ESCUELA POLITECNICA NACIONAL

FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA

EQUIVALENTES PI, T y PARAMETROS CARACTERISTICAS DE LINEAS DE TRANSMISION

EDISON VALLEJO MONTERO

OCTUBRE 1981 QUITO-ECUADOR

Certifico que el presente trabajo fue realizado en su totalidad y bajo mi dirección por el señor Edison Vallejo M.

J. Barragán R.

Ing. José Barragán
PROFESOR DE LA ESCUELA POLITECNICA
NACIONAL

A G R A D E C I M I E N T O

Agradezco a todas y cada una de las personas que directa e indirectamente colaboraron en la realización del presente trabajo, en especial al Ingeniero José Barragán, Director de Tesis, cuya valiosa colaboración ayudó a la culminación de esta Tesis.

DEDICATORIA

A MI ESPOSA Y MI QUERIDA HIJA

C O N T E N I D O

Resumen

Introducción, Notación

CAPITULO I

OBTENCION DE LOS EQUIVALENTES Pi Y T DE LINEAS DE TRANSMISION EN FORMA MATRICIAL.

1.1. Planteo de las Ecuaciones Diferenciales

1.2. Desarrollo en Base a la Ecuación Diferencial de Corriente

1.3. Desarrollo en Base a la Ecuación Diferencial de Voltaje

1.4. Determinación de las Matrices del Cuadripolo Equivalente

1.5. Equivalente Pi

1.6. Equivalente T

CAPITULO II

PROGRAMA Y DIAGRAMAS DE FLUJO

2.1. Programa Principal

2.2. Subrutinas Empleadas

2.3. Manual de Uso del Programa

../..

CAPITULO III

APLICACIONES

Problemas Tipo

CAPITULO IV

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Anexos:

Anexo Nº 1 Valores y Vectores Característicos de Matrices Complejas

Anexo Nº 2 Componentes Simétricas y de Fase

Anexo Nº 3 Sistemas de Ecuaciones Deferenciales Homogeneas

Anexo Nº 4 Parámetros Característicos de Líneas de Transmisión

Bibliografía.

R E S U M E N

La idea fundamental del presente trabajo es el plantear, en una línea de transmisión, relaciones de voltajes y corrientes de envío en función de los de recepción utilizando parámetros distribuídos, estas relaciones comparadas con las correspondientes que se plantean en un cuadripolo de la forma PI o T, proporcionarán los elementos de estos equivalentes.

El punto de partida es aplicar a cada uno de los conductores equivalentes de la línea, las relaciones voltaje-corriente en forma diferencial con derivadas parciales respecto a la longitud de la línea. Si al voltaje o corriente se los considera como incógnitas, entonces se obtendrá un número de ecuaciones igual a tres veces el número de circuitos en paralelo (3n), con un número de incógnitas igual al número de ecuaciones.

Una vez planteado el problema de esta manera, se procederá a aplicar el primer postulado de generalización dado en: "Tensor Analysis of Networks", Gabriel Kron, que dice: El método de análisis y las ecuaciones finales que describen el comportamiento de un sistema físico complejo (con n grados de libertad), pueden ser obtenidos siguiendo paso a paso las unidades más simples del sistema, pero las más generales, siempre que cada cantidad sea reemplazada por una apropiada matriz de orden n .

../..

Utilizando el postulado mencionado, el sistema de 3n ecuaciones con 3n incógnitas se convierte en una ecuación matricial, en la que la impedancia y admitancia son reemplazadas por matrices cuadradas y la tensión y corriente por vectores, todos de grado 3n.

El método usado en el programa digital es utilizar el algoritmo desarrollado en: "Development of Equivalent PI y T Matrix Circuits for Long Untranspased Transsmision Lines" Bowman y McName, y que es desarrollado en el Capítulo Nº 1.

Utilizando los resultados obtenidos por medio del programa, relacionándolos con los obtenidos por medio del modelo nominal, que unicamente trabaja con parámetros concentrados, se obtendrán curvas que permitirán pasar del modelo π nominal hacia un modelo mucho más confiable.

INTRODUCCION

El creciente desarrollo industrial y urbanístico experimentado en el país, han determinado que de igual manera se desarrollen las fuentes de generación eléctrica, tal es el caso de la implementación de fuentes de generación a cargo del INECEL (Instituto Ecuatoriano - de Electrificación), los que tendrán que suplir el cada vez mayor requerimiento energético.

Los factores mencionados han creado la necesidad de implementar centros de generación, tanto hidráulicas como térmicas, a lo largo - de todo el país. Fundamentalmente hidráulicas debido a que las ventajas sobre las térmicas son mayores debido a algunos factores, como por ejemplo su mayor vida útil, que a la final van a influir en el costo de Kwh, a la vez que se ahorra el consumo de hidrocarburos que en la actualidad tienen un valor apreciable, además porque el país - tiene recursos hidrológicos suficientes como para ser aprovechados.

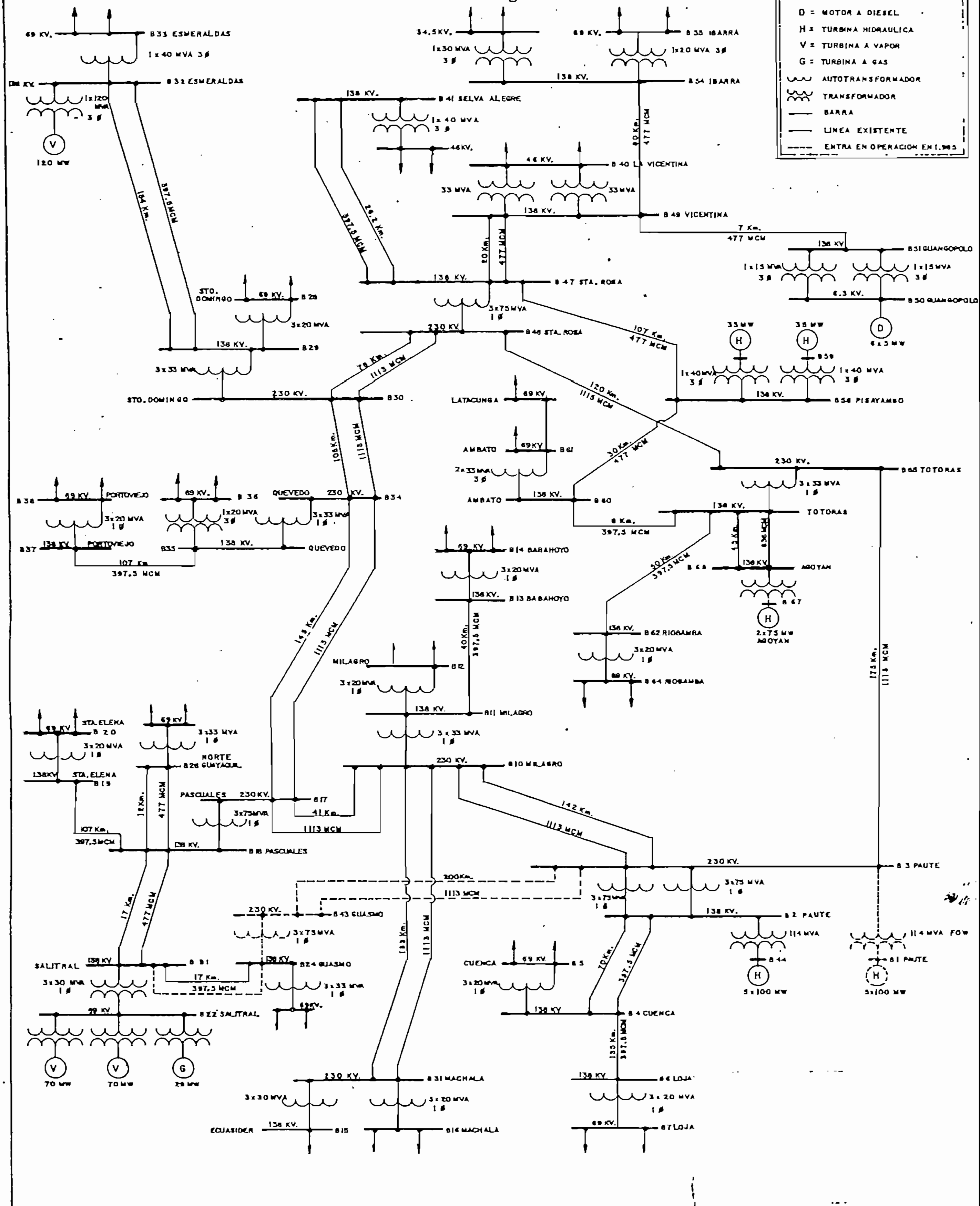
La localización de los centros de generación hidráulica son generalmente ubicados en lugares alejados de los centros de consumo, y a la vez alejados entre sí, por lo que el respectivo transporte de la energía se la tiene que hacer por medio de líneas de transmisión que en su generalidad son de una longitud que pueden considerárselas como largas. Como puede observarse en el diagrama unifilar de la figura Nº I.1 del S.N.I. a Diciembre de 1985.

A la vez que estas líneas cruzan distancias considerables, el voltaje al cual trabajan es alto con el fin de transportar la mayor cantidad de energía con un mínimo de pérdidas, y a la vez conseguir la interconexión de centros de generación,obteniendo de esta manera un mejor aprovechamiento de los recursos naturales.

La interconexión trae consigo la necesidad de modelar las líneas de transmisión, con el objeto de estudiar problemas referentes a estabilidad, flujos de carga, fallas, despacho económico de carga y especialmente en el campo de planeación de líneas de transmisión, el - mismo que requiere estudios más detallados, conviene en este caso hacer uso de mejores modelos.

El programa, tema de la presente tesis, tiene por objeto de proporcionar modelos equivalentes considerando parámetros distribuídos con el propósito de que su utilización sea lo más real posible.

La tendencia de transportar grandes cantidades de energía eléctrica por medio de líneas largas, han hecho crecer el interés de emplear no sólo líneas paralelas, sino el uso de varios conductores por fase (bundle). Las ventajas de este tipo de líneas es su reducida reactancia debido al aumento del radio medio geométrico.



L E Y E N D A
D = MOTOR A DIESEL
H = TURBINA HIDRAULICA
V = TURBINA A VAPOR
G = TURBINA A GAS
AUTOTRANSFORMADOR
TRANSFORMADOR
BARRA
LINEA EXISTENTE
ENTRA EN OPERACION EN 1.985
69 KV.
B 33 ESMERALDAS
1 x 40 MVA 3 ø
B 32 ESMERALDAS
1x120 MVA 3 ø
V
120 MW
184 Km.
397,5 MCM
34,5 KV.
1x30 MVA 3 ø
69 KV.
B 35 IBARRA
1x20 MVA 3 ø
138 KV.
B 34 IBARRA
80 Km. 477 MCM
138 KV.
B 41 SELVA ALEGRE
1 x 40 MVA 3 ø
46 KV.
46 KV.
B 40 LA VICENTINA
33 MVA
33 MVA
138 KV.
B 49 VICENTINA
7 Km.
477 MCM
138 KV
B 51 GUANGOPOLO
1 x 15 MVA 3 ø
1 x 15 MVA 3 ø
6,3 KV.
B 50 GUANGOPOLO
D
6 x 5 MW
26,2 Km.
397,5 MCM
20 Km. 477 MCM
138 KV.
B 47 STA. ROSA
3x75 MVA 1 ø
230 KV.
B 48 STA. ROSA
107 Km.
477 MCM
35 MW
35 MW
H
H
B 59
1x40 MVA 3 ø
1 x 40 MVA 3 ø
138 KV.
B 58 PISAYAMBO
STO. DOMINGO
69 KV.
B 28
3x20 MVA
138 KV.
B 29
3 x 33 MVA
STO. DOMINGO
230 KV.
B 30
78 Km.
1113 MCM
120 Km.
1113 MCM
LATACUNGA
69 KV.
AMBATO
69 KV
B 61
2x33 MVA 3 ø
30 Km.
477 MCM
230 KV.
B 65 TOTORAS
3 x 33 MVA 1 ø
AMBATO
138 KV.
B 60
8 Km.
397,5 MCM
138 KV.
TOTORAS
13 Km.
636 MCM
138 KV.
AGOYAN
B 68
B 67
H
2x75 MW
AGOYAN
30 Km.
397,5 MCM
108 Km.
1113 MCM
B 36
69 KV.
PORTOVIEJO
3x20 MVA 1 ø
69 KV.
B 36
1x20 MVA 3 ø
QUEVEDO
230 KV.
B 34
3x33 MVA 1 ø
B 37
138 KV.
PORTOVIEJO
B 35
138 KV.
QUEVEDO
107 Km.
397,5 MCM
69 KV.
B 14 BABAHOYO
3x20 MVA 1 ø
138 KV.
B 13 BABAHOYO
40 Km.
397,5 MCM
138 KV.
B 62 RIOBAMBA
3x20 MVA 1 ø
69 KV.
B 64 RIOBAMBA
145 Km.
1113 MCM
MILAGRO
B 12
3 x 20 MVA 1 ø
175 Km.
1113 MCM
138 KV.
B 11 MILAGRO
3 x 33 MVA 1 ø
230 KV.
B 10 MILAGRO
STA. ELENA
69 KV
B 20
3x20 MVA 1 ø
138 KV
STA. ELENA
B 19
69 KV
3 x 33 MVA 1 ø
NORTE
B 26 GUAYAQUIL
12 Km.
477 MCM
PASCUALES
230 KV.
B 17
3x75 MVA 1 ø
41 Km.
1113 MCM
107 Km.
397,5 MCM
138 KV.
B 18 PASCUALES
142 Km.
1113 MCM
230 KV.
B 3 PAUTE
200 Km.
1113 MCM
3x75 MVA 1 ø
3x75 MVA 1 ø
230 KV.
B 43 GUASMO
3x75 MVA 1 ø
138 KV.
B 2 PAUTE
114 MVA
114 MVA FOW
B 44
B 1 PAUTE
H
5 x 100 MW
H
5x100 MW
17 Km.
477 MCM
SALITRAL
138 KV
B 31
3x30 MVA 1 ø
17 Km.
397,5 MCM
138 KV.
B 24 GUASMO
3 x 33 MVA 1 ø
69 KV.
69 KV
B 22 SALITRAL
V
V
G
70 MW
70 MW
20 MW
183 Km.
1113 MCM
CUENCA
69 KV.
B 5
3x20 MVA 1 ø
70 Km.
397,5 MCM
138 KV
B 4 CUENCA
135 Km.
397,5 MCM
230 KV.
B 31 MACHALA
3 x 30 MVA
3 x 20 MVA 1 ø
ECUASIDER
138 KV.
B 15
B 14 MACHALA
138 KV
B 6 LOJA
3 x 20 MVA 1 ø
69 KV.
B 7 LOJA

Fig. # I.1.

El desarrollo de los métodos computacionales y su aplicación en todos los campos, han hecho que problemas referentes a resolución de grandes problemas de cálculo sean resueltos por medio de la ayuda del computador, éste es uno de esos casos ya que al desarrollar las ecuaciones matriciales resultantes el cálculo de estos equivalentes sería demasiado laborioso.

El método de análisis empleado y que describe el comportamiento de líneas de transmisión, determinará un sistema de 3xn ecuaciones (n, número de líneas en paralelo) con 3xn incógnitas. El sistema de ecuaciones asi formado es reunido de manera que en lugar de tener 3xn ecuaciones con 3xn incógnitas se tenga una ecuación en la cual cada una de las cantidades está formada por un vector o una matriz de orden 3xn (ver Referencia N° 1; primer postulado de generalización)

En el proceso de encontrar las ecuaciones, se analizan los valores y vectores característicos de matrices complejas (anexo N° 1) que tienen aplicación amplia en muchos campos en los cuales se lleguen a plantear sistemas de ecuaciones lineales homogeneas.

El desarrollo toma como datos a la impedancia y admitancia por unidad de longitud, las cuales pueden ser halladas utilizando programas que han sido implementados como tesis en la Facultad de Ingeniería Eléctrica de la Escuela Politécnica Nacional, y que están al alcance de los usuarios.

N O T A C I O N

Con el objeto de facilitar la comprensión de fórmulas y evitar grandes espacios, se utilizará la siguiente notación:

a.- Matrices: En general se va a utilizar matrices cuadradas, las cuales se las designará por la letra de la matriz, así:

$$Z = \begin{bmatrix} z_{00} & z_{01} & z_{02} \\ z_{10} & z_{11} & z_{12} \\ z_{20} & z_{21} & z_{22} \end{bmatrix}$$

Las matrices diagonales se las identificará por medio de la letra identificatoria de la matriz, encerrada en un cuadrado, o rectángulo, como:

$$\boxed{\gamma_{jj}} = \begin{bmatrix} \gamma_{00} & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_{22} \end{bmatrix}$$

Las matrices escalares se las representará por:

$$\boxed{K} = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix} \text{, k real o complejo}$$

El determinante de una matriz se lo identificará por:

$$\text{det. } P = \begin{vmatrix} p_{00} & p_{01} & p_{02} \\ p_{10} & p_{11} & p_{12} \\ p_{20} & p_{21} & p_{22} \end{vmatrix}$$

b.- Vectores: Los vectores se los representará con la letra identificatoria sobrerayada, entendiéndose que serán vectores columna, por ejemplo:

$$\bar{i} = \begin{bmatrix} i_0 \\ i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad ; \quad \bar{m}_0 = \begin{bmatrix} m_{00} \\ m_{10} \\ m_{20} \end{bmatrix}.$$

c.- Escalares: A estos se los representará por letras minúsculas, con o son subíndices. Ejemplo:

x, i_0, z_{00}, etc.

../..

C A P I T U L O   I

OBTENCION DE LOS EQUIVALENTES PI Y T DE LINEAS DE TRANSMISION EN FORMA MATRICIAL

Al planificar una línea de transmisión un problema de interés, y que debe tenerse en cuenta en su funcionamiento, es el mantener el voltaje dentro de límites permisibles en todos los puntos de la línea, con el propósito de tener las más óptimas condiciones de servicio.

Los efectos que producen los aumentos de carga con el tiempo deben ser prevenidos de tal manera que no se tengan casos de construir líneas paralelas en pocos años, y que a la vez tengan un rendimiento óptimo tanto en régimen estacionario, como transitorio.

Este Capítulo está destinado a encontrar las ecuaciones que rigen una línea, considerando parámetros distribuídos y luego al compararlos con los elementos de los cuadripolos de la forma PI o T, proporcionan los equivalentes en estudio.

OBTENCION DE LOS EQUIVALENTES PI Y T DE LINEAS DE TRANSMISION EN FORMA MATRICIAL

1.1. Planteo de las Ecuaciones Diferenciales de una Línea de Transmisión

El análisis y desarrollo de las ecuaciones, se va a realizar en componentes de secuencia (pudiendo hacerlo de igual manera para componentes de fase), y tomando unidades infinitesimales, razón por la cual, se obtendrán ecuaciones matriciales diferenciales.

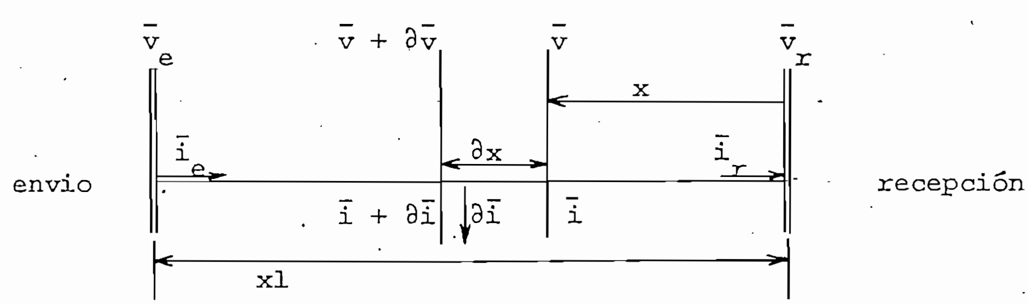


FIGURA N° 1.1. ANALISIS DIFERENCIAL DE UNA LINEA

En la Figura N° 1.1. Y usando el primer postulado de generalización (Referencia N°1).

$\bar{v}_e$ = Voltaje de envío en componentes de secuencia

$\bar{i}_e$ = Corriente de envío en componentes de secuencia

$\bar{v}+\partial\bar{v}$ = Voltaje de ingreso a la unidad diferencial

$\bar{v}$ = Voltaje de salida de la unidad diferencial

$\bar{i}+\partial\bar{i}$ = Corriente de ingreso a la unidad diferencial

$\bar{i}$ = Corriente de salida de la unidad diferencial

∂x = Longitud de la unidad diferencial

x = Distancia entre el extremo de recepción y la unidad diferencial

xl = Longitud total de la línea de transmisión

$\bar{v}_r$ = Voltaje de recepción en componentes de secuencia

$\bar{i}_r$ = Corriente de recepción en componentes de secuencia

La línea representada en la figura N° 1.I. tiene como parámetros las matrices impedancia serie y admitancia shunt por unidad de longitud.

a.- Matriz de Impedancia Serie por Unidad de Longitud en Componentes de Secuencia:

$$Z = Z_{012} = \begin{bmatrix} z_{00} & z_{01} & z_{02} \\ z_{10} & z_{11} & z_{12} \\ z_{20} & z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \text{ ohmios/unidad de longitud}$$

b.- Matriz Admitancia Shunt por Unidad de Longitud en Componentes de Secuencia:

$$Y = Y_{012} = \begin{bmatrix} y_{00} & y_{01} & y_{02} \\ y_{10} & y_{11} & y_{12} \\ y_{20} & y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \text{ mhos/unidad de longitud}$$

Los elementos de la diagonal representan impedancias o admitancias propias de secuencia; en cambio los elementos fuera de la diagonal representan las impedancias o admitancias mutuas entre circuitos secuenciales. Los subíndices $_{00}$ indican impedancias o admitancias de secuencia cero; los $_{11}$ indican impedancias o admitancias de secuencia positiva; y los $_{22}$ indican impedancias o admitancias de secuencia negativa, en cambio para subíndices ij para $i \neq j$ se tienen acoplamientos.

Y y Z son matrices complejas de orden 3n x 3n, en donde n es - el número de circuitos en paralelo, aún cuando cada uno de los circuitos contenga hilos de guarda o conductores en haces.

Por otro lado, se puede demostrar que teniendo las matrices [Y] y [Z] en componentes de secuencia (0, 1, 2); se puede hallar sus respectivas componentes de fase (a, b, c)

$$Z_{012} = T^{-1} Z_{abc} T \quad ; \quad Z_{abc} = T\, Z_{012} T^{-1}$$

y por otro lado:

$$Y_{012} = T^{-1} Y_{abc} T \quad ; \quad Y_{abc} = T\, Y_{012} T^{-1}$$

Donde T está definida como:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ 1 & a^2 & a & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ 1 & a & a^2 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & a^2 & a & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & a & a^2 & \cdots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdots \end{bmatrix}$$

(anexo Nº 2)

Por otro lado, aplicando la Ley de Ohm a la unidad diferencial de línea en la figura N° 1.1.

$$\partial \bar{i} = Y \partial x \bar{v}$$

y:

$$\partial \bar{v} = Z \partial x \bar{i}$$

En las que:

$\partial \bar{v}$ = Caída de tensión en tramo diferencial de línea

$Z\partial x$ = Impedancia del tramo diferencial (impedancia por unidad de longitud x longitud (∂x))

$\bar{i}$ = Corriente que sale del tramo diferencial

$\partial \bar{i}$ = Pérdida de corriente en el tramo debido a la admitancia shunt

$Y\partial x$ = Admitancia del tramo diferencial (admitancia por unidad de longitud x longitud (∂x)).

$\bar{v}$ = Tensión a la que está expuesto el tramo diferencial

Reescribiendo las ecuaciones anteriores:

../..

$$\frac{\partial \bar{i}}{\partial x} = Y\bar{v} \qquad 1.1.1.$$

y:

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} = Z\bar{i} \qquad 1.1.2.$$

Si se realiza una segunda derivación de las ecuaciones 1.1.1. y 1.1.2.:

$$\frac{\partial^2 \bar{i}}{\partial x^2} = Y \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \qquad 1.1.3.$$

$$\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} = Z \frac{\partial \bar{i}}{\partial x} \qquad 1.1.4.$$

Con la aclaración de que Y y Z son matrices constantes.

Substituyendo 1.1.2., en 1.1.3.; y 1.1.1., en 1.1.4.

$$\frac{\partial^2 \bar{i}}{\partial x^2} = YZ\bar{i}$$

$$\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} = ZY\bar{v}$$

Si se asigna P= YZ y Q= ZY, entonces:

$$\frac{\partial^2 \bar{i}}{\partial x^2} = P\bar{i} \qquad 1.1.5$$

$$\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} = Q\bar{v} \qquad 1.1.6.$$

Donde Y es la matriz de admitancia shunt por unidad de longitud, Z es la matriz impedancia serie por unidad de longitud, P es la matriz producto YZ y Q la producto ZY.

Partiendo de la ecuación 1.1.5 o de 1.1.6 se determinarán relaciones entre parámetros de envío en función de los de recepción, mediante lo cual se encontrarán los elementos de los modelos Pi y T.

1.2. Desarrolo y Solución en Base a la Ecuación Diferencial de Corriente

La ecuación 1.1.5 en forma desarrollada:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\begin{bmatrix} i_0 \\ i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{00} & p_{01} & p_{02} \\ p_{10} & p_{11} & p_{12} \\ p_{20} & p_{21} & p_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_0 \\ i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

ó:

$$\frac{\partial^2 i_0}{\partial x^2} = p_{00}\, i_0 + p_{01} i_1 + p_{02} i_2$$

$$\frac{\partial^2 i_1}{\partial x^2} = p_{10}\, i_0 + p_{11} i_1 + p_{12} i_2 \qquad 1.2.1$$

$$\frac{\partial^2 i_2}{\partial x^2} = p_{20}\, i_0 + p_{21} i_1 + p_{22} i_2$$

Estas ecuaciones forman un sistema de ecuaciones difernciales lineales homogeneas de segundo orden, cuyas soluciones son desarrolladas en él Anexo Nº 3.

PRIMERA SOLUCION

Una solución al sistema de ecuaciones, es la siguiente serie de identidades:

$i_0 = m_0 \operatorname{senh}(\gamma x)$

$i_1 = m_1 \operatorname{senh}(\gamma x)$ 1.2.2

$i_2 = m_2 \operatorname{senh}(\gamma x)$

m_0, m_1, m_2 y γ son constantes a determinarse.

Para verificar la solución adoptada se realizarán las respectivas diferenciaciones:

$$\frac{\partial i_0}{\partial x} = \gamma m_0 \cosh(\gamma x)$$

$$\frac{\partial^2 i_0}{\partial x^2} = \gamma^2 m_0 \operatorname{senh}(\gamma x)$$

$$\frac{\partial i_1}{\partial x} = \gamma m_1 \cosh(\gamma x)$$

$$\frac{\partial^2 i_1}{\partial x^2} = \gamma^2 m_1 \operatorname{senh}(\gamma x)$$

$$\frac{\partial i_2}{\partial x} = \gamma m_2 \cosh(\gamma x)$$

$$\frac{\partial^2 i_2}{\partial x^2} = \gamma^2 m_2 \operatorname{senh}(\gamma x)$$

Reemplazando en el sistema 1.2.1:

$$\gamma^2 m_0 \operatorname{senh}(\gamma x) = p_{00} m_0 \operatorname{senh}(\gamma x) + p_{01} m_1 \operatorname{senh}(\gamma x) + p_{02} m_2 \operatorname{senh}(\gamma x)$$

$$\gamma^2 m_1 \operatorname{senh}(\gamma x) = p_{10} m_0 \operatorname{sehn}(\gamma x) + p_{11} m_1 \operatorname{senh}(\gamma x) + p_{12} m_2 \operatorname{senh}(\gamma x)$$

$$\gamma^2 m_2 \operatorname{senh}(\gamma x) = p_{20} m_0 \operatorname{senh}(\gamma x) + p_{21} m_1 \operatorname{senh}(\gamma x) + p_{22} m_2 \operatorname{senh}(\gamma x)$$

Simplificando senh(γx) y reuniendo términos semejantes:

$$\begin{aligned} (p_{00}-\gamma^2) m_0 + p_{01} m_1 + p_{02} m_2 &= 0 \\ p_{10} m_0 + (p_{11}-\gamma^2) m_1 + p_{12} m_2 &= 0 \\ p_{20} m_0 + p_{21} m_1 + (p_{22}-\gamma^2) m_2 &= 0 \end{aligned} \qquad 1.2.3$$

Este sistema es una serie de ecuaciones homogeneas de grado 3..

(el análisis puede extenderse a matrices de grado n)

El sistema anterior puede ser escrito como:

$$\left(\begin{bmatrix} p_{00} & p_{01} & p_{02} \\ p_{10} & p_{11} & p_{12} \\ p_{20} & p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \gamma^2 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma^2 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma^2 \end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix} m_0 \\ m_1 \\ m_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

$$(P-\boxed{\gamma^2})\bar{m}=\bar{0}$$

Una solución del sistema, pero que carece de importancia, es - la trivial, o sea, $m_0= m_1= m_2= 0$

Para que el sistema tenga soluciones no triviales es necesario que el determinante de la matriz formada por los coeficientes de m_0, m_1 y m_2 sea igual a cero: (Anexo N° 1)

$$\det.(P-\boxed{\gamma^2})=\begin{vmatrix} p_{00}-\gamma^2 & p_{01} & p_{02} \\ p_{10} & p_{11}-\gamma^2 & p_{12} \\ p_{20} & p_{21} & p_{22}-\gamma^2 \end{vmatrix}=0 \qquad 1.2.4$$

El mismo que al ser resuelto proporciona un polinomio de tercer grado en γ^2, del mismo que se derivan tres soluciones: γ_0^2, γ_1^2 y γ_2^2. Por definición la ecuación así hallada se denomina ecuación característica y sus raíces valores característicos. Referencia N° 2.

Una vez hallados los valores característicos, por cualquier méto do (subrutina VACVEC) se puede substituir cada uno de ellos en el sistema 1.2.3, así si reemplaza $\boxed{\gamma_0}$ por $\boxed{\gamma}$:

$(P-\boxed{\gamma_0^2})\bar{m}=\bar{0}$

De este sistema de ecuaciones se puede hallar $\bar{m}_0$ (vector característico correspondiente a γ_0^2), quedando la ecuación:

$(P-\boxed{\gamma_0^2})\bar{m}_0=\bar{0}$

Al substituir $\boxed{\gamma_1}$ por $\boxed{\gamma}$:

$(P-\boxed{\gamma_1^2})\bar{m}=\bar{0}$

De este nuevo sistema de ecuaciones se puede hallar $\bar{m}_1$ (vector característico correspondiente a γ_1^2);

$(P-\boxed{\gamma_1^2})\bar{m}_1=\bar{0}$

y al reemplazar $\boxed{\gamma_2}$ por $\boxed{\gamma}$:

$(P-\boxed{\gamma_2^2})\bar{m}=\bar{0}$

Que de igual modo proporciona $\bar{m}_2$ (vector característico correspondiente a γ_2^2);

$(P-\boxed{\gamma_2^2})\bar{m}_2=\bar{0}$

Reuniendo las respuestas, pueden ser escritas como:

$(P-\boxed{\gamma_j^2})M=\boxed{0}$; j = 1, 2, ... n 1.2.5

../..

Donde M tiene en sus columnas los vectores $\bar{m}_j$ (referencia N° 3)

$$M = \begin{bmatrix} m_{00} & m_{01} & m_{02} \\ m_{10} & m_{11} & m_{12} \\ m_{20} & m_{21} & m_{22} \end{bmatrix}$$

La matriz asi formada es por definición la "matriz de vectores característicos" (anexo N° 1)

SEGUNDA SOLUCION

La siguiente serie de ecuaciones también cumplen con el sistema:

$$i_0 = m_0 \cosh(\gamma x)$$

$$i_1 = m_1 \cosh(\gamma x) \qquad 1.2.6$$

$$i_2 = m_2 \cosh(\gamma x)$$

Donde m_0, m_1, m_2 y γ son constantes a determinarse.

Para comprobar si en verdad cumplen con el sistema de ecuaciones propuesto, se van a realizar las respectivas derivaciones:

$$\frac{\partial i_0}{\partial x} = \gamma m_0 \operatorname{senh}(\gamma x)$$

$$\frac{\partial^2 i_0}{\partial x^2} = \gamma^2 m_0 \cosh(\gamma x);$$

$$\frac{\partial i_1}{\partial x} = \gamma m_1 \operatorname{senh}(\gamma x)$$

../..

$$\frac{\partial^2 i_1}{\partial x^2} = \gamma^2 m_1 \cosh(\gamma x);$$

$$\frac{\partial i_2}{\partial x} = \gamma m_2 \operatorname{senh}(\gamma x)$$

$$\frac{\partial^2 i_2}{\partial x^2} = \gamma^2 m_2 \cosh(\gamma x)$$

Reemplazando en el sistema 1.2.1:

$$\gamma^2 m_0 \cosh(\gamma x) = p_{00} m_0 \cosh(\gamma x) + p_{01} m_1 \cosh(\gamma x) + p_{02} m_2 \cosh(\gamma x)$$

$$\gamma^2 m_1 \cosh(\gamma x) = p_{10} m_0 \cosh(\gamma x) + p_{11} m_1 \cosh(\gamma x) + p_{12} m_2 \cosh(\gamma x)$$

$$\gamma^2 m_2 \cosh(\gamma x) = p_{20} m_0 \cosh(\gamma x) + p_{21} m_1 \cosh(\gamma x) + p_{22} m_2 \cosh(\gamma x)$$

Que al simplificar $\cosh(\gamma x)$; y reuniendo términos semejantes:

$$(p_{00} - \gamma^2) m_0 + p_{01} m_1 + p_{02} m_2 = 0$$

$$p_{10} m_0 + (p_{11} - \gamma^2) m_1 + p_{12} m_2 = 0$$

$$p_{20} m_0 + p_{21} m_1 + (p_{22} - \gamma^2) m_2 = 0$$

Este sistema es igual al sistema 1.2.3, por lo tanto, la solución dada cumple y además se tendrán los mismos valores característicos y vectores característicos.

SOLUCION COMPLETA

La solución completa va a ser la combinación lineal de las soluciones anteriores, para lo cual se introducen las constantes k_0,

k_1, k_2, n_0, n_1 y n_2, que serán determinadas mediante aplicación de las condiciones de frontera en el sistema dado, así:

$$
\begin{aligned}
i_0 &= k_0 m_{00}\operatorname{senh}(\gamma_0 x)+k_1 m_{01}\operatorname{senh}(\gamma_1 x)+k_2 m_{02}\operatorname{senh}(\gamma_2 x)+\\
&\quad n_0 m_{00}\cosh(\gamma_0 x)+n_1 m_{01}\cosh(\gamma_1 x)+n_2 m_{02}\cosh(\gamma_2 x)\\
i_1 &= k_0 m_{10}\operatorname{senh}(\gamma_0 x)+k_1 m_{11}\operatorname{senh}(\gamma_1 x)+k_2 m_{12}\operatorname{senh}(\gamma_2 x)+\\
&\quad n_0 m_{10}\cosh(\gamma_0 x)+n_1 m_{11}\cosh(\gamma_1 x)+n_2 m_{12}\cosh(\gamma_2 x)\\
i_2 &= k_0 m_{20}\operatorname{senh}(\gamma_0 x)+k_1 m_{21}\operatorname{senh}(\gamma_1 x)+k_2 m_{22}\operatorname{senh}(\gamma_2 x)+\\
&\quad n_0 m_{20}\cosh(\gamma_0 x)+n_1 m_{21}\cosh(\gamma_1 x)+n_2 m_{22}\cosh(\gamma_2 x)
\end{aligned}
\qquad 1.2.7
$$

En forma matricial:

$$
\begin{bmatrix} i_0\\ i_1\\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{00} & m_{01} & m_{02}\\ m_{10} & m_{11} & m_{12}\\ m_{20} & m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_0\operatorname{senh}(\gamma_0 x)\\ k_1\operatorname{senh}(\gamma_1 x)\\ k_2\operatorname{senh}(\gamma_2 x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_{00} & m_{01} & m_{02}\\ m_{10} & m_{11} & m_{12}\\ m_{20} & m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_0\cosh(\gamma_0 x)\\ n_1\cosh(\gamma_1 x)\\ n_2\cosh(\gamma_2 x) \end{bmatrix}
$$

Factorando los valores k y n:

$$
\begin{bmatrix} i_0\\ i_1\\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{00} & m_{01} & m_{02}\\ m_{10} & m_{11} & m_{12}\\ m_{20} & m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \operatorname{senh}(\gamma_0 x) & 0 & 0\\ 0 & \operatorname{senh}(\gamma_1 x) & 0\\ 0 & 0 & \operatorname{senh}(\gamma_2 x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_0\\ k_1\\ k_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_{00} & m_{01} & m_{02}\\ m_{10} & m_{11} & m_{12}\\ m_{20} & m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} x
$$

$$
\begin{bmatrix} \cosh(\gamma_0 x) & 0 & 0\\ 0 & \cosh(\gamma_1 x) & 0\\ 0 & 0 & \operatorname{cohs}(\gamma_2 x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_0\\ n_1\\ n_2 \end{bmatrix}
$$

En escritura simplificada:

$$
\bar{i} = M \boxed{\operatorname{senh}(\gamma_j x)}\ \bar{k} + M \boxed{\cosh(\gamma_j x)}\ \bar{n} \qquad 1.2.8
$$

../..

Esta es la solución completa al problema propuesto y para comprobar se realizará las debidas diferenciaciones:

$$\frac{\partial \bar{i}}{\partial\ x} = M\boxed{\gamma_j \cosh(\gamma_j x)}\ \bar{k}+M\boxed{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j x)}\ \bar{n}\ ;$$

$$\frac{\partial^2 \bar{i}}{\partial x^2} = M\boxed{\gamma_j^2 \operatorname{senh}(\gamma_j x)}\ \bar{k}+M\boxed{\gamma_j^2 \cosh(\gamma_j x)}\ \bar{n}$$

$$\frac{\partial^2 \bar{i}}{\partial x^2} = (M\boxed{\operatorname{senh}(\gamma_j x)}\ \bar{k}+M\boxed{\cosh(\gamma_j x)}\ \bar{n})\boxed{\gamma_j^2}$$

Reemplazado en el sistema 1.2.1:

$$(M\boxed{\operatorname{senh}(\gamma_j x)}\ \bar{k}+M\boxed{\cosh(\gamma_j x)}\ \bar{n})\boxed{\gamma_j^2} -P(M\boxed{\operatorname{senh}(\gamma_j x)}\ \bar{k}+M\boxed{\cosh(\gamma_j x)}\ \bar{n})=\boxed{0}$$

Simplificado queda:

$$M\boxed{\gamma_j^2}-PM=\boxed{0}$$

Despejando

$$M\boxed{\gamma_j^2}= PM \qquad 1.2.9$$

Que si se observa tiene la misma forma que el sistema al cual se llega al aplicar cualquiera de las soluciones fundamentales.

Por otro lado, de la ecuación 1.1 que es:

$$\frac{\partial \bar{i}}{\partial x} = Y\bar{v}$$

../..

Se puede tener la expresión para el voltaje en cualquier punto de la línea.

$$Y^{-1}\ \frac{\partial \bar{i}}{\partial x} = Y^{-1} Y \bar{v}$$

Por lo tanto:

$$\bar{v} = Y^{-1}\ \frac{\partial \bar{i}}{\partial x}$$

Reemplazando $\frac{\partial \bar{i}}{\partial x}$ ($\bar{i}$ de la ecuación 1.2.8):

$$\bar{v} = Y^{-1} M \boxed{\gamma_j \cosh(\gamma_j x)}\ \bar{k} + Y^{-1} M \boxed{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j x)}\ \bar{n} \qquad 1.2.10$$

Se tiene de esta manera una expresión tanto para corriente, como pra voltaje en cualquier punto de la línea en función de las constantes arbitrarias $\bar{k}$ y $\bar{n}$.

EVALUACION DE LAS CONSTANTES ARBITRARIAS

Las constantes $\bar{k}$ y $\bar{n}$ son determinadas en base a las condiciones de frontera que se establece para la línea.

Según la figura Nº 1.1, si $x=0$ se tiene que $\bar{i}=\bar{i}_r$ y $\bar{v}=\bar{v}_r$, y las ecuaciones de corriente y voltaje son:

$$\bar{i}_r = M \boxed{\operatorname{senh}(0)}\bar{k} + M \boxed{\cosh(0)}\bar{n} \quad ;$$

$$\bar{v}_r = Y^{-1} (M \boxed{\gamma_j \cosh(0)}\ \bar{k} + M \boxed{\gamma_j \operatorname{senh}(0)}\ \bar{n}$$

../..

