

## **CAPITULO 1.**

### **ANTECEDENTES.**

#### **1.1 GENERALIDADES.**

El diseño sísmico de estructuras se basa actualmente en la mayoría de los casos en los resultados de un análisis computacional, comenzando por un análisis modal para determinar el periodo fundamental de vibración y pasar a determinar el espectro de aceleraciones que define las fuerzas sísmicas equivalentes que actuarán sobre la estructura.

En primer lugar, la modelación computacional no representa perfectamente a la estructura, aún menos a la edificación que se construirá por la presencia de otros elementos como mampostería, acabados, etc. de manera que se puede esperar que el periodo fundamental de vibración de la estructura construida sea distinto al del modelo computacional.

Al ser el periodo fundamental de vibración distinto (normalmente más corto), le corresponde un espectro de aceleraciones diferente (normalmente mayor), con la implicación que la respuesta dinámica del edificio será mayor en aceleraciones y desplazamientos.

Pero al mismo tiempo, la presencia de otros elementos en la estructura construida, modifica a la fracción del amortiguamiento con respecto al amortiguamiento crítico.

Esta fracción, tiene incidencia directa sobre la respuesta sísmica del edificio.

De lo anterior, se encuentra que están presentes varios temas que ameritan estudio por su importancia, que permitirán verificar los procesos actuales de análisis y diseño.

El presente trabajo presenta un procedimiento práctico y confiable que permite conocer las propiedades dinámicas de estructuras civiles frente a una excitación externa, en este caso, las vibraciones ambientales.

## **1.2 OBJETIVO.**

Evaluar la confiabilidad de un procedimiento experimental para determinar las propiedades dinámicas de estructuras, contrastándolo con otro procedimiento experimental de resultados ciertos por su justificación en sí mismos.

Expresado de otra forma, determinar las propiedades dinámicas de un prototipo frente a vibraciones mediante un procedimiento experimental confiable, como es la adquisición de datos de desplazamientos frente a vibraciones producidas por un desplazamiento inicial, y comparar dichos resultados con los obtenidos mediante otro proceso experimental: la adquisición de datos de aceleraciones del mismo prototipo, con el fin de verificar la validez del segundo método, el mismo que por su facilidad y practicidad puede ser aplicado a una amplia variedad de estructuras.

De esa forma, se pretende ofrecer a la ingeniería actual, un método que permita conocer las principales propiedades dinámicas de estructuras construidas, con el fin de evaluar los parámetros de análisis utilizados y los resultados para diseño, para que puedan ser mejorados a futuro.

## CAPITULO 2.

### MARCO TEÓRICO Y EXPERIMENTAL.

#### 2.1 SERIES, INTEGRALES Y TRANSFORMADAS DE FOURIER

Las señales acelerográficas, son funciones  $a(t)$ , de naturaleza randómica, que pueden expresarse como la suma de funciones periódicas.

Para lograr esa transformación, se aplica la teoría de las series, integrales y transformadas de Fourier.

Sea  $f(t)$  una función de periodo  $2n\pi$ , la que puede representarse por una serie trigonométrica:

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(nt) + b_n \text{sen}(nt)) \quad (2.1.1)$$

donde:

$f(t)$ : función de  $t$

$a, b$ : coeficientes que satisfacen la igualdad 2.1.1.

$t$ : tiempo (variable independiente)

$n$ : número entero

En la ecuación 2.1.1, los coeficientes se calculan mediante las siguientes expresiones:

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) dt \quad (2.1.2)$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cos(nt) dt \quad (2.1.3)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \text{sen}(nt) dt \quad (2.1.4)$$

Las ecuaciones 2.1.2, 2.1.3 y 2.1.4 son conocidas como las “fórmulas de Euler”, que permiten calcular los valores de las constantes que satisfacen a la ecuación 2.1.1. (Demostraciones detalladas se encuentran en la Ref. 4, cap. 10).

