

ESCUELA POLITECNICA NACIONAL

FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA

POTENCIA REACTIVA EN CIRCUITOS CON ONDAS

SINUSOIDALES CONTROLADAS

GERMAN ENRIQUE CASTRO MACANCELA

TESIS PREVIA A LA OBTENCION DEL TITULO DE
INGENIERO ELECTRICO

QUITO - JULIO - 1987.

Certifico que la presente tesis,
ha sido desarrollada por el se-
ñor Germán Enrique Castro Macan-
cela, bajo mi dirección



Ing. Hugo Banda G.
DIRECTOR

AGRADECIMIENTO

Deseo dejar constancia de mi sincero agradecimiento hacia aquellas personas que de alguna manera colaboraron en la realización del presente trabajo.

De manera especial al Ingeniero Hugo Banda G. Director de Tesis, por su valioso y desinteresado asesoramiento, a los compañeros que laboran en el Laboratorio de Circuitos Eléctricos por las facilidades brindadas para realizar la experimentación.

Germán Castro Macancela

A MIS PADRES

INDICE GENERAL

	PG
Introducción	1
Capítulo I : ASPECTOS GENERALES	
1.1	Definiciones generales 5
1.1.1	Definiciones matemáticas 5
1.1.2	Simbología matemática fundamental 13
1.1.3	Conceptos básicos en el dominio de la frecuencia 14
1.1.4	Consideraciones generales 14
1.2	Técnicas de control de la corriente alterna 29
1.2.1	Control de fase 36
1.2.2	Control por ciclo integral 38
1.2.3	Troceador A.C. 39
1.2.4	Reguladores diferenciales 41
1.3	Potencia reactiva y compensación 42
1.4	Objetivo del trabajo propuesto 44

Capítulo II : ANALISIS Y CONTROL DEL FACTOR DE POTENCIA
EN CIRCUITOS CON CORRIENTE ALTERNA
SINUSOIDAL CONTROLADA

2.1	Análisis de la potencia reactiva y del factor de potencia para un circuito con carga resistiva	47
2.1.1	Introducción	47
2.1.2	Análisis matemático de la potencia activa, reactiva y de distorsión en un circuito con carga resistiva	47
2.1.3	Análisis matemático del factor de potencia para un circuito con carga resistiva	57
2.2	Control del factor de potencia	58
2.2.1	Compensación con capacitor ideal	61
2.2.2	Compensación con capacitor real	72
2.3	Potencia reactiva y factor de potencia para un circuito con carga inductiva-resistiva (R-L)	84
2.3.1	Análisis matemático de las potencias, activa, reactiva y del factor de potencia para un circuito con carga inductiva-resistiva	85

2.4	Factor de potencia para un circuito con carga resistiva-inductiva acoplado un circuito de compensación capacitivo puro	105
2.4.1	Análisis matemático de la potencia reactiva y del factor de potencia con capacitor ideal en el circuito de compensación	106

Capítulo III : EXPERIMENTACION

3.1	Aspectos básicos de la instrumentación	119
3.2	Circuito experimental	123
3.2.1	Circuito de control	125
3.3	Resultados experimentales	128
3.3.1	Mediciones con cargas R lineales	131
3.3.2	Mediciones con cargas R no-lineales	146
3.3.3	Mediciones con carga R-L	156

Capítulo IV : CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

4.1	Resultados del modelo matemático	160
-----	--	-----

4.1.1	Factor de potencia para una carga resistiva lineal	162
4.1.2	Factor de potencia para una carga resistiva no-lineal	165
4.1.3	Factor de potencia para una carga resistiva-inductiva	171
4.2	Análisis de resultados	174
4.2.1	Controlador con cargas resistivas	174
4.2.2	Controlador con carga R-L	180
4.3	Conclusiones y recomendaciones	182
ANEXOS:	Nº 1 Condiciones de Dirichlet	185
	Nº 1.1 Términos de Fourier	186
	Nº 2 Condiciones de simetría de ondas periódicas	191
	Nº 2.1 Teorema de Parseval	194
	Nº 3 Vatímetro, voltímetro-amperímetro osciloscopio	197
	Nº 4 Lista de elementos del circuito experimental	208
	BIBLIOGRAFIA	210

INTRODUCCION

El uso de las diferentes formas de energía, debe ser realizado de una manera óptima y racional, tanto por los países que tienen grandes recursos económicos, como por aquellos de economías modestas, más aún, cuando éstos no son capaces de producir energía y tienen que importar del mercado mundial.

Si la producción de energía, es a base de recursos naturales no renovables, el análisis se torna más complejo, ya que las decisiones

y la política económica adoptadas deben permitir un desarrollo cons
tante, adecuado y acorde con la realidad histórica del mundo contem
poráneo.

Todo esto, hace que las diferentes ramas de la Ingeniería, partici
pen en la solución de los distintos casos, de una manera activa y e
ficaz, incorporando nuevas técnicas y utilizando renovados mecanis-
mos de operación; es decir, que día a día se requiere de una cons
tante investigación de nuevas alternativas, para buscar mejores so
luciones a los diversos problemas que tiene un país.

La energía eléctrica que es utilizada de muchas formas, también re
quiere un tratamiento especial por parte de las dos grandes espe-
cialidades que tiene la Ingeniería Eléctrica, como son: la Electróni-
ca y los SEP. En la actualidad, se han combinado los problemas e
lectrónicos y de potencia, creándose la especialidad llamada Elec
trónica de Potencia, que también da su aporte con el control a los
distintos circuitos eléctricos.

Las varias etapas que conforman un sistema Eléctrico de Potencia, co
mo son: la generación, transformación, transmisión, distribución y
hasta la entrega al consumidor, requieren de un constante y perma
nente control, en especial, de los parámetros variables que se pre
sentan al transmitir la potencia desde el generador o generadores,
hasta cuando son alimentadas las cargas conectadas al sistema.

El avance de la tecnología moderna, con la implementación y uso de

los elementos electrónicos, permite controlar el flujo de grandes cantidades de potencia eléctrica. Las principales ventajas que presentan los elementos electrónicos para control de potencia, en relación a los elementos electromecánicos, son: no hay arcos eléctricos ni ruidos mecánicos, su desgaste es mínimo y su vida útil mayor, haciendo que el mantenimiento sea con menor frecuencia y por lo tanto de reducido costo. Adicionalmente se debe mencionar, que la respuesta en el control es prácticamente instantánea, logrando gobernar a la onda de corriente o voltaje en cualquier punto, dependiendo únicamente de la aplicación que se quiera dar, en los diversos circuitos o sistemas de control electrónico de Potencia.

Estas y otras son las razones por las que su utilización es cada vez mayor en campos industriales; sin embargo, debe anotarse que su operación origina también algunos inconvenientes, debidos a la forma de control que se ejerce sobre las ondas de voltaje o corriente que alimentan una determinada carga.

En los últimos años, se han desarrollado varias investigaciones relacionadas con el efecto de las ondas distorsionadas en las redes eléctricas, consiguiéndose algunos aportes importantes a la teoría de circuitos eléctricos, como son las generalizaciones de los conceptos de potencia activa, reactiva y aparente, y la definición de una nueva componente ortogonal de potencia, denominada potencia de distorsión o residual.

Paralelamente, ha aparecido la necesidad de desarrollar métodos analíticos e instrumentales, para la determinación de las variables eléctricas bajo condiciones de distorsión. Posiblemente entre los aspectos mas importantes están el desarrollo de nuevas técnicas para el control del factor de potencia, y la generación estática de potencia reactiva.

En este trabajo se presenta un estudio preliminar de la potencia reactiva y del factor de potencia en circuitos con ondas sinusoidales controladas, utilizando para el análisis en el dominio de la frecuencia, las series de Fourier, ya que los resultados que se pueden obtener, se adoptan muy fácilmente a la parte experimental, con el apoyo de la instrumentación tradicional.

En el capítulo I, se dan las relaciones y definiciones generalizadas, fundamentales para la comprensión del método analítico que se desarrolla en el capítulo II, para cargas resistivas y resistivas-inductivas; así como para el método experimental que se plantea en el capítulo III, con el apoyo de instrumentos disponibles en el Laboratorio de Circuitos Eléctricos.

Finalmente, se analizan los resultados teóricos y experimentales, estableciendo las conclusiones y recomendaciones necesarias, en el capítulo IV.

I

ASPECTOS GENERALES

1.1. DEFINICIONES GENERALES

1.1.1 DEFINICIONES MATEMATICAS

- SERIE DE FOURIER

Toda función periódica compleja, que cumpla con las condiciones de

DIRICHLET, tal que $f(t) = f(t + T)$ con período T , será expresada como un conjunto infinito de funciones, formando la llamada SE
RIE DE FOURIER.

Conociendo que la función $f(t)$ cumple con las condiciones básicas de DIRICHLET (*anexo 1*), tendrá la forma siguiente:

$$f(\omega t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos n \omega t + B_n \text{sen } n \omega t) \quad \text{E-1.1}$$

$$f(\omega t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \text{sen}(n \omega t + \Psi_n) \quad \text{E-1.2}$$

donde los coeficientes: A_0 , A_n , B_n , C_n , Ψ_n de las ecuaciones E-1.1 y E-1.2 se determinan con las siguientes relaciones:

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(\omega t) dt \quad \text{E-1.3}$$

$$A_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(\omega t) \cos n \omega t dt \quad \text{E-1.4}$$

$$B_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(\omega t) \text{sen } n \omega t dt \quad \text{E-1.5}$$

$$C_n = (A_n^2 + B_n^2)^{\frac{1}{2}} \quad \text{E-1.6}$$

$$\psi_n = \text{Arc tg} \left(\frac{A_n}{B_n} \right) \quad \text{E-1.7}$$

Mayor será la aproximación de la función compleja original, cuanto mayor sea el número de términos empleados en la serie equivalente de Fourier (*anexo 1.1*).

En la ecuación E-1.2 que define el espectro de frecuencias, A_0 , es la magnitud de la componente de frecuencia cero, la que equivale a la *componente continua o valor medio* (E-1.3); el resto de su mandos se los denomina como las *componentes alternas* de frecuencia angular $n\omega$ con un ángulo de fase ψ_n (E-1.7); conociéndose como *componente fundamental*, aquella en la que $n = 1$.

Los límites de integración deben incluir un período completo, pero no es preciso que sea de 0 a T ó de 0 a 2π . En lugar de ésto, la integración puede efectuarse desde $-\frac{\pi}{2}$ a $\frac{\pi}{2}$ ó de $-\pi$ a $+\pi$, con el propósito de simplificar el estudio de la función. Adicionalmente dependiendo de la forma de onda a ser analizada y considerando el "tipo de simetría de la onda", se determinará cuales componentes intervienen en el estudio. Los coeficientes determinados por las integrales anteriores, hacen que la serie conver-

ja uniformemente a la función en todos los puntos de discontinuidad, esto para los casos más generales de ondas periódicas de formas variadas.

- SIMETRIA

Si la forma de onda es par, todos los términos de la serie correspondientes son *cosenos*, más una constante si la onda tiene un valor medio distinto de cero, por lo tanto no se calculan los coeficientes B_n , es decir no hay términos seno. (Anexo 2)

Si la forma de onda es impar, la serie sólo contiene *senos*. La onda sólo puede ser impar después de eliminar la constante, en cuyo caso su representación de Fourier contendrá simplemente tal constante y una serie de términos en seno.

Si la onda tiene simetría de "semi-onda", en la serie habrá solamente armónicos impares. Estas series contendrán términos en seno y coseno a menos que la función sea también par o impar. En todo caso A_n y B_n son nulos para $n = 2, 4, 6, \dots$ para cualquier onda con simetría de semi-onda (anexo 2).

- VALOR MEDIO O PROMEDIO (V_{MED})

De una función $f(t)$ dentro del período T , es la media aritméti-

tica de sus valores instantáneos y definido por:

$$V_{\text{MED}} = \frac{1}{T} \int_0^T f(\omega t) \cdot dt \quad \text{E-1.8}$$

Sustituyendo $f(\omega t)$ de la ecuación E-1.2 en la ecuación E-1.8 se transforma en:

$$V_{\text{MED}} = \frac{1}{T} \int_0^T [A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \text{sen}(n\omega t + \psi_n)] dt \quad \text{E-1.9}$$

$$V_{\text{MED}} = A_0 \quad \text{E-1.9.a}$$

- VALOR MEDIO CUADRATICO O VALOR EFICAZ ($V_{\text{R.M.S}}$)

Dada una función $f(t)$ de período T , su valor eficaz o raíz cuadrática media es, por definición y utilizando en la función de la expresión E-1.2

$$V_{\text{RMS}} = \left[\frac{1}{T} \int_0^T [A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \text{sen}(n\omega t + \psi_n)]^2 dt \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{E-1.10}$$

empleando EL TEOREMA DE PARSEVAL (anexo 2.2), la ecuación E-1.10 será:

$$V_{\text{RMS}} = \left[A_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{C_n}{\sqrt{2}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{E-1.11}$$

La ecuación E-1.11 indica el valor RMS total de una onda compleja, siendo igual a la combinación cuadrática de su valor medio o componente continua y del valor RMS de su componente alterna. E-1.11. serán entonces

$$V_{\text{RMS}} = \left[V_{\text{MED}}^2 + V_{\text{RMS}_{\text{AC}}}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{E-1.12}$$

- FACTOR DE PICO (K_F)

Esta definido como la relación entre la máxima amplitud y el valor RMS de una función periódica.

$$K_F = \frac{\text{Amplitud}_{\text{max}}}{V_{\text{RMS}}} \quad \text{E-1.13}$$

- FACTOR DE FORMA (F)

Para una función periódica, el cociente entre el valor RMS y el valor medio es conocido como factor de forma:

$$F = \frac{[A_0^2 + V_{\text{RMS AC}}^2]^{\frac{1}{2}}}{A_0} = \left[1 + \left[\frac{V_{\text{RMS AC}}}{A_0} \right]^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{E-1.14}$$

- FACTOR DE DISTORSION O DISTORSION ARMÓNICA TOTAL (D_A)

Está definida por la relación entre el valor medio cuadrático de las componentes armónicas a partir de la segunda y el valor medio cuadrático de la componente fundamental.

$$D_A = \frac{\left[\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{C_n}{\sqrt{2}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{\frac{C_1}{\sqrt{2}}} = \frac{\left[\sum_{n=2}^{\infty} C_n^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{C_1} \quad \text{E-1.15}$$

En la práctica la función que tenga menos del 5% de distorsión armónica total, se la considera como si fuese una senoide pura.

- TERMINOS DE FOURIER

Cada uno de los términos de Fourier E-1.1 se considera como una fuente de tensión independiente figura 1.1 y utilizando el teorema de superposición, se puede desarrollar en:

$$\begin{aligned}
 f(\omega t) = & A_0 + A_1 \cos \omega t + A_2 \cos 2 \omega t + A_3 \cos 3 \omega t + A_4 \cos 4 \omega t + \\
 & + A_5 \cos 5 \omega t + \dots \dots \dots A_n \cos n \omega t + \dots \dots \dots \\
 & + B_1 \sin \omega t + B_2 \sin 2 \omega t + B_3 \sin 3 \omega t + B_4 \sin 4 \omega t + \\
 & + B_5 \sin 5 \omega t + \dots \dots \dots B_n \sin n \omega t + \dots \dots \dots
 \end{aligned}$$

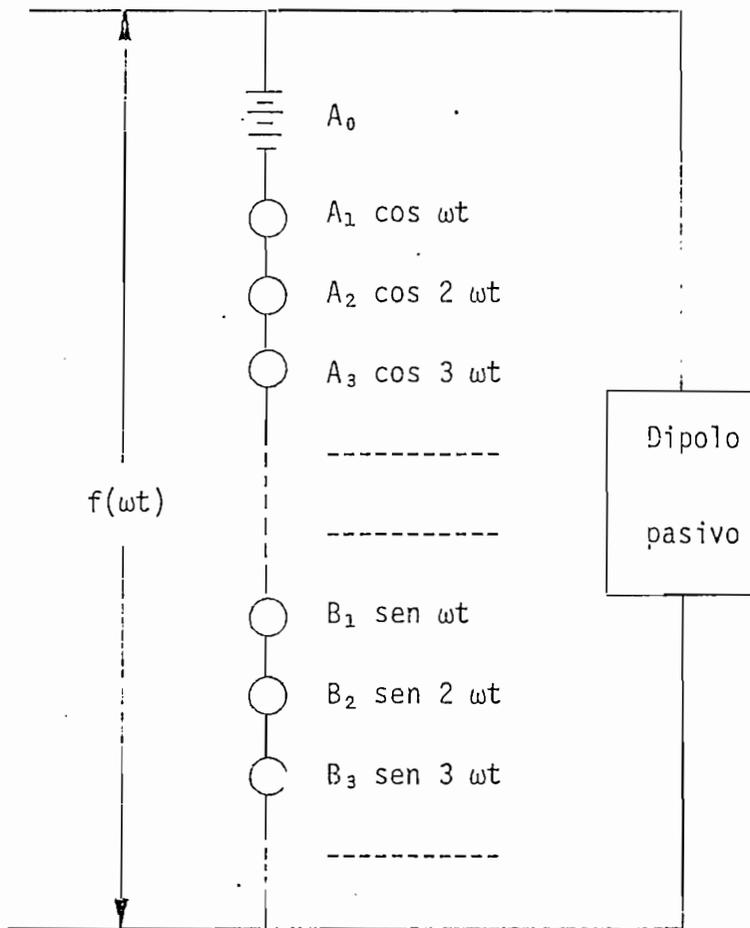


Figura 1.1 Representación de la serie de Fowier como fuentes de tensión

1.1.2 SIMBOLOGIA MATEMATICA FUNDAMENTAL

$$\dot{f}(\omega t) = df(\omega t)/dt$$

$$\overline{f(\omega t)} = \frac{1}{T} \int_0^T f(\omega t) dt$$

v = valor instantáneo del voltaje; $v(\omega t)$

V = valor RMS del voltaje

V_m = valor máximo = $\sqrt{2} V$

$\dot{v}; \dot{V}$ = valor instantáneo y RMS de $\frac{dv}{dt}$; $\frac{dV}{dt}$ respectivamente

$\overline{v}; \overline{V}$ = valor instantáneo y RMS de $\int v dt$ respectivamente

i = valor instantáneo de corriente; $i(\omega t)$

I = valor RMS de la corriente

I_m = amplitud de corriente máxima = $\sqrt{2} I$

$\dot{i}; \dot{I}$ = valor instantáneo y RMS de $\frac{di}{dt}$; $\frac{dI}{dt}$ respectivamente

$\bar{i}; \bar{I}$ = valor instantáneo y RMS de $\int i dt$ respectivamente

1.1.3 CONCEPTOS BASICOS EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA

En este análisis se tomará en cuenta que las funciones son periódicas satisfaciendo las condiciones de *Dirichlet* (anexo 1), de tal forma que se puedan representar utilizando el análisis de las series de Fourier. E-1.1. y E-1.2

1.1.4 CONSIDERACIONES GENERALES

En el circuito de la figura 1.2 se considera que la onda de voltaje de la fuente (v) y la de corriente (i) tienen una forma arbi

traria, pero con periodicidad similar.

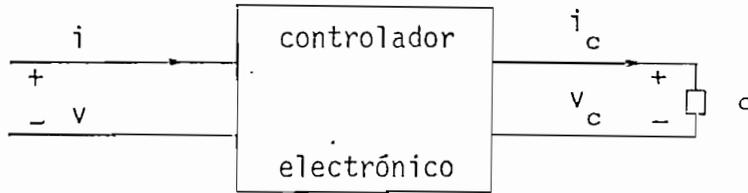


Figura 1.2 Circuito controlador de corriente

Ya que las funciones de corriente y voltaje son variables dependientes de ωt podrán ser expresadas como series de Fourier, mediante la ayuda de la ecuación E-1.1 y E-1.2 como:

$$v(\omega t) = V_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \sqrt{2} V_m \text{sen}(m\omega t + \Psi_{vm}) \quad \text{E-1.16}$$

$$i(\omega t) = I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} I_n \text{sen}(n\omega t + \Psi_{in}) \quad \text{E-1.17}$$

- VALOR MEDIO CUADRÁTICO O RMS

En base a las definiciones dadas, E-1.10 y E-1.11, se tienen los siguientes valores RMS:

$$V = \left(V_0^2 + \sum_{m=1}^{\infty} V_m^2 \right)^{\frac{1}{2}} = \left[\sum_{m=0}^{\infty} V_m^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{E-1.18}$$

$$I = \left(I_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} I_n^2 \right)^{\frac{1}{2}} = \left[\sum_{n=0}^{\infty} I_n^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{E-1.19}$$

- POTENCIA APARENTE

Está definida como el producto de los valores medios cuadráticos del voltaje y de la corriente

$$S = V \cdot I \quad \text{E-1.20}$$

reemplazando E-1.18 y E-1.19 en E-1.20 se tiene:

$$S = \left[\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} V_m^2 \cdot I_n^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{E-1.21}$$

- POTENCIA INSTANTANEA

Está definida la potencia instantánea como el producto del voltaje

y corriente instantánea, como se indica:

$$p = v \cdot i \quad \text{E-1.22}$$

y luego de reemplazar el voltaje (v) y la corriente (i) de las ecuaciones E-1.16 y E-1.17 respectivamente, en E-1.22 se tiene:

$$p = \left[V_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \sqrt{2} V_m \operatorname{sen}(m\omega t + \psi_{vm}) \right] \cdot \left[I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} I_n \operatorname{sen}(n\omega t + \psi_{in}) \right] \quad \text{E-1.23}$$

- POTENCIA MEDIA, REAL O ACTIVA

Es el valor medio de la función en el tiempo, que representa a la potencia instantánea, siendo equivalente a la expresión:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p \, dt \quad \text{E-1.24}$$

donde, integrando y simplificando E-1.24 se tiene:

$$P = V_0 I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} V_n \cdot I_n \cos(\psi_{vn} - \psi_{in}) \quad \text{E-1.25}$$

Nótese que solamente intervienen los productos de los valores RMS de las componentes espectrales de corrientes y voltaje que son del mismo orden, por el coseno del ángulo de fase entre la respectiva componente de voltaje y de corriente.

Cada término del sumatorio de E-1.25 corresponde, en la *teoría clásica*, a la parte real del *Fasor de Potencia* de la respectiva componente armónica.

Si la forma de onda de una corriente distorsionada reproduce la forma de onda del voltaje aplicado, se concluye que toda la potencia suministrada al sistema por esa corriente es una POTENCIA AC TIVA.

- POTENCIA REACTIVA

En los primeros años de la comercialización de la energía eléctrica, surgió la pregunta: ¿Debe pagar el usuario sólo por la energía consumida, o también se le debe cobrar por aquella energía que recibe durante un tiempo y luego la devuelve prácticamente intacta?. Si se considera que los costos de generación son iguales para la empresa, sea que se consuma totalmente, o que parte se la devuelva, la respuesta es evidente.

Había entonces que designar de algún modo a ésta energía que experimenta un vaivén entre la fuente y el circuito. Aunque el término "potencia" no es muy apropiado, se popularizó la expresión "potencia reactiva".

Para definir más exactamente lo que se entiende por potencia reactiva, de tal modo que sea posible calcularla con la misma exactitud que la potencia media, pareció lógico acudir a una formulación razonable, haciendo referencia al diagrama vectorial de las funciones sinusoidales del voltaje y la corriente a los terminales de entrada del circuito. El defasaje entre el voltaje y la corriente incide directamente en la reducción de la potencia real y en el incremento de la "potencia reactiva".

$$v = \sqrt{2} V \text{ sen } \omega t$$

$$i = \sqrt{2} I \text{ sen } (\omega t + \phi)$$

$$i_R = \sqrt{2} I \cos \phi \text{ sen } \omega t$$

$$= \sqrt{2} I_R \text{ sen } \omega t$$

$$i_Q = \sqrt{2} I \text{ sen } \phi \cos \omega t$$

$$= \sqrt{2} I_Q \cos \omega t$$

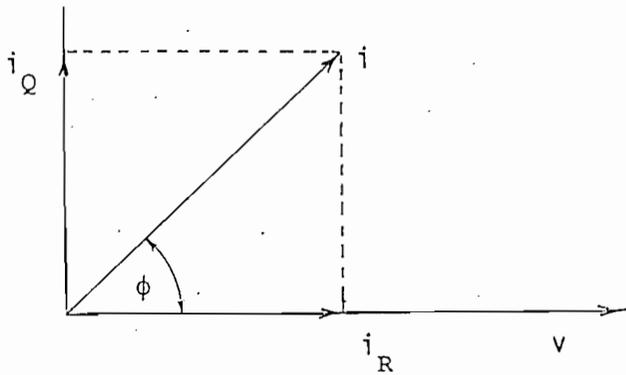


Figura 1.3 Descomposición fasorial de la corriente para cálculo de potencia real y voltamperios reactivos

Partiendo de la definición de potencia media se tiene:

$$P = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\sqrt{2} V \sin \omega t) [\sqrt{2} I \sin(\omega t + \phi)] \cdot d\omega t$$

$$P = V \cdot I \cos \phi = V \cdot I_R$$

La potencia media resulta ser igual al producto de los valores RMS del voltaje y de la componente de la corriente que está en fase con el voltaje. Resultó entonces, natural elegir, a modo de definición arbitraria, al producto de los valores RMS del voltaje y de la componente de corriente que está en cuadratura con el voltaje

- Para el cálculo de la potencia media y de los voltamperios reactivos se pueden utilizar la descomposición fasorial de la corriente, tomando el fasor de voltaje como uno de los ejes de proyección.

Desde el punto de vista actual, se pueden producir defasajes entre la corriente y el voltaje, ya sea por la presencia en el circuito de elementos reactivos lineales (capacitores, inductores) o por

la acción de los elementos de estado sólido para conmutación de potencia (transistores, tiristores, diodos). Consecuentemente, en el caso general, que se tengan dispositivos de acción no-lineal, que produzcan distorsiones, los voltamperios reactivos NO NECESARIAMENTE estarán asociados con el almacenamiento de energía en campos de fuerza.

Con la ayuda de la teoría clásica mediante la descomposición fasorial se dirá, que la "potencia reactiva es el producto del valor RMS del voltaje, con el valor RMS de la componente de la corriente que están en cuadratura con el voltaje.

Si las funciones de voltaje y corriente son complejas se tendrá que, por cada componente armónico de potencia real, existirá una componente de potencia reactiva en cuadratura, resultando que la potencia reactiva total es igual al sumatorio de todas las componentes armónicas de potencia reactiva de la siguiente manera:

$$Q = \sum_{n=1}^{\infty} V_n \cdot I_n \cdot \text{sen } \phi_n \quad \text{E-1.26}$$

donde:

$$\phi_n = \Psi_{vn} - \Psi_{in} \quad \text{E-1.26.a}$$

POTENCIA REACTIVA: CAPACITIVA-INDUCTIVA

La función de *potencia reactiva capacitiva instantánea* $Q_c(\omega t)$ es tá determinada para un capacitor, C como:

$$Q_c(\omega t) = C \cdot v \cdot \dot{v} \quad \text{E-1.27}$$

reemplazando en la ecuación E-1.27 la ecuación E-1.16 y derivándola a esta misma, tendremos que la potencia reactiva y capacitiva instantánea tiene la forma:

$$Q_c(\omega t) = \omega C \left\{ V_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} V_n \operatorname{sen}(n\omega t + \psi_n) \right\} \cdot$$

$$\cdot \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} \sqrt{2} V_m m \cos(m\omega t + \psi_m) \right\}$$

E-1.28

de donde:

$$\begin{aligned}
 Q_c(\omega t) = \omega C \{ & V_0 \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \sqrt{2} m V_m \cdot \cos(m\omega t + \psi_{vm}) + \\
 & + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} m \cdot V_n \cdot V_m \cdot \text{sen}[(n+m)\omega t + \psi_{vn} + \psi_{vm}] + \\
 & + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} m V_n \cdot V_m \cdot \text{sen}[(n-m)\omega t + \psi_{vn} - \psi_{vm}] \}
 \end{aligned}$$

E-1.29

El valor medio de la expresión E-1.29 resulta ser igual a cero, es decir, *un elemento capacitivo ideal no consume energía eléctrica, simplemente la almacena y la devuelve.*

La función de la *potencia reactiva inductiva instantánea* $Q_L(\omega t)$ está definida para una inductancia L como:

$$Q_L(\omega t) = L \cdot i \cdot \dot{i}$$

E=1.30

Para el caso general de la corriente expresada como la serie, e-

ecuación E-1.31.

$$i(\omega t) = I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} I_n \text{sen}(n\omega t + \Psi_{in}) \quad \text{E-1.31}$$

Reemplazando la ecuación E-1.31 en E-1.30 se transforma en:

$$Q_L(\omega t) = \omega L \cdot \left\{ I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} I_n \text{sen}(n\omega t + \Psi_{in}) \right\} \cdot \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} \sqrt{2} m I_m \cdot \cos(m\omega t + \Psi_{im}) \right\} \quad \text{E-1.32}$$

de donde:

$$Q_L(\omega t) = \omega L \cdot \left\{ I_0 \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \sqrt{2} \cdot m I_m \cdot \cos(m\omega t + \Psi_{im}) \right\} +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} m \cdot I_n \cdot I_m \cdot \text{sen}[(n+m)\omega t + \Psi_{in} + \Psi_{im}] +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} m \cdot I_n \cdot I_m \cdot \text{sen}[(n-m)\omega t + \Psi_{in} - \Psi_{im}] \quad \text{E-1.33}$$

El valor medio de la expresión E-1.33 es igual a cero, lo que indica que un *elemento inductivo ideal no consume energía*, solamente la almacena y la entrega.

POTENCIA RESIDUAL O POTENCIA DE DISTORSION

Si se analizan los resultados obtenidos para P y Q , se puede demostrar que en el caso de ondas distorsionadas

$$S^2 \neq P^2 + Q^2 \quad \text{E-1.34}$$

Lo que pone de manifiesto la existencia de una componente adicional que se la puede definir como un residuo, resultante de la distorsión de las ondas, que se encuentra en cuadratura con P y Q .

$$D = [S^2 - (P^2 + Q^2)]^{\frac{1}{2}} \quad \text{E-1.35}$$

donde, utilizando la expresión E-1.21, E-1.25 y E-1.26 en E-1.35 se obtiene:

$$D = \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left[V_m^2 I_n^2 - V_n \cdot V_m \cdot I_n \cdot I_m \cdot \cos(\phi_n - \phi_m) \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \quad \text{E-1.36}$$

donde:

$$\phi_n = \psi_{vn} - \psi_{in} \quad \text{E-1.37}$$

$$\phi_m = \psi_{vm} - \psi_{im} \quad \text{E-1.38}$$

La componente D, toma el nombre de Potencia de Distorsión o Residual. La potencia aparente que para el caso sinusoidal es un factor, en el caso general de ondas distorsionadas, se convierte en un vector de tres componentes.

$$S^2 = P^2 + Q^2 + D^2 \quad \text{E-1.39}$$

Nótese que para el caso sinusoidal:

$$P = V \cdot I \cdot \cos \phi \quad \text{E-1.40}$$

$$Q = V \cdot I \cdot \sin \phi \quad \text{E-1.41}$$

$$D = 0 \quad \text{E-1.42}$$

$$\therefore S^2 = P^2 + Q^2 \quad \text{E-1.43}$$

FACTOR DE POTENCIA

Está definida como la relación entre la potencia media y la potencia aparente

$$F_p = \frac{P}{S} \quad \text{E-1.44}$$

sustituyendo las potencias de las ecuaciones E-1.25 y E-1.20 en la definición de la relación E-1.44 se tiene que:

$$F_p = \frac{V_0 \cdot I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} V_n \cdot I_n \cdot \cos(\psi_{vn} - \psi_{in})}{V_{RMS} \cdot I_{RMS}} \quad E-1.45$$

igual a:

$$F_p = \frac{V_0}{V_{RMS}} \cdot \frac{I_0}{I_{RMS}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{V_n}{V_{RMS}} \cdot \frac{I_n}{I_{RMS}} \cdot \cos(\psi_{vn} - \psi_{in}) \quad E-1.46$$

sabiendo que F es igual al factor de forma se tiene:

$$F_p = \frac{1}{F_v} \cdot \frac{1}{F_i} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{V_n}{V_{RMS}} \cdot \frac{I_n}{V_{RMS}} \cdot \cos(\psi_{vn} - \psi_{in}) \quad E-1.47$$

1.2 TECNICAS DE CONTROL DE LA CORRIENTE ALTERNA

Para poder controlar la potencia que se suministra a una carga, existen algunas formas básicas de control, cuando la fuente de alimentación es de voltaje alterno. Con fines de análisis, se considerará el voltaje alterno como puramente sinusoidal, y la fuente de voltaje con impedancia interna igual a cero (fuente ideal).

El controlador básico de corriente alterna, puede ser realizado con dos SCR'S en inverso-paralelo para el caso de cargas altamente reactivas, como indica la figura 1.4. , o con un triac para el caso de cargas puramente resistivas como indica la figura 1.5.

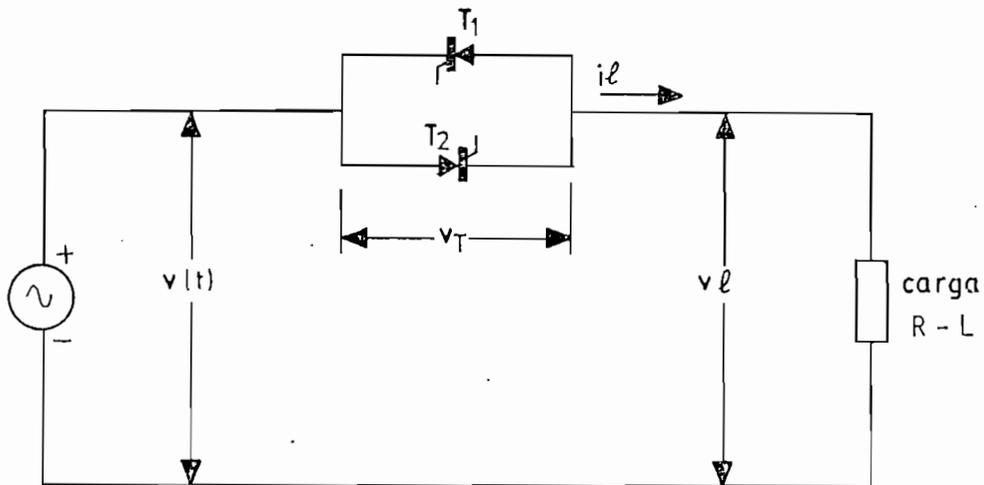


Figura 1.4. Regulador de C.A. utilizando tiristores como controladores. Carga R-L

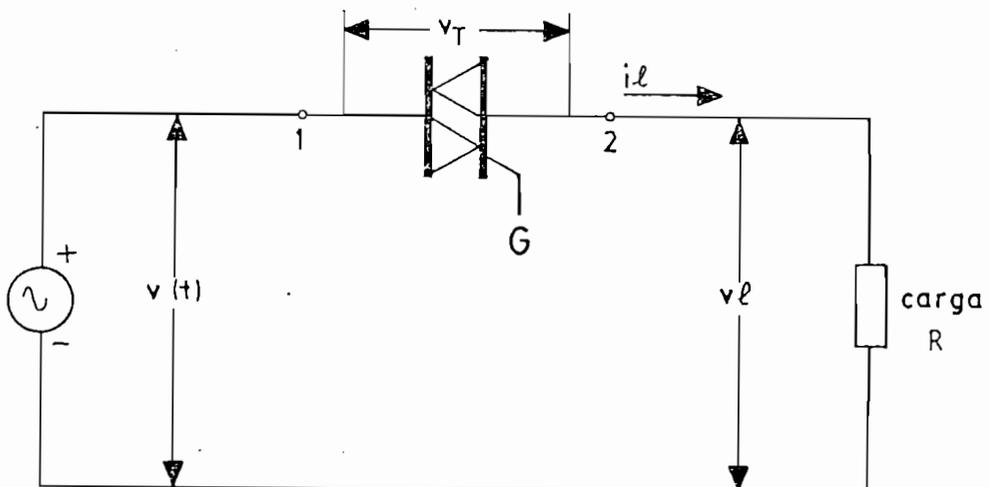


Figura 1.5. Regulador de C.A. empleando un triac para el control. Carga R

Bajo las condiciones anotadas anteriormente, e independientemente de la técnica utilizada para el control de la corriente alterna, se pueden aplicar a este caso particular, las definiciones generales en el dominio de la frecuencia.