Pero $\boxed{\operatorname{senh}(0)} = \boxed{0}$ y $\boxed{\cosh(0)} = \boxed{1}$

De ahí que:

$$\bar{i}_r = M\bar{n}$$

$$\bar{n} = M^{-1}\bar{i}_r \qquad 1.2.11$$

Y por otro lado:

$$\bar{v}_r = Y^{-1}M\boxed{\gamma_j}\bar{k}$$

$$\bar{k} = \boxed{\gamma_j}^{-1}M^{-1}Y\bar{v}_r = \boxed{\frac{1}{\gamma_j}}M^{-1}Y\bar{v}_r \qquad 1.2.12$$

Luego, las expresiones completas para $\bar{i}$ y $\bar{v}$ en cualquier punto de la línea:

$$\bar{i} = M\boxed{\operatorname{senh}(\gamma_j x)}\boxed{\frac{1}{\gamma_j}}M^{-1}Y\bar{v}_r + M\boxed{\cosh(\gamma_j x)}M^{-1}\bar{i}_r$$

$$\bar{i} = M\boxed{\frac{\operatorname{senh}(\gamma_j x)}{\gamma_j}}M^{-1}Y\bar{v}_r + M\boxed{\cosh(\gamma_j x)}M^{-1}\bar{i}_r$$

$$\bar{v} = Y^{-1}(M\boxed{\gamma_j\cosh(\gamma_j x)}\boxed{\frac{1}{\gamma_j}}M^{-1}Y\bar{v}_r + M\boxed{\gamma_j\operatorname{senh}(\gamma_j x)}M^{-1}\bar{i}_r$$

$$\bar{v} = Y^{-1}M\boxed{\cosh(\gamma_j x)}M^{-1}Y\bar{v}_r + Y^{-1}M\boxed{\gamma_j\operatorname{senh}(\gamma_j x)}M^{-1}\bar{i}_r$$

Aplicando a las últimas expresiones de $\bar{i}$ y $\bar{v}$ la segunda condición de frontera se tiene que $\bar{i}=\bar{i}_e$; $\bar{v}=\bar{v}_e$ y $x=xl$, las ecuaciones quedan:

$$\bar{i}_e = M\boxed{\frac{\operatorname{senh}(\gamma_j xl)}{\gamma_j}}M^{-1}Y\bar{v}_r + M\boxed{\cosh(\gamma_j xl)}M^{-1}\bar{i}_r \qquad 1.2.13$$

$$\bar{v}_e = Y^{-1} M \boxed{\cosh(\gamma_j xl)} M^{-1} Y \bar{v}_r + Y^{-1} M \boxed{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j xl)} M^{-1} \bar{i}_r \qquad 1.2.14$$

Referencia Nº 3

De esta manera se obtienen los parámetros de entrada $(\bar{i}_e, \bar{v}_e)$, en función de los de recepción $(\bar{i}_r, \bar{v}_r)$, además, mediante el uso de estas ecuaciones se encontrarán los elementos de los modelos de la línea.

1.3. Desarrollo y Solución en Base a la Ecuación Diferencial de Voltaje

Se va a partir de la ecuación 1.1.6.

$$\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} = Q\bar{v} \qquad 1.3.1$$

Se puede observar que el sistema 1.3.1. es similar al sistema 1.2.1., de ahí que las respectivas soluciones tendrán la misma forma.

PRIMERA SOLUCION

De igual manera que en el caso anterior:

$$\begin{aligned} v_0 &= m'_0 \operatorname{senh}(\gamma' x) \\ v_1 &= m'_1 \operatorname{senh}(\gamma' x) \\ v_0 &= m'_2 \operatorname{senh}(\gamma' x) \end{aligned} \qquad 1.3.2$$

Realizando las respectivas derivadas, reemplazando en 1.3.1., simplificando y agrupando términos semejantes:

$$(q_{00}-\gamma'^2)m'_0+q_{01}m'_1+q_{02}m'_2=0$$
$$q_{10}m'_0+(q_{11}-\gamma'^2)m'_1+q_{12}m'_2=0 \qquad 1.3.3$$
$$q_{20}m'_0+q_{21}m'_1+(q_{22}-\gamma'^2)m'_2=0$$

Que como se mencionó, para que exista una solución no trivial para las constantes m'_0, m'_1 y m'_2, el determinante de sus respectivos coeficientes debe ser igual a cero, o sea:

$$\begin{vmatrix} q_{00}-\gamma'^2 & q_{01} & q_{02} \\ q_{10} & q_{11}-\gamma'^2 & q_{12} \\ q_{20} & q_{21} & q_{22}-\gamma'^2 \end{vmatrix} = \left\| \begin{bmatrix} q_{00} & q_{01} & q_{02} \\ q_{10} & q_{11} & q_{12} \\ q_{20} & q_{21} & q_{22} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \gamma'^2 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma'^2 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma'^2 \end{bmatrix} \right\| = \boxed{0}$$

Pero, según anexo N° 1, los valores y vectores característicos de YZ son iguales a los de ZY, ó sea los de P son iguales a los de Q. De ahí que no se necesitará de los apóstrofes para distinguirlos.

SEGUNDA SOLUCION

Como en el caso anterior otra solución sería:

$$v_0= m_0\cosh(\gamma x)$$
$$v_1= m_1\cosh(\gamma x) \qquad 1.3.4$$
$$v_2= m_2\cosh(\gamma x)$$

../..

Que al probarla como solución proporcionará idénticos valores y vectores característicos.

SOLUCION COMPLETA

La solución completa, como se ha mencionado, es la combinación lineal de las anteriores:

$$v_0 = m_{00}k_0\operatorname{senh}(\gamma_0 x)+m_{01}k_1\operatorname{senh}(\gamma_1 x)+m_{02}k_2\operatorname{senh}(\gamma_2 x)+$$
$$m_{00}n_0\cosh(\gamma_0 x)+m_{01}n_1\cosh(\gamma_1 x)+m_{02}n_2\cosh(\gamma_2 x)$$

$$v_1 = m_{10}k_0\operatorname{senh}(\gamma_0 x)+m_{11}k_1\operatorname{senh}(\gamma_1 x)+m_{12}k_2\operatorname{senh}(\gamma_2 x)+$$
$$m_{10}n_0\cosh(\gamma_0 x)+m_{11}n_1\cosh(\gamma_1 x)+m_{12}n_2\cosh(\gamma_2 x)$$

$$v_2 = m_{20}k_0\operatorname{senh}(\gamma_0 x)+m_{21}k_1\operatorname{senh}(\gamma_1 x)+m_{22}k_2\operatorname{senh}(\gamma_2 x)+$$
$$m_{20}n_0\cosh(\gamma_0 x)+m_{21}n_1\cosh(\gamma_1 x)+m_{22}n_2\cosh(\gamma_2 x)$$

Que puede ser escrita como:

$$\bar{v} = M\boxed{\operatorname{senh}(\gamma_j x)}\,\bar{k}+M\boxed{\cosh(\gamma_j x)}\,\bar{n} \qquad 1.3.5$$

Al probarla como solución se llegará a: $M\boxed{\gamma_j^2} = QM$ 1.3.6

Por otro lado:

$$\frac{\partial\bar{v}}{\partial x} = Z\bar{i}\text{; de donde } \bar{i} = Z^{-1}\frac{\partial\bar{v}}{\partial x} \qquad 1.3.7.$$

Derivando 1.3.5 y reemplazando en 1.3.7:

$$\bar{i} = Z^{-1}(M\boxed{\gamma_j\cosh(\gamma_j x)}\,\bar{k}+M\boxed{\gamma_j\operatorname{senh}(\gamma_j x)}\,\bar{n}) \qquad 1.3.8$$

../..

Las constantes $\bar{k}$ y $\bar{n}$ se determinan al reemplazar las condiciones de frontera, si x=0, entonces $\bar{i}=\bar{i}_r$ y $\bar{v}=\bar{v}_r$ que dando las ecuaciones 1.3.5 y 1.3.7 como:

$$\bar{v}_r = M \boxed{\operatorname{senh}(\gamma_j 0)} \bar{k} + M \boxed{\cosh(\gamma_j 0)} \bar{n} = M\bar{n}$$

$$\bar{i}_r = Z^{-1} M \boxed{\gamma_j \cosh(\gamma_j 0)} \bar{k} + Z^{-1} M \boxed{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j 0)} \bar{n} = Z^{-1} M \boxed{\gamma_j} \bar{k}$$

De las dos expresiones últimas:

$$\bar{n} = M^{-1}\bar{v}_r$$

$$\bar{k} = \boxed{\frac{1}{\gamma_j}} M^{-1} Z \bar{i}_r$$

Y reemplazando en 1.3.5 y 1.3.7:

$$\bar{v} = M \boxed{\operatorname{senh}(\gamma_j x)} \boxed{\frac{1}{\gamma_j}} M^{-1} Z \bar{i}_r + M \boxed{\cosh(\gamma_j x)} M^{-1}\bar{v}_r$$

$$\bar{i} = Z^{-1} M \boxed{\gamma_j \cosh(\gamma_j x)} \boxed{\frac{1}{\gamma_j}} M^{-1} Z \bar{i}_r + Z^{-1} M \boxed{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j x)} M^{-1}\bar{v}_r$$

Simplificando y ordenado:

$$\bar{v} = M \boxed{\cosh(\gamma_j x)} M^{-1}\bar{v}_r + M \boxed{\frac{\operatorname{senh}(\gamma_j x)}{\gamma_j}} M^{-1} Z \bar{i}_r$$

$$\bar{i} = Z^{-1} M \boxed{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j x)} M^{-1}\bar{v}_r + Z^{-1} M \boxed{\cosh(\gamma_j x)} M^{-1} Z \bar{i}_r$$

Y que aplicadas al extremo emisor:

$$\bar{v}_e = M \boxed{\cosh(\gamma_j xl)} M^{-1}\bar{v}_r + M \boxed{\frac{\operatorname{senh}(\gamma_j xl)}{\gamma_j}} M^{-1} Z \bar{i}_r \qquad 1.3.9$$

..//..

$$\bar{i}_e = Z^{-1}M \boxed{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j x l)} M^{-1}\bar{v}_r + Z^{-1}M \boxed{\cosh(\gamma_j x l)} M^{-1}Z\,\bar{i}_r \qquad 1.3.10$$

(Referencia N° 3)

Expresiones que rigen el comportamiento total de una línea de transmisión en cuanto a corrientes y voltajes, y serán usadas al encontrar los elementos de los modelos Pi y T.

1.4. Determinación de las Constantes A, B, C y D del Cuadripolo Equivalente de Líneas de Transmisión

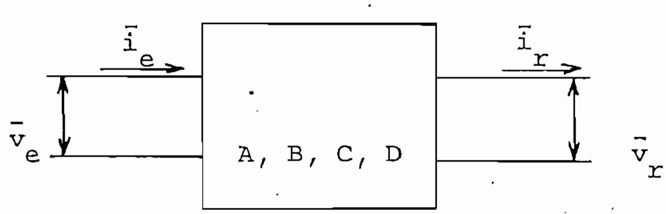


FIGURA N° 1.2. CONSTANTES DEL CUADRIPOLO EQUIVALENTE.

Por teoría de cuadripolos, el voltaje y corriente de envío en función de los de recepción se relacionan por medio de:

$$\begin{bmatrix} \bar{v}_e \\ \bar{i}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{v}_r \\ \bar{i}_r \end{bmatrix}$$

(Referencia N° 4)

De donde:

$$\bar{v}_e = A\bar{v}_r + B\bar{i}_r \qquad 1.4.1$$

$$\bar{i}_e = C\bar{v}_r + D\bar{i}_r \qquad 1.4.2$$

Del desarrollo en base a la ecuación diferencial de corriente:

$$\bar{v}_e = Y^{-1}M \boxed{\cosh(\gamma_j xl)} M^{-1}Y\bar{v}_r + Y^{-1}M \boxed{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j xl)} M^{-1}\bar{i}_r \qquad 1.4.3$$

$$\bar{i}_e = M \boxed{\frac{\operatorname{senh}(\gamma_j xl)}{\gamma_j}} M^{-1}Y\bar{v}_r + M \boxed{\cosh(\gamma_j xl)} M^{-1}\bar{i}_r \qquad 1.4.4$$

Comparando las ecuaciones 1.4.1 y 1.4.2 con 1.4.3 y 1.4.4 se - llega a determinar las constantes A, B, C y D.

$$A = Y^{-1}M \boxed{\cosh(\gamma_j xl)} M^{-1}Y \qquad 1.4.5$$

$$B = Y^{-1}M \boxed{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j xl)} M^{-1} \qquad 1.4.6$$

$$C = M \boxed{\frac{\operatorname{senh}(\gamma_j xl)}{\gamma_j}} M^{-1}Y \qquad 1.4.7$$

$$D = M \boxed{\cosh(\gamma_j xl)} M^{-1} \qquad 1.4.8$$

Si se toma a la ecuación 1.2.9 y despejando M

$$M \boxed{\gamma_j^2} = PM$$

$$YZM = M \boxed{\gamma_j^2}$$

$$M = YZM \boxed{\frac{1}{\gamma_j^2}} \qquad 1.4.9$$

y:

$$M^{-1} = \boxed{\gamma_j^2} M^{-1} Z^{-1} Y^{-1}$$

(Referencia Nº 5)

Porque

$$MM^{-1}= \boxed{1}$$

$$YZM \boxed{\frac{1}{\gamma_j^2}} \boxed{\gamma_j^2} M^{-1}Z^{-1}Y^{-1}= \boxed{1}$$

De ahí que:

$$Y^{-1}M= Y^{-1}YZM \boxed{\frac{1}{\gamma_j^2}} = ZM \boxed{\frac{1}{\gamma_j^2}}$$

y:

$$M^{-1}Y= \boxed{\gamma_j^2} M^{-1}Z^{-1}Y^{-1}Y= \boxed{\gamma_j^2} M^{-1}Z^{-1}$$

Reemplazando M, M^{-1}, $Y^{-1}M$ y $M^{-1}Y$ en las expresiones para A, B, C y D:

$$A= ZM \boxed{\frac{1}{\gamma_j^2}} \boxed{\cosh(\gamma_j xl)} \boxed{\gamma_j^2} M^{-1}Z^{-1}$$

$$A= ZM \boxed{\cosh(\gamma_j xl)} M^{-1}Z^{-1} \qquad 1.4.10$$

$$B= ZM \boxed{\frac{1}{\gamma_j^2}} \boxed{\gamma_j \ \mathrm{senh}(\gamma_j xl)} M^{-1}$$

$$B= ZM \boxed{\frac{\mathrm{senh}(\gamma_j xl)}{\gamma_j}} M^{-1}= xlZM \boxed{\frac{\mathrm{senh}(\gamma_j xl)}{\gamma_{j} xl}} M^{-1} \qquad 1.4.11$$

$$C= M \boxed{\frac{\mathrm{senh}(\gamma_j xl)}{\gamma_j}} \boxed{\gamma_j^2} M^{-1}Z^{-1}$$

$$C= M \boxed{\gamma_j \mathrm{senh}(\gamma_j xl)} M^{-1}Z^{-1} \qquad 1.4.12$$

y:

$$D= YZM \boxed{\frac{1}{\gamma_j^2}} \boxed{\cosh(\gamma_j xl)} \boxed{\gamma_j^2} M^{-1}Z^{-1}Y^{-1}$$

$$D= YZM \boxed{\cosh(\gamma_j xl)} M^{-1}Z^{-1}Y^{-1} \qquad 1.4.13$$

(Referencia N° 3)

De la misma forma se pueden encontrar las constantes A, B, C y D partiendo de las ecuaciones 1.3.8 y 1.3.9 desarrolladas de la ecuación diferencial de voltaje, o sea:

$$\bar{v}_e = M \boxed{\cosh(\gamma_j xl)} M^{-1}\bar{v}_r + M \boxed{\frac{\operatorname{senh}(\gamma_j xl)}{\gamma_j}} M^{-1}Z\bar{i}_r$$

$$\bar{i}_e = Z^{-1}M \boxed{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j xl)} M^{-1}\bar{v}_r + Z^{-1}M \boxed{\cosh(\gamma_j xl)} M^{-1}Z\bar{i}_r$$

Comparando estas dos expresaciones con 1.4.1 y 1.4.2:

$$A= M \boxed{\cosh(\gamma_j xl)} M^{-1} \qquad 1.4.14$$

$$B= M \boxed{\frac{\operatorname{senh}(\gamma_j xl)}{\gamma_j}} M^{-1}Z \qquad 1.4.15$$

$$C= Z^{-1}M \boxed{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j xl)} M^{-1} \qquad 1.4.16$$

$$D= Z^{-1}M \boxed{\cosh(\gamma_j xl)} M^{-1}Z \qquad 1.4.17$$

(Referencia N° 3)

Expandiendo la ecuación 1.3.6

$$M \boxed{\gamma_j^2} = QM$$

$$ZYM= M \boxed{\gamma_j^2} \qquad 1.4.18$$

../..

Con el objeto de transformar las ecuaciones de las constantes se van a hallar expresiones para: M, M^{-1}, $Z^{-1}M$ y $M^{-1}Z$ partiendo de la 1.4.18

$$M = ZYM \boxed{\frac{1}{\gamma_j^2}} \qquad 1.4.18$$

$$M^{-1} = \boxed{\gamma_j^2} M^{-1} Y^{-1} Z^{-1}$$

$$Z^{-1} M = YM \boxed{\frac{1}{\gamma_j^2}}$$

y:

$$M^{-1} Z = \boxed{\gamma_j^2} M^{-1} Y^{-1}$$

Reemplazando en las últimas expresiones de A B C y D:

$$A = ZYM \boxed{\cosh(\gamma_j xl)} M^{-1} Y^{-1} Z^{-1} \qquad 1.4.19$$

$$B = M \boxed{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j xl)} M^{-1} Y^{-1} \qquad 1.4.20$$

$$C = YM \boxed{\frac{\operatorname{senh}(\gamma_j xl)}{\gamma_j}} M^{-1} \qquad 1.4.21$$

$$D = YM \boxed{\cosh(\gamma_j xl)} M^{-1} Y^{-1} \qquad 1.4.22$$

(Referencia N° 3)

1.5. Equivalente Pi de Líneas de Transmisión

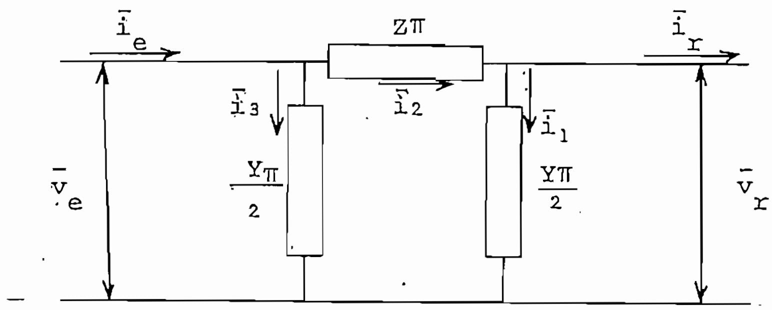


FIGURA 1.3 EQUIVALENTE Pi.

Se van a hallar expresiones de $\bar{i}_e$ y $\bar{v}_e$ en funciones de $\bar{i}_r$, $\bar{v}_r$ y las constantes de la línea, para luego comparar con las ecuaciones 1.2.13 y 1.2.14, luego con 1.3.9 y 1.3.10.

$$\bar{i}_e = \bar{i}_3 + \bar{i}_2$$

$$\bar{i}_e = \bar{i}_3 + \bar{i}_1 + \bar{i}_r$$

Pero:

$$\bar{i}_1 = \frac{Y\pi}{2}\,\bar{v}_r;$$

$$\bar{i}_3 = \frac{Y\pi}{2}\,\bar{v}_e$$

Luego:

$$\bar{i}_e = \frac{Y\pi}{2}\,\bar{v}_e + \frac{Y\pi}{2}\,\bar{v}_r + \bar{i}_r$$

y:

$$\bar{v}_e = \bar{v}_r + Z\pi\bar{i}_2$$

$$\bar{v}_e = \bar{v}_r + Z\pi(\bar{i}_1 + \bar{i}_r)$$

../..

$$\bar{v}_e = \bar{v}_r + Z\pi \left(\frac{Y\pi}{2} \bar{v}_r + \bar{i}_r\right)$$

$$\bar{v}_e = \bar{v}_r + Z\pi \frac{Y\pi}{2} \bar{v}_r + Z\pi \bar{i}_r$$

$$\bar{v}_e = \left(\boxed{1} + Z\pi \frac{Y\pi}{2}\right) \bar{v}_r + Z\pi \bar{i}_r \qquad 1.5.1$$

Reemplazando en la última expresión de $\bar{i}_e$

$$\bar{i}_e = \frac{Y\pi}{2} \left(\boxed{1} + Z\pi \frac{Y\pi}{2}\right) \bar{v}_r + \frac{Y\pi}{2} Z\pi \bar{i}_r + \frac{Y\pi}{2} \bar{v}_r + \bar{i}_r$$

$$\bar{i}_e = \frac{Y\pi}{2} \left(\boxed{1} + Z\pi \frac{Y\pi}{2} + \boxed{1}\right) \bar{v}_r + \left(\boxed{1} + \frac{Y\pi}{2} Z\pi\right) \bar{i}_r \qquad 1.5.2.$$

Según teoría de cuadripolos vista en el capítulo anterior, y - observando las ecuaciones 1,5,1 y 1.5.2:

$$A = \boxed{1} + Z\pi \frac{Y\pi}{2} \qquad 1.5.3$$

$$B = Z\pi \qquad 1.5.4$$

$$C = \frac{Y\pi}{2} \left(\boxed{2} + Z\pi \frac{Y\pi}{2}\right) \qquad 1.5.5$$

$$D = \boxed{1} + \frac{Y\pi}{2} Z\pi \qquad 1.5.6$$

(Referencia Nº 3)

<u>Obtención del Equivalente Pi por Aplicación de las Ecuaciones Resultantes del Diferencial de Corriente</u>.-

Las ecuaciones 1.4.11 y 1.4.12 fueron derivadas de la ecuación diferencial de corriente; y de estas se parte para encontrar las expresiones del equivalente Pi..

$$B = xlZM \boxed{\frac{\operatorname{senh}(\gamma_j xl)}{\gamma_j xl}} M^{-1}$$

Comparando 1.4.7 con 1.5.4

$$Z\pi = xlZM \boxed{\frac{\operatorname{senh}(\gamma_j xl)}{\gamma_j xl}} M^{-1} \qquad 1.5.7$$

Expresión de la impedancia serie del equivalente Pi de líneas de Transmisión, y que es usada en el programa digital (subrutina EQPIYT)

(Referencia Nº 3)

Por otro lado, premultiplicando la inversa de 1.5.4 en 1.5.3:

$$B^{-1}A = B^{-1} + B^{-1}Z\pi\frac{Y\pi}{2}$$

Pero $B^{-1} = Z^{-1}$

$$B^{-1}A = B^{-1} + \frac{Y\pi}{2}$$

Luego:

$$\frac{Y\pi}{2} = B^{-1}A - B^{-1}$$

En esta ecuación se va a evaluar primero $B^{-1}A$; y luego B^{-1}, se va a analizar con A tomada de 1.4.5 y B de 1.4.6:

../..

$$B^{-1} = M \boxed{\frac{1}{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j xl)}} M^{-1}Y$$

$$A = Y^{-1}M \boxed{\cosh(\gamma_j xl)} M^{-1}Y$$

$$B^{-1}A = M \cdot \boxed{\frac{1}{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j xl)}} M^{-1}YY^{-1}M \boxed{\cosh(\gamma_j xl)} M^{-1}Y$$

$$B^{-1}A + M \boxed{\frac{\cosh(\gamma_j xl)}{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j xl)}} M^{-1}Y$$

De ahí que:

$$\frac{Y\pi}{2} = M \cdot \boxed{\frac{\cosh(\gamma_j xl)}{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j xl)}} M^{-1}Y - M \boxed{\frac{1}{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j xl)}} M^{-1}Y$$

$$\frac{Y\pi}{2} = M \boxed{\frac{\cosh(\gamma_j xl) - 1}{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j xl)}} M^{-1}Y$$

Por otro lado, de las funciones hiperbolicas:

$$\tanh \frac{\theta}{2} = \frac{\operatorname{senh}\frac{\theta}{2}}{\cosh\frac{\theta}{2}} = \frac{\cosh\theta - 1}{\operatorname{senh}\theta}$$

(Referencia Nº 4)

De ahí que:

$$\frac{Y\pi}{2} = \frac{xl}{2} M \boxed{\frac{\tanh(\gamma_j xl/2)}{\gamma_j xl/2}} M^{-1}Y \qquad 1.5.8$$

(Referencia Nº 3)

../..

Ecuación usada en el Programa Digital (Subrutina EQPIYT).

Obtención del equivalente Pi por Aplicación de las Ecuaciones Resultantes del Diferencial de Voltaje.-

Las ecuaciones que se van a usar son: 1.4.14, 1.4.15, 1.4.20, 1.5.3 y 1.5.4

Comparando 1.5.4 y 1.4.15

$$Z\pi = xlM \boxed{\frac{\operatorname{senh}(\gamma_j xl)}{\gamma_j xl}} M^{-1} \quad Z = M \boxed{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j xl)} M^{-1} Y^{-1} \qquad 1.5.9$$

(Referencia N° 3)

Por otro lado, se tiene también:

$$\frac{Y\pi}{2} = B^{-1}A - B^{-1}$$

Si se toma B de 1.4.20 y A de 1.4.14

$$B^{-1}A = YM \boxed{\frac{1}{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j xl)}} M^{-1} M \boxed{\cosh(\gamma_j xl)} M^{-1}$$

$$B^{-1}A = YM \boxed{\frac{\cosh(\gamma_j xl)}{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j xl)}} M^{-1}$$

$$\frac{Y\pi}{2} = YM \boxed{\frac{\cosh(\gamma_j xl)}{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j xl)}} M^{-1} - YM \boxed{\frac{1}{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j xl)}} M^{-1}$$

$$\frac{Y\pi}{2} = YM \boxed{\frac{\cosh(\gamma_j xl) - 1}{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j xl)}} M^{-1}$$

$$\frac{Y\pi}{2} = \frac{xl}{2}\, YM \boxed{\frac{\tanh(\gamma_j xl/2)}{\gamma_j xl/2}}\, M^{-1} = Z^{-1} M \boxed{\gamma_j \tanh(\gamma_j xl/2)}\, M^{-1} \qquad 1.5.10$$

(Referencia Nº 3)

1.6. Equivalente T de Líneas de Transmisión

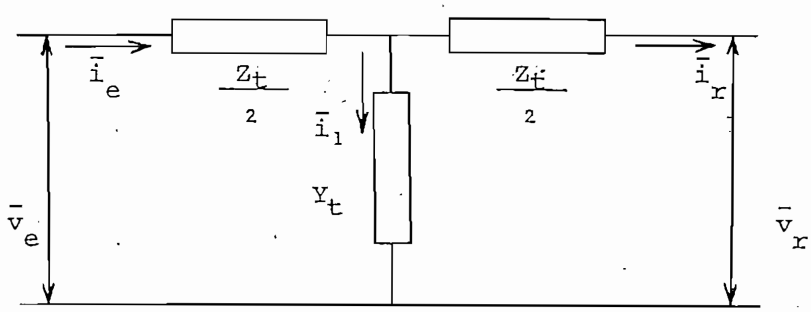


FIGURA Nº 1.4 EQUIVALENTE T

En la figura Nº 1.4

$$\bar{i}_e = \bar{i}_1 + \bar{i}_r$$

$$\bar{i}_1 = Y_t (\bar{v}_r + \frac{Z_t}{2} \bar{i}_r)$$

$$\bar{i}_e = Y_t \bar{v}_r + Y_t \frac{Z_t}{2} \bar{i}_r + \bar{i}_r$$

$$\bar{i}_e = Y_t \bar{v}_r + (Y_t \frac{Z_t}{2} + \boxed{1})\bar{i}_r \qquad 1.6.1$$

$$\bar{v}_e = \bar{v}_r + \frac{Z_t}{2} \bar{i}_r + \frac{Z_t}{2} \bar{i}_e$$

$$\bar{v}_e = \bar{v}_r + \frac{Z_t}{2} \bar{i}_r + \frac{Z_t}{2} Y_t \bar{v}_r + \frac{Z_t}{2} (Y_t \frac{Z_t}{2} + \boxed{1})\bar{i}_r$$

../..

$$\bar{v}_e = \left(\boxed{1} + \frac{Z_t}{2} Y_t\right)\bar{v}_r + \frac{Z_t}{2}\left(Y_t \frac{Z_t}{2} + \boxed{2}\right)\bar{i}_r \qquad 1.6.2$$

De 1.6.1 y 1.6.2

$$A = \boxed{1} + \frac{Z_t}{2} Y_t \qquad 1.6.3$$

$$B = \frac{Z_t}{2}\left(Y_t \frac{Z_t}{2} + \boxed{2}\right) = \frac{Z_t}{2}\left(\boxed{2} + Y_t \frac{Z_t}{2}\right) \qquad 1.6.4$$

$$C = Y_t \qquad 1.6.5$$

$$D = Y_t \frac{Z_t}{2} + \boxed{1} = \boxed{1} + Y_t \frac{Z_t}{2} \qquad 1.6.6$$

(Referencia Nº 3)

<u>Obtención del Equivalente T por Medio de las Ecuaciones Resultantes del Diferencial de Corriente.-</u>

Para el objeto se van a necesitar las ecuaciones 1.4.7, 1.4.10 y 1.4.12 que son respectivamente:

$$C = M \boxed{\frac{\mathrm{senh}(\gamma_j x l)}{\gamma_j}} M^{-1} Y$$

$$A = Z M \boxed{\cosh(\gamma_j x l)} M^{-1} Z^{-1}$$

$$C = M \boxed{\gamma_j \,\mathrm{senh}(\gamma_j x l)} M^{-1} Z^{-1}$$

Comparando las expresiones para C (1.6.5 y 1.4.7)

$$Y_t = x l M \boxed{\frac{\mathrm{senh}(\gamma_j x l)}{\gamma_j x l}} M^{-1} Y \qquad 1.6.7$$

(Referencia Nº 3)

Ecuación que se usará en el programa (Subrutina EQPIYT)

../..

Ahora si se toma 1.6.3 y se posmultiplica por C^{-1}:

$$AC^{-1} = C^{-1} + \frac{Z_t}{2} Y_t C^{-1}$$

$$AC^{-1} = C^{-1} + \frac{Z_t}{2}$$

$$\frac{Z_t}{2} = AC^{-1} - C^{-1}$$

$$AC^{-1} = ZM \boxed{\cosh(\gamma_j xl)} M^{-1} Z^{-1} ZM \boxed{\frac{1}{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j xl)}} M^{-1}$$

$$AC^{-1} = ZM \boxed{\frac{\cosh(\gamma_j xl)}{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j xl)}} \cdot M^{-1}$$

$$C^{-1} = ZM \boxed{\frac{1}{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j xl)}} M^{-1}$$

$$\frac{Z_t}{2} = ZM \cdot \boxed{\frac{\cosh(\gamma_j xl)}{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j xl)}} M^{-1} - ZM \boxed{\frac{1}{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j xl)}} M^{-1}$$

$$\frac{Z_t}{2} = ZM \boxed{\frac{\cosh(\gamma_j xl) - 1}{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j xl)}} \cdot M^{-1}$$

$$\frac{Z_t}{2} = \frac{xl}{2} ZM \boxed{\frac{\tanh(\gamma_j xl/2)}{\gamma_j xl/2}} \cdot M^{-1} \qquad 1.6.8$$

(Referencia Nº 3)

Ecuación usada en el programa digital (Subrutina EQPIYT)

<u>Obtención del Equivalente T por Medio de las Ecuaciones Resultantes del Diferencial de Voltaje.-</u>

Se van a usar las ecuaciones 1.4.14, 1.4.16 y 1.4.21 que son respectivamente:

$$A = M \boxed{\cosh(\gamma_j xl)} M^{-1}$$

$$C = Z^{-1} M \boxed{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j xl)} M^{-1}$$

$$C = YM \boxed{\frac{\operatorname{senh}(\gamma_j xl)}{\gamma_j}} M^{-1} \qquad 1.6.9$$

De esta última expresión y de la 1.6.5:

$$Y_t = xlYM \boxed{\frac{\operatorname{senh}(\gamma_j xl)}{\gamma_j xl}} M^{-1} \qquad 1.6.10$$

(Referencia Nº 3.)

De igual manera que el caso anterior

$$\frac{Z_t}{2} = AC^{-1} - C^{-1}$$

$$AC^{-1} = M \boxed{\cosh(\gamma_j xl)} M^{-1} M \boxed{\frac{1}{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j xl)}} M^{-1} Z$$

$$AC^{-1} = M \boxed{\frac{\cosh(\gamma_j xl)}{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j xl)}} M^{-1} Z$$

$$C^{-1} = M \boxed{\frac{1}{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j xl)}} M^{-1} Z$$

$$\frac{Z_t}{2} = M \boxed{\frac{\cosh(\gamma_j xl)}{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j xl)}} M^{-1} Z - M \boxed{\frac{1}{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j xl)}} M^{-1} Z$$

$$\frac{Z_t}{2} = M \boxed{\frac{\cosh(\gamma_j xl)-1}{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j xl)}} M^{-1} Z$$

$$\frac{Z_t}{2} = \frac{xl}{2} M \boxed{\frac{\tanh(\gamma_j xl/2)}{\gamma_j xl/2}} M^{-1} Z \qquad 1.6.11$$

(Referencia Nº 3)

RESUMEN DE FORMULAS

Con el objeto de facilitar la identificación de fórmulas utilizadas en el programa digital, se van a enlistar las fórmulas que serán usadas en el programa.

(Subrutina EQPIYT)

$$Z\pi = xlZM \boxed{\frac{\operatorname{senh}(\gamma_j xl)}{\gamma_j xl}} M^{-1}$$

$$\frac{Y\pi}{2} = \frac{xl}{2} M \boxed{\frac{\tanh(\gamma_j xl/2)}{\gamma_j xl/2}} M^{-1}Y$$

$$Y_t = xlM \boxed{\frac{\operatorname{senh}(\gamma_j xl)}{\gamma_j xl}} M^{-1}Y$$

$$\frac{Z_t}{2} = \frac{xl}{2} ZM \boxed{\frac{\tanh(\gamma_j xl/2)}{\gamma_j xl/2}} M^{-1}$$

Donde:

$Z\pi$ matriz impedancia serie del equivalente Pi de líneas.

$\frac{Y\pi}{2}$ matriz admitancia shunt conectada a ambos extremos de la línea, en el equivalente Pi

Y_t matriz admitancia shunt del equivalente T, conectada en la mitad de la línea.

$\frac{Z_t}{2}$ matriz impedancia serie del equivalente T, conectada en ambos extremos.

M matriz de vectores característicos.

xl longitud de la línea.

γ_j j-ésimo valor característico

Z matriz impedancia serie por unidad de longitud.

Y matriz admitancia shunt por unidad de longitud.

C A P I T U L O II

PROGRAMA Y DIAGRAMAS DE FLUJO

El Programa digital usa el algoritmo (fórmulas), que se desarrollan en el Capítulo anterior, proporcionando las matrices de los equivalentes que tienen la siguiente forma:

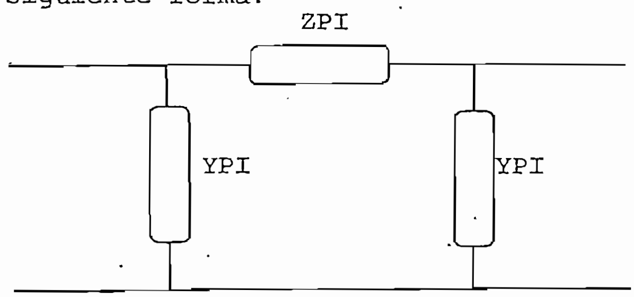


FIGURA 2.1. EQUIVALENTE PI

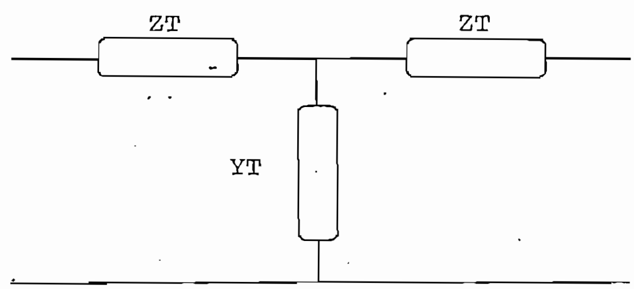


FIGURA 2.2. EQUIVALENTE T

Cada una de las subrutinas realiza un paso específico tendiente a encontrar los parámetros de las fórmulas, estando a cargo del programa el control del flujo lógico.

../..

LISTADO DE VARIABLES

En el programa se utilizan dos clases de variables:

1. Variables dimensionadas

1.1. Complejas, Doble Precisión:

A. Matriz que almacena el producto Y * Z, a la cual se hallan los valores y vectores característicos. (Subrutina VACVEC); auxiliar en el cálculo algunas subrutinas.

B. Matriz que almacena el producto Y * Z', debido a que A es transformada en el cálculo de los valores característicos. (Subrutina VACVEC); auxiliar en el cálculo algunas subrutinas.

C. Matriz que almacena los vectores que defletan sucesivamente a la matriz original. (Subrutina VACVEC); - auxiliar en el cálculo de algunas subrutinas.

D. Vector conteniendo los inversos de la raíz cuadrada de los valores característicos. (Subrutina CARACT)

DIAG1. Vector conteniendo los senos hiperbólicos de los va lores característicos. (Subrutina EQPIYT).

DIAG2. Vector que contiene las tangentes hipergólicas de - los valores característicos. (Subrutina EQPIYT).

VAC. Vector conteniendo los valores característicos de - Y * Z (programa principal); subrutina EQPIY y CARACT W = VAC; en VACVEC VP = VAC.

VEC. Matriz cuyas columnas son los vectores característi- cos correspondientes a VAC (programa principal), en subrutinas EQPYT y CARACT MA = VEC; en VACVEC - VEP = VEC.

VEC1. Matriz conteniendo la inversa de VEC (programa prin- cipal), en subrutina EQPYT M1 = VEC1.

V. Vector auxiliar en el cálculo de VEC (Subrutina - VACVEC).

VI. Vector, primera aproximación al vector característi- co. (Subrutina VACVEC).

X. Vector que post-multiplica a una matriz (Subrutina - MATVEC); en subrutina VECLEN vector cuyo módulo es -

hallado.

Y. Matriz admitancia Shunt por unidad de longitud; en Subrutina VACVEC es un vector auxiliar en el cálculo.

YPI. Matriz, admitancia Shunt conectada a cada extremo del equivalente PI.

YT. Matriz, admitancia Shunt conectada en el centro del equivalente T.

YZ. Matriz producto Y * Z

YZU. Matriz (Y * Z)/$\boxed{U}$ - $\boxed{1}$ $\boxed{U} = \boxed{-\omega^2 \upsilon \varepsilon}$

Z. Matriz impedancia serie por unidad de longitud; auxiliar en algunas subrutinas.

ZPI. Matriz impedancia serie del equivalente PI.

ZT. Matriz impedancia serie conectada a cada lado del equivalente T.

../..

1.2. Reales, Doble Precisión:

B. Parte real de una matriz a escribirse (Subrutina ESCRI)

C. Parte inmaginaria de una matriz a escribirse (Subrutina ESCRI)

1.3. Enteras:

LT Vector conteniendo indicadores en subrutina INVERS.

1.4. Alfa - Numéricas;

COMEN Vector que almacena los títulos que identifican la - línea.

UNID Vector que contiene las unidades y componentes en que está la línea.

2. Variables no dimensionadas

2.1. Complejas, Doble Precisión;

XI Primera aproximación al valor característico dominante (Subrutina VACVEC).

XF Valor característico dominante, y auxiliar en el cálculo. (Subrutina VACVEC).

T1 En T1 se guarda, para comparación, los valores de la diagonal de una matriz a ser invertida. (Subrutina INVERS)

2.2. Reales, Doble Precisión:

XL Longitud de la línea. (millas o kilómetros).

XLL Longitud de la línea con signo menos, para calcular senh y cosh.

X1 Parte real de la raíz cuadrada de cada valor característico, por definición, amortiguamiento. (Subrutina CARACT).

Y1 Parte imaginaria de la raíz de cada valor característico, por definición: velocidad de propagación de la onda. (Subrutina CARACT).

S Escalar a ser multiplicado por una matriz (Subrutina SCAMAT); auxiliar en otras subrutinas.

U Escalar = -4.0919231D-06; si Y y Z están dadas en millas, y = -1.580576D-06, si Y y Z están dadas en kilómetros

../..

2.3. Enteras:

N	Rango de la matriz
NP	Número de problemas a ser resuelto.
NTC	Número de tarjetas de títulos.
ICV	Indicador de convergencia de valores característicos.
JCIM	Indicador de inversión de una matriz.
JCI1	Indicador para que se realice, o no, el cálculo de parámetros característicos.
JCI2	Indicador que ordena el cálculo del equivalente T.
JCU	Indicador de unidades de Y y Z.
JCU1	Indicador de componentes en que están dadas las matrices de datos.
JCU2	Indicador para ordenar cambio de componentes.

