12	25.235	32.567	3.362
13	24.573	34.586	3.255
14	24.477	36.066	2.561
15	25.107	36.663	1.697
16	26.205	36.481	1.087
17	27.562	35.842	0.987
18	27.865	35.543	1.257
19	28.126	35.571	1.746
20	27.832	36.044	2.136

A continuación se imprimem los gráficos de las variables de estado, obtenidas a través del programa.

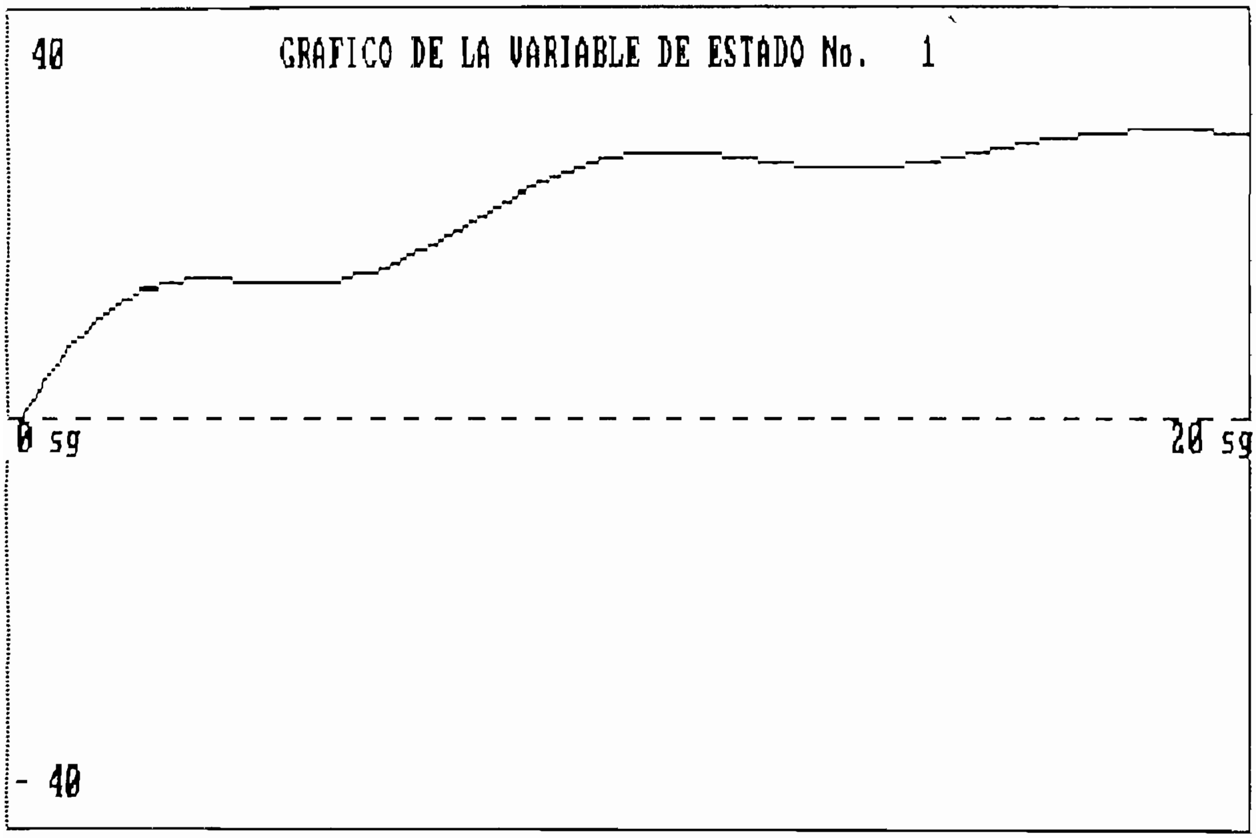
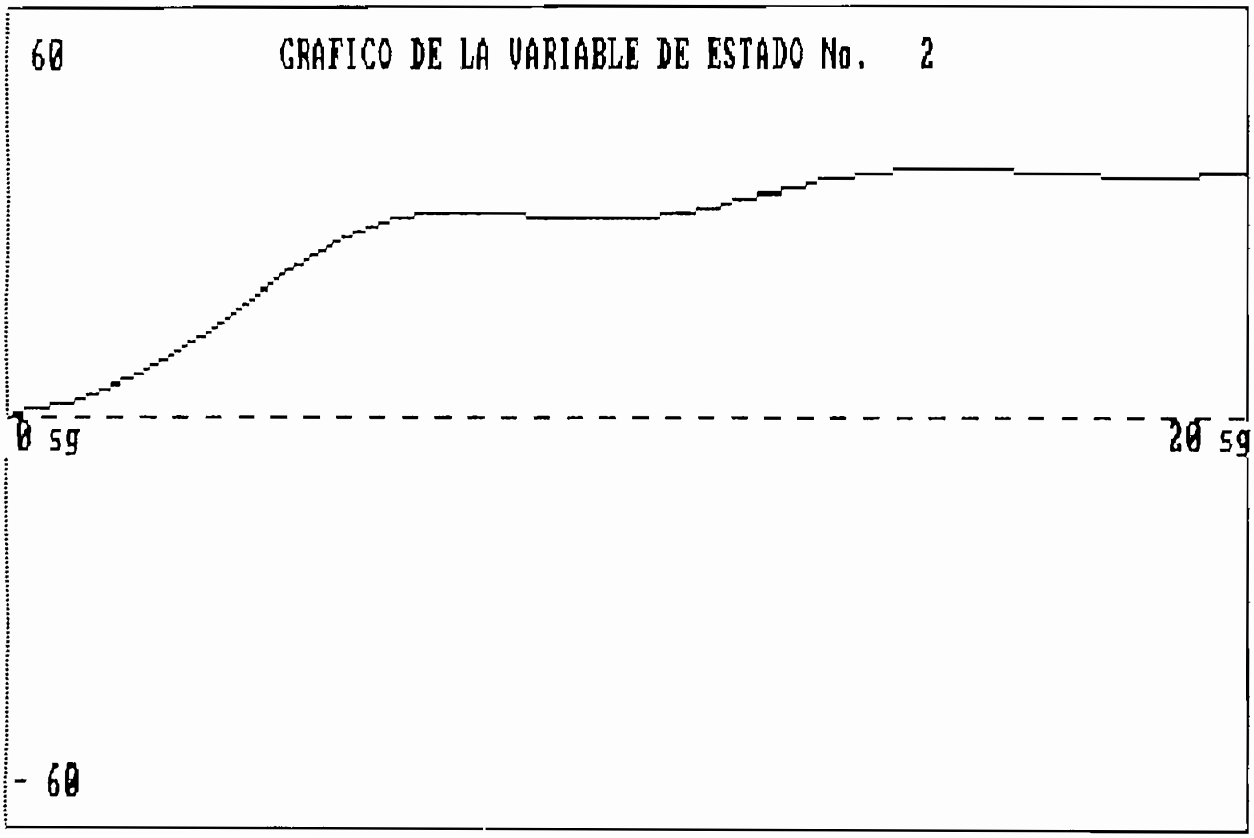
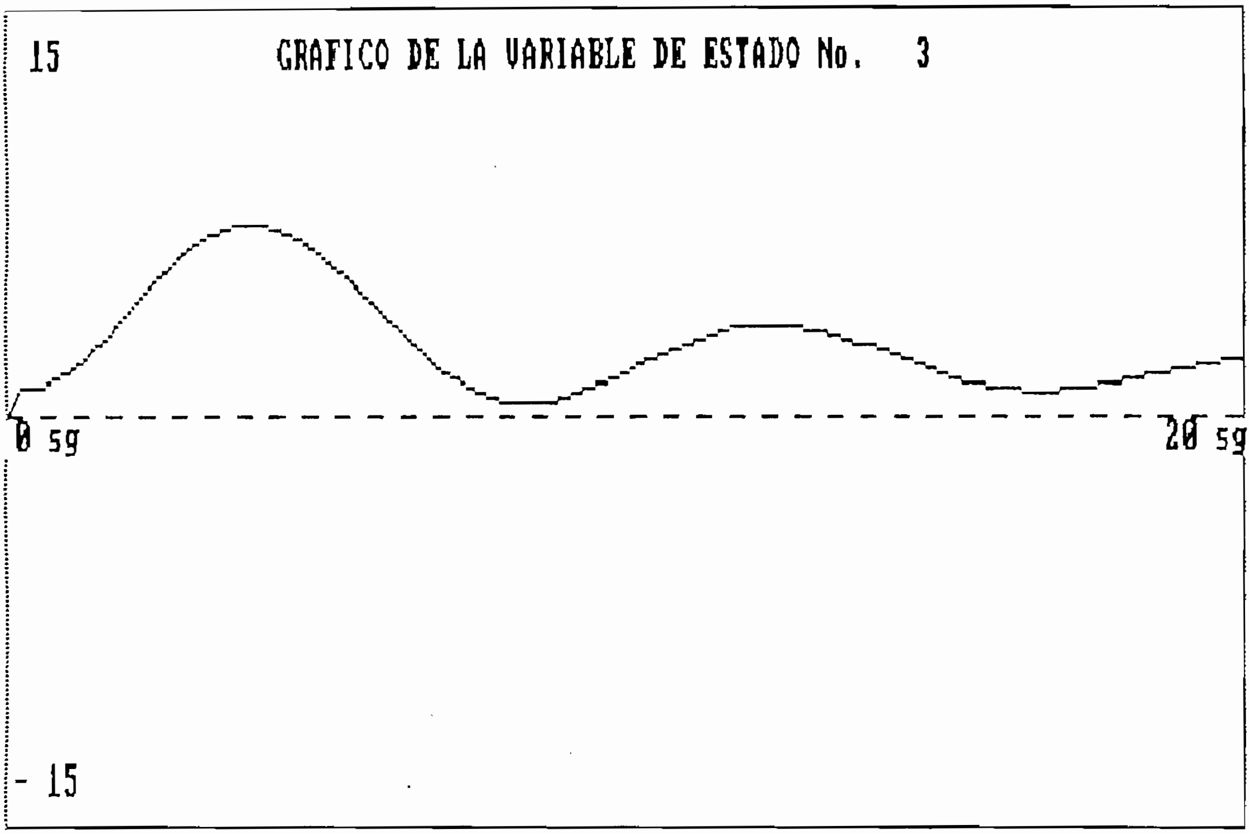