Tomando en cuenta, que las funciones  $a(t)$  pueden descomponerse como la suma de funciones armónicas de periodo arbitrario  $T$ , (no necesariamente  $2n\pi$ ), se presenta el desarrollo teórico que sustenta el proceso.

Si  $f(x)$  tiene un periodo  $T$  cualquiera, puede introducirse una nueva variable  $t$ , tal que  $f(x)$  como función de  $t$ , tenga periodo  $2n\pi$ .

$$\text{Si } x = \frac{T}{2n\pi} t \quad (2.1.5)$$

Entonces, aplicando 2.1.5, en 2.1.1, se tiene que

$$f(x) = f\left(\frac{T}{2n\pi} t\right) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(nt) + b_n \text{sen}(nt)) \quad (2.1.6)$$

Con coeficientes:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(x) dx \quad (2.1.7)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(x) \cos\left(\frac{2n\pi x}{T}\right) dx \quad (2.1.8)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(x) \text{sen}\left(\frac{2n\pi x}{T}\right) dx \quad (2.1.9)$$

Las demostraciones para obtener 2.1.7, 2.1.8 y 2.1.9 se encuentran detalladamente en la Ref. 4, cap. 10.

En los problemas prácticos no se encuentran funciones periódicas por lo que es necesario generalizar el método de las series de Fourier con el fin de incluir funciones no periódicas.

Para esto, se considera una función  $f_T(t)$  y posteriormente se hará que  $T \rightarrow \infty$ .

La función  $f_T(t)$  debe satisfacer la siguiente igualdad:

$$f(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} f_T(t) \quad (2.1.10)$$

En el cambio de variable indicado en la ecuación 2.1.5, aparece la relación:

$$x = \frac{T}{2n\pi} t, \text{ que permite utilizar:}$$

$$w_n = \frac{2n\pi}{T} \quad (2.1.11)$$

donde:

$w_n$  : frecuencia primitiva de vibración de la función  $f_T(t)$

Entonces, se puede escribir la representación de la serie de Fourier para la función  $f_T(t)$  como sigue:

$$f_T(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(w_n t) + b_n \text{sen}(w_n t) \quad (2.1.12)$$

En la expresión 2.1.12, se introducen las ecuaciones 2.1.7, 2.1.8 y 2.1.9, correspondientes a los coeficientes  $a_0$ ,  $a_n$  y  $b_n$ , y se toma el cambio de variable expresado en 2.1.11, y se tiene:

$$f_T(t) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f_T(x) dx + \frac{2}{T} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \cos(w_n t) \int_{-T/2}^{T/2} f_T(x) \cos(w_n x) dx + \text{sen}(w_n t) \int_{-T/2}^{T/2} f_T(x) \text{sen}(w_n x) dx \right] \quad (2.1.13)$$

Por otra parte, se puede hacer:

$$\Delta w = w_{n+1} - w_n = \frac{2(n+1)\pi}{T} - \frac{2n\pi}{T} = \frac{2\pi}{T} \quad (2.1.14)$$

Introduciendo 2.1.14 en 2.1.13, se tiene:

$$f_T(t) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f_T(x) dx + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \cos(w_n t) \Delta w \int_{-T/2}^{T/2} f_T(x) \cos(w_n x) dx + \text{sen}(w_n t) \Delta w \int_{-T/2}^{T/2} f_T(x) \text{sen}(w_n x) dx \right] \quad (2.1.15)$$

Ahora, aplicando el límite cuando  $T \rightarrow \infty$  a 2.1.15, se encuentra:

$$f(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \left[ \cos(wt) \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cos(wx) dx + \text{sen}(wt) \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \text{sen}(wx) dx \right] dw \quad (2.1.16)$$

Introduciendo las notaciones:

$$A(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cos(wx) dx \quad (2.1.17)$$

$$B(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \text{sen}(wx) dx \quad (2.1.18)$$

La expresión 2.1.16 se puede escribir de la siguiente manera:

$$f(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [A(w) \cos(wt) + B(w) \text{sen}(wt)] dw \quad (2.1.19)$$

Que es la llamada integral de Fourier.