:

:

2.1. Programa Principal

El Programa Principal se encarga de realizar las siguientes funciones:

1. Lee el número de problemas que se calcularán (NP)

2. Lee los siguientes datos:

   rango de las matrices Y y Z (N), longitud (XL), indicador para ordenar el cálculo de las matrices de impedancia y admitancia características (JCI1), indicador para ordenar el cálculo del equivalente T de líneas (JCI2), número de tarjetas para identificar la línea (NTC), indicador de unidades en que están dadas Y y Z (JCU), indicador de componentes en las que están Y y Z (JCU1), indicador de componentes en que se requieren los resultados (JUC2)

3. Lee las tarjetas de identificación de la línea (COMEN), y datos de impedancia y admitancia por unidad de longitud Z, Y

4. Imprime en la salida los datos para identificar cada línea. (COMEN, N, xl, Y, Z)

5. Llama a la subrutina MULTIP para formar YZ = Y * Z, matriz a la cual se hallarán los valores y vectores característicos.

../..

6. Con el objeto de que los valores y vectores característicos sean separados, realiza $(YZ/\boxed{-\omega^2 \upsilon\varepsilon}) - \boxed{1}$, donde $\boxed{-\omega^2 \upsilon\varepsilon}$ se calcula en base al indicador de unidades

7. Llama a la subrutina VACVEC para hallar los valores y vectores característicos ($\overline{VAC}$, VEC)

8. Calcula $\overline{VAC} = \boxed{-\omega^2 \upsilon\varepsilon}(\overline{VAC} + \overline{1})$, siendo estos los valores característicos de YZ, y luego realiza $\overline{VAC} = (\overline{VAC})^{1/2}$

9. Llama a la subrutina CARACT para hallar impedancia y admitancia características Z_0, Y_0

10. Llama a la subrutina EQPIYT para hallar los equivalentes Pi y T de la línea, ZPI, YPI, ZT, YT (Figuras 2.1 y 2.2)

11. Imprime resultados según indicadores (llama a COMPON si es solicitado cambiar de componentes)

<u>LISTADO FORTRAN</u>

DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8

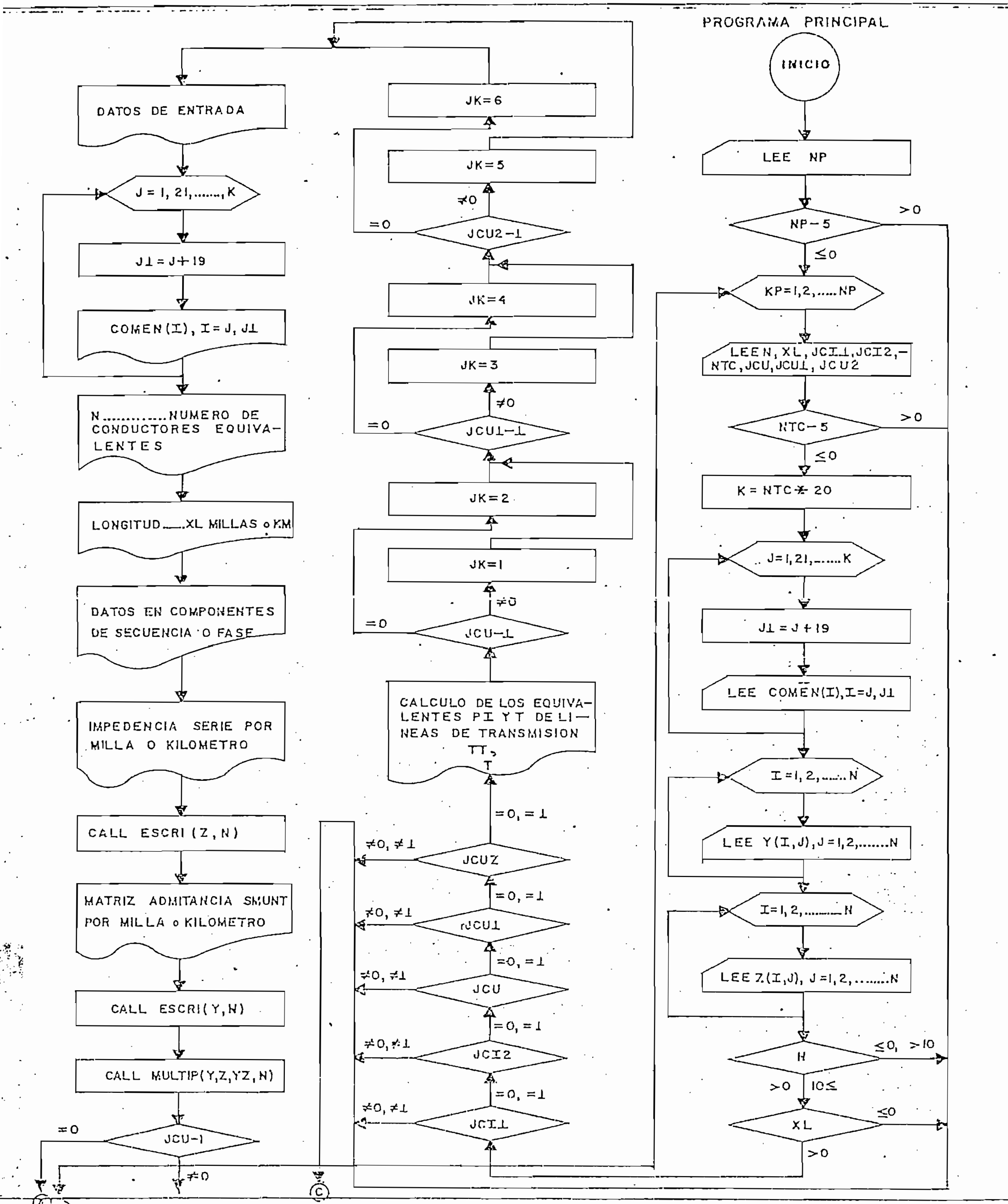
```
      COMPLEX*16 Y,Z,YPI,ZPI,YT,ZT,YZU,YZ,VEC,VEC1,VAC
      DIMENSION COMEN(200),YZ(10,10),ZT(10,10),YT(10,10),VEC1(10,10)
      DIMENSION ZPI(10,10),YPI(10,10),UNID(6)
      COMMON VAC(10),VEC(10,10),YZU(10,10),Z(10,10),Y(10,10)
      EQUIVALENCE (Z,ZPI),(Y,YPI)
      DOUBLE PRECISION U,XL
      READ(1,900)NP
  900 FORMAT(9X,I1)
      IF(NP.GT.5)GO TO100
C
C     LEE INDICADORES Y DATOS GENERALES DE LA LINEA
      DO 50 KP=1,NP
      READ(1,3)N,XL,JCI1,JCI2,NTC,JCU,JCU1,JCU2
    3 FORMAT(3X,I2,D10.1,6(4X,I1))
      IF(NTC.LT.0.OR.NTC.GT.5)GO TO 100
      K=NTC*20
      DO 2 J=1,K,20
      J1=J+19
    2 READ(1,60)(COMEN(I),I=J,J1)
   60 FORMAT(20A4)
      DATA UNID(1),UNID(2),UNID(3),UNID(4),UNID(5),UNID(6)/'MILL','KLM.'
     1,'SEC.','FASE','SEC.','FASE'/
      DO 6 I=1,N
    6 READ(1,5)(Y(I,J),J=1,N)
      DO 4 I=1,N
    4 READ(1,5)(Z(I,J),J=1,N)
    5 FORMAT(4D20.8)
C
C     DETECTA ERRORES EN LOS DATOS
      IF(N.LE.0.OR.N.GT.10)GO TO 100
      IF(XL.LE.0)GO TO 100
      IF(JCI1.LT.0.OR.JCI1.GT.1)GO TO 100
      IF(JCI2.LT.0.OR.JCI2.GT.1)GO TO 100
      IF(JCU.LT.0.OR.JCU.GT.1)GO TO 100
      IF(JCU1.LT.0.OR.JCU1.GT.1)GO TO 100
      IF(JCU2.LT.0.OR.JCU2.GT.1)GO TO 100
C
C     ESCRIBE DATOS
      WRITE(3,8)
    8 FORMAT(1H1)
      WRITE(3,61)
      FORMAT(///30X,'CALCULO DE LOS EQUIVALENTES PI Y T DE LINEAS DE TRA
     1NSMISION',/30X,60('*'))
      WRITE(3,500)
  500 FORMAT(/////58X,'ZPI',/56X,7('*'),/46X,11('*'),5X,11('*'),/52X,'*'
     1,3X,7('*'),3X,'*',/52X,'*',13X,'*',/51X,'***',11X,'***',/51X,'* *'
     1,11X,'* *',/51X,'* *',11X,'* *',/48X,'YPI* *',11X,'* *YPI',/51X,'*
     1 *',11X,'* *',/51X,'* *',11X,'* *',/51X,'***',11X,'***',/52X,'*',1
     13X,'*',/52X,'*',13X,'*',/46X,27('*'))
      WRITE(3,501)
  501 FORMAT(/////51X,'ZT',13X,'ZT',/49X,7('*'),7X,7('*'),/46X,4('*'),5X
     1,9('*'),5X,4('*'),/49X,7('*'),3X,'*',3X,7('*'),/59X,'*',/58X,'***'
     1,/58X,'* *',/58X,'* *',/56X,'YT* *',/58X,'* *',/58X,'* *',/58X,'**
     1*',/59X,'*',/59X,'*',/46X,27('*'))
      WRITE(3,8)
      IF(JCU.EQ.1)GO TO 200
      JK=1
      GO TO 203
  200 JK=2
  203 IF(JCU1.EQ.1)GO TO 201
      JK1=3
      GO TO 204
  201 JK1=4
  204 IF(JCU2.EQ.1)GO TO 202
      JK2=5
      GO TO 205
  202 JK2=6
  205 CONTINUE
```

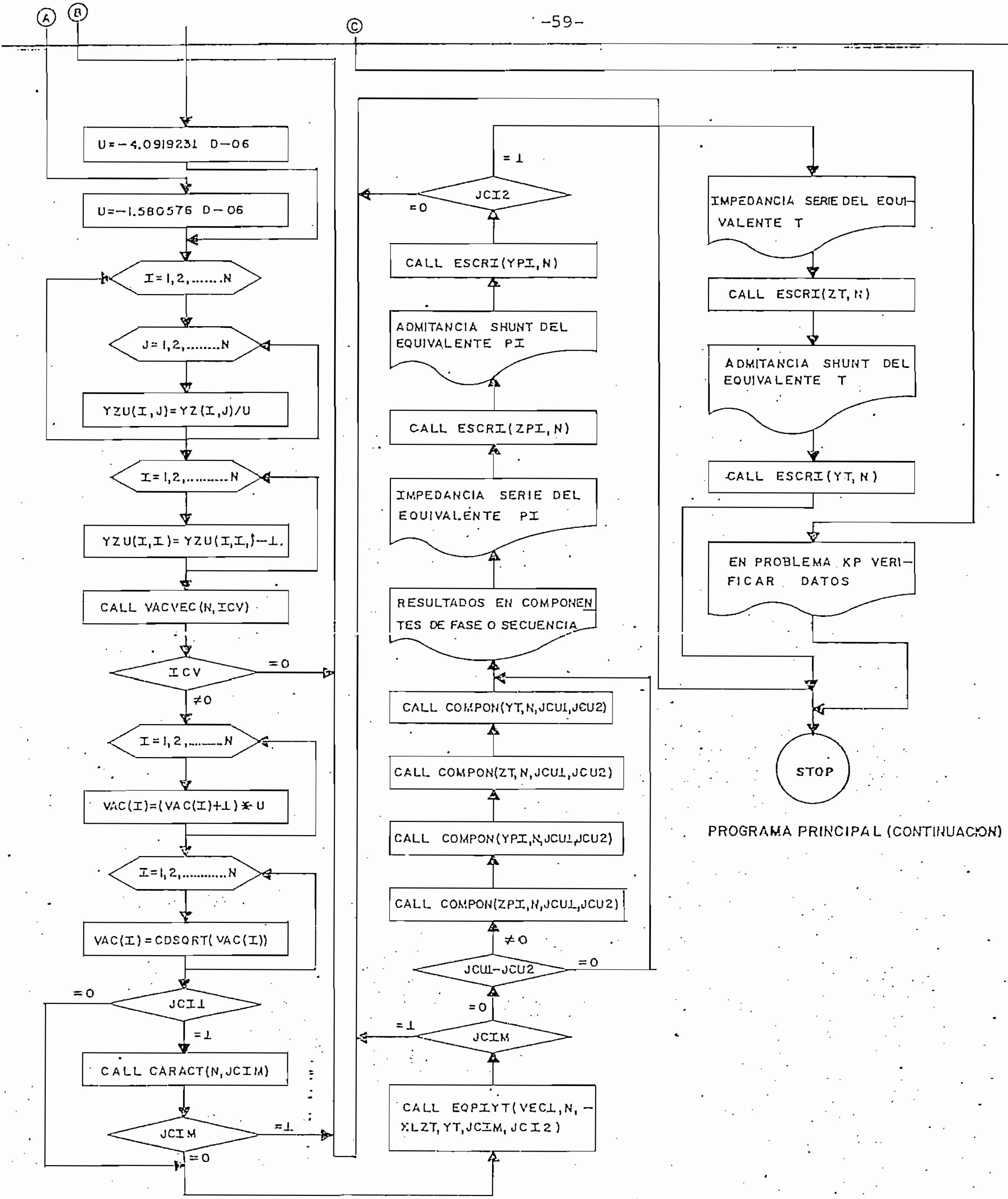
```
           WRITE(3,15)
     15    FORMAT(/52X,'DATOS DE ENTRADA',/52X,17('*'))
           DO 13 J=1,K,20
           J1=J+19
     13    WRITE(3,41)(COMEN(I),I=J,J1)
     41    FORMAT(///20X,20A4)
           WRITE(3,12)N
     12    FORMAT(//40X,'N: .........',I2,'  NUMERO DE CONDUCTORES EQUIVALENT
          1ES')
           WRITE(3,11)XL,UNID(JK)
     11    FORMAT(//40X,'LONGITUD:...',F4.1,1X,3A4)
           WRITE(3,17)UNID(JK1)
     17    FORMAT(//40X,'DATOS EN COMPONENTES DE',3A4)
           WRITE(3,16)UNID(JK)
     16    FORMAT(//40X,'LA MATRIZ IMPEDANCIA SERIE POR',3A4,/40X,41('*'))
           CALL ESCRI(Z,N)
           WRITE(3,18)UNID(JK)
     18    FORMAT(//40X,'LA MATRIZ ADMITANCIA SHUNT POR',3A4,/40X,41('*'))
           CALL ESCRI(Y,N)
C
C         REALIZA EL PRODUCTO Y*Z
           CALL MULTIP(Y,Z,YZ,N)
C
C         SEPARA LOS VALORES CARACTERISTICOS
           IF(JCU.EQ.1)GO TO 101
           U=-4.0919231D-06
           GO TO 102
     101   U=-1.580576D-06
     102   CONTINUE
           DO 19 I=1,N
           DO 19 J=1,N
     19    YZU(I,J)=YZ(I,J)/U
           DO 20 I=1,20
     20    YZU(I,I)=YZU(I,I)-(1.D0,0.D0)
C
C         ORDENA HALLAR LOS VALORES Y VECTORES CARACTERISTICOS
           CALL VACVEC(N,ICV)
C
C         VERIFICA CONVERGENCIA DE VALORES CARACTERISTICOS
           IF(ICV.EQ.0)GO TO 50
C
C         MODIFICA LOS VALORES CARACTERISTICOS SEGUN TEORIA
           DO 108 I=1,N
     108   VAC(I)=U*((1.D0,0.D0)+VAC(I))
           DO 10 I=1,N
     10    VAC(I)=CDSQRT(VAC(I))
           IF(JCI1.EQ.0)GO TO 110
           CALL CARACT(N,JCIM,UNID,JK)
           IF(JCIM.EQ.1)GO TO 50
     110   CONTINUE
C
C         ORDENA HALLAR LOS EQUIVALENTES PI Y T
           CALL EQPIYT(VEC1,N,XL,ZT,YT,JCIM,JCI2)
           IF(JCIM.EQ.1)GO TO 50
C
C         CAMBIA DE COMPONENTES SI ES SOLICITADO
           IF(JCU1.EQ.JCU2)GO TO 123
           CALL COMPON(ZPI,N,JCU1,JCU2)
           CALL COMPON(YPI,N,JCU1,JCU2)
           IF(JCI2.EQ.0)GO TO 123
           CALL COMPON(ZT,N,JCU1,JCU2)
           CALL COMPON(YT,N,JCU1,JCU2)
     123   CONTINUE
           WRITE(3,124)UNID(JK2)
     124   FORMAT(//40X,'RESULTADOS EN COMPONENTES DE',3A4,/40X,38('*'))
C
C         IMPRIME RESULTADOS SEGUN INDICADORES
           WRITE(3,33)
```

DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8

```
 33  FORMAT(/30X,'LA MATRIZ IMPEDANCIA SERIE DEL EQUIVALENTE PI ES:'/3
    10X,49('*'))
     CALL ESCRI(ZPI,N)
     WRITE(3,34)
 34  FORMAT(/30X,'LA MATRIZ DE ADMITANCIA SHUNT DEL EQUIVALENTE PI ES:
    1',/31X,52('*'))
     CALL ESCRI(YPI,N)
     IF(JCI2.EQ.0)GO TO 50
     WRITE(3,121)
121  FORMAT(//40X,'MATRIZ IMPEDANCIA SERIE DEL EQUIVALENTE T',/40X,41('
    1*'))
     CALL ESCRI(ZT,N)
     WRITE(3,122)
122  FORMAT(//40X,'MATRIZ ADMITANCIA SHUNT DEL EQUIVALENTE T',/40X,41('
    1*'))
     CALL ESCRI(YT,N)
     GO TO 50
100  WRITE(3,109)KP
109  FORMAT(/30X,'EN PROBLEMA:',I2,'VERIFICAR DATOS')
     GO TO 83
 50  CONTINUE
 83  CONTINUE
     STOP
     END
```

DIAGRAMA DE FLUJO





PROGRAMA PRINCIPAL (CONTINUACION)

2.2. Subrutinas Empleadas

El programa tiene como auxiliares a once subrutinas que realizan procesos específicos, Estas son;

1. VACVEC : Halla los valores y vectores característicos Y*Z
2. EQPIYT : Calcula los elementos de los modelos PI y T
3. INVERS : Invierte una matriz compleja
4. CARACT : Halla los parámetros característicos de una línea
5. ESCRI : Escribe matrices complejas
6. COMPON : Cambia de componentes a los equivalentes
7. MULTIP : Multiplica dos matrices complejas
8. MATEQ : Iguala dos matrices complejas
9. MATVEC : Multiplica una matriz por un vector
10. SCAMAT : Multiplica una matriz por un escalar
11. VECLEN : Halla el módulo de un vector complejo.

SUBRUTINA VACVEC

Mediante esta subrutina se calculan los valores y vectores característicos de matrices complejas, usando aritmética en doble precisión.

El método usado es el de la potencia, similar al de Bernoulli para calcular las raíces de un polinomio, debido a la semejanza que existe entre hallar los valores característicos de una matriz y hallar las raíces de un polinomio. (Referencia N° 2)

Por el método de la potencia se halla el valor característico dominante de la matriz, y luego, mediante la deflación de Wieland se modifica la matriz original, con el propósito de tener como valor característico dominante el menor en magnitud, y así sucesivamente. (Referencia N° 2)

Método de la Potencia (MISES)

Sea λ_n el módulo del n ésimo valor característico y

$\lambda_1 > \lambda^2 > \ldots > \lambda_n$

Sea A la matriz a la cual se van a hallar los valores y vectores característicos, y $\bar{v}_0$ el vector inicial. Como los vectores característicos forman una base en el espacio n dimensional, y asumiendo que $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_n$ son vectores característicos.

entonces:

$\bar{v}_0 = c_1\bar{x}_1 + c_2\bar{x}_2 + \ldots c_n\bar{x}_n$

y, por otro lado:

$|\bar{x}_1| = |\bar{x}_2| = \ldots |\bar{x}_n| = 1$

Luego si se realiza:

../..

$$\bar{v}_1 = \frac{A\bar{v}_0}{|A\bar{v}_0|}$$

$$\bar{v}_2 = \frac{A\bar{v}_1}{|A\bar{v}_1|}$$

En general: $$\bar{v}_m = \frac{A\bar{v}_{m-1}}{|Av_{m-1}|} \qquad \text{SV.1}$$

Desarrollando esta última ecuación:

$$\bar{v}_m = \frac{A^m\bar{v}_0}{|A^m\bar{v}_0|}$$

$$\frac{A^m\bar{v}_0}{|A^m\bar{v}_0|} = \frac{A^m(c_1\bar{x}_1+c_2\bar{x}_2+\ldots+c_n\bar{x}_n)}{|A^m(c_1\bar{x}_1+c_2\bar{x}_2+\ldots+c_n\bar{x}_n)|}$$

$$\frac{A^m\bar{v}_0}{|A^m\bar{v}_0|} = \frac{c_1A^m\bar{x}_1+c_2A^m\bar{x}_2+\ldots+c_nA^m\bar{x}_n}{|c_1A^m\bar{x}_1+c_2A^m\bar{x}_2+\ldots+c_nA^m\bar{x}_n|}$$

Pero en general $A^m\bar{x} = \lambda^m\bar{x}$ (ver Anexo N° 1).

$$\frac{A^m\bar{v}_0}{|A^m\bar{v}_0|} = \frac{c_1\lambda_1^m\bar{x}_1+c_2\lambda_2^m\bar{x}_2+\ldots+c_n\lambda_n^m\bar{x}_n}{|c_1\lambda_1^m\bar{x}_1+c_2\lambda_2^m\bar{x}_2+\ldots+c_n\lambda_n^m\bar{x}_n|}$$

$$\frac{A^m\bar{v}_0}{|A^m\bar{v}_0|} = \frac{c_1\lambda_1^m\left(\bar{x}_1+\frac{c_2}{c_1}\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^m\bar{x}_2+\ldots+\frac{c_n}{c_1}\left(\frac{\lambda_n}{\lambda_1}\right)^m\bar{x}_n\right)}{|c_1\lambda_1^m|\left(1+\left|\frac{c_2}{c_1}\right|\cdot\left|\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right|^m+\ldots+\left|\frac{c_n}{c_1}\right|\cdot\left|\frac{\lambda_n}{\lambda_1}\right|^m\right)}$$

$$\lim_{m\to\infty}\frac{A^m\bar{v}_0}{|A^m\bar{v}_0|} = \frac{c_1\lambda_1^m\bar{x}_1}{|c_1\lambda_1^m|}$$

$$\lim_{m\to\infty}\frac{A^m\bar{v}_0}{|A^m\bar{v}_0|} = \bar{x}_1$$

../..

Luego;

$$\lim_{m\to\infty} \bar{v}_m = \lim_{m\to\infty} \frac{A^{m}\bar{v}_0}{\left|A^{m}\bar{v}_0\right|} = \bar{x}_1 \text{ L.q.q.d.}$$

(ver Referencia Nº 6]

En la ecuación SV.1

$$\left|A\bar{v}_{m-1}\right| \bar{v}_m = A\bar{v}_{m-1} = A \frac{A\bar{v}_{m-2}}{\left|A\bar{v}_{m-2}\right|}$$

$$\left|A\bar{v}_{m-1}\right| \bar{v}_m = \frac{A(c_1\lambda_1^{m-1}\bar{x}_1 + c_2\lambda_2^{m-1}\bar{x}_2 + \ldots c_n\lambda_n^{m-1}\bar{x}_n)}{\left|c_1\lambda_1^{m-1}x_1 + c_2\lambda_2^{m-1}x_2 + \ldots c_n\lambda_n^{m-1}\bar{x}_n\right|}$$

$$\left|A\bar{v}_{m-1}\right| \bar{v}_m = \frac{c_1\lambda_1^{m}\bar{x}_1 + c_2\lambda_2^{m}\bar{x}_2 + \ldots + c_n\lambda_n^{m}\bar{x}_n}{\left|c_1\lambda_1^{m-1}\bar{x}_1 + c_2\lambda_2^{m-1}\bar{x}_2 + \ldots + c_n\lambda_n^{m-1}\bar{x}_n\right|}$$

$$\left|A\bar{v}_{m-1}\right| \bar{v}_m = \frac{c_1\lambda_1^{m}\bar{x}_1 \left(1 + \frac{c_2}{c_1}\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^{m}\bar{x}_2 + \ldots + \frac{c_n}{c_1}\left(\frac{\lambda_n}{\lambda_1}\right)^{m}\bar{x}_n\right)}{|c_1|\left|\lambda_1^{m-1}\right| \left(1 + \left|\frac{c_2}{c_1}\right| \left(\left|\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right|\right)^{m-1} + \ldots \left|\frac{c_n}{c_1}\right| \left(\left|\frac{\lambda_n}{\lambda_1}\right|\right)^{m-1}\right)}$$

$$\lim_{m\to\infty} \left(\left|A\bar{v}_{m-1}\right| \bar{v}_m \right) = \frac{c_1\lambda_1^{m}\bar{x}_1}{\left|c_1\lambda_1^{m-1}\right|} \times \frac{|\lambda_1|}{|\lambda_1|}$$

$$\lim_{m\to\infty} \left(\left|A\bar{v}_{m-1}\right| \bar{v}_m \right) = \frac{c_1\lambda_1^{m}}{|c_1|\left|\lambda_1^{m}\right|} \, |\lambda_1| \, \bar{x}_1 = |\lambda_1| \, \bar{x}_1$$

$$\lim_{m\to\infty} \left|A\bar{v}_{m-1}\right| \lim_{m\to\infty} \bar{v}_m = \lambda_1 \bar{x}_1$$

Pero por la demostración anterior

$$\lim_{m\to\infty} \bar{v}_m = \bar{x}_1$$

../..

Por lo tanto:

$$\lim_{m \to \infty} \left| A\bar{v}_{m-1} \right| = \left| \lambda_1 \right| \quad \text{L.q.q.d.}$$

(ver Referencia Nº 6)

Una vez hallados de esta manera $\bar{x}$ y $|\lambda_1|$, se modificará la matriz original mediante la deflación de Wielandt para hallar $\bar{x}_2$ y $|\lambda_2|$.

La deflación de Wielandt usa:

$$A_1 = A - \lambda_1 \bar{x}_1 \bar{v}^T$$

En esta clase de deflación $\bar{v}^T = \dfrac{1}{\lambda_1 x_1} A_{1j}$

Donde λ_1 es el valor característico calculado:

x_1 es el primer elemento del vector característico.

A_{1j} es la primera fila de A

$$A_1 = A - \lambda_1 \frac{1}{\lambda_1 x_1} \bar{x}_1 A_{1j}$$

$$A_1 = A - \frac{1}{x_1} \bar{x}_1 A_{1j} \qquad \text{SV.2}$$

A_1 tiene ceros en la primera fila y tiene los mismos valores característicos que A a excepción de λ_1 que está substituída por cero.

Demostración:

Para comprensión se analizará en forma desarrollada.

$$A_1 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{a_{11}x_1}{x_1} & \frac{a_{12}x_1}{x_1} & \frac{a_{13}x_1}{x_1} \\ \frac{a_{11}x_2}{x_1} & \frac{a_{12}x_2}{x_1} & \frac{a_{13}x_2}{x_1} \\ \frac{a_{11}x_3}{x_1} & \frac{a_{12}x_3}{x_1} & \frac{a_{13}x_3}{x_1} \end{bmatrix}$$

Si al segundo elemento del segundo miembro de la ecuación se - lo designa con A_R:

$$A_R = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ \frac{a_{11}x_2}{x_1} & \frac{a_{12}x_2}{x_1} & \frac{a_{13}x_2}{x_1} \\ \frac{a_{11}x_3}{x_1} & \frac{a_{12}x_3}{x_1} & \frac{a_{13}x_3}{x_1} \end{bmatrix}$$

Esta es una matriz que tiene sus filas linealmente dependientes, y tiene como único valor característico λ_1 y su correspondiente vector característico $\bar{x}_1$; o sea $A_R\ \bar{x}_1 = \lambda_1 \bar{x}_1$

Con el objeto de ver la influencia que tiene el restar A_R de la matriz original, se hallará el valor característico dominante - de la matriz transformada . Suponiendo que $\bar{x}_1$ sea un vector característico correspondiente λ_1, entonces:

$$(A - A_R)\bar{x}_1 = A\bar{x}_1 - A_R\bar{x}_1$$

Pero $\quad A\bar{x}_1 = \lambda_1 \bar{x}_1$

y también $\quad A_R\bar{x}_1 = \lambda_1 \bar{x}_1$

De ahí que:

$$(A-A_R)\bar{x}_1 = \bar{0}$$

Esto quiere decir que la matriz transformada no tendrá componente en la dirección de $\bar{x}_1$. Será ortogonal a $\bar{x}_1$.

Si a esta matriz transformada se aplica nuevamente el método de la potencia, el método convergerá hacia λ_2 y $\bar{x}_2$ respectivamente, se procede de igual manera hasta obtener todos los valores y vectores característicos de la matriz.

Los vectores característicos de la matriz original se relacionan con los de las matrices defletados mediante:

$$\bar{x}_k = (\lambda_j - \lambda_1)\, \bar{w}_j + \lambda_1 (\bar{v}^T \bar{w}_j)\, \bar{x}_1 \quad ; \quad k = 2, \ldots N$$

(ver Referencia N° 2)

Donde:

λ_j Valor característico dominante de la matriz defletada.

λ_1 Valor característico dominante de la matriz original.

$\bar{w}_j$ Vector característico correspondiente a λ_j

$\bar{v}^T$ Vector que defleta la matriz original

$\bar{x}_1$ Vector característico correspondiente λ_1

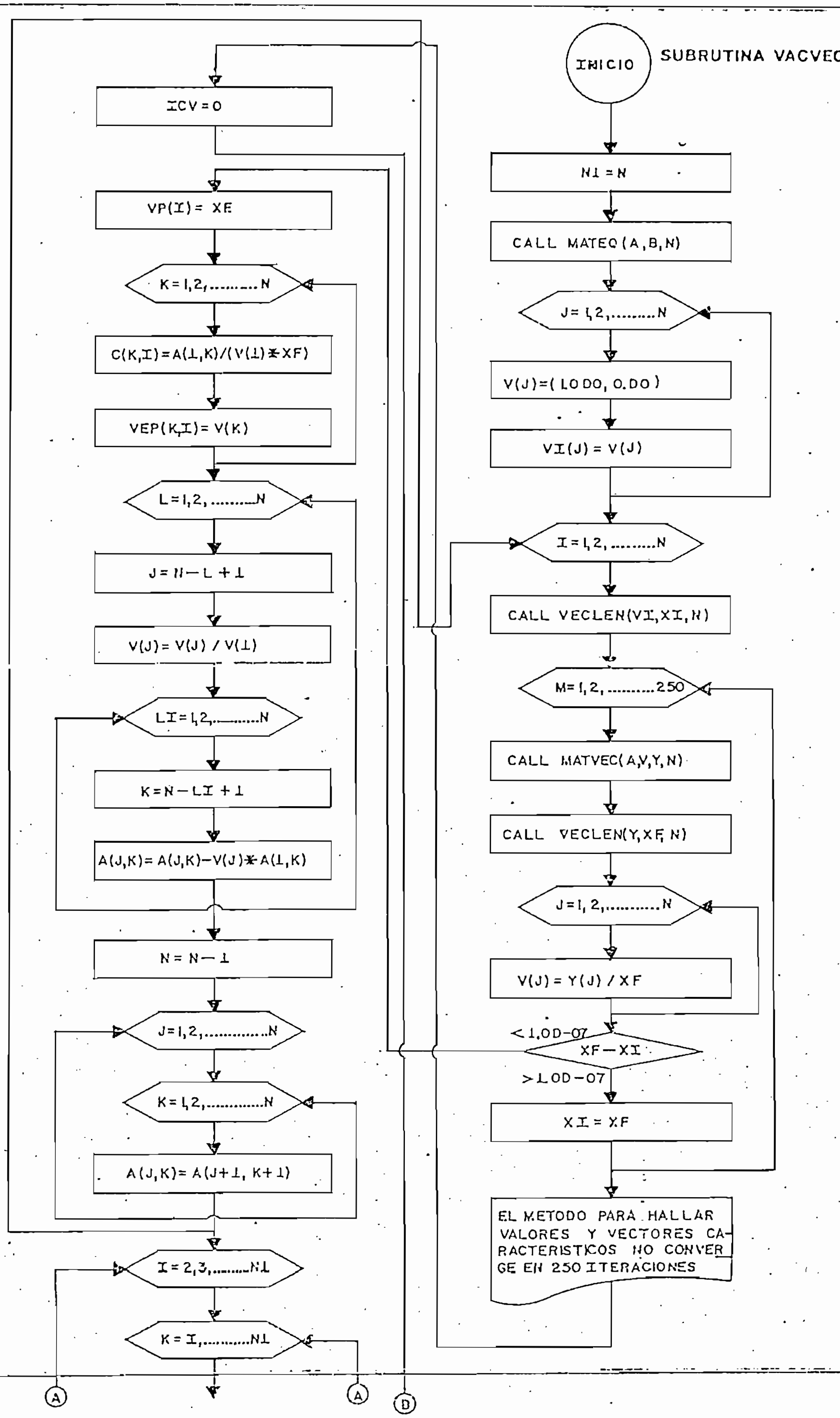
LISTADO FORTRAN

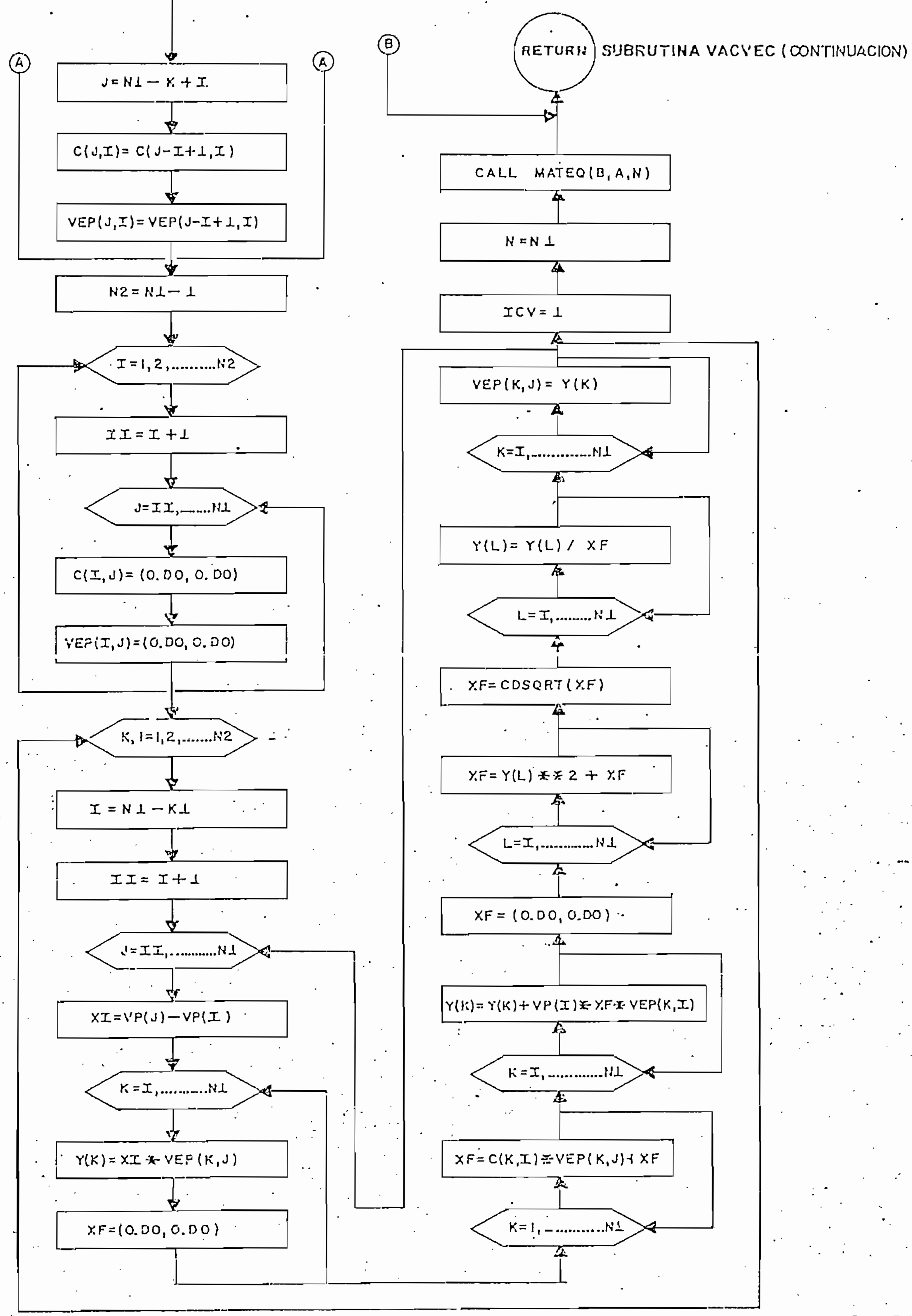
DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8

```
      SUBROUTINE VACVEC(N,ICV)
      COMPLEX*16 A,B,C,VEP,VP,V,VI,Y,XI,XF
      DIMENSION B(10,10),C(10,10),V(10),VI(10),Y(10)
      COMMON VP(10),VEP(10,10),A(10,10)
      N1=N
      CALL MATEQ(A,B,N)
C
C     INICIALIZA EL VECTOR CARACTERISTICO CON UNO
      DO 1 J=1,N
      V(J)=(1.D0,0.D0)
    1 VI(J)=V(J)
      DO 11 I=1,N1
C
C     COMIENZA EL PROCESO DE HALLAR LOS VALORES CARACTERISTICOS POR EL METODO DE
C     LA POTENCIA
      CALL VECLEN(VI,XI,N)
      DO 5 M=1,999
      CALL MATVEC(A,V,Y,N)
      CALL VECLEN(Y,XF,N)
      DO 19 J=1,N
   19 V(J)=Y(J)/XF
      IF(CDABS(XF-XI).LT.1.D-07)GO TO 7
    5 XI=XF
      WRITE(3,8)M
    8 FORMAT(//30X,'EL METODO PARA HALLAR VALORES Y VECTORES CARACTERIST
     *ICOS NO CONVERGE EN',I5,' ITERACIONES',/30X,88('*'))
      ICV=0
      GO TO 50
    7 CONTINUE
C
C     LOS VALORES CARACTERISTICOS LOS GUARDA EN EL ARREGLO VP
      VP(I)=XF
C
C     LOS VECTORES CARACTERISTICOS LOS GUARDA EN EL ARREGLO VEP
C     EN C SE GUARDAN LOS VECTORES QUE DEFLETAN SUCESIVAMENTE A LA MATRIZ
      DO 10 K=1,N
      C(K,I)=A(1,K)/(V(1)*XF)
   10 VEP(K,I)=V(K)
C
C     DEFLETA LA MATRIZ POR EL METODO DE WIELANDT
      DO 12 L=1,N
      J=N-L+1
      V(J)=V(J)/V(1)
      DO 12 LI=1,N
      K=N-LI+1
   12 A(J,K)=A(J,K)-V(J)*A(1,K)
C
C     POR ESTA DEFLECION SE REDUCE EL ORDEN DE LA MATRIZ
      N=N-1
      DO 13 J=1,N
      DO 13 K=1,N
   13 A(J,K)=A(J+1,K+1)
   11 CONTINUE
C
C     CALCULA LOS VECTORES CARACTERISTICOS DE LA MATRIZ ORIGINAL A PARTIR DE LOS
C     VECTORES DE LA MATRIZ DEFLETADA
      DO 14 I=2,N1
      DO 14 K=I,N1
      J=N1-K+I
      C(J,I)=C(J-I+1,I)
   14 VEP(J,I)=VEP(J-I+1,I)
      N2=N1-1
      DO 15 I=1,N2
      II=I+1
      DO 15 J=II,N1
      C(I,J)=(0.D0,0.D0)
   15 VEP(I,J)=(0.D0,0.D0)
      DO 16 K1=1,N2
```

```
      I=N1-K1
      II=I+1
      DO 16 J=II,N1
      XI=VP(J)-VP(I)
      DO 17 K=I,N1
   17 Y(K)=XI*VEP(K,J)
      XF=(0.D0,0.D0)
      DO 18 K=1,N1
   18 XF=C(K,I)*VEP(K,J)+XF
      DO 2 K=I,N1
    2 Y(K)=Y(K)+VP(I)*XF*VEP(K,I)
      XF=(0.D0,0.D0)
      DO 20 L=I,N1
   20 XF=Y(L)**2+XF
      XF=CDSQRT(XF)
      DO 21 L=I,N1
   21 Y(L)=Y(L)/XF
      DO 16 K=I,N1
      VEP(K,J)=Y(K)
   16 CONTINUE
      ICV=1
      N=N1
      CALL MATEQ(B,A,N)
   50 RETURN
      END
```

DIAGRAMA DE FLUJO




RETURN
SUBRUTINA VACVEC (CONTINUACION)
A
A
B
J=N1 − K + I
C(J,I)= C(J−I+1,I)
VEP(J,I)= VEP(J−I+1,I)
N2 = N1 − 1
I=1,2,..........N2
II = I + 1
J=II,......N1
C(I,J)= (0.D0, 0.D0)
VEP(I,J)=(0.D0, 0.D0)
K, I=1,2,.......N2
I = N1 − K1
II= I+1
J=II,...........N1
XI=VP(J)−VP(I)
K=I,..........N1
Y(K)= XI * VEP(K,J)
XF=(0.D0, 0.D0)
CALL MATEQ(B,A,N)
N = N1
ICV= 1
VEP(K,J)= Y(K)
K=I,.............N1
Y(L)= Y(L) / XF
L=I,.........N1
XF= CDSQRT(XF)
XF= Y(L) ** 2 + XF
L=I,.............N1
XF = (0.D0, 0.D0)
Y(K)= Y(K)+VP(I)* XF* VEP(K,I)
K=I,.............N1
XF= C(K,I)* VEP(K,J)+ XF
K=1,...........N1

SUBRUTINA EQPIYT

Mediante esta subrutina se calcula las matrices de los equivalentes Pi y T de líneas de transmisión.