- El voltaje de la fuente, se asume que está dado por:

$$v(t) = \sqrt{2} V \text{ sen } \omega t \quad \text{E-1.48}$$

$$\psi_{vn} = \psi_{v1} = 0 \quad \text{E-1.49}$$

- La corriente que entrega la fuente, en general, va a tener una forma de onda cuya frecuencia angular fundamental es igual a la del voltaje de la fuente (ω), y por tratarse de controladores de corriente alterna, su valor medio será siempre igual a cero ($I_0 = 0$), en consecuencia, la corriente tendrá la forma general:

$$i(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} I_n \text{ sen}(n\omega t + \psi_{in}) \quad \text{E-1.50}$$

- **POTENCIA APARENTE:** Utilizando la definición descrita por la E-1.20 y reemplazando el valor de la corriente y voltaje de las ecuaciones E-1.50 y E-1.48 se tiene que:

$$S = V \cdot I = V \cdot \left[\sum_{n=1}^{\infty} I_n^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{E-1.51}$$

- POTENCIA INSTANTANEA: Puesto que por definición la Potencia instantánea es igual al producto del voltaje por la corriente; se reemplaza en E-1.22 las ecuaciones E-1.48 y E-1.50 resultando:

$$p = \sum_{n=1}^{\infty} 2 V \cdot I_n \text{ sen } \omega t \cdot \text{sen}(n \omega t + \psi_{in}) \quad \text{E-1.52}$$

resultado que:

$$p = \sum_{n=1}^{\infty} V \cdot I_n \cdot \{ \cos[(n-1)\omega t + \psi_{in}] - \cos[(n+1)\omega t + \psi_{in}] \} \quad \text{E-1.53}$$

- POTENCIA MEDIA: Mediante el reemplazo en la ecuación de la definición E-1.24 con la potencia instantánea E-1.53 se tiene:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p \cdot dt$$

resultando:

$$P = V \cdot I_1 \cdot \cos \phi_1 \quad \text{E-1.54}$$

$$\phi_1 = - \Psi_{i_1} \quad \text{E-1.55}$$

Donde:

$$I_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} [A_{i_1}^2 + B_{i_1}^2]^{\frac{1}{2}} \quad \text{E-1.56}$$

para el ángulo:

$$\phi_1 = \text{Arc Tg} \left(\frac{A_{i_1}}{B_{i_1}} \right) \quad \text{E-1.57}$$

Sabiendo que las componentes fundamentales son:

$$A_{i_1} = \frac{2}{T} \int_0^T i(t) \cdot \cos \omega t \cdot dt \quad \text{E-1.58}$$

$$B_{i_1} = \frac{2}{T} \int_0^T i(t) \cdot \text{sen } \omega t \cdot dt \quad \text{E-1.59}$$

- POTENCIA REACTIVA: Empleando la ecuación que representa a la potencia reactiva E-1.26 se tiene:

$$Q = V \cdot I_1 \cdot \text{sen } \phi_1 \quad \text{E-1.60}$$

$$\phi_1 = - \psi_{i_1}$$

- POTENCIA DE DISTORSION : Una vez realizado el análisis en la ecuación E-1.35 para la corriente y voltaje representados en las ecuaciones E-1.48 y E-1.50 se reduce a tener:

$$D = V \cdot [I^2 - I_1^2]^{\frac{1}{2}} \quad \text{E-1.61}$$

equivalente a:

$$D = V \cdot [\sum_{n=2}^{\infty} I_n^2]^{\frac{1}{2}} \quad \text{E-1.62}$$

- FACTOR DE POTENCIA: Con el reemplazo en la definición dado por la relación E-1.44 tanto de la potencia media como la aparente de las ecuaciones E-1.54 y E-1.51 se tiene:

$$F_P = \frac{P}{S} = \frac{I_1}{I} \cdot \cos \phi_1 \quad \text{E-1.63}$$

El control de corriente alterna, al variar la función $i(t)$, provoca la variación de P , Q y D y del factor de potencia, ya que todas estas magnitudes eléctricas, dependen del valor que asuma la componente fundamental de la corriente, así como de su relación de fase con el voltaje de la fuente.

Si la componente fundamental de la corriente se adelanta respecto al voltaje aplicado, la potencia reactiva generada será de carácter capacitiva, en cambio si se retarda, la potencia reactiva cambia de signo, indicando que es de naturaleza inductiva. Adicionalmente, si se logra mantener la componente fundamental en fase con el voltaje aplicado, la potencia reactiva generada, será nula.

Para variar la función de la corriente, $i(t)$, que entrega la fuente a la carga, se pueden identificar las siguientes técni-

cas fundamentales. (Con fines ilustrativos, se considera que la carga es una resistencia pura).

1.2.1 CONTROL DE FASE

Caracterizado porque el control se lo hace en cada semiciclo de la onda, existiendo conducción solo en una parte de la misma.

Este control a su vez puede ser:

- *DIRECTO*: Una vez que comienza el semiciclo, el tiristor permanece bloqueado, al que luego se le envía un impulso de disparo con un retardo de α/ω para que permita la conducción. Tomando en consideración la variación del ángulo de disparo α , se puede ver que la potencia entregada a la carga también es variable, según la figura 1.6 - a. Este control se caracteriza porque los tiristores se bloquean de forma natural al anular su intensidad, el control de potencia es continuo, es fácil de implementar, varía el factor de poten

cia con que trabaja el generador, el ángulo α hace que se retrase la compo nente fundamental de la corriente res pecto de la tensión, dando lugar al a parecimiento de la potencia reactiva-inductiva. La intensidad de la carga tiene armónicos de todos los órdenes lo que produce interferencia de R.F. hay elevados $\frac{dv}{dt}$ y di/dt que producen ruidos electromagnéticos.

- *INVERSO*: Se da cuando el interruptor de potencia conecta carga en el cruce por ce ro y la desconecta en un ángulo β ($\beta < \pi$), figura 1.6 - b caracterizándose por ser un sistema de conmutación for zada, el sistema de control es más complejo, la interferencia de R.F. es mínima, el control de potencia es con tínuo. En este caso la componente fun damental de la corriente se adelanta respecto al voltaje aplicado, lo que da lugar al aparecimiento de potencia reactiva capacitiva.

- *SIMETRICO*: Este control se manifiesta como una

combinación de los dos anteriores, puesto que actúa el interruptor de potencia, conectando la carga a partir de un ángulo α , y desconectándola en un ángulo igual a $\pi - \alpha$. Como consecuencia de esta simetría, se puede observar que la potencia generada por el adelanto de la componente fundamental de la corriente al voltaje de entrada y la potencia presentada por el atraso de estos dos mismos elementos, son equivalentes, lo que permite concluir que no existe generación de potencia reactiva.

1.2.2 CONTROL POR CICLO INTEGRAL

Consiste en aplicar a la carga un número entero de ciclos "N" bloqueando otro número entero de ciclos de un total "T". La relación de "N" y "T" hace que el regulador sea considerado como periódico ó aperiódico: figura 1.6.-.d y 1.6.- e respectivamente. Las dv/dt son de bajo valor y el contenido de armónicos es mínimo, sin embargo hay presencia de subarmónicos de frecuencia inferior a la

del generador.

El control periódico consta de un circuito complejo, el control de potencia es en pasos discretos; tiene relación lineal entre la potencia entregada y el número de ciclos aplicados a la carga; no genera interferencia en R.F. pero si en baja frecuencia.

$$P = \frac{V^2}{R} \cdot \left(\frac{N}{T} \right)$$

El control aperiódico consta de un circuito de control sencillo, no existe relación lineal entre la potencia entregada a la carga, con los ciclos aplicados a la misma.

1.2.3 TROCEADOR AC.

Este regulador varía el voltaje RMS a la carga como muestra la figura 1.6 - g. Se caracteriza por tener componentes armónicas de alta frecuencia, según la frecuencia del troceado, que son fácilmente filtrables. Fundamentalmente se utiliza para control de potencia con cargas resistivas.

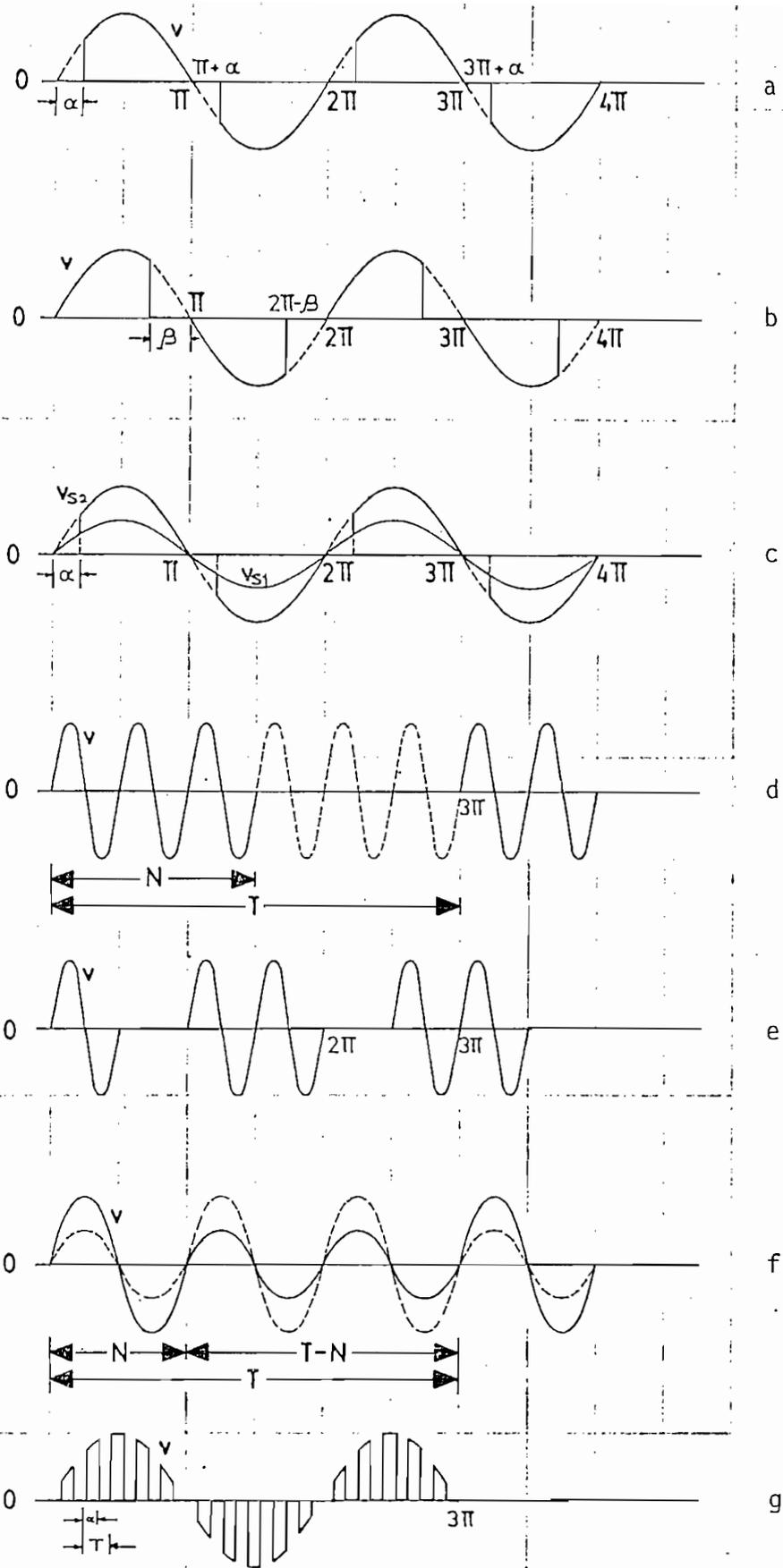


Figura 1.6. Voltajes en la carga resistiva para los diferentes tipos de reguladores de A.C.

1.2.4 REGULADORES DIFERENCIALES

En estos circuitos la tensión de salida tiene un rango más estrecho de variación y se necesita de un autotransformador figura 1.7. El valor instantáneo de la tensión de salida es el de la tensión máxima v_{s1} ó bien de la tensión v_{s2} . Las formas de onda se pueden ver en las figuras 1.6 - c; 1.6 - f.

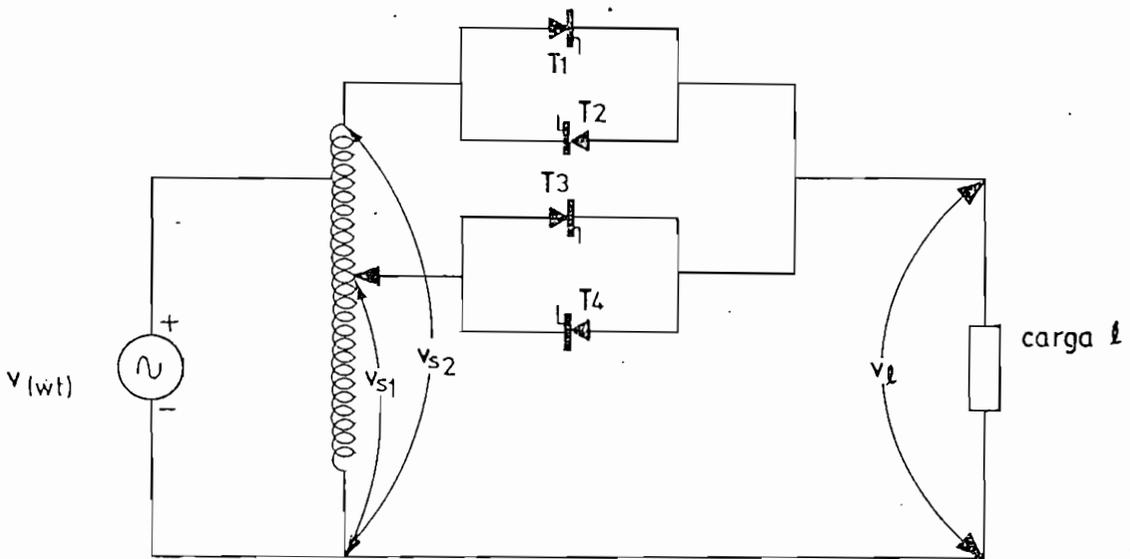


Figura 1.7. Regulador diferencial de C.A.

Dependiendo de la técnica de control, pueden ser diferenciales con control de fase o con control por ciclo integral.

1.3 POTENCIA REACTIVA Y COMPENSACION

El propósito de evaluar la potencia reactiva en circuitos con ondas sinusoidales es porque, los sistemas eléctricos de potencia deben operar bajo las mejores condiciones, esto es, conseguir que la potencia transferida de la fuente a la carga sea la mayor posible, sin que se produzcan pérdidas significativas, como tampoco transferencia innecesaria, como es el caso de la potencia fluctuante.

Existen muchas razones por las que esta potencia fluctuante o devatiada debe ser controlada; a continuación se exponen algunas de ellas:

- La existencia de esta potencia produce pérdida de energía.
- Al controlar esta potencia, mejora el perfil de voltaje del sistema con lo cual se logra una mayor capacidad de transferencia de Potencia Activa.
- Considerando la potencia activa y el voltaje constantes, el control de la potencia reactiva hace que la corriente requerida por la carga sea menor.
- Disminuir la potencia reactiva, significa mejorar el factor de potencia, lo cual es ventajoso para los usuarios que

son penalizados por tener bajo Factor de Potencia.

- Minimizar la potencia reactiva , permite optimizar la cargabilidad de los generadores.

De acuerdo con las definiciones dadas, se puede ver que la potencia reactiva es susceptible de compensación. Si una determinada carga hace que la corriente de la fuente esté retrazada con respecto al voltaje aplicado, la potencia reactiva generada tendrá carácter inductivo, entonces se puede intercalar en paralelo con dicha carga un generador de potencia reactiva de carácter capacitivo de un valor tal que tienda a compensar el efecto reactivo inductivo de la carga, de tal forma que la fuente "vea" a sus terminales una carga puramente resistiva. De igual manera, si la carga hace que la corriente de la fuente se adelante respecto al voltaje aplicado, la potencia reactiva generada será de carácter capacitivo , pudiendo ser compensada por la conexión en paralelo de un generador de potencia reactiva inductiva.

Este concepto básico de compensación, puede resultar evidente para el caso en que todas las ondas son sinusoidales y las cargas son impedancias inductivas o capacitivas, sin embargo para el caso general de ondas distorsionadas. ¿ Con qué facilidad se podrá aceptar que una resistencia pura sometida a una cierta forma de control de potencia por medio de elementos no lineales (tiristores, transistores), sea capaz de generar potencia reactiva?, y más

aún, ¿ Se podrá aplicar el concepto básico de compensación a dicho caso?. Si las preguntas planteadas tienen respuestas afirmativas, cabe entonces preguntarse, ¿ Si una resistencia pura es capaz de generar potencia reactiva, bajo control no-lineal, que podría esperarse de un elemento reactivo sometido a la misma forma de control?.

1.4 OBJETIVO DEL TRABAJO PROPUESTO

Para quienes hemos recibido una formación dentro de los conceptos clásicos de circuitos eléctricos, no resultan evidentes las respuestas a las preguntas planteadas anteriormente. Sin embargo, existe una diversidad de circuitos y sistemas en donde se manifiestan estos fenómenos que no concuerdan aparentemente, con la teoría clásica; y lo que es más, son los insospechados causantes de perturbaciones, fallas, incremento de pérdidas etc, en las redes y equipos de distribución eléctrica.

En el presente trabajo, se tratará de demostrar matemática y experimentalmente la naturaleza de la potencia reactiva en circuitos bajo control no-lineal, así como sus posibles formas de compensación.

Para el efecto, se emplea como controlador no-lineal de potencia, a un par de tiristores en conexión inverso-paralelo, alimentando

a las diferentes cargas. Aunque el circuito es aparentemente simple, garantiza la universalidad de las conclusiones que se puedan obtener, manteniendo una razonable complejidad en la manipulación matemática.

II

ANALISIS Y CONTROL DEL FACTOR DE POTENCIA EN CIRCUITOS CON CORRIENTE ALTERNA SINUSOIDAL CONTROLADA

En un sistema eléctrico en general, es conveniente que el factor de potencia sea igual a la unidad, lo cual se consigue cuando el voltaje y la corriente instantánea está en fase en todos los ins

tantes del tiempo, efecto que se logra sólo en casos muy particulares; pero cuando el propósito es el de generalizar ya sea con diferentes formas de onda así como también variando las cargas del circuito, no se cumple este propósito, por lo que se requiere de un análisis mas amplio como el que se detalla a continuación:

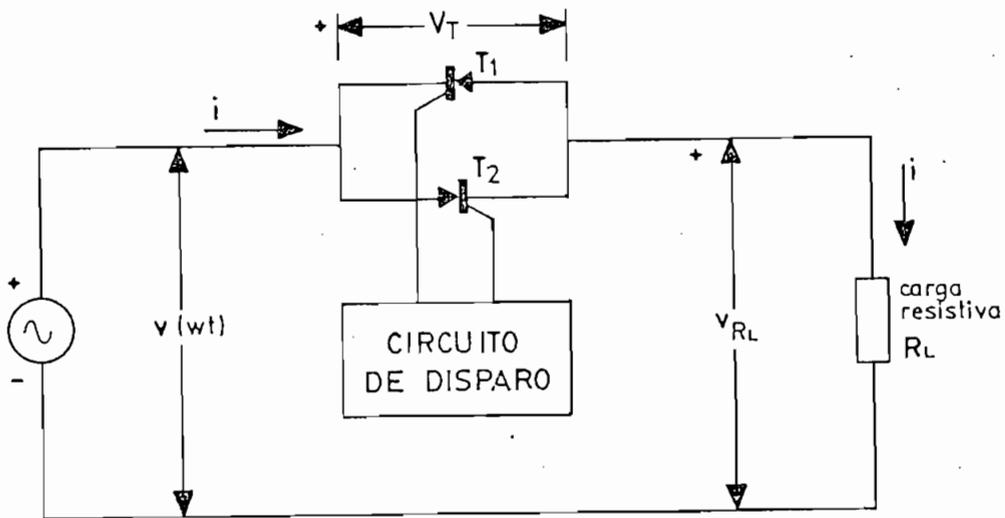
2.1 ANALISIS DE LA POTENCIA REACTIVA Y DEL FACTOR DE POTENCIA PARA UN CIRCUITO CON CARGA RESISTIVA

2.1.1 INTRODUCCION

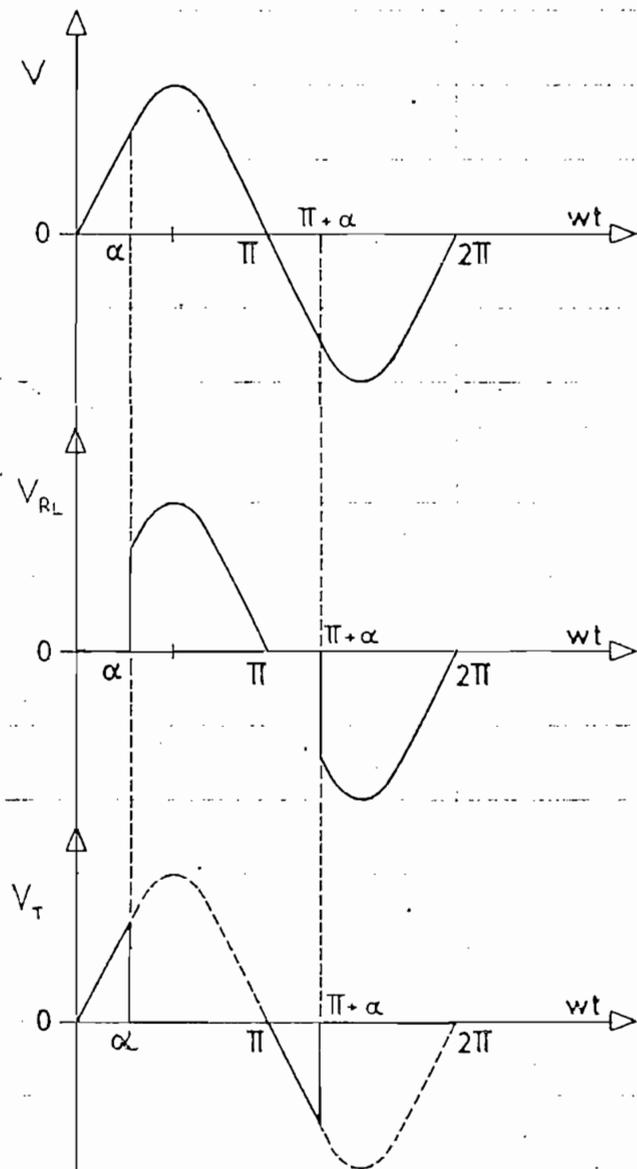
Con la ayuda del circuito de la figura 2.1., que tiene una carga resistiva $[R_L]$, una fuente de voltaje sinusoidal pura, un sistema de control monofásico con tiristores en contra fase y más el análisis de la potencia reactiva (como indica el estudio del capítulo I), se puede claramente detectar y justificar la existencia de volta-amperios reactivos sin la presencia de inductancia $[L]$.

2.1.2 ANALISIS MATEMATICO DE LAS POTENCIAS ACTIVA, REACTIVA Y DE DISTORSION EN UN CIRCUITO CON CARGA RESISTIVA

Con relación a la figura 2.1, se establece el siguiente análisis: los tiristores se los considera con pérdidas despreciables, la fuente entrega voltaje sinusoidal puro, y su impedancia de salida es mínima.



a



b

Figura 2.1 Circuito controlado por un par de tiristores.

a.- Circuito básico

b.- Formas de onda

Dé acuerdo con la ley de voltaje de Kirchoff

$$v(\omega t) = v_T + v_{RL} \quad E-2.1.1$$

donde:

$$v(\omega t) = \sqrt{2}V \text{ sen } \omega t \quad E-2.1.2$$

$$v_{RL}(\omega t) = \begin{cases} \sqrt{2}V \text{ sen } \omega t & | \quad \pi, 2\pi, \dots \\ \alpha, \pi + \alpha, \dots & \\ 0 & | \quad \alpha, \pi + \alpha, \dots \\ & | \quad 0, \pi, \dots \end{cases} \quad E-2.1.3$$

$$v_T(\omega t) = \begin{cases} \sqrt{2}V \text{ sen } \omega t & | \quad \alpha, \pi + \alpha, \dots \\ & | \quad 0, \alpha, \dots \\ 0 & | \quad \pi, 2\pi, \dots \\ & | \quad \alpha, \pi + \alpha, \dots \end{cases} \quad E-1.2.4$$

siendo α el ángulo de disparo de los tiristores.

Puesto que, la corriente (i) tiene la misma forma de onda que la del voltaje, cuando se trata de una carga resistiva, se la puede representar de la siguiente forma:

$$i = \begin{cases} 0 & 0 \leq \omega t \leq \alpha \\ \frac{\sqrt{2} V}{R_L} \text{ sen } \omega t & \alpha \leq \omega t \leq \pi \\ 0 & \pi \leq \omega t \leq (\pi + \alpha) \\ \frac{\sqrt{2} V}{R_L} \text{ sen } \omega t & (\pi + \alpha) \leq \omega t \leq 2\pi \end{cases} \quad \text{E-2.1.5}$$

Expresada en la forma de series de Fourier, sería:

$$i(\omega t) = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos n \omega t + B_n \text{ sen } n \omega t) \quad \text{E-2.1.5.a}$$

$$i(\omega t) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \text{ sen}(n \omega t + \Psi_n) \quad \text{E-2.1.6}$$

donde A_n , B_n , C_n , Ψ_n se determina con la ayuda de las ecuaciones E-1.4, E-1.5, E-1.6, E-1.7.

Para $n=1$ se tiene:

$$A_1 = \frac{\sqrt{2} I}{2\pi} (\cos 2\alpha - 1) \quad \text{E-2.1.7}$$

$$B_1 = \frac{\sqrt{2} I}{2\pi} [\sin 2\alpha + 2(\pi - \alpha)] \quad \text{E-2.1.8}$$

$$C_1 = \frac{I}{\sqrt{2} \pi} [(\cos 2\alpha - 1)^2 + (\sin 2\alpha + 2(\pi - \alpha))^2]^{\frac{1}{2}} \quad \text{E.2.1.9}$$

donde:

$$I_1 = \frac{I}{2\pi} [(\cos 2\alpha - 1)^2 + (\sin 2\alpha + 2(\pi - \alpha))^2]^{\frac{1}{2}} \quad \text{E-2.1.10}$$

para el presente caso:

$$I = \frac{V}{R_L} \quad \text{E-2.1.11}$$

como también

$$\Psi_1 = \text{Arc Tg } \left| \frac{A_1}{B_1} \right| \quad \text{E-2.1.12}$$

para $n = 3, 5, 7, 9$ se tiene (Anexo 2)

$$A_n = \frac{\sqrt{2} I}{2\pi} \left[\frac{2}{n+1} \{ \cos(n+1) \alpha - 1 \} - \frac{2}{n-1} \{ \cos(n-1) \alpha - 1 \} \right] \quad \text{E-2.1.13}$$

$$B_n = \frac{\sqrt{2} I}{2\pi} \left[\frac{2}{n+1} \text{sen}(n+1) \alpha - \frac{2}{n-1} \text{sen}(n-1) \alpha \right] \quad \text{E-2.1.14}$$

$$C_n = \frac{I}{\sqrt{2}\pi} \left[\left[\frac{2}{n+1} (\cos(n+1) \alpha - 1) \right] - \frac{2}{n-1} [\cos(n-1) \alpha - 1] \right]^2 + \left[\frac{2}{n+1} \text{sen}(n+1) \alpha - \frac{2}{n-1} \text{sen}(n-1) \alpha \right]^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{E-2.1.15}$$

$$\phi_n = \text{Arc Tg } \left[\frac{A_n}{B_n} \right]$$

Para obtener la potencia media se utilizan las ecuaciones: E-1.54
E-1.56 y E-1.57

$$P = \frac{(\sqrt{2}V)^2}{2R_L} \left[\frac{\text{sen } 2\alpha + 2(\pi - \alpha)}{2\pi} \right] \quad \text{E-2.1.16}$$

El valor RMS de la onda de corriente (i), está dada por:

$$I = \frac{V}{R_L} \left[\frac{1}{\pi} \left(\pi - \alpha + \frac{1}{2} \text{sen } 2\alpha \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{E-2.1.17}$$

en consecuencia, la potencia aparente resulta ser,

$$S = \frac{V^2}{R_L} \left[\frac{1}{\pi} \left(\pi - \alpha + \frac{1}{2} \text{sen } 2\alpha \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{E-2.1.18}$$

reemplazando E-2.1.8 en E-2.1.18 resulta

$$S = V \left[\frac{V}{R_L} \cdot \frac{B_1}{\sqrt{2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{E-2.1.19}$$

Sabiendo que el voltaje $v = \sqrt{2}V \text{ sen } \omega t$ y que el ángulo $\Psi_{vn} = \Psi_{v_1} = 0$, la potencia reactiva, está dada por la ecuación E-1.60

$$Q = V \cdot I_1 \cdot \text{sen } \phi_1$$

Si se reemplaza ϕ_1 por $-\Psi_1$, resulta:

$$Q = -V \cdot I_1 \text{ sen } \Psi_1 \quad \text{E-2.1.20}$$

De E-2.1.12, se puede obtener,

$$\text{sen } \Psi_1 = \frac{A_1}{C_1} \quad \text{E-2.1.21}$$

Por otro lado, recordando que:

$$I = \frac{C_1}{\sqrt{2}} \quad \text{E-2.1.22}$$

Se puede efectuar los reemplazos respectivos en E-2.1.20, resul-

tando:

$$Q = -V \cdot \frac{C_1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{A_1}{C_1} \quad \text{E-2.1.23}$$

$$Q = -V \cdot \frac{A_1}{\sqrt{2}} \quad \text{E-2.1.24}$$

reemplazando A_1 de la ecuación E-2.1.7 se tiene:

$$Q = \frac{V^2}{2\pi R_L} \cdot (1 - \cos 2\alpha) = Q_L \quad \text{E-2.1.25}$$

siendo equivalente a:

$$Q_L = \frac{V^2}{\pi R_L} \cdot \sin^2 \alpha \quad \text{E-2.1.26}$$

La figura 2.2, permite apreciar la forma en que varía Q_L en función del ángulo α , estableciéndose que para $\alpha = \frac{\pi}{2}$, se obtiene la máxima potencia reactiva inductiva.

Si bien es cierto, hasta el momento aparece Q_L como resultado de aplicar las definiciones generalizadas al circuito considerado, en

la parte siguiente, se tratará de demostrar que Q_L es una potencia reactiva pura, tal y como podría ser generada por un inductor cuya inductancia equivalente estaría dada por:

$$L_{eq} = \frac{\pi R_L}{\omega \text{sen}^2 \alpha} \quad \text{E-2.1.27}$$

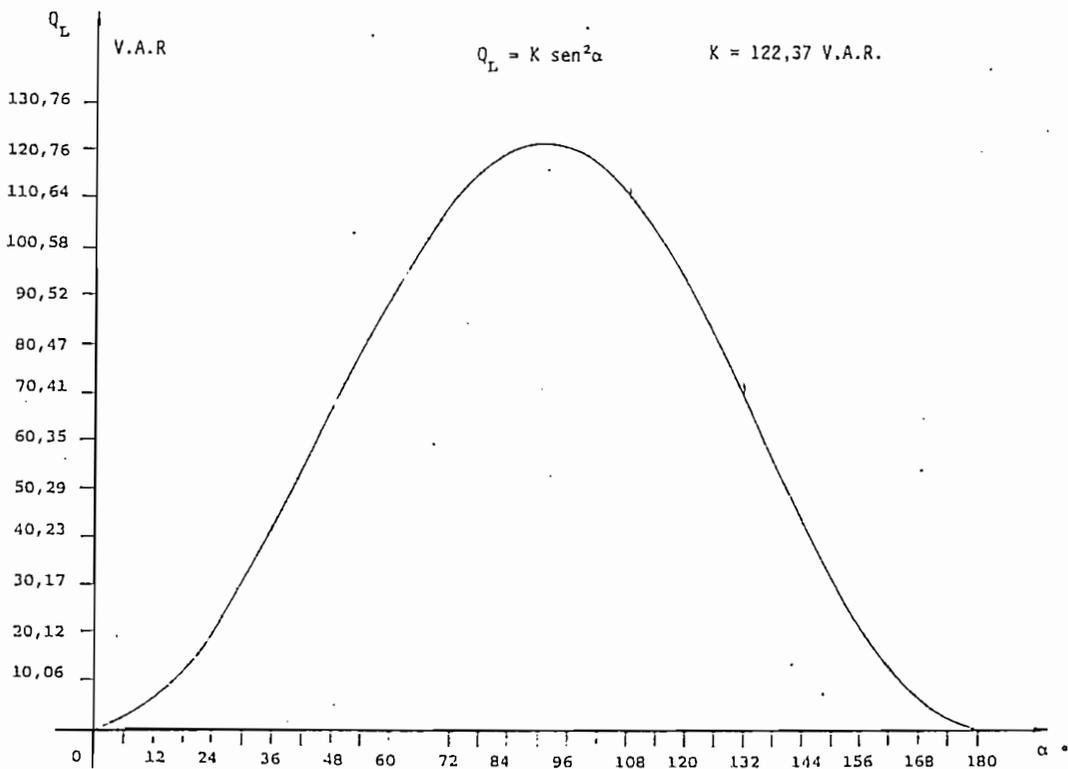


Figura 2.2 Variación de potencia reactiva inductiva en función del ángulo de activado α en un controlador de fase directa, con carga resistiva pura.