GRAFICO DE LA VARIABLE DE ESTADO No. 1
40
0 sg
20 sg
- 40


60
GRAFICO DE LA VARIABLE DE ESTADO No. 2
0 sg
20 sg
- 60

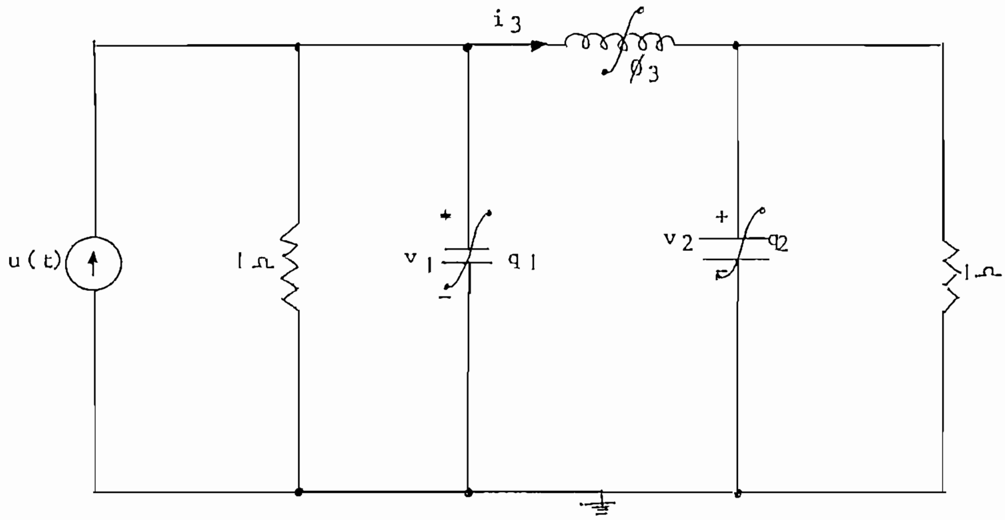

15
GRAFICO DE LA VARIABLE DE ESTADO No. 3
0 sg
20 sg
- 15

4.5 EJEMPLO DE APLICACION PARA EL CASO DE RED NO LINEAL.

Consideremos la red no lineal, mostrada en la fig. donde los capacitores son controlados por carga con característica v-q y donde el inductor es controlado por flujo con característica i- $\varphi 3$

Asi $\quad v1 = q1^3 \quad v2 = q2^3 \quad i3 = (\ 8 \ \mathrm{Cos}\ t + 1\ )\ \varphi 3^3$

Se asume que $u(t) = 5 \ \mathrm{Sin}\ 2t$



Tomando las cargas capacitivas y los flujos inductivos como variables de estado las ecuaciones de estado de esta red pueden ser escritas como:

$$\dot{X1} = - X1^3 - (8 \ \mathrm{Cos}\ t + 1)\ X3 + 5 \ \mathrm{Sin}\ 2t$$

$$\dot{X2} = -X2^3 + (8\ \mathrm{Cos}\ t + 1)\ X3$$

$$\dot{X3} = X1^3 - X2^3$$

Donde se ha escogido las siguientes notaciones:

$$X1 = q1 \ , \quad X2 = q2 \ , \quad X3 = \varphi 3$$

Para resolver este sistema de ecuaciones diferenciales no lineales adicionalmente necesitamos de los valores de las condiciones iniciales. Para el ejemplo asumimos :

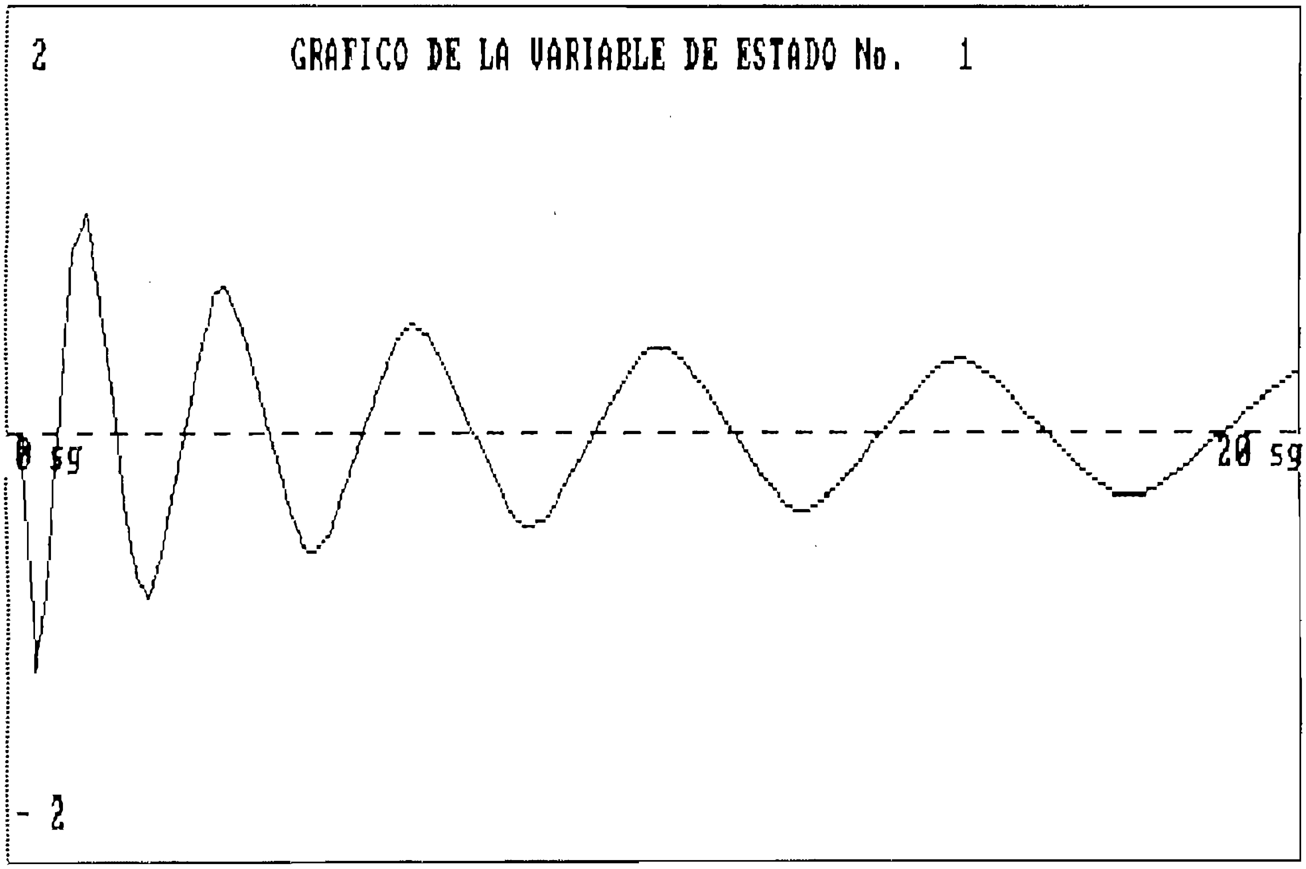
$$X1(0) = 0 \qquad X2(0) = 1 \qquad X3(0) = 1$$