Los datos que se introducen son: impedancia serie por unidad de longitud, admitancia shunt por unidad de longitud, valores y vectores característicos.

Para hallar las mencionadas matrices se usa las siguientes fórmulas halladas en el CAPITULO I, (ver Resumen de Fórmulas)

$$\frac{Z_t}{2} = \frac{xl}{2} ZM \boxed{\frac{\tanh(\gamma_j xl/2)}{\gamma_j xl/2}} M^{-1}$$

$$Y_t = xlM \boxed{\frac{\operatorname{senh}(\gamma_j xl)}{\gamma_j xl}} M^{-1}Y$$

$$Z\pi = xlZM \boxed{\frac{\operatorname{senh}(\gamma_j xl)}{\gamma_j xl}} M^{-1}$$

$$\frac{Y\pi}{2} = \frac{xl}{2} M \boxed{\frac{\tanh(\gamma_j xl/2)}{\gamma_j xl/2}} M^{-1}Y$$

Donde:

$\frac{Z_t}{2}$ = Impedancia serie del equivalente T

Y_t = Admitancia shunt del equivalente T

$Z\pi$ = Impedancia serie del equivalente Pi

../..

$\frac{Y\pi}{2}$ = Admitancia shunt del equivalente Pi

Z = Impedancia serie por unidad de longitud

Y = Admitancia shunt por unidad de longitud

xl = Longitud total de la línea

$\boxed{\frac{\operatorname{senh}(\gamma_j xl)}{\gamma_j xl}}$ = Matriz diagonal de: (senos hiperbólicas de $\gamma_j xl$) $/\gamma_j xl$.

$\boxed{\frac{\tanh(\gamma_j xl/2)}{\gamma_j xl/2}}$ = Matriz diagonal de: (tangentes hiperbólicos de $\frac{\gamma_j xl}{2}$) $/\gamma_j xl/2$

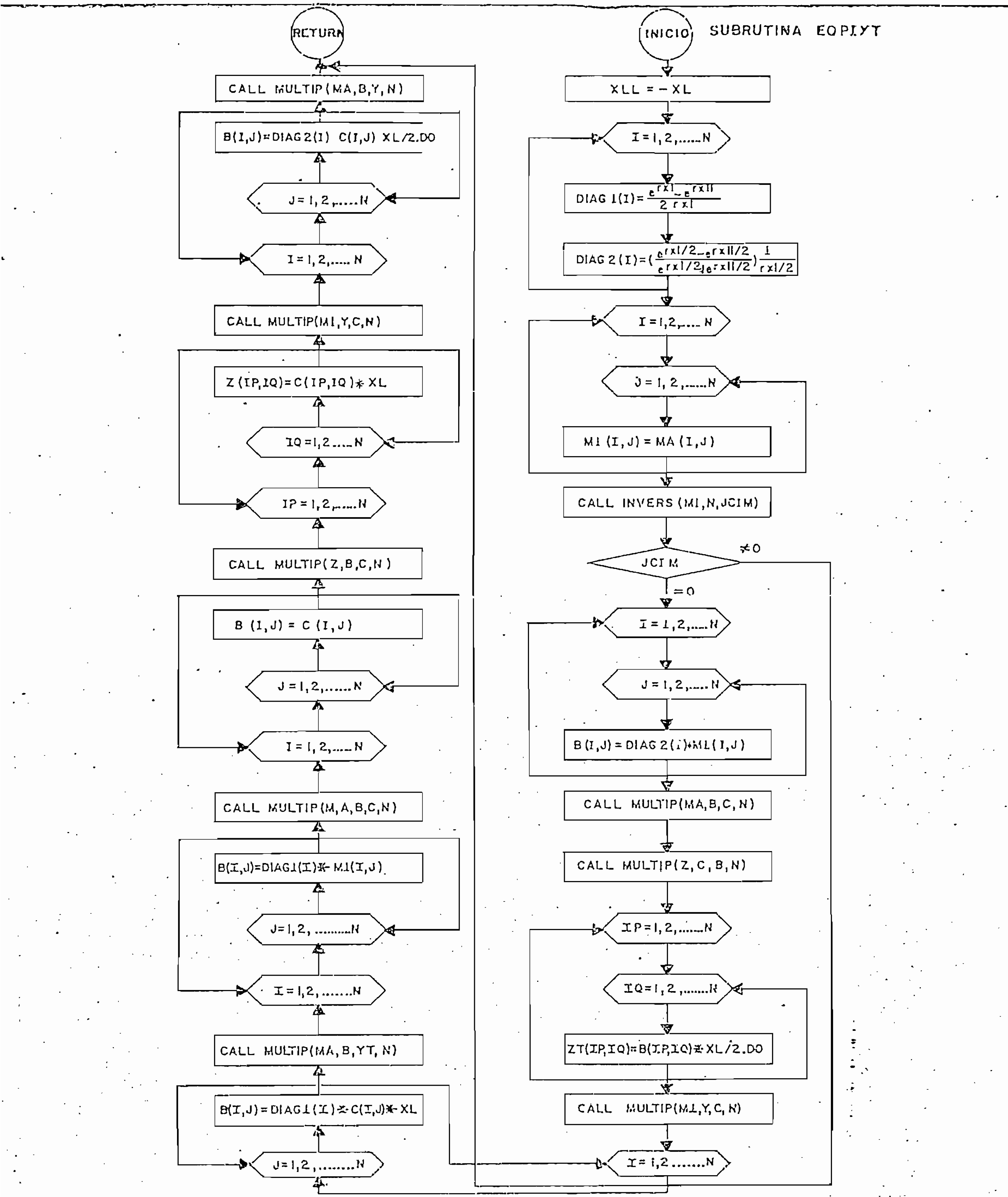
M = Matriz cuyas columnas son los vectores característicos.

LISTADO FORTRAN

DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8

```
          SUBROUTINE EQPIYT(M1,N,XL,ZT,YT,JCIM,JCI2)
          COMPLEX*16 MA,M1,ZY,DIAG1,DIAG2,B,C,W,YT,ZT
          DIMENSION M1(10,10),ZT(10,10),YT(10,10),DIAG1(10),DIAG2(10),B(10,1
         *0)
          COMMON W(10),MA(10,10),C(10,10),Z(10,10),Y(10,10)
          DOUBLE PRECISION XL,XLL
          XLL=-XL
C
C        CALCULA SENH Y TANH
          DO 21 I=1,N
          DIAG1(I)=(CDEXP(W(I)*XL)-CDEXP(W(I)*XLL))/(2.D0*W(I)*XL)
   21     DIAG2(I)=(CDEXP(W(I)*XL/2.D0)-CDEXP(W(I)*XLL/2.D0))/((CDEXP(W(I)*X
         *L/2.D0)+CDEXP(W(I)*XLL/2.D0))*(W(I)*XL/2.D0))
C
C        GUARDA EN M1 LOS VECTORES CARACTERISTICOS PARA INVERTIRLOS
          DO 10 I=1,N
          DO 10 J=1,N
   10     M1(I,J)=MA(I,J)
          CALL INVERS(M1,N,JCIM)
          IF(JCIM)30,31,30
   31     CONTINUE
C
C        CALCULA MEDIANTE LAS FORMULAS ZT;YT;ZPI;YPI
          IF(JCI2.EQ.0)GO TO 36
          DO 210 I=1,N
          DO 210 J=1,N
  210     B(I,J)=DIAG2(I)*M1(I,J)
          CALL MULTIP(MA,B,C,N)
          CALL MULTIP(Z,C,B,N)
          DO 212 IP=1,N
          DO 212 IQ=1,N
  212     ZT(IP,IQ)=B(IP,IQ)*XL/2.D0
          CALL MULTIP(M1,Y,C,N)
          DO 214 I=1,N
          DO 214 J=1,N
  214     B(I,J)=DIAG1(I)*C(I,J)*XL
          CALL MULTIP(MA,B,YT,N)
   36     CONTINUE
          DO 32 I=1,N
          DO 32 J=1,N
   32     B(I,J)=DIAG1(I)*M1(I,J)
          CALL MULTIP(MA,B,C,N)
          DO 33 I=1,N
          DO 33 J=1,N
   33     B(I,J)=C(I,J)
          CALL MULTIP(Z,B,C,N)
          DO 34 IP=1,N
          DO 34 IQ=1,N
   34     Z(IP,IQ)=C(IP,IQ)*XL
          CALL MULTIP(M1,Y,C,N)
          DO 35 I=1,N
          DO 35 J=1,N
   35     B(I,J)=DIAG2(I)*C(I,J)*XL/2.D0
          CALL MULTIP(MA,B,Y,N)
   30     CONTINUE
          RETURN
          END
```

DIAGRAMA DE FLUJO



SUBRUTINA INVERS

Mediante esta subrutina se invierte matrices complejas:

El método seguido se basa en el siguiente principio:

Si se tiene una matriz no singular A

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nj} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

El primer paso es determinar en la diagonal el elemento mayor en valor absoluto y su ubicación (k, k)

A los elementos de la matriz fuera de la fila k, y de la columna k se los modifica de la siguiente manera:

$$a_{ij} = a_{ij} - \frac{a_{ik}a_{kj}}{a_{kk}}$$

A los elementos dentro de la fila k:

$$a_{kj} = - \frac{a_{kj}}{a_{kk}} \quad ; \; j \neq k$$

A los elementos dentro de la columna k:

$$\begin{bmatrix} -\dfrac{1}{B} & -\dfrac{C}{B} \\ \\ -\dfrac{D}{B} & E-\dfrac{CD}{B} \end{bmatrix}$$

Tomando ahora el siguiente elemento de la diagonal y luego cambiando de signo:

$$\begin{bmatrix} \dfrac{1}{B}+\dfrac{\dfrac{CD}{BB}}{E-\dfrac{CD}{B}} & -\dfrac{C}{B} \times \dfrac{1}{E-\dfrac{CD}{B}} \\ \\ -\dfrac{D}{B} \times \dfrac{1}{E-\dfrac{CD}{B}} & \dfrac{1}{E-\dfrac{CD}{B}} \end{bmatrix}$$

De ahí que:

$$B' = \frac{BE}{B(BE-CD)} = \frac{E}{BE-CD}$$

$$B' = \left(\frac{BE-CD}{E}\right)^{-1} = \left(B-\frac{CD}{E}\right)^{-1}$$

$$C' = \frac{-C}{BE-CD} = \frac{-E}{BE-CD} \times \frac{C}{E}$$

$$C' = -B'\,\frac{C}{E}$$

$$D' = \frac{-D}{BE-CD} = -\frac{E}{BE-CD} \times \frac{D}{E}$$

$$D' = -B' \frac{D}{E}$$

$$E' = \frac{1}{E - \frac{CD}{B}} = \frac{B}{BE - CD} = \frac{E}{BE - CD} \times \frac{B}{E}$$

$$E' = B' \frac{B}{E}$$

Comprobación:

Si F es la inversa de A, entonces:

$$FA = \begin{bmatrix} \boxed{1} & \boxed{0} \\ \boxed{0} & \boxed{1} \end{bmatrix}$$

o sea:

$$\begin{bmatrix} \frac{E}{BE - CD} & -\frac{C}{BE - CD} \\ \frac{-D}{BE - CD} & \frac{B}{BE - CD} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B & C \\ D & E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boxed{1} & \boxed{0} \\ \boxed{0} & \boxed{1} \end{bmatrix}$$

el elemento 1, 1:

$$\frac{BE}{BE - CD} - \frac{CD}{BE - CD} = \frac{BE - CD}{BE - CD} = \boxed{1}$$

el elemento 1, 2:

$$\frac{CE}{BE - CD} - \frac{CE}{BE - CD} = \frac{CE - CE}{BE - CD} = \boxed{0}$$

el elemento 2, 1;

$$\frac{-DB}{BE - CD} + \frac{DB}{BC - CD} = \frac{-DB + DB}{BE - CD} = \boxed{0}$$

el elemento 2, 2:

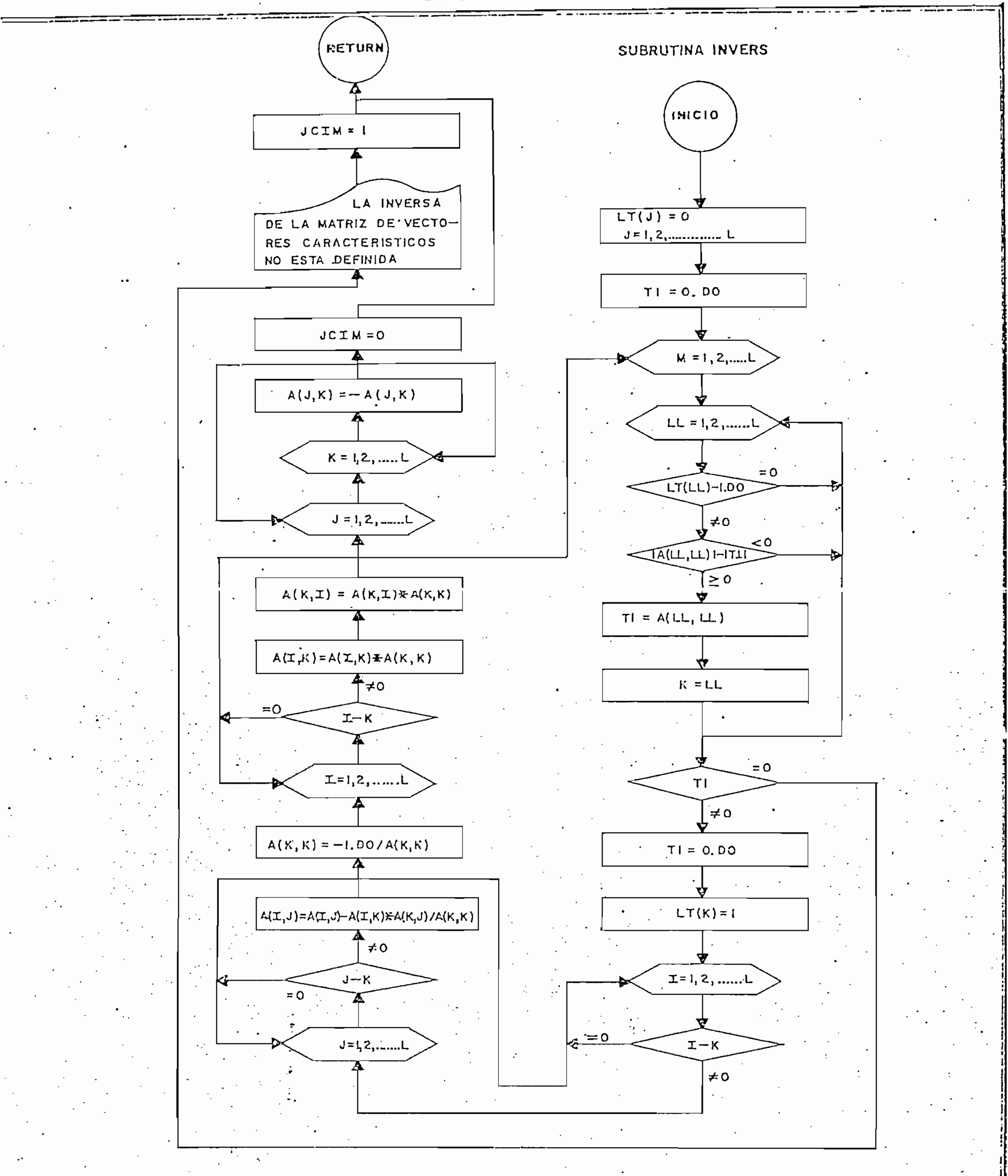
$$\frac{-CD}{BE - CD} + \frac{BE}{BE - CD} = \frac{BE - CD}{BE - CD} = \boxed{1} \quad \text{L.q.q.d.}$$

LISTADO FORTRAN

DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8

```
      SUBROUTINE INVERS(A,L,JCIM)
      COMPLEX*16 A,T1
      DIMENSION A(10,10),LT(10)
C
C     INICIALIZA LT CON CEROS
      DO 12 J=1,L
   12 LT(J)=0
      T1=(0.D0,0.D0)
      DO 2 M=1,L
C
C     ESCOGE EL MAYOR ELEMENTO DE LA DIAGONAL Y UBICA SU POSICION
      DO 1 LL=1,L
      IF(LT(LL).EQ.1)GO TO 1
      IF(CDABS(A(LL,LL))-CDABS(T1).LE.0.D0)GO TO 1
      T1=A(LL,LL)
      K=LL
    1 CONTINUE
      IF(CDABS(T1).EQ.0.D0)GO TO 100
      T1=(0.D0,0.D0)
      LT(K)=1
C
C     MODIFICA LOS ELEMENTOS FUERA DE LA COLUMNA K Y FILA K
      DO 4 I=1,L
      IF(I.EQ.K)GO TO 4
      DO 3 J=1,L
      IF(J.EQ.K)GO TO 3
      A(I,J)=A(I,J)-A(I,K)*A(K,J)/A(K,K)
    3 CONTINUE
    4 CONTINUE
C
C     MODIFICA EL ELEMENTO K;K
      A(K,K)=-1.D0/A(K,K)
C
C     MODIFICA LOS ELEMENTOS DE LA FILA K Y LA COLUMNA K
      DO 2 I=1,L
      IF(I.EQ.K)GO TO 2
      A(I,K)=A(I,K)*A(K,K)
      A(K,I)=A(K,I)*A(K,K)
    2 CONTINUE
C
C     CAMBIA DE SIGNO LA MATRIZ
      DO 13 J=1,L
      DO 13 K=1,L
      A(J,K)=-A(J,K)
   13 CONTINUE
      JCIM=0
      GO TO 21
  100 WRITE(3,10)
      FORMAT(//////20X,'LA INVERSA DE LA MATRIZ DE VECTORES CARACTERISTI
     1COS NO ESTA DEFINIDA',/20X,60('*'))
      JCIM=1
   21 CONTINUE
      RETURN
      END
```

DIAGRAMA DE FLUJO



SUBRUTINA CARACT

El propósito de esta subrutina es el proporcionar las matrices de impedancia y admitancia características, así como la matriz de constantes de propagación.

El método utiliza las ecuaciones determinadas en el anexo Nº 4.

$$Z_0 = M \boxed{\gamma_j^{-1}} M^{-1} Z$$

$$Y_0 = YM \boxed{\gamma_j^{-1}} M^{-1}$$

Donde:

Z_0 = Impedancia característica de la línea

Y_0 = Admitancia característica de la línea

M = Matriz de vectores característicos de YZ ó ZY

$\boxed{\gamma_j}$ = Matriz de constantes de propagación, raíz cuadrada de la matriz diagonal de valores característicos

Z = Impedancia serie por unidad de longitud

Y = Admitancia shunt por unidad de longitud

../..

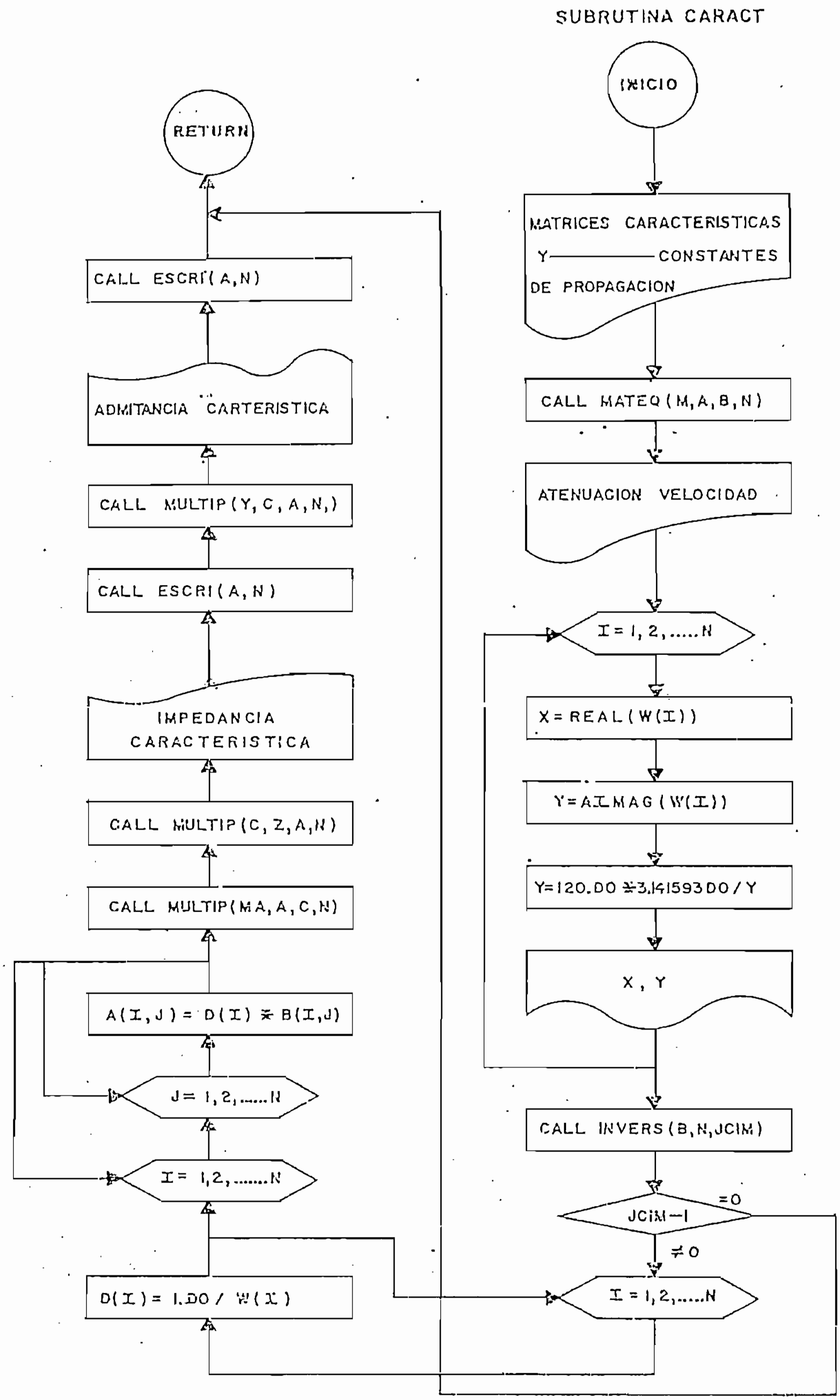
Z y Y = Pueden estar en componentes de secuencia o de fase.

LISTADO FORTRAN

```
DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8

            SUBROUTINE CARACT(N,JCIM,UNID,JK)
            COMPLEX*16 Z,Y,W,MA,A,C,D
            DIMENSION A(10,10),D(10)
            COMMON W(10),MA(10,10),C(10,10),Z(10,10),Y(10,10)
            DOUBLE PRECISION X1,Y1
            WRITE(3,1)
      1     FORMAT(///20X,'PARAMETROS CARACTERISTICOS DE LA LINEA',/20X,38('*'
           1))
C
C          ESCRIBE VALORES Y VECTORES CARACTERISTICOS
            WRITE(3,2)
      2     FORMAT(/20X,'VALORES CARACTERISTICOS')
            DO 3 I=1,N
            A(1,I)=W(I)**2
      3     WRITE(3,12)A(1,I)
     12     FORMAT(/20X,2D20.8)
            WRITE(3,13)
     13     FORMAT(/20X,'VECTORES CARACTERISTICOS')
            CALL ESCRI(MA,N)
C
C          ESCRIBE LAS CONSTANTES DE PROPAGACION DE LA LINEA (LA FREC.=60HZ)
            WRITE(3,14)
     14     FORMAT(/20X,'CONSTANTES DE PROPAGACION')
            WRITE(3,4)UNID(JK),UNID(JK)
      4     FORMAT(///30X,'ATENUACION',5X,'VELOCIDAD',//25X,'NEPERS POR ',1A4,
           *8X,1A4,' POR SEG.')
            DO 5 I=1,N
            X1=REAL(W(I))
            Y1=AIMAG(W(I))
            Y1=120.D0*3.141593/Y1
      5     WRITE(3,6)X1,Y1
      6     FORMAT(//20X,2(D20.8))
C
C          CALCULA Y ESCRIBE IMPEDANCIA CARACTERISTICA Y ADMITANCIA CARACTERISTICA
            CALL MATEQ(MA,A,N)
            CALL INVERS(A,N,JCIM)
            IF(JCIM.EQ.1)GO TO 11
            DO 7 I=1,N
      7     D(I)=1.D0/W(I)
            DO 8 I=1,N
            DO 8 J=1,N
      8     A(I,J)=D(I)*A(I,J)
            CALL MULTIP(MA,A,C,N)
            CALL MULTIP(C,Z,A,N)
            WRITE(3,9)
      9     FORMAT(///20X,'IMPEDANCIA CARACTERISTICA ',/20X,25('*'))
            CALL ESCRI(A,N)
            CALL MULTIP(Y,C,A,N)
            WRITE(3,10)
     10     FORMAT(///20X,'ADMITANCIA CARACTERISTICA ',/20X,25('*'))
            CALL ESCRI(A,N)
     11     RETURN
            END
```

DIAGRAMA DE FLUJO



SUBRUTINA ESCRI

La subrutina tiene como función el imprimir matrices complejas. El método es separar la matriz compleja original en dos matrices reales y se escribe la parte real encima de la imaginaria, o sea la matriz:

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} + jb_{11} & a_{12} + jb_{12} & + & \cdots \\ a_{21} + jb_{21} & a_{22} + jb_{22} & + & \cdots \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \end{bmatrix}$$

$$C=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots \\ a_{21} & a_{22} & \cdots \\ \cdot & & \\ \cdot & & \\ \cdot & & \end{bmatrix}$$

../..

$$D=\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots \\ b_{21} & b_{22} & \cdots \\ \cdot & & \\ \cdot & & \\ \cdot & & \end{bmatrix}$$

Imprime en la salida de la siguiente forma:

$$\begin{array}{lll} a_{11} & a_{12} & \cdots \\ b_{11} & b_{12} & \\ & & \\ a_{21} & a_{22} & \cdots \\ b_{21} & b_{22} & \\ \cdot & & \\ \cdot & & \\ \cdot & & \end{array}$$

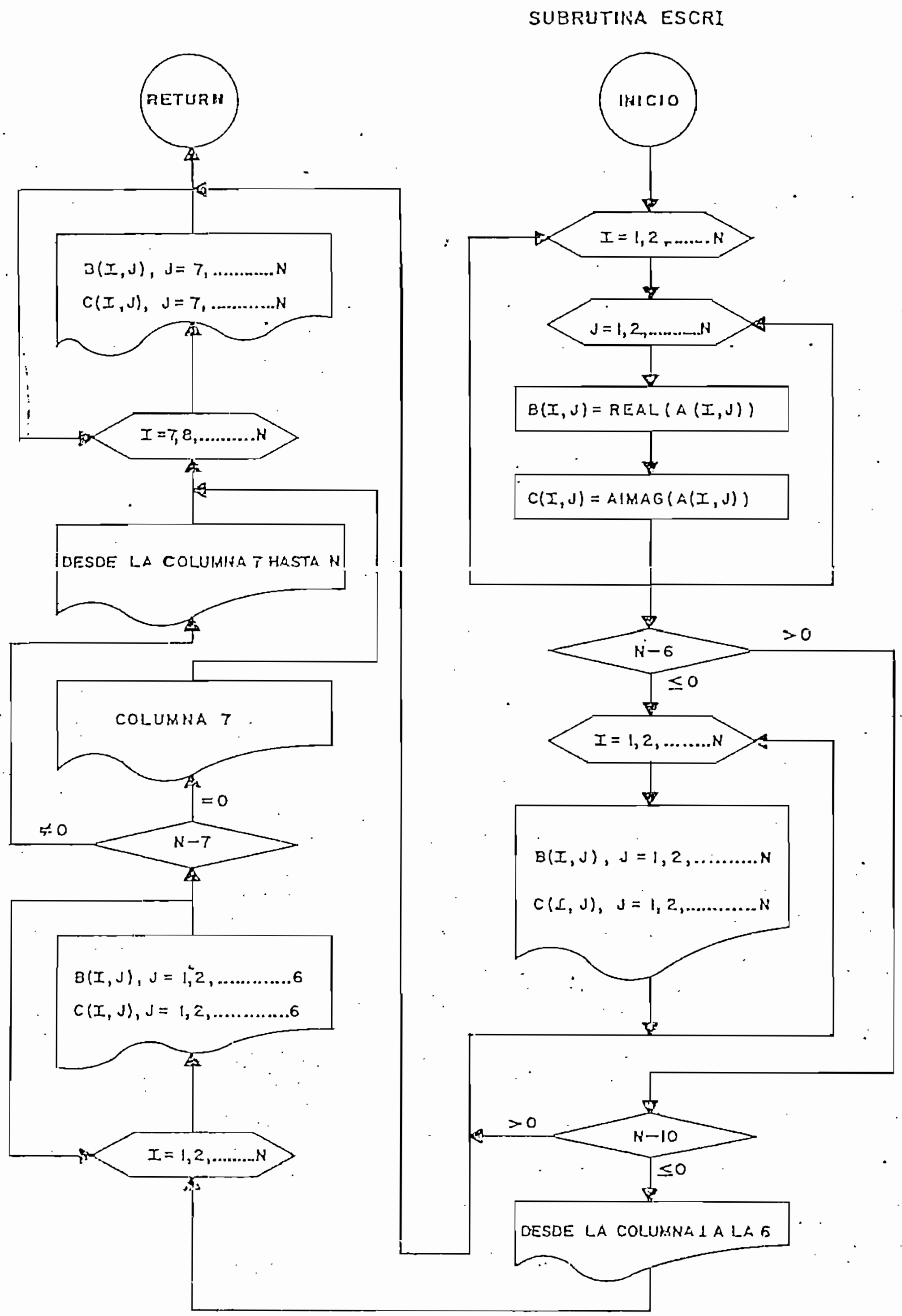
Usa aritmética en doble precisión.

Si el rango de la matriz es mayor que 6, imprime las 6 primeras columnas y luego las demás.

DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8

```
      SUBROUTINE ESCRI(A,N)
      COMPLEX*16 A
      DIMENSION A(10,10),B(10,10),C(10,10)
      DOUBLE PRECISION B,C
C
C     SEPARA DE LA MATRIZ LA PARTE REAL Y LA IMAGINARIA
      DO 1 I=1,N
      DO 1 J=1,N
      B(I,J)=REAL(A(I,J))
    1 C(I,J)=AIMAG(A(I,J))
C
C     SEPARA LAS PRIMERAS 6 COLUMNAS PARA ESCRIBIR;CUANDO N MAYOR QUE 6
      IF(N-6)2,2,3
      WRITE(3,6)
      WRITE(3,5)(B(I,J),J=1,N)
    4 WRITE(3,5)(C(I,J),J=1,N)
    5 FORMAT(6D20.8)
      WRITE(3,6)
    6 FORMAT(1H0)
      GO TO 7
    3 IF(N-10)8,8,7
    8 WRITE(3,10)
   10 FORMAT(/10X,'DESDE LA COLUMNA 1 HATA LA COLUMNA 6')
      DO 11 I=1,N
      WRITE(3,6)
      WRITE(3,5)(B(I,J),J=1,6)
   11 WRITE(3,5)(C(I,J),J=1,6)
      WRITE(3,12)
   12 FORMAT(1H1)
      IF(N-7)13,14,13
   14 WRITE(3,15)
   15 FORMAT(/10X,'COLUMNA 7')
      GO TO 16
   13 WRITE(3,17)N
   17 FORMAT(/10X,'DESDE COLUMNA 7 HATA COLUMNA ',I2)
   16 DO 18 I=1,N
      WRITE(3,6)
      WRITE(3,5)(B(I,J),J=7,N)
   18 WRITE(3,5)(C(I,J),J=7,N)
    7 WRITE(3,12)
      RETURN
      END
```

DIAGRAMA DE FLUJO



SUBRUTINA COMPON

Por medio de esta subrutina se transforma matrices de impedancia y admitancia de componentes de fase a componentes de secuencia o viceversa.

El método es hallar la matriz de transformación y su inversa y utiliza las siguientes relaciones. T según el anexo N° 2 .

$$Z_{012} = T^{-1} Z_{abc}$$

Despejando Z_{abc}

$$Z_{abc} = T Z_{012} T^{-1}$$

donde:

Z_{012} = matriz impedancia en componentes de secuencia

Z_{abc} = matriz impedancia en componentes de fase

T = matriz de transformación, referencia anexo N° 2.

Y también:

$$Y_{012} = T^{-1} Y_{abc} Y$$

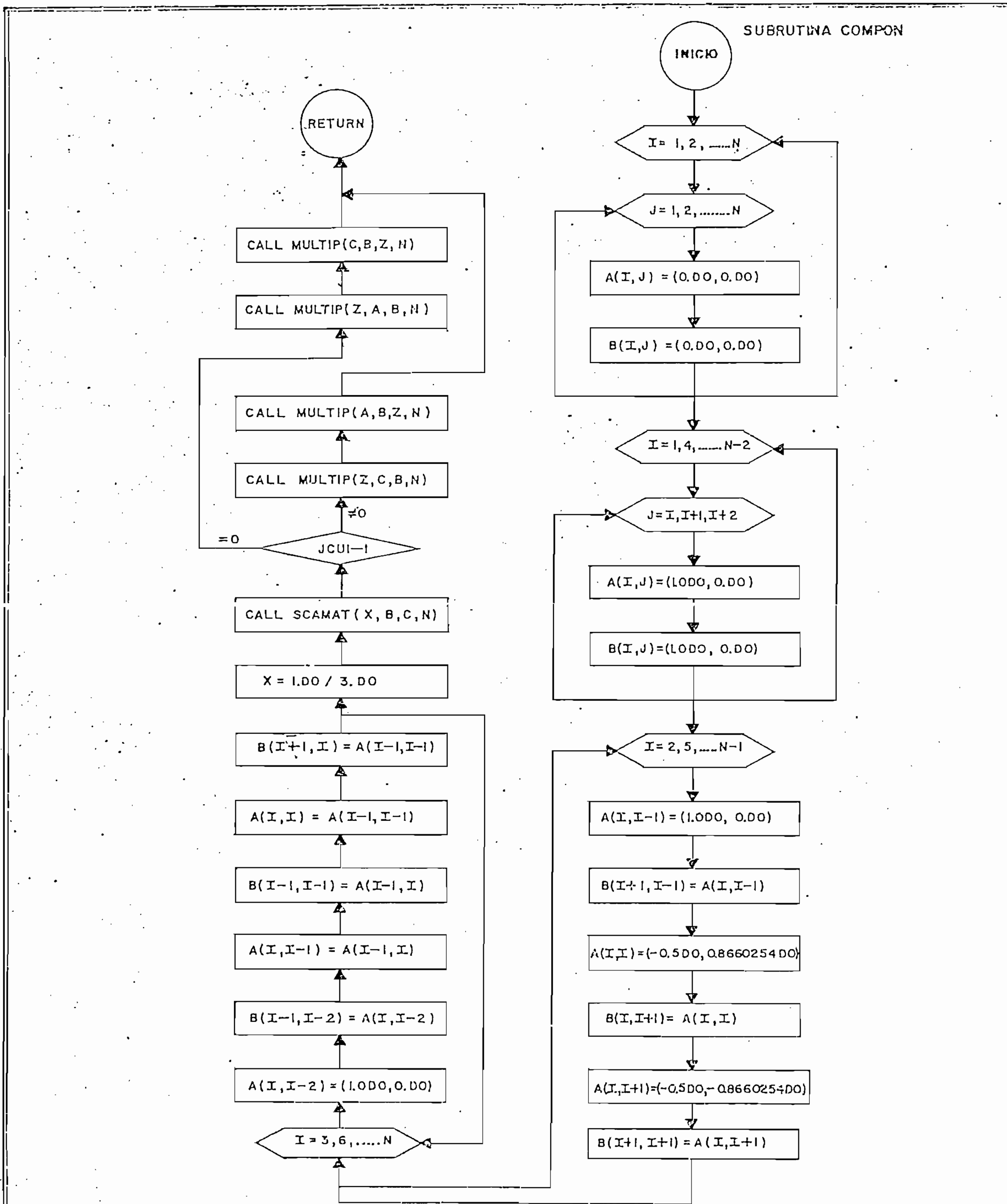
$$Y_{abc} = T Y_{012} T^{-1}$$

LISTADO FORTRAN

DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8

```
      SUBROUTINE COMPON(Z,N,JCU1,JCU2)
      COMPLEX*16 A,B,Z,C
      DIMENSION A(10,10),B(10,10),C(10,10),Z(10,10)
      DOUBLE PRECISION X
C
C    INICIALIZA LA MATRICES A Y B
      DO 1 I=1,N
      DO 1 J=1,N
      A(I,J)=(0.D0,0.D0)
    1 B(I,J)=(0.D0,0.D0)
C
C    LA MATRIZ A ES LA DE TRANSFORMACION DE COMPONENTES Y C SU INVERSA
      N2=N-2
      DO 2 I=1,N2,3
      I2=I+2
      DO 2 J=I,I2
      A(I,J)=(1.D0,0.D0)
    2 B(I,J)=(1.D0,0.D0)
      N1=N-1
      DO 3 I=2,N1,3
      A(I,I-1)=(1.D0,0.D0)
      B(I+1,I-1)=(1.D0,0.D0)
      A(I,I)=(-0.5D0,-0.8660254D0)
      B(I+1,I)=(-0.5D0,-0.8660254D0)
      A(I,I+1)=(-0.5D0,0.8660254D0)
    3 B(I+1,I+1)=(-0.5D0,0.8660254D0)
      DO 4 I=3,N,3
      A(I,I-2)=(1.D0,0.D0)
      B(I-1,I-2)=(1.D0,0.D0)
      A(I,I-1)=A(I-1,I)
      B(I-1,I-1)=A(I-1,I)
      A(I,I)=A(I-1,I-1)
    4 B(I-1,I)=A(I-1,I-1)
      X=1.D0/3.D0
      CALL SCAMAT(X,B,C,N)
      IF(JCU1.EQ.1)GO TO 5
C
C    CALCULA Z DE SECUENCIA COMO ZSEC=T*ZFASE*T-1
      CALL MULTIP(Z,C,B,N)
      CALL MULTIP(A,B,Z,N)
      GO TO 6
    5 CONTINUE
C
C    CALCULA Z DE FASE COMO ZFASE=T-1*ZSEC*T
      CALL MULTIP(Z,A,B,N)
      CALL MULTIP(C,B,Z,N)
    6 CONTINUE
      RETURN
      END
```

DIAGRAMA DE FLUJO



SUBRUTINA MULTIP

La función de esta subrutina es realizar el producto de matrices complejas.

El método utiliza la siguiente fórmula:

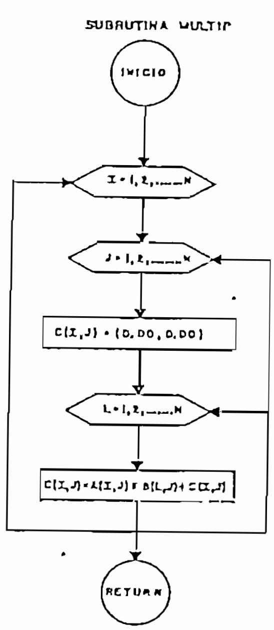
$$c_{ij} = \sum_{l=1}^{n} a_{il} * b_{lj} \qquad i = 1,\ 2,\ \ldots\ n;\ j = 1,\ 2,\ \ldots\ n$$

LISTADO FORTRAN

DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8

```
      SUBROUTINE MULTIP(A,B,C,N)
      COMPLEX*16 A,B,C
      DIMENSION A(10,10),B(10,10),C(10,10)
      DO 1 I=1,N
      DO 1 J=1,N
      C(I,J)=(0.D0,0.D0)
      DO 1 L=1,N
    1 C(I,J)=A(I,L)*B(L,J)+C(I,J)
      RETURN
      END
```

DIAGRAMA DE FLUJO



SUBRUTINA MATEQ

Esta subrutina tiene por objeto igualar dos matrices complejas. El método es aplicar la fórmula:

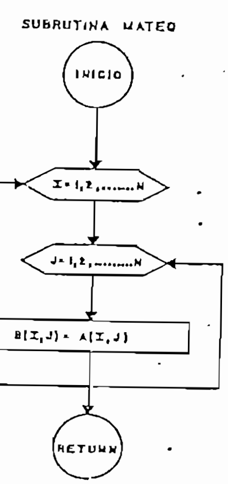
$$b_{ij} = a_{ij} \qquad i = 1,\ 2,\ \ldots\ n;\ j = 1,\ 2,\ \ldots\ n$$

LISTADO FORTRAN

```
DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8

          SUBROUTINE MATEQ(A,B,N)
          COMPLEX*16 A,B
          DIMENSION A(10,10),B(10,10)
          DO 11 I=1,N
          DO 11 J=1,N
    11    B(I,J)=A(I,J)
          RETURN
          END
```

DIAGRAMA DE FLUJO



SUBRUTINA MATVEC

MATVEC calcula la multiplicación de una matriz compleja con un vector mediante aritmética en doble precisión.