La potencia de distorsión se obtendrá de las ecuaciones anteriores:

$$D = \frac{V^2}{R_L} \left[\frac{1}{\pi} \left\{ \pi - \alpha + \frac{1}{2} \operatorname{sen} 2\alpha - \frac{1}{2} (\pi - \alpha + \frac{1}{2} \operatorname{sen} 2\alpha)^2 - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{4\pi} (1 - \cos 2\alpha)^2 \right\} \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{E-2.1.28}$$

$$D = V \left[\frac{V}{R_L} \cdot \frac{B_1}{\sqrt{2}} - \left[\frac{C_1}{\sqrt{2}} \right]^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{E-2.1.29}$$

2.1.3 ANALISIS MATEMATICO DEL FACTOR DE POTENCIA PARA UN CIRCUITO CON CARGA RESISTIVA

Una vez analizadas las potencias del circuito de la figura 2.1, como variables dependientes del ángulo de disparo de los tiristores resulta conveniente obtener la expresión del factor de potencia.

$$F_p = \left[\frac{1}{\pi} (\pi - \alpha + \frac{1}{2} \operatorname{sen} 2\alpha) \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{E-2.1.30}$$

2.2. CONTROL DEL FACTOR DE POTENCIA

El factor de potencia es el indicador del grado de utilización efectiva de la energía entregada por la fuente, a una determinada carga. Como se podrá apreciar del análisis generalizado que se efectuó anteriormente, si no se consideran las pérdidas propias en el sistema, parte de la energía se transforma en trabajo útil (P), otra parte está transitando entre la carga y la fuente sin realizar ningún trabajo (Q), y otra parte se desperdicia en las armónicas generadas por efecto de la distorsión de la corriente que entrega la fuente (D).

Indudablemente el objetivo debe ser el mantener un factor de potencia tan alto como sea posible, para lo cual se deberá neutralizar tanto la potencia reactiva (Q), como la potencia de distorsión (D). Estas funciones deben ser realizadas por un sistema de compensación, intercalado entre la carga y la fuente.

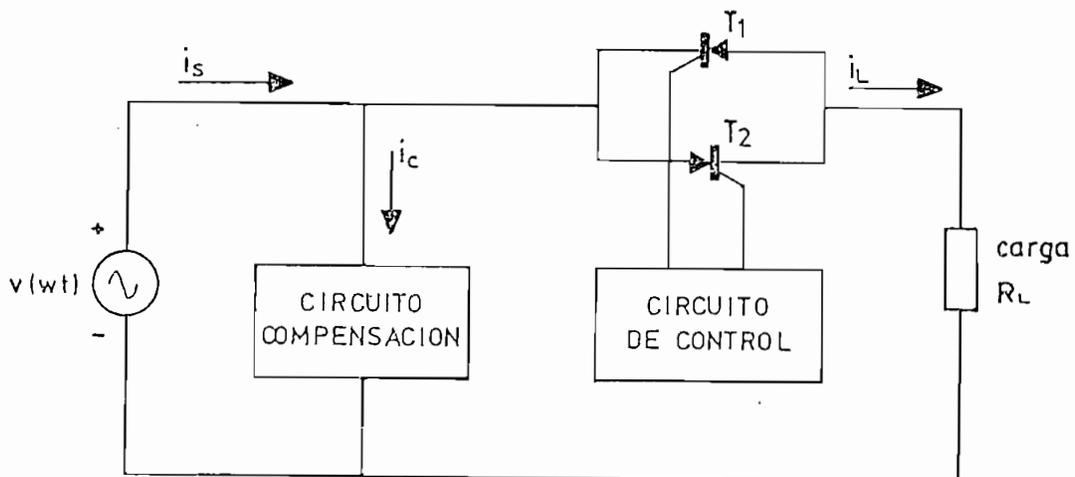


Figura 2.3 Circuito controlado de corriente, incorporado un circuito de compensación

La figura 2.3, permite ilustrar el principio básico de la compensación. La corriente de la carga i_L , al sumarse con la corriente del compensador i_c , debería dar como resultado una corriente i_s , tal que su forma de onda sea idéntica y además esté en fase con la forma de onda del voltaje de la fuente, es decir:

$$i_s = i_L + i_c = K v \quad \text{E-2.2.1}$$

donde:

$K =$ constante real

$$v = \sqrt{2} V \text{ sen } \omega t$$

Cumplida idealmente la función de compensación establecida, se puede demostrar que el factor de potencia a los terminales de la fuente resulta ser unitario

- POTENCIA INSTANTANEA

$$p_s = v \cdot i_s = K v^2 \quad \text{E-2.2.2}$$

- POTENCIA MEDIA

$$P_s = K V^2 \quad \text{E-2.2.3}$$

$$S = I_s \cdot V = K \cdot V^2 \quad \text{E-2.2.4}$$

$$F_P = \frac{P_s}{S} = 1 \quad \text{E-2.2.5}$$

Nótese que para el caso ideal planteado, la corriente que produzca el compensador debe ser capaz, por un lado de neutralizar la componente reactiva de i_L , y por otro lado de tener componentes armónicas idénticas en orden, magnitud y fase, pero de signos contrarios a aquellas contenidas en i_L .

La primera acción de compensación se la puede implementar fácilmente con la ayuda de elementos reactivos (inductores, capacitores), sin embargo para la segunda acción de compensación, en la práctica resulta ser sumamente difícil satisfacer dichos requerimientos. Máximo se podría neutralizar alguna armónica en particular y aún así la circuitería y técnica de control serían complejas. Esto ha dado lugar a que los compensadores reactivos sean de mayor utilización en la Ingeniería Eléctrica. En el caso general de ondas distorsionadas, aún con el capacitor o reactor óptimos no se logrará factor de potencia unitario, ya que todavía quedará sin compensarse la potencia de distorsión. Estos aspectos quedarán mejor aclarados y demostrados, en los diferentes análisis y experimentos realizados en la continuación del presente trabajo.

2.2.1 COMPENSACION CON CAPACITOR IDEAL

En el circuito de la figura 2.4; C es el condensador de compensación considerado ideal, por el que circula la corriente i_c .

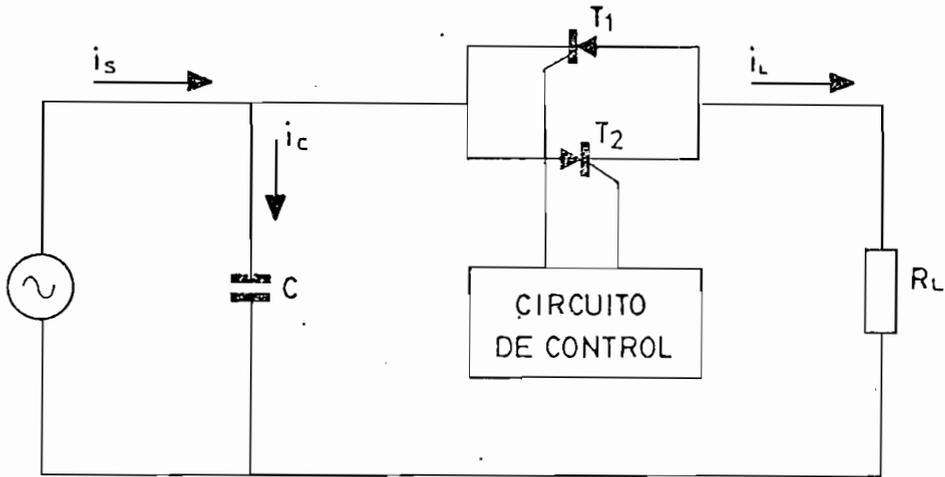


Figura 2.4 Circuito controlado de corriente, compensado por un condensador puro

La corriente total instantánea está determinada por:

$$i_s = i_c + i_L$$

donde:

$$i_c = C \frac{d}{dt} (\sqrt{2} V \text{ sen } \omega t) = C \omega \sqrt{2} V \text{ cos } \omega t \quad \text{E-2.2.6}$$

$$i_L = \sum_{n=1,3,5,7,\dots}^{\infty} C_n \text{sen}(n\omega t + \Psi_n) \quad \text{E-2.2.7}$$

Reemplazando los valores de las corrientes i_c e i_L , la corriente total i_s es:

$$i_s = (C\omega\sqrt{2}V + C_1 \text{sen} \Psi_1) \cos \omega t + C_1 \cos \Psi_1 \text{sen} \omega t + \\ + \sum_{n=3,5,7,\dots}^{\infty} C_n \text{sen}(n\omega t + \Psi_n) \quad \text{E-2.2.8}$$

A continuación se realizan algunas sustituciones, para reducir la expresión anterior.

De E-2.1.12 y E-2.1.21, se obtiene:

$$A_1 = C_1 \text{sen} \Psi_1 \quad \text{E-2.2.9}$$

$$B_1 = C_1 \cos \Psi_1 \quad \text{E-2.2.10}$$

$$C_1^2 = A_1^2 + B_1^2 \quad \text{E-2.2.11}$$

A los factores de la componente fundamental, se los puede designar de la siguiente manera:

$$A_{s_1} = C \omega \sqrt{2} V + C_1 \operatorname{sen} \Psi_1 = C \omega \sqrt{2} V + A_1 \quad \text{E-2.2.12}$$

$$B_{s_2} = C_1 \cos \Psi_1 = B_1 \quad \text{E-2.2.13}$$

Con la ayuda de las definiciones dadas para las series de Fourier, la ecuación de la corriente de la fuente, quedaría,

$$i_s = [A_{s_1}^2 + B_{s_1}^2]^{\frac{1}{2}} \operatorname{sen}(\omega t + \beta) + \sum_{n=3,5,7}^{\infty} C_n \operatorname{sen}(n\omega t + \Psi_n) \quad \text{E-2.2.14}$$

donde:

$$\beta = \operatorname{Arc} \operatorname{Tg} \left(\frac{A_{s_1}}{B_{s_1}} \right) \quad \text{E-2.2.15}$$

$$\beta = \operatorname{Arc} \operatorname{Tg} \left[\frac{C \omega \sqrt{2} V + A_1}{B_1} \right] \quad \text{E-2.2.16}$$

$$A_{s_1}^2 + B_{s_1}^2 = C_{s_1}^2 = [\sqrt{2} I_{s_1}]^2 \quad \text{E-2.2.17}$$

Finalmente, la ecuación de i_s , puede ser escrita como,

$$i_s = \sqrt{2} I_{s_1} \text{sen}(\omega t + \beta) + \sum_{n=3,5,7,\dots}^{\infty} \sqrt{2} I_n \text{sen}(n\omega t + \psi_n) \quad \text{E-2.2.18}$$

Su valor RMS, estará dado por:

$$\begin{aligned} I_s = & \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(C \omega \sqrt{2} V)^2 + 2 C \omega \sqrt{2} V \frac{\sqrt{2} I}{2\pi} [\cos 2\alpha - 1] + \right. \\ & + \left. \left(\frac{\sqrt{2} I}{2\pi} \right)^2 [(\cos 2\alpha - 1)^2 + (\sin 2\alpha + 2(\pi - \alpha))^2 + \right. \\ & + \left. \sum_{n=3,5,7,\dots}^{\infty} \left\{ \left[\frac{2}{n+1} \{\cos(n+1)\alpha - 1\} - \frac{2}{n-1} \{\cos(n-1)\alpha - 1\} \right]^2 + \right. \right. \\ & \left. \left. + \left[\frac{2}{n+1} \text{sen}(n+1)\alpha - \frac{2}{n-1} \text{sen}(n-1)\alpha \right]^2 \right\} \right]^{1/2} \quad \text{E-2.2.19} \end{aligned}$$

donde:

$$I = \frac{V}{R_L}$$

La expresión para la potencia aparente, resulta ser:

$$S = V \cdot V \left[(C\omega)^2 + \frac{C\omega}{\pi R_L} [\cos 2\alpha - 1] + \frac{1}{(2\pi R_L)^2} [(\cos 2\alpha - 1)^2 + \right.$$

$$\left. + (\sin 2\alpha + 2(\pi - \alpha))^2 + \sum_{n=3,5,7..}^{\infty} \left\{ \left[\frac{2}{n+1} \{\cos(n+1)\alpha - 1\} - \right. \right.$$

$$\left. - \frac{2}{n-1} \{\cos(n-1)\alpha - 1\} \right]^2 + \left[\frac{2}{n+1} \sin(n+1)\alpha - \right.$$

$$\left. - \frac{2}{n-1} \sin(n-1)\alpha \right]^2 \left. \right\} \left. \right]^{\frac{1}{2}}$$

E-2.2.20

La potencia activa que entrega la fuente se la encuentra con ayuda

de la ecuación E-1.54.

$$P = V \cdot I_{s1} \cos \beta \quad \text{E-2.2.21}$$

$$I_{s1} = \frac{\sqrt{2}}{2} [(C \omega \sqrt{2} V + A_1)^2 + B_1^2]^{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} C_{s1} \quad \text{E-2.2.22}$$

$$\cos \beta = \frac{B_1}{\sqrt{2} I_{s1}} \quad \text{E-2.2.23}$$

Reemplazando, se obtiene,

$$P = \frac{1}{2} \sqrt{2} V \cdot B_1 \quad \text{E-2.2.24}$$

Sustituyendo B_1 de la ecuación E-2.1.8 en la ecuación de la Potencia activa E-2.2.24 se tiene finalmente:

$$P = \frac{V^2}{2\pi R_L} [\sin 2\alpha + 2(\pi - \alpha)] \quad \text{E-2.2.25}$$

La ecuación E-2.2.25 muestra que la potencia activa del circuito compensado con una capacitancia C (figura 2.3) es igual a la potencia activa de la ecuación E-2.1.16 correspondiente a la figura 2.1, cuando no se tenía compensación.

Con ayuda de E-2.1.20, se puede expresar, para este caso, la potencia reactiva

$$Q = -V \cdot I_{s1} \cdot \text{sen } \beta \quad \text{E-2.2.26}$$

donde: I_{s1} , está dada por E-2.2.22 y, $\text{sen } \beta$ obtenida de E-2.2.23

$$\text{sen } \beta = \frac{C\omega \sqrt{2}V + A_1}{\sqrt{2}I_{s1}} \quad \text{E-2.2.27}$$

Reemplazando en E-2.2.26, se obtiene

$$Q = -\frac{1}{2} \sqrt{2}V \cdot (C\omega \sqrt{2}V + A_1) \quad \text{E-2.2.28}$$

Sustituyendo A_1 , dado por E-2.1.7, quedaría

$$Q = \frac{V^2}{2\pi R_L} (1 - \cos 2\alpha) - V^2 \omega C \quad \text{E-2.2.29}$$

Relacionando este resultado con E-2.1.25, se tiene

$$Q = Q_L - Q_C \quad \text{E-2.2.30}$$

donde:

$$Q_C = V^2 \cdot \omega \cdot C \quad \text{E-2.2.31}$$

Analizando el resultado obtenido en E-2.2.30, se puede ver fácilmente que Q puede ser reducida a cero, haciendo que Q_C sea igual a Q_L . Nótese que Q_C es una potencia reactiva capacitiva pura, que es capaz de neutralizar a la potencia reactiva inductiva, producida por efecto del control ejercido por los tiristores, sobre la corriente a través de la carga resistiva pura.

Al valor del capacitor que puede neutralizar a Q_L , se lo va a designar como capacitor óptimo (C_{op}).

De E-2.2.29, igualando a cero, se obtiene

$$C_{op} = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2\pi \omega R_L} \quad E-2.2.32$$

Una vez determinadas las potencias, tanto activa, reactiva, como aparente se procede a obtener el factor de potencia reemplazando en la ecuación E-1.44 las ecuaciones E-2.2.25 y E-2.2.20 que al reducirlas se presenta como:

$$F_P = \frac{P}{S}$$

$$F_P = \frac{1}{2\pi R_L} [\sin 2\alpha + 2(\pi - \alpha)] \div \left[(C\omega)^2 + \frac{C\omega}{\pi R_L} \{\cos 2\alpha - 1\} + \right. \\ \left. + \frac{1}{(2\pi R_L)^2} [(\cos 2\alpha - 1)^2 + (\sin 2\alpha + 2(\pi - \alpha))^2 + \right. \\ \left. + \sum_{n=3,5,7,\dots}^{\infty} \left\{ \left[\frac{2}{n+1} \{\cos(n+1)\alpha - 1\} - \frac{2}{n-1} \{\cos(n-1)\alpha - 1\} \right]^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + \left[\frac{2}{n+1} \sin(n+1)\alpha - \frac{2}{n-1} \sin(n-1)\alpha \right]^2 \right\} \right]^{\frac{1}{2}} \quad E-2.2.33$$

CALCULO DEL CAPACITOR OPTIMO PARA MAXIMO FACTOR DE POTENCIA

Para cada ángulo de disparo (α); se puede calcular el valor de capacitor de compensación óptimo consiguiéndose con esto que el factor de potencia sea máximo.

El valor del *capacitor óptimo* estará determinado cuando el factor de potencia de la ecuación E-2.2.33 sea máximo es decir $\frac{d}{d_c}(F_p) = 0$

Por lo tanto, derivando el factor de potencia se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d_c}(F_p) = & - [\text{sen } 2\alpha + 2(\pi - \alpha)] \left[2\omega^2 C + \frac{\omega}{\pi R_L} (\cos 2\alpha - 1) \right] \div \\ & (2\pi R_L)^2 \left[(C\omega)^2 - \frac{C\omega}{\pi R_L} (\cos 2\alpha - 1) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{(2\pi R_L)^2} [(\cos 2\alpha - 1)^2 + (\text{sen } 2\alpha + 2(\pi - \alpha))^2 + \right. \\ & \left. + \sum_{n=3}^{\infty} \left\{ \left[\frac{2}{n+1} \{\cos(n+1)\alpha - 1\} - \frac{2}{n-1} \{\cos(n-1)\alpha - 1\} \right] + \right. \right. \\ & \left. \left. + \left[\frac{2}{n+1} \text{sen}(n+1)\alpha - \frac{2}{n-1} \text{sen}(n-1)\alpha \right]^2 \right\} \right]^{3/2} \quad \text{E-2.2.34} \end{aligned}$$

La ecuación E-2.2.34 será igual a cero únicamente cuando su numerador sea igual a cero:

$$2 \omega^2 C + \frac{\omega}{\pi R_L} (\cos 2 \alpha - 1) = 0$$

Obteniéndose el capacitor óptimo así:

$$C_{OP} = \frac{1 - \cos 2 \alpha}{2 \pi R_L \omega} = \frac{\text{sen}^2 \alpha}{\pi \omega R_L} \quad \text{E-2.2.35}$$

Las ecuaciones E-2.2.32 y E-2.2.35 son idénticas, lo cual demuestra que el capacitor óptimo que neutraliza la potencia reactiva inductiva generada por el circuito controlador, al mismo tiempo maximiza el factor de potencia del circuito.

Haciendo el reemplazo de la ecuación E-2.2.35 en la ecuación E-2.2.33, se consigue el máximo factor de potencia

$$\begin{aligned}
 F_{P(\max)} &= [\text{sen } 2\alpha + 2(\pi - \alpha)] \div [(\text{sen } 2\alpha + 2(\pi - \alpha))^2 + \\
 &+ \sum_{n=3}^{\infty} \left\{ \left[\frac{2}{n+1} \{\cos(n+1)\alpha - 1\} - \frac{2}{n-1} \{\cos(n-1)\alpha - 1\} \right]^2 + \right. \\
 &\left. + \left[\frac{2}{n+1} \text{sen}(n+1)\alpha - \frac{2}{n-1} \text{sen}(n-1)\alpha \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad \text{E-2.2.36}
 \end{aligned}$$

La expresión del factor de potencia del circuito, conteniendo el capacitor de compensación óptimo, solo para $\alpha = 0$ resulta igual a la unidad, para cualquier otro valor de α , siempre será menor que la unidad. Esto es explicable, ya que no se está compensando el efecto de las armónicas generadas, cuya presencia da lugar a la existencia de la potencia de distorsión D.

2.2.2 COMPENSACION CON CAPACITOR REAL

El estudio que se realiza a continuación tiene el objeto de dar un mayor alcance a la compensación que se asume en el caso anterior, mediante la utilización de un modelo real simple de capacitor.

Con ayuda del modelo utilizado, se espera cuantificar el efecto de las pérdidas del dieléctrico del capacitor, sobre el trabajo del compensador reactivo.

El análisis siguiente, se realiza con referencia al circuito de la figura 2.5

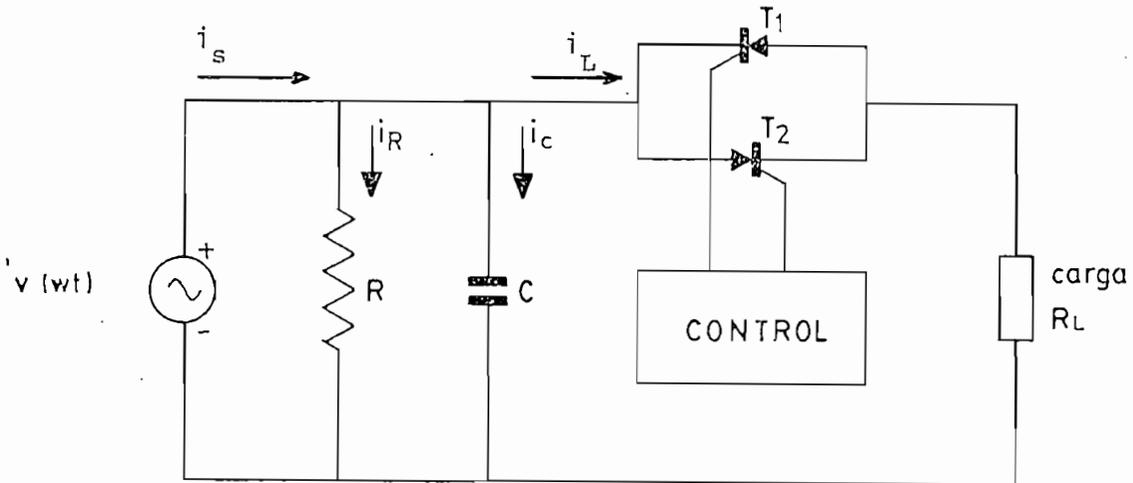


Figura 2.5 Circuito de corriente controlada acoplada una resistencia R y un capacitor C como compensación

Recordando que además se puede decir:

$$v(\omega t) = \sqrt{2} V \text{ sen } \omega t$$

$$i_s = i_{cR} + i_L \quad \text{E-2.2.37}$$

donde: $i_{cR} = i_c + i_R \quad \text{E-2.2.38}$

i_R = corriente en la resistencia R

i_c = corriente con el capacitor C

$$i_R = \frac{\sqrt{2} V}{R} \text{ sen } \omega t \quad \text{E-2.2.39}$$

$$i_c = C \frac{d}{dt} \cdot v(\omega t) = C \omega \sqrt{2} V \cdot \cos \omega t \quad \text{E-2.2.40}$$

La función matemática de i_L , es la misma que se estableció para

el análisis en el numeral 2.2.1

$$i_L = C_1 \operatorname{sen}(\omega t + \Psi_1) + \sum_{n=3,5,7,\dots}^{\infty} C_n \operatorname{sen}(n\omega t + \Psi_n)$$

La corriente total i_s es:

$$i_s = \frac{\sqrt{2}V}{R} \operatorname{sen} \omega t + C \omega \sqrt{2}V \cos \omega t + C_1 \operatorname{sen}(\omega t + \Psi_1) + \sum_{n=3,5,7,\dots}^{\infty} C_n \operatorname{sen}(n\omega t + \Psi_n) \quad \text{E-2.2.41}$$

agrupando la expresión descrita por la ecuación E-2.2.41 en términos de seno y coseno se tiene:

$$i_s = (C \omega \sqrt{2}V + C_1 \operatorname{sen} \Psi_1) \cos \omega t + \left(\frac{\sqrt{2}V}{R} + C_1 \cos \Psi_1 \right) \operatorname{sen} \omega t + \sum_{n=3,5,7,\dots}^{\infty} C_n \operatorname{sen}(n\omega t + \Psi_n) \quad \text{E-2.2.42}$$

Luego de realizar algunas sustituciones, la expresión de la corriente de la fuente, para este caso puede ser representada por:

$$i_s = \sqrt{2} I_{Y_1} \text{sen}(\omega t + \delta) + \sum_{n=3,5,7,\dots}^{\infty} \sqrt{2} I_n \text{sen}(n\omega t + \Psi_n) \quad \text{E-2.2.43}$$

donde:

$$\sqrt{2} I_{Y_1} = C_{Y_1} = [A_{Y_1}^2 + B_{Y_1}^2]^{\frac{1}{2}} \quad \text{E-2.2.44}$$

$$A_{Y_1} = C\omega\sqrt{2}V + C_1 \text{sen} \Psi_1 = C\omega\sqrt{2}V + A_1 \quad \text{E-2.2.45}$$

$$B_{Y_1} = \frac{\sqrt{2}V}{R} + C_1 \cos \Psi_1 = \frac{\sqrt{2}V}{R} + B_1 \quad \text{E-2.2.46}$$

Reemplazando en E-2.2.44 se tiene:

$$C_{Y_1}^2 = (C\omega\sqrt{2}V)^2 + A_1^2 + B_1^2 + \left(\frac{\sqrt{2}V}{R}\right)^2 + 2A_1 C\omega\sqrt{2}V + 2 \cdot \frac{\sqrt{2}V}{R} \cdot B_1 \quad \text{E-2.2.47}$$

Sabiendo que A_1 y B_1 están dadas, respectivamente por E-2.1.7 y E-2.1.8

El ángulo δ está dado por:

$$\delta = \text{Arc Tg } \frac{A_{Y_1}}{B_{Y_1}} \quad \text{E-2.2.48}$$

equivalente a:

$$\delta = \text{Arc Tg } \left[\frac{C \omega \sqrt{2} V + A_1}{\frac{\sqrt{2} V}{R} + B_1} \right] \quad \text{E-2.2.49}$$

El valor RMS de la corriente de la fuente es entonces:

$$I_Y = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(C \omega \sqrt{2} V)^2 + C_1^2 + \left(\frac{\sqrt{2} V}{R} \right)^2 + \right. \\ \left. + 2 C \omega \sqrt{2} C_1 \text{sen } \Psi_1 + 2 \frac{\sqrt{2} V}{R} C_1 \text{cos } \Psi_1 + \right. \\ \left. + \sum_{n=3,5,7,\dots}^{\infty} C_n^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{E-2.2.50}$$

donde C_1 está definida por E-2.19

El valor de la *potencia aparente* se determina, utilizando su definición E-1.20 resultando ser

$$S = V \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot (C \omega \sqrt{2} V)^2 + \left(\frac{C_1}{\sqrt{2}} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{2} V}{R} \right)^2 + C \omega \sqrt{2} V C_1 \sin \psi_1 + \frac{\sqrt{2} V}{R} \cdot C_1 \cos \psi_1 + \sum_{n=3,5,7,\dots}^{\infty} C_n^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

E-2.2.51

La *potencia activa* está representada por

$$P = V \cdot I_{Y_1} \cdot \cos \delta$$

E-2.2.52

donde:

$$I_{Y_1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(C \omega \sqrt{2} V + A_1)^2 + \left(\frac{\sqrt{2} V}{R} + B_1 \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} C_{Y_1}$$

E-2.2.53

mediante la ecuación E-2.2.48 se obtiene

$$\cos \delta = \frac{B_{Y_1}}{C_{Y_1}} \quad \text{E-2.2.54}$$

igual a:

$$\cos \delta = \frac{\frac{\sqrt{2} V}{R} + B_1}{\sqrt{2} I_{Y_1}} \quad \text{E-2.2.55}$$

Sustituyendo B_1 con la ecuación E-2.1.8

$$P = \frac{V^2}{2\pi R_L} [\sin 2\alpha + 2(\pi - \alpha)] + \frac{V^2}{R} \quad \text{E-2.2.57}$$

Esta ecuación E-2.2.57 pone de manifiesto que la potencia activa aumentó su valor en $\frac{V^2}{R}$, respecto a las potencias que se tiene en las ecuaciones E-2.1.16 y E-2.2.25. Esta diferencia es debido a la presencia de la resistencia que representa el dieléctrico del condensador real del modelo analizado, siendo apreciable cuanto mayor sea el ángulo de control α , ya que el primer sumando tiende a ser cero. Si el ángulo de control es igual a cero, siempre se

encontrará presente esta disipación de energía, pero no es significativa en el resultado total puesto que la resistencia está en el orden de los 10^5 ó $10^6 \Omega$.

Con la ayuda de E-2.1.20 , se puede expresar

$$Q = - V \cdot I_{Y_1} \cdot \text{sen } \delta \quad \text{E-2.2.58}$$

donde I_{Y_1} está dado por E-2.2.50 y, $\text{sen } \delta$ es despejado desde la ecuación E-2.2.54 como

$$\text{sen } \delta = \frac{A_{Y_1}}{C_{Y_1}} \quad \text{E-2.2.59}$$

reemplazando en E-2.2.58 se tiene

$$Q = - \frac{V}{\sqrt{2}} \cdot [C \omega \sqrt{2} V + A_1] \quad \text{E-2.2.60}$$

Sustituyendo A_1 , dado por E-2.1.7 quedará:

$$Q = \frac{V^2}{2\pi R_L} [1 - \cos 2\alpha] - V^2 C \omega \quad \text{E-2.2.61}$$

Esta potencia reactiva E-2.2.61, tiene la forma analizada ante riormente en la ecuación E-2.2.30

$$Q = Q_L - Q_C$$

de donde también se puede encontrar el valor del capacitor óptimo bajo el análisis que se hace a la mencionada ecuación

Si: $Q = 0$

$$\therefore Q_L = Q_C$$

lo que hace que el valor del capacitor óptimo sea igual al caso anterior:

$$C_{op} = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2\pi \omega R_L} \quad \text{E-2.2.62}$$

El que tanto la potencia reactiva Q y el C_{op} sean respectivamente iguales con los ya demostrados en el caso de la compensación ideal, es porque no afecta en absoluto a la potencia reactiva, la presencia de la resistencia en paralelo al condensador ideal.

El valor del factor de potencia se obtiene con la ayuda de la definición E-1.44, mas las potencias activa y aparente obtenidas en las ecuaciones E-2.2.57 y E-2.2.51.

$$F_p = \frac{P}{S}$$

$$F_p = \left[\frac{1}{R} + \frac{\text{sen } 2\alpha + 2(\pi - \alpha)}{2\pi R_L} \right] \div \left[\frac{1}{R^2} + \frac{\text{sen } 2\alpha + 2(\pi - \alpha)}{\pi \cdot R \cdot R_L} + \right. \\ \left. + (C\omega)^2 + \frac{C\omega}{\pi R_L} (\cos 2\alpha - 1) + \frac{1}{(2\pi R_L)^2} [(\cos 2\alpha - 1)^2 + \right. \\ \left. + \{\text{sen } 2\alpha + 2(\pi - \alpha)\}^2 + \sum_{n=3,5,7,\dots}^{\infty} \left\{ \left[\frac{2}{n+1} \{\cos(n+1)\alpha - 1\} - \right. \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{2}{n-1} \{\cos(n-1)\alpha - 1\} \right]^2 + \left[\frac{2}{n+1} \text{sen}(n+1)\alpha - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{2}{n-1} \text{sen}(n-1)\alpha \right]^2 \right\} \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{E-2.2.63}$$

Una vez determinado el factor de potencia y si se procede a derivarle respecto a C e igualando a cero, se obtiene el valor del capacitor óptimo, el cual se demuestra que es igual al ya obtenido por el otro método en la ecuación E-2.2.62. Si este C_{op} es reemplazado en la ecuación del factor de potencia se tiene el valor del factor de potencia máximo

$$\begin{aligned}
 F_{p_{max}} = & \left[\frac{1}{R} + \frac{\text{sen } 2\alpha + 2(\pi - \alpha)}{2\pi R_L} \right] \div \left[\frac{1}{R^2} + \frac{\text{sen } 2\alpha + 2(\pi - \alpha)}{\pi R \cdot R_L} + \right. \\
 & + \left\{ \frac{\text{cos } 2\alpha - 1}{2\pi R_L} \right\}^2 + \frac{1}{(2\pi R_L)^2} \left[\{\text{cos } 2\alpha - 1\}^2 + \right. \\
 & + \left. \left. \{\text{sen } 2\alpha + 2(\pi - \alpha)\}^2 + \sum_{n=3,5,7,\dots}^{\infty} \left\{ \left[\frac{2}{n+1} \{\text{cos}(n+1)\alpha - 1\} - \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. - \frac{2}{n-1} \{\text{cos}(n-1)\alpha - 1\} \right]^2 + \left[\frac{2}{n+1} \text{sen}(n+1)\alpha - \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. - \frac{2}{n-1} \text{sen}(n-1)\alpha \right]^2 \right\} \right] \left. \right]^{\frac{1}{2}} \qquad \qquad \qquad \text{E-2.2.64}
 \end{aligned}$$

2.3 POTENCIA REACTIVA Y FACTOR DE POTENCIA PARA UN CIRCUITO CON CARGA INDUCTIVA-RESISTIVA (R-L)

Una vez analizado el comportamiento de los circuitos de las figuras 2.1 y 2.3, en los cuales se verifica la existencia de potencia reactiva y de un factor de potencia menor que la unidad siendo la carga netamente resistiva, se puede prever que, al añadir a la carga de dichos circuitos un inductor, la potencia reactiva aumentará, y por lo tanto el factor de potencia será alterado aún más.

Lo anteriormente expuesto se demostrará matemáticamente con la ayuda del circuito de la figura 2.6, en el cual se tiene la carga serie, resistiva-inductiva (R-L) y, el circuito de control conformado por un par de tiristores en contra fase, alimentados por una fuente de voltaje sinusoidal puro y de impedancia despreciable.

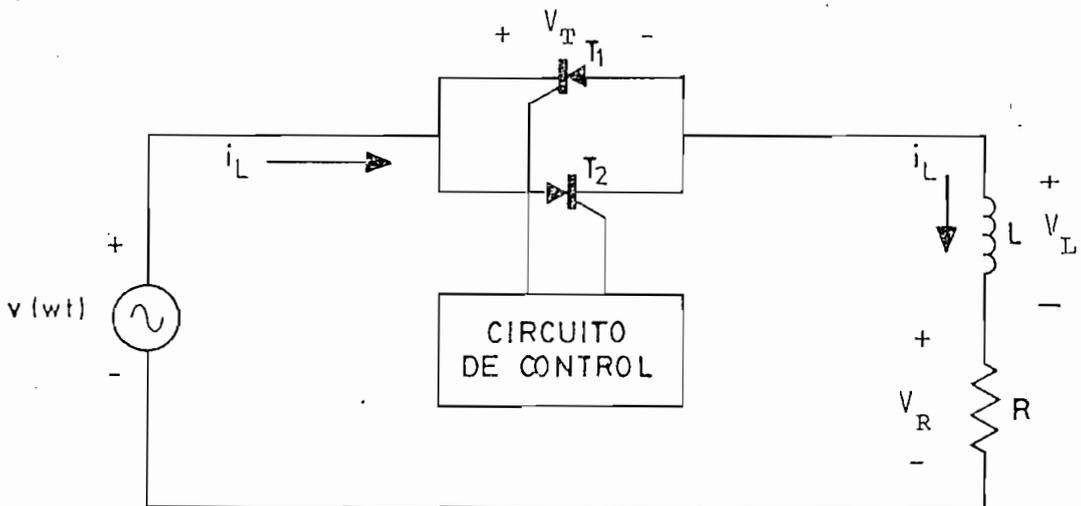


Figura 2.6 Circuito controlado por un par de tiristores en contrafase, con carga Resistiva-Inductiva

2.3.1 ANALISIS MATEMATICO DE LAS POTENCIAS ACTIVA, REACTIVA Y DEL FACTOR DE POTENCIA PARA UN CIRCUITO CON CARGA INDUCTIVA - RESISTIVA

Mediante la ley de voltajes de Kirchoff en la figura 2.6, el voltaje de la fuente resulta ser igual a la suma de tres componentes que son: la caída de tensión en los tiristores v_T , la caída de tensión v_R en la resistencia y v_L en la inductancia, como representa la ecuación.

$$v = v_T + v_R + v_L \quad \text{E-2.3.1}$$

Estas caídas de tensión se las observa gráficamente como indican las diferentes formas de onda en el gráfico de la figura 2.7.