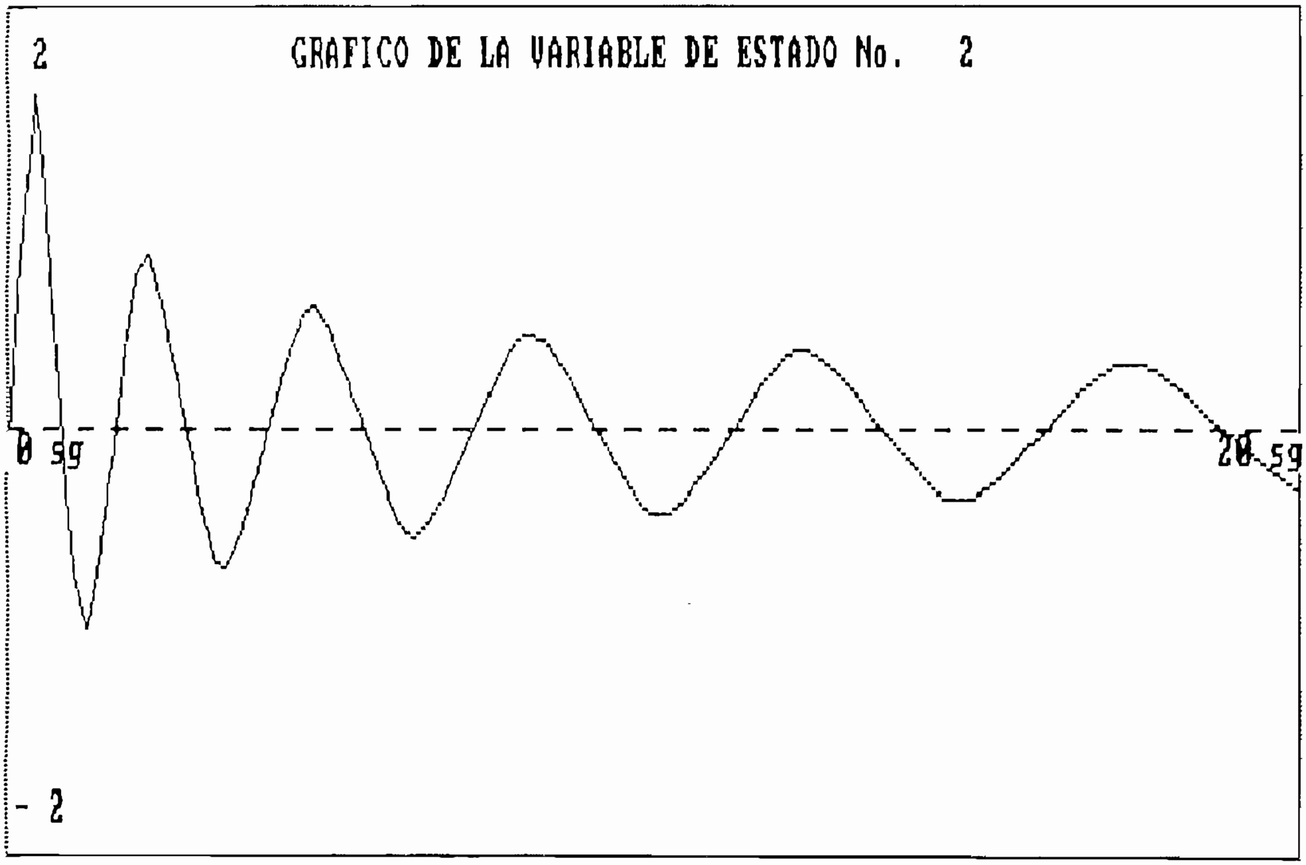
Con estos datos y con ayuda del programa suplementario obtenemos los siguientes valores de respuesta:

t (sg)	X1	X2	X3
0	0	1	1
1	1.043	-0.946	-0.022
2	-0.780	0.813	0.001
3	0.625	-0.608	-0.117
4	-0.145	0.154	0.128
5	-0.335	0.340	-0.090
6	0.473	-0.469	-0.059
7	0.08	-0.077	0.076
8	-0.453	0.455	0.012

9	-0.027	0.029	-0.061
10	0.408	-0.407	-0.015
11	0.090	-0.089	0.050
12	-0.330	0.330	0.034
13	-0.208	0.209	-0.040
14	0.168	-0.168	-0.041
15	0.323	-0.323	0.013
16	0.039	-0.038	0.036
17	-0.264	0.264	0.027
18	-0.240	0.240	-0.024
19	0.029	-0.029	-0.031
20	0.271	-0.271	-0.018

A continuación y en igual forma que en el punto anterior se grafican las tres variables de estado para el intervalo de tiempo establecido.