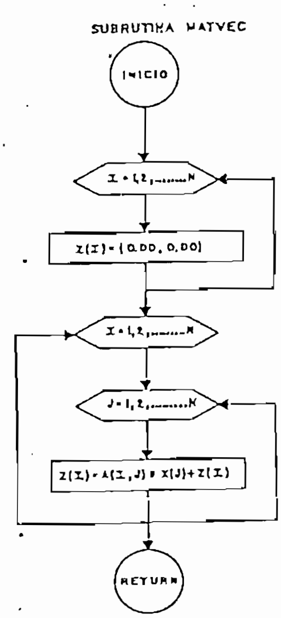
$$z_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} * x_j \qquad i = 1, 2, \ldots n$$

LISTADO FORTRAN

DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8

```
      SUBROUTINE MATVEC(A,X,Z,N)
      COMPLEX*16 A,X,Z
      DIMENSION A(10,10),X(10),Z(10)
      DO 5 I=1,N
    5 Z(I)=(0.D0,0.D0)
      DO 6 I=1,N
      DO 6 J=1,N
    6 Z(I)=A(I,J)*X(J)+Z(I)
      RETURN
      END
```

DIAGRAMA DE FLUJO



SUBRUTINA SCAMAT

Mediante esta subrutina se multiplica un escalar complejo por una matriz compleja.

Utiliza la siguiente fórmula:

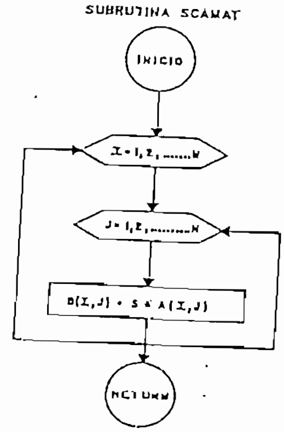
$$b_{ij} = s * a_{ij}$$

LISTADO FORTRAN

```
DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8

0001          SUBROUTINE SCAMAT(S,A,B,N)
0002          COMPLEX*16 S,A,B
0003          DIMENSION A(10,10),B(10,10)
0004          DO 8 I=1,N
0005          DO 8 J=1,N
0006       8  B(I,J)=S*A(I,J)
0007          RETURN
0008          END
```

DIAGRAMA DE FLUJO



SUBRUTINA VECLEN

Mediante esta subrutina se halla el módulo de un vector n dimensional.

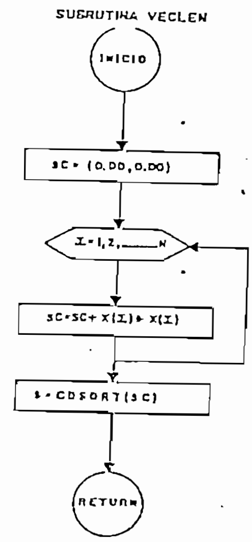
La subrutina emplea la siguiente fórmula:

$$\bar{x} = \sqrt{x_1^2+x_2^2+\ldots+x_n^2} = s$$

donde:

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix}$$

DIAGRAMA DE FLUJO



LISTADO FORTRAN

```
DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8

0001          SUBROUTINE VECLEN(X,S,N)
0002          COMPLEX*16 X,S,SC
0003          DIMENSION X(10)
0004          SC=(0.D0,0.D0)
0005          DO 12 I=1,N
0006     12   SC=SC+X(I)*X(I)
0007          S=CDSQRT(SC)
0008          RETURN
0009          END
```

2.3. MANUAL DE USO DEL PROGRAMA

2.3.1. Propósito del Programa

2.3.2. Descripción del Programa

2.3.3. Restricciones, Modificaciones

2.3.4. Curva Estimativa del tiempo de Computación

2.3.5. Preparación de Datos, Aplicación caso de Prueba

2.3.6. Salida

2.3. MANUAL DE USO DEL PROGRAMA

2.3.1. Propósito del Programa

"Cálculo de los Equivalentes PI, T y Parámetros Característicos de una Línea de Transmisión", determina los parámetros de los modelos PI y T de una línea, y además mediante instrucción previa está en capacidad de hallar los parámetros característicos de una línea, como son valores característicos de una línea, vectores característicos, impedancia y admitancia características y constantes de propagación.

2.3.2. Descripción del Programa

El programa esta escrito para un computador que acepte lenguaje FORTRAN IV, usando aritmética compleja en doble precisión.

Esta diseñado para aceptar las matrices de datos Z, Y - en ohms y mhos por milla o kilómetro, dependiendo de - ello la longitud (XL), deberá estar dado en millas o kilómetros, con el fin de que haya consistencia de datos.

El programa consiste de un programa principal y once - (11) subrutinas.

1. PROGRAMA PRINCIPAL.- Maneja toda entrada de datos y controla el flujo lógico - del problema llamando a las subrutinas en orden apropiado.

2. SUBRUTINA VACVEC.- Calcula los valores y vectores característicos de matrices complejas.

3. SUBRUTINA EQPIYT.- Forma las matrices de los equivalentes.

4. SUBRUTINA INVERS.- Halla la inversa de una matriz compleja.

5. SUBRUTINA CARACT.- Forma las matrices características y escribe los valores y vectores característicos.

6. SUBRUTINA ESCRI.- Escribe en la salida matrices - complejas.

7. SUBRUTINA COMPON.- Transforma matrices dadas en componentes de fase a componentes de secuencia o viceversa.

../..

8. SUBRUTINA MULTIP.- Multiplica dos matrices complejas cuadradas.

9. SUBRUTINA MATEQ.- Iguala dos matrices complejas cuadradas.

10. SUBRUTINA MATVEC.- Multiplica una matriz cuadrada de orden n por un vector del mismo grado.

11. SUBRUTINA SCAMAT.- Multiplica un escalar por una matriz compleja cuadrada.

12. SUBRUTINA VECLEN.- Halla el módulo de un vector complejo de orden n.

2.3.3. Restricciones.

1. $N \leq 10$

2. Frecuencia = 60 Hz.

3. La permeabilidad ε y permitividad del medio en que trabaja la línea es aproximadamente igual a los del espacio libre (esto es verdadero para líneas de transmisión aéreas)

../..

4. La matriz conteniendo los vectores característicos de Y Z puede ser no singular, si esto ocurre el programa escribe el siguiente mensaje "La matriz de vectores característicos no está definida" y para.

- Modificaciones:

Para condiciones no satisfechas por los numerales 1, 2 y 3 se pueden realizar las siguientes modificaciones al programa.

1. Incremento de la dimensión.- Este requerimiento se consigue cambiando al orden deseado todas las instrucciones DIMENSION y COMMON, usadas en el programa, sin embargo, la subrutina ESCRI debe ser ampliada.

2. Cambio de la frecuencia, permeabilidad o permitividad. En el Programa Principal se tiene:

$\bar{U} = -\omega^2 \upsilon \varepsilon$

Donde:

$\omega = 2\pi f$ (1/seg)

$\upsilon = 4\pi \times 10^{-17}$ (Henry/m)

$\varepsilon = 8.85 \times 10^{-12}$ (Farad/m)

⋮

Si hay cambios de cualquiera de los parámetros, deberá calcularse los valores de μ con estas modifica ciones.

2.3.4. Curva Estimativa del Tiempo de Computación

El tiempo de computación dependerá, además, del rango - de las matrices, del factor de convergencia usado en la subrutina VACVEC (1×10^{-7}), así:

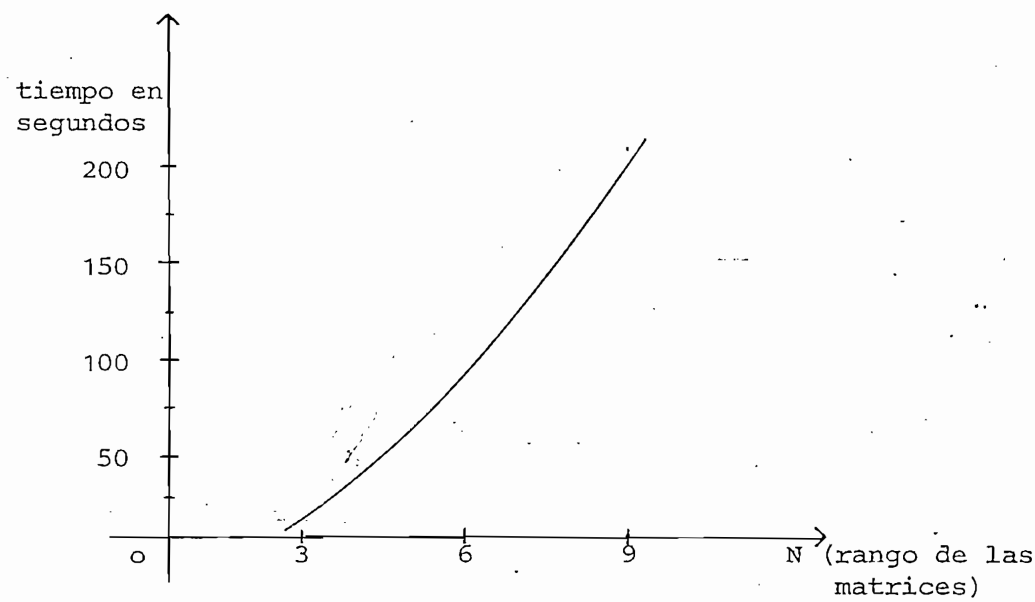


FIGURA 1.6. TIEMPO ESTIMADO DE COMPUTACION

2.3.5. Preparación de Datos, Aplicación Caso de Prueba

En el programa se tiene cuatro tipos de tarjetas de datos:

1. Tarjetas de información de número de problemas a co rrerse:

../..

1. Una tarjeta indica el número de problemas que se corren (NP), el dato deberá ser perforado en las columnas 9 y 10 (ver hoja de codificación)

2. Tarjetas conteniendo indicadores:

2. Con el fin de escoger los cálculos requeridos se introducirán los siguientes datos, en una tarjeta:

N Variable entera que indicará el orden de las matrices, debe ser perforada en las columnas 4 y 5.

XL Variable real que indica la longitud de la línea, debe ser perforada de la columna 6 a la 15.

JCI1 Variable entera que ordenará que se realice o no el cálculo de las matrices de impedancia y admitancia características, debe ser perforada en la columna 20.

JCI1 = 1 realiza el cálculo de Z_0 y Y_0

JCI1 = 0 no lo realiza.

../..

JCI2 Variable entera que ordena el cálculo del equivalente T, debe ser perforada en la columna 25.

JCI2 = 1 calcula el equivalente T

JCI2 = 0 no lo calcula.

NTC Variable entera que indicará el número de tarjetas correspondientes a títulos, deberá perforarse en la columna 30.

JCU Variable entera que indica las unidades en que están dadas Y y Z, perforada en la columna 35.

JCU = 1 mhos/Klm., ohms/Klm.

JCU = 0 mhos/Mill, ohms/Mill.

JCU1 Variable entera que indicará las componentes en las que están las matrices Y y Z, debe perforarse en la columna 40.

JCU1 = 1 componentes de fase

JCU1 = 0 componentes de secuencia

JCU2 Variable entera que indicará las componentes en que se requieren los resultados, debe perforarse en la columna 45.

../..

JCU2 = 1 componentes de fase

JCU2 = 0 componentes de secuencia

Ver hoja de codificación.

3. Tarjetas de Títulos de cada Línea:

3. El número de tarjetas de títulos vendrá dado por NTC. Los títulos podrán ser escritos en cualquier parte de la tarjeta. Ver hoja de codificación.

4. Impedancia y Admitancia por Unidad de Longitud:

4. La Impedancia y Admitancia por unidad de longitud, son matrices complejas cuadradas, se introducirán escribiendo primeramente las componentes de Y, comenzando por la parte real y luego la compleja del primer elemento de la primera fila, luego el segundo elemento hasta acabar la fila, después, comenzando en la siguiente tarjeta se introducirá de la misma forma la segunda fila, y así sucesivamente. Cada tarjeta podrá contener cuatro números, debido a que el formato de lectura es: 4D20.8 (ver hoja de codificación).

ESCUELA POLITECNICA NACIONAL

DEPARTAMENTO DE SISTEMAS DE POTENCIA.

HOJA DE CODIFICACION FORTRAN IV — PROGRAMADO POR EDISON VALLEJO — PAGINA 1 DE 4

PROGRAMA EQUIVALENTES PIYT Y PARAM. CARACT. — VERIFICADO POR — FECHA 30 AGOSTO 1981

```
         1
  9      200.00        1    1        6        0        0        0
                            TESIS DE GRADO
                            EJEMPLO DE PRUEBA
                            DATOS DE REF. PURDUE UNIVERSITY
  -                         LINEA DE TRES CIRCUITOS PARALELOS
                            ********************************
      0.                     0.18045723D-01     0.           -0.29151341D-02
      0.                    -0.76402667D-03     0.           -0.25092314D-03
      0.                    -0.18576778D-04     0.           -0.12175880D-04
      0.                    -0.72335654D-05     0.           -0.10520422D-04
      0.                    -0.16596898D-04
      0.                    -0.29191341D-02     0.            0.18233713D-01
      0.                    -0.28615823D-02     0.           -0.46340513D-04
      0.                    -0.37522879D-04     0.           -0.25528502D-04
      0.                    -0.11801914D-04     0.           -0.16011524D-04
      0.                    -0.25020806D-04
      0.                    -0.86402667D-03     0.           -0.28615823D-02
      0.                     0.18230168D-01     0.           -0.13146657D-03
      0.                    -0.11348919D-03     0.           -0.77870604D-04
      0.                    -0.29645076D-04     0.           -0.37386992D-04
      0.                    -0.57495252D-04
      0.                    -0.25092314D-04     0.           -0.46340583D-04
      0.                    -0.13146657D-03     0.            0.92317180D-03
```

ESCUELA POLITECNICA NACIONAL

DEPARTAMENTO DE SISTEMAS DE POTENCIA

HOJA DE CODIFICACION FORTRAN IV — PROGRAMADO POR EDISON VALLEJO — PAGINA 2 DE 4

PROGRAMA EQUIVALENTES PIYT Y PARAM. CARACT. — VERIFICADO POR — FECHA 30 AGOSTO 81

```
      0.                    -0.17316823D-03     0.           -0.72259047D-04
      0.                    -0.39015154D-04     0.           -0.52547025D-04
      0.                    -0.80517240D-04
      0.                    -0.18576778D-04     0.           -0.37522879D-04
      0.                    -0.11348919D-03     0.           -0.17316823D-03
      0.                     0.94184154D-03     0.           -0.16884089D-03
      0.                    -0.48886009D-04     0.           -0.47863177D-04
      0.                    -0.52339470D-04
      0.                    -0.12175880D-04     0.           -0.25528502D-04
      0.                    -0.77870604D-04     0.           -0.72259047D-04
      0.                    -0.16884080D-03     0.            0.93158700D-03
      0.                    -0.72776268D-04     0.           -0.48936602D-04
      0.                    -0.38934685D-04
      0.                    -0.72335654D-05     0.           -0.11801914D-04
      0.                    -0.29645076D-04     0.           -0.39015154D-04
      0.                    -0.48886009D-04     0.           -0.72776268D-04
      0.                     0.93097971D-03     0.           -0.16975585D-03
      0.                    -0.73294520D-04
      0.                    -0.10520422D-04     0.           -0.16011524D-04
      0.                    -0.37386992D-04     0.           -0.52547025D-04
      0.                    -0.47863177D-04     0.           -0.48936602D-04
      0.                    -0.16975585D-03     0.            0.94046725D-03
      0.                    -0.17473549D-03
      0.                    -0.16596898D-04     0.           -0.25020806D-04
```

ESCUELA POLITECNICA NACIONAL

DEPARTAMENTO DE SISTEMAS DE POTENCIA

HOJA DE CODIFICACION FORTRAN IV

PROGRAMADO POR EDISON VALLEJO

PAGINA 3 DE 4

PROGRAMA EQUIVALENTES PI Y T Y PARAM. CARACT.

VERIFICADO POR

FECHA 30 AGOSTO 1981

0.	-0.57495252D-04	0.	-0.80517210D-04
0.	-0.52339470D-04	0.	-0.38934615D-04
0.	-0.73294520D-04	0.	-0.17473549D-03
0.	0.92141192D-03		
0.83630057D-04	0.31135785D-03	0.65548943D-04	0.11084623D-03
0.62572825D-04	0.78528384D-04	0.20024420D-03	0.18505500D-03
0.19748116D-03	0.19597542D-03	0.19420466D-03	0.19940846D-03
0.18700117D-03	0.18302567D-03	0.19094296D-03	0.17609350D-03
0.19434895D-03	0.16873614D-03		
0.65548943D-04	0.11084623D-03	0.83747183D-04	0.30977175D-03
0.66698612D-04	0.10687365D-03	0.21046343D-03	0.21518543D-03
0.20688085D-03	0.22678468D-03	0.20288890D-03	0.22846064D-03
0.19724143D-03	0.20635460D-03	0.19957858D-03	0.19929468D-03
0.20396299D-03	0.19227377D-03		
0.62572825D-04	0.78528389D-04	0.66698612D-04	0.10687365D-03
0.86191367D-04	0.30628259D-03	0.22118329D-03	0.26594108D-03
0.21617688D-03	0.27771761D-03	0.21120811D-03	0.27492747D-03
0.20553757D-03	0.24336599D-03	0.20874056D-03	0.23667856D-03
0.21440955D-03	0.23076598D-03		
0.20024420D-03	0.18505500D-03	0.21046543D-03	0.21518543D-03
0.22111829D-03	0.26594108D-03	0.16795897D-02	0.60340472D-02
0.85781769D-03	0.22217479D-02	0.82664307D-03	0.18394238D-02
0.81878163D-03	0.16317107D-02	0.84652314D-0	0.16854578D-02
0.88969226D-03	0.17432397D-02		

ESCUELA POLITECNICA NACIONAL

DEPARTAMENTO DE SISTEMAS DE POTENCIA.

HOJA DE CODIFICACION FORTRAN IV

PROGRAMADO POR EDISON VALLEJO

PAGINA 4 DE 4

PROGRAMA EQUIVALENTES PI Y T Y PARAM. CARACT.

VERIFICADO POR

FECHA 30 AGOSTO 1981

0.19748116D-03	0.19597542D-03	0.20688085D-03	0.22678468D-03
0.21617688D-03	0.27771761D-03	0.85781769D-03	0.22217479D-02
0.15964381D-02	0.61450738D-02	0.79187687D-03	0.23169526D-02
0.78399170D-03	0.17729726D-02	0.80853698D-03	0.17367512D-02
0.84695020D-03	0.16814253D-02		
0.19420466D-03	0.19940846D-03	0.20288890D-03	0.22846064D-03
0.21120811D-03	0.27492747D-03	0.82664302D-03	0.18394238D-02
0.79187687D-03	0.23169526D-02	0.15440407D-02	0.62270515D-02
0.75939149D-03	0.19309016D-02	0.78199670D-03	0.17792296D-02
0.81747226D-03	0.16339388D-02		
0.18900117D-03	0.18302567D-03	0.19724143D-03	0.20635460D-03
0.20553757D-03	0.24336599D-03	0.81878163D-03	0.16317107D-02
0.78399170D-03	0.17729726D-02	0.75939149D-03	0.19309016D-02
0.15314209D-02	0.62726709D-02	0.77793657D-03	0.23690262D-02
0.81482072D-03	0.18873574D-02		
0.19082496D-03	0.17609350D-03	0.19957858D-03	0.19929468D-03
0.20874056D-03	0.23667856D-03	0.84652314D-03	0.16854578D-02
0.80853698D-03	0.17367812D-02	0.78199670D-03	0.17792296D-02
0.77793657D-03	0.23690262D-02	0.15813617D-02	0.62036572D-02
0.54499532D-03	0.22761538D-02		
0.19439898D-03	0.16873614D-03	0.20396294D-03	0.19227377D-03
0.21440455D-03	0.23076598D-03	0.88969226D-03	0.17432397D-02
0.84695020D-03	0.16814253D-02	0.81747226D-03	0.16339388D-02
0.81482072D-03	0.18873574D-02	0.54499532D-03	0.22761538D-02

0.16687582D-02 0.60842814D-02

CALCULO DE LOS EQUIVALENTES PI Y T DE LINEAS DE TRANSMISION
****

```
                          ZPI
                        *******
          **********           **********
               *        *******        *
               *                       *
              ***                     ***
              * *                     * *
              * *                     * *
          YPI * *                     * *YPI
              * *                     * *
              * *                     * *
              ***                     ***
               *                       *
               *                       *
          ***************************
```

```
               ZT                    ZT
            *******               *******
          ****     *********           ****
            *******     *         *******
                        *
                       ***
                       * *
                       * *
                     YT* *
                       * *
                       * *
                       ***
                        *
                        *
          ***************************
```

DATOS DE ENTRADA
****

TESIS DE GRADO

EJEMPLO DE PRUEBA.

DATOS DE REF. PURDUE UNIVERSITY

LINEA TRES CIRCUITOS PARALELOS

****

N: .... 9 NUMERO DE CONDUCTORES EQUIVALENTES

LONGITUD:... 200.0 MILL

DATOS EN COMPONENTES DESEC.

LA MATRIZ IMPEDANCIA SERIE PORHILL

DESDE COLUMNA 1 HASTA COLUMNA 6

0.83670078D-04 0.31435769D-03	0.65548942D-04 0.11084622D-03	0.62572813D-04 0.78528377D-04	0.20024419D-03 0.18505499D-03	0.19748115D-03 0.19597542D-03	0.19420465D-03 0.19940846D-03
0.65548942D-04 0.11084622D-03	0.83747174D-04 0.30971761D-03	0.66698602D-04 0.10687365D-03	0.21046342D-03 0.21518543D-03	0.20688084D-03 0.22678467D-03	0.20288890D-03 0.22846063D-03
0.62572813D-04 0.78528377D-04	0.66698602D-04 0.10687365D-03	0.86191358D-04 0.30628243D-03	0.22118328D-03 0.26594102D-03	0.21617688D-03 0.27771760D-03	0.21120810D-03 0.27492736D-03
0.20024419D-03 0.18505499D-03	0.21046342D-03 0.21518543D-03	0.22118328D-03 0.26594102D-03	0.16795895D-02 0.60340464D-02	0.85781747D-03 0.22217478D-02	0.82664285D-03 0.18394238D-02
0.19748115D-03 0.19597542D-03	0.20688084D-03 0.22678467D-03	0.21617688D-03 0.27771760D-03	0.85781747D-03 0.22217478D-02	0.15964380D-02 0.61450712D-02	0.79187681D-03 0.23169525D-02
0.19420465D-03 0.19940846D-03	0.20288890D-03 0.22846063D-03	0.21120810D-03 0.27492736D-03	0.82664285D-03 0.18394238D-02	0.79187681D-03 0.23169525D-02	0.15440406D-02 0.62270500D-02
0.18900116D-03 0.18302567D-03	0.19724142D-03 0.20635460D-03	0.20553757D-03 0.24336598D-03	0.81878155D-03 0.16317107D-02	0.78399153D-03 0.17729725D-02	0.75939135D-03 0.19309015D-02
0.19082495D-03 0.17609350D-03	0.19957857D-03 0.19929468D-03	0.20874056D-03 0.23667855D-03	0.84652309D-03 0.16854578D-02	0.80853677D-03 0.17367811D-02	0.78199664D-03 0.17792294D-02
0.19439898D-03 0.16873614D-03	0.20396293D-03 0.19227376D-03	0.21440454D-03 0.23076597D-03	0.88969222D-03 0.17432396D-02	0.84695010D-03 0.16814251D-02	0.81747212D-03 0.16339386D-02

DESDE COLUMNA 7 HASTA COLUMNA 9

0.18900116D-03 0.18302567D-03	0.19082495D-03 0.17609350D-03	0.19439898D-03 0.16873614D-03
0.19724142D-03 0.20635460D-03	0.19957857D-03 0.19929468D-03	0.20396293D-03 0.19227376D-03
0.20553757D-03 0.24336598D-03	0.20874056D-03 0.23667855D-03	0.21440454D-03 0.23076597D-03
0.81878155D-03 0.16317107D-02	0.84652309D-03 0.16854578D-02	0.88969222D-03 0.17432396D-02
0.78399153D-03 0.17729725D-02	0.80853677D-03 0.17367811D-02	0.84695010D-03 0.16814251D-02
0.75939135D-03 0.19309015D-02	0.78199664D-03 0.17792294D-02	0.81747212D-03 0.16339386D-02
0.15314207D-02 0.62726699D-02	0.77793654D-03 0.23690262D-02	0.81482064D-03 0.18873573D-02
0.77793654D-03 0.23690262D-02	0.15813615D-02 0.62036552D-02	0.84499526D-03 0.22761538D-02
0.81482064D-03 0.18873573D-02	0.84499526D-03 0.22761538D-02	0.16687580D-02 0.60842782D-02

LA MATRIZ ADMITANCIA SHUNT NORMILL

DESDE COLUMNA 1 HASTA COLUMNA 6

0.0 0.18045720D-01	0.0 -0.29191340D-02	0.0 -0.86402660D-03	0.0 -0.25092304D-04	0.0 -0.18576771D-04	0.0 -0.12175879D-04
0.0 -0.29191340D-02	0.0 0.18239733D-01	0.0 -0.28615822D-02	0.0 -0.46340574D-04	0.0 -0.37522870D-04	0.0 -0.25528498D-04
0.0 -0.86402660D-03	0.0 -0.28615822D-02	0.0 0.18230166D-01	0.0 -0.13146656D-03	0.0 -0.11348918D-03	0.0 -0.77870602D-04
0.0 -0.25092304D-04	0.0 -0.46340574D-04	0.0 -0.13146656D-03	0.0 0.92317164D-03	0.0 -0.17316823D-03	0.0 -0.72259034D-04
0.0 -0.18576771D-04	0.0 -0.37522870D-04	0.0 -0.11348918D-03	0.0 -0.17316823D-03	0.0 0.94184140D-03	0.0 -0.16884088D-03
0.0 -0.12175879D-04	0.0 -0.25528498D-04	0.0 -0.77870602D-04	0.0 -0.72259034D-04	0.0 -0.16884088D-03	0.0 0.93158684D-03
0.0 -0.72335652D-05	0.0 -0.11801913D-04	0.0 -0.29645074D-04	0.0 -0.39015140D-04	0.0 -0.48885995D-04	0.0 -0.72776267D-04
0.0 -0.10520422D-04	0.0 -0.16011516D-04	0.0 -0.37386984D-04	0.0 -0.52547024D-04	0.0 -0.47863170D-04	0.0 -0.48936592D-04
0.0 -0.16596896D-04	0.0 -0.25020796D-04	0.0 -0.57495243D-04	0.0 -0.80517231D-04	0.0 -0.52339456D-04	0.0 -0.38934682D-04

DESDE COLUMNA 7 HASTA COLUMNA 9

0.0 -0.72335652D-05	0.0 -0.10520422D-04	0.0 -0.16596896D-04
0.0 -0.11801913D-04	0.0 -0.16011516D-04	0.0 -0.25020795D-04
0.0 -0.29645074D-04	0.0 -0.37386984D-04	0.0 -0.57495243D-04
0.0 -0.39015140D-04	0.0 -0.52547024D-04	0.0 -0.80517231D-04
0.0 -0.48885995D-04	0.0 -0.47863170D-04	0.0 -0.52339456D-04
0.0 -0.72776267D-04	0.0 -0.48936592D-04	0.0 -0.38934682D-04
0.0 0.93057962D-03	0.0 -0.16975585D-03	0.0 -0.73294519D-04
0.0 -0.16975585D-03	0.0 0.94046723D-03	0.0 -0.17473548D-03
0.0 -0.73294519D-04	0.0 -0.17473548D-03	0.0 0.92141470D-03

1382

RESULTADOS EN COMPONENTES DESEC.

PARAMETROS CARACTERISTICOS DE LA LINEA
****

VALORES CARACTERISTICOS

-0.91404013D-05	0.47617250D-05
-0.52899272D-05	0.69550884D-06
-0.42461561D-05	0.89426269D-06
-0.42448736D-05	0.87963459D-06
-0.42387886D-05	0.80762395D-06
-0.43169256D-05	0.77574091D-06
-0.42625401D-05	0.63014457D-06
-0.43517210D-05	0.41968989D-06
-0.41443346D-05	0.36603651D-06

VECTORES CARACTERISTICOS

DESDE COLUMNA 1 HASTA COLUMNA 6

0.58777022D 00 -0.80522299D-02	0.75630933D 00 0.18215675D-02	-0.59339272D-02 -0.12163769D-01	0.43106798D-01 -0.44272438D-01	-0.20967987D-02 -0.20972826D-01	0.94828248D-01 0.39519172D-01
0.52165276D 00 -0.22114648D-02	0.52677470D 00 0.11130381D-01	-0.90539046D-02 -0.21363795D-02	0.12642201D-01 -0.46694260D-01	-0.10067407D-01 -0.59512816D-02	-0.75856805D-01 -0.24756715D-02
0.58578265D 00 0.16577658D-02	0.35027587D 00 -0.11245240D-01	-0.15430082D-01 0.11030726D-01	-0.27400013D-01 -0.56175746D-01	-0.10157209D-01 0.93375929D-02	0.67792416D-01 -0.91229677D-01
0.77727199D-01 0.16456731D-02	-0.49019594D-01 0.12944199D-01	0.35745054D 00 0.22554033D-01	0.28900981D 00 0.26012097D-01	-0.50096911D 00 0.13899929D-02	-0.51839954D 00 0.12167323D-01
0.71287870D-01 0.95152147D-02	-0.46400733D-01 -0.13900779D-02	-0.52509725D 00 -0.10334034D-01	-0.56620163D 00 0.16236447D-01	-0.95705949D-02 0.31248040D-01	-0.15114762D-02 -0.24314217D-01
0.93113601D-01 0.17518092D-01	-0.71480751D-01 0.67621432D-02	0.34542698D 00 0.20987172D-01	0.28015524D 00 -0.16918302D-01	0.49530840D 00 0.28919862D-02	0.48234880D 00 0.13808928D-01
0.93191147D-01 0.17356236D-01	-0.95780194D-01 0.10458648D-01	-0.33079773D 00 0.34778132D-02	0.28291965D 00 -0.10806486D-01	-0.50272566D 00 -0.20286951D-01	0.46513212D 00 -0.49118474D-02
0.72819471D-01 0.96435584D-02	-0.71380734D-01 0.14310996D-02	0.50229591D 00 -0.38338366D-01	-0.59783995D 00 -0.20254156D-03	0.20790547D-01 0.85176677D-02	-0.10663714D-01 -0.53262476D-01
0.79705934D-01 0.19859879D-02	-0.68803191D-01 0.16636826D-01	-0.34338182D 00 0.73175338D-03	0.29502183D 00 0.34949709D-01	0.50272286D 00 -0.21526620D-01	-0.52586424D 00 -0.75146593D-02

DESDE COLUMNA 7 HASTA COLUMNA 9

0.28186310D-01 0.34450561D 00	0.63918203D 00 -0.26454092D-02	0.69263959D 00 -0.14260733D 00
0.18987411D 00 0.27059510D-01	-0.88025668D-01 -0.29346359D-01	-0.14045515D 01 0.26661825D 00
0.49795353D 00 -0.38619322D 00	-0.76537317D 00 -0.10746367D-01	0.72039962D 00 -0.35885639D-01
-0.38003218D 00 -0.67477286D-01	0.33473540D-01 -0.16301204D-01	-0.85450172D-01 -0.41550618D 00
-0.52079511D 00 -0.12647349D 00	-0.43564551D-01 0.69124877D-01	0.23362595D 00 0.77884531D 00
-0.40158844D 00 -0.13840459D-02	0.30300405D-01 -0.21330543D-01	-0.14388847D 00 -0.39534903D 00
0.36226279D 00 0.69108546D-01	0.40871646D-01 -0.40007975D-01	-0.11802727D 00 -0.40524977D 00
0.45414120D 00 0.85132718D-01	-0.39971579D-01 0.47204502D-01	0.18138283D 00 0.84706918D 00

CONSTANTES DE PROPAGACION

ATENUACION NEPERS POR MILL	VELOCIDAD MILL POR SEG.
0.76352921D-03	0.12089897D 06
0.15087434D-03	0.16355881D 06
0.21580840D-03	0.18195517D 06
0.21234665D-03	0.18201380D 06
0.19526026D-03	0.18229127D 06
0.18593762D-03	0.18072231D 06
0.15219457D-03	0.18210428D 06
0.10047657D-03	0.18050842D 06
0.89814144D-04	0.13500418D 06

IMPEDANCIA CARACTERISTICA

DESDE COLUMNA 1 HASTA COLUMNA 6

0.87481022D-01 0.10308266D 00	-0.22278886D-01 0.11658448D 00	-0.52364729D-01 0.12896931D 00	-0.89200878D 00 0.86126465D 00	-0.95535701D 00 0.86285615D 00	-0.95799172D 00 0.83466202D 00
-0.94081685D-02 0.10022283D 00	0.77269077D-01 0.10429472D 00	-0.38318012D-01 0.11547715D 00	-0.86907101D 00 0.80210751D 00	-0.94147032D 00 0.80222023D 00	-0.93528497D 00 0.77540505D 00
-0.45234036D-01 0.13077325D 00	-0.47443792D-01 0.14008343D 00	0.27655624D-01 0.14824980D 00	-0.11686745D 01 0.97315508D 00	-0.12616282D 01 0.96783477D 00	-0.12574625D 01 0.93660635D 00
0.78511059D-01 -0.63841403D-01	0.92275560D-01 -0.65403223D-01	0.11095470D 00 -0.67320406D-01	0.27060566D 01 -0.39791012D 00	0.83274567D 00 -0.19312054D 00	0.64762270D 00 -0.18562222D 00
0.83866596D-01 -0.65809965D-01	0.92840970D-01 -0.68792645D-01	0.11636782D 00 -0.69751740D-01	0.85562456D 00 -0.22919881D 00	0.27529097D 01 -0.40117997D 00	0.88088143D 00 -0.20535535D 00
0.76090455D-01 -0.58411844D-01	0.88389754D-01 -0.59780903D-01	0.10353816D 00 -0.61092801D-01	0.57905877D 00 -0.19305843D 00	0.78416955D 00 -0.18042845D 00	0.26835403D 01 -0.36114258D 00
0.66733718D-01 -0.54971594D-01	0.76093435D-01 -0.56096800D-01	0.86346805D-01 -0.57764515D-01	0.46217209D 00 -0.18096185D 00	0.50356019D 00 -0.16842091D 00	0.57196105D 00 -0.16199094D 00
0.72389662D-01 -0.61186410D-01	0.77313364D-01 -0.64336360D-01	0.93995392D-01 -0.65321565D-01	0.57174313D 00 -0.21288723D 00	0.57889885D 00 -0.19776464D 00	0.59634900D 00 -0.19037187D 00
0.68926275D-01 -0.59863750D-01	0.79313815D-01 -0.61061345D-01	0.91662824D-01 -0.63367963D-01	0.59321278D 00 -0.19504333D 00	0.54923540D 00 -0.17874515D 00	0.52767706D 00 -0.17229861D 00

DESDE COLUMNA 7 HASTA COLUMNA 9

-0.93605649D 00 0.82958239D 00	-0.93951809D 00 0.85549241D 00	-0.87332779D 00 0.85479021D 00
-0.90939683D 00 0.77100492D 00	-0.91216546D 00 0.79598624D 00	-0.84837258D 00 0.79659909D 00
-0.12247477D 01 0.93839246D 00	-0.12280111D 01 0.97087705D 00	-0.11460600D 01 0.97559345D 00
0.54457814D 00 -0.18225199D 00	0.56777215D 00 -0.18817443D 00	0.60985506D 00 -0.20519817D 00
0.61473542D 00 -0.20179677D 00	0.59899706D 00 -0.20863098D 00	0.59972436D 00 -0.22447759D 00
0.58693099D 00 -0.17041701D 00	0.51997566D 00 -0.17635679D 00	0.47696656D 00 -0.18956316D 00
0.26765852D 01 -0.34694943D 00	0.77841026D 00 -0.16536695D 00	0.57401061D 00 -0.17854267D 00
0.87255311D 00 -0.18748015D 00	0.27460680D 01 -0.38226384D 00	0.84964055D 00 -0.21091348D 00

ADMITANCIA CARACTERISTICA
****

DESDE COLUMNA 1 HASTA COLUMNA 6

0.80640135D 01	-0.20699606D 01	-0.88316840D 00	-0.10944929D 01	-0.11352987D 01	-0.11251287D 01
0.59034759D 00	0.11256331D 00	0.16157174D 00	0.47525132D 00	0.45569605D 00	0.41588479D 00
-0.18605757D 01	0.85003242D 01	-0.18001184D 01	-0.89645928D 00	-0.93351156D 00	-0.92388415D 00
0.66214263D-01	0.50671428D 00	0.65333903D-01	0.35721493D 00	0.33980560D 00	0.30678715D 00
-0.82766575D 00	-0.19436550D 01	0.83119497D 01	-0.15711708D 01	-0.16235657D 01	-0.16155949D 01
0.15621185D 00	0.10865009D 00	0.59185612D 00	0.47254974D 00	0.43796349D 00	0.39335752D 00
-0.10079760D-01	-0.96247233D-02	-0.60894996D-01	0.45147759D 00	-0.71219385D-01	-0.23777388D-01
-0.39595291D-02	0.83969935D-04	-0.54318234D-02	0.36833752D-01	-0.15302200D-01	-0.65577105D-02
0.22287092D-02	-0.25819417D-01	-0.45757879D-01	-0.71818948D-01	0.46148986D 00	-0.69791496D-01
0.33039157D-03	-0.61237141D-02	-0.32483803D-02	-0.16544525D-01	0.37900101D-01	-0.16001754D-01
-0.75565399D-02	-0.32870888D-02	-0.38827002D-01	-0.36522139D-01	-0.82416058D-01	0.44234467D 00
-0.24512734D-02	0.54071844D-03	-0.32513367D-02	-0.67846514D-02	-0.15459850D-01	0.36486991D-01
-0.70641711D-02	0.12922608D-02	-0.17395820D-01	-0.27158488D-01	-0.33050202D-01	-0.45729667D-01
-0.18351050D-02	0.22543634D-02	-0.14927953D-02	-0.21715458D-02	-0.32801614D-02	-0.60953014D-02
0.30352424D-02	-0.19351341D-01	-0.12094438D-01	-0.26202887D-01	-0.23962300D-01	-0.24747830D-01
0.24529779D-02	-0.50538284D-02	0.24998141D-03	-0.30901297D-02	-0.27452402D-02	-0.30738725D-02
-0.92590787D-02	-0.27989550D-02	-0.28506827D-01	-0.39892767D-01	-0.25501143D-01	-0.18484606D-01
-0.29419377D-02	0.25191584D-02	-0.27477574D-02	-0.44847392D-02	-0.21593755D-02	-0.13760971D-02

DESDE COLUMNA 7 HASTA COLUMNA 9

-0.10229959D 01	-0.10120792D 01	-0.99506420D 00
0.41048437D 00	0.44370335D 00	0.46229881D 00
-0.81145668D 00	-0.80008101D 00	-0.78539474D 00
0.30485517D 00	0.33237678D 00	0.34806252D 00
-0.14153681D 01	-0.13955011D 01	-0.13863525D 01
0.42756629D 00	0.47863495D 00	0.50482637D 00
-0.97366348D-02	-0.17139189D-01	-0.31261043D-01
-0.44544898D-02	-0.55995956D-02	-0.80732480D-02
-0.15275341D-01	-0.14799710D-01	-0.16890557D-01
-0.61487630D-02	-0.61791055D-02	-0.66834427D-02
-0.39761774D-01	-0.27328942D-01	-0.21285892D-01
-0.80888644D-02	-0.55288449D-02	-0.45153459D-02
0.43362600D 00	-0.91394067D-01	-0.45073960D-01
0.38118958D-01	-0.13640679D-01	-0.47845319D-02
-0.82664251D-01	0.44830126D 00	-0.84435821D-01
-0.13284210D-01	0.40943325D-01	-0.13240755D-01
-0.36857463D-01	-0.84688425D-01	0.43867338D 00
-0.39137900D-02	-0.12350295D-01	0.40049393D-01