Cuando hay conducción se considera que el voltaje en los tiristores es prácticamente cero ya que haciendo una comparación con las caídas de tensión en la bobina y en la resistencia, éstas son mucho mayores; por lo tanto se dice que $v_T \cong 0$, lo que reduce a la ecuación del voltaje E-2.3.1 durante los períodos de conducción a:

$$v = v_R + v_L \quad \left| \begin{array}{l} x, \pi + x \\ \alpha, \pi + \alpha \end{array} \right. \quad \text{E-2.3.2}$$

donde:

$$v = \sqrt{2} V \text{ sen } \omega t$$

$$v_R = i_L R \quad \left| \begin{array}{l} \alpha, \pi + \alpha \\ \alpha, \pi + \alpha \end{array} \right.$$

$$v_L = L \cdot \frac{d}{dt} (i_L) \quad \left| \begin{array}{l} \alpha, \pi + \alpha \\ \alpha, \pi + \alpha \end{array} \right.$$

La ecuación E-2.3.2 representada como una ecuación diferencial de primer orden es la siguiente, para los intervalos indicados

$$\sqrt{2} V \text{ sen } \omega t = i_L R + L \cdot \frac{d i_L}{dt} \quad \left| \begin{array}{l} \alpha \leq \omega t \leq \pi \\ \pi + \alpha \leq \omega t \leq 2\pi + \alpha \end{array} \right. \quad \text{E-2.3.3}$$

Para encontrar la corriente i_L en función de (ωt) se resuelve la ecuación diferencial E-2.3.3 empleando el método de la transformada de Laplace, esto es:

$$I(s) = \frac{\sqrt{2} V \omega + (S^2 + \omega^2)(L I_0^+)}{(R + L S)(S^2 + \omega^2)} \quad \text{E-2.3.4}$$

La solución de E-2.3.4 en el dominio del tiempo es:

$$\begin{aligned}
 i_{\underline{I}}(\omega t) = \frac{\sqrt{2}V}{|Z|} & \left[\operatorname{sen}(\omega t - \phi) \Big|_{0, \alpha, \alpha + \pi}^{x - \pi, x, 2\pi} + \right. \\
 & + \operatorname{sen}(\alpha - \phi) e^{-\cot \phi (\omega t + \pi - \alpha)} \Big|_0^{x - \pi} - \\
 & - \operatorname{sen}(\alpha - \phi) e^{-\cot \phi (\omega t - \alpha)} \Big|_{\alpha}^x + \\
 & \left. + \operatorname{sen}(\alpha - \phi) e^{-\cot \phi (\omega t - \pi - \alpha)} \Big|_{\pi + \alpha}^{2\pi} \right] \quad \text{E-2.3.5}
 \end{aligned}$$

$$\text{Para: } \begin{cases} \alpha \leq \omega t \leq x \\ \pi + \alpha \leq \omega t \leq \pi + x \end{cases}$$

$$\text{donde: } \operatorname{Tg} \phi = \frac{\omega L}{R} \quad \text{E-2.3.6}$$

$$|Z| = [R^2 + (\omega L)^2]^{\frac{1}{2}} \quad \text{E-2.3.7}$$

Siendo:

α = ángulo de disparo de los tiristores

x = ángulo de extinción de la corriente

Con el afán de utilizar las formas matemáticas que representan las definiciones anteriormente mencionadas, se utilizará una nomenclatura que será similar a las empleadas en los literales anteriores, ya que no presentan ningún conflicto de apreciación.

Cuando $\alpha \leq \phi$, no se realiza el control deseado, presentándose el voltaje en la carga, como una señal senoidal pura, puesto que la corriente i_L no es controlada y solo se manifiesta defasada, respecto al voltaje, como indica la línea entrecortada de la figura 2.7.

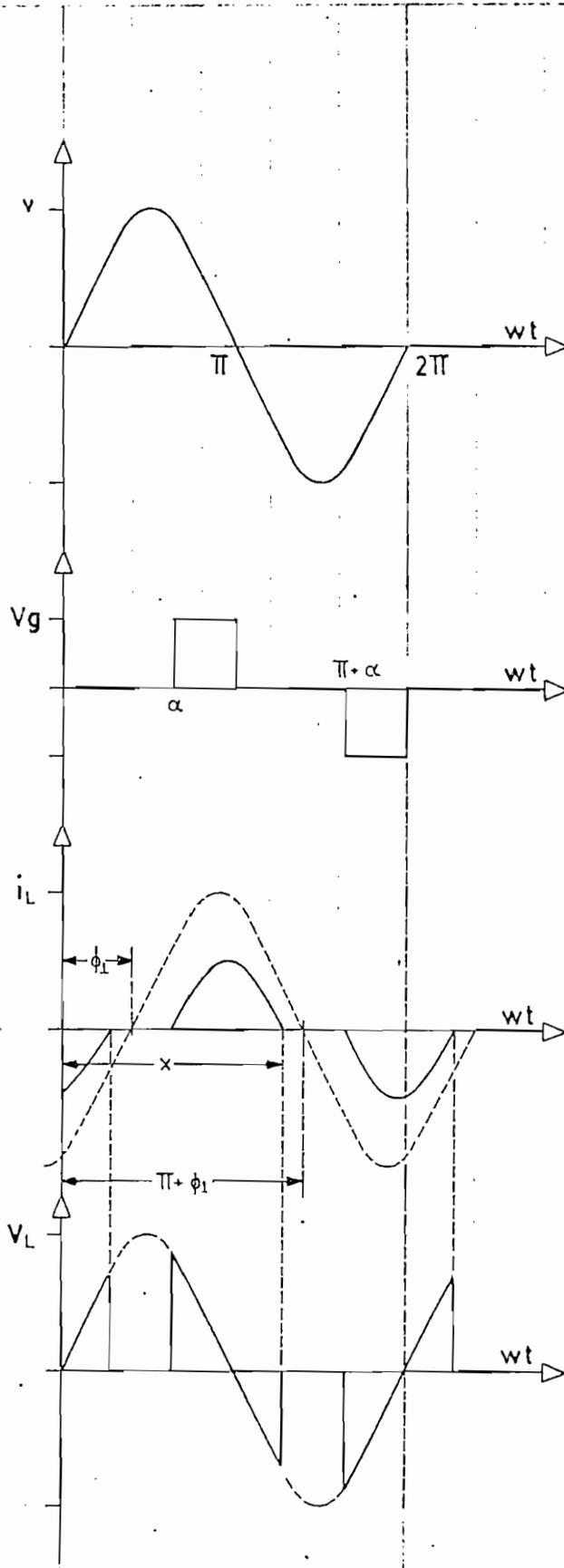


Figura 2.7
 Representación de
 las formas de onda
 para el circuito de
 la figura 2.6 cuando $\alpha > \phi$

Para calcular el valor RMS de la corriente i_L en la carga de la figura 2.6 se utilizarán las series de Fourier; para lo cual conviene estudiar la naturaleza de "forma de onda" que tiene la ecuación i_L en E-2.3.5, la que está representada gráficamente en la figura 2.8 donde fácilmente se observa que dicha corriente es formada por la superposición de dos componentes, la que representa el estado estable, y la que corresponde al estado transitorio.

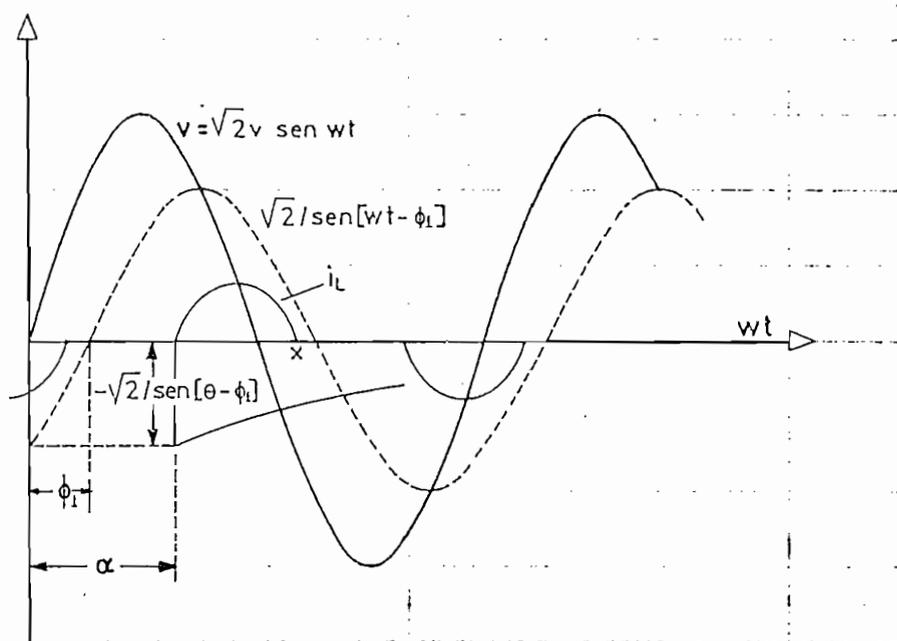


Figura 2.8 Descomposición teórica de la corriente de carga i_L para un circuito de carga R-L donde $\alpha > \phi$

En el instante en que el ángulo de disparo de los tiristores es α , la corriente en la carga es cero, resultando ser igual el valor instantáneo de la corriente de características sinusoidales (línea punteada) como la ecuación $\sqrt{2}I \text{ sen}(\omega t - \phi)$, y con la exponencial $\exp[-\frac{R}{\omega L}(\omega t - \alpha)]$. Existiendo corriente por la carga $\alpha \leq \omega t \leq x$ y también $\pi + \alpha \leq \omega t \leq \pi + x$.

El ángulo de disparo α toma diferentes valores en su control de corriente, donde el ángulo "x" llamado de corte o de extinción viene determinado por la resolución de la ecuación trascendental.

- Para $\alpha > \phi$

$$\text{sen}(x - \phi) - \text{sen}(\alpha - \phi) e^{-\cot \phi (x - \alpha)} = 0 \quad \text{E-2.3.8}$$

-Para cualquier ángulo α menor o igual a ϕ , no se tiene el control requerido, y la ecuación E-2.3.8 se reduce a:

$$\text{sen}(x - \phi) = 0 \quad \text{E-2.3.9}$$

cuya resolución es:

$$x = \pi + \phi \quad \text{E-2.3.10}$$

Todo esto permite aseverar que el ángulo (ωt) para el cual la corriente i_L está bajo el control de los tiristores, es $\alpha \leq \omega t \leq x$; intervalo que se lo conoce también como el ángulo de conducción θ_c , valor que es igual a:

$$\theta_c = x - \alpha \quad \text{E-2.3.11}$$

Mediante las ecuaciones que determinan los coeficientes de la serie de Fourier de la corriente i_L , se tiene:

para $n = 3, 5, 7, 9 \dots\dots\dots$

$$A_n = \frac{\sqrt{2}V}{2\pi|Z|} \left[\frac{2}{n+1} \{ \cos[(n+1)\alpha - \phi] - \cos[(n+1)x - \phi] \} - \right. \\ \left. - \frac{2}{n-1} \{ \cos[(n-1)\alpha - \phi] - \cos[(n-1)x - \phi] \} + \right. \\ \left. + \frac{4 \operatorname{sen}(\alpha - \phi)}{n^2 + \cot^2 \phi} \{ (\cot \phi \cos n x - n \operatorname{sen} n x) e^{-\cot \phi (x - \alpha)} - \right. \\ \left. - (\cot \phi \cos n \alpha - n \operatorname{sen} n \alpha) \} \right] \quad \text{E-2.3.12}$$

Para que la expresión se la vea reducida se reemplaza por F_{an} a uno de los factores de A_n , expresándose como:

$$A_n = \frac{\sqrt{2}V}{2\pi |Z|} \cdot F_{an} \quad E-2.3.13$$

$$B_n = \frac{\sqrt{2}V}{2\pi |Z|} \left[\frac{2}{n+1} \{ \text{sen}[(n+1)\alpha - \phi] - \text{sen}[(n+1)x - \phi] \} - \right. \\ \left. - \frac{2}{n-1} \{ \text{sen}[(n-1)\alpha - \phi] - \text{sen}[(n-1)x - \phi] \} + \right. \\ \left. + \frac{4 \text{sen}(\alpha - \phi)}{n^2 + \cot^2 \phi} \{ (\cot \phi \text{sen } n x + n \cos n x) e^{-\cot \phi (x - \alpha)} - \right. \\ \left. - (\cot \phi \text{sen } n \alpha + n \cos n \alpha) \} \right] \quad E-2.3.14$$

Esta ecuación E-2.3.14 también se la cambiará de forma, considerando a uno de los factores como F_{bn} , reduciéndose a:

$$B_n = \frac{\sqrt{2}V}{2\pi |Z|} \cdot F_{bn} \quad E-2.3.15$$

Ya que:

$$C_n = [A_n^2 + B_n^2]^{\frac{1}{2}} \quad \text{E-2.3.16}$$

y haciendo el reemplazo de A_n y B_n de las ecuaciones E-2.3.13 y E-2.3.15 en la ecuación E-2.3.16 se tiene

$$C_n = \frac{\sqrt{2}V}{2\pi|Z|} [F_{an}^2 + F_{bn}^2]^{\frac{1}{2}} \quad \text{E-2.3.17}$$

El ángulo Ψ_n es:

$$\Psi_n = \text{Arc Tg} \frac{A_n}{B_n} \quad \text{E-2.3.18}$$

Lo que resulta:

$$\Psi_n = \text{Arc Tg} \frac{F_{an}}{F_{bn}} \quad \text{E-2.3.19}$$

Para determinar las componentes fundamentales de Fourier, se considera $n = 1$ en las ecuaciones E-2.3.12 y E-2.3.14 reduciéndose a:

$$A_1 = \frac{\sqrt{2}V}{2\pi|Z|} [\cos(2\alpha - \phi) - \cos(2x - \phi) - (2x - 2\alpha) \operatorname{sen} \phi + \\ + 4 \operatorname{sen} \phi \operatorname{sen}(\alpha - \phi) \{ \cos(\phi + x) e^{-\cot \phi (x - \alpha)} - \\ - \cos(\phi + \alpha) \}] < 0 \quad \text{E-2.3.20}$$

Esta ecuación E-2.3.20 se la escribe también como se indica a continuación, en donde F_{a_1} es siempre menor que cero, para cualquier ángulo α , dentro del rango de control.

$$A_1 = \frac{\sqrt{2}V}{2\pi|Z|} \cdot F_{a_1} < 0 \quad \text{E-2.3.21}$$

Haciendo cálculo y reducción para B_1 se tiene:

$$B_1 = \frac{\sqrt{2}V}{2\pi|Z|} [\operatorname{sen}(2\alpha - \phi) - \operatorname{sen}(2x - \phi) + \cos \phi (2x - 2\alpha) + \\ + 4 \operatorname{sen} \phi \operatorname{sen}(\alpha - \phi) \{ \operatorname{sen}(\phi + x) e^{-\cot \phi (x - \alpha)} - \operatorname{sen}(\phi + \alpha) \}] \\ \text{E-2.3.22}$$

equivalente a:

$$B_1 = \frac{\sqrt{2}V}{2\pi|Z|} \cdot F_{b_1} \quad \text{E-2.3.23}$$

Ahora dado que:

$$C_1 = [A_1^2 + B_1^2]^{\frac{1}{2}} \quad \text{E-2.3.24}$$

y haciendo los reemplazos de A_1 y B_1 en E-2.3.24, se tiene una vez simplificado:

$$C_1 = \frac{\sqrt{2}V}{2\pi|Z|} \cdot [F_{a_1}^2 + F_{b_1}^2]^{\frac{1}{2}} \quad \text{E-2.3.25}$$

Para determinar el ángulo ψ_1

$$\psi_1 = \text{Arc Tg} \frac{A_1}{B_1} \quad \text{E-2.3.26}$$

Sustituyendo en E-2.3.26 las ecuaciones E-2.3.21 y E-2.3.23 se

reduce a:

$$\psi_1 = \text{Arc Tg} \frac{F_{a1}}{F_{b1}} \quad \text{E-2.3.27}$$

Finalmente la corriente i_L puede ser escrita como:

$$i_L = \frac{\sqrt{2}V}{2\pi|Z|} \cdot [F_{a1}^2 + F_{b1}^2]^{\frac{1}{2}} \text{sen}(\omega t + \psi_1) +$$

$$+ \sum_{n=3,5,7,\dots}^{\infty} \frac{\sqrt{2}V}{2\pi|Z|} \cdot [F_{an}^2 + F_{bn}^2]^{\frac{1}{2}} \text{sen}(n\omega t + \psi_n) \quad \text{E-2.3.28}$$

entonces; el valor RMS de i_L , será (I) :

$$I = \frac{V}{2\pi|Z|} \left[F_{a1}^2 + F_{b1}^2 + \sum_{n=3,5,7,\dots}^{\infty} F_{an}^2 + F_{bn}^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

E-2:3.29

Reemplazando F_{an} ; F_{bn} ; F_{a1} ; F_{b1} en la ecuación E-2.3.29 se tiene el valor RMS de la corriente expresada en función del ángulo de disparo.

$$\begin{aligned}
I = & \frac{V}{2\pi|Z|} \left[[\cos(2\alpha - \phi) - \cos(2x - \phi) - \text{sen } \phi (2x - 2\alpha) + \right. \\
& + 4 \text{sen } \phi \text{sen}(\alpha - \phi) \{ \cos(\phi + x) e^{-\cot \phi (x - \alpha)} - \\
& \left. - \cos(\phi + \alpha) \}]^2 + [\text{sen}(2\alpha - \phi) - \text{sen}(2x - \phi) + \right. \\
& + \cos \phi (2x - 2\alpha) + 4 \text{sen } \phi \text{sen}(\alpha - \phi) \{ \text{sen}(\phi + x) \cdot \\
& \left. \cdot e^{-\cot \phi (x - \alpha)} - \text{sen}(\phi + \alpha) \}]^2 + \sum_{n=3,5,7,\dots}^{\infty} [\right. \\
& \left[\frac{2}{n+1} \{ \cos [(n+1)\alpha - \phi] - \cos [(n+1)x - \phi] \} - \right. \\
& \left. - \frac{2}{n-1} \{ \cos [(n-1)\alpha - \phi] - \cos [(n-1)x - \phi] \} + \right. \\
& \left. + \frac{4 \text{sen}(\alpha - \phi)}{n^2 + \cot^2 \phi} \{ (\cot \phi \cos n x - n \text{sen } n x) \cdot \right. \\
& \left. \cdot e^{-\cot \phi (x - \alpha)} - (\cot \phi \cos n \alpha - n \text{sen } n \alpha) \}]^2 + \right. \\
& \left. + \left[\frac{2}{n+1} \{ \text{sen} [(n+1)\alpha - \phi] - \text{sen} [(n+1)x - \phi] \} - \right. \right. \\
& \left. - \frac{2}{n-1} \{ \text{sen} [(n-1)\alpha - \phi] - \text{sen} [(n-1)x - \phi] \} + \right. \\
& \left. + \frac{4 \text{sen}(\alpha - \phi)}{n^2 + \cot^2 \phi} \{ (\cot \phi \text{sen } n x + n \cos n x) \cdot \right. \\
& \left. \cdot e^{-\cot \phi (x - \alpha)} - (\cot \phi \text{sen } n \alpha + n \cos n \alpha) \}]^2 \right]^{\frac{1}{2}}
\end{aligned}$$

La potencia aparente será:

$$S = V \cdot I$$

$$S = \frac{V^2}{2\pi |Z|} \left[F_{a1}^2 + F_{b1}^2 + \sum_{n=3,5,7..}^{\infty} F_{an}^2 + F_{bn}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad E-2.2.31$$

La potencia activa que entrega la fuente esta determinada por la ecuación E-1.54

$$P = V \cdot I_1 \cdot \cos \psi_1$$

Entonces el valor RMS de la corriente I_1 es

$$I_1 = \frac{C_1}{\sqrt{2}}$$

y sabiendo que la ecuación E-2.3.25 es la de C_1 , se tiene

$$I_1 = \frac{V}{2\pi|Z|} \cdot [F_{a_1}^2 + F_{b_1}^2]^{\frac{1}{2}} \quad \text{E-2.3.32}$$

El $\cos \Psi_1$ se obtiene despejando de la ecuación E-2.3.26

$$\cos \Psi_1 = \frac{F_{b_1}}{[F_{a_1}^2 + F_{b_1}^2]^{\frac{1}{2}}} \quad \text{E-2.3.33}$$

reduciendo se tiene:

$$P = \frac{V^2}{2\pi|Z|} \cdot F_{b_1} \quad \text{E-2.3.34}$$

$$P = V \cdot \frac{B_1}{\sqrt{2}} \quad \text{E-2.3.35}$$

$$P = \frac{V^2}{2\pi|Z|} [\text{sen}(2\alpha - \phi) - \text{sen}(2x - \phi) +$$

$$+ \cos \phi(2x - 2\alpha) + 4 \text{sen} \phi \text{sen}(\alpha - \phi) \{ \text{sen}(\phi + x) \cdot$$

$$\cdot e^{-\cot \phi(x - \alpha)} - \text{sen}(\phi + \alpha) \}] \quad \text{E-2.3.36}$$

Mediante la ecuación E-2.1.20, se puede expresar

$$Q = -V \cdot I_1 \cdot \text{sen } \Psi_1 \quad \text{E-2.3.37}$$

donde I_1 es la ecuación E-2.3.32 y el $\text{sen } \Psi_1$, se obtiene de E-2.3.26

$$\text{sen } \Psi_1 = \frac{F_{a_1}}{[F_{a_1}^2 + F_{b_1}^2]^{1/2}} \quad \text{E-2.3.38}$$

reemplazando en E-2.3.37 se obtiene

$$Q = - \frac{V^2}{2\pi |Z|} \cdot F_{a_1} \quad \text{E-2.3.39}$$

$$Q = - V \cdot \frac{A_1}{\sqrt{2}} \quad \text{E-2.3.40}$$

Sustituyendo A_1 con la ecuación E-2.3.20, la potencia reactiva es

igual a:

$$Q = -\frac{V^2}{2\pi|Z|} \cdot [\cos(2\alpha - \phi) - \cos(2x - \phi) - \text{sen } \phi (2x - 2\alpha) + 4 \text{sen } \phi \text{sen}(\alpha - \phi) \{ \cos(\phi + x) \cdot e^{-\cot \phi (x - \alpha)} - \cos(\phi + \alpha) \}] \quad \text{E-2.3.41}$$

El *factor de potencia* se determina reemplazando y simplificando las ecuaciones E-1.3.34 y E-2.3.39 en la ecuación de la definición E-2.1.23

$$F_p = \frac{F_{b1}}{[F_{a1}^2 + F_{b1}^2 + \sum_{n=3,5,7..}^{\infty} \{F_{an}^2 + F_{bn}^2\}]^{\frac{1}{2}}} \quad \text{E-2.3.42}$$

Esta ecuación en función del ángulo de disparo, del ángulo de extinción y de la carga es:

$$\begin{aligned}
 F_p = & [\text{sen}(2\alpha - \phi) - \text{sen}(2x - \phi) + \cos \phi(2x - 2\alpha) + \\
 & + 4 \text{sen} \phi \text{sen}(\alpha - \phi) \{ \text{sen}(\phi + x) e^{-\cot \phi(x - \alpha)} - \\
 & - \text{sen}(\phi + \alpha) \}] \div [[\cos(2\alpha - \phi) - \cos(2x - \phi) - \\
 & - \text{sen} \phi(2x - 2\alpha) + 4 \text{sen} \phi \text{sen}(\alpha - \phi) \{ \cos(\phi + x) \cdot \\
 & \cdot e^{-\cot \phi(x - \alpha)} - \cos(\phi + \alpha) \}]^2 + [\text{sen}(2\alpha - \phi) - \\
 & - \text{sen}(2x - \phi) + \cos \phi(2x - 2\alpha) + 4 \text{sen} \phi \text{sen}(\alpha - \phi) \cdot \\
 & \cdot \{ \text{sen}(\phi + x) e^{-\cot \phi(x - \alpha)} - \text{sen}(\phi + \alpha) \}]^2 + \\
 & + \sum_{n=3,5,7,\dots}^{\infty} \left\{ \left[\frac{2}{n+1} \{ \cos[(n+1)\alpha - \phi] - \cos[(n+1)x - \phi] \} \right] - \right. \\
 & - \frac{2}{n-1} \{ \cos[(n-1)\alpha - \phi] - \cos[(n-1)x - \phi] \} \left. \right\} + \\
 & + \frac{4 \text{sen}(\alpha - \phi)}{n^2 + \cot^2 \phi} \{ (\cot \phi \cdot \cos nx - n \text{sen} nx) \cdot \\
 & \cdot e^{-\cot \phi(x - \alpha)} - (\cot \phi \cdot \cos n\alpha - n \text{sen} n\alpha) \}^2 + \\
 & + \left[\frac{2}{n+1} \{ \text{sen}[(n+1)\alpha - \phi] - \text{sen}[(n+1)x - \phi] \} \right] -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{2}{n-1} \{ \text{sen}[(n-1)\alpha - \phi] - \text{sen}[(n-1)\alpha - \phi] \} + \\
& + \frac{4 \text{sen}(\alpha - \phi)}{n^2 + \cot^2 \phi} \{ (\cot \phi \text{sen } n x + n \cos n x) e^{-\cot \phi (x - \alpha)} - \\
& - (\cot \phi \text{sen } n \alpha + n \cos n \alpha) \}^2 \Big]^{\frac{1}{2}} \quad \text{E-2.3.43}
\end{aligned}$$

donde:

x = ángulo de extinción de la corriente resultado de la solución de la ecuación trascendental

$$\text{sen}(x - \phi) - \text{sen}(\alpha - \phi) e^{-\cot \phi (x - \alpha)} = 0$$

$$\omega = 2\pi f$$

f = frecuencia [Hz]

L = inductancia de carga [H]

R = resistencia de carga [Ω]

2.4 FACTOR DE POTENCIA PARA UN CIRCUITO CON CARGA RESISTIVA
INDUCTIVA ACOPLADO UN CIRCUITO DE COMPENSACION
CAPACITIVO PURO

Con el estudio anterior se determinó que la potencia reactiva incrementa su valor cuando se encuentra como parte de la carga una inductancia L , lo que hace pensar que para corregir a esta potencia reactiva inductiva, es necesario acoplar un condensador que presente una mayor potencia reactiva capacitiva de compensación.

Se hará este análisis matemático con el afán de observar la variación que tiene el factor de potencia y la potencia reactiva, cuando una resistencia en serie con una inductancia, son sometidas a control no-lineal de corriente.

Se utiliza para el análisis matemático un condensador ideal figura 2.9 porque como se demostró en el párrafo 2.2, la presencia de una resistencia en paralelo al condensador no influye mayormente con el resultado total, sabiendo que ésta representa las pérdidas en el dieléctrico real.

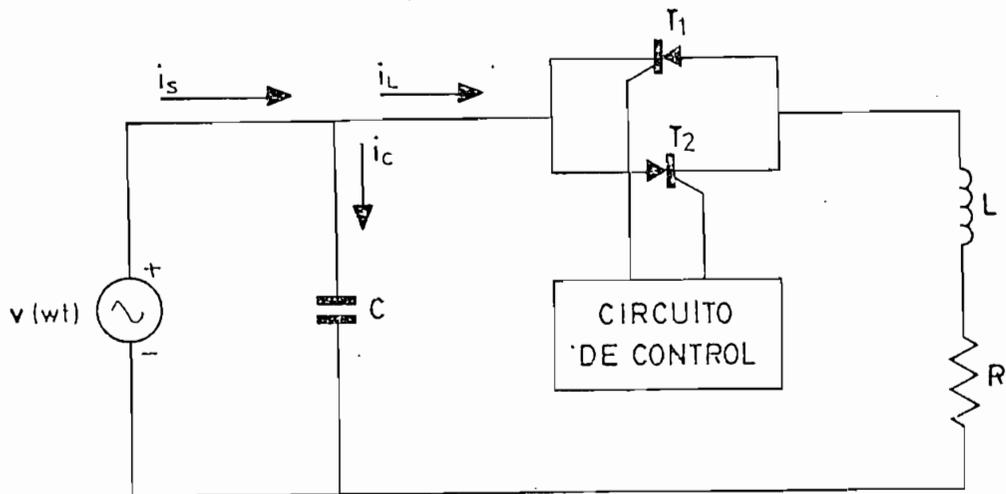


Figura 2.9 Circuito controlado de corriente, con carga $R-L$ y compensación capacitiva ideal C

2.4.1 ANALISIS MATEMATICO DE LA POTENCIA REACTIVA Y DEL FACTOR DE POTENCIA CON CAPACITOR IDEAL EN EL CIRCUITO DE COMPENSACION

En el circuito de la figura 2.9 se tiene un controlador de corriente alterna, alimentando una carga inductiva-resistiva. Está acoplado un condensador ideal C como compensador, y la fuente de ali

mentación del circuito tiene voltaje sinusoidal puro $v(\omega t)$ e impedancia interna despreciable.

$$v(\omega t) = \sqrt{2} V \text{ sen } \omega t$$

La corriente total del circuito es:

$$i_s = i_c + i_L$$

donde:

$$i_c(\omega t) = C \frac{dv}{dt} = C \omega \sqrt{2} V \text{ cos } \omega t \quad \text{E-2.4.1}$$

La corriente i_L esta dada por E-2.3.5, la misma que en forma simplificada puede ser representada por:

$$i_L = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \text{ sen}(n \omega t + \Psi_n) \quad \text{E-2.4.2}$$

Por lo que la corriente que entrega la fuente, resulta ser:

$$i_s = C \omega \sqrt{2} V \text{ cos } \omega t + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \text{ sen}(n \omega t + \Psi_n) \quad \text{E-2.4.3}$$

$$i_s = \sqrt{2} I_{Z_1} \sin(\omega t + \beta_i) + \sum_{n=3,5,7}^{\infty} \sqrt{2} I_n \sin(n\omega t + \psi_n)$$

E-2.4.4

sabiendo que:

$$A_{Z_1} = C \omega \sqrt{2} V + C_1 \sin \Psi_1 = C \omega \sqrt{2} V + A_1 \quad \text{E-2.4.5}$$

$$B_{Z_1} = C_1 \cos \Psi_1 = B_1 \quad \text{E-2.4.6}$$

$$C_{Z_1} = \sqrt{2} I_{Z_1} = \left[(C \omega \sqrt{2} V)^2 + C_1^2 + 2 C \omega \sqrt{2} V A_1 \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{E-2.4.7}$$

donde:

$$A_1 = \frac{V}{\sqrt{2}\pi|Z|} \cdot F_{a1}$$

$$B_1 = \frac{V}{\sqrt{2}\pi|Z|} \cdot F_{b1}$$

$$C_1 = \left[A_1^2 + B_1^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\beta_i = \text{Arc Tg} \frac{C\omega\sqrt{2}V + C_1 \text{ sen } \Psi_1}{C_1 \text{ cos } \Psi_1} \quad \text{E-2.4.8}$$

de E-2.3.19 se tiene Ψ_n

$$\Psi_n = \text{Arc Tg} \frac{F_{an}}{F_{bn}} \quad \text{E-2.4.9}$$

El término A_1 está dado por la ecuación E-2.3.20 y los factores F_{an} y F_{bn} son los factores de las ecuaciones E-2.3.13 y E-2.3.15 respectivamente.

Para el cálculo del valor eficaz o RMS de la corriente i_s se emplea la ecuación E-2.4.4 y se utiliza el Teorema de Parseval.

$$I_Z = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(C\omega\sqrt{2}V)^2 + 2C\omega\sqrt{2}VA_1 + (A_1^2 + B_1^2) + \sum_{n=3,5,7}^{\infty} C_n^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{E-2.4.10}$$

Mediante el análisis matemático de la potencia activa para el circuito de la figura 2.9 donde se tiene un capacitor ideal C ,

se comprobará que tiene un comportamiento similar al del circuito de la figura 2.8 porque el capacitor ideal no consume potencia.

$$P = V \cdot I_{Z_1} \cdot \cos \beta_i \quad \text{E-2.4.11}$$

Sabiendo que mediante la ecuación E-2.4.8 se puede despejar el $\cos \beta_i$

$$\cos \beta_i = \frac{B_1}{\sqrt{2} I_{Z_1}} \quad \text{E-2.4.12}$$

Ya que $B_1 = B_{Z_1}$ como indica la E-2.4.6

Reemplazando las ecuaciones E-2.4.12 en E-2.4.11 se tiene:

$$P = V \cdot \frac{B_1}{\sqrt{2}} \quad \text{E-2.4.13}$$

siendo igual a la ecuación E-2.3.35 la cual demuestra que no se puede alterar.

Reemplazando las ecuaciones E-2.4.13 con la ecuación E-2.4.6 y luego de reducir se tiene:

$$P = \frac{V^2}{2\pi|Z|} \cdot F_{b1} \quad \text{E-2.4.14}$$

$$P = \frac{V^2}{2\pi|Z|} \cdot \left[\begin{aligned} &\text{sen}(2\alpha - \phi) - \text{sen}(2x - \phi) + \cos \phi(2x - 2\alpha) + \\ &+ 4 \text{sen} \phi \text{sen}(\alpha - \phi) \{ \text{sen}(\phi + x) e^{-\cot \phi(x - \alpha)} - \\ &- \text{sen}(\phi + \alpha) \} \end{aligned} \right] \quad \text{E-2.4.15}$$

La ecuación E-2.4.14 determina la potencia activa para el circuito compensado con el condensador C siendo igual a la ecuación donde no se tiene ninguna compensación. Pero el análisis de la potencia aparente y el factor de potencia variarán, puesto que con el capacitor, se modificará la corriente RMS y por ende el factor de potencia, tal como se lo indica a continuación.

Con la ayuda de la definición:

$$S = V \cdot I_Z$$

y al hacer el reemplazo tanto la corriente como el voltaje RMS se tiene

$$S = V \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(C\omega \sqrt{2}V)^2 + 2 C\omega \sqrt{2}VA_1 + (A_1^2 + B_1^2) + \sum_{n=3,5,7..}^{\infty} C_n^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

E-2.4.16

lo que resulta en:

$$S = \frac{V^2}{2\pi \cdot |Z|} \cdot \left[(2\pi \cdot |Z| \cdot C\omega)^2 + F_{a1}^2 + F_{b1}^2 + 2 C\omega \cdot 2\pi \cdot |Z| F_{a1} + \sum_{n=3,5,7..}^{\infty} (F_{an}^2 + F_{bn}^2) \right]^{\frac{1}{2}}$$

E-2.4.17

Haciendo el análisis de potencia aparente entre la ecuación E-2.3.39 que no tiene compensación, y la ecuación E-2.4.17 con compensación, son diferentes debido a la presencia del condensador C que modifica el comportamiento de la corriente total.