2
GRAFICO DE LA VARIABLE DE ESTADO No. 1
0 sg
20 sg
- 2


2
GRAFICO DE LA VARIABLE DE ESTADO No. 2
0 sg
20 sg
- 2

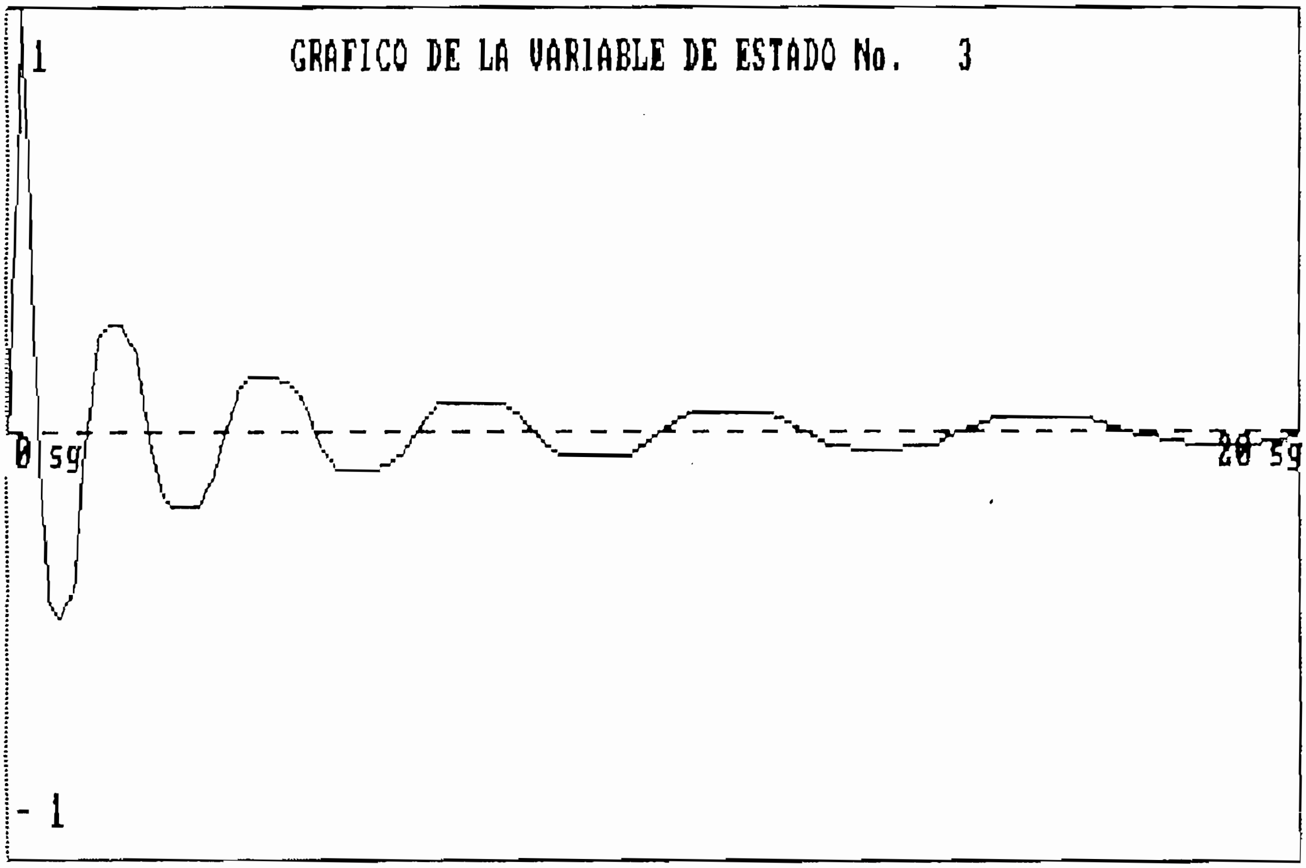


GRAFICO DE LA VARIABLE DE ESTADO No. 3
1
0 sg
20 sg
- 1

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El presente trabajo, creemos en nuestro criterio, constituye un modesto aporte a la mejor utilización de los recursos ya existentes en nuestra facultad en cuanto tiene que ver a equipos de computación, para el estudio automatizado de la teoría de redes.

Los programas desarrollados en esta tesis, son extensos pero no por eso difíciles de comprender y menos de utilizar . En especial el programa principal se destaca por que permite visualizar los pasos intermedios para la construcción de las matrices de estado, previamente a su solución numérica y gráfica. De esa manera el usuario que esté haciendo uso de el programa tendrá la oportunidad de comprobar sus cálculos topológicos analíticos al compararlos con los que vaya observando en el programa.

El programa complementario mas bién está enfocado a la resolución como tal de las matrices variantes en el tiempo representativas de una red asi como también permite resolver un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales.

Como ya se expresó en su oportunidad, una característica importante de esta serie de tres programas es la jerarquía en su generalización. Con esto lo que se quiere decir es que mediante el programa complementario se puede resolver un problema de la primera parte y mediante el programa no lineal también se puede resolver el programa variable en el tiempo. La diferencia radica en la forma como está representada la red en estudio antes de ingresar a procesarlos datos.

Los programas están hechos de tal manera que únicamente el volúmen de información que pueden manejar se ve limitado por restricciones propias del sistema y de la máquina.

Posiblemente uno de los aspectos que ameritaría una ampliación a este trabajo, constituiría el estudio de técnicas mas sofisticadas de resolución numérica tal que el tiempo de ejecución del programa juntamente con la validez de sus resultados sean óptimos.

CAPITULO SEXTO

A N E X O S

6.1 TOPOLOGIA DE REDES.-

En esta sección, la topología de redes, será analizada desde el punto de vista de interconexión de sus elementos y mas no de su naturaleza. Es decir, que lo que se tratará es de armonizar el estudio realizado en la parte computacional de este trabajo con la teoría de gráficos de redes, en base a la representación mediante diagramas de elementos interconectados.

Para comenzar establezcamos algunas definiciones básicas:

6.1.1 DEFINICIONES TOPOLOGICAS

6.1.1.1 GRAFICO DE UNA RED.- Es un diagrama que muestra la interconexión de los elementos de una red, en donde todo elemento de 2 terminales se representa por un segmento de línea llamado brazo o rama, y cada punto terminal del elemento se denota por un punto llamado nodo.

6.1.1.2 NODO.- Un nodo, ni, se define a ser un punto terminal de un segmento de línea.

6.1.1.3 BRAZO.- Un brazo, bk, es un segmento de línea asociado con 2 nodos ni y nj en sus puntos terminales. Un brazo a veces se denota por el par ni, nj k; esto significa que el brazo bk es incidente a los nodos ni y nj.

6.1.1.4 GRAFO.- Grafo G, es una colección de nodos y brazos con la condición que los brazos se interconectan solamente en los nodos.

6.1.1.5 LAZO.- Un lazo es un camino tq. sus nodos inicial y final coinciden. A un lazo dado, usualmente le asignamos una dirección.

6.1.1.6 ARBOL.- Un árbol T de un gráfico conectado G, es un subgráfico conectado con las siguientes propiedades:

1. El árbol T contiene a todos los nodos del gráfico G.
2. El árbol T no contiene ningun lazo.

Los brazos de T se llaman brazos de árbol y los brazos de G que no son brazos de árbol se llaman enlaces o cuerdas.

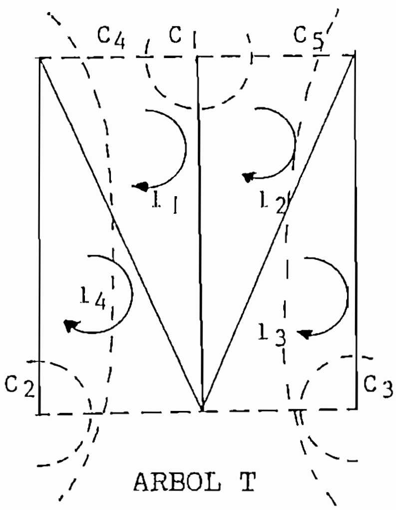
6.1.1.7 ARREGLO DE CORTE.- Un arreglo de corte de un gráfico conectado es un grupo de un mínimo número de brazos que cuando se suprimen dividen al gráfico en 2 subgráficos separados, de manera que el gráfico permanecerá conectado, mientras no se suprima algún brazo de arreglo de corte.
Un gráfico conectado G con N+1 nodos y B brazos tiene un

árbol T con exactamente N brazos de árbol y B - N cuerdas.

6.1.1.8 LAZO FUNDAMENTAL.- Un lazo fundamental de un gráfico G con respecto a un árbol T, es un lazo que está formado por una cuerda o enlace y un grupo único de brazos de árbol T.

6.1.1.9 ARREGLO DE CORTE FUNDAMENTAL.- Un arreglo de corte fundamental de un gráfico G con respecto a un árbol T es un arreglo de corte que está formado por un brazo de árbol y un grupo único de enlaces o cuerdas de T.

EJEMPLO:



ARBOL T

En el árbol T del ejemplo, los lazos fundamentales son l1,l2,l3 y l4.

Los arreglos de corte fundamentales correspondientes a T son C1, C2, C3, C4 y C5.

Para un mismo gráfico conectado G con N+1 nodos y B brazos, pueden haber varios árboles diferentes. A cada árbol T del gráfico G corresponden N arreglos de corte fundamentales y B-N lazos fundamentales.

6.1.1.10 LAZO CAPACITIVO UNICO.- Un lazo es llamado, lazo capacitivo único, si está formado de capacitores solamente (dos o más) y posiblemente algunas fuentes independientes de voltaje.

6.1.1.11 ARREGLO DE CORTE INDUCTIVO UNICO.- Un arreglo de corte se llama un arreglo de corte inductivo único si está formado de inductancias solamente (dos o más) y posiblemente de algunas fuentes independientes de corriente.

6.1.1.12 RED PROPIA.- Se llama con tal nombre a una red que no contiene lazos capacitivos únicos ni arreglos de corte inductivos únicos.

Se asume que los brazos o ramas de la red en estudio son simples; o sea que un brazo es una fuente independiente de voltaje o de corriente o que tiene sólo resistencias, capacitores o inductancias, pero no una combinación de estos.