Mediante una la aplicación de una equivalencia trigonométrica, en 2.1.16, la ecuación 2.1.19, puede escribirse como:

$$f(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [f(x) \cos(wt - wx) dx] dw \quad (2.1.20)$$

La expresión 2.1.20 es una función par de  $w$ , de modo que puede escribirse como:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [f(x) \cos(wt - wx) dx] dw \quad (2.1.21)$$

Adicionalmente, se presenta la siguiente igualdad:

$$\frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [f(x) \text{sen}(wt - wx) dx] dw = 0 \quad (2.1.22)$$

donde:

$i$ : unidad compleja ( $i = \sqrt{-1}$ )

de manera que al sumar las expresiones 2.1.21 más 2.1.22, y aplicando otro de los desarrollos matemáticos de Euler ( $e^{iy} = \cos(y) + i \text{sen}(y)$ ), se tiene que:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [f(x) e^{iw(t-x)} dx] dw \quad (2.1.23)$$

Ahora, si se aplica el siguiente reemplazo en expresión 2.1.23

$$C(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-i\omega x} dx \quad (2.1.24)$$

se encuentra:

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} C(\omega)e^{i\omega t} d\omega \quad (2.1.25)$$

en la expresión 2.1.25,  $f(t)$  es la *transformada inversa de Fourier* de la función  $C(\omega)$ , y en la ecuación 2.1.24  $C(\omega)$  es la *transformada de Fourier* de la función  $f(x)$ .

## 2.2 ESPECTROS DE DENSIDAD DE ENERGÍA Y POTENCIA: OBTENCIÓN DE PERÍODOS DE VIBRACIÓN

En este numeral, se presenta la definición de funciones de energía y potencia.

La potencia instantánea  $p(t)$  dada por una señal cualquiera  $a(t)$ , se define de la siguiente manera:

$$p(t) = |a(t)|^2 \quad (2.2.1)$$

Por lo tanto, la energía disipada en un intervalo de longitud  $T$ , queda definida de la forma:

$$E = \int_{-T/2}^{T/2} p(t) dt = \int_{-T/2}^{T/2} |a(t)|^2 dt \quad (2.2.2)$$



Y la potencia media disipada en ese intervalo, se define como:

$$P = E/T = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |a(t)|^2 dt \quad (2.2.3)$$

Se dice que una señal  $a(t)$  es de energía, si y solamente si se encuentra definida para todo  $t$  y si existe el límite dado por:

$$E = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} |a(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |a(t)|^2 dt \quad (2.2.4)$$

Una señal  $a(t)$  es de potencia, si y solamente si se encuentra definida para todo  $t$  y si existe el límite dado por:

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |a(t)|^2 dt \quad (2.2.5)$$

Aplicando el teorema de Parseval (Ref. 4, cap. 10, Ref. 7, cap. 6), se encuentra que:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |A(\omega)|^2 d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} |a(t)|^2 dt \quad (2.2.6)$$

Aplicando la definición de potencia media con la equivalencia 2.2.6, se tiene:

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \frac{1}{2\pi} \int_{-T/2}^{T/2} |A(w)|^2 dw \quad (2.2.7)$$

La expresión 2.2.7 puede escribirse de la forma siguiente:

$$P = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} |A(w)|^2 \right) dw \quad (2.2.8)$$

Aplicando la equivalencia:

$$S(w) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} |A(w)|^2 \quad (2.2.9)$$

Se tiene:

$$P = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(w) dw \quad (2.2.10)$$

En el desarrollo mostrado, la expresión 2.2.9 es la densidad espectral de potencia.