Con la ayuda de la ecuación E-2.1.20 se determina la potencia reactiva Q

$$Q = - V \cdot I_{Z_1} \cdot \text{sen } \beta_1 \quad \text{E-2.4.18}$$

donde:

$$I_{Z_1} = \frac{C_{Z_1}}{\sqrt{2}} \quad \text{E-2.4.19}$$

$$\text{sen } \beta_i = \frac{A_{Z_1}}{C_{Z_1}} \quad \text{E-2.4.20}$$

reemplazando en Q, tanto I_{Z_1} y $\text{sen } \beta_i$ se tiene

$$Q = - \frac{V}{\sqrt{2}} \cdot A_{Z_1} \quad \text{E-2.4.21}$$

$$Q = - V^2 C \omega - A_1 \cdot \frac{V}{\sqrt{2}} \quad \text{E-2.4.22}$$

Para esta última expresión en la potencia reactiva, recuérdese que $A_1 < 0$, lo que da lugar a que exista un valor de $C = C_{op}$, capaz de neutralizar la potencia reactiva generada por el circuito

$$C_{op} = - \frac{F_{a_1}}{2\pi |Z| \omega} \quad \text{E-2.4.23}$$

Para determinar el factor de potencia se utiliza la definición general

$$F_p = \frac{P}{S}$$

Con las ecuaciones de potencia activa de la ecuación E-2.4.14 y la potencia aparente de la ecuación E-2.4.17 se reduce el factor de potencia a:

$$F_p = F_{b1} \div \left[(2\pi \cdot |Z| \cdot C\omega)^2 + F_{a1}^2 + F_{b1}^2 + 2 C \omega \cdot 2\pi |Z| F_{a1} + \sum_{n=3,5,7}^{\infty} (F_{an}^2 + F_{bn}^2) \right]^{\frac{1}{2}}$$

E-2.4.24

Entonces el factor de potencia, dependiente de los ángulos de control y de extinción estará dado por:

$$\begin{aligned}
F_p = & \left[\operatorname{sen}(2\alpha - \phi) - \operatorname{sen}(2x - \phi) + \cos \phi(2x - 2\alpha) + \right. \\
& + 4 \operatorname{sen} \phi \operatorname{sen}(\alpha - \phi) \{ \operatorname{sen}(\phi + x) e^{-\cot \phi(x - \alpha)} - \\
& \left. - \operatorname{sen}(\phi + \alpha) \} \right] \div \left[(2\pi |Z| C\omega)^2 + \{ \cos(2\alpha - \phi) - \right. \\
& \left. - \cos(2x - \phi) - \operatorname{sen} \phi(2x - 2\alpha) + \right. \\
& \left. + 4 \operatorname{sen} \phi \operatorname{sen}(\alpha - \phi) \{ \cos(\phi + x) e^{-\cot \phi(x - \alpha)} - \right. \\
& \left. - \cos(\phi - x) \} \}^2 + \{ \operatorname{sen}(2\alpha - \phi) - \operatorname{sen}(2x - \phi) + \right. \\
& \left. + \cos \phi(2x - 2\alpha) + 4 \operatorname{sen} \phi \operatorname{sen}(\alpha - \phi) \{ \operatorname{sen}(\phi + x) e^{-\cot \phi(x - \alpha)} - \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \operatorname{sen}(\phi + \alpha) \} \}^2 + 4\pi C \omega |z| \{ \cos(2\alpha - \phi) - \\
& - \cos(2x - \phi) - \operatorname{sen} \phi (2x - 2\alpha) + \\
& + 4 \operatorname{sen} \phi \operatorname{sen}(\alpha - \phi) \{ \cos(\phi + x) e^{-\cot \phi (x - \alpha)} - \\
& - \cos(\phi - x) \} \} + \sum_{n=3,5,7,\dots}^{\infty} \left[\frac{2}{n+1} \{ \cos[(n+1)\alpha - \phi] - \right. \\
& - \cos[(n+1)x - \phi] \} - \frac{2}{n-1} \{ \cos[(n-1)\alpha - \phi] - \\
& - \cos[(n-1)x - \phi] \} + \frac{4 \operatorname{sen}(\alpha - \phi)}{n^2 + \cot^2 \phi} \{ (\cot \phi \cos nx - \\
& n \operatorname{sen} nx) e^{-\cot \phi (x - \alpha)} - (\cot \phi \cos n\alpha - \\
& n \operatorname{sen} n\alpha) \} \}^2 + \left[\frac{2}{n+1} \{ \operatorname{sen}[(n+1)\alpha - \phi] - \right. \\
& - \operatorname{sen}[(n+1)x - \phi] \} - \frac{2}{n-1} \{ \operatorname{sen}[(n-1)\alpha - \phi] - \\
& - \operatorname{sen}[(n-1)\alpha - \phi] \} + \frac{4 \operatorname{sen}(\alpha - \phi)}{n^2 + \cot^2 \phi} \{ \\
& \{ (\cot \phi \operatorname{sen} nx + n \cos nx) e^{-\cot \phi (x - \alpha)} - \\
& - (\cot \phi \operatorname{sen} nx + n \cos n\alpha) \} \}^2 \left. \right] \left. \right]^{\frac{1}{2}}
\end{aligned}$$

El factor de potencia ya analizado en la ecuación E-2.4.25, será el mejor cuando el condensador de compensación en el circuito de la figura 2.9 sea el óptimo. Esto se conseguirá matemáticamente, con la ayuda de la definición de la primera derivada de una función i igualada a cero, ésta es:

$$\frac{d_{FP}}{d C} = 0 \quad \text{E-2.4.26}$$

Haciendo el reemplazo de la primera derivada de la ecuación E-2.4.25 en la ecuación E-2.4.18 e igualando a cero se tiene:

$$[\text{sen}(2\alpha - \phi) - \text{sen}(2x - \phi) + \cos \phi(2x - 2\alpha) +$$

$$+ 4 \text{sen} \phi \text{sen}(\alpha - \phi) \{ \text{sen}(\phi + x) e^{-\cot \phi(x - \alpha)} -$$

$$- \text{sen}(\phi + \alpha) \}] \cdot [2(2\pi |Z| \omega)^2 C -$$

$$- 4\pi \omega |Z| F_{a1}] = 0 \quad \text{E-2.4.27}$$

Determinando C óptimo, que resulta ser igual al obtenido por el método anterior (E-2.4.23)

$$C_{op} = \frac{-F_{a1}}{2\pi|Z|\omega} \quad \text{E-2.4.28}$$

reemplazando el valor del factor F_{a1} en la ecuación E-2.4.20 se transforma en:

$$C_{op} = -\frac{1}{2\pi|Z|\omega} \left[\cos(2\alpha - \phi) - \cos(2x - \phi) - \right. \\ \left. - \sin\phi(2x - 2\alpha) + 4\sin\phi\sin(\alpha - \phi) \cdot \right. \\ \left. \cdot \{ \cos(\phi + x) e^{-\cot\phi(x - \alpha)} - \cos(\phi + \alpha) \} \right] \quad \text{E-2.4.29}$$

III

EXPERIMENTACION

3.1 ASPECTOS BASICOS DE LA INSTRUMENTACION

Para poder conseguir las respuestas requeridas según el análisis teórico que se realizó en el capítulo anterior, se deben tomar en cuenta algunos aspectos que permiten conformar tanto el circuito

experimental, como otros que tienen que ver con la instrumentación a emplearse.

La implementación del circuito electrónico que controla la forma de la onda de corriente que circula por la carga, dependerá de las características, de las cargas que se vayan a utilizar. Por otro lado, para tener mejores resultados, las lecturas de los instrumentos de medida, deben ser realizadas evitando, en lo posible, el efecto de carga que introducen los propios instrumentos.

Para el presente trabajo, se escogen tres tipos de cargas: resistencias lineales; resistencias no-lineales y resistencias en serie con inductor. Los valores utilizados, y que fueron medidos en el laboratorio, se dan en el siguiente cuadro:

RESISTENCIAS LINEALES: 963Ω ; $125,3 \Omega$; $28,1 \Omega$

RESISTENCIAS NO-LINEALES: 2 lámparas 115/100 ω ;

4 lámparas 115/100 ω

CARGA R - L : $R_{eq} = 88,7 \Omega$ $L = 0,15 \text{ H}$ a 60 H_z

Como fuente se utilizó la red de alimentación de corriente alterna, manteniendo su voltaje RMS constante e igual a 115,5 V Frecuencia; 60 H_z

Tomando en consideración que se debía determinar experimentalmente la presencia de potencia reactiva pura en controladores de fase directa, con carga resistiva, se estableció la siguiente metodología de trabajo:

- Medir para un ángulo de fase dado, dentro del rango de 30° a 150° , la potencia media y la potencia aparente del controlador, variando con un banco de capacitores, la potencia reactiva capacitiva del compensador.
- Calcular el factor de potencia en cada paso, para ubicar el valor de capacitor que es capaz de optimizar el factor de potencia.

La potencia reactiva generada por el capacitor óptimo representa, en valor absoluto, la potencia reactiva inductiva generada por el controlador. Es decir, la medición de la potencia reactiva del controlador, es indirecta. Igual procedimiento se sigue para la carga R-L, así como para la carga resistiva no-lineal (banco de lámparas incandescentes), a efectos de investigar su comportamiento, en relación con las resistencias lineales.

Debido a la presencia de ondas distorsionadas en el circuito controlador, el escoger la instrumentación adecuada, requiere de las siguientes consideraciones:

- Para medir la potencia media con el mínimo error posible ,

se necesita de un vatímetro tipo dinamométrico, cuyo ancho de banda de medición, garantice la interacción del mayor número de componentes armónicas en su respuesta.

- La potencia aparente, puede ser fácilmente determinada, midiendo el valor RMS del voltaje de la fuente, y el VERDADERO VALOR RMS de la corriente de línea. Aquí cabe señalar que en general los instrumentos de medición con escala de alterna, vienen calibrados *para indicar la lectura correcta solo para ondas sinusoidales.*

La introducción en estos instrumentos de otras ondas no sinusoidales, o distorsionadas, provocarán lecturas erróneas. Únicamente aquellos instrumentos que tienen la indicación "TRUE RMS", pueden dar lecturas correctas del VERDADERO VALOR RMS de ondas alternas distorsionadas, que tengan valor medio igual a cero, y factores de pico menores o iguales a 3.

$$K_F = \frac{V_{MAX}}{V_{RMS}} \leq 3$$

- En cuanto se refiere a la disposición experimental, se deben minimizar los errores de inserción de los instrumentos al tomar las lecturas. La figura 3.1 muestra lo utilizado

en este trabajo.

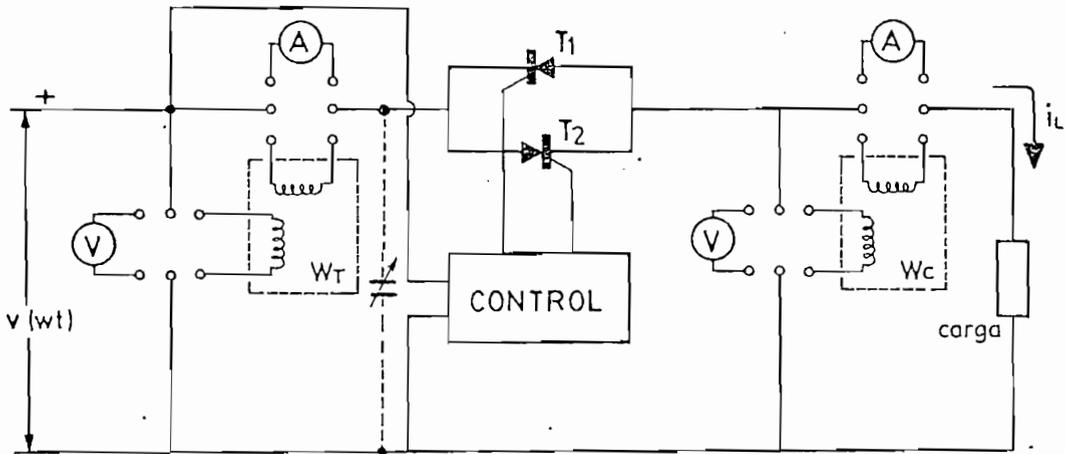


Figura 3.1 Configuración del circuito empleado en la experimentación y disposición de los instrumentos de medida.

- Para detectar el ángulo de disparo, y evaluar visualmente las formas de onda, se utiliza un osciloscopio, que tenga un moderado ancho de banda.

En el *anexo N° 3* se pueden encontrar las características y especificaciones de los instrumentos de medida utilizados en la experimentación.

3.2 CIRCUITO EXPERIMENTAL

El *circuito experimental* consta de una carga resistiva o resistiva-inductiva, que será conectada a la fuente de alimentación alterna, de forma de onda sinusoidal e impedancia cero, a través de un circuito que regula la forma de onda de corriente, que circula por la carga, según la figura 3.2

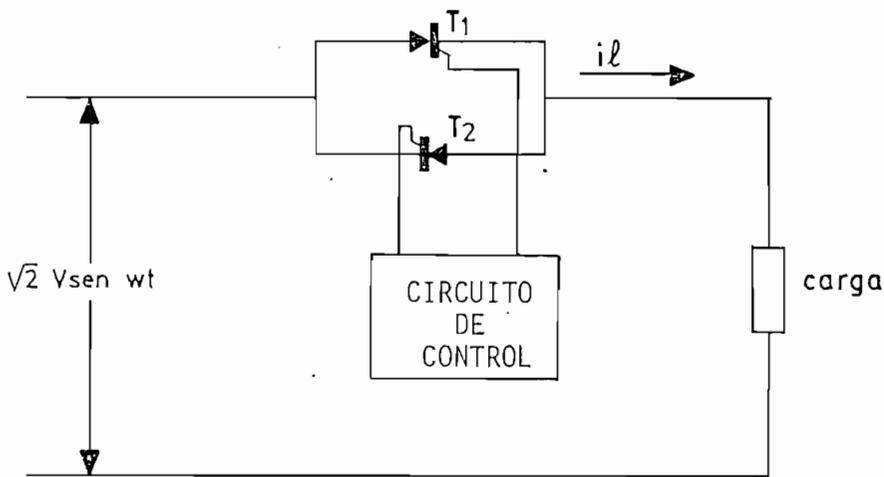


Figura 3.2 *Circuito experimental simplificado*

El par de tiristores que se encuentran conectados en paralelo y en contrafase, requieren ser activados por un circuito externo, el cual permite que se disparen dichos tiristores, haciendo posible la circulación de la corriente (i_l) a la carga. La corriente i_l será cero, si el circuito de activado a los tiristores no genera ninguna señal, pero a medida que esta unidad de control externa emite la señal de disparo, permitirá la conducción de los semiconductores para que la carga sea alimentada con una onda sinusoidal recortada, de án-

gulo de conducción variable.

3.2.1 CIRCUITO DE CONTROL

Dado que el propósito es el de analizar experimentalmente la existencia de potencia reactiva en un circuito excitado con forma de onda no sinusoidal y que es independiente del valor de la potencia de la carga, se ha visto conveniente utilizar *tiristores* con una capacidad de corriente del orden de unos 10 A. RMS y un voltaje de aislación $V_{\text{DRM}} = 600 \text{ V}$, especificaciones que son suficientes para hacer el estudio práctico.

CIRCUITO DE DISPARO DE LOS TIRISTORES

Para determinar las condiciones de activado, y así provocar la conducción de los tiristores, hay que valerse de las características de compuerta, que presenta el fabricante para estos semiconductores. El punto de trabajo deberá estar dentro del área rayada de la figura 3.3.

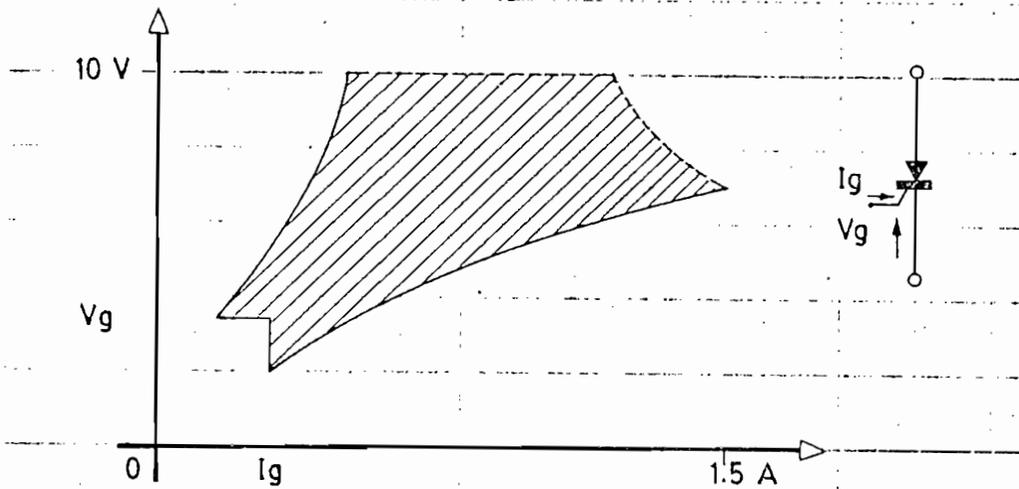


Figura 3.3 Área de disparo de un tiristor

Esta figura muestra que hay valores mínimos de tensión y de corriente de puerta, que por debajo de los cuales el tiristor no se excitará. Los tiristores de alta potencia, requieren de corrientes intensas de puerta, por lo cual se hace útil saber utilizar el manual de características respectivas.

El circuito de la figura 3.4, permitirá proveer los pulsos de activado necesarios para los SCR que son utilizados en la experimentación. Se trata de un circuito generador tipo pedestal-rampa cosenoidal, que utiliza un transistor unijuntura programable (PUT).

El puente rectificador que realiza la sincronización de los pulsos es alimentado por la red alterna de $115,5\text{ voltios}/60\text{ Hz}$, que será también la que alimenta al circuito del análisis y estudio (características de los elementos, ver anexo N° 4)

El activado de los tiristores, es decir la conducción de la corriente (i_{ℓ}) a la carga, se podrá controlar con el potenciómetro R_7 de la figura 3.4 ya que al variar esta resistencia se controlará la posición de los pulsos, dentro de cada semiciclo de la red, y por ende el ángulo de corte de la onda sinusoidal alimentada al sistema; ángulo que no podrá tomar un valor extremado de cero, por que como se ha mencionado, se necesita un mínimo valor de voltaje o de corriente en los tiristores para que entre en conducción. Esto da lugar a que el rango de variación normal de α este entre 30° y 150° ; lo que para los fines del presente trabajo es más que suficiente.

3.3 RESULTADOS EXPERIMENTALES

A continuación se presentan en cuadros explicativos, los resultados experimentales de las pruebas efectuadas en el laboratorio para las diferentes cargas, ya sean estas resistivas puras o inductivas en serie a las resistivas. También se tiene descrito el efecto de los compensadores (C) al circuito, dando una variación a la corriente I_T , como también a la potencia aparente S, características que hacen variar el factor de potencia. Además se incluyen algunos casos para los cuales el compensador es el capacitor óptimo y la variación del factor de potencia para estos casos.

Es conveniente entonces hacer una descripción de las diferentes va

riables empleadas para la explicación de las tablas obtenidas en los distintos análisis, siendo éstas las siguientes:

VARIABLES CONSIDERADAS EN LOS DIFERENTES RESULTADOS

V_{RMS} = 115,5 V . voltaje de la fuente

V_{C} = Voltaje en la carga (voltios) RMS

W_{T} = Potencia activa total (WATTS) a los terminales de entrada del controlador

W_{C} = Potencia activa en la carga (WATTS)

α = Angulo de control (grados)

α_{C} = Angulo de extinción (grado)

C = Capacitor variable (μF)

I_c = Corriente en la carga (mA)

I_T = Corriente total (mA) = I_T

S = Potencia aparente total (V.A.)

F_p = Factor de potencia del circuito

R = Resistencia de carga (Ω)

L = Inductancia de carga (H)

C_{op} = Capacitor óptimo teórico (μF)

3.3.1 MEDICIONES CON CARGA RESISTIVA LINEAL

a.- Para: $R_L = 963 \Omega$ y $115.5 V_{RMS}$

TABLA N° 1

$$V_c = 113.5 \text{ V}$$

$$W_T = 18.3 \text{ Wtts}$$

$$I_c = 115.8 \text{ mA}$$

$$W_c = 12.95 \text{ Wtts}$$

α	C	I_T	S	F_p
30°	0	115,8	13,375	0,968
	0,1	115,7	13,363	0,969
	0,2	115,4	13,329	0,972
	0,3	115,8	13,375	0,968
	0,4	116,0	13,398	0,967
	0,5	116,5	13,456	0,962
	1,0	126,0	14,553	0,890
	1,5	135,1	15,604	0,830
	2,0	154,3	17,822	0,727
	4,0	222,8	25,733	0,503
	6,0	304,8	35,204	0,368
	8,0	398,6	46,038	0,281
	10,0	487,7	56,329	0,230
	12,0	589,6	68,099	0,190
	14,0	669,6	77,339	0,167
	16,0	772,0	89,166	0,145
	18,0	860,8	99,422	0,130
	20,0	964,2	111,365	0,116

$$C_{op} = 0,219 \mu F$$

TABLA N.º 2

$$V_c = 105.3 \text{ V}$$

$$W_c = 11.0 \text{ Watts}$$

$$I_c = 107.0 \text{ mA}$$

$$W_T = 13.7 \text{ Watts}$$

α	C	I_T	S	F_p
60°	0	107,0	12,359	0,890
	0,1	106,3	12,278	0,896
	0,2	105,8	12,220	0,900
	0,3	105,2	12,151	0,905
	0,4	105,0	12,128	0,907
	0,5	104,7	12,093	0,910
	0,6	105,0	12,128	0,907
	0,7	105,1	12,139	0,906
	0,8	105,2	12,151	0,905
	0,9	106,2	12,266	0,897
	1,0	107,0	12,359	0,890
	1,5	113,8	13,144	0,837
	2,0	124,7	14,403	0,764
	2,5	137,5	15,881	0,693
	3,0	155,6	17,972	0,612
	4,0	200,8	23,192	0,474
	6,0	283,1	32,698	0,336
	8,0	377,3	43,578	0,252
	10,0	462,2	53,384	0,206
	14,0	648,1	74,856	0,147
	16,0	739,0	85,355	0,129
	20,0	923,0	106,607	0,103

$$C_{op} = 0,65 \mu F$$

$V_c = 84.7 \text{ V}$

$W_c = 7.35 \text{ watts}$

$I_c = 87.7 \text{ mA}$

$W_T = 9.9 \text{ watts}$

α	C	I_T	S	F_p
90°	0	87,7	10,129	0,726
	0,1	86,1	9,945	0,739
	0,3	83,5	9,644	0,762
	0,4	82,3	9,506	0,773
	0,5	81,6	9,425	0,780
	0,6	81,0	9,356	0,786
	0,7	80,7	9,321	0,789
	0,8	80,7	9,321	0,789
	0,9	80,8	9,332	0,788
	1,0	81,3	9,390	0,783
	1,1	82,1	9,483	0,775
	1,2	83,0	9,587	0,767
	1,3	84,3	9,737	0,755
	1,4	86,2	9,956	0,738
	1,5	87,1	10,060	0,731
	1,6	89,7	10,360	0,709
	1,7	91,6	10,580	0,695
	1,8	93,8	10,834	0,678
	1,9	96,0	11,088	0,663
	2,0	98,1	11,331	0,649
	2,5	111,7	12,901	0,570
	3,0	131,1	15,142	0,485
	3,5	148,7	17,175	0,428
	4,0	178,4	20,605	0,357
	4,5	197,8	22,846	0,322
	5,0	215,7	24,913	0,295
	5,5	235,7	27,223	0,270
	6,0	263,5	30,434	0,242
	8,0	359,6	41,534	0,177
	10,0	449,9	51,963	0,141

$C_{op} = 0,87 \mu F$

TABLA N^o 4

$$V_c = 57.4 \text{ V}$$

$$W_c = 3.3 \text{ Watts}$$

$$I_c = 58.8 \text{ mA}$$

$$W_T = 5.55 \text{ Watts}$$

α	C	I_T	S	F_p
120°	0	58,7	6,780	0,487
	0,1	56,7	6,549	0,504
	0,2	55,0	6,353	0,519
	0,3	53,4	6,168	0,535
	0,4	52,1	6,018	0,548
	0,5	51,5	5,948	0,555
	0,6	50,9	5,879	0,561
	0,7	50,9	5,879	0,561
	0,8	51,3	5,925	0,557
	0,9	51,9	5,994	0,551
	1,0	53,7	6,202	0,532
	1,1	55,3	6,387	0,517
	1,2	57,0	6,584	0,501
	1,3	59,2	6,838	0,483
	1,4	62,4	7,207	0,458
	1,5	63,9	7,380	0,447
	1,6	67,8	7,831	0,421
	1,7	70,6	8,154	0,405
	1,8	73,8	8,524	0,387
	1,9	76,9	9,882	0,372
2,0	79,8	9,217	0,358	
3,0	120,2	13,883	0,238	
3,5	140,1	16,182	0,204	
4,0	172,3	19,901	0,166	
4,5	193,0	22,292	0,148	
5.0	211,8	24,463	0,135	

$$C_{op} = 0.65 \text{ } \mu\text{F}$$

TABLA N° 5

$$V_c = 26.1 \text{ V}$$

$$W_c = 0.66 \text{ Wtts.}$$

$$I_c = 26.0 \text{ mA}$$

$$W_T = 2.8 \text{ Wtts.}$$

α	C	I_T	S	F_P
150°	0	26,0	3,003	0,220
	0,1	24,3	2,807	0,235
	0,2	23,2	2,680	0,246
	0,3	23,2	2,680	0,246
	0,4	23,8	2,749	0,240
	0,5	24,5	2,830	0,233
	0,6	27,2	3,142	0,210
	0,7	29,7	3,430	0,192
	0,8	32,6	3,765	0,175
	0,9	35,6	4,112	0,161
	1,0	39,1	4,516	0,146

$$C_{op} = 0,219 \text{ } \mu\text{F}$$

Se puede observar que el capacitor óptimo y el valor práctico para el cual el factor de potencia es el mejor, son muy similares, dando con esto buenos resultados a la experimentación. Además el valor del capacitor para los ángulos 30° y 150° son iguales como también para 60° y 120°, cumpliéndose de esta manera, la simetría de la variación del valor del capacitor óptimo cuando es una carga resistiva constante.

b.- Para $R_L = 125,3 \Omega$ como carga, Voltaje de alimentación 115,5 V

TABLA N° 6

$$I_c = 890 \text{ mA}$$

$$W_c = 100 \text{ Wtts.}$$

$$V_c = 113,1 \text{ V}$$

$$W_T = 103,5 \text{ Wtts.}$$

α	C	I_T (A)	S	F_p
30°	0	0,890	102,80	0,973
	2	0,889	102,68	0,974
	4	0,898	103,72	0,964
	6	0,917	105,91	0,944
	8	0,943	108,92	0,918
	10	0,978	112,96	0,885
	12	1,021	117,93	0,848
	14	1,077	124,39	0,804
	16	1,130	130,52	0,766
	18	1,195	138,02	0,725
	20	1,257	145,18	0,689
	22	1,333	153,96	0,650
	24	1,393	160,89	0,622
	26	1,475	170,36	0,587
	28	1,548	178,79	0,559
30	1,633	188,61	0,530	

$$C_{op} = 1,68 \mu\text{F}$$

TABLA N° 7

$$I_c = 821 \text{ mA}$$

$$W_c = 85 \text{ Wtts.}$$

$$V_c = 104,3 \text{ V}$$

$$W_T = 89 \text{ Wtts.}$$

α	C	I_T (A)	S	F_p
60°	0	0,821	94,83	0,896
	2	0,804	92,86	0,915
	4	0,797	92,05	0,923
	6	0,801	92,52	0,919
	8	0,815	94,13	0,903
	10	0,839	96,91	0,877
	12	0,873	100,83	0,843
	14	0,920	106,23	0,800
	16	0,968	111,80	0,760
	18	1,028	118,73	0,716
	20	1,086	125,43	0,678
	22	1,161	134,10	0,634
	24	1,222	141,14	0,602
	26	1,300	150,15	0,566
	28	1,372	158,47	0,536
	30	1,457	168,28	0,505

$$C_{op} = 5,05 \text{ } \mu\text{F}$$

TABLA N° 8

$$I_c = 657 \text{ mA}$$

$$W_c = 54,6 \text{ Wtts.}$$

$$V_c = 83,3 \text{ V}$$

$$W_T = 56,2 \text{ Wtts.}$$

α	C	I_T (A)	S	F_P
90°	0	0,657	75,88	0,720
	1	0,640	73,92	0,739
	2	0,626	72,30	0,755
	3	0,615	71,03	0,769
	4	0,607	70,11	0,779
	5	0,602	69,53	0,785
	6	0,600	69,30	0,788
	7	0,601	69,42	0,787
	8	0,606	69,99	0,780
	10	0,626	72,30	0,755
	12	0,658	75,99	0,718
	14	0,709	81,89	0,667
	16	0,762	88,01	0,620
	18	0,827	95,52	0,572
	20	0,892	103,03	0,530
	24	1,036	119,66	0,456
	28	1,199	138,49	0,394
	30	1,290	148,99	0,366

$$C_{op} = 6,074 \text{ } \mu\text{F}$$

TABLA N° 9

$$I_c = 429 \text{ mA}$$

$$W_c = 23,1 \text{ Wtts.}$$

$$V_c = 54,3 \text{ V}$$

$$W_T = 25,9 \text{ Wtts.}$$

α	C	I_T (A)	S	F_p
120°	0	0,429	49,55	0,466
	2	0,389	44,93	0,514
	3	0,377	43,54	0,531
	4	0,370	42,73	0,541
	5	0,369	42,62	0,542
	6	0,371	42,85	0,539
	7	0,379	43,78	0,528
	8	0,394	45,51	0,508
	9	0,413	47,70	0,484
	10	0,436	50,36	0,459
	14	0,564	65,14	0,355
	18	0,720	83,16	0,278
	22	0,892	103,03	0,224
	26	1,064	122,89	0,188
	30	1,246	143,91	0,161

$$C_{op} = 5,05 \text{ } \mu\text{F}$$

TABLA N° 10

$$I_c = 163 \text{ mA}$$

$$W_c = 3,2 \text{ Wtts.}$$

$$V_c = 20,5 \text{ V}$$

$$W_T = 5,2 \text{ Wtts.}$$

α	C	I_T (A)	S	F_p
150°	0	0,163	18,83	0,170
	1	0,147	16,98	0,188
	2	0,145	16,75	0,191
	3	0,156	18,02	0,178
	4	0,176	20,33	0,157
	5	0,208	24,02	0,133
	6	0,241	27,84	0,115
	8	0,319	36,85	0,087
	10	0,405	46,78	0,068

$$C_{op} = 1,68 \text{ } \mu\text{F}$$

c.- Para $R_L = 28,1 \Omega$ como carga

Voltaje de alimentación 115.5 V

TABLA N° 11

$$I_c = 3.890 \text{ mA}$$

$$W_c = 436 \text{ Wtts}$$

$$V_c = 112,3 \text{ V}$$

α	C	I_T (A)	S	F_p
30°	0	3,89	449,29	0,970
	2	3,89	449,29	0,970
	4	3,89	449,29	0,970
	6	3,89	449,29	0,970
	8	3,88	448,14	0,973
	10	3,89	448,29	0,970
	12	3,89	448,29	0,970
	14	3,90	450,45	0,968
	16	3,91	451,61	0,965
	18	3,93	453,92	0,961
	20	3,94	455,07	0,958
	22	3,96	457,38	0,953
	24	3,97	458,54	0,951
	26	4,00	462,00	0,944
	28	4,30	496,65	0,878
	30	4,50	519,75	0,839

$$C_{op} = 7,51 \mu F$$

TABLA N° 12

$$I_c = 3.560 \text{ mA}$$

$$W_c = 369,5 \text{ Wtts}$$

$$V_c = 103,3 \text{ V}$$

α	C	I_T (A)	S	F_p
60°	0	3,56	411,18	0,899
	2	3,56	411,18	0,899
	4	3,55	410,03	0,901
	6	3,53	407,72	0,906
	8	3,52	406,56	0,909
	10	3,51	405,41	0,911
	12	3,50	404,25	0,914
	14	3,50	404,25	0,914
	16	3,49	403,01	0,917
	18	3,49	403,01	0,917
	20	3,48	401,94	0,919
	22	3,48	401,94	0,919
	24	3,48	401,94	0,919
	26	3,50	404,25	0,914
	28	3,51	405,41	0,911
	30	3,52	406,56	0,909
	32	3,54	408,87	0,904
	34	3,56	411,18	0,899
	36	3,58	413,49	0,894
	38	3,60	415,80	0,889
40	3,62	418,11	0,884	

$$C_{op} = 22,54 \text{ } \mu\text{F}$$

TABLA N° 13

$$I_c = 2.840 \text{ mA}$$

$$W_c = 231,5 \text{ Wtts.}$$

$$V_c = 81,5 \text{ V}$$

α	C	I_T (A)	S	F_p
90°	0	2,84	328,02	0,706
	2	2,80	323,40	0,716
	4	2,77	319,94	0,724
	6	2,74	316,47	0,732
	8	2,71	313,01	0,740
	10	2,69	310,70	0,745
	12	2,66	307,23	0,754
	14	2,65	306,08	0,756
	16	2,63	303,77	0,762
	18	2,62	302,61	0,765
	20	2,60	300,30	0,771
	22	2,60	300,30	0,771
	24	2,59	299,15	0,774
	26	2,59	299,15	0,774
	28	2,58	297,99	0,777
	30	2,58	297,99	0,777
	32	2,61	301,46	0,768
	34	2,63	303,77	0,762
	36	2,64	304,92	0,759
	38	2,66	307,23	0,754

$$C_{op} = 30,05 \text{ } \mu\text{F}$$

TABLA N° 14

$$I_c = 1.824 \text{ mA}$$

$$W_c = 94 \text{ Wtts.}$$

$$V_c = 51,6 \text{ V}$$

α	C	I_T (A)	S	F_p
120°	0	1,824	210,67	0,446
	2	1,784	206,05	0,456
	4	1,743	201,32	0,467
	6	1,712	197,74	0,475
	8	1,680	194,04	0,484
	10	1,650	190,58	0,493
	12	1,623	187,46	0,501
	14	1,602	185,03	0,508
	16	1,590	183,65	0,512
	18	1,577	182,14	0,516
	20	1,571	181,45	0,518
	22	1,576	182,03	0,516
	24	1,580	182,49	0,515
	26	1,590	183,65	0,512
	28	1,611	186,07	0,505
	30	1,635	188,84	0,498
	32	1,662	191,96	0,490
	34	1,692	195,43	0,481
	36	1,728	199,58	0,471
	38	1,766	203,97	0,461
	40	1,812	209,29	0,449

$$C_{op} = 22,54 \text{ } \mu\text{F}$$

TABLA N° 15

$$I_c = 705 \text{ mA}$$

$$W_c = 12,3 \text{ Wtts.}$$

$$V_c = 19,5 \text{ V}$$

TABLA N° 15

$$I_c = 705 \text{ mA}$$

$$W_c = 12,3 \text{ Wtts.}$$

$$V_c = 19,5 \text{ V}$$

α	C	I_T (A)	S	F_p
150°	0	0,705	81,43	0,151
	2	0,664	76,69	0,160
	4	0,641	74,04	0,166
	6	0,630	72,77	0,169
	8	0,630	72,77	0,169
	10	0,638	73,69	0,167
	12	0,659	76,12	0,162
	14	0,698	80,62	0,153
	16	0,743	85,82	0,143
	18	0,801	92,52	0,133
	20	0,859	99,22	0,124

$$C_{op} = 7,51 \text{ } \mu\text{F}$$

a.-LUMINARIAS DE 400 Wtts (110 V.) como carga

VOLTAJE DE ALIMENTACION 115.5 V_{RMS}

TABLA N° 1

$V_c = 112 \text{ V.}$

$W_c = 378 \text{ Wtts}$

$I_c = 3,37 \text{ A}$

$W_T = 386 \text{ Wtts}$

$R_L = 33,28 \Omega$

α	C	I _T	S	F _P
30°	0	3.37	389,23	0,971
	2	3,37	389,23	0,971
	4	3,37	389,23	0,971
	6	3,37	389,23	0,971
	8	3,38	390,39	0,968
	10	3,38	390,39	0,968
	12	3,40	392,70	0,963
	14	3,41	393,86	0,960
	16	3,43	396,17	0,954
	18	3,44	397,32	0,951
	20	3,45	398,48	0,949
	22	3,46	399,63	0,946
	24	3,50	404,25	0,935
	26	3,50	404,25	0,935
	28	3,55	410,03	0,922
	30	3,55	410,03	0,922
	32	3,56	411,18	0,919
	34	3,60	415,80	0,909
	36	3,63	419,27	0,902
	38	3,65	421,58	0,897
40	3,73	430,82	0,877	