LA MATRIZ IMPEDANCIA SERIE DEL EQUIVALENTE PI ES:
****

DESDE COLUMNA 1 HASTA COLUMNA 6

0.15083380D-01	0.11638977D-01	0.11076778D-01	0.35115033D-01	0.34540720D-01	0.33843976D-01
0.60752306D-01	0.21232516D-01	0.14967676D-01	0.35146128D-01	0.37068918D-01	0.37600223D-01
0.11648148D-01	0.15060052D-01	0.11830807D-01	0.36937010D-01	0.36208138D-01	0.35372317D-01
0.21195911D-01	0.59928726D-01	0.20445071D-01	0.40874191D-01	0.42916641D-01	0.43094251D-01
0.11082420D-01	0.11818469D-01	0.15495427D-01	0.38849956D-01	0.37854221D-01	0.36828998D-01
0.14961846D-01	0.20481825D-01	0.59217249D-01	0.50565593D-01	0.52631479D-01	0.51923346D-01
0.35196938D-01	0.36825929D-01	0.38868394D-01	0.30559331D 00	0.15033096D 00	0.14407635D 00
0.34780104D-01	0.41568834D-01	0.50314856D-01	0.11673708D 01	0.42463779D 00	0.34954053D 00
0.34657966D-01	0.35933841D-01	0.37978470D-01	0.15033102D 00	0.28969234D 00	0.13738638D 00
0.37543863D-01	0.42041127D-01	0.52934818D-01	0.42463779D 00	0.11672473D 01	0.44125205D 00
0.33891149D-01	0.35325918D-01	0.36824707D-01	0.14407635D 00	0.13738632D 00	0.27899945D 00
0.37236802D-01	0.43780029D-01	0.51677767D-01	0.34954053D 00	0.44125205D 00	0.12010946D 01
0.32997280D-01	0.34287233D-01	0.35837885D-01	0.14274323D 00	0.13604873D 00	0.13099623D 00
0.34131460D-01	0.39591365D-01	0.45631338D-01	0.30915242D 00	0.33556205D 00	0.36515105D 00
0.33433720D-01	0.34701806D-01	0.36626197D-01	0.14833796D 00	0.14106441D 00	0.13568276D 00
0.33804402D-01	0.36726881D-01	0.45980833D-01	0.32034242D 00	0.32941544D 00	0.33672136D 00
0.34179617D-01	0.35604045D-01	0.37665233D-01	0.15654820D 00	0.14839226D 00	0.14247864D 00
0.31660970D-01	0.37215516D-01	0.43535277D-01	0.33236051D 00	0.31957728D 00	0.30954790D 00

DESDE COLUMNA 7 HASTA COLUMNA 9

0.32927696D-01	0.33356838D-01	0.34068473D-01
0.34501016D-01	0.33294909D-01	0.32040291D-01
0.34374803D-01	0.34904547D-01	0.35768379D-01
0.38891356D-01	0.37671879D-01	0.36492515D-01
0.35828009D-01	0.36525290D-01	0.37628654D-01
0.45883268D-01	0.44750512D-01	0.43797720D-01
0.14274317D 00	0.14833802D 00	0.15654820D 00
0.30915248D 00	0.32034242D 00	0.33236057D 00
0.13604867D 00	0.14106441D 00	0.14839226D 00
0.33556205D 00	0.32941538D 00	0.31957728D 00
0.13099617D 00	0.13568276D 00	0.14247864D 00
0.36515105D 00	0.33672142D 00	0.30954790D 00
0.27686131D 00	0.13500643D 00	0.14205790D 00
0.12096825D 01	0.45104128D 00	0.35853851D 00
0.13500643D 00	0.28710467D 00	0.14812928D 00
0.49104122D 00	0.11982527D 01	0.43484575D 00
0.14205790D 00	0.14812928D 00	0.30372977D 00
0.35853851D 00	0.43484581D 00	0.11767855D 01

LA MATRIZ DE ADMITANCIA SHUNT DEL EQUIVALENTE P.I.ES:
****

DESDE COLUMNA 1 HASTA COLUMNA 6

0.67117475D-02 0.18355761D 01	0.33256114D-02 -0.29189944D 00	0.37975202D-02 -0.84146261D-01	0.43721893D-03 -0.22368298D-02	0.38684206D-03 -0.15507948D-02	0.46993489D-03 -0.79092626D-03
0.33241215D-02 -0.29188836D 00	0.54905154D-02 0.18530951D 01	0.31729755D-02 -0.28656769D 00	0.39319787D-03 -0.43987185D-02	0.34594792D-03 -0.34814584D-02	0.42029307D-03 -0.21590760D-02
0.37736422D-02 -0.84149420D-01	0.32139614D-02 -0.28657252D 00	0.63901655D-02 0.18530636D 01	0.43479609D-03 -0.12943346D-01	0.37769577D-03 -0.11098862D-01	0.46612159D-03 -0.73531156D-02
0.31315652D-03 -0.17702666D-02	0.36418963D-03 -0.52020401D-02	0.38438593D-03 -0.12595434D-01	0.31594397D-03 0.93717873D-01	-0.21140644D-04 -0.17499272D-01	0.42546017D-04 -0.72401576D-02
0.45891199D-03 -0.24033263D-02	0.29621529D-03 -0.20267342D-02	0.35792077D-03 -0.11721537D-01	-0.20944717D-04 -0.17497789D-01	0.30435645D-03 0.95605910D-01	-0.22766922D-04 -0.17032079D-01
0.39897556D-03 -0.31844899D-03	0.50058658D-03 -0.29679299D-02	0.45458321D-03 -0.70054910D-02	0.42481857D-04 -0.72403513D-02	-0.22946741D-04 -0.17033197D-01	0.31010504D-03 0.94633400D-01
0.35944325D-03 0.15538656D-03	0.56429673D-03 -0.16289204D-02	0.43850549D-03 -0.21586598D-02	0.57558864D-04 -0.38678702D-02	0.40941290D-04 -0.48641413D-02	0.36540805D-04 -0.72461851D-02
0.53744623D-03 -0.16512915D-02	0.18124645D-03 0.19411194D-03	0.43245079D-03 -0.40789172D-02	0.44013592D-04 -0.52571557D-02	0.35423349D-04 -0.47828481D-02	0.42104599D-04 -0.48652627D-02
0.27078926D-03 -0.90981531D-03	0.65491302D-03 -0.30895995D-02	0.37510740D-03 -0.51059537D-02	0.42385873D-04 -0.80901124D-02	0.43584784D-04 -0.52385107D-02	0.58436839D-04 -0.38575500D-02

DESDE COLUMNA 7 HASTA COLUMNA 9

0.46835956D-03 -0.32325555D-03	0.39192406D-03 -0.76041906D-03	0.44421479D-03 -0.13910437D-02
0.42009423D-03 -0.80622593D-03	0.35252771D-03 -0.13321890D-02	0.40121796D-03 -0.22570440D-02
0.47688093D-03 -0.25141782D-02	0.40231762D-03 -0.34221446D-02	0.46004751D-03 -0.54687150D-02
0.57588361D-04 -0.38674069D-02	0.43883192D-04 -0.52583106D-02	0.42334592D-04 -0.80896951D-02
0.41008621D-04 -0.48634373D-02	0.35363817D-04 -0.47836043D-02	0.43537701D-04 -0.52376688D-02
0.36544327D-04 -0.72459280D-02	0.42016593D-04 -0.48660263D-02	0.58379752D-04 -0.38573495D-02
0.31225360D-03 0.94583333D-01	-0.19750356D-04 -0.17113358D-01	0.45945344D-04 -0.73329732D-02
-0.19912972D-04 -0.17113049D-01	0.30766497D-03 0.95478177D-01	-0.17054517D-04 -0.17645247D-01
0.45968118D-04 -0.73329399D-02	-0.17103521D-04 -0.17645694D-01	0.32052254D-03 0.93551815D-01

MATRIZ IMPEDANCIA SERIE DEL EQUIVALENTE T
****

DESDE COLUMNA 1 HASTA COLUMNA 6

0.88082664D-02 0.31975430D-01	0.69495328D-02 0.11319961D-01	0.66438420D-02 0.80375262D-02	0.21355301D-01 0.18965211D-01	0.21086711D-01 0.20127214D-01	0.20772193D-01 0.20511970D-01
0.69473982D-02 0.11330258D-01	0.88264905D-02 0.31483162D-01	0.70753805D-02 0.10921288D-01	0.22436913D-01 0.22055190D-01	0.22083979D-01 0.23289375D-01	0.21696970D-01 0.23499150D-01
0.66423602D-02 0.80391839D-02	0.70783719D-02 0.10910988D-01	0.90858191D-02 0.31146556D-01	0.23571007D-01 0.27249638D-01	0.23071059D-01 0.28504803D-01	0.22584930D-01 0.28256236D-01
0.21334611D-01 0.19062698D-01	0.22464387D-01 0.21870349D-01	0.23566553D-01 0.27316250D-01	0.17604953D 00 0.61346674D 00	0.91518402D-01 0.22720206D 00	0.88416219D-01 0.18862760D 00
0.21054994D-01 0.20003576D-01	0.22157602D-01 0.23517096D-01	0.23037937D-01 0.28426018D-01	0.91518402D-01 0.22720206D 00	0.16755897D 00 0.62519389D 00	0.84878743D-01 0.23737007D 00
0.20760540D-01 0.20608772D-01	0.21707617D-01 0.23316629D-01	0.22586688D-01 0.28331514D-01	0.88416219D-01 0.18862760D 00	0.84878683D-01 0.23737007D 00	0.16239637D 00 0.63406849D 00
0.20200886D-01 0.18926412D-01	0.21118272D-01 0.21045949D-01	0.21980200D-01 0.25107000D-01	0.87564886D-01 0.16756177D 00	0.84024668D-01 0.18217599D 00	0.81610084D-01 0.19849342D 00
0.20360477D-01 0.17954119D-01	0.21366786D-01 0.20721361D-01	0.22258066D-01 0.24230994D-01	0.90316832D-01 0.17281497D 00	0.86440980D-01 0.17826694D 00	0.83816469D-01 0.18282616D 00
0.20709727D-01 0.17393794D-01	0.21793269D-01 0.19520082D-01	0.22848420D-01 0.23733329D-01	0.94737589D-01 0.17846161D 00	0.90368211D-01 0.17240065D 00	0.87435186D-01 0.16779786D 00

DESDE COLUMNA 7 HASTA COLUMNA 9

0.20218428D-01 0.18827952D-01	0.20381656D-01 0.18086925D-01	0.20738095D-01 0.17292753D-01
0.21096814D-01 0.21232273D-01	0.21311820D-01 0.20475220D-01	0.21751825D-01 0.19712489D-01
0.21982159D-01 0.25040027D-01	0.22285115D-01 0.24316922D-01	0.22857323D-01 0.23663592D-01
0.87564945D-01 0.16756177D 00	0.90316832D-01 0.17281497D 00	0.94737589D-01 0.17846161D 00
0.84024668D-01 0.18217599D 00	0.86440980D-01 0.17826694D 00	0.90368211D-01 0.17240065D 00
0.81610084D-01 0.19849348D 00	0.83816409D-01 0.18282622D 00	0.87435186D-01 0.16779786D 00
0.16102950D 00 0.63877285D 00	0.83373010D-01 0.24274373D 00	0.87139428D-01 0.19357759D 00
0.83373010D-01 0.24274367D 00	0.16593462D 00 0.63124132D 00	0.90137303D-01 0.23282164D 00
0.87139429D-01 0.19357759D 00	0.90137303D-01 0.23282170D 00	0.17488408D 00 0.61965936D 00

MATRIZ ADMITANCIA SHUNT DEL EQUIVALENTE T
****

DESDE COLUMNA 1 HASTA COLUMNA 6

-0.24648272D-01	-0.11878248D-01	-0.13611838D-01	-0.15588605D-02	-0.13738845D-02	-0.16606406D-02
0.34886894D 01	-0.58356673D 00	-0.19131477D 00	-0.60615465D-02	-0.48793852D-02	-0.40487349D-02
-0.11881627D-01	-0.20206805D-01	-0.11322394D-01	-0.14021338D-02	-0.12285491D-02	-0.14850635D-02
-0.58354658D 00	0.35345745D 01	-0.57040036D 00	-0.10164890D-01	-0.85277073D-02	-0.65914541D-02
-0.13526574D-01	-0.11468355D-01	-0.23466490D-01	-0.15472395D-02	-0.13374290D-02	-0.16437852D-02
-0.18129385D 00	-0.57044357D 00	0.35291843D 01	-0.27055822D-01	-0.23629565D-01	-0.17202068D-01
-0.10750871D-02	-0.20736146D-02	-0.13459339D-02	-0.11858910D-02	0.93660870D-04	-0.14421043D-03
-0.78275949D-02	-0.71222633D-02	-0.28374650D-01	0.17917496D 00	-0.33913072D-01	-0.14384955D-01
-0.16739424D-02	-0.99516567D-03	-0.12812081D-02	0.92977003D-04	-0.11444178D-02	0.10252553D-03
-0.16370453D-02	-0.14063552D-01	-0.21257877D-01	-0.33918735D-01	0.18282861D 00	-0.33176325D-01
-0.13796662D-02	-0.18100350D-02	-0.15910831D-02	-0.14397393D-03	0.10316525D-03	-0.11573399D-02
-0.58381930D-02	-0.35263281D-02	-0.18520754D-01	-0.14384206D-01	-0.33172075D-01	0.18058223D 00
-0.12304941D-02	-0.20537574D-02	-0.15311663D-02	-0.20122566D-03	-0.13955613D-03	-0.11768627D-03
-0.47730803D-02	-0.65829791D-03	-0.89745484D-02	-0.79231672D-02	-0.98593682D-02	-0.14657784D-01
-0.19729396D-02	-0.55517862D-03	-0.15650303D-02	-0.15343177D-03	-0.12204830D-03	-0.14356112D-03
0.17368855D-03	-0.10027189D-01	-0.61734765D-02	-0.10491606D-01	-0.95767453D-02	-0.98843277D-02
-0.91209519D-03	-0.24178419D-02	-0.13086729D-02	-0.14585958D-03	-0.15157486D-03	-0.20415882D-03
-0.61703064D-02	-0.27903258D-02	-0.13941262D-01	-0.15946262D-01	-0.10442041D-01	-0.79155602D-02

DESDE COLUMNA 7 HASTA COLUMNA 9

-0.16558596D-02	-0.13924323D-02	-0.15838272D-02
-0.29614479D-02	-0.32124855D-02	-0.43501295D-02
-0.14855061D-02	-0.12529611D-02	-0.14312356D-02
-0.37738981D-02	-0.42223036D-02	-0.59413277D-02
-0.18861297D-02	-0.14303587D-02	-0.16416849D-02
-0.76271184D-02	-0.86735561D-02	-0.12567107D-01
-0.20131873D-03	-0.15298245D-03	-0.14564503D-03
-0.79249218D-02	-0.10487199D-01	-0.15947834D-01
-0.13978893D-03	-0.12185976D-03	-0.15167226D-03
-0.98620653D-02	-0.95738843D-02	-0.10445260D-01
-0.11768829D-03	-0.14323155D-03	-0.20393058D-03
-0.14658745D-01	-0.98813996D-02	-0.79163089D-02
-0.11650494D-02	0.92506700D-04	-0.15630953D-03
0.18042070D 00	-0.33397764D-01	-0.14632415D-01
0.92371643D-04	-0.11561885D-02	0.79109358D-04
-0.33398975D-01	0.18251729D 00	-0.34266975D-01
-0.15639591D-03	0.79282428D-04	-0.12022124D-02
-0.14632661D-01	-0.34265250D-01	0.17878723D 00

1768

CAPITULO III

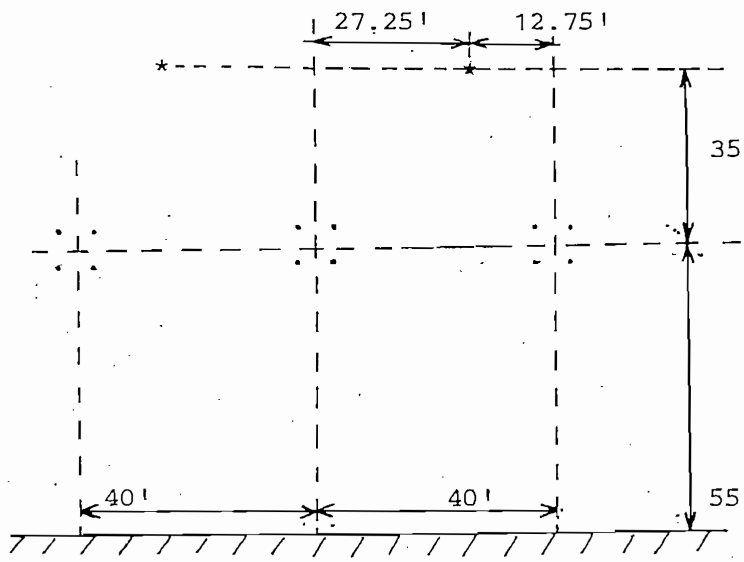
APLICACIONES

Con el propósito de verificar la bondad del programa, se realizaron -- aplicaciones a problemas propuestos en la muy conocido IEEE, en la - cual además se proporcionan los resultados.

El primer problema corrido es aquel proporcionado en IEEE TRANSACTION POWER APPARATUS AND SYSTEMS, Pag. 629, Junio de 1964, y cuyos datos - son:

- Altura de las fases a tierra 55'
- Altura de los conductores de guarda 90'
- Frecuencia 60 Hz
- Voltaje 500 Kv
- Longitud 200 Millas
- Se asume línea no transpuesta
- Cuatro conductores por fase, 0.85 pulgadas de diámetro c/u.
- Espaciamiento de Bundle 1.5 pies.
- Dos cables de tierra de 5/16 de pulgada de acero
- Rotación de fases a, b, c
- Resistencia de tierra 1000 ohms/m^3

Las constantes Y y Z son determinadas por cualquiera de los procedimientos que existen para el caso. En este caso se hallan mediante - el procedimiento detallado en la Referencia Nº 8



* cables de tierra

. conductores de fase

Las constantes del circuito son:

$$Z = \begin{bmatrix} 0.64292 + j2.00227 & 0.01975 - j0.01523 & -0.02306 - j0.00949 \\ -0.02306 - j0.00949 & 0.04663 + j0.53724 & -0.04786 + j0.02855 \\ 0.01975 - j0.01523 & 0.04865 + j0.02717 & 0.04663 + j0.53724 \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 0.00000 + j5.38634 & -0.18259 + j0.10542 & 0.18259 + j0.10542 \\ 0.18259 + j0.10542 & 0.00000 + j8.01017 & 0.56198 - j0.32446 \\ -0.18259 + j0.10542 & -0.56198 - j0.32446 & 0.00000 + j8.01017 \end{bmatrix} x10^{-6}$$

Z = Impedancia serie por unidad de longitud en ohmios/milla

Y = Admitnacia shunt por unidad de longitud en mhos/milla

../..

El producto $Y * Z$ está dado por:

$$Y\,Z = \begin{bmatrix} -10.77448 + j3.46159 & 0.02290 + j0.02329 & 0.00872 - j0.03146 \\ -0.01151 + j0.23369 & -4.26202 + j0.37230 & -0.03138 - j0.10074 \\ -0.19659 - j0.12680 & -0.07153 + j0.07751 & -4.26201 + j0.37230 \end{bmatrix} x10^{-6}$$

$Y * Z$ tienen las siguientes unidades: $\dfrac{\text{mhos}}{\text{milla}} \times \dfrac{\text{ohmios}}{\text{milla}} = \dfrac{1}{(\text{milla})^2}$

Los valores característicos de $Y * Z$ son calculados dando los siguientes resultados:

$$\gamma_1^2 = (-10.77247 + j3.46098)x10^{-6} \quad \left(\frac{1}{\text{milla}^2}\right)$$

$$\gamma_2^2 = (-4.16121 + j0.39631)x10^{-6} \quad \left(\frac{1}{\text{milla}^2}\right)$$

$$\gamma_3^2 = (-4.36481 + j0.34900)x10^{-6} \quad \left(\frac{1}{\text{milla}^2}\right)$$

Y los respectivos vectores característicos reunidos por columnas y normalizados son:

$$M = \begin{bmatrix} 1.00000 + j0.00000 & 0.00301 + j0.00843 & 0.00000 + j0.00001 \\ 0.01491 - j0.02842 & 1.00000 + j0.00000 & 0.50154 + j0.86620 \\ 0.01728 + j0.02720 & -0.49994 + j0.86488 & 1.00000 + j0.00000 \end{bmatrix}$$

Los resultados, para el equivalente PI, que obtiene son hallados a partir de las ecuaciones 1.5.7 y 1.5.8. y son:

../..

$$Z\pi = \begin{bmatrix} z_{11} \times 0.9298 \angle 1.3609^{0} & z_{12} \times 0.9565 \angle 0.5944^{0} & z_{13} \times 0.9564 \angle 0.5836^{0} \\ z_{21} \times 0.9564 \angle 0.5836^{0} & z_{22} \times 0.9718 \angle 0.1430^{0} & z_{23} \times 0.9653 \angle 0.0856^{0} \\ z_{31} \times 0.9565 \angle 0.5944^{0} & z_{32} \times 0.9655 \angle 0.1161^{0} & z_{33} \times 0.9718 \angle 0.1430^{0} \end{bmatrix} \times 200$$

$$\frac{Y\pi}{2} = \begin{bmatrix} y_{11} \times 1.0374 \angle -0.6958 & y_{12} \times 1.0328 \angle -0.6276 & y_{13} \times 1.0328 \angle -0.6279 \\ y_{21} \times 1.0328 \angle -0.6302 & y_{22} \times 1.0144 \angle -0.0735 & y_{23} \times 1.0103 \angle -0.1335 \\ y_{31} \times 1.0329 \angle -0.6322 & y_{32} \times 1.0144 \angle -0.1335 & y_{33} \times 1.0144 \angle -0.0735 \end{bmatrix} \times \frac{200}{2}$$

En este problema no existen resultados para el equivalente T.

La matriz impedancia serie del equivalente PI en ohmios:

$$Z\pi = \begin{bmatrix} 110.68057 + j375.07659 & 3.80820 - j2.87415 & -4.39220 - j1.86008 \\ -4.39220 - j\,1.86008 & 8.80237 + j104.44026 & -9.24808 + j5.49805 \\ 3.80820 - j\,2.87415 & 9.38366 + j5.26555 & 8.80237 + j104.44026 \end{bmatrix}$$

Y la matriz admitancia shunt del equivalente PI en mhos:

$$\frac{Y\pi}{2} = \begin{bmatrix} 6.78564 + j558.73771 & -18.73750 + j11.09368 & 18.97608 + j10.68047 \\ 18.97651 + j\,10.67970 & 1.04235 + j812.55098 & 56.70031 - j32.91240 \\ -18.73843 + j\,11.09626 & -56.85869 - j32.65105 & 1.04235 + j812.55098 \end{bmatrix} \times 10^{-6}$$

A pesar que en el País se ha adoptado el sistema internacional de unidades, el programa esta diseñado para aceptar tanto unidades del S. I. U. como del sistema inglés.

../..

RESULTADOS OBTENIDOS MEDIANTE EL PROGRAMA

CALCULO DE LOS EQUIVALENTES PI Y T DE LINEAS DE TRANSMISION

```
            ZPI
          *******
***********     **********
       *  *******   *
       *            *
      ***          ***
      * *          * *
      * *          * *
   YPI* *          * *YPI
      * *          * *
      * *          * *
      ***          ***
       *            *
       *            *
**************************
```

```
     ZT           ZT
   *******      *******
****     *******      ****
   *******   *  *******
             *
            ***
            * *
            * *
          YT* *
            * *
            ***
             *
             *
*************************
```

DATOS DE ENTRADA

```
TESIS DE GRADO

EJEMPLO DE PRUEBA

DATOS DE LA REFERENCIA # 1

LINEA DE TRANSMISION TRIFASICA

UN CIRCUITO; CUATRO CONDUCTORES EN BUNDLE

N: ......... 3 NUMERO DE CONDUCTORES EQUIVALENTES

LONGITUD:... 200.0 MILL

DATOS EN COMPONENTES DE SEC.
```

LA MATRIZ IMPEDANCIA SERIE POR MILL

0.64291996D 00 0.20022697D 01	0.19749999D-01 -0.15229996D-01	-0.23059998D-01 -0.94899982D-02
-0.23059998D-01 -0.94899982D-02	0.46629999D-01 0.53723997D 00	-0.47859997D-01 0.28549999D-01
0.19749999D-01 -0.15229996D-01	0.48649997D-01 0.27169999D-01	0.46629999D-01 0.53723997D 00

LA MATRIZ ADMITANCIA SHUNT POR MILL

0.0 0.53863396D-05	-0.18258999D-06 0.10541999D-06	0.18258999D-06 0.10541999D-06
0.18258999D-06 0.10541999D-06	0.0 0.80101699D-05	0.56197996D-06 -0.32445996D-06
-0.18258999D-06 0.10541999D-06	-0.56197996D-06 -0.32445996D-06	0.0 0.80101699D-05

PARAMETROS CARACTERISTICOS DE LA LINEA
****

VALORES CARACTERISTICOS

-0.10772478D-04	0.34609822D-05
-0.43649278D-05	0.34910775D-06
-0.41611097D-05	0.39609836D-06

VECTORES CARACTERISTICOS

0.10005131D 01 -0.41426363D-04	-0.85622878D-06 -0.42525598D-05	0.16097911D-02 -0.88138096D-02
0.14922012D-01 -0.28437302D-01	-0.86620641D 00 -0.49984145D 00	-0.86620468D 00 -0.49989611D 00
0.17163705D-01 0.27138043D-01	-0.86579752D 00 0.50007749D 00	0.86587113D 00 -0.50007224D 00

CONSTANTES DE PROPAGACION

ATENUACION	VELOCIDAD
NEPERS POR MILL	MILL POR SEG.
0.52073062D-03	0.11344232D 06
0.83482315D-04	0.18030020D 06
0.96979129D-04	0.18460203D 06

IMPEDANCIA CARACTERISTICA
****

0.617504640 03 -0.96642639D 02	-0.33393764D 01 -0.61387339D 01	-0.36467056D 01 0.59603262D 01
-0.59141893D 01 0.24274155D 02	0.26034497D 03 -0.11327189D 02	0.11860757D 02 0.20516220D 02
-0.18065353D 02 -0.17258759D 02	0.11836472D 02 -0.20528625D 02	0.26034521D 03 -0.11327133D 02

ADMITANCIA CARACTERISTICA
****

0.15790598D-02 0.24829828D-03	0.49375129D-04 0.95909752D-04	0.58373873D-04 -0.90711517D-04
0.19800151D-04 0.21536580D-05	0.38732123D-02 0.17063855D-03	-0.15287385D-03 -0.32538408D-03
-0.11759840D-04 0.16074948D-04	-0.20534106D-03 0.29506814D-03	0.38732155D-02 0.17063924D-03

LA MATRIZ IMPEDANCIA SERIE DEL EQUIVALENTE PI ES:
****

0.11068437D 03 0.37509448D 03	0.38073730D 01 -0.28736000D 01	-0.43914671D 01 -0.18606434D 01
-0.43914671D 01 -0.18606434D 01	0.88022776D 01 0.10443500D 03	-0.92478418D 01 0.54984541D 01
0.38073730D 01 -0.28736000D 01	0.93847761D 01 0.52590723D 01	0.88022776D 01 0.10443500D 03

LA MATRIZ ADMITANCIA SHUNT DEL EQUIVALENTE PI

0.67851925D-06	-0.18737861D-04	0.18976891D-04
0.55874744D-03	0.11094421D-04	0.10680497D-04
0.18976891D-04	0.10420845D-05	0.56699530D-04
0.10680497D-04	0.81258500D-03	-0.32914235D-04
-0.18737861D-04	-0.56854376D-04	0.10420845D-05
0.11094421D-04	-0.32646276D-04	0.81258500D-03

MATRIZ IMPEDANCIA SERIE DEL EQUIVALENTE T

0.69213669D 02	0.20117178D 01	-0.23640757D 01
0.20689220D 03	-0.15688868D 01	-0.95786589D 00
-0.23640757D 01	0.47990847D 01	-0.48694696D 01
-0.95786589D 00	0.54496643D 02	0.29096718D 01
0.20117178D 01	0.49540672D 01	0.47990847D 01
-0.15688868D 01	0.27619429D 01	0.54496643D 02

MATRIZ ADMITANCIA SHUNT DEL EQUIVALENTE T

-0.23800574D-04	-0.34674042D-04	0.33831006D-04
0.10013885D-02	0.19046172D-04	0.20505991D-04
0.33831006D-04	-0.39576544D-05	0.11041084D-03
0.20505991D-04	0.15569287D-02	-0.63063853D-04
-0.34674042D-04	-0.10981981D-03	-0.39576544D-05
0.19046172D-04	-0.64086591D-04	0.15569287D-02

EOP $BFLE
EOJ EDISON DATE 17/08/81;CLOCK 18/45/20,DURATION 00/07/10

A continuación se corrió el programa usando como dato de Y y Z los datos en PROCCEDINGS, PAS, IEEE, Julio de 1974, que fueron obtenidos por la aplicación del programa "Cálculo de los Parámetros de Líneas de Transmisión", desarrollado como Tesis de Grado por el Ing. René Barragán, en la Facultad de Ingeniería Eléctrica de la Escuela Politécnica Nacional.

```
CALCULO DE LOS EQUIVALENTES PI Y T DE LINEAS DE TRANSMISION
*************************************************************

                      ZPI
                    *******
          ***********       ***********
               *    *******      *
               *                 *
              ***               ***
              * *               * *
              * *               * *
          YPI * *               * * YPI
              * *               * *
              * *               * *
              ***               ***
               *                 *
               *                 *
          ****************************


              ZT             ZT
            *******        *******
          ****     *********      ****
            *******   *    *******
                      *
                     ***
                     * *
                     * *
                  YT * *
                     * *
                     * *
                     ***
                      *
                      *
          ****************************
```

```
                DATOS DE ENTRADA
               ******************

      TESIS DE GRADO

      EJEMPLO DE PRUEBA

      LINEA DE TRANSMISION DOBLE CIRCUITO

      DATOS DE PROCCEDINGS

      IEEE JULIO 1974

   N: ........ 6   NUMERO DE CONDUCTORES EQUIVALENTES

   LONGITUD:... 200.0 MILL

   DATOS EN COMPONENTES DESEC.
```

LA MATRIZ IMPEDANCIA SERIE PORMILL

0.19149995D 00 0.10939999D 01	0.13079995D 00 0.51659995D 00	0.12570000D 00 0.54020000D 00	0.12769997D 00 0.52169997D 00	0.13089997D 00 0.45819998D 00	0.12599999D 00 0.44739997D 00
0.13079995D 00 0.51659995D 00	0.19949996D 00 0.10869999D 01	0.12930000D 00 0.51239997D 00	0.12859994D 00 0.47179997D 00	0.13249999D 00 0.44199997D 00	0.12709995D 00 0.41979998D 00
0.12570000D 00 0.54020000D 00	0.12930000D 00 0.51239997D 00	0.18869996D 00 0.10969992D 01	0.12599999D 00 0.44699997D 00	0.12930000D 00 0.41329998D 00	0.12449998D 00 0.40229994D 00
0.12769997D 00 0.52169997D 00	0.12859994D 00 0.47179997D 00	0.12599999D 00 0.44699997D 00	0.19379997D 00 0.10829992D 01	0.12899995D 00 0.58249998D 00	0.12729996D 00 0.53309995D 00
0.13089997D 00 0.45809996D 00	0.13249999D 00 0.44199997D 00	0.12930000D 00 0.41319996D 00	0.12899995D 00 0.58249998D 00	0.19479996D 00 0.92039996D 00	0.12739998D 00 0.55829996D 00
0.12599999D 00 0.44729996D 00	0.12699997D 00 0.41972998D 00	0.12449998D 00 0.40229994D 00	0.12729996D 00 0.53309995D 00	0.12739998D 00 0.55829996D 00	0.18979996D 00 0.10919991D 01

LA MATRIZ ADMITANCIA SHUNT PORMILL

0.0 0.67199990D-05	0.0 -0.91669995D-06	0.0 -0.10259992D-05	0.0 -0.81559995D-06	0.0 -0.37259997D-06	0.0 -0.22289998D-06
0.0 -0.91669995D-06	0.0 0.62529998D-05	0.0 -0.95989981D-06	0.0 -0.51929999D-06	0.0 -0.49559998D-06	0.0 -0.19109996D-06
0.0 -0.10259992D-05	0.0 -0.95989981D-06	0.0 0.65029999D-05	0.0 -0.19829997D-06	0.0 -0.16189995D-06	0.0 -0.56069997D-07
0.0 -0.81559995D-06	0.0 -0.51929999D-06	0.0 -0.19829997D-06	0.0 0.71279992D-05	0.0 -0.21179994D-05	0.0 -0.73039996D-06
0.0 -0.37259997D-06	0.0 -0.49559998D-06	0.0 -0.16179996D-06	0.0 -0.21179994D-05	0.0 0.93389999D-05	0.0 -0.17939992D-05
0.0 -0.22289998D-06	0.0 -0.19109996D-06	0.0 -0.56069997D-07	0.0 -0.73039996D-06	0.0 -0.17939992D-05	0.0 0.67139999D-05

RESULTADOS EN COMPONENTES DESEC.

PARAMETROS CARACTERISTICOS DE LA LINEA
****

VALORES CARACTERISTICOS

-0.12444416D-04	0.29870799D-05
-0.42477077D-05	0.70282773D-06
-0.44967493D-05	0.35855242D-06
-0.41794010D-05	0.51209930D-06
-0.42406279D-05	0.48316353D-06
-0.41950123D-05	0.47595703D-06

VECTORES CARACTERISTICOS

[illegible]	-0.18902950D-01	-0.29959399D 00	0.58902365D 00	0.57894933D 00	0.28273398D 00
0.82578026D-02	0.10222214D 00	-0.26595037D-01	0.13319001D-01	-0.15056498D-01	-0.15248578D-01
0.32650870D 00	0.59667155D-02	-0.20791417D 00	0.10791582D 00	-0.77238590D 00	0.43059921D 00
-0.11079100D-01	-0.10034931D 00	-0.31570408D-01	-0.30589204D-01	0.78830719D-02	0.81238039D-02
0.4000413[illegible]D 00	0.19005436D-01	-0.62278575D 00	-0.32837552D 00	0.12853976D-01	-0.61008048D 00
0.26566396D-02	0.25335539D-01	0.24611395D-01	-0.34182608D-01	0.57651028D-02	-0.22266749D-02
0.32400131D 00	0.45143914D 00	0.19377315D 00	-0.59897161D 00	0.24725032D 00	0.39331537D 00
0.12973506D-01	-0.59934877D-01	0.59636313D-01	-0.33866029D-01	-0.50032109D-01	0.46755444D-01
0.48542696D 00	-0.83077139D 00	0.40306413D 00	-0.17532253D 00	0.66794395D-01	-0.20499580D-01
-0.15700608D-01	-0.21387115D-01	-0.28191913D-01	0.12177426D 00	0.13497126D 00	-0.80133319D-01
0.42067868D 00	0.30250891D 00	0.53460866D 00	0.40453470D 00	-0.18257678D 00	-0.46709949D 00
0.59576295D-02	0.31273194D-01	0.11283155D-02	-0.36347684D-01	-0.99063754D-01	0.44053998D-01

CONSTANTES DE PROPAGACION

ATENUACION NEPERS POR MILL	VELOCIDAD MILL POR SEG.
0.42040437D-03	0.10611618D 06
0.16993012D-03	0.18229833D 06
0.34475148D-04	0.17763868D 06
0.12501342D-03	0.18406181D 06
0.11712174D-03	0.18276987D 06
0.11030471D-03	0.18376766D 06

IMPEDANCIA CARACTERISTICA
****

0.41234717D 03	0.13692236D 03	0.14672849D 03	0.13219730D 03	0.11213217D 03	0.10444331D 03
-0.34161774D 02	-0.19743253D 02	-0.18754501D 02	-0.18337006D 02	-0.20454086D 02	-0.18774734D 02
0.15325065D 03	0.43749097D 03	0.15670087D 03	0.13316858D 03	0.12594650D 03	0.11358994D 03
-0.20469955D 02	-0.37824736D 02	-0.20777130D 02	-0.19699127D 02	-0.22277084D 02	-0.20370880D 02
0.11980191D 03	0.11333063D 03	0.39692944D 03	0.76974030D 02	0.72707443D 02	0.65294159D 02
-0.11249538D 02	-0.12618431D 02	-0.27314743D 02	-0.11080692D 02	-0.13262780D 02	-0.11735365D 02
0.15062796D 03	0.13857820D 03	0.12651701D 03	0.42929614D 03	0.19211465D 03	0.16458665D 03
-0.24771713D 02	-0.25625809D 02	-0.25077682D 02	-0.40418381D 02	-0.25592255D 02	-0.24734161D 02
0.80064673D 02	0.78130949D 02	0.67404175D 02	0.13512135D 03	0.31085303D 03	0.13034285D 03
-0.84615126D 01	-0.90709791D 01	-0.89973650D 01	-0.80719481D 01	-0.25096100D 02	-0.87739687D 01
0.93298447D 02	0.86165115D 02	0.79685120D 02	0.12880138D 03	0.15119942D 03	0.40692114D 03
-0.15313672D 02	-0.15895397D 02	-0.15808892D 02	-0.15079729D 02	-0.16075104D 02	-0.31003006D 02

ADMITANCIA CARACTERISTICA
****

0.31346437D-02	-0.55491901D-03	-0.63042599D-03	-0.51919394D-03	-0.28495071D-03	-0.21350724D-03
0.18132509D-03	-0.27777467D-04	-0.43951542D-04	-0.29685747D-04	-0.58767381D-06	0.21058622D-05
-0.50580711D-03	0.29046186D-02	-0.53717289D-03	-0.30681002D-03	-0.30479161D-03	-0.14899959D-03
-0.18485167D-04	0.17683562D-03	-0.23867251D-04	-0.27058149D-05	-0.44626195D-05	0.10795907D-04
-0.70584705D-03	-0.65803947D-03	0.29385651D-02	-0.27172547D-03	-0.23722101D-03	-0.18178440D-03
-0.40250336D-04	-0.29170726D-04	0.16762542D-03	0.95900978D-05	0.11358976D-04	0.14553006D-04
-0.44031011D-03	-0.27144118D-03	-0.12379849D-03	0.34233097D-02	-0.10447493D-02	-0.40220842D-03
-0.35850273D-04	-0.17518221D-04	-0.25169129D-05	0.22205143D-03	-0.11517719D-03	-0.15000043D-04
-0.39205113D-03	-0.40966023D-03	-0.27734623D-03	-0.12576475D-02	0.42451210D-02	-0.11037204D-02
0.19108222D-04	0.98230535D-05	0.25963978D-04	-0.10715702D-03	0.35941158D-03	-0.86058455D-04
-0.23285602D-03	-0.20554329D-03	-0.13645685D-03	-0.50795847D-03	-0.10008675D-02	0.30944871D-02
0.23249495D-05	0.59135118D-05	0.92882010D-05	-0.11288900D-04	-0.89603476D-04	0.18853389D-03

LA MATRIZ IMPEDANCIA SERIE DEL EQUIVALENTE PI ES:
****

0.33205994D 02	0.21334473D 02	0.20794678D 02	0.21184067D 02	0.21774673D 02	0.20886490D 02
0.20676363D 03	0.94914763D 02	0.99136917D 02	0.95504166D 02	0.83414139D 02	0.81213028D 02
0.21834442D 02	0.34901362D 02	0.21569534D 02	0.21452408D 02	0.22165573D 02	0.21186157D 02
0.94915115D 02	0.20925262D 03	0.94177155D 02	0.86267258D 02	0.80662552D 02	0.76272995D 02
0.20794769D 02	0.21569656D 02	0.32715027D 02	0.20895645D 02	0.21504196D 02	0.20637192D 02
0.99137131D 02	0.94176956D 02	0.20751758D 03	0.81147598D 02	0.74840942D 02	0.72620590D 02
0.21184204D 02	0.21452591D 02	0.20895676D 02	0.33702957D 02	0.21434418D 02	0.21145844D 02
0.95504578D 02	0.86267242D 02	0.81147736D 02	0.20470692D 03	0.10753291D 03	0.97807587D 02
0.21775024D 02	0.22165833D 02	0.21504471D 02	0.21434525D 02	0.33835800D 02	0.21143660D 02
0.83396027D 02	0.80662857D 02	0.74822540D 02	0.10753326D 03	0.17346478D 03	0.10290253D 03
0.20886917D 02	0.21167648D 02	0.20637405D 02	0.21146011D 02	0.21143677D 02	0.32960495D 02
0.81194672D 02	0.76272960D 02	0.72620865D 02	0.97807693D 02	0.10290230D 03	0.20657488D 03