6.1.1.13 ARBOL PROPIO.- Un árbol propio de una red cerrada compuesta de resistencias, capacitores, inductancias y fuentes independientes, es un árbol que contiene a todas las fuentes de voltaje, todos los capacitores y posiblemente algunas resistencias, pero no inductancias ni fuentes de corriente.

6.1.1.14 ARBOL NORMAL.- Un árbol normal de una red conectada y compuesta de elementos de dos terminales como resistencias, capacitores, inductancias y fuentes independientes de voltaje y corriente es un árbol que contiene a todas las fuentes de voltaje, ninguna de corriente, tantos capacitores como sea posible y tan pocas inductancias como sea posible.

En esta definición se excluye la posibilidad de tener algunos lazos de fuentes de voltaje únicamente o algunos arreglos de corte de fuentes de corriente únicamente.

6.2. REPRESENTACION DE REDES ELECTRICAS LINEALES E INVARIANTES EN EL TIEMPO MEDIANTE ARREGLOS Y MATRICES OBTENIDAS A PARTIR DE LAS ECUACIONES DE VOLTAJE Y CORRIENTE.-

6.2.1 MATRIZ DE INCIDENCIA AUMENTADA.-

Dado un gráfico orientado, consistente de N + 1 nudos y B brazos, marcados arbitrariamente como n1, ... n + 1 y b1, b2, ... bB se define una matriz Aa = (akj) de orden (N + 1) X B si:

akj = 1 cuando bj es incidente a nk y es en dirección opuesta a él.

akj = -1 cuando bj es incidente a nk y está dirigido hacia él.

akj = 0 cuando bj no es incidente a nk.

Como uno de los nodos es el de referencia, el rango de Aa es menor que N + 1 y es N. Luego en Aa, únicamente N de las filas son li. A esta nueva matriz se le denomina simplemente matriz de incidencia.

6.2.2 LEY DE CORRIENTES DE KIRCHOFF (KCL)

Para cualquier red eléctrica la suma algebraica de todas las corrientes entrantes y salientes a un nodo es igual a cero.

Analíticamente se tiene:

$$\sum_{j=1}^{B} akj\ ij = 0 \quad \text{para } k = 1,2,\ldots\ldots n+1 \quad (6.2.2.1)$$

donde akj es la misma definida en (6.2.1)

Escrito en forma matricial se tiene:

Aa ib = 0 (6.2.2.2) y donde A es la matriz de incidencia A(NxB).

La aplicación de KCL no se limita a nodos de una red, sino se puede aplicar a cualquier arreglo de corte de una red.

La propiedad básica de los arreglos de corte fundamentales es que producen KCL ecuaciones li.

6.2.3 MATRIZ DE ARREGLOS DE CORTE FUNDAMENTALES.-

La matriz de arreglos de corte fundamentales Qf de un gráfico G con N + 1 nodos y B brazos correspondiente a un árbol T es una matriz NxB, denotada como:

Qf = (qkj) (6.2.3.1)

donde:

qkj = 1 cuando el brazo bj está en Ck y tiene la misma orientación . Ck es el conjunto de corte correspondiente.

qkj = - 1 cuando el brazo bj está en Ck y tiene dirección opuesta.

qkj = 0 cuando el brazo bj no está en Ck.

Puesto que hay N arreglos de corte fundamentales en un gráfico de N + 1 nodos es suficiente aplicar solamente las leyes KCL a los arreglos de corte fundamentales para obtener ecuaciones li.

En forma matricial se tiene:

Qf . ib = 0 (6.2.3.2)

Puesto que b1 hasta bn son brazos de árbol y puesto que la orientación de los arreglos de corte es la misma que la orientación de los brazos de árbol, la matriz de arreglos de corte fundamentales Qf puede ser partida en la forma:

$$Qf = \left[\begin{array}{c|c} I & F \end{array} \right] \qquad (6.2.3.3)$$

Donde I es la matriz identidad N x N correspondiente a los brazos de árbol, y F es una matriz N x (B-N) que corresponde a los brazos de enlace de T, llamada submatriz fundamental.

Además se deduce que el rango de la matriz de arreglos de corte fundamentales Qf de un gráfico con N + 1 nodos es N, puesto que tiene una matriz no singular I de N x N.

6.2.4 MATRIZ DE LAZO Y LEY DE VOLTAJES DE KIRCHOFF.-

Para una red con N + 1 nodos y B brazos, es posible obtener un grupo de B - N ecuaciones li a partir de la ley de voltajes de Kircho ff (KVL).

6.2.4.1 MATRIZ DE LAZO AUMENTADA.-

Una matriz Ba = (bkj) de orden (L x B) se dice ser la matriz de lazo aumentada de un gráfico orientado G con B brazos y L lazos si:

bkj = 1 cuando el brazo bj, está en un lazo lk y tiene la misma orientación.

bkj = -1 cuando el brazo bj, está en un lazo lk y tiene la dirección opuesta.

bkj = 0 cuando el brazo bj, no está en el lazo lk.

El rango de la matriz de lazo aumentada de un gráfico G con con N + 1 nodos y B brazos es exactamente B-N.

Consideremos una red con N + 1 nodos y B brazos bkj = -1 cuando el brazo bj, está en un lazo lk y tiene la dirección opuesta.

bkj = 0 cuando el brazo bj, no está en el lazo lk.

El rango de la matriz de lazo aumentada de un gráfico G con con N + 1 nodos y B brazos es exactamente B-N.

Consideremos una red con N + 1 nodos y B brazos (b1......bB) y con caidas de tensión igual a Vj para cada brazo bj.

A cada brazo de enlace o cuerda de T corresponde un lazo fundamental. Se denota estos lazos fundamentales l1 hasta lL y se asigna la misma dirección al lazo fundamental que la dirección del brazo de enlace que forma el correspondiente lazo fundamental. Si la dirección de la caida de voltaje a través de un brazo es la misma que la dirección del lazo, se asigna un signo + a la caida de voltaje, de otra manera será negativo. Con esta convención de signos se formula:

6.2.4.2 LEY DE VOLTAJES DE KIRCH OFF (KVL).-

Para cualquier circuito eléctrico, la suma algebraica de las caidas de voltaje en cualquier lazo es igual a cero.

Analíticamente se expresa como:

$$\sum_{j=1}^{Bk} bkj\ Vj = 0 \qquad (6.2.4.2.1) \quad \text{para} \quad K = 1,2,\ldots\ldots\ldots,L$$

donde bkj es la misma definida en (6.2.4.1)

Escrito en forma matricial se tiene:

$$Bf\ Vb = 0 \qquad (6.2.4.2.2)$$

6.2.4.3 MATRIZ DE LAZO FUNDAMENTAL.-

La matriz de lazo fundamental Bf de un gráfico orientado G con n+1 nudos y B brazos correspondiente a un árbol T es una matriz (B-N) x B

$$Bf = (bkj)$$

La matriz de lazo fundamental puede ser partida asi:

$$Bf = \left[-F^{T} \;\middle|\; I \right] \qquad (6.2.4.3.1)$$

donde I es una matriz identidad (B-N) x (B-N) que corresponde a los brazos de enlace de T, y la F es la misma matriz como se definió en (6.2.3.3). De aqui se deduce que el rango de la matriz de lazo fundamental de un gráfico conectado con N + 1 nodos y B brazos es (B-N).

6.2.5 REPRESENTACION DE REDES ELECTRICAS LINEALES SIMPLES.-

Dado que una de las propiedades de las variables de estado es que sus correspondientes ecuaciones representan el comportamiento dinámico de la red bajo estudio, resulta natural escoger ya sea las cargas o los voltajes en los capacitores y los flujos o corrientes a través de los inductores. Este escogitamiento de variables garantiza que las ecuaciones dinámicas resultantes sean un conjunto de ecuaciones diferenciales de primer orden. Sin embargo, si la red en consideración no tiene ningún lazo capacitivo único o conjunto de corte inductivo único, las ecuaciones de estado resultantes son linealmente independientes y pueden ser resueltas por voltajes capacitivos o cargas y corrientes de inductor o flujos.