$C_{op} = 6.34 \mu F$

TABLA N° 2

$$V_c = 103 \text{ V}$$

$$I_c = 3,23 \text{ A}$$

$$R_L = 32 \Omega$$

$$W_c = 334 \text{ wts}$$

$$W_T = 345 \text{ wts}$$

α	C	I_T	S	F_p
60°	0	3,23	373,07	0,895
	2	3,21	370,76	0,901
	4	3,19	368,45	0,907
	6	3,18	367,29	0,909
	8	3,17	366,14	0,912
	10	3,17	366,14	0,912
	12	3,16	364,98	0,915
	14	3,16	364,18	0,915
	16	3,15	363,83	0,918
	18	3,15	363,83	0,918
	20	3,15	363,83	0,918
	22	3,15	363,83	0,918
	24	3,15	363,83	0,918
	26	3,16	364,98	0,915
	28	3,17	366,14	0,912
	30	3,17	366,14	0,912
	32	3,18	367,29	0,909
	34	3,20	369,60	0,904
	36	3,22	371,91	0,898
	38	3,24	374,22	0,893
40	3,26	376,53	0,887	

$$C_{op} = 19,78 \mu F$$

TABLA N° 3

$$V_c = 81.5 \text{ V}$$

$$W_c = 230 \text{ Wtts}$$

$$I_c = 2.84 \text{ A}$$

$$W_T = 250 \text{ Wtts}$$

$$R_L = 28,52 \Omega$$

α	C	I_T	S	F_p
90°	0	2,84	328,02	0,701
	2	2,81	324,56	0,709
	4	2,78	321,09	0,716
	6	2,75	317,63	0,724
	8	2,73	315,32	0,729
	10	2,70	311,85	0,738
	12	2,69	310,70	0,740
	14	2,66	307,23	0,749
	16	2,65	306,08	0,751
	18	2,64	304,92	0,754
	20	2,64	304,92	0,754
	22	2,63	303,77	0,757
	24	2,63	303,77	0,757
	26	2,61	301,46	0,763
	28	2,61	301,46	0,763
	30	2,61	301,46	0,763
	32	2,61	301,46	0,763
	34	2,62	302,61	0,760
	36	2,64	304,92	0,754
	38	2,65	306,08	0,751
40	2,67	308,39	0,746	

$$C_{OP} = 29.61 \mu F$$

TABLA N° 4

$$V_c = 53.3 \text{ V}$$

$$W_c = 120 \text{ Wtss}$$

$$I_c = 2.29 \text{ A}$$

$$W_T = 134 \text{ Wtss}$$

$$R_L = 23.27 \Omega$$

α	C	I_T	S	F_p
120°	0	2,29	264,49	0,454
	2	2,28	263,34	0,456
	4	2,21	255,26	0,470
	6	2,21	255,26	0,470
	8	2,14	247,17	0,480
	10	2,14	247,17	0,480
	12	2,00	231,0	0,519
	14	1,961	226,50	0,530
	16	1,95	225,23	0,533
	18	1,93	222,92	0,538
	20	1,918	221,53	0,542
	22	1,904	219,91	0,546
	24	1,902	219,68	0,546
	26	1,902	219,68	0,546
	28	1,91	220,61	0,544
	30	1,92	221,76	0,541
	32	1,93	222,92	0,538
	34	1,94	224,07	0,536
	36	1,96	226,38	0,530
	38	1,98	228,69	0,525
40	2,05	236,78	0,507	
42	2,69	310,70	0,740	
44	2,71	313,01	0,735	
46	2,75	317,63	0,724	
48	2,77	319,94	0,719	
50	2,82	325,71	0,706	

$$C_{op} = 27.21 \mu F$$

TABLA N° 5

$$V_c = 21.6 \text{ V}$$

$$W_c = 30 \text{ Wtts}$$

$$I_c = 1.45 \text{ A}$$

$$W_T = 44 \text{ Wtts}$$

$$R_L = 14.79 \Omega$$

α	C	I_T	S	F_P
150°	0	1,46	168,63	0,178
	2	1,46	168,63	0,178
	4	1,39	160,55	0,187
	6	1,39	160,55	0,187
	8	1,34	154,77	0,194
	10	1,34	154,77	0,194
	12	1,32	152,46	0,197
	14	1,31	151,31	0,198
	16	1,30	150,15	0,200
	18	1,30	150,15	0,200
	20	1,31	151,31	0,198
	22	1,33	153,62	0,195
	24	1,35	155,93	0,192
	26	1,37	158,24	0,190
	28	1,40	161,7	0,186
	30	1,44	166,32	0,180
	32	1,48	170,94	0,176
	34	1,52	175,56	0,171
	36	1,57	181,34	0,165

$$C_{op} = 14,27 \mu F$$

b.-LUMINARIAS DE 200 WTTS (110 V) COMO CARGA

TABLA N° 6

$$V_c = 112.4 \text{ V}$$

$$W_T = 194.5 \text{ Wtts}$$

$$I_c = 1.666,0 \text{ mA}$$

$$W_c = 189,5 \text{ Wtts}$$

α	C	I_T	S	F_p
30°	0	1666,0	192,42	0,985
	0,1	1666,5	192,48	0,985
	0,2	1666,5	192,48	0,985
	0,5	1665,8	192,40	0,985
	1,0	1665,1	192,32	0,985
	1,5	1665,9	194,41	0,985
	2,0	1665,5	192,37	0,985
	2,5	1666,2	192,45	0,985
	3,5	1667,8	192,63	0,984
	4,0	1670,7	192,97	0,982
	4,5	1672,3	193,15	0,981
	5,0	1673,3	193,27	0,981
	5,5	1675,5	193,52	0,979
	6,0	1680,4	193,76	0,978
	8,0	1695,3	195,81	0,968
	10,0	1713,0	197,85	0,958
	12,0	1736,7	200,59	0,945
	14,0	1765,5	203,92	0,929
	16,0	1796,7	207,52	0,913
	18,0	1831,9	211,58	0,896
20,0	1872,2	216,24	0,876	
22,0	1916,1	221,31	0,856	
24,0	1961,9	226,60	0,836	
25,0	1986,2	229,41	0,826	
30,0	2130,0	246,02	0,770	

$$C_{op} = 3,1 \text{ } \mu\text{F}$$

TABLA N° 7

$$V_c = 102,78 \text{ V}$$

$$W_c = 164,5 \text{ Wtts}$$

$$I_c = 1587,0 \text{ mA}$$

$$W_T = 169,0 \text{ Wtts}$$

α	C	I_T	S	F_P
60°	0	1587,0	183,30	0,897
	1,0	1578,0	182,26	0,903
	1,5	1573,4	181,73	0,905
	2,0	1569,2	181,24	0,908
	2,5	1565,0	180,76	0,910
	3,0	1560,3	180,28	0,912
	3,5	1557,6	179,90	0,914
	4,0	1553,8	179,46	0,917
	4,5	1551,5	179,20	0,918
	5,0	1548,3	178,83	0,920
	5,5	1546,3	178,60	0,921
	6,0	1543,1	178,23	0,923
	6,5	1541,7	178,07	0,924
	7,0	1541,4	178,03	0,924
	8,0	1539,6	177,82	0,925
	9,0	1538,1	177,82	0,926
	9,5	1537,9	177,63	0,926
	10,0	1538,2	177,66	0,926
	10,5	1539,3	177,79	0,925
	11,5	1543,0	178,22	0,923
	12,0	1545,0	178,45	0,922
	14,0	1555,5	179,66	0,916
	16,0	1572,2	181,59	0,906
	20,0	1620,9	187,21	0,879
	25,0	1710,3	197,54	0,833
	30,0	1829,2	211,27	0,779

$$C_{op} = 9.7 \text{ } \mu\text{F}$$

TABLA N° 8

$$V_c = 83,48 \text{ V}$$

$$W_c = 120,5 \text{ Wtts}$$

$$I_c = 1418,9 \text{ mA}$$

$$W_T = 124,8 \text{ Wtts}$$

α	C	I_T	S	F_p
90°	0	1418,9	163,88	0,735
	1	1402,2	161,95	0,744
	2	1386,1	160,11	0,753
	3	1370,9	158,33	0,761
	4	1356,7	156,70	0,769
	5	1344,0	155,23	0,776
	6	1333,3	153,99	0,782
	7	1323,0	152,81	0,789
	8	1315,0	151,88	0,793
	9	1308,0	151,07	0,798
	10	1303,0	150,50	0,801
	11	1300,0	150,15	0,803
	12	1298,0	149,92	0,804
	13	1299,0	150,04	0,803
	14	1299,0	150,04	0,803
	15	1304,8	150,70	0,800
	16	1309,8	151,282	0,797
	17	1313,0	151,65	0,795
	18	1324,7	153,00	0,788
	19	1335,0	154,19	0,781
	20	1350,0	155,93	0,773
	22	1377,0	159,04	0,758
	24	1415,9	163,54	0,737
	26	1454,8	168,03	0,717
	28	1503,0	173,60	0,694
	30	1551,0	179,14	0,673

$$C_{op} = 14.1 \mu F$$

TABLA N° 9

$$V_c = 53,8 \text{ V}$$

$$W_c = 60. \text{ Wtts}$$

$$I_c = 1125,6 \text{ mA}$$

$$W_T = 64 \text{ Wtts}$$

α	C	I_T	S	F_p
120°	0	1125,6	130,01	0,462
	1	1104,5	127,57	0,470
	2	1081,7	124,94	0,480
	3	1060,8	122,52	0,490
	4	1049,3	121,19	0,495
	5	1030,8	119,06	0,504
	6	1015,2	117,26	0,512
	7	1006,7	116,27	0,516
	8	994,6	114,88	0,522
	9	984,8	113,74	0,527
	10	977,4	112,89	0,531
	11	976,1	112,74	0,532
	12	974,6	112,57	0,533
	13	975,0	112,61	0,533
	14	977,0	112,84	0,532
	15	982,2	113,44	0,529
	16	989,5	114,29	0,525
	17	997,8	115,25	0,521
	18	1008,7	116,51	0,515
	20	1038,7	119,97	0,500
25	1137,8	131,42	0,457	
30	1270,0	146,69	0,409	
32	1332,0	153,85	0,390	
34	1404,0	162,16	0,370	
40	1617,8	186,86	0,321	

$$C_{op} = 13,37 \text{ } \mu\text{F}$$

TABLA N° 10

$$V_c = 24,29 \text{ V}$$

$$W_c = 18,1 \text{ Wtts}$$

$$I_c = 755 \text{ mA}$$

$$W_T = 21,2 \text{ Wtts}$$

α	C	I_T (A)	S	F_p
150°	0	0,755	87,20	0,208
	1	0,734	84,78	0,214
	2	0,714	82,47	0,219
	3	0,698	80,62	0,225
	4	0,688	79,46	0,228
	5	0,677	78,19	0,231
	6	0,667	77,04	0,235
	7	0,663	76,58	0,236
	8	0,6635	76,63	0,236
	9	0,6650	76,81	0,236
	10	0,668	77,15	0,235
	11	0,677	77,04	0,235
	12	0,688	79,46	0,228
	13	0,703	81,20	0,223
	14	0,717	82,81	0,219
	15	0,738	85,24	0,212
	16	0,754	87,01	0,208
20	0,861	99,45	0,182	

$$C_{op} = 6,65 \mu F$$

Puede observarse que el valor del capacitor óptimo, no cumple la simetría que se establece cuando se tiene el caso de una resistencia lineal ya que el valor de la resistencia equivalente de las luminarias es función del voltaje aplicado y su comportamiento no es constante.

3.3.3 Mediciones con carga Resistiva inductiva (R-L)

Para $R_L = 84.1 \Omega$ y $L = 0.15 \text{ H}$; 4.6Ω

TABLA N° 1

$I_c = 934,1 \text{ mA}$

$W_c = 79 \text{ Wtts.}$

$V_c = 107,5 \text{ V}$

$W_T = 82,6 \text{ Wtts.}$

α	C	I_T	S	F_p
60°	0	934,1	107,889	0,732
	1	904,6	104,481	0,756
	2	877,4	101,340	0,780
	3	850,2	98,198	0,804
	4	828,4	95,680	0,826
	5	804,4	92,908	0,850
	6	785,1	90,679	0,871
	7	767,1	88,600	0,892
	8	750,8	86,717	0,911
	9	738,7	85,320	0,926
	10	727,0	83,969	0,941
	11	721,0	83,276	0,949
	12	715,7	82,663	0,956
	13	715,0	82,583	0,957
	14	718,0	82,929	0,953
	15	721,6	83,345	0,948
	16	730,3	84,350	0,937
	17	742,9	85,805	0,921
	18	757,7	87,514	0,903
	19	772,8	89,258	0,885
	20	791,3	91,395	0,864
	21	813,2	93,925	0,841
	22	834,8	96,412	0,819
	23	860,9	99,434	0,794
	24	886,4	102,379	0,772
	25	912,5	105,394	0,750
	26	943,6	108,986	0,725
	27	973,8	112,474	0,702
	28	1005,9	116,181	0,680
	29	1036,7	119,739	0,660
30	1072,6	123,885	0,638	
35	1257,8	145,276	0,544	
40	1458,8	168,491	0,469	

TABLA N° 2

$$I_c = 671,7 \text{ mA}$$

$$W_c = 41,2 \text{ Wtts.}$$

$$V_c = 85,78 \text{ V}$$

$$W_T = 44,1 \text{ Wtts.}$$

α	C	I_T	S	F_p
90°	0	671,7	77,581	0,531
	1	635,3	73,377	0,561
	2	601,5	69,473	0,593
	3	569,8	65,812	0,626
	4	544,3	62,867	0,655
	5	515,0	59,483	0,693
	6	492,1	56,838	0,725
	7	472,5	54,574	0,755
	8	455,3	52,587	0,783
	9	442,3	51,086	0,806
	10	434,0	50,127	0,822
	11	430,1	49,677	0,829
	12	432,8	49,988	0,824
	13	439,0	50,705	0,813
	14	454,9	52,541	0,784
	15	467,8	54,031	0,763
	16	491,1	56,722	0,726
	17	517,4	59,760	0,689
	18	545,3	62,982	0,654
	19	573,3	66,216	0,622
	20	605,0	69,878	0,590
	21	641,8	74,128	0,556
	22	680,0	78,540	0,525
	23	720,8	83,252	0,495
	24	748,0	86,394	0,477
	28	907,0	104,759	0,393
	30	996,7	115,119	0,358
	35	1206,0	139,293	0,296
	40	1426,7	164,784	0,250

TABLA N^o 3

$$I_c = 356,7 \text{ mA}$$

$$W_c = 11,8 \text{ Wtts.}$$

$$V_c = 55,57 \text{ V}$$

$$W_T = 14,1 \text{ Wtts.}$$

α	C	I_T	S	F_p
120°	0	356,7	41,199	0,286
	1	319,0	36,845	0,320
	2	286,7	33,114	0,356
	3	257,3	29,718	0,397
	4	237,1	27,385	0,431
	5	220,0	25,410	0,464
	6	213,0	24,602	0,480
	7	215,4	24,879	0,474
	8	227,8	26,311	0,448
	9	247,4	28,575	0,413
	10	275,0	31,763	0,372
	12	341,0	39,386	0,300
	14	426,6	49,272	0,239
	16	508,0	58,674	0,201
	18	600,2	69,323	0,170
	20	686,7	79,314	0,149
	25	906,2	104,666	0,113
	30	1134,5	131,035	0,090

TABLA N° 4

$$I_c = 116 \quad \text{mA}$$

$$W_c = 1,26 \quad \text{Wtts.}$$

$$V_c = 26,4 \quad \text{V}$$

$$W_T = 3,58 \quad \text{Wtts.}$$

α	C	I_T	S	F_p
150°	0	116,0	13,398	0,094
	0,2	110,2	12,728	0,099
	0,4	104,1	12,024	0,105
	0,6	100,5	11,608	0,109
	0,8	95,4	11,019	0,114
	1,0	92,4	10,672	0,118
	1,2	87,8	10,141	0,124
	1,4	84,5	9,760	0,129
	1,6	84,6	9,771	0,129
	1,8	85,4	9,864	0,128
	2,0	88,0	10,164	0,124
	2,2	90,8	10,487	0,120
	2,4	93,6	10,811	0,117
	2,6	97,4	11,250	0,112

IV

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

4.1 RESULTADOS DEL MODELO MATEMATICO

Los resultados que a continuación se presentan en cuadros, son obtenidos con las relaciones matemáticas que se demostraron en el capítulo II, las mismas que fueron calculadas con la ayuda de un

P.C. Los resultados son obtenidos con una considerable aproximación matemática, mediante la ayuda de las series enésimas (n) de Fourier, siendo la mayor aproximación hasta la 19^º armónica, suficientes como para hacer una buena comparación con los resultados prácticos cuyo alcance como se dijo es hasta la 16^º armónica.

Se muestra a continuación los resultados teóricos de la variación del factor de potencia para algunos valores de cargas, resistivas y resistivas-inductivas, idénticas a las que se usaron en la experimentación; los mismos que son:

- CARGAS RESISTIVAS LINEALES: 963 Ω ; 125,3 Ω ; 28,1 Ω
- CARGAS RESISTIVAS NO-LINEALES: 200 wttts y 100 wttts
(Lámparas incandescentes)
- CARGA RESISTIVA-INDUCTIVA: R = 88.6 Ω y L = 0.15 H

La variación del ángulo de control es en pasos de 30° y los pasos del condensador depende del caso.

$$\alpha = [\text{grados } ^\circ]$$

$$L = [H]$$

$$C = [\mu F]$$

$$F_p = \text{Factor de potencia}$$

$$R = [\Omega]$$

$$C_{op} = \text{Capacitor óptimo teórico } [\mu F]$$

		C	①	Fp	C	②	Fp
4.1.1 FACTOR DE POTENCIA PARA UNA CARGA RESISTIVA LINEAL		0.00		0.986953	0.00		0.901657
		0.02		0.987516	0.05		0.906416
		0.04		0.988025	0.10		0.910866
		0.06		0.988482	0.15		0.914992
		0.08		0.988885	0.20		0.918780
		0.10		0.989234	0.25		0.922215
a) Resistencia de carga		0.12		0.989530	0.30		0.925286
R = 963 Ω		0.14		0.989771	0.35		0.927980
		0.16		0.989959	0.40		0.930288
		0.18		0.990092	0.45		0.932201
		0.20		0.990171	0.50		0.933710
Tabla	α	C _{op}	0.22	0.990196	0.55		0.934811
			0.24	0.990167	0.60		0.935499
			0.26	0.990084	0.65		0.935771
1;5	30°;150°	0,22	0.28	0.989946	0.70		0.935625
			0.30	0.989754	0.75		0.935064
			0.32	0.989508	0.80		0.934088
			0.34	0.989208	0.85		0.932702
			0.36	0.988854	0.90		0.930911
2;4	60°;120°	0,66	0.38	0.988447	1.00		0.926144
			0.50	0.984890	3.00		0.665289
			1.00	0.951263	6.00		0.379208
			4.00	0.575679	9.00		0.255534
3	90°	0,88	6.00	0.419230	12.00		0.191248
			8.00	0.324784	18.00		0.126604
			10.00	0.263631	24.00		0.094449
					30.00		0.075277
					35.00		0.064374
					40.00		0.056224

C	③	Fp
---	---	----

C	Fp	C	④	Fp	C	⑤	Fp
0.00	0.715271	0.00		0.451970	0.00		0.179058
0.06	0.725280	0.05		0.462389	0.02		0.182991
0.12	0.734965	0.10		0.472651	0.04		0.186781
0.18	0.744266	0.15		0.482657	0.06		0.190378
0.24	0.753117	0.20		0.492294	0.08		0.193729
0.30	0.761452	0.25		0.501441	0.10		0.196777
0.36	0.769205	0.30		0.509971	0.12		0.199469
0.42	0.776310	0.35		0.517751	0.14		0.201752
0.48	0.782704	0.40		0.524649	0.16		0.203578
0.54	0.788327	0.45		0.530538	0.18		0.204907
0.60	0.793125	0.50		0.535303	0.20		0.205708
0.66	0.797049	0.55		0.538844	0.22		0.205963
0.72	0.800057	0.60		0.541086	0.24		0.205664
0.78	0.802119	0.65		0.541978	0.26		0.204820
0.84	0.803211	0.70		0.541501	0.28		0.203449
0.90	0.803323	0.75		0.539665	0.30		0.201585
0.96	0.802451	0.80		0.536511	0.32		0.199267
1.02	0.800607	0.85		0.532108	0.34		0.196545
1.08	0.797810	0.90		0.526549	0.36		0.193470
1.14	0.794090	0.95		0.519944	0.38		0.190097
1.20	0.789466	1.00		0.512418	0.40		0.186483
1.26	0.784045	1.05		0.504101	0.42		0.182680
1.32	0.777820	1.10		0.495127	0.44		0.178737
1.38	0.770870	1.15		0.485626	0.46		0.174699
1.44	0.763258				0.48		0.170608
1.50	0.755049						
1.56	0.746309						
1.62	0.737104						
1.68	0.727500						
1.74	0.717559						

b.- Resistencia de carga

$$R = 125,3 \Omega$$

Tabla	α	C_{op}
6;10	30°;150°	0,22
7;9	60°;120°	5,05
8	95°	6,74

C	(8)	Fp
---	-----	----

0.00	0.715271
0.50	0.726109
1.00	0.736562
1.50	0.746549
2.00	0.755988
2.50	0.764794
3.00	0.772883
3.50	0.780172
4.00	0.786584
4.50	0.792045
5.00	0.796492
5.50	0.799870
6.00	0.802137
6.50	0.803265
7.00	0.803238
7.50	0.802058
8.00	0.799739
8.50	0.796311
9.00	0.791817
9.50	0.786311
10.00	0.779858
10.50	0.772530
11.00	0.764407
11.50	0.755570
12.00	0.746104
12.50	0.736094
13.00	0.725622
13.50	0.714768
14.00	0.703609
14.50	0.692215
15.00	0.680653

C	(6)	Fp	C	(7)	Fp
0.00	0.986953		0.00	0.901657	
0.10	0.987325		1.00	0.913391	
0.20	0.987675		2.00	0.922873	
0.30	0.988002		3.00	0.929873	
0.40	0.988307		4.00	0.934210	
0.50	0.988589		4.50	0.935342	
0.60	0.988848		4.60	0.935485	
0.70	0.989085		4.70	0.935599	
0.80	0.989299		4.80	0.935684	
0.90	0.989490		4.90	0.935742	
1.00	0.989659		5.00	0.935771	
1.10	0.989804		5.10	0.935772	
1.20	0.989927		5.20	0.935745	
1.30	0.990027		5.30	0.935690	
1.40	0.990103		5.50	0.935495	
1.50	0.990157		6.00	0.934514	
1.60	0.990188		7.00	0.930471	
1.70	0.990196		8.00	0.923751	
1.80	0.990181		9.00	0.914527	
1.90	0.990143		10.00	0.903023	
2.00	0.990082		20.00	0.723175	
3.00	0.988215		30.00	0.551534	
4.00	0.984097		40.00	0.432247	
5.00	0.977810				
6.00	0.969478				
7.00	0.959262				
8.00	0.947344				
9.00	0.933926				
10.00	0.919219				

C	(10)	Fp
---	------	----

0.00	0.179058
0.10	0.181631
0.20	0.184150
0.30	0.186603
0.40	0.188974
0.50	0.191251
0.60	0.193417
0.70	0.195458
0.80	0.197359
0.90	0.199104
1.00	0.200678
1.10	0.202069
1.20	0.203263
1.30	0.204250
1.40	0.205020
1.50	0.205565
1.60	0.205879
1.70	0.205960
1.80	0.205807
1.90	0.205421
2.00	0.204807
2.10	0.203970
2.20	0.202918
2.30	0.201662
2.40	0.200213
2.50	0.198585
2.60	0.196791
2.70	0.194846

C	(9)	Fp
---	-----	----

0.00	0.451970
0.40	0.462813
0.80	0.473481
1.20	0.483862
1.60	0.493827
2.00	0.503241
2.40	0.511956
2.80	0.519823
3.20	0.526694
3.60	0.532429
4.00	0.536904
4.40	0.540018
4.80	0.541695
5.20	0.541895
5.60	0.540614
6.00	0.537882
6.40	0.533765
6.80	0.528357
7.20	0.521779
7.60	0.514167
8.00	0.505665
8.40	0.496426
8.80	0.486595
9.20	0.476314
9.60	0.465711

		C	(11)	F _P	C	(12)	F _P
		0.00		0.986953	0.00		0.901657
		1.00		0.987756	2.00		0.907182
		2.00		0.988446	4.00		0.912283
c.- Resistencia de carga		3.00		0.989023	6.00		0.916935
		4.00		0.989485	8.00		0.921117
R = 28,1 Ω		5.00		0.989832	10.00		0.924807
		6.00		0.990065	12.00		0.927988
		7.20		0.990191	14.00		0.930642
		7.30		0.990194	16.00		0.932756
		7.40		0.990196	18.00		0.934317
		7.50		0.990196	20.00		0.935319
Tabla α C _{op}		7.51		0.990196	22.00		0.935755
		7.60		0.990196	22.20		0.935767
		7.70		0.990194	22.30		0.935772
11;14 30°;150° 7,51		7.80		0.990192	22.40		0.935774
		8.00		0.990183	22.50		0.935775
		10.00		0.989839	22.60		0.935775
		12.00		0.989035	22.70		0.935773
		14.00		0.987774	22.80		0.935771
12;15 60°;120° 22,54		16.00		0.986061	24.00		0.935623
		18.00		0.983903	26.00		0.934924
		20.00		0.981310	28.00		0.933662
		22.00		0.978291	30.00		0.931843
13 90° 30,05		24.00		0.974858	32.00		0.929476
		26.00		0.971025	34.00		0.926576
		28.00		0.966807	36.00		0.923157
		30.00		0.962219	38.00		0.919236

C	(13)	F _P	C	(14)	F _P	C	(15)	F _P
0.00		0.715271	0.00		0.451970	0.00		0.179058
2.00		0.725010	2.00		0.464118	0.50		0.181939
4.00		0.734445	4.00		0.476031	1.00		0.184752
6.00		0.743519	6.00		0.487543	1.50		0.187476
8.00		0.752173	8.00		0.498473	2.00		0.190092
10.00		0.760345	10.00		0.508619	2.50		0.192579
12.00		0.767976	12.00		0.517774	3.00		0.194916
14.00		0.775003	14.00		0.525727	3.50		0.197082
16.00		0.781369	16.00		0.532277	4.00		0.199054
18.00		0.787018	18.00		0.537248	4.50		0.200814
20.00		0.791898	20.00		0.540497	5.00		0.202340
22.00		0.795963	22.00		0.541927	5.50		0.203617
24.00		0.799173	24.00		0.541494	6.00		0.204628
26.00		0.801496	26.00		0.539211	6.50		0.205362
28.00		0.802909	28.00		0.535147	7.00		0.205809
30.00		0.803396	30.00		0.529423	7.50		0.205953
32.00		0.802953	32.00		0.522198	8.00		0.205823
34.00		0.801585	34.00		0.513662	8.50		0.205390
36.00		0.799304	36.00		0.504020	9.00		0.204670
38.00		0.796136	38.00		0.493485	9.50		0.203671
40.00		0.792111	40.00		0.482261	10.00		0.202407
42.00		0.787269	42.00		0.470541	10.50		0.200892
44.00		0.781656	44.00		0.458500	11.00		0.199143
46.00		0.775323	46.00		0.446290	11.50		0.197181
48.00		0.768326	48.00		0.434044	12.00		0.195024
50.00		0.760723	50.00		0.421868	12.50		0.192694
						13.00		0.190214
						13.50		0.187603
						14.00		0.184884

4.1.2 FACTOR DE POTENCIA PARA UNA CARGA RESISTIVA NO-LINEAL

a.- Carga de 400 Wtts; lámparas incandescentes

Angulo = α° C = Capacitor [μ F] F_p = Factor de potencia

TABLA N° 1

ANGULO	C	F_p
30	0.00	0.986953
	2.00	0.988672
	4.00	0.989752
	6.00	0.990187
	8.00	0.989974
	10.00	0.989115
	12.00	0.987614
	14.00	0.985480
	16.00	0.982726
	18.00	0.979367
	20.00	0.975422
	22.00	0.970913
	24.00	0.965864
	26.00	0.960301
	28.00	0.954253
	30.00	0.947748
	32.00	0.940819
	34.00	0.933495
	36.00	0.925810
	38.00	0.917795
	40.00	0.909482

TABLA N° 2

ANGULO	C	F_p
50	0.00	0.901657
	2.00	0.907916
	4.00	0.913620
	6.00	0.918735
	8.00	0.923228
	10.00	0.927070
	12.00	0.930235
	14.00	0.932703
	16.00	0.934455
	18.00	0.935481
	20.00	0.935771
	22.00	0.935326
	24.00	0.934146
	26.00	0.932242
	28.00	0.929626
	30.00	0.926316
	32.00	0.922334
	34.00	0.917708
	36.00	0.912466
	38.00	0.906642
	40.00	0.900271

ANGULO	C (uF)	Fp
90		
	0.00	0.715271
	2.00	0.725153
	4.00	0.734722
	6.00	0.743916
	8.00	0.752675
	10.00	0.760935
	12.00	0.768631
	14.00	0.775701
	16.00	0.782083
	18.00	0.787720
	20.00	0.792558
	22.00	0.796550
	24.00	0.799656
	26.00	0.801843
	28.00	0.803088
	30.00	0.803378
	32.00	0.802710
	34.00	0.801091
	36.00	0.798538
	38.00	0.795079
	40.00	0.790747
	42.00	0.785588
	44.00	0.779650
	46.00	0.772989
	48.00	0.765665
	50.00	0.757739

ANGULO	C	Fp
120		
	0.00	0.451970
	2.00	0.462043
	4.00	0.471972
	6.00	0.481668
	8.00	0.491030
	10.00	0.499951
	12.00	0.508316
	14.00	0.516004
	16.00	0.522898
	18.00	0.528879
	20.00	0.533841
	22.00	0.537689
	24.00	0.540346
	26.00	0.541758
	28.00	0.541895
	30.00	0.540754
	32.00	0.538359
	34.00	0.534759
	36.00	0.530027
	38.00	0.524255
	40.00	0.517547

TABLA N° 5

ANGULO	C	Fp
150		
	0.00	0.179058
	2.00	0.185043
	4.00	0.190627
	6.00	0.195620
	8.00	0.199823
	10.00	0.203045
	12.00	0.205125
	14.00	0.205951
	16.00	0.205477
	18.00	0.203730
	20.00	0.200804
	22.00	0.196851
	24.00	0.192053
	26.00	0.186611
	28.00	0.180717
	30.00	0.174547
	32.00	0.168252
	34.00	0.161954
	36.00	0.155745
	38.00	0.149696
	40.00	0.143853

b.- Carga 200 Wtts; lámparas incandescentes

Angulo = α°

C = Capacitor μF

F_p = Factor de potencia

TABLA N° 6

TABLA N° 6 - a

ANGULO	C [μF]	F_p	ANGULO	C [μF]	F_p
30	0.00	0.986953	30	15.50	0.942857
	0.50	0.987904		16.00	0.939249
	1.00	0.988691		16.50	0.935542
	1.50	0.989314		17.00	0.931740
	2.00	0.989773		17.50	0.927847
	2.50	0.990065		18.00	0.923867
	3.00	0.990191		18.50	0.919804
	3.50	0.990150		19.00	0.915653
	4.00	0.989944		19.50	0.911447
	4.50	0.989571		20.00	0.907161
	5.00	0.989032		20.50	0.902809
	5.50	0.988329		21.00	0.898394
	6.00	0.987462		21.50	0.893921
	6.50	0.986433		22.00	0.889393
	7.00	0.985243		22.50	0.884815
	7.50	0.983894		23.00	0.880190
	8.00	0.982388		23.50	0.875521
	8.50	0.980727		24.00	0.870813
	9.00	0.978913		24.50	0.866068
	9.50	0.976949		25.00	0.861291
	10.00	0.974839		25.50	0.856484
	10.50	0.972584		26.00	0.851650
	11.00	0.970198		26.50	0.846793
	11.50	0.967654		27.00	0.841917
	12.00	0.964986		27.50	0.837023
	12.50	0.962187		28.00	0.832114
	13.00	0.959261		28.50	0.827194
	13.50	0.956211		29.00	0.822264
	14.00	0.953042		29.50	0.817328
	14.50	0.949757		30.00	0.812388
	15.00	0.946361			

continúa....