LA MATRIZ DE ADMITANCIA SHUNT DEL EQUIVALENTE PI ES:
****

0.15895730D-05 0.68334676D-03	0.30233883D-06 -0.91602313D-04	0.35572015D-06 -0.10193337D-03	0.21496589D-06 -0.81269740D-04	0.67949787D-06 -0.35844627D-04	0.53730844D-06 -0.20875275D-04
0.30233582D-06 -0.91602153D-04	0.14607940D-05 0.63539345D-03	0.38151364D-06 -0.95662690D-04	0.28690204D-06 -0.51605311D-04	0.59154212D-06 -0.48585483D-04	0.51881159D-06 -0.17995029D-04
0.35569587D-06 -0.10193344D-03	0.38151976D-06 -0.95662821D-04	0.17421908D-05 0.66212146D-03	0.49090892D-06 -0.18525403D-04	0.85911131D-06 -0.14190329D-04	0.68622018D-06 -0.37504906D-05
0.21490431D-06 -0.81269120D-04	0.28707495D-06 -0.51605561D-04	0.49091659D-06 -0.18524952D-04	0.16473859D-05 0.72409073D-03	-0.16917045D-06 -0.21312293D-03	0.35474295D-06 -0.72507566D-04
0.67947760D-06 -0.35846067D-04	0.59195781D-06 -0.48584829D-04	0.85908903D-06 -0.14181767D-04	-0.16920166D-06 -0.21312258D-03	0.30778074D-05 0.94990921D-03	0.16359928D-06 -0.17972344D-03
0.53749841D-06 -0.20876483D-04	0.51734611D-06 -0.17995000D-04	0.68646580D-06 -0.37498321D-05	0.35488131D-06 -0.72507391D-04	0.16370046D-06 -0.17972349D-03	0.17199964D-05 0.68306699D-03

MATRIZ IMPEDANCIA SERIE DEL EQUIVALENTE T
****

0.20564255D 02 0.11258743D 03	0.14290897D 02 0.53906249D 02	0.13788818D 02 0.56402267D 02	0.13991809D 02 0.54536728D 02	0.14324278D 02 0.48025299D 02	0.13809946D 02 0.46958374D 02
0.14290906D 02 0.53908142D 02	0.21332031D 02 0.11164311D 03	0.14130817D 02 0.53459946D 02	0.14055064D 02 0.49347565D 02	0.14462139D 02 0.46272075D 02	0.13895535D 02 0.44041382D 02
0.13788812D 02 0.56402206D 02	0.14130786D 02 0.53459991D 02	0.20264328D 02 0.11284361D 03	0.13807270D 02 0.46914352D 02	0.14150274D 02 0.43428345D 02	0.13645624D 02 0.42335938D 02
0.13991773D 02 0.54536621D 02	0.14055012D 02 0.49347583D 02	0.13807261D 02 0.46914322D 02	0.20783066D 02 0.11144986D 03	0.14123330D 02 0.60645691D 02	0.13939521D 02 0.55668594D 02
0.14324174D 02 0.48014786D 02	0.14462061D 02 0.46271988D 02	0.14150194D 02 0.43417923D 02	0.14123300D 02 0.60645584D 02	0.20900055D 02 0.94853165D 02	0.13955031D 02 0.58170044D 02
0.13809821D 02 0.46947922D 02	0.13885139D 02 0.44041397D 02	0.13645550D 02 0.42335361D 02	0.13939468D 02 0.55668564D 02	0.13955009D 02 0.58170120D 02	0.20366821D 02 0.11232884D 03

MATRIZ ADMITANCIA SHUNT DEL EQUIVALENTE T
****

-0.58183577D-05 0.13301976D-02	-0.95362259D-06 -0.18324218D-03	-0.10824660D-05 -0.20725495D-03	-0.63773581D-06 -0.16387073D-03	-0.22942086D-05 -0.79514852D-04	-0.18049950D-05 -0.49626979D-04
-0.95341301D-06 -0.18324287D-03	-0.53815229D-05 0.12115177D-02	-0.12150176D-05 -0.19282744D-03	-0.93597214D-06 -0.10483518D-03	-0.19940226D-05 -0.10249396D-03	-0.17647362D-05 -0.42197003D-04
-0.10824015D-05 -0.20725472D-03	-0.12150713D-05 -0.19282690D-03	-0.63005318D-05 0.12551239D-02	-0.16543818D-05 -0.44319211D-04	-0.29220400D-05 -0.39573933D-04	-0.23267066D-05 -0.17917569D-04
-0.63749462D-06 -0.16387308D-03	-0.93665135D-06 -0.10483444D-03	-0.16543900D-05 -0.44320899D-04	-0.61225783D-05 0.13818562D-02	0.87458403D-06 -0.41798386D-03	-0.11571792D-05 -0.14775405D-03
-0.22941840D-05 -0.79509540D-04	-0.19958251D-05 -0.10249647D-03	-0.20220037D-05 -0.39548584D-04	0.87469766D-06 -0.41798525D-03	-0.11318750D-04 0.18059884D-02	-0.31159612D-06 -0.35695639D-03
-0.18057835D-05 [illegible]	-0.17592156D-05 -0.42197076D-04	-0.23276480D-05 -0.17920102D-04	-0.11577240D-05 -0.14775470D-03	-0.31200108D-06 -0.35695615D-03	-0.62813424D-05 0.12978103D-02

C A P I T U L O IV

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En el desarrollo de las ecuaciones para obtener los equivalentes de líneas de transmisión, se llegan a expresiones para el voltaje y la corriente en cualquier punto de la línea, en función de los voltajes y corrientes en el extremo receptor, y que van a ser analizadas con el propósito de obtener toda la información que se derive de ellas. Así, las expresiones de corriente y voltaje que se obtuvieron son:

$$\bar{v} = Y^{-1} M \boxed{\cosh(\gamma_j x)} M^{-1} Y \bar{v}_r + Y^{-1} M \boxed{\gamma_j \operatorname{senh}(\gamma_j x)} M^{-1} \bar{i}_r \qquad 4.1$$

$$\bar{i} = M \boxed{\operatorname{senh}(\gamma_j x)} \boxed{\frac{1}{\gamma_j}} M^{-1} Y \bar{v}_r + M \boxed{\cosh(\gamma_j x)} M^{-1} \bar{i}_r \qquad 4.2$$

Pero del Anexo N° 1:

$$g(YZ) = M\, g(\boxed{\gamma_j^2})\, M^{-1}$$

De ahí que:

$$\sqrt{Y Z} = M \boxed{\gamma_j} M^{-1} \quad ; \quad \sqrt{Z Y} = M \boxed{\gamma_j} M^{-1}$$

y:

$$\cosh(\sqrt{YZ}\, x) = M \boxed{\cosh(\gamma_j x)} M^{-1}$$

reemplazando en las ecuaciones 4.1 y 4.2 se tiene:

$$\bar{v} = Y^{-1}\left[\cosh(\sqrt{Y\,Z}\,x)\right] Y\,\bar{v}_r + Y^{-1}\sqrt{Y\,Z}\left[\operatorname{senh}(\sqrt{Y\,Z}\,x)\right]\bar{i}_r$$

$$\bar{i} = \left[\operatorname{senh}(\sqrt{Y\,Z}\,x)\right] Z^{-1}\,Y^{-1}\,Y\,\bar{v}_r + \left[\cosh(\sqrt{Y\,Z}\,x)\right]\bar{i}_r$$

Pero

$$Y = M\boxed{\gamma_j^2}M^{-1}\,Z^{-1}$$

$$Y^{-1} = Z\,M\boxed{\gamma_j^{-2}}M^{-1}$$

Reemplazando:

$$\bar{v} = Z\,M\boxed{\gamma_j^{-2}}M^{-1}\left[\cosh(\sqrt{Y\,Z}\,x)\right] Y\,\bar{v}_r + \sqrt{Y^{-1}\,Z}\left[\operatorname{senh}(\sqrt{Y\,Z}\,x)\right]\bar{i}_r$$

$$\bar{i} = \left[\operatorname{senh}(\sqrt{Y\,Z}\,x)\right]\sqrt{Z^{-1}\,Y}\,\bar{v}_r + \left[\cosh(\sqrt{Y\,Z}\,x)\right]\bar{i}_r$$

$$\bar{v} = Z\,Z^{-1}\left[\cosh(\sqrt{Y\,Z}\,x)\right] Y^{-1}\,Y\,\bar{v}_r + Z_0\left[\operatorname{senh}(\sqrt{Y\,Z}\,x)\right]\bar{i}_r$$

$$\bar{i} = \left[\operatorname{senh}(\sqrt{Y\,Z}\,x)\right] Z_0^{-1}\,\bar{v}_r + \left[\cosh(\sqrt{Y\,Z}\,x)\right]\bar{i}_r$$

Por último:

$$\bar{v} = \left[\cosh(\sqrt{Y\,Z}\,x)\right]\bar{v}_r + Z_0\left[\operatorname{senh}(\sqrt{Y\,Z}\,x)\right]\bar{i}_r$$

$$\bar{i} = \left[\operatorname{senh}(\sqrt{Y\,Z}\,x)\right] Z_0^{-1}\,\bar{v}_r + \left[\cosh(\sqrt{Y\,Z}\,x)\right]\bar{i}_r$$

Desarrollando los senh y cosh en forma exponencial:

$$\bar{v} = \frac{\left[e^{\sqrt{Y\,Z}\,x}\right] + \left[e^{-\sqrt{Y\,Z}\,x}\right]}{2}\,\bar{v}_r + Z_0\,\frac{\left[e^{\sqrt{Y\,Z}\,x}\right] - \left[e^{-\sqrt{Y\,Z}\,x}\right]\bar{i}_r}{2}$$

$$\bar{v} = \frac{\left[e^{\sqrt{Y\,Z}\,x}\right]\bar{v}_r + Z_0\left[e^{\sqrt{Y\,Z}\,x}\right]\bar{i}_r}{2} - \frac{\left[e^{-\sqrt{Y\,Z}\,x}\right]\bar{v}_r - Z_0\left[e^{-\sqrt{Y\,Z}\,x}\right]\bar{i}_r}{2}$$

$$\bar{i} = \frac{\left[e^{\sqrt{Y\,Z}\,x}\right] Z_0^{-1} \bar{v}_r + \left[e^{\sqrt{Y\,Z}\,x}\right] \bar{i}_r}{2} - \frac{\left[e^{-\sqrt{Y\,Z}\,x}\right] Z_0^{-1} \bar{v}_r + \left[e^{-\sqrt{Y\,Z}\,x}\right] \bar{i}_r}{2}$$

Si se compara estas dos ecuaciones con las obtenidas en: "Análisis de Sistemas Eléctricos de Potencia", de William D. Stevenson, 1970, pág. 112, se puede observar que tienen la misma forma:

$$v = \frac{V_r + I_r/Z_0}{2}\; e^{\alpha x}\, e^{j\beta x} + \frac{V_r - I_r/Z_0}{2}\; e^{-\alpha x}\, e^{-j\beta x}$$

$$i = \frac{V_r/Z_0 + I_r}{2}\; e^{\alpha x}\, e^{j\beta x} - \frac{V_r/Z_0 - I_r}{2}\; e^{-\alpha x}\, e^{-j\beta x}$$

Mediante estas ecuaciones se puede entender el comportamiento de las líneas en cuanto a atenuación, amortiguamiento, ondas incidentes y reflejadas en el extremo.

Las fórmulas dadas para los elementos de los circuitos equivalentes - PI y T, dan la idea de hallar factores de corrección para aquellos modelos que se encuentran mediante el uso de los modelos nominales.

Suponiendo que Z' es la matriz impedancia del equivalente PI nominal, y Y' la matriz admitancia del mismo, y que por otro lado, Y y Z son las matrices del equivalente PI considerando parámetros distribuídos, entonces:

$$ZPI' = R_{\pi}' + jX_{\pi}'$$

$$ZPI = R_{\pi} + jX_{\pi}$$

$R\pi = R'_{\pi} * fc(R\pi) * l$

$X\pi = X'_{\pi} * fc(X\pi) * l$

Donde:

$R\pi$ = Matriz de resistencias del PI con parámetros distribuídos.

R'_{π} = Matriz de resistencias del PI nominal.

$X\pi$ = Matriz de reactancias inductivas del PI con parámetros distribuídos.

X'_{π} = Matriz de reactancias inductivas del PI nominal.

$fc(R\pi)$ = Factor de corrección de resistencias del PI.

$fc(X\pi)$ = Factor de corrección de reactancias inductivas del PI.

Por otro lado:

$YPI = YPI' * fc(X\pi) \underline{|\,\emptyset\pi} * 1/2$

Donde:

YPI = Admitancia shunt del equivalente PI con parámetros distribuídos.

YPI' = Admitancia shunt del equivalente PI nominal.

$fc(Y\pi)$ = Factor de corrección de admitancias, módulo.

$\emptyset\pi$ = Angulo del factor de corrección de admitancias.

l = Longitud de la linea.

De igual manera si se analiza el circuito equivalente T se tiene:

../..

$ZT' = R_t' + jX_t'$

$ZT = R_t + X_t$

$YT = YT' * fc(Y_t) \underline{|\emptyset_t} * l$

$R_t = R_t' * fc(R_t) * 1/2$

$X_t = X_t' * fc(X_t) * 1/2$

R_t = Matriz de resistencia del equivalente T con parámetros distribuídos.

R_t' = Matriz de resistencias del equivalente T nominal.

X_t = Matriz de reactancias inductivas del equivalente T con parámetros distribuídos.

X_t' = Matriz de reactancias inductivas del T nominal.

YT = Admitancia shunt del T con parámetros distribuídos.

YT' = Admitancia shnut del T nominal.

$fc(R_t)$ = Factor de corrección de resistencias del T.

$fc(X_t)$ = Factor de corrección de reactancias inductivas del T.

$fc(Y_t)$ = Factor de corrección de admitancias, módulo.

$\emptyset_t$ = Angulo del factor de corrección de admitancias.

l = Longitud de la línea.

Mediante los resultados obtenidos al correr el programa para varias - longitudes se obtuvieron las siguientes curvas de corrección:

../..

C U R V A-S

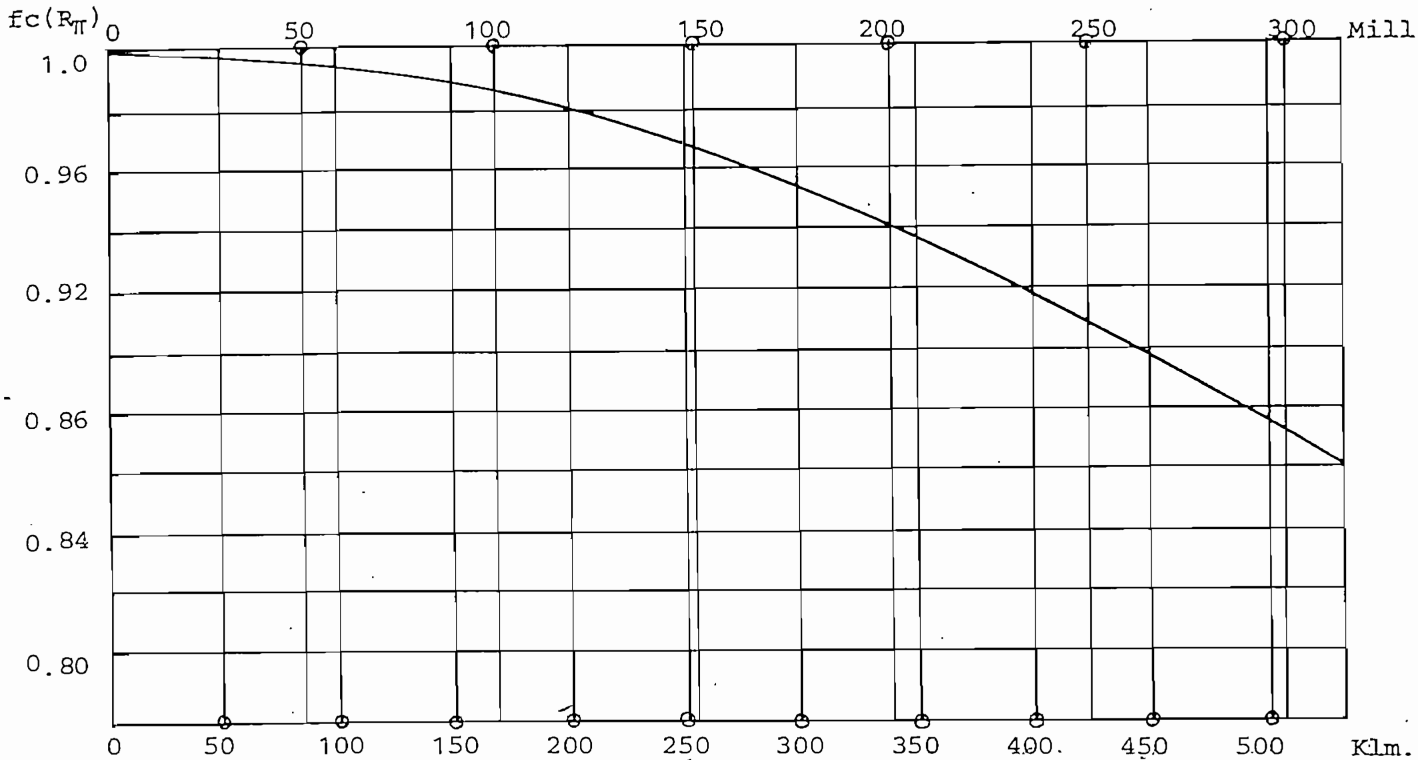


Fig. N°4.1. Factor de Correccion de R_π.

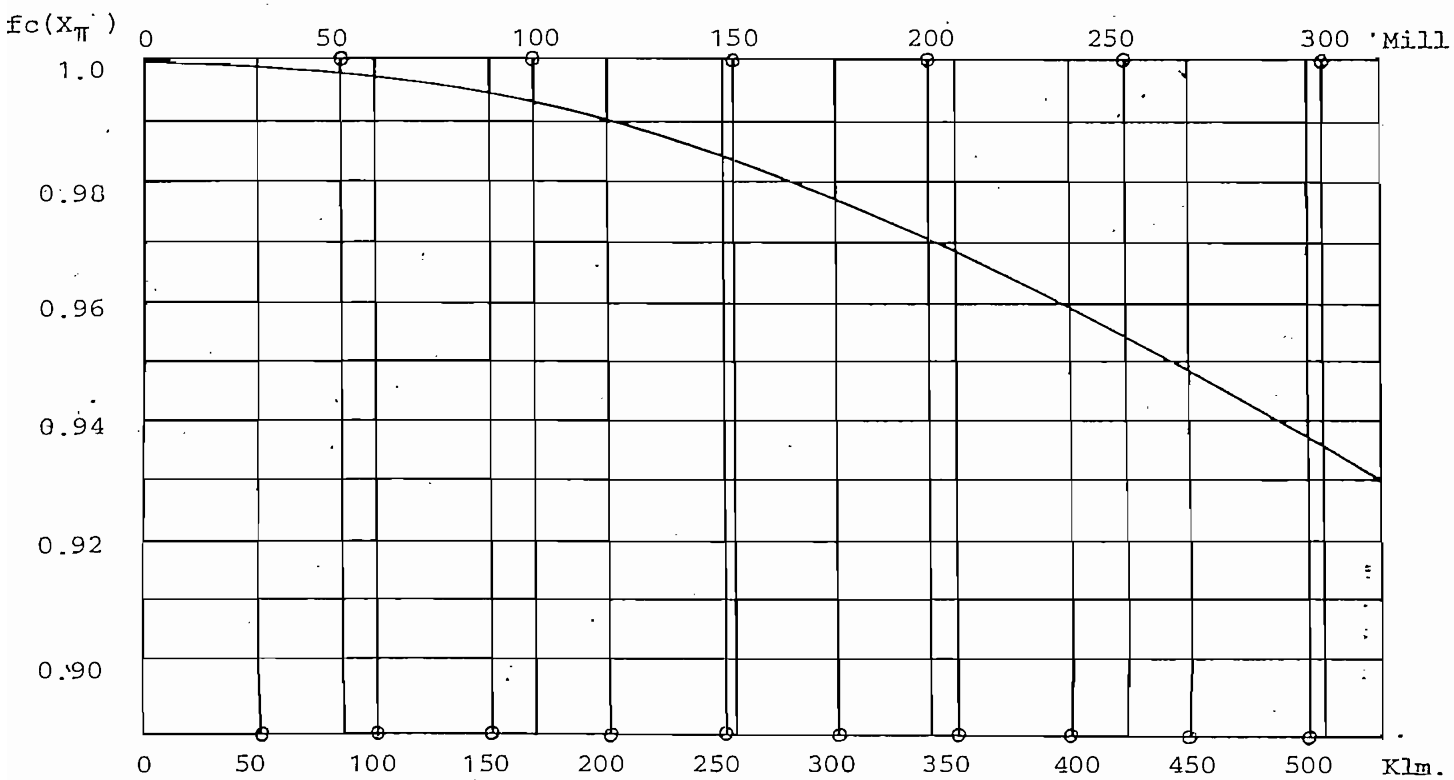


Fig. N°4.2. Factor de Correccion de X_π.

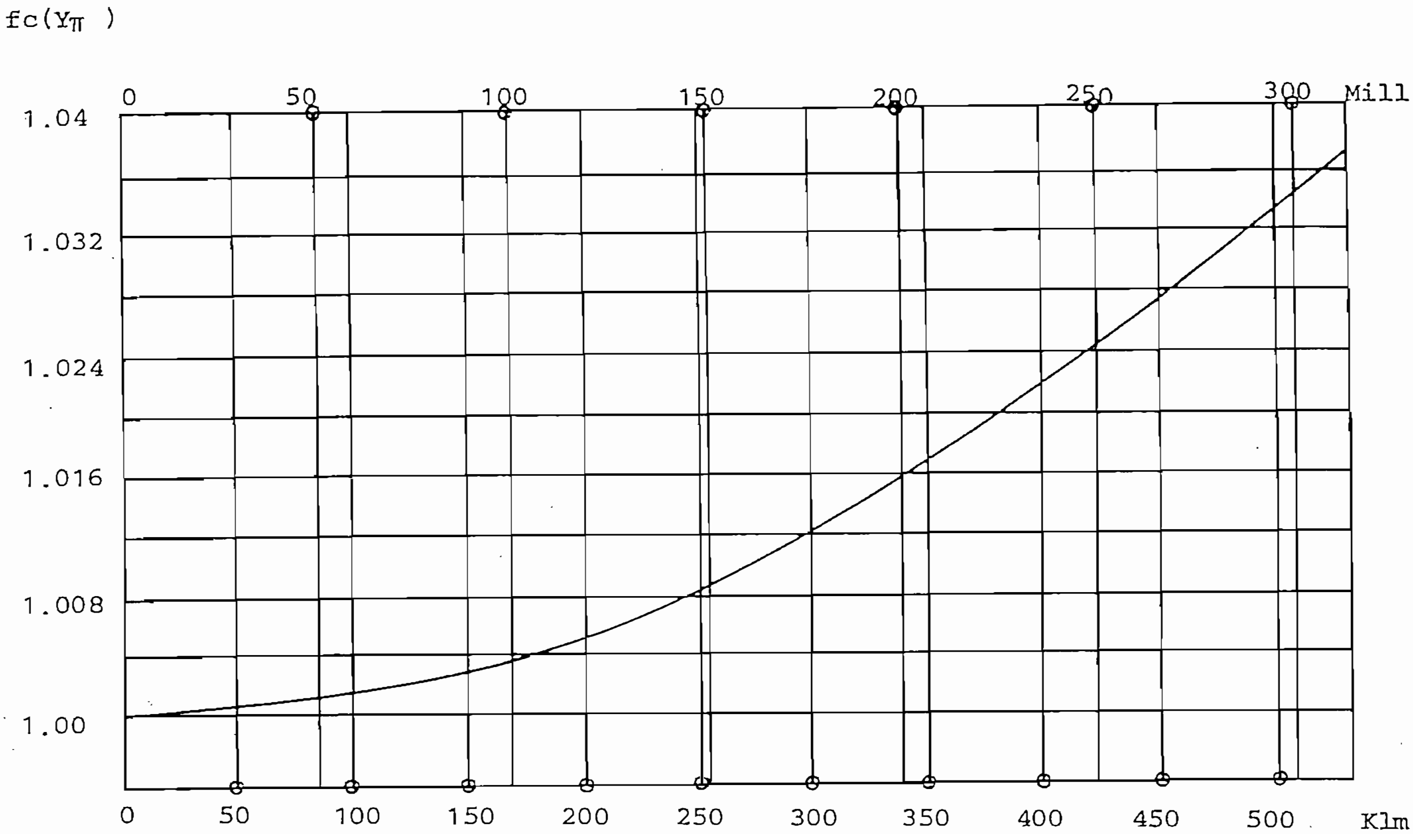


Fig. 4.3. Curva del Factor de Correccion Y π .

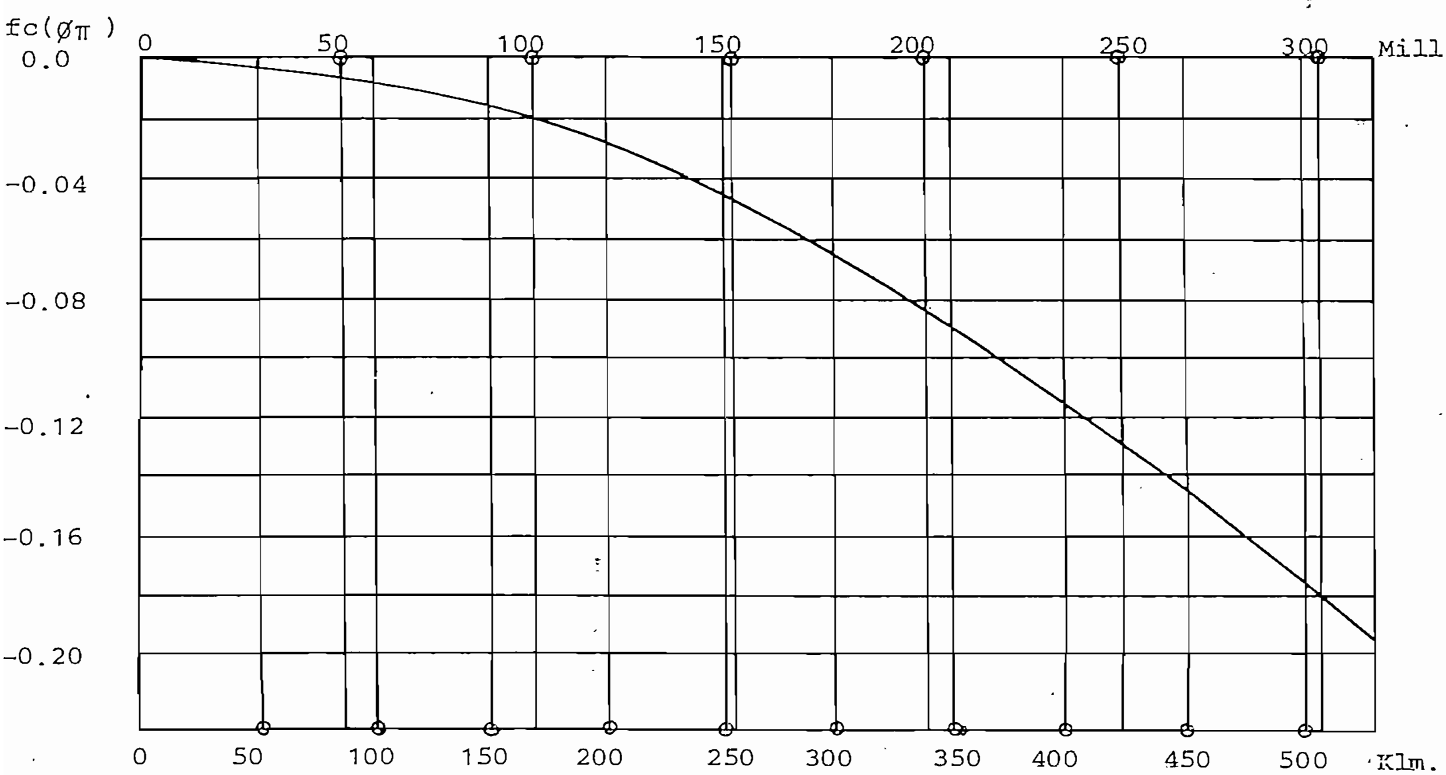


Fig. N° 4.4. Curva del Factor de Correccion de Øπ .

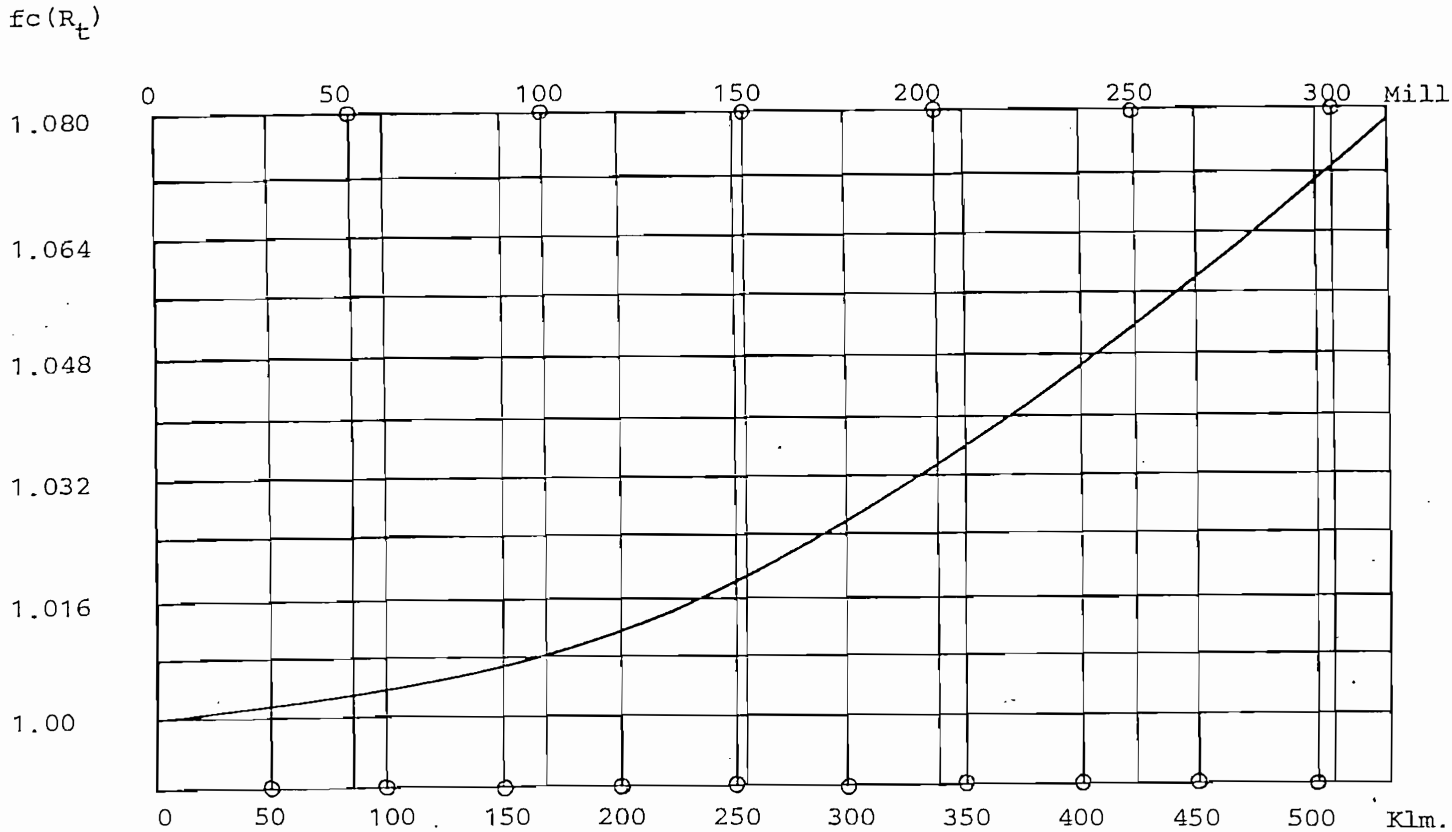


Fig. N°4.5 Curva del Factor de Correccion R_t.

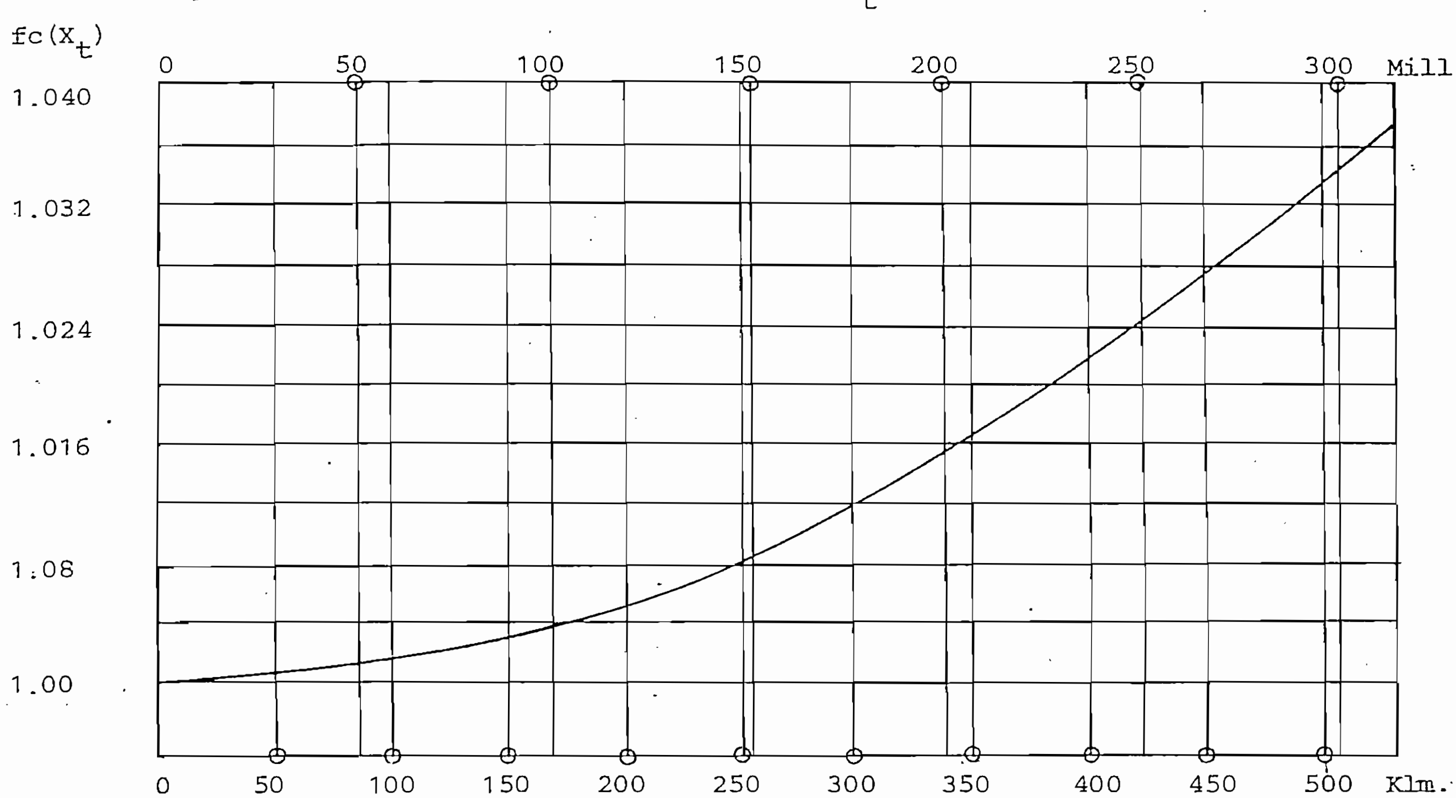


Fig. N°4.6. Curva del Factor de Correccion de X_t

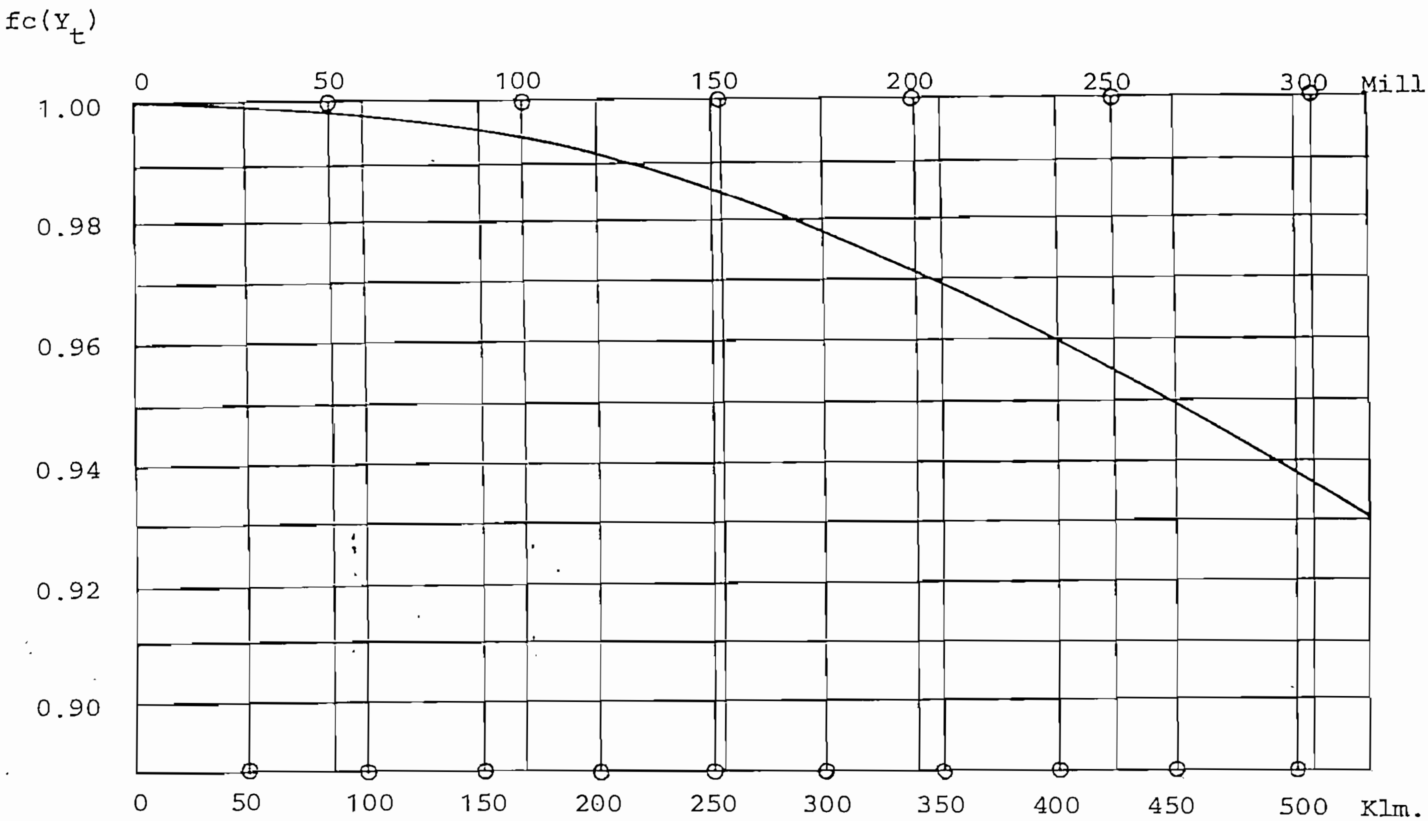


Fig. N° 4.7. Curva del Factor de Correccion Y_t.