La función de densidad espectral de potencia aplicada a una función aleatoria, permite conocer la energía media asociada a cada una de las frecuencias de las funciones que componen la señal.

Entonces, si se aplica a acelerogramas, podemos conocer la energía media asociada a cada una de las frecuencias de las señales en las que se descompone esa función.

Conociendo que las frecuencias de vibración de una estructura, demandan una cantidad de energía incremental desde la primera hacia las superiores, se las puede identificar como las abscisas correspondientes a los valores máximos de potencia (ordenadas) en los gráficos de los espectros de densidad de potencia de una señal acelerográfica registrada como respuesta dinámica de una estructura.

### **2.3 ESPECTROS DE DENSIDAD DE ENERGÍA Y POTENCIA: OBTENCIÓN DE FRACCIONES DE AMORTIGUAMIENTO RESPECTO AL CRÍTICO**

La respuesta estructural de un sistema está afectada por el amortiguamiento. Entonces, de las funciones relacionadas con la respuesta estructural se pueden derivar parámetros relativos al amortiguamiento del sistema.

El método que se aplicará para encontrar el amortiguamiento es el de “ancho de banda”.

El método se demostrará partiendo de las ecuaciones de equilibrio dinámico, hasta llegar a la expresión del factor de amplificación dinámica, sobre la que se aplicarán una serie de postulados que permitirán desarrollar las expresiones finales a aplicarse sobre la información experimental para calcular el amortiguamiento.

El análisis que se presenta comienza desde la ecuación de equilibrio dinámico que utiliza el modelo de amortiguamiento viscoso para un sistema de un grado de libertad, sometido a una excitación armónica externa:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_o^* \text{sen}(\Omega t) \quad (2.3.1)$$

donde:

$t$  : tiempo (variable independiente)

$m$  : masa del sistema de un grado de libertad

$c$  : amortiguamiento del sistema

$k$  : rigidez del sistema

$\ddot{x}$  : aceleración del sistema al tiempo  $t$

$\dot{x}$  : velocidad del sistema al tiempo  $t$

$x$  : desplazamiento del sistema al tiempo  $t$

$F_o$  : magnitud de la fuerza externa aplicada al sistema

$\Omega$  : frecuencia de la excitación armónica externa

Como solución total (homogénea y particular) a la ecuación diferencial planteada, se tiene:

$$x(t) = e^{-\xi w t} (A \cos w_{\xi} t + B \sin w_{\xi} t) + \frac{F_o}{k} \frac{1}{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2} ((1-r^2) \sin \Omega t - 2\xi r \cos \Omega t)$$

(2.3.2)

donde:

$c_c$  : amortiguamiento crítico del sistema

$\xi = \frac{c}{c_c}$  : fracción de amortiguamiento del sistema respecto al crítico

$w$  : frecuencia natural de vibración del sistema

$w_{\xi}$  : frecuencia de vibración del sistema amortiguado

$r = \frac{\Omega}{\omega}$ : relación entre la frecuencia de la excitación externa y la del sistema

$A, B$ : constantes que dependen de las condiciones iniciales del sistema

Una demostración detallada se encuentra en las Ref. 1, cap 2; Ref. 8 cap. 1.

De la ecuación (2.3.2), se puede tomar la parte que representa el factor que afecta a la respuesta de desplazamiento estático ( $\frac{F_0}{k}$ ), y que se define como factor de amplificación dinámica (D):

$$D = \frac{1}{((1-r^2)^2 + (2\xi r)^2)} \quad (2.3.3)$$

En la ecuación (2.3.3), se puede observar que:

Si  $\Omega \approx \omega$

entonces  $r \approx 1$

$$y D \approx \frac{1}{2\xi} \quad (2.3.4)$$

La ecuación (2.3.4) muestra el valor más alto del factor de amplificación dinámica que maximizaría al desplazamiento estático de un sistema amortiguado, en el evento conocido como resonancia.