TABLA Nº 7

ANGULO	C [uF]	Fp
60	0.00	0.901657
	0.50	0.904891
	1.00	0.907987
	1.50	0.910941
	2.00	0.913748
	2.50	0.916405
	3.00	0.918906
	3.50	0.921247
	4.00	0.923425
	4.50	0.925436
	5.00	0.927277
	5.50	0.928944
	6.00	0.930434
	6.50	0.931746
	7.00	0.932876
	7.50	0.933823
	8.00	0.934584
	8.50	0.935159
	9.00	0.935547
	9.50	0.935746
	10.00	0.935757
	10.50	0.935579
	11.00	0.935213
	11.50	0.934659
	12.00	0.933919
	12.50	0.932993
	13.00	0.931884
	13.50	0.930593
	14.00	0.929123
	14.50	0.927476
	15.00	0.925655

TABLA Nº 7 - a

ANGULO	C [uF]	Fp
60	15.50	0.923663
	16.00	0.921504
	16.50	0.919181
	17.00	0.916698
	17.50	0.914059
	18.00	0.911269
	18.50	0.908331
	19.00	0.905251
	19.50	0.902033
	20.00	0.898682
	20.50	0.895202
	21.00	0.891600
	21.50	0.887880
	22.00	0.884046
	22.50	0.880105
	23.00	0.876061
	23.50	0.871920
	24.00	0.867687
	24.50	0.863366
	25.00	0.858963
	25.50	0.854484
	26.00	0.849932
	26.50	0.845313
	27.00	0.840632
	27.50	0.835893
	28.00	0.831102
	28.50	0.826262
	29.00	0.821378
	29.50	0.816454
	30.00	0.811494

Continúa

TABLA Nº 8

ANGULO	C [uF]	Fp
90		
	0.00	0.715271
	1.00	0.725459
	2.00	0.735310
	3.00	0.744761
	4.00	0.753741
	5.00	0.762182
	6.00	0.770012
	7.00	0.777164
	8.00	0.783571
	9.00	0.789170
	10.00	0.793904
	11.00	0.797724
	12.00	0.800588
	13.00	0.802465
	14.00	0.803333
	15.00	0.803182
	16.00	0.802015
	17.00	0.799844
	18.00	0.796693
	19.00	0.792598
	20.00	0.787603
	21.00	0.781759
	22.00	0.775126
	23.00	0.767766
	24.00	0.759748
	25.00	0.751140
	26.00	0.742014
	27.00	0.732438
	28.00	0.722480
	29.00	0.712205
	30.00	0.701678
	31.00	0.690953
	32.00	0.680085
	33.00	0.669125
	34.00	0.658116
	35.00	0.647099
	36.00	0.636111
	37.00	0.625183
	38.00	0.614343
	39.00	0.603615
	40.00	0.593018

TABLA Nº 9

ANGULO	C [uF]	Fp
120		
	0.00	0.451970
	1.00	0.462314
	2.00	0.472504
	3.00	0.482442
	4.00	0.492020
	5.00	0.501119
	6.00	0.509614
	7.00	0.517375
	8.00	0.524274
	9.00	0.530186
	10.00	0.534997
	11.00	0.538608
	12.00	0.540944
	13.00	0.541952
	14.00	0.541612
	15.00	0.539930
	16.00	0.536943
	17.00	0.532717
	18.00	0.527338
	19.00	0.520914
	20.00	0.513564
	21.00	0.505417
	22.00	0.496601
	23.00	0.487246
	24.00	0.477472
	25.00	0.467395
	26.00	0.457115
	27.00	0.446726
	28.00	0.436308
	29.00	0.425927
	30.00	0.415643
	31.00	0.405502
	32.00	0.395541
	33.00	0.385792
	34.00	0.376276
	35.00	0.367011
	36.00	0.358007
	37.00	0.349273
	38.00	0.340811
	39.00	0.332623
	40.00	0.324707

TABLA N° 10

ANGULO	C [uF]	Fp
150		
	0.00	0.179058
	1.00	0.185551
	2.00	0.191550
	3.00	0.196809
	4.00	0.201072
	5.00	0.204104
	6.00	0.205720
	7.00	0.205915
	8.00	0.204362
	9.00	0.201516
	10.00	0.197392
	11.00	0.192243
	12.00	0.186321
	13.00	0.179876
	14.00	0.173132
	15.00	0.166274
	16.00	0.159449
	17.00	0.152757
	18.00	0.146303
	19.00	0.140106
	20.00	0.134206
	21.00	0.128615
	22.00	0.123337
	23.00	0.118364
	24.00	0.113688
	25.00	0.109293
	26.00	0.105166
	27.00	0.101289
	28.00	0.097646
	29.00	0.094221
	30.00	0.091000
	31.00	0.087968
	32.00	0.085110
	33.00	0.082415
	34.00	0.079870
	35.00	0.077465
	36.00	0.075189
	37.00	0.073034
	38.00	0.070991
	39.00	0.069052
	40.00	0.067210

4.1.3 FACTOR DE POTENCIA PARA UNA CARGA RESISTIVA-INDUCTIVA

carga

$R = 84,1 \Omega$

$L = 0,15 \text{ H (4,6 } \Omega \text{ propia de la inductancia)}$

TABLA N° 1
FACTOR DE POTENCIA

ANGULO	C [uF]	Fp
32.55		
	0.00	0.842936
	2.00	0.878342
	4.00	0.911844
	6.00	0.942019
	8.00	0.967303
	10.00	0.986151
	12.00	0.997261
	14.00	0.999803
	16.00	0.993579
	18.00	0.979067
	20.00	0.957322
	22.00	0.929778
	24.00	0.898011
	26.00	0.863544
	28.00	0.827705
	30.00	0.791567

Angulo $\phi = 32.548$ Grados
Resistencia = 84.1 Ohmios
Inductancia = 0.15 Henrios

TABLA N° 2
FACTOR DE POTENCIA

ANGULO	C [uF]	Fp
50.00		
	0.00	0.710194
	2.00	0.752386
	4.00	0.794989
	6.00	0.836279
	8.00	0.873919
	10.00	0.905095
	12.00	0.926908
	14.00	0.936987
	16.00	0.934135
	18.00	0.918780
	20.00	0.892457
	22.00	0.858092
	24.00	0.818533
	26.00	0.776417
	28.00	0.733818
	30.00	0.692194

Angulo $\phi = 32.548$ Grados
Resistencia = 84.1 Ohmios
Inductancia = 0.15 Henrios

TABLA N° 3
FACTOR DE POTENCIA

ANGULO	C [uF]	Fp
90.00		
	0.00	0.506200
	2.00	0.557258
	4.00	0.613185
	6.00	0.671045
	8.00	0.724785
	10.00	0.765102
	12.00	0.782143
	14.00	0.770872
	16.00	0.734675
	18.00	0.682828
	20.00	0.625270
	22.00	0.569608
	24.00	0.516405
	26.00	0.469915
	28.00	0.429180
	30.00	0.393713

Angulo $\phi = 32.548$ Grados
Resistencia = 84.1 Ohmios
Inductancia = 0.15 Henrios

TABLA N° 4
FACTOR DE POTENCIA

ANGULO	C [uF]	Fp
120.00		
	0.00	0.248505
	2.00	0.289654
	4.00	0.330242
	6.00	0.354800
	8.00	0.348367
	10.00	0.315187
	12.00	0.273039
	14.00	0.233853
	16.00	0.201284
	18.00	0.175135
	20.00	0.154215
	22.00	0.137338
	24.00	0.123558
	26.00	0.112134
	28.00	0.102559
	30.00	0.094433

Angulo $\phi = 32.548$ Grados
Resistencia = 84.1 Ohmios
Inductancia = 0.15 Henrios

TABLA N° 5
FACTOR DE POTENCIA

ANGULO	C [uF]	Fp
150.00		
	0.00	0.023897
	2.00	0.024372
	4.00	0.022879
	6.00	0.020278
	8.00	0.017547
	10.00	0.015147
	12.00	0.013172
	14.00	0.011575
	16.00	0.010283
	18.00	0.009227
	20.00	0.008354

Angulo $\phi = 32.548$ Grados
Resistencia = 84.1 Ohmios
Inductancia = 0.15 Henrios

VALOR OPTIMO DEL CAPACITOR EN μF			
ALFA	28.10	125.30	963.00
18	2.87	0.64	0.08
24	4.97	1.11	0.15
30	7.51	1.68	0.22
36	10.38	2.33	0.30
42	13.45	3.02	0.39
48	16.59	3.72	0.48
54	19.67	4.41	0.57
60	22.54	5.05	0.66
66	25.08	5.62	0.73
72	27.18	6.10	0.79
78	28.75	6.45	0.84
84	29.72	6.66	0.87
90	30.05	6.74	0.88
96	29.72	6.66	0.87
102	28.75	6.45	0.84
108	27.18	6.10	0.79
114	25.08	5.62	0.73
120	22.54	5.05	0.66
126	19.67	4.41	0.57
132	16.59	3.72	0.48
138	13.45	3.02	0.39
144	10.38	2.33	0.30
150	7.51	1.68	0.22
156	4.97	1.11	0.15

Variación del C_{op}
en función del an-
gulo α , para dife-
rentes valores de
carga resistiva R_L

ALFA EXPRESADO EN GRADOS
RESISTENCIA EXPRESADA EN OHMIOS
CAPACITOR EXPRESADO EN MICROFARADIOS

Capacitor óptimo μF			
	ϕ	ϕ	ϕ
α°	5.00	32.55	85
0			
3			
5	2.131		
6	2.155		
9	2.268		
12	2.403		
15	2.554		
18	2.750		
21	3.046		
24	3.323		
27	3.625		
30	3.949		
31		12.742	
33	4.291	12.844	
36	4.647	13.034	
39	5.012	13.214	
42	5.383	13.382	
45	5.755	13.528	
48	6.123	13.654	
51	6.482	13.754	
54	6.829	13.826	
57	7.160	13.856	
60	7.470	13.871	
63	7.755	13.839	
66	8.013	13.758	
69	8.239	13.658	
72	8.431	13.505	
75	8.587	13.312	
78	8.704	13.076	
81	8.781	12.799	
84	8.816	12.482	
85			24.355
87	8.909	12.125	23.414
90	8.759	11.731	21.996
93	8.557	11.302	20.574
96	8.533	10.840	19.158
99	8.358	10.349	17.753
102	8.144	9.832	16.365
105	7.893	9.292	15.009
108	7.606	8.734	13.684
111	7.288	8.161	12.390
114	6.940	7.578	11.158
117	6.567	6.990	9.970
120	6.172	6.401	8.839
123	5.759	5.815	7.770
126	5.332	5.238	6.767
129	4.895	4.673	5.833
132	4.454	4.126	4.970
135	4.011	3.601	4.182
138	3.572	3.101	3.463
141	3.142	2.630	2.829
144	2.724	2.193	2.265
147	2.322	1.791	1.774
150	1.942	1.428	1.354
153	1.586	1.106	1.007
156	1.258	0.825	0.713

Variación C_{op} en función del ángulo α , para diferentes valores de carga R-L. Se mantendrá constante el módulo de la impedancia $|Z|$ pero si varía su ángulo de fase ϕ

4.2 ANALISIS DE RESULTADOS

Para tener una mejor visión comparativa entre los resultados obtenidos mediante las ecuaciones teóricas, cuyos cuadros se dan en el numeral 4.1 y los resultados obtenidos experimentalmente, cuyos cuadros se dan en el numeral 3.3, se presentan a continuación en forma gráfica, los dos resultados superpuestos.

4.2.1 CONTROLADOR CON CARGAS RESISTIVAS

A continuación, se presentan los gráficos que muestran con línea continua los resultados teóricos, y con línea segmentada los resultados experimentales interpolados, de la variación del factor de potencia en función del capacitor de compensación, manteniendo constante el ángulo de activado de los tiristores.

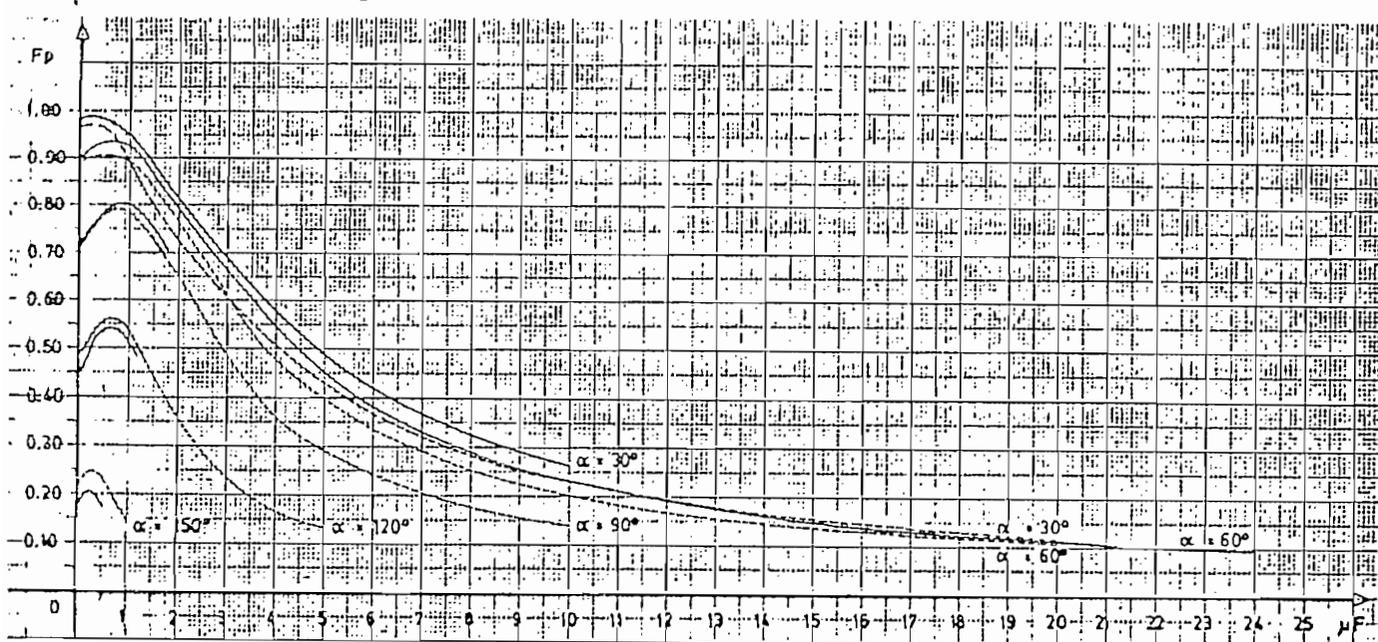


Gráfico 4.1 Variación del factor de potencia, en función del capacitor de compensación. $R_L = 963 \Omega$ (lineal)

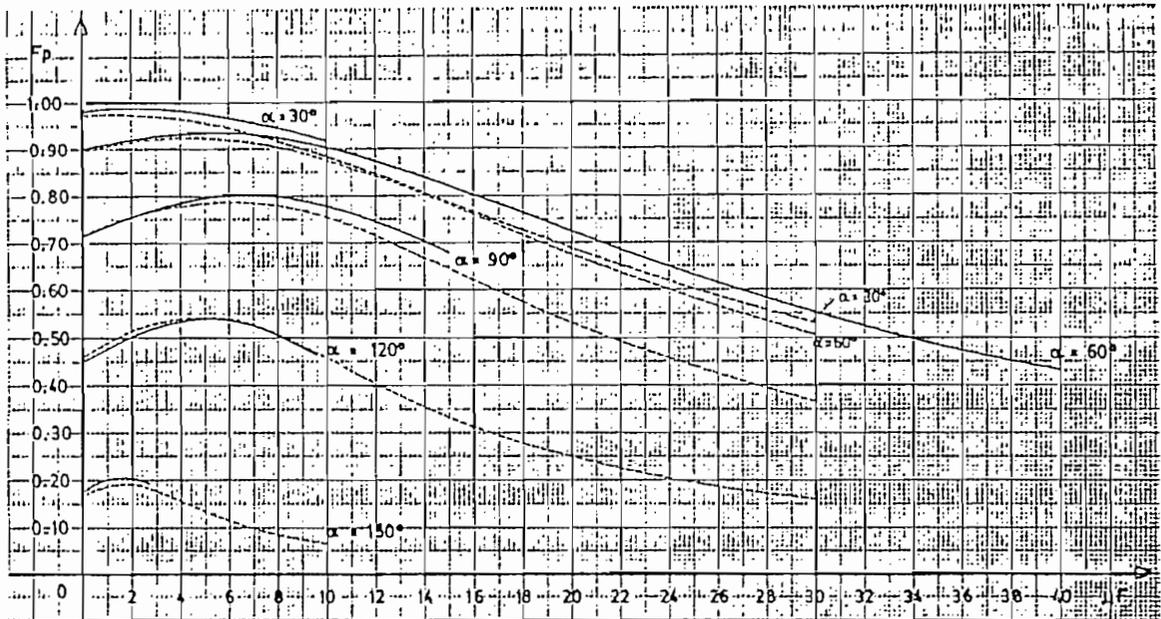


Gráfico 4.2 Variación del factor de potencia, en función del capacitor de compensación. $R_L = 125,3 \Omega$ (lineal)

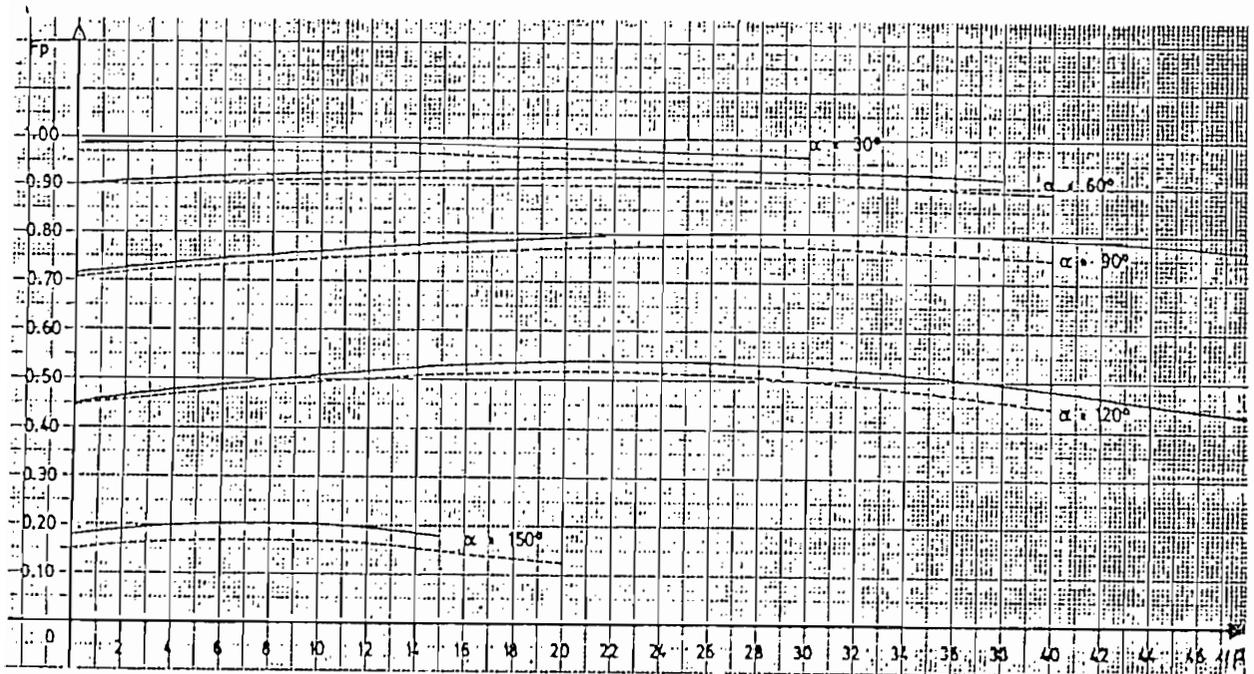


Gráfico 4.3 Variación del factor de potencia en función del capacitor de compensación. $R_L = 28,1 \Omega$ (lineal)

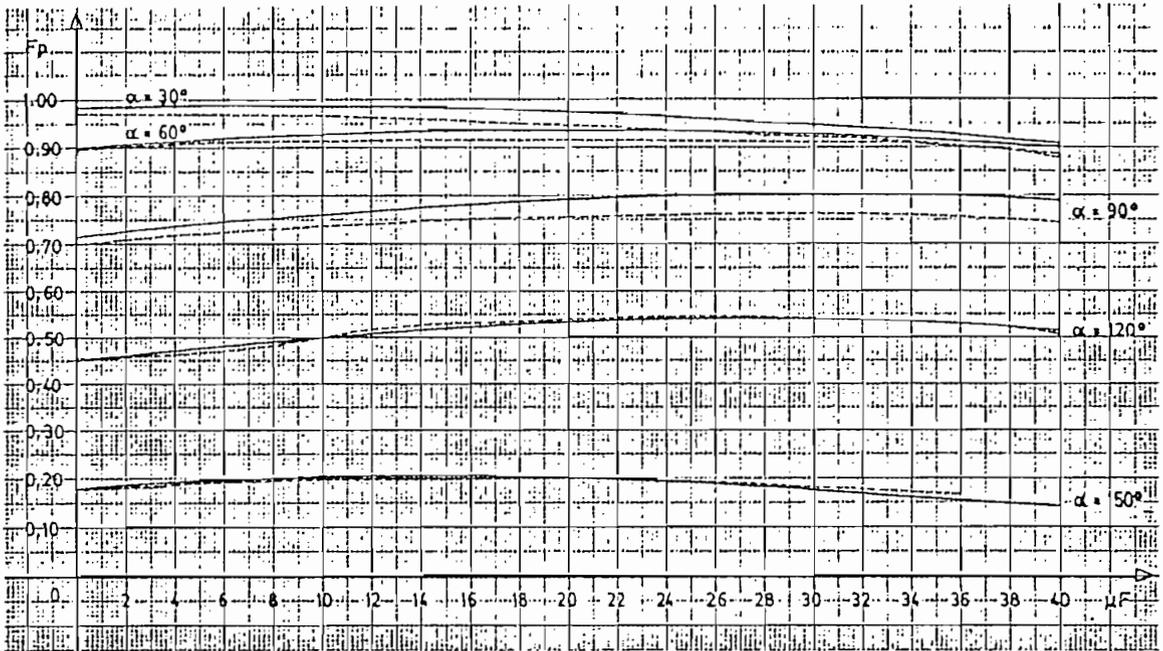


Gráfico 4.4 Variación del factor de potencia en función del capacitor de compensación. R_L = lámparas incandescentes de 400 w (no-lineal)

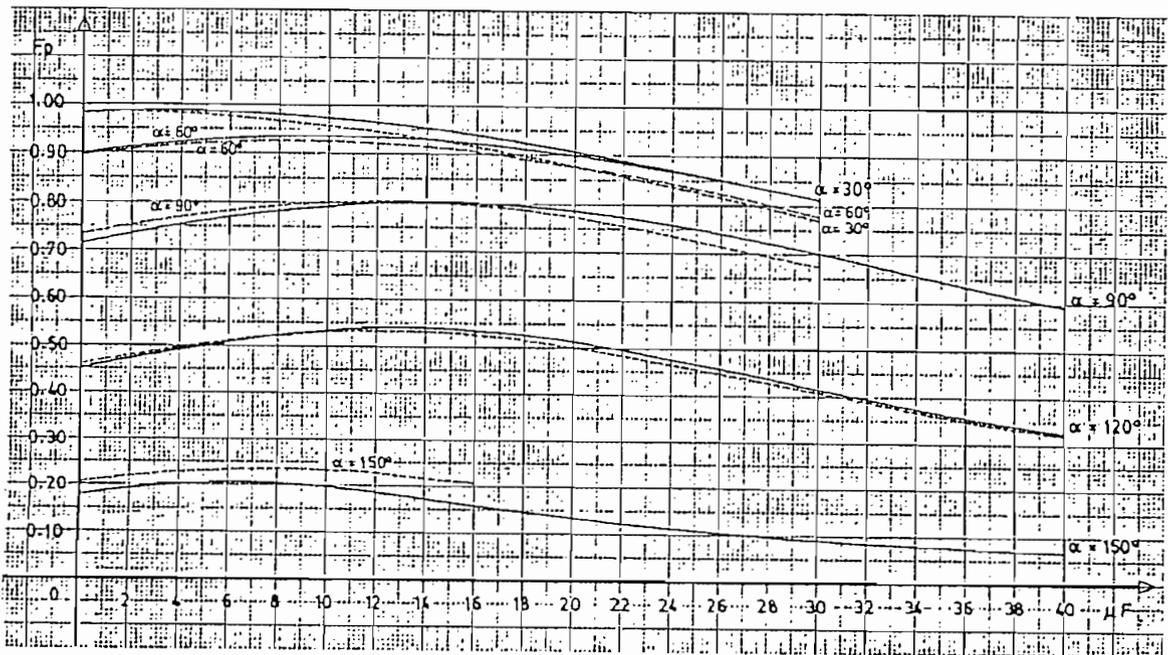


Gráfico 4.5 Variación del factor de potencia en función del capacitor de compensación. R_L = lámparas incandescentes de 200 w (no-lineal)

Para $C = 0$, el factor de potencia depende solo de α , pero no de R_L (ecuación E-2.1.30). Esto se puede ver en los cinco gráficos anteriores, que se cumple con una razonable aproximación, en el caso práctico, tanto para las resistivas lineales, como para las no-lineales. Igualmente, se puede notar que para cada ángulo de activado de los tiristores, hay un valor de capacitor, que hace máximo el factor de potencia. También el máximo factor de potencia, depende sólo de α , y no del valor de R_L (ecuación E-2.2.36). Para mayor claridad, se presenta la información pertinente, en el siguiente gráfico, en el cual se ve como varía el factor de potencia máximo, con el ángulo de activado de los tiristores (línea continua), y las figuras superpuestas, indican los resultados experimentales alcanzados para los diferentes valores de R_L .

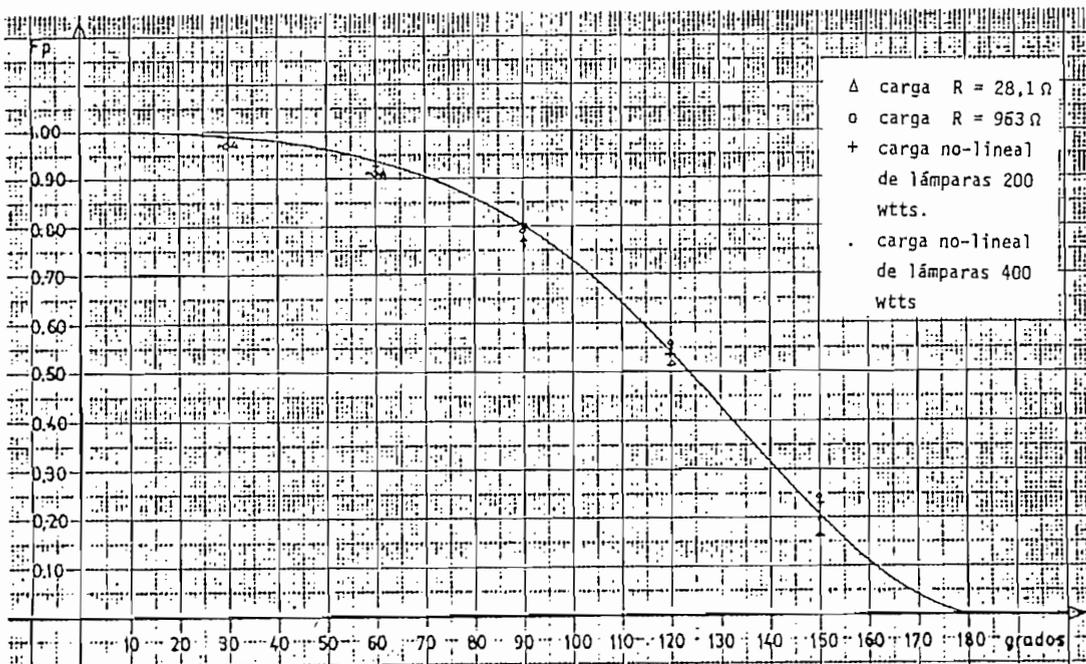


Gráfico 4.6 Variación del factor de potencia máximo, en función del ángulo de activado. Carga resistiva lineal y no lineal.

Si bien en la práctica, resulta imposible poner el capacitor óptimo, cada vez que se cambie el ángulo de activado, puede ser una buena alternativa poner el capacitor óptimo para el máximo ángulo que permita tener un factor de potencia mínimo de 0,80, con lo cual el rango de variación de α , quedaría restringido al rango entre 0° y 90° . Para mayores ángulos, el factor de potencia se degrada rápidamente ya que la potencia de distorsión comienza a ser mucha más significativa que la potencia reactiva generada por el controlador.

Para cada valor de α , se puede determinar la potencia reactiva inductiva generada por el controlador, sabiendo que para el capacitor óptimo, el factor de potencia se hace máximo, porque se neutralizan entre sí los efectos reactivos (ecuación E-2.2.30).

$$Q_L = Q_C = \omega \cdot V^2 C_{op} \quad E-4.3.1$$

En el gráfico y tabla siguientes, se muestra la variación de la potencia, reactiva inductiva, en función del ángulo de activado α , para tres valores de R_L . (ecuación E-2.2.32). Nótese que el producto $C_{op} \cdot R_L$, es el mismo para un valor dado de ángulo α . Independientemente de R_L siempre se tiene el máximo valor de potencia reactiva inductiva, para $\alpha = 90^\circ$. Sobre el gráfico se indica con asteriscos, los resultados experimentales obtenidos. Similares resultados se obtuvieron para las cargas resistivas no-lineales (TABLA 4.1).

TABLA 4.1

α°	$R_L = 963 \Omega$		$R_L = 125,3 \Omega$		$R_L = 28,1 \Omega$		200 ω .		400 ω .	
	$F_{P_{max}}$	$C_{op_{\mu F}}$	$F_{P_{max}}$	$C_{op_{\mu F}}$	$F_{P_{max}}$	$C_{op_{\mu F}}$	$F_{P_{max}}$	C_{op}	$F_{P_{max}}$	$C_{op_{\mu F}}$
30°	0,972	0,2	0,974	2	0,973	8	0,985	0,1 a 2,5	0,971	2 a 6
60°	0,910	0,5	0,923	4	0,919	20 22 24	0,926	9 a 10	0,918	16 a 24
90°	0,789	0,7 0,8	0,788	6	0,777	28 30	0,804	12	0,763	26 a 32
120°	0,561	0,6 0,7	0,542	5	0,518	20	0,533	12/13	0,546	22 26
150°	0,246	0,2 0,3	0,191	2	0,169	8	0,236	7/9	0,200	16 a 18

Factor de potencia máximo y capacitor óptimo, para cargas resistivas, en función de α .

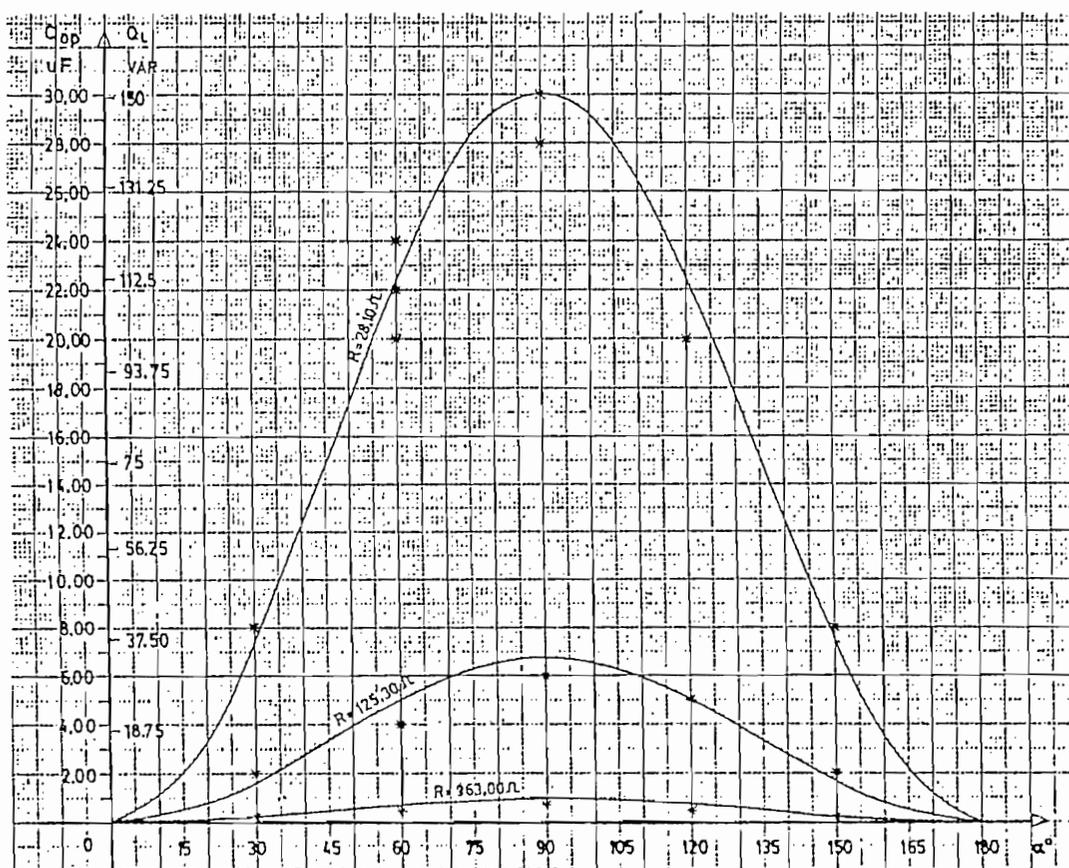


Gráfico 4.7 Variación de la potencia reactiva inductiva del controlador, en función del ángulo de activado α , para cargas resistivas.

capacitor de compensación, para carga R-L. $|Z| = 105,11 \Omega$
 $\phi = 32,55^\circ$

Otro aspecto importante es que tanto el capacitor óptimo, como el máximo factor de potencia, dependen de la impedancia de la carga. Además, el rango en que puede operar el ángulo activado de los tiristores, se restringe al intervalo $\phi \leq \alpha \leq 180^\circ$. Cabe recordar que para cualquier ángulo $\alpha \leq \phi$, la operación se vuelve totalmente sinusoidal, ya los tiristores dejan de ejercer control sobre la corriente.

Concordantemente con lo expresado anteriormente, la variación de la potencia reactiva toma una forma que depende de α , y del ángulo de fase de la carga R-L (ϕ), para un valor dado de impedancia, tal como se muestra en el siguiente gráfico

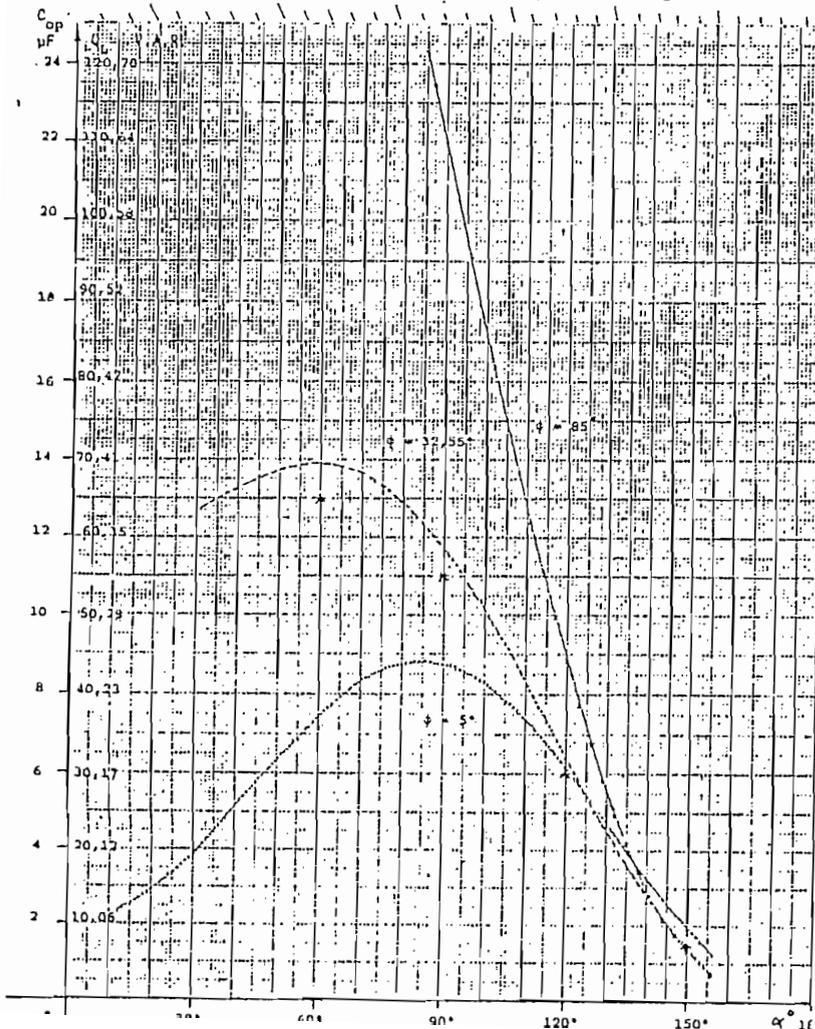


Gráfico 4.9 Variación de la potencia reactiva inductiva, en función de α , para carga P-L. $|Z| = 105,11 \Omega$
 $\phi = \text{variable}$.