A continuación se establecen los pasos básicos requeridos para escribir las ecuaciones de estado de una red por inspección y se procede con un ejemplo:

6.2.5.1 PASOS BASICOS PARA ESCRIBIR ECUACIONES DE ESTADO DE REDES SIMPLES.-

1. Si no existen lazos capacitivos únicos y no existen conjuntos de corte inductivos únicos, se escoge ya sea:

   - Los voltajes de capacitor y las corrientes de inductor o

   - Las cargas en el capacitor y los flujos de inductor como variables de estado.

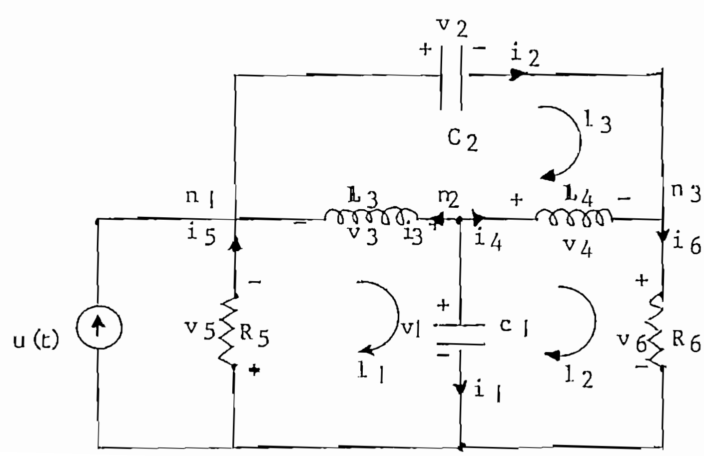
2. Se escribe las ecuaciones de KVL y KCL linealmente independientes.

3. Se usa las relaciones de voltaje - corriente para expresar todas las variables de la red que no sean variables de estado en términos de las variables de estado escogidas en el paso 1.

4. Se usa las ecuaciones en el paso 3 para eliminar todas las variables que no son las escogidas como variables de estado en las ecuaciones obtenidas en el paso 2.

Las ecuaciones resultantes contienen únicamente las variables de estado y sus derivadas. Entonces transfiriendo todas las derivadas al lado izquierdo, las ecuaciones resultantes serán las ecuaciones de estado deseadas en la forma normal.

6.2.5.2 RED LINEAL INVARIANTE EN EL TIEMPO.-



Dado que no existen lazos capacitivos únicos ni arreglos de corte inductivos únicos, el proceso anteriormente descrito puede ser empleado:

1. Se escoge como variables de estado los voltajes de capacitor y las corrientes de inductor. Entonces:

$$X1(t) = V1(t) \qquad (1)$$

$$X2(t) = V2(t) \qquad (2)$$

$$X3(t) = i3(t) \qquad (3)$$

$$X4(t) = i4(t) \qquad (4)$$

Donde Xk denota la k-ésima variable de estado.

2. Usando la notación del punto anterior se escribe las ecuaciones KCL y KVL li.

KCL N1 : $i5 = i2 - X3 - u \qquad (5)$

N2 : $X3 = -i1 - X4 \qquad (6)$

N3 : $i6 = X4 + i2 \qquad (7)$

KVL l1 : $X1 = V3 - V5 \qquad (8)$

l2 : $X1 = V4 + V6 \qquad (9)$

l3 : $X2 = V4 - V3 \qquad (10)$

3. Se escribe las relaciones de voltaje-corriente de rama paraa expresar i1, i2, V3, V4, V5, V6, i5 e i6 en términos de X1 a X4:

VCR $\quad i1 = C1\,\dot{X}1 \qquad (11)$

$i2 = C2\,\dot{X}2 \qquad (12)$

$V3 = L3\,\dot{X}3 \qquad (13)$

$V4 = L4\,\dot{X}4 \qquad (14)$

$V5 = R5\ i5 \qquad (15)$

$V6 = R6\ i6 \qquad (16)$

4. Reemplazando las ecuaciones de (11) a (16) en las ecuaciones KCL y KVL obtenidas en el paso 2, y eliminando i6 e i5, nosotros conseguimos:

$$\dot{X}1 = -\frac{1}{C1}X3 - \frac{1}{C1}X4$$

$$R6\ C2\ \dot{X}2 + L4\ \dot{X}4 = X1 - R6\ X4$$
$$R5\ C2\ \dot{X}2 - L3\ \dot{X}3 = -X1 + R5\ X3 + R5u$$
$$-L3\ \dot{X}3 + L4\ \dot{X}4 = X2$$

Resolviendo estas ecuaciones para $\dot{X}1$, $\dot{X}2$, $\dot{X}3$ y $\dot{X}4$ y poniendo el resultado en forma matricial, obtenemos:

$$
\begin{bmatrix} \dot{X}1 \\ \dot{X}2 \\ \dot{X}3 \\ \dot{X}4 \end{bmatrix}
= \frac{1}{R5+R6}
\begin{bmatrix}
0 & 0 & \frac{-R5-R6}{C1} & -\frac{R5+R6}{C1} \\
0 & -1/c2 & R5/C2 & -R6/C2 \\
\frac{R5+R6}{L3} & \frac{-R5}{L3} & \frac{-R5\ R6}{L3} & -\frac{R5\ R6}{L3} \\
\frac{R5+R6}{L4} & \frac{R6}{L4} & \frac{-R5\ R6}{L4} & -\frac{R5\ R6}{L4}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} X1 \\ X2 \\ X3 \\ X4 \end{bmatrix}
$$

$$
+ \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{R5}{C2(R5+R6)} \\ \frac{-R5\ R6}{L3(R5+R6)} \\ \frac{-R5\ R6}{L4(R5+R6)} \end{bmatrix} u(t) \qquad (17)
$$

o en un forma más compacta

$$\dot{X}(t) = Ax(t) + bu(t) \qquad (18)$$

Esta ecuación representa la ecuación dinámica de la red escrita en forma normal. Resolviendo la ecuación (17) para X se puede obtener cualquier voltaje de rama o corriente por simple manipulación. Por ejemplo, si se puede obtener como salida el voltaje V6, a través de la resistencia terminal, nosotros podemos escribir la ecuación KVL para el lazo 12 y conseguir:

$$X1 = L4\,\dot{X4} + V6 \quad \text{y} \quad V6 = X1 - L4\,\dot{X4}$$

De la última ecuación de (17) obtenemos:

$$\dot{X4} = \frac{X1}{L4} + \frac{R6}{L4(R5+R6)}X2 - \frac{R5\ R6}{L4(R5+R6)}X3 - \frac{R5\ R6}{L4(R5+R6)}X4 - \frac{R5\ R6}{L4(R5+R6)}u$$

entonces V6 será:

$$V6 = X1 - X1 - \frac{R6}{R5+R6}X2 + \frac{R5\ R6}{R5+R6}X3 + \frac{R5\ R6}{R5+R6}X4 + \frac{R5\ R6}{R5+R6}u$$

$$\text{o} \quad V6 = C^T X + du$$

donde:

$$C^T = \begin{bmatrix} \dfrac{-R6}{R5+R6} & \dfrac{R5\ R6}{R5+R6} & \dfrac{R5\ R6}{R5+R6} \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad d = \frac{R5\ R6}{R5+R6}$$

En general, nosotros podemos considerar cualquier voltaje de rama y corriente como la salida y denotar el correspondiente vector de salida por Y; entonces este vector de salida puede ser escrito como una combinación lineal del vector de estado y el vector de entrada u(t).

$$Y = Cx + D$$

Donde C y D son matrices con apropiadas dimensiones.

6.3 EXTENSION A REDES QUE CONTIENEN TRANSFORMADORES, GIRADORES, FUENTES CONTROLADAS Y ELEMENTOS VARIABLES EN EL TIEMPO Y NO LINEALES.-

El acoplamiento de elementos simples de 2 puertas como transformadores, giradores y fuentes controladas puede ser descrito mediante relaciones algebraicas lineales entre sus entradas de voltaje y corriente.

En el caso del transformador ideal, es decir, una fuente de voltaje, controlada por voltaje y la fuente de corriente contralada por corriente, las relaciones voltaje-corriente están expresadas en función de un matriz denominada matriz híbrida. Para el caso del girador, sirve tanto Admitancia como la matriz Impedancia. En general, las relaciones V-I de ramas o brazos para todos los elementos resistivos en la red pueden ser descritos por la matriz híbrida siguiente:

$$\begin{bmatrix} Vr \\ ig \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H11 & H12 \\ H21 & H22 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ir \\ Vg \end{bmatrix}$$

En la ecuación anterior, cualquiera de las submatrices de la matriz híbrida puede ser cero. La ventaja de la representación híbrida es que simultameamente admite elementos resistivos con caracterizaciones enteramente diferentes.