En cualquier función aplicable que analice la respuesta dinámica de un sistema amortiguado, evaluada en el dominio de la frecuencia y recorrido de las amplitudes (de onda, de energía, de potencia, densidad de potencia, etc.), alrededor de la frecuencia natural de vibración se encontrará un notable incremento de la magnitud de la variable estudiada, debido al evento de la resonancia, produciéndose una amplitud de resonancia.

Se tiene que para una amplitud de  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  de la amplitud de resonancia (que ocurre a la frecuencia fundamental de vibración del sistema), que en este caso, corresponde a  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  de la máxima amplitud del espectro de densidad de potencia, se produce la siguiente igualdad:

$$\frac{1}{2\sqrt{2}\xi} = \frac{1}{((1-u^2)^2 + (2\xi u)^2)} \quad (2.3.5)$$

donde:

$$u = \frac{f}{w}$$

$f$  : frecuencia correspondiente a la amplitud  $\frac{1}{\sqrt{2}}D$

Resolviendo (2.3.5) se tiene que:

$$u^2 = 1 - \xi^2 \pm 2\xi\sqrt{1 + \xi^2} \quad (2.3.6)$$

y despreciando  $\xi^2$  dentro del radical en (2.3.6), se tiene:

$$u_1^2 = 1 - \xi^2 + 2\xi$$

$$u_2^2 = 1 - \xi^2 - 2\xi$$

Entonces:

$$u_1 = 1 - \xi^2 - \xi$$

$$u_2 = 1 - \xi^2 + \xi$$

Encontrando el valor de  $\xi$  se tiene que:

$$\frac{u_2 - u_1}{2} = \xi; \quad \xi = \frac{f_2 - f_1}{2w} = \frac{2(f_2 - f_1)}{2(f_2 + f_1)} = \frac{f_2 - f_1}{f_2 + f_1}$$

$$\xi = \frac{f_2 - f_1}{f_2 + f_1} \quad (2.3.7)$$

La ecuación 2.3.7, se puede aplicar directamente a los espectros de densidad espectral de potencia tomando  $f_1$  y  $f_2$  como las frecuencias inferior y superior respectivamente, que corresponden a la magnitud  $1/\sqrt{2} D$  de la amplitud de resonancia del sistema amortiguado.

## **2.4 CURVAS EXPERIMENTALES DE RESPUESTA DINÁMICA: OBTENCIÓN DE FRACCIONES DE AMORTIGUAMIENTO RESPECTO AL CRÍTICO**

Una estructura frente a una excitación externa armónica, presenta una respuesta como la que se expresa en la ecuación 2.3.2.

Cuando la excitación externa cesa, entonces el factor  $F_0$  toma el valor de cero, y el sistema se mantiene en el estado transitorio de la respuesta (vibración libre).

En este estado, la respuesta tiende a desaparecer conforme avanza el tiempo, debido al amortiguamiento.

La expresión que representa el estado transitorio de la respuesta es:

$$x(t) = e^{-\xi w t} (A \cos w_\xi t + B \sin w_\xi t) \quad (2.4.1)$$

Alternativamente, esta expresión puede escribirse como:

$$x(t) = Ce^{-\zeta\omega t} (\cos w_{\zeta}t - \alpha) \quad (2.4.2)$$

donde:

$$C = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{B}{A}$$

De la ecuación 2.4.2, se puede observar, que la amplitud de la respuesta  $C(\cos w_{\zeta}t - \alpha)$ , decrece a razón de  $e^{-\zeta\omega t}$ .

De un ensayo experimental de vibración libre se puede obtener como datos, las magnitudes de las amplitudes máximas de oscilación, así como el tiempo que transcurre entre ellas.

Definiendo:

$y_1$ : amplitud máxima de oscilación el tiempo  $t$

$y_2$ : amplitud máxima de oscilación el tiempo  $t + T_{\zeta}$

$t$ : variable independiente (tiempo)

$T_{\zeta}$ : periodo de vibración del sistema amortiguado

Entonces, conociendo que la rata de decrecimiento de la amplitud se expresa por  $e^{-\zeta\omega t}$ , se puede hacer:

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{e^{-\zeta\omega(t+T_{\zeta})}}{e^{-\zeta\omega t}} \quad (2.4.3)$$



Al resolver 2.4.3 se encuentra:

$$\ln\left(\frac{y_2}{y_1}\right) = -\xi w T_\xi \quad (2.4.4)$$

Conociendo que  $w \approx w_\xi$  y que  $w_\xi = \frac{2\pi}{T_\xi}$ , la expresión 2.4.4 queda como:

$$\ln\left(\frac{y_2}{y_1}\right) = -2\pi\xi \quad (2.4.5)$$

La ecuación 2.4.5 permite encontrar el valor de  $\xi$  utilizando los datos adquiridos experimentalmente.

## 2.5 FUNCIONES DE TRANSFERENCIA

Una función de transferencia es un modelo matemático que entrega la respuesta de un sistema a una señal de entrada o excitación exterior.

Uno de los primeros matemáticos en describir estos modelos fue Laplace, a través de su transformación matemática.

Por definición una función de transferencia se puede determinar según la expresión:

$$H(u) = \frac{Y(u)}{U(u)} \quad (2.5.1)$$

donde:

$H(u)$ : es la función de transferencia

$Y(u)$ : es la transformada de Laplace de la función  $y(t)$ .  $Y(u)$  también se conoce como la función de respuesta o salida.

$U(u)$ : es la transformada de Laplace de la función  $u(t)$ .  $U(u)$  también se conoce como la función de excitación o función de entrada.

Matemáticamente, la transformada de Laplace, se calcula como:

$$H(u) = L(h(t)) = \int_0^{\infty} e^{-ut} h(t) dt \quad (2.5.2)$$

donde:

$h(t)$ : función de  $t$ .

Si se observa la definición matemática de la transformada de Laplace y se la compara con la de Fourier, se encuentra que son análogas.

Por ello, se puede aplicar una igualdad que relaciona a las transformadas de Laplace, con las transformadas de Fourier. (Ref. 7, cap. 6).

Haciendo la variable  $s$  de las transformadas de Laplace (ec. 2.5.2), igual a  $i\omega$  de la ecuación 2.1.25, se tiene dicha relación.

Este hecho se menciona porque se utilizará más adelante.

## **2.6 APLICACIÓN DE TRANSFORMADAS DE FOURIER Y FUNCIONES DE TRANSFERENCIA PARA LA OBTENCIÓN DE FORMAS MODALES**

Partiendo de una ecuación sencilla del desplazamiento uniformemente acelerado para un punto de la masa en cada nivel  $j$  o  $k$  de una estructura analizada bajo el modelo de eje de corte, se tiene que:

$$\Delta_k(t) = a_k(t)T^2, \text{ para inicio del movimiento con velocidad inicial } V_0 = 0 \quad (2.6.1)$$

$$\Delta_j(t) = a_j(t)T^2, \text{ para inicio del movimiento con velocidad inicial } V_0 = 0 \quad (2.6.2)$$

donde:

$\Delta_k(t)$ : función del desplazamiento horizontal en el nivel  $k$  de la estructura

$\Delta_j(t)$ : función del desplazamiento horizontal en el nivel  $j$  de la estructura

$a_k(t)$ : aceleración horizontal de la masa en el nivel  $k$  de una estructura

$a_j(t)$ : aceleración horizontal de la masa en el nivel  $j$  de una estructura

$T$ : periodo fundamental de vibración de la estructura

Igualando 2.6.1 y 2.6.2 en el período  $T$  se tiene:

$$\frac{\Delta_k(t)}{a_k(t)} = \frac{\Delta_j(t)}{a_j(t)} \quad (2.6.3)$$

En la expresión 2.6.3, se puede aplicar la transformación de Fourier, y el teorema de Parseval, de manera que puede escribirse como:

$$\frac{\Psi_k(w)}{\Psi_j(w)} = \frac{A_k(w)}{A_j(w)} \quad (2.6.4)$$

donde:

$A_k(w)$ : transformada de Fourier de  $a_k(t)$

$A_j(w)$ : transformada de Fourier de  $a_j(t)$

$\Psi_k(w)$ : transformada de Fourier de  $\Delta_k(t)$

$\Psi_j(w)$ : transformada de Fourier de  $\Delta_j(t)$

La ec. 2.6.4 puede expresarse como:

$$\Psi_k(w) = \frac{A_k(w)}{A_j(w)} \Psi_j(w) \quad (2.6.5)$$

Las formas modales de una estructura, pueden obtenerse normalizando los desplazamientos de cada nivel con respecto al desplazamiento de uno de ellos, que se toma como referencia. Generalmente se utiliza para la normalización la magnitud del desplazamiento máximo.

Si los miembros de la ecuación 2.6.5 se dividen para  $\Psi_j(w)$ , se tiene:

$$\Psi_{nk}(w) = \frac{A_k(w)}{A_j(w)} \quad (2.6.6)$$

donde:

$\Psi_{nk}(w)$ : función de desplazamiento del nivel  $k$  normalizada con respecto a la función del desplazamiento del nivel  $j$ .

Conociendo los valores correspondientes a los factores del miembro derecho de 2.6.6, se puede evaluar la magnitudes de  $\Psi_{nk}(w)$ , que corresponde a la amplitud normalizada para el nivel  $k$ , para la frecuencia  $w$  que deberá corresponder a la frecuencia natural de vibración del sistema.

Por motivos posteriores cálculo, se desarrollará el marco teórico que sustenta la obtención de amplitudes modales normalizadas utilizando funciones de transferencia.

Partiendo de la ecuación 2.6.5, se puede hacer:

$$\Psi_{nk}(w) = \frac{\frac{A_k(w)}{A_{vj}(w)}}{\frac{A_j(w)}{A_{vj}(w)}} \quad (2.6.7)$$

donde:

$A_{vj}(w)$ : transformada de Fourier de  $a_{vj}(t)$ ; y

$a_{vj}(t)$ : componente vertical de la función de aceleración del nivel  $j$

Se puede observar, que el factor  $\frac{A_k(w)}{A_{vj}(w)}$ , corresponde a la función de transferencia entre la componente vertical de la aceleración en el nivel  $j$  (función de entrada) y la componente horizontal de la aceleración en el nivel  $k$  (función de salida).

De manera análoga para el factor  $\frac{A_j(w)}{A_{vj}(w)}$ .

Entonces, conociendo las magnitudes de las funciones de transferencia antes indicadas, se puede calcular la magnitud de  $\Psi_{nk}(w)$ .

## **CAPITULO 3.**

# **DETERMINACIÓN Y CONSTRUCCIÓN DEL PROTOTIPO PARA PROPIEDADES DINÁMICAS.**

### **3.1 GENERALIDADES**

Tomando en cuenta que se busca conocer las propiedades dinámicas de una estructura, se debe generar un prototipo en el que la configuración geométrica destaque las siguientes características:

- Periodos de vibración
- Amortiguamiento
- Formas modales

que serán las principales variables de análisis y permitirán la posterior comparación de resultados de los datos de la adquisición experimental de desplazamientos y aceleraciones.

Se considera que para realizar la evaluación del método de aceleraciones para determinar el periodo, amortiguamiento y forma modal de la vibración fundamental de una estructura, el prototipo a construir debe ofrecer al menos dos periodos y formas modales claramente definidas.

Para destacar dichas propiedades, el prototipo básico que se ha considerado es un pórtico de acero con concentraciones de masa (para aproximar