4.3 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Esta tesis aporta con las siguientes conclusiones y recomendaciones de interés, tanto para quienes tienen que hacer una apelación directa en la práctica, cuanto para aquellos que están interesados en continuar con otras investigaciones dentro de la Ingeniería Eléctrica.

- a.- En general la potencia reactiva está asociada con el desfase que exista entre la onda sinusoidal de voltaje y la onda sinusoidal de corriente. Cualquier elemento, circuito o sistema capaz de producir dicho efecto, generará potencia reactiva.
- b.- La distorsión de las ondas de corriente provocan, además de potencia media y reactiva, una componente denominada potencia de distorsión. En consecuencia, la potencia aparente puede ser representada como un vector con tres componentes ortogonales: P, Q y D.
- c.- Un compensador reactivo puro, sólo compensa la componente de potencia reactiva del sistema con corriente distorsionada.
- d.- La compensación de la componente de potencia de distorsión, merece una futura investigación, a fin de optimizar aún más el factor de potencia en estos sistemas. Con cargas resistivas, se vuelve imprescindible para ángulos de activado mayo

res que 90° ; y para cargas R-L, según sea su ángulo de fase.

- e.- Las cargas resistivas lineales y no lineales presentan un comportamiento similar ante las acciones de control del regula-dor de voltaje alterno.
- f.- En un siguiente paso, convendría analizar el efecto que tiene la impedancia de la fuente sobre las variables eléctricas del controlador, ya que eso nos acercaría más al caso real.
- g.- Si bien los resultados experimentales y teóricos, tienen una razonable aproximación en la mayoría de las mediciones reali-zadas, es necesario investigar con mayor profundidad sobre el grado de precisión o confiabilidad que se podría esperar de la utilización de la instrumentación eléctrica clásica, en la medición de corriente o voltajes distorsionados.
- h.- Extender el análisis teórico-experimental hacia la utilización de ondas de voltaje o corriente más generalizada
- i.- Desarrollar instrumentación especial, para la medición de va-riables eléctricas con ondas distorsionadas.
- j.- Aplicar técnicas de análisis y experimentación con definiciones en el dominio del tiempo, para establecer comparaciones con las técnicas en el dominio de la frecuencia.

- k.- Investigar sobre los efectos de las ondas distorsionadas en redes de distribución eléctrica.
- l.- Desarrollar sistemas de compensación del factor de potencia, para sistemas con ondas distorsionadas.
- m.- Adoptar los conceptos generales desarrollados para el caso de ondas distorsionadas, a los cursos regulares de Circuitos Eléctricos que se dictan en la Facultad.

ANEXO N° 1

CONDICIONES DE DIRICHLET

Para que una función $f(\omega t)$ sea representada en forma de serie de Fourier deberá cumplir las condiciones de Dirichlet que se clasifican como: "*condición debil de Dirichlet*" esto es cuando $f(t)$ es absolutamente integrable sobre un período, es decir la integral existe.

$$\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |f(t)| dt \quad \text{E-A.D.1}$$

Si una función satisface la condición de la ecuación E-A.D.1, entonces es posible encontrar los coeficientes de la serie. Sin embargo, puede suceder que la función satisface esta condición pero que la serie sea divergente. Para que una serie sea convergente es necesario que la función $f(t)$ satisfaga las llamadas "*condiciones fuertes de Dirichlet*", las que se resumen así: que la función sea finita, que tenga un número finito de máximos y mínimos y un número finito de discontinuidades finitas. Cabe hacer notar que toda señal que puede generarse en el laboratorio satisface las condiciones fuertes de Dirichlet, y por lo tanto tiene una serie de Fourier convergente.

ANEXO N° 1.1.

TERMINOS DE FOURIER

Los términos de Fourier se obtendrán para una función $f(t)$ que cumple con las condiciones de Dirichlet donde T es el período por lo tanto:

$$f(t) = f(t+T) \quad \text{E-A.F.1}$$

que se la escribe como la serie de Fourier de la forma:

$$f(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos(n\omega t) + B_n \text{sen}(n\omega t)] \quad \text{E-A.F.2}$$

multiplicando a la serie E-A.F.2 por $\cos(K\omega t)$ e integramos con respecto a t desde $t_0 + T$

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos(K\omega t) dt &= \int_{t_0}^{t_0+T} A_0 \cos(K\omega t) dt + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \int_{t_0}^{t_0+T} A_n \cos(n\omega t) \cos(K\omega t) dt + \right. \\ &\left. + \int_{t_0}^{t_0+T} B_n \text{sen}(n\omega t) \cos(K\omega t) dt \right\} \quad \text{E-A.F.3} \end{aligned}$$

Puesto que las condiciones de ortogonalidad cumplen las funciones

trigonométricas empleadas en el análisis, se puede decir que:

$$\int_{t_0}^{t_0+T} \text{sen}(K\omega t) \text{sen}(n\omega t) dt = 0 \quad \text{Si } k \neq n \quad \text{E-A.F.4}$$

$$\int_{t_0}^{t_0+T} \text{cos}(K\omega t) \text{cos}(n\omega t) dt = 0 \quad \text{Si } K \neq n \quad \text{E-A.F.5}$$

$$\int_{t_0}^{t_0+T} \text{sen}(n\omega t) \text{cos}(K\omega t) dt = 0 \quad \begin{array}{l} \text{Para todo} \\ K, n \end{array} \quad \text{E-A.F.6}$$

además cumple:

$$\int_{t_0}^{t_0+T} \text{cos}(n\omega t) \text{cos}(K\omega t) dt = \frac{T}{2} \quad \text{Si } K = n \quad \text{E-A.F.7}$$

reemplazando las ecuaciones de ortogonalidad E-A.F.4; E-A.F.5; E-A.F.6 y E-A.F.7 en la ecuación E-A.F.3 con $n=K$ es igual a:

$$\int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \text{cos}(n\omega t) dt = \int_{t_0}^{t_0+T} A_n \text{cos}^2(n\omega t) dt = A_n \frac{T}{2} \quad \text{E-A.F.8}$$

despejando de la ecuación E-A.F.8 el coeficiente A_n

$$A_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \text{cos}(n\omega t) dt \quad \text{E-A.F.9}$$

para $n = 1, 2, 3, 4, 5 \dots\dots\dots$

De igual forma, multiplicando la serie de la ecuación E-A.F.2 por $\text{sen}(n\omega t)$ e integrando con respecto a t desde t_0 hasta $t_0 + T$ se obtiene:

$$B_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \text{sen}(n\omega t) dt \quad \text{E-A.F.10}$$

para $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots$

En particular, integrando la fórmula E-A.F.2 entre t_0 y $t_0 + T$ se obtiene:

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt \quad \text{E-A.F.11}$$

con estos coeficientes determinados, se entiende que la función $f(t)$ está definida la ecuación E-A.F.2, a la que se la conoce también con el nombre de *Serie Trigonométrica de Fourier*.

Esta función $f(t)$ también se la expresa en la llamada *serie exponencial de Fourier* lo que es posible, empleando la fórmula de Euler, combinar los términos en senos ($n\omega t$) y cos ($n\omega t$) y encontrar una sola fórmula para el cálculo de los coeficientes; la fórmula de Euler dice:

$$\exp(jn\omega t) = \cos(n\omega t) + j \text{sen}(n\omega t) \quad \text{E-A.F.12}$$

o también:

$$\exp(-j n \omega t) = \cos(n \omega t) - j \operatorname{sen}(n \omega t) \quad \text{E-A.F.13}$$

de donde con las ecuaciones E-A.F.12 y E-A.F.13 se deduce:

$$\operatorname{sen}(n \omega t) = \frac{1}{2j} [\exp(j n \omega t) - \exp(-j n \omega t)] \quad \text{E-A.F.14}$$

$$\cos(n \omega t) = \frac{1}{2} [\exp(j n \omega t) + \exp(-j n \omega t)] \quad \text{E-A.F.15}$$

Sustituyendo estas ecuaciones de $\operatorname{sen}(n \omega t)$ y $\cos(n \omega t)$ en la ecuación E-A.F.2 se tiene:

$$f(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{A_n - j B_n}{2} \cdot \exp(j n \omega t) + \frac{A_n + j B_n}{2} \cdot \exp(-j n \omega t) \right\} \quad \text{E-A.F.16}$$

designando con X_n al número complejo

$$X_n = \frac{A_n - j B_n}{2} \quad \text{E-A.F.17}$$

$$X_{-n} = \frac{A_n + j B_n}{2} \quad \text{E-A.F.18}$$

Se reduce la ecuación E-A.F.16, mediante los reemplazos de X_n y X_{-n} a:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n \exp(j n \omega t) \quad \text{E-A.F.19}$$

Sustituyendo las integrales E-A.F.9 y E-A.F.10 en la ecuación E-A.F.17 se obtiene:

$$X_n = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \exp(-jn\omega t) dt \quad \text{E-A.F.20}$$

Esta ecuación E-A.F.20 permite el cálculo de los coeficientes de la serie exponencial de Fourier.

ANEXO N° 2

CONDICIONES DE SIMETRIA DE ONDA PERIODICA

Mediante la observación de la gráfica de una función, puede simplificarse la ecuación que la determina, esto es, analizando si contiene armónicas pares, impares o ambas, y términos en seno ($n\omega t$) ó $\cos(n\omega t)$ exclusivamente, por lo que reduce notablemente los cálculos.

FUNCIÓN PAR: Una función $f(t)$ es par cuando cumple que:

$$f(t) = f(-t)$$

La *función par* es simétrica respecto al eje vertical.

Si la función $f(t)$ es par, se tiene que:

$$f(t) \operatorname{sen}(n\omega t) = -f(-t) \operatorname{sen}[n\omega(-t)]$$

Pero se ve que la integral de $f(t) \operatorname{sen}(n\omega t)$ en cualquier intervalo de tiempo centrado en el origen, es nula.

De la ecuación E-A.F.10 y E-A.F.9 se tiene:

$$B_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \operatorname{sen}(n\omega t) dt = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \operatorname{sen}(n\omega t) dt = 0 \quad \text{E-A.S.1}$$

$$A_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \operatorname{cos}(n\omega t) dt = \frac{4}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} f(t) \operatorname{cos}(n\omega t) dt \quad \text{E-A.S.2}$$

puesto que si la función $f(t)$ es par

$$\int_{-\frac{T}{2}}^0 f(t) \operatorname{cos}(n\omega t) dt = \int_0^{\frac{T}{2}} f(t) \operatorname{cos}(n\omega t) dt$$

Por lo que se concluye que si la *función es par* y la ecuación E-A.S.1 es igual a cero, entonces la serie E-A.F.2 no contiene términos en $\operatorname{sen}(n\omega t)$. La ecuación E-A.S.2 determina que no es necesario integrar en el período completo para obtener A_n ; basta hacerlo en medio período.

FUNCION IMPAR: Una función $f(t)$ es impar si cumple que:

$$f(t) = -f(-t)$$

En la *función impar*, la serie de Fourier *no contiene términos en $\operatorname{cos}(n\omega t)$* y que para calcular los coeficientes B_n hasta integrar en medio período. Estas conclusiones se las podría de

mostrar matemáticamente siguiendo un mecanismo similar al caso anterior, pero éste no es el propósito del estudio.

PROPIEDADES: El producto de dos funciones pares o de dos funciones impares es una función par, y el producto de una función par y una función impar, es una función impar.

- Para una función par se cumple:

$$\int_{-T}^T f(t) \cdot dt = 2 \int_0^T f(t) dt$$

- Para una función impar se cumple:

$$\int_{-T}^T f(t) \cdot dt = 0$$

$$f(0) = 0$$

FUNCIÓN DE SIMETRÍA DE MEDIA ONDA: Es llamado también simetría de semi-onda cuando satisface la condición:

$$f(t) = - f\left(t + \frac{T}{2}\right)$$

Una onda que cumpla las condiciones de semi-onda y además sea una función par o impar, entonces se dice que $f(t)$ tiene una simetría de cuarto de onda par o impar.

ANEXO N° 2.1

TEOREMA DE PARSEVAL

Aproximando una función $f(t)$ en el intervalo $t_1 < t < t_2$, mediante n funciones ortogonales, se dice que:

$$f(t) \cong \sum_{i=1}^n a_i f_i(t) \quad t_1 < t < t_2 \quad \text{E-A.P.1}$$

determinando los coeficiente a_i de esta expresión de manera que el error medio cuadrático "e" entre la función $f(t)$ y su aproximación expresada en la ecuación E-A.P.1 sea mínima, se dice:

$$e = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} [f(t) - \sum_{i=1}^n a_i f_i(t)]^2 dt \quad \text{E-A.P.2}$$

ya que e es función de a_1, a_2, \dots, a_n , las derivadas parciales del error con respecto a ellas deben ser nulas, es decir:

$$\frac{\partial e}{\partial a_i} = 0 \quad \text{para cualquier } i \quad \text{E-A.P.3}$$

y haciendo el reemplazo de la ecuación E-A.P.2 en E-A.P.3 se tiene:

$$\frac{\partial}{\partial a_i} \int_{t_1}^{t_2} [f(t) - \sum_{i=1}^n a_i f_i(t)]^2 dt = 0 \quad \text{E-A.P.4}$$

se pueden obtener los coeficientes a_i con la expresión:

$$a_i = \int_{t_1}^{t_2} f(t) f_i(t) dt \quad \text{E-A.P.5}$$

Haciendo uso de la ecuación E-A.P.5 para a_i el e de la ecuación E-A.P.2 se puede expresar como:

$$e = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f^2(t) dt - \sum_{i=1}^n a_i^2 \quad \text{E-A.P.6}$$

Pero cuando el error e es cero la ecuación E-A.P.6 se concluye que es:

$$\int_{t_1}^{t_2} f^2(t) dt = \sum_{i=1}^{\infty} a_i^2 \quad \text{E-A.P.7}$$

conociéndose la ecuación E-A.P.7 como el *teorema de Parseval*

Expresando este teorema en términos de Fourier, mediante el reemplazo de $f(t)$ de la ecuación E-A.F.19 por uno de los factores de E-A.P.7 se tiene:

$$\frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |f(t)|^2 dt = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n \exp(j n \omega t) dt \quad \text{E-A.P.8}$$

se reduce a:

$$\frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |f(t)|^2 dt = a_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2) \quad \text{E-A.P.9}$$

conociéndose a esta expresión como el *teorema de Parseval* expresados en términos de fourier

ANEXO N° 3

VATIMETRO VOLTIMETRO-AMPERIMETRO OSCILOSCOPIO

VATIMETRO

El vatímetro tipo 2041 "Yew" Yokogawa es de tipo electrodinámico con una banda tensa de suspensión de movimiento. Permite medir en DC como en AC en un rango de 25 a 1000 H_z , límites que permiten intervenir en las mediciones con ondas distorsionadas hasta la 16ª armónica, lo cual garantiza una adecuada aproximación de las medidas obtenidas.

Las bobinas fijas o bobinas de campo, mostradas como dos elementos separados en la figura A.3.1, están conectadas en serie y conducen la corriente total de la línea (i_c). La bobina móvil localizada en el campo magnético producido por las bobinas fijas, se conectan en serie con una resistencia limitadora de corriente a través de la línea de potencia y conduce una pequeña corriente (i_p).

La deflexión de la bobina es proporcionada al producto de estas dos corrientes y se pueden escribir la deflexión promedio en un período como:

$$A_{\text{prom}} = K \frac{1}{T} \int_0^T i_c i_p dt \quad \text{E-3.1}$$

$$\theta_{\text{prom}} = K_2 \frac{1}{T} \int_0^T e i dt \quad \text{E-3.2}$$

Ya que la potencia media en un circuito está determinada por la expresión:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T e i dt \quad \text{E-3.3}$$

Permite que la ecuación E-3.2 pueda ser empleada para cualquier forma de onda, ya sea de voltaje o corriente, limitada solamente por el ancho de banda del instrumento de medida.

La deflexión quedará determinada cuando el voltaje y la corriente sean senoidales como:

$$\theta_{\text{prom}} = K_3 V I \cos \phi \quad \text{E-3.4}$$

Donde la forma de v , e , i son:

$$v = V_{\text{max}} \text{ sen } \omega t$$

$$i = I_{\text{max}} \text{ sen}(\omega t \pm \phi)$$

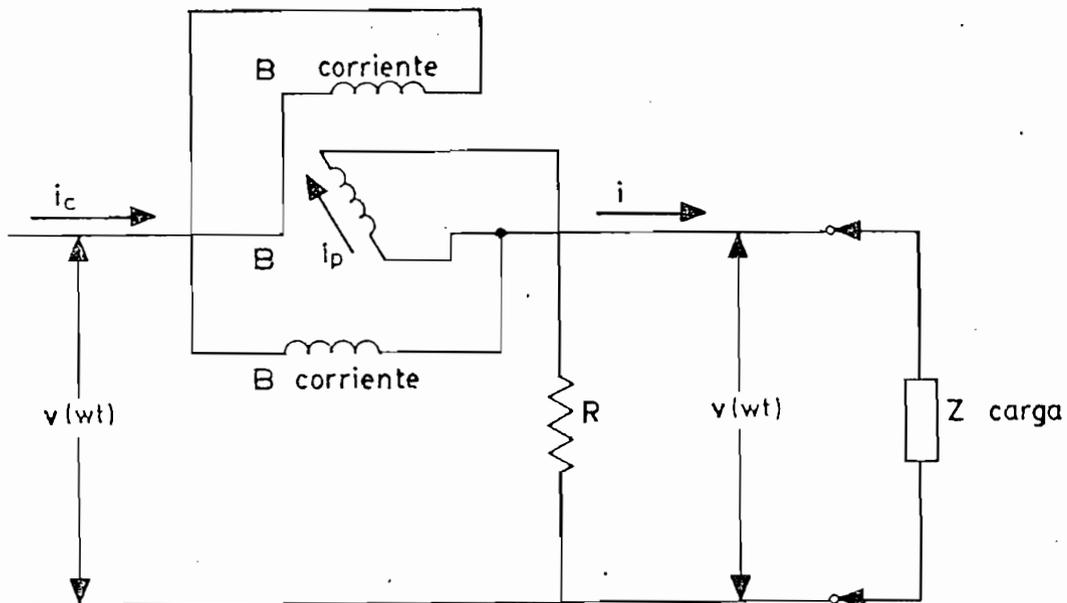


Figura A.3.1 Circuito equivalente del vatímetro conectado a la carga

VOLTIMETRO Y AMPERIMETRO

Tanto el valor verdadero RMS (TRUE RMS) del voltaje como el de la corriente de las ondas que son empleadas en el presente trabajo, son medidas con el multímetro FLUKE 8040; instrumento que según el fabricante está permitido utilizarlo para diferentes formas de onda y con factores de pico de un valor máximo igual a 3, garantizando un error de 1.9 del valor máximo de su lectura.

El diagrama de bloques del multímetro justifica que en realidad pueda ser procesada cualquier forma de onda y conseguir como resultado su valor eficaz. Este diagrama de bloques consta de dos grandes sec

ciones de trabajo, una "Analógica" por donde se recibe la información y otra "Digital" por donde se obtienen respuestas, es decir las medidas. Figura A.3.2

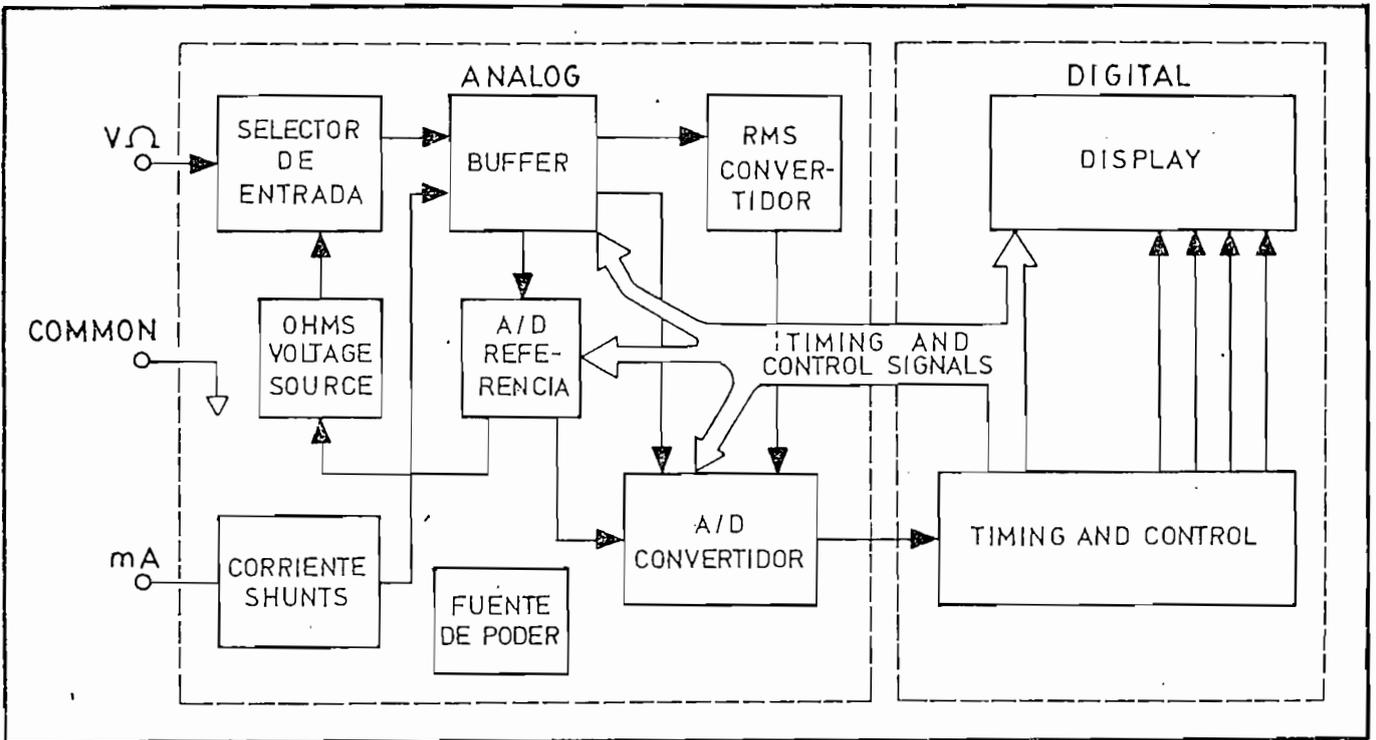


Figura A.3.2 Diagrama de bloques del multímetro

FLUKE 8040 A

Aplicando el voltaje o la corriente por sus respectivos terminales, éstas señales seguirán, según el diagrama de bloques, hacia el circuito amplificador (BUFFER) en el que seleccionará la dirección correcta para continuar con el análisis; ya para ser comparada con la referencia en el circuito A/D Referencia, o para que procese la onda a su valor RMS; para luego llegar al circuito conversor A/D (convertidor de señales analógicas-digitales) y así pues, de esta manera representar la respuesta en la pantalla.

CONVERTIDOR RMS

El circuito que permite hacer el cálculo del valor eficaz se lo denomina convertidor RMS, el cual se representa en la figura A.3.3.

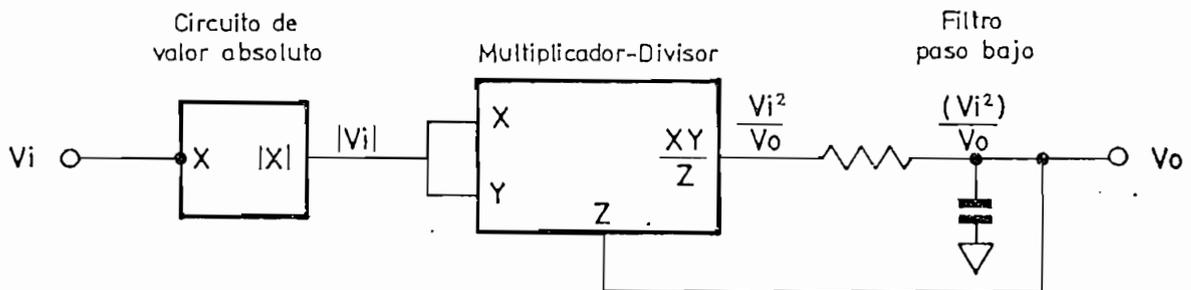


Figura A.3.3 Diagrama de bloques del circuito convertidor

RMS

Puesto que una magnitud eficaz es aquella cuyo valor de corriente alterna o voltaje alterno determina la misma disipación de potencia en una resistencia dada, que una corriente o voltaje continuo del mismo valor numérico, se lo puede expresar matemáticamente de la siguiente manera:

$$V_{\text{RMS}} = \sqrt{\overline{V_i^2}} \quad \text{E-3.5}$$

donde V_i es el valor del voltaje alterno en cualquier instante dado, entonces el conversor RMS monitorea a éste voltaje instantáneo y calcula el valor eficaz de la señal de entrada.

El diagrama de bloques de la figura A.3.3 describe el método implícito para el cálculo del valor eficaz (V_0), que es un voltaje continuo proporcional al valor eficaz del voltaje alterno aplicado al multímetro. Esto se prueba mediante las relaciones matemáticas siguientes:

$$V_0 = \frac{\overline{V_i^2}}{V_0} \quad \text{E-3.6}$$

multiplicando ambos miembros de la ecuación E-3.6 por V_0 se consigue:

$$V_0^2 = \overline{V_i^2} \quad \text{E-3.7}$$

ahora tomando la raíz cuadrada a la ecuación E-3.7 se tiene demostrada la ecuación E-3.5

$$V_0 = \sqrt{\overline{V_i^2}}$$

CIRCUITO SIMPLIFICADO DE CONVERSION:

El circuito simplificado de conversión de la figura A.3.4, muestra el proceso que realizan las varias funciones para llegar a conseguir el cálculo del valor eficaz de la entrada.

La señal inicial (V_i) llega primero a un circuito que produce una corriente representativa al valor absoluto de la entrada.

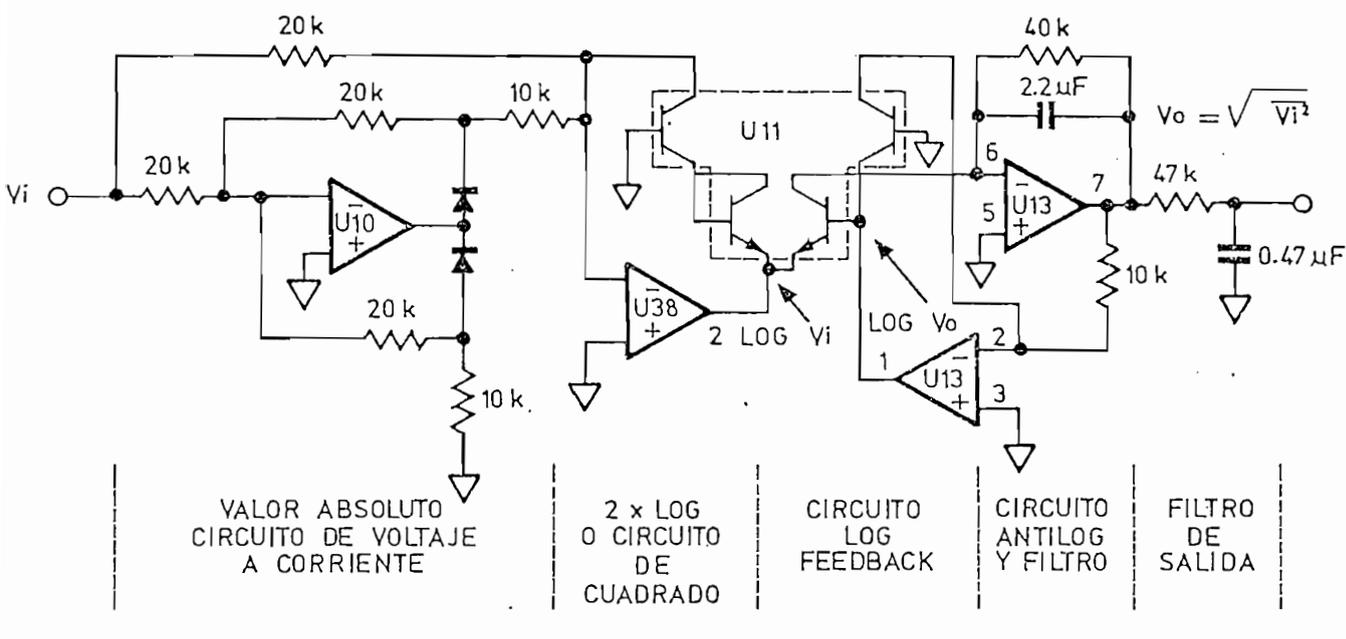


Figura A.3.4 Circuito simplificado de conversión RMS

La siguiente etapa es la del multiplicador-divisor (figura A.3.3) que trabaja utilizando un circuito Log-Antilog.

El voltaje base emisor de un transistor esta relacionado en forma logarítmica casi perfecta con la corriente del colector, entonces poner dos tiristores en serie es conseguir dos veces el logaritmo de la entrada, luego tomando el antilogaritmo se obtiene un voltaje proportional al cuadrado de la entrada (V_i^2). Por tanto la corriente se aplica al colector del primero de los dos tiristores conectados en serie y en conjunto con el amplificador operacional $U\ 38$, produce una salida de voltaje que representa a dos veces el logaritmo

de V_i . Un circuito de realimentación de U-13 (pins 1, 2 y 3) y el transistor superior de la derecha en arreglo con U-11 provee un voltaje igual al logaritmo de V_0 sacando el logaritmo de V_0 de dos veces al logaritmo de V_i es igual a la función matemática.

$$\frac{V_i^2}{V_0}$$

El paso final para determinar el valor eficaz, es efectuado por U-13 (pins 7, 6 y 5), el transistor inferior de la derecha en arreglo con U-11 y más el filtro de salida (resistencia 47 k Ω y capacitor 0,47 μ F). Estas componentes calculan el antilogaritmo de:

$$\frac{V_i^2}{V_0}$$

Produciendo un voltaje de salida igual a $\sqrt{V_i^2}$; siendo este voltaje directamente proporcional al voltaje eficaz de la entrada aplicada al multímetro.

Si la señal al medir contiene componente continua, debe ser prime

ro medido su valor en el modo DC y luego se tomará el valor que corresponde a la señal alterna en AC cuyos valores deberán ser calculados con la ecuación E-1.12 que dice:

$$V_{RMS} = [V_{MED}^2 + V_{RMS_{AC}}^2]^{\frac{1}{2}}$$

de esta manera queda determinado el valor RMS de la variable a ser considerada.

OSCILOSCOPIO

Con el afán de hacer un análisis objetivo al comportamiento instantáneo de las ondas de corriente y voltaje en el circuito experimental, se emplea el osciloscopio de doble canal PM 3211 - PHILIPS.

Este instrumento tiene una alta sensibilidad de 2 mV /DIV un ancho de banda de 15 MHz y un panel de trazo de 8 x 10 cm. además es designado y probado de acuerdo al IEC en la publicación 348 como de clase II.

El osciloscopio PM 3211 consta de las siguientes características fundamentales:

DESCRIPCION	ESPECIFICACION	INFORMACION ADICIONAL
Amplificador vertical	Canal A Canal B A y B sincronizados A y B alternados A y B sumados	
Forma de entrada	AC, DC, 0	
Polaridad canal B	Normal invertida	
Respuestas:		
Rangos de frecuencia	DC:)...15 MHz (-3 db) AC: 10 Hz ...15 MHz (- 3 db)	Medidas de 6 div. <u>am</u> plitud
Escalas	2 m V/DIV...10 V/DIV	
Precisión	± 3%	
Impedancia de entrada	1 M Ω/25 pF	
Tiempo de entrada RC	22 ma	Función AC
Tiempos-base		
Escalas-tiempo	0,2 s/DIV 0,5 μs/DIV	

Rango de control

continuo 1: > 2.5

Coefficiente de error $\pm 3\%$

Amplificación 5 X

Error Adicional

por aplicación $\pm 2\%$

Disparo

Fuente ch. A, ch. B, entrada
externa y línea/canal

Forma de disparo Automático o Normal

Sensibilidad de

disparo

Interno: 0,75 DIV	señal ≤ 5 MHz
0,5 DIV	señal ≤ 15 MHz
Externo: 0,8 V	señal ≤ 15 MHz

Rango de frecuencia

de disparo 20 Hz 15 MHz
10 Hz 15 MHz

ANEXO N° 4

LISTA DE COMPONENTES DEL CIRCUITO EXPERIMENTAL

Los elementos empleados en el circuito experimental tiene las siguientes características:

R ₁	3 K Ω	10 w
R ₂	2 K Ω	.5 w
R ₃	3.6 K Ω	.5 w
R ₄	2 M Ω	.5 w
R ₅	8.2 K Ω	.5 w
R ₆	10 K Ω	.5 w
R ₇	10 K Ω	.5 w
R ₈	2.7 K Ω	.5 w

D₁ Zener 18 V 1w

D₂, D₃, D₄ I TT 1N 0407 1A/1.000 V silicio

P puente rectificador ECG 5304 1.5 A/400 v

C₁ condensador 0.1 μ F 50 v

PUT ECG 6402

A Foto diodo acoplador ECG 3048

SCR₁ y SCR₂ ECG 5466 10A/600 v

REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFIA

- N. L. KUSTERS, W. J. M. MOORE, "On the definition of Reactive Power Under Non sinusoidal Conditions", IEEE TRANS, Power APP. Syst. Vol. Pas - 99, Sept. 1980 P.P. 1845 - 1854

- N. L. KUSTERS and W.J.M. MOORE, "Reactive Power Under Non sinusoidal conditions" (Additional Discussion) IEEE TRANS, Power APP. Syst. Vol. Pas - 102 N° 4, april 1983 P.P. 1023 - 1024

- J.A. GUALDA S. MARTINEZ P.M. MARTINEZ "Electrónica Industrial. Técnicas de Potencia" Marcombo Barcelona - Méjico 1982

- V. GEREZ GREISER y V. DE GEREZ "Circuitos y sistemas electro-Mecánicos" Tomo I, serie: Métodos para el análisis de Sistemas de Ingeniería # 6 R.S.I. México 1974
- HUGO BANDA G. "Potencia reactiva en circuitos con formas de ondas complejas", anales de Ingeniería Eléctrica y Electrónica , E.P.N. , FIE, Quito P.P. 12 - 14, vol. Nº 6, junio 1985
- HUGO BANDA G. "Factores de Potencia en circuitos con Tiristores" I seminario de Educación Continua, Escuela Politécnica Nacional, noviembre 1980
- S.B. DEWAN, A. STRAUGHEN "Power semiconductor circuits" JOHN WILEY and Sons, U.S.A. 1975
- T. J. E. MILLER "Reactive Power Control in Electric Systems", General Electric. Co. JOHN WILEY and sons, U.S.A. 1982