Sin embargo, y dada la forma general de esta matriz, no existen restricciones únicamente para elementos de 2 puertas.

Las restricciones mas bien emergen cuando se trata de representar una ecuación de estado. Asi por ejemplo, los elementos que únicamente admiten una representación en matriz de impedancia deben ser elementos de enlace.

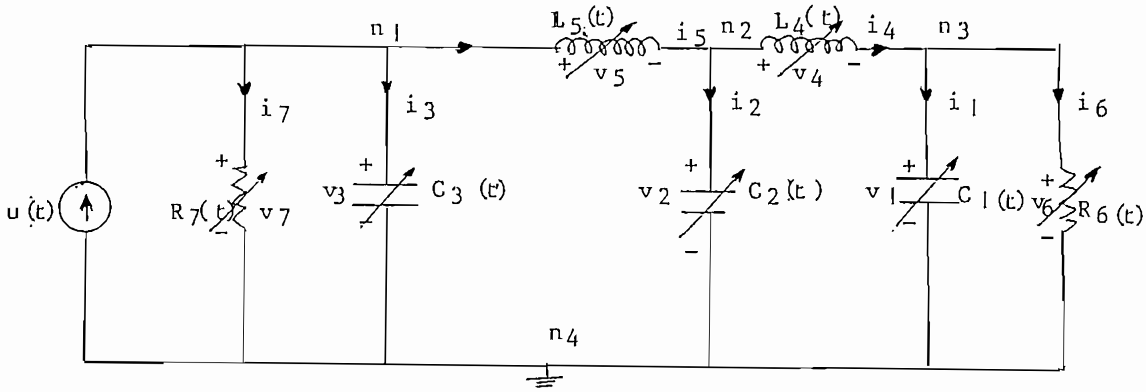
Los elementos que únicamente contienen una representación en matriz de admitancia deben ser elementos de ramas de árbol y los elementos de acople con solamente una representación en matriz híbrida pueden contener únicamente una rama entre el enlace y la otra en el árbol.

Por ejemplo, la fuente de corriente controlada por corriente debe tener una rama de entrada entre los enlaces y su rama de salida en el árbol, mientras que la fuente de voltaje controlada por voltaje deberá tener el arreglo opuesto. Si bajo las presentes circunstancias, el árbol normal puede permanecer dibujado como para la red RLC, entonces las ecuaciones de estado pueden ser obtenidas inmediatamente. En el caso de redes no lineales y asumiendo que la red en cuestión contiene únicamente resistores no lineales, inductores y capacitores, se deberá tomar en cuenta la ausencia de acoplamientos entre resistencias de ramas de árbol y resistencias de brazos de enlace de manera que Fgr = 0.

A continuación se procede con varios ejemplos:

6.3.1 RED VARIABLE EN EL TIEMPO.-

Consideremos la red lineal variable en el tiempo, mostrada en la figura, procederemos a obtener las ecuaciones de estado escritas en la forma normal.



Como no hay lazos capacitivos únicos ni arreglos de corte inductivos únicos, en esta red, las variables de estado son las cargas en el capacitor y los flujos en el inductor.

1. Se escoge el vector de estado X(t) a ser:

$$X(t) = \left[X1(t),\ X2(t),\ X3(t),\ X4(t),\ X5(t) \right]^T$$

donde

$X1(t) = q1(t) \quad X2(t) = q2(t) \quad X3(t) = q3(t)$

$X4(t) = \phi4(t) \quad X5(t) = \phi5(t)$

2. Las ecuaciones independientes de voltaje y corriente de Kirchooff son:

KCL $u = i7 + i3 + i5$ KVL $V7 = V3$

$i5 = i2 + i4$ $V3 = V5 + V2$

$i4 = i1 + i6$ $V2 = V4 + V1$

$V1 = V6$

3. En este caso, las relaciones de brazo de los elementos almacenadores de energía deberían ser escritos en términos de las cargas y flujos; la corriente a través de cada capacitor es la derivada del tiempo de la carga a través de él y los voltajes a través de cada inductor es la derivada del tiempo de el flujo a través de él.

Entonces tenemos:

$i1 = \dot{X}1$ $V1 = 1/C1\ X1$

$i2 = \dot{X}2$ $V2 = 1/C2\ X2$

$i3 = \dot{X}3$ $V3 = 1/C3\ X3$

$V4 = \dot{X}4$ $i4 = 1/L4\ X4$

$V5 = \dot{X}5$ $i5 = 1/L5\ X5$

$V6 = R6\ i6$ $V7 = R7\ i7$

4. Eliminando todas las no variables de estado desde las

ecuaciones obtenidas en los pasos 2 y 3 y poniendo el resultado en forma matricial, obtenemos:

$$
\begin{bmatrix} \dot{X}1 \\ \dot{X}2 \\ \dot{X}3 \\ \dot{X}4 \\ \dot{X}5 \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
\dfrac{-1}{C1(t)R6(t)} & 0 & 0 & 1/C4(t) & 0 \\
0 & 0 & 0 & -1/L4(t) & 1/L5(t) \\
0 & 0 & -\dfrac{1}{C3(t)R7(t)} & 0 & -1/L5(t) \\
\dfrac{-1}{C1(t)} & \dfrac{1}{C2(t)} & 0 & 0 & 0 \\
0 & \dfrac{-1}{C2(t)} & \dfrac{1}{C3(t)} & 0 & 0
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} X1 \\ X2 \\ X3 \\ X4 \\ X5 \end{bmatrix}
+
\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)
$$

o equivalentemente $\dot{X} = A(t)X + bu(t)$

donde X es el vector de estado definido anteriormente, A(t) es la matriz variable en el tiempo 5 x 5 y b es el vector columna invariable en el tiempo.

Teniendo resuelta la ecuación diferencial de primer orden para X(t), los voltajes y corrientes de rama pueden ser fácilmente obtenidos usando las ecuaciones derivadas en el paso 3.

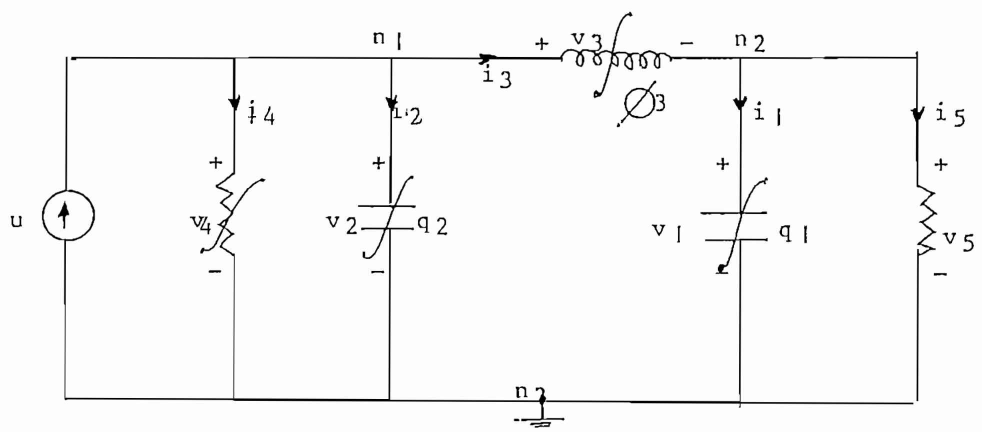
Si la red bajo consideración contiene elementos no lineales bajo ciertas condiciones, las ecuaciones de estado pueden ser representadas en la forma normal

$$\dot{X} = f(x,u)$$

Donde x representa el vector de estado, u representa las fuentes y f(.,.) es un vector de función no lineal. Vale mencionar, sin embargo, que la forma normal puede no existir para algunas redes no lineales; la existencia de la forma normal de las ecuaciones de estado de una red no lineal depende primeramente de la naturaleza de los elementos de la red.

6.3.2 RED NO LINEAL.-

Consideremos la red mostrada en la figura donde los resistores son controlados por voltaje, los capacitores son cargas controladas y el inductor es flujo controlado con características V1=f1(q1), V2=f2(q2), i3=f3(O3), i4=f4(V4) e i5=f5(V5). Escribimos las ecuaciones de estado de la red en forma normal.



Dado que no existen lazos capacitivos únicos ni conjuntos de corte inductivos únicos, las variables de estado pueden ser escogidas a ser las cargas en los capacitores y los flujos en los inductores:

1. Escogemos el vector de estado X a ser:

   $$X(t) = \left[X1(t),\ X2(t),\ X3(t) \right]^T$$

   Donde

   $X1(t) = q1(t),\ X2(t) = q2(t),\ X3(t) = O3(t)$

2. Las ecuaciones de voltaje y corriente independientes de Kirchooff son:

   $u = i2 + i3 + i4 \qquad V4 = V2$

   $i3 = i1 + i5 \qquad V1 = V5$

   $V2 = V3 + V1$

3. Las relaciones de brazo o rama son:

   $i1 = \dot{X}1 \qquad V2 = f2(x2)$

   $i2 = \dot{X}2 \qquad i3 = f3(x3)$

   $V3 = \dot{X}3 \qquad i4 = f4(V4)$

   $V1 = f1(x1) \qquad i5 = f5(V5)$

4. Eliminando las no variables de estado y reemplazando las ecuaciones derivadas en los pasos 2 y 3

   $\dot{X}1 = f3(X3) - f5\ \left[f1(X1)\right]$

$$\dot{X}2 = -f3(X3) - f4\left[f2(X2)\right] + u$$

$$\dot{X}3 = -f1(X1) + f2(X2)$$

Este último grupo de 3 ecuaciones, constituyen las ecuaciones de estado de la red escritas en forma normal. Una solución única de esta red puede existir o no.

Como fue mencionado anteriormente, la existencia de las ecuaciones de estado en una forma normal depende de la naturaleza de los elementos de la red. Para verificar, este factor, consideremos que el resistor R4 es no lineal controlado por corriente. Esto es:

$$V4 = f4(i4)$$

Donde f4(.) es tq. i4 no puede ser expresado como una función simplemente valorada de V4.

Siguiendo los mismos pasos del 1 al 3, se obtienen las mismas ecuaciones con exepción de la correspondiente a la rama de R4. Luego del proceso de eliminación establecido en el paso 4, obtenemos:

$$\dot{X}1 = f3(X3) - f5\left[f1(X1)\right]$$

$$\dot{X}2 = -f3(X3) - i4 + u$$

$$\dot{X}3 = f1(X1) + f2(X2)$$

KCL $u(t) = i3 + C1\,\dot{X}1$

$i1 = C1\,\dot{X}1$

$i2 = -\,C2\,\dot{X}2$

KVL $V3 = X1 + V1$

$V2 = X2$

Las relaciones voltaje-corriente remanentes son

$V3 = R\,i3 \qquad V1 = -\alpha\,i2 \qquad V2 = \alpha\,i1$

Eliminando i1, i2, i3, V1, V2 y V3 de estas ecuaciones queda:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}1 \\ \dot{X}2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1/\alpha C1 \\ -\,1/\alpha C2 & \dfrac{R}{\alpha^2 C2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X1 \\ X2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{R}{\alpha C2} \end{bmatrix} u$$

que constituye la ecuación de estado deseada.

6.4 SOLUCION NUMERICA DE LAS ECUACIONES DE ESTADO. METODO DE RUNGE KUTTA.-

En general, una ecuación que envuelve la derivada de una función o de una variable como la ecuación de estado en su forma normal, puede ser representada como una ecuación de la forma:

$$X' = f(X,u,t) \quad , \quad X(to) = Xo \qquad 6.4.1$$

donde $X' = \frac{dx}{dt}$, es función de las variables X,u, y es dependiente del tiempo t.

El método de Runge-Kutta, se basa en un método realmente simple, denominado el método de Euler y que a continuación se detalla:

La solución de 6.4.1 a un tiempo t+h se aproxima en términos de X(t) y h. Se divide el intervalo de interés T en n segmentos iguales, cada uno de longitud h, asi:

$$h = \frac{T}{n} \qquad 6.4.2$$

Por tanto, para un tiempo cualquiera tK

$$tK = to + Kh \qquad 6.4.3$$

$$uK = u(tK) = u(to+Kh) \qquad 6.4.4$$

$$XK = X(tK) = X(to+Kh) \qquad 6.4.5$$

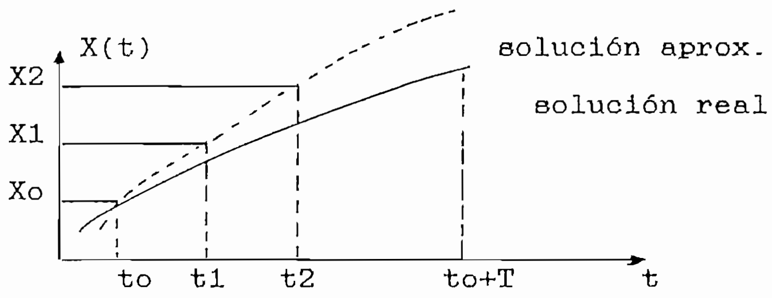
Se observa que la derivada de X al tiempo to puede ser aproximada por :

$$\dot{X}(to) = \frac{1}{h}\left[X(t1) - X(to)\right] \qquad 6.4.6$$

Usando esta ecuación con (6.4.1) resulta:

$$X1 = Xo + h \quad f(Xo,\ uo,\ t) \qquad 6.4.7$$

La interpretación geométrica está representada en la siguiente figura:



y en general para un tK cualquiera

$$XK + 1 = XK + hf\ (\ Xk,\ uK,\ tk\ ) \qquad 6.4.8$$

que es la llamada fórmula de integración de Euler. En esta ecuación usamos la pendiente de X(t) al tiempo tK para aproximar X(tK+).

Si escogemos el promedio de las derivadas de X(t) al tiempo tK y tK+, resulta la siguiente fórmula aproximativa:

$$XK+1 = XK + \frac{h}{2}\left[f(XK,\ uK,\ tK) + f(XK+1,\ uK+1,\ tK+1)\right]$$

6.4.9

que se denomina Método de Runge-Kutta de 2do. orden. Siguiendo un procedimiento analítico semejante se llega a obtener un resultado conocido como el método de Runge-Kutta de cuarto orden; y que se puede definir de la siguiente manera:

Una solución aproximada para una ecuación diferencial escalar

$$\dot{X}(t) = f(X,u,t) \qquad \dot{X}(to) = Xo$$

es

$$Xk+1 = xk + \frac{1}{6}(\ k1 + 2K2 + 2K3 + K4\ )$$

donde

$$K1 = hf(XK,\ uK,\ tk)$$

$$K2 = hf\left[XK + \frac{1}{2}K1,\ uK+(1/2),\ tK+(1/2)\right]$$

$$K3 = hf\left[XK + \frac{1}{2}K2,\ uK+(1/2),\ tK+(1/2)\right]$$

$$K4 = hf\left[Xk + K3,\ uK+1,\ tK+1\right]$$

donde

$$t_{K+(1/2)} \triangleq t_K + \frac{1}{2} h \qquad y \qquad u_{K+(1/2)} \triangleq u(t_K + \frac{1}{2} h)$$

La propiedad básica del método de Runge-Kutta de cuarto orden es la de maximizar la precisión del cálculo.

B I B L I O G R A F I A

1. PEIKARI, BEHROUZ
   "Fundamentals of Network analysis and synthesis"
   Prentice - Hall, Electrical Engineering System

2. E. S. KUH & R. A. ROHRER
   "The state - variable approach to Network Analysis"
   Proceedings of the IEEE. Julio 1965

3. JENSEN & WATKINS
   "Network Analysis, theory and computer methods"
   Prentice - Hall, Electrical Engineering Series

4. DERUSSO, ROY & CLOSE
   "State variables for Engineers"

5. MICROSOFT CORPORATION
   "Programming in Quick Basic"