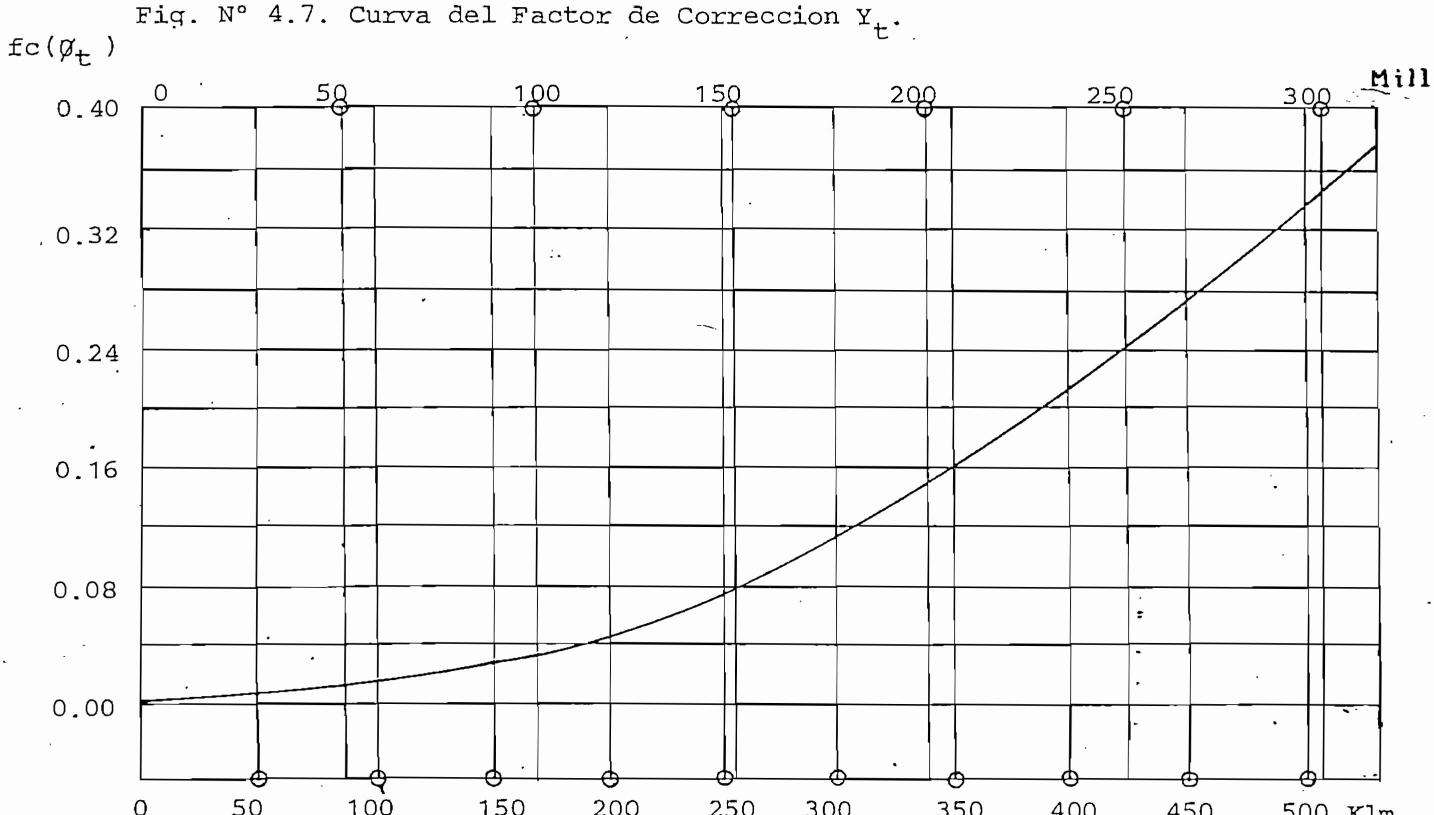


Fig. N°4.8. Curva del Factor de Correccion $\emptyset_t$.

Mediante el uso de estas curvas se puede obtener, sin necesidad de correr el programa, una aproximación aceptable, si es que no se necesita de mucha precisión, para casos de análisis exhaustivos se tendrá que correr el programa obteniendo de esta manera los mejores resultados. (Ver referencia Nº 10).

Ejemplo de uso de factores:

Aplicando a los elementos (3,3) ; de Y y Z de la Referencia Nº 3:

z por milla = $0,04663 + j\,0,53724$ ohms/milla

y por milla = $0 + j\,8,0101 \times 10^{-6}$ mhos/milla

Longitud 200 millas.

$r_{33} = r'_{33} \times fc(R\pi) * 1$

$r_{33} = 0,04663 \times 200 \times 0.945 = 8,813$ ohms

$x_{33} = x'_{33} * fc(X\pi) * 1$

$x_{33} = 0,53724 \times 200 \times 0.972 = 104,439$ ohms

$y_{33} = y'_{33} \times fc(Y\pi) \underline{|\varnothing\pi} * 1/2$

$y_{33} = (0 + j\,8,0101 \times 10^{-6}) \times \frac{200}{2} \times (1.0144 \underline{|-0.081°})$

$y_{33} = (8,0101 \times 10^{-6} \underline{|90^0}) \times 100 \times (1.0144 \underline{|-0.081°})$

$y_{33} = 8,12552 \times 10^{-4} \underline{|89.92°}$

$y_{33} = 1,1487 \times 10^{-6} + 8,12552 \times 10^{-4}$

De esta manera se obtienen los elementos del equivalente PI corregidos.

../..

Que si los comparamos con los valores de la salida del Manual de Uso, tienen valores muy semejantes. por otro lado, si se requieren de reultados mas precisos, indudablemente , debe correrse el programa.

ANEXO Nº 1

VALORES Y VECTORES CARACTERISTICOS DE MATRICES COMPLEJAS

Este tema es por sí solo bastante amplio, y se aplica en el presente trabajo al resolver una serie de ecuaciones linealmente independientes con n incógnitas de la forma:

$$a_{11}x_1+a_{12}x_2+\ldots+a_{1n}x_n = y_1$$

$$a_{21}x_1+a_{22}x_2+\ldots+a_{2n}x_n = y_2$$

$$\begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix}$$

$$a_{n1}x_1+a_{n2}x_2+\ldots+a_{nn}x_n = y_n$$

Que mediante la notación simplificada es:

$$A\bar{x} = \bar{y}$$

A es una matriz cuadrada nxn; $\bar{x}$ y $\bar{y}$ son vectores columna de orden n.

El problema es determinar un vector $\bar{x}$ (llamado vector característico), quien será transformado por la matriz A en un vector Y, cuyas coordenadas son proporcionadas a las de $\bar{x}$, o sea, que tenga la misma dirección en el espacio vectorial. Esto es, determinar un vector $\bar{x}$ que sa tisfaga la ecuación:

$$A\bar{x} = \lambda\bar{x} \quad ; \quad \bar{y} = \lambda\bar{x}$$

Donde λ (llamado valor característico) es un escalar real o complejo que puede ser también determinado.

Agrupando términos, y haciendo uso de la ley distributiva de la multiplicación:

$$(A - \lambda^2 1)\ \bar{x} = \bar{0} \qquad A1.1$$

1 Matriz escalar unitaria.

Este sistema tiene solución no trivial si:

$$A - \lambda^2\ 1 = 0$$

Demostración:

Supóngase que $\bar{m} \neq 0$ y $A - \lambda^2 1 \neq 0$; y que debe cumplirse la ecuación:

$(A - \lambda^2 1)\bar{x} = \bar{0}$

Si $A - \lambda^2 1 \neq 0$, entonces la inversa de $A - \lambda^2 1$ existe y:

$(A - \lambda^2 1)^{-1}(A - \lambda^2 1)\bar{m} = (A - \lambda^2 1)^{-1}\bar{0}$

$\bar{m} = \bar{0}$

Que contradice la suposición inicial. Con lo que queda demostrado - que $A - \lambda^2 1 = 0$

Que desarrollada

$$\begin{vmatrix} a_{11}-\lambda^2 & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22}-\lambda^2 & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33}-\lambda^2 \end{vmatrix} = 0$$

$(a_{11}-\lambda^2)(a_{22}-\lambda^2)(a_{33}-\lambda^2)+a_{21}a_{32}a_{13}+a_{12}a_{23}a_{31}-a_{31}(a_{22}-\lambda^2)a_{13}-$
$a_{32}a_{23}(a_{11}-\lambda^2)-a_{21}a_{12}(a_{33}-\lambda^2)=0$

$(a_{11}a_{22}-a_{11}\lambda^2-a_{22}\lambda^2+\lambda^4)(a_{33}-\lambda^2)+a_{21}a_{32}a_{13}+a_{12}a_{23}a_{31}-a_{31}a_{22}a_{13}+$
$a_{31}a_{13}\lambda^2-a_{32}a_{23}a_{11}+a_{32}a_{23}\lambda^2-a_{21}a_{12}a_{33}+a_{21}a_{12}\lambda^2=0$

$a_{11}a_{22}a_{33}-a_{11}a_{33}\lambda^2-a_{22}a_{33}\lambda^2+a_{33}\lambda^4-a_{11}a_{22}\lambda^2+a_{11}\lambda^4+a_{22}\lambda^4-\lambda^6+$
$a_{21}a_{32}a_{13}+a_{12}a_{23}a_{31}-a_{31}a_{22}a_{13}+a_{31}a_{13}\lambda^2-a_{32}a_{23}a_{11}+a_{32}a_{23}\lambda^2-$
$a_{21}a_{12}a_{33}+a_{21}a_{12}\lambda^2=0$

$-\lambda^6+\lambda^4(a_{11}+a_{22}+a_{33})-\lambda^2(a_{11}a_{33}+a_{22}a_{33}+a_{11}a_{22}-a_{31}a_{13}-a_{32}a_{23}-a_{21}a_{12})+$
$a_{11}a_{22}a_{33}+a_{21}a_{32}a_{13}+a_{12}a_{23}a_{31}-a_{31}a_{22}a_{13}-a_{32}a_{23}a_{11}-a_{21}a_{12}a_{33}=0$

$\lambda^6-\lambda^4(a_{11}+a_{22}+a_{33})+\lambda^2(a_{11}a_{22}+a_{11}a_{33}+a_{22}a_{33}-a_{12}a_{21}-a_{13}a_{31}-a_{23}a_{32})-$
$\det. A=0$

Los elementos de la matriz A pueden considerarse como complejos o no. Esta última ecuación es llamada "Ecuación Característica", la misma que al ser resuelta proporciona sus raíces correspondientes, llamadas de igual forma valores característicos.

De esta forma, hallados los valores λ_1^2, λ_2^2 y λ_3^2, para cada uno de los cuales se cumple la ecuación A1.1, o sea:

$$(A-\lambda_1^2 1)\bar{x}_1=\bar{0}$$

$\bar{x}_1$ es un vector relacionado con el valor λ_1^2, al reemplazar cada uno de los valores característicos en A1.1 se obtienen diferente vectores, así, en este caso se tienen los vectores:

$$\bar{x}_1,\ \bar{x}_2\ \text{y}\ \bar{x}_3$$

Estos vectores por definición son los vectores característicos de la matriz A. Los mismos que pueden ordenarse por columnas y formar una matriz llamada "matriz de vectores característicos".
Otra forma de definir los valores característicos sería: "son aquellos valores que al ser restados de la diagonal de una matriz no singular la convierten en singular". Si la matriz es singular, entonces no existe solución diferente de la trivial. Debido a que los vectores que conforman la matriz son linealmente dependientes (definición matriz singular)

A.1.1 VALORES Y VECTORES CARACTERISTICOS DE AB Y BA

Por facilidad, el análisis se va a realizar para matrices 2x2, pudiéndose extender la demostración para matrices de cualquier orden y que pueden ser complejas.

Si se tienen dos matrices: A y B, complejas o no, tal que:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$$

Primeramente se va a realizar el producto AB:

$$AB=\begin{bmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22} \\ \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22} \end{bmatrix}$$

Los valores característicos del producto se hallará restando en la diagonal λ^2, y encontrando el determinante de dicha matriz transformada e igualándolo a cero:

$$\begin{vmatrix} (a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21})-\lambda^2 & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22} \\ \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21} & (a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22})-\lambda^2 \end{vmatrix} = 0$$

$$(a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}-\lambda^2)(a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}-\lambda^2)-(a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21})(a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22})=0$$

$$a_{11}b_{11}a_{21}b_{12}+a_{11}b_{11}a_{22}b_{22}-a_{11}b_{11}\lambda^2+a_{12}b_{21}a_{21}b_{12}+a_{12}b_{21}a_{22}b_{22}-$$

$$a_{12}b_{21}\lambda^2-a_{21}b_{12}\lambda^2-a_{22}b_{22}\lambda^2+\lambda^4-a_{21}b_{11}a_{11}b_{12}-a_{21}b_{11}a_{12}b_{22}-$$

$$a_{22}b_{21}a_{11}b_{12}-a_{22}b_{21}a_{12}b_{22}=0$$

$$\lambda^4-(a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22})\lambda^2+a_{11}b_{11}a_{22}b_{22}+a_{12}b_{21}a_{21}b_{12}-$$

$$a_{21}b_{11}a_{12}b_{22}-a_{22}b_{21}a_{11}b_{12}=0 \qquad \text{A1.2}$$

$$\lambda^4-(a_{11}b_{11}+a_{22}b_{22}+a_{12}b_{21}+a_{21}b_{12})\lambda^2+\det.(AB)=0$$

Si contrariamente se realiza el producto BA

../..

$$BA=\begin{bmatrix} a_{11}b_{11}+a_{21}b_{12} & a_{12}b_{11}+a_{22}b_{12} \\ a_{11}b_{21}+a_{21}b_{22} & a_{12}b_{21}+a_{22}b_{22} \end{bmatrix}$$

Los valores característicos se hallarán de:

$$\begin{vmatrix} a_{11}b_{11}+a_{21}b_{12}-\lambda^2 & a_{12}b_{11}+a_{22}b_{12} \\ a_{11}b_{21}+a_{21}b_{22} & a_{12}b_{21}+a_{22}b_{22}-\lambda^2 \end{vmatrix} = 0$$

$$(a_{11}b_{11}+a_{21}b_{12}-\lambda^2)(a_{12}b_{21}+a_{22}b_{22}-\lambda^2)-(a_{11}b_{21}+a_{21}b_{22})(a_{12}b_{11}+a_{22}b_{12})= 0$$

Simplificando y ordenando:

$$\lambda^4-\lambda^2(a_{11}b_{11}+a_{22}b_{22}+a_{12}b_{21}+a_{21}b_{12})+a_{11}b_{11}a_{22}b_{22}+$$

$$a_{12}b_{21}a_{21}b_{12}-a_{11}b_{21}a_{22}b_{12}-a_{21}b_{22}a_{12}b_{11} = 0 \qquad \text{A1.3}$$

$$\lambda^4-\lambda^2(a_{11}b_{11}+a_{22}b_{22}+a_{12}b_{21}+a_{21}b_{12})+ \text{det. } (BA)$$

Si se observa A1.2 y A1.3, se puede decir que son dos ecuaciones características idénticas, de ahí que tanto los valores, como los vectores, característicos de AB son los mismos que los de BA (det(AB)= det(BA)).

A.1.2 INDEPENDENCIA LINEAL DE VECTORES CARACTERISTICOS

La condición de que los valores característicos sean diferentes no es una condición necesaria para que los respectivos vectores sean lineal_

../..

mente independientes.

Sean $\lambda_1^2, \lambda_2^2, \ldots, \lambda_k^2, \ldots, \lambda_n^2$ los valores característicos de una matriz A de orden nxn, entonces $\lambda_1^2 \neq \lambda_2^2 \neq \ldots \lambda_k^2 \neq \ldots \lambda_n^2$, correspondientemente a estos valores, se obtienen los vectores característicos, para cada uno de los cuales se tiene;

$$A\bar{x}_i = \lambda_i^2 \bar{x}_i \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

Supóngase que uno de los vectores característicos pueda expresarse como una combinación lineal de los demás:

$$\bar{x}_k = c_1\bar{x}_1 + c_2\bar{x}_2 + \ldots + c_{k-1}\bar{x}_{k-1} + c_{k+1}\bar{x}_{k+1} + \ldots c_n\bar{x}_n$$

Este vector también tendrá la característica de relacionarse con A mediante:

$$A\bar{x}_k = \lambda_k^2 \bar{x}_k$$

Entonces:

$$A(c_1\bar{x}_1 + c_2\bar{x}_2 + \ldots + c_{k-1}\bar{x}_{k-1} + c_{k+1}\bar{x}_{k+1} + \ldots c_n\bar{x}_n) = \lambda_k^2(c_1\bar{x}_1 + c_2\bar{x}_2 + \ldots + c_{k-1}\bar{x}_{k-1} + c_{k+1}\bar{x}_{k+1} + \ldots + c_n\bar{x}_n)$$

Realizando operaciones y recordando que $A\bar{x}_i = \lambda_i^2 \bar{x}_i$

$$c_1\lambda_1^2\bar{x}_1 + c_2\lambda_2^2\bar{x}_2 + \ldots + c_{k-1}\lambda_{k-1}^2\bar{x}_{k-1} + c_{k+1}\lambda_{k+1}^2\bar{x}_{k+1} + \ldots + c_n\lambda_n^2\bar{x}_n =$$

$$c_1\lambda_k^2\bar{x}_1 + c_2\lambda_k^2\bar{x}_2 + \ldots + c_{k-1}\lambda_k^2\bar{x}_{k-1} + c_{k+1}\lambda_k^2\bar{x}_{k+1} + \ldots + c_n\lambda_k^2\bar{x}_n$$

De esta ecuación resulta que $\lambda_k^2 = \lambda_1^2 = \lambda_2^2 = \ldots = \lambda_{k-1}^2 = \lambda_{k+1}^2 = \ldots = \lambda_n^2$, que contradice la hipótesis inicial, de ahí que ningún vector característico puede expresarse como la combinación lineal de los demás, demostrándose de esta forma la independencia lineal de vectores característicos.

A.1.3 . VALORES CARACTERISTICOS CERCANOS ENTRE SI.

Existen casos, como en los de los ejemplos corridos, que los valores característicos de una matriz difieren muy poco entre sí (virtualmente iguales). En estos casos la solución directa es complicada ya que pueden producirse facilmente errores, principalmente por redondeo. Un artificio para resolver el problema es transformar una matriz original A de la siguiente manera:

$$A' = \frac{A}{\boxed{k}} - \boxed{1}$$

Escogiendo convenientemente $\boxed{k}$, la matriz transformada puede proporcionar más facilmente sus valores característicos, los cuales deberán ser corregidos para encontrar los de la matriz A de la siguiente manera:

$$\lambda_k^2 = (\lambda_k'^2 + 1)\, k$$

Sin embargo, a pesar de la transformación realizada, los vectores característicos no se ven afectados.

../..

La matriz a la cual se realiza la transformación es YZ, en la cual:

$$\boxed{\lambda_j^2} = M^{-1} YZM$$

Pero de la Referencia Nº 7 dada en la bibliografía:

$$Z = Z_t + Z_c + jX_g$$

Z_t = impedancia de tierra (matriz)

Z_c = impedancia del conductor (matriz)

X_g = Reactancia inductiva (matriz)

y:

$$jX_g Y = \boxed{-\omega^2 \upsilon \varepsilon} \quad ; \quad \boxed{-\omega^2 \upsilon \varepsilon} \quad \text{matriz escalar}$$

$$jX_g = \boxed{-\omega^2 \upsilon \varepsilon} \; Y^{-1}$$

De ahí que:

$$\boxed{\lambda_j^2} = M^{-1} Y (Z_t + Z_c + jX_g) M$$

$$\boxed{\lambda_j^2} = M^{-1} Y (Z_t + Z_c) M + M^{-1} YY^{-1} M \boxed{-\omega^2 \upsilon \varepsilon}$$

$$\boxed{\lambda_j^2} = M^{-1} Y (Z_t + Z_c) M \boxed{-\omega^2 \upsilon \varepsilon}$$

$\boxed{-\omega^2 \upsilon \varepsilon}$ domina sobre $Y(Z_t + Z_c)$, de tal manera que para apreciar las diferencias de los valores característicos es conveniente anular la influencia de este factor mediante:

$$\frac{\boxed{\lambda_j^2}}{\boxed{-\omega^2 \upsilon \varepsilon}} = \frac{M^{-1} Y (Z_t + Z_c) M}{\boxed{-\omega^2 \upsilon \varepsilon}} + \boxed{1}$$

../..

Si se tiene la matriz $P=YZ$, si λ_j^2 son los valores característicos y M la matriz de vectores característicos;

$$M^{-1}YZM=\boxed{\lambda_j^2}$$

Y por otro lado, si se tiene $\left(\frac{YZ}{\boxed{-\omega^2\upsilon\varepsilon}}-\boxed{1}\right)$, y si $\boxed{\lambda_t^2}$ son los valores y M_1 la matriz de vectores característicos.

$$M_1^{-1}\left(\frac{YZ}{\boxed{-\omega^2\upsilon\varepsilon}}-\boxed{1}\right)M_1=\boxed{\lambda_t^2}$$

$$\frac{M_1^{-1}YZM}{\boxed{-\omega^2\upsilon\varepsilon}}-\boxed{1}=\boxed{\lambda_t^2}$$

$$M_1^{-1}YZM_1=\boxed{-\omega^2\upsilon\varepsilon}\boxed{\lambda_t^2+1}$$

Usando la ecuación A1.5

$$M_1^{-1}YZM_1=\boxed{\lambda_j^2}=M^{-1}YZM,\ \text{entonces}\ M_1=M \qquad \text{A1.6}$$

De esta manera se demuestra que los vectores característicos no se alteran al trabajar con la matriz transformada.

La constante $\boxed{k}=\boxed{-\omega^2\upsilon\varepsilon}$ tendrá los siguientes valores:

$$\omega = 2\pi f:\ 1/seg.$$

$$\upsilon = 4\pi x10^{-17}\ Henry/m.$$

$$\varepsilon = 8.85x10^{-12}\ Farad/m.$$

Se considera que las condiciones son las mismas que las del espacio libre, y la frecuencia de 60 Hz.

$$\boxed{-\omega^2 \upsilon\varepsilon} = -(2\pi.60)^2 \frac{1}{seg^2}\, 4\pi x10^{-7} \frac{Henry}{m}\, 8.85.\, x10^{-12} \frac{Farad}{m}$$

$$\boxed{-\omega^2 \upsilon\varepsilon} = -(2\pi.60)^2\, x4\pi x10^{-7} x8.85x10^{-12} \frac{Henry}{m}\; \frac{Farad}{m}\; \frac{1}{seg^2}$$

$$\boxed{-\omega^2 \upsilon\varepsilon} = -4\pi^2\, 3.600x4\, \pi\, x8.85x10^{-19} \frac{Henry\;\; Farad}{m^2\, seg^2}$$

$$Henry = \frac{Kg.\, m^2}{(Coulombs)^2}$$

$$Farad = \frac{(Coulombs)^2 seg^2}{Kg.m^2}$$

$$\boxed{-\omega^2 \upsilon\varepsilon} = -16\pi^3 x3600x8.85x10^{-19} \frac{Kgm^2 (Coulombs)^2 seg^2}{(Coulombs)^2 Kg.m^2.m^2.seg^2}$$

$$\boxed{-\omega^2 \upsilon\varepsilon} = -1.580576x10^{-12} \frac{1}{m^2} = -1.580576x10^{-6} \frac{1}{(Km)^2} \qquad A1.7$$

$$\boxed{-\omega^2 \upsilon\varepsilon} = -1.580576x10^{-12} \frac{1}{m^2}\; \frac{(1609)^2}{(milla)^2}$$

$$\boxed{-\omega^2 \upsilon\varepsilon} = -4.0919231x10^{-6} \frac{1}{(milla)^2} \qquad A1.8$$

Las ecuaciones A1.7 y A1.8 son usadas en el programa principal. Cada uno de los valores serán utilizados según las unidades en las que están Y y Z, si en $\frac{\Omega}{Km}$, $\frac{\mho}{Km}$ ó $\frac{\Omega}{milla}$, $\frac{\mho}{milla}$.

Por otro lado de la ecuación:

$$PM = M\boxed{\lambda_j^2}$$

$$P = M \boxed{\lambda_j^2} M^{-1}$$

$$P^2 = M \boxed{\lambda_j^2} M^{-1} M \boxed{\lambda_j^2} M^{-1} = M \boxed{\lambda_j^4} M^{-1}$$

y en general

$$g(P) = Mg(\boxed{\lambda_j^2})M^{-1}$$

Propiedad muy importante de los valores y vectores característicos.

A1.4. VALORES CARACTERISTICOS DE $Y * Z$ CUANDO ESTAN DADAS EN COMPONENTES DE FASE O SECUENCIA

Sean Y y Z las matrices admitancia e impedancia en componentes de secuencia, y por otro lado, Y' y Z' en componentes de fase.

Del Anexo Nº 2 se tiene que:

$$Z = T^{-1} Z'T$$

$$Y = T^{-1} Y'T$$

Luego si se realiza el producto $Y * Z$

$$YZ = T^{-1}Y'TT^{-1}Z'T$$

$$YZ = Y'Z'$$

De esto se deduce que los valores y vectores característicos de $Y * Z$ son independientes de las componentes en que están dadas las matrices Y y Z.

ANEXO Nº 2

COMPONENTES SIMETRICAS Y DE FASE

El método de análisis mediante componentes simétricas en circuitos polifásicos desequilibrados ha ido adquiriendo importancia, y ha sido el tema de numerosos artículos e investigaciones.

Las fallas en un sistema de transmisión, problemas de impedancias entre líneas y a tierra o conductores abiertos pueden ser estudiados por medio de las componentes simétricas.

El método es el siguiente: cualquier sistema desequilibrado de n vectores relacionados entre sí, puede ser descompuesto en n sistemas de vectores equilibrados. Los n vectores de cada conjunto de componentes son de igual longitud, teniendo además iguales los ángulos formados entre vectores adyacentes.

El sistema usado en la generalidad es el trifásico, de ahí que el análisis se va a restringir al estudio del sistema trifásico.

En el sistema trifásico, cualquier sistema desequilibrado puede ser descompuesto en otros tres llamados: componentes de secuencia positiya, negativa y cero. Y cada uno de los vectores originales será igual a la suma de sus componentes. Por ejemplo, el vector $\bar{v}$:

$$v_a = v_{a0} + v_{a1} + v_{a2}$$

$$v_b = v_{b0} + v_{b1} + v_{b2}$$

$$v_c = v_{c0} + v_{c1} + v_{c2}$$

Los mismos que se llegan a relacionar mediante:

$$v_a = v_{a0} + v_{a1} + v_{a2}$$

$$v_b = v_{a0} + a^2 v_{a1} + a v_{a2} \qquad ; \quad a = 1 \underline{|120^0}$$

$$v_c = v_{a0} + a v_{a1} + a^2 v_{a2}$$

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{a0} \\ v_{a1} \\ v_{a2} \end{bmatrix} \quad ; \quad \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{a0} \\ i_{a1} \\ i_{a2} \end{bmatrix}$$

$$\bar{v}_{abc} = T\bar{v}_{012} \qquad \qquad \bar{i}_{abc} = T\bar{i}_{012}$$

$$\begin{bmatrix} v_{a0} \\ v_{a1} \\ v_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad ; \quad \begin{bmatrix} i_{a0} \\ i_{a1} \\ i_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

$$\bar{v}_{012} = T^{-1}\bar{v}_{abc} \qquad \qquad \bar{i}_{012} = T^{-1}\bar{i}_{abc}$$

Para hallar las constantes Y y Z de una línea en componentes de fase o secuencia se aplicará:

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{aa} & z_{ab} & z_{ac} \\ z_{ba} & z_{bb} & z_{bc} \\ z_{ca} & z_{cb} & z_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

$$\bar{v}_{abc} = Z_{abc}\ \bar{i}_{abc}$$

Si $\bar{v}$ e $\bar{i}$ se transforman a componentes de secuencia de la siguiente forma:

$$T\bar{v}_{012} = Z_{abc}\ T\bar{i}_{012}$$

$$\bar{v}_{012} = T^{-1} Z_{abc} T\bar{i}_{012}$$

De aquí;

$Z_{012} = T^{-1} Z_{abc} T$, porque A1.1

$\bar{v}_{012} = Z_{012}\bar{i}_{012}$

Por otra parte

$\bar{i}_{abc} = Y_{abc}\bar{v}_{abc}$

Reemplazando por componentes simétricas,

$T\bar{i}_{012} = Y_{abc} T\bar{v}_{012}$

$\bar{i}_{012} = T^{-1} Y_{abc} T\bar{v}_{012}$

pero:

$\bar{i}_{012} = Y_{012}\bar{v}_{012}$

entonces:

$$Y_{012} = T^{-1} Y_{abc} T \qquad \text{A2.2.}$$

A2.1 y A2.2. son usadas en la subrutina COMPON

Subíndices $_{012}$ componentes de secuencia, $_{abc}$ componentes de fase. Para circuitos en paralelo las matrices Y y Z tienen un orden igual 3n (n # de circuitos). Con el objeto de ver la forma que tendrá la matriz T en circuitos paralelos, se analizará el caso en que n= 2 para luego generalizar.

$$\begin{bmatrix} \bar{i}'_{abc} \\ \\ \bar{i}''_{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z'_{abc} & Z'''_{abc} \\ \\ Z'''_{abc} & Z''_{abc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{v}'_{abc} \\ \\ \bar{v}''_{abc} \end{bmatrix}$$

' para circuito N° 1, " para circuito N° 2 y ' " para acoplamientos.

Pasando a componentes simétricas:

$$\begin{bmatrix} T\bar{i}'_{012} \\ \\ T\bar{i}''_{012} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z'_{abc} & Z'''_{abc} \\ \\ Z'''_{abc} & Z''_{abc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T\bar{v}'_{012} \\ \\ T\bar{v}''_{012} \end{bmatrix}$$

../..

$$\begin{bmatrix} T & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i}'_{012} \\ \bar{i}''_{012} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z'_{abc} & Z'''_{abc} \\ Z'''_{abc} & Z''_{abc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{v}'_{012} \\ \bar{v}''_{012} \end{bmatrix}$$

$$T\bar{I}_{012} = Z_{012} T \bar{v}_{012}$$

$$T = \begin{bmatrix} T & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix}$$

El análisis puede ser generalizado para n circuitos en paralelo.

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & . & . & . \\ 1 & a^2 & a & 0 & 0 & 0 & . & . & . \\ 1 & a & a^2 & 0 & 0 & 0 & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & 1 & a^2 & a & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & 1 & a & a^2 & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . \end{bmatrix}$$

Ecuación usada en el programa (Subrutina COMPON)

(ver Referencia N° 8)

A N E X O Nº 3

SISTEMA DE ECUACIONES DIFERENCIALES LINEALES HOMOGENEAS DE SEGUNDO ORDEN

Al resolver las ecuaciones diferenciales fundamentales de una línea - se aborda este tema que ya a ser analizado de una manera rápida.

Si se tiene el siguiente sistema:

$$\frac{\partial^2 y_n}{\partial x^2} = a_{n1}y_1 + a_{n2}y_2 + \ldots + a_{nn}y_n$$

$$\frac{\partial^2 y_2}{\partial x^2} = a_{21}y_1 + a_{22}y_2 + \ldots + a_{2n}y_n$$

$$\vdots$$

$$\frac{\partial^2 y_n}{\partial x^n} = a_n y + a_n y + \ldots + a_{nn}y_n$$

Este es un sistema de ecuaciones diferenciales lineales homogeneas. Como se puede observar el sistema de ecuaciones tiene la forma:

$$\frac{\partial^2 R(x)}{\partial x^2} - AR(x) = 0 \qquad \text{A3.1}$$

../..

R será de una forma tal que su segunda derivada tenga la posiblidad de anularse con la original.

Las funciones que cumplen con este requerimiento son:

$$R(x)= \operatorname{senh}(\gamma x) \qquad \text{A3.2}$$

y

$$R(x)= \cosh(\gamma x) \qquad \text{A3.3}$$

En las que γ es una constante a determinarse.

Probando la primera solución:

$$\frac{\partial^2 R(x)}{\partial x^2} = \gamma^2 \operatorname{senh}(\gamma x)$$

$$\gamma^2 \operatorname{senh}(\gamma x) - A \operatorname{senh}(\gamma x) = 0$$

$$(\gamma^2 - A) = 0$$

Entonces:

$$\gamma^2 = A$$

De ahí que la solución es:

$$R(x)= \operatorname{senh}(\sqrt{A}\, x) \qquad \text{A3.4}$$

Reemplazando esta solución en la ecuación original se ve que la solución cumple.

$$A \operatorname{senh}(\sqrt{A}\, x) - A\operatorname{senh}(\sqrt{A}\, x) = 0$$

Ahora se probará la segunda solución:

$$\frac{\partial^2 (x)}{\partial x^2} = \quad \cosh(\gamma x)$$

$$\gamma^2 \cosh(\gamma x) - A\cosh(\gamma x) = 0$$

$$(\gamma^2 - A) = 0$$

$$\gamma = A^{1/2}$$

La solución evaluada su constante es:

$$R(x) = \cosh(A^{1/2}x) \qquad \text{A3.5}$$

Si para una misma ecuación diferencial hay dos o más soluciones, una solución será la combinación lineal de todas ellas, O sea:

$$R(x) = k\,\mathrm{senh}(\gamma x) + n\cosh(\gamma x) \qquad \text{A3.6}$$

Se probará la solución para verificar lo antes dicho.

$$\frac{\partial^2 R(x)}{\partial x^2} = \gamma^2 k\,\mathrm{senh}(\gamma x) + \gamma^2 n\cosh(\gamma x) \qquad \text{A3.7}$$

reemplazando en A3.1

$$\gamma^2 k\,\mathrm{senh}(\gamma x) + \gamma^2 n\cosh(\gamma x) - Ak\,\mathrm{senh}(\gamma x) - An\cosh(\gamma x) = 0$$

simplificando Resulta: $\gamma^2 = A$

La solución, evaluado γ es:

$$R(x) = k\,\mathrm{senh}(A^{1/2}x) + n\cosh(A^{1/2}x) \qquad \text{A3.8}$$

<u>k</u> y <u>n</u> son constantes que se determinarán de las condiciones de frontera de la ecuación. Supóngase que las condiciones de frontera son:

$$R(x) = cf1 \qquad \text{A3.9}$$

y

$$\frac{\partial^2 R(1)}{\partial x^2} = cf2 \qquad \text{A3.10}$$

de A3.6 y A3.9

$R(0) = k\,\mathrm{senh}(\gamma 0) + n\cosh(\gamma 0) = cf1$

De ahí que; $\underline{n} = cf1$

De A3.7 y A3.10

$$\frac{\partial^2(1)}{\partial x^2} = \gamma^2 k\,\mathrm{senh}(\gamma 0) + n\cosh(\gamma 0) = cf2$$

Entonces: $k = cf2$

De esta manera se determinan las constantes k y n.

Las soluciones dadas son del sistema en general, las soluciones individuales serán de la misma forma, con la propiedad de que cada una de ellas se diferenciará por una constante adicional. Es decir:

$y_1 = m_1 \quad \mathrm{senh}(\gamma x)$

$y_2 = m_2 \quad \mathrm{senh}(\gamma x)$

.

.

.

$y_n = m_n \quad \mathrm{senh}(\gamma x)$

y por otro lado,

$y_1 = m_1 \quad \cosh(\gamma x)$

$y_2 = m_2 \quad \cosh(\gamma x)$

../..

:

.

.

$$y_n = m_n \cosh(\gamma x)$$

De ahí que la solución general será la combinación de todas y cada u na de las soluciones, por estar las ecuaciones relacionadas entre sí, o sea;

$$y_1 = k_1 m_{11} \operatorname{senh}(\gamma_1 x) + k_2 m_{12} \operatorname{senh}(\gamma_2 x) + \ldots k_n m_{1n} \operatorname{senh}(\gamma_n x) +$$

$$n_1 m_{11} \cosh(\gamma_1 x) + n_2 m_{12} \operatorname{senh}(\gamma_2 x) + \ldots n_3 m_{1n} \cosh(\gamma_n x)$$

$$y_2 = k_1 m_{21} \operatorname{senh}(\gamma_1 x) + k_2 m_{22} \operatorname{senh}(\gamma_2 x) + \ldots k_n m_{2n} \operatorname{senh}(\gamma_n x) +$$

$$n_1 m_{21} \cosh(\gamma_1 x) + n_2 m_{22} \cosh(\gamma_2 x) + \ldots n_n m_{2n} \cosh(\gamma_n x)$$

:

:

:

$$y_n = k_1 m_{n1} \operatorname{senh}(\gamma_1 x) + k_2 m_{n2} \operatorname{senh}(\gamma_2 x) + \ldots k_n m_{nn} \operatorname{senh}(\gamma_n x) +$$

$$n_1 m_{n1} \cosh(\gamma_1 x) + n_2 m_{n2} \cosh(\gamma^2 x) + \ldots n_n m_{nn} \cosh(\gamma_n x)$$

en forma simplificada

$$\bar{y} = M \boxed{\operatorname{senh}(\gamma_j x)} \bar{k} + M \boxed{\cosh(\gamma_j x)} \bar{n}$$

A N E X O Nº 4

MATRICES DE IMPEDANCIA Y ADMITANCIA CARACTERISTICAS, CONSTANTES DE PROPAGACION

Una vez hallados los valores y vectores característicos de YZ, se puede llegar a las ecuaciones matriciales para el cálculo de las constantes de propagación, impedancia y admitancia características, para ello se parte de la siguiente fórmula:

$$QM= M \boxed{\gamma_j^2}$$

$$ZY= M \boxed{\gamma_j^2} M^{-1}$$

$$(ZY)^{1/2} = M \boxed{\gamma_j} M^{-1}$$

Por definición

$\boxed{\gamma_j}$ es la matriz de constantes de programación (matriz de raíces cuadradas de valores característicos) (ver $(ZY)^{1/2}$ Referencia Nº 4)

$$(ZY)^{-1/2} = M^{-1} \boxed{\gamma_j^{-1}} M$$

$$(Y^{-1}Z^{-1})^{1/2} = M \boxed{\gamma_j^{-1}} M^{-1}$$

$$(Y^{-1}Z^{-1})^{1/2} ZZ^{-1} = M \boxed{\gamma_j^{-1}} M^{-1}$$

$$(Y^{-1}Z^{-1}Z^2)^{1/2} Z^{-1} Z= M \boxed{\gamma_j^{-1}} M^{-1} Z$$

../..

$$(Y^{-1}Z)^{1/2} = M \boxed{\gamma_j^{-1}} M^{-1}Z$$

Pero por definición $Z_0 = (\frac{Z}{Y})^{1/2} = (Y^{-1}Z)^{1/2}$ (matriz de impedencias características)

Entonces;

$$Z_0 = M \boxed{\gamma_j^{-1}} M^{-1}Z \quad \text{(Referencia Nº 7)} \qquad \text{A4.1}$$

En la cual:

$Z_0 =$ impedancia característica de la línea

$M =$ matriz de vectores característicos de ZY ó YZ

$\boxed{\gamma_j}$ = matriz diagonal de la raíz cuadrada de valores característicos, que por definición es la matriz de constantes de propagación.

Esta expresión para Z_0 se usará en el programa digital (Subrutina - CARACT)

Por otro lado, por definición.

$$Y_0 = Z_0^{-1} = (Z^{-1}Y)$$

$$Y_0 = (M \boxed{\gamma_j^{-1}} M^{-1}Z)^{-1}$$

$$Y_0 = Z^{-1}M \boxed{\gamma_j} M^{-1}Y$$

Pero por otro lado:

$$ZY = M \boxed{\gamma_j^2} M^{-1} \quad ; \text{ despejando Z:}$$

$$Z = M \boxed{\gamma_j^2} M^{-1}Y^{-1}$$

$Z^{-1} = YM \boxed{\gamma_j^{-2}} M^{-1}$

Reemplazando en la última expresión para Y_0

$Y_0 = YM \boxed{\gamma_j^{-2}} M^{-1} M \boxed{\gamma_j} M^{-1}$

$Y_0 = YM \boxed{\gamma_j^{-1}} M^{-1}$ (Referencia Nº 7) A4.2

Ecuación que será utilizada en el programa (Subrutina CARACT)

Por otro lado, los elementos de γ_j son complejos, en los que:

$$\boxed{\gamma_j} = \boxed{\alpha_j + j\beta_j} = \boxed{\alpha_j} + j \boxed{\beta_j}$$

$\boxed{\alpha_j}$ = constante de amortiguamiento en nepers por unidad de longitud

$\boxed{\beta_j}$ = constante de fase en radianes por unidad de longitud

La longitud de onda se define como:

$\boxed{\lambda_j} = \boxed{\frac{2\pi}{\beta_j}}$ en kilómetros

La velocidad de propagación se define por el producto de la longitud de onda, en Km. con la frecuencia en Hz.

$$\text{velocidad} = f \boxed{\frac{2\pi}{\beta_j}} = \boxed{\frac{\omega}{\beta_j}}$$

Ecuación usada en el programa (Subrutina CARACT)

Referencia Nº 7.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.

1.- Gabriel Kron; "TENSOR ANALYSIS OF NETWORKS"; Jhon Wiley & Sons, Inc. New York. 1965.

2.- Ralston Anthony; "INTRODUCCION AL ANALISIS NUMERICO"; Editorial Limusa Wiley, S.A. Mexico 1970

3.- W.I. Bowman, J.M. Mc Name. "DEVELOPMENT OF EQUIVALENT PI AND T MATRIX CIRCUITS FOR LONG UNTRANSPOSED TRANSMISSION LINES". IEEE Power Ap.&.Systems, IEEE Transaction, Julio 1964, pp 625-32.

4.- W.D. Stevenson, "ANALISIS DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA" Mc Graw Hill, 2da Edicion.

5.- Jacques Bonteloup. "CALCULO DE MATRICES", Editorial Universitaria de Buenos Aires, 2da Edicion 1966.

6.- B. Carnahan, H.A. Luther, J.O. Wilkes, "APPLIED NUMERICAL METHODS" ; Jhon Wiley & Sons, Inc. New York 1969.

7.- R.H. Galloway Etal; "CALCULATION OF ELECTRICAL PARAMETERS FOR SHORT AND LONG POLIPHASE TRANSMISION LINES", IEE Proc, III, Vol . 111, N°12, Dic. 1964.

8.- D. Coleman, F. Watts, R.P. Shipley, "DIGITAL CALCULATION OF OVERHEAD TRANSMISION LINE CONSTANT" , AIEE Transaction, pt.III(Power Apparatus and Systems). Vol 77, 1958 (feb. 1959 Section) pp 1266-68

9.- Tropper A.M.; "MATRIX FOR ELECTRICAL ENGINEERS" ; Adison- Wesley Publishing Company, Inc. 1962.

10.- "WESTINGHOUSE ELECTRICAL TRANSMISION AND DISTRIBUTION REFERENCE BOOK"; Donneeley & Sons Company. Chicago 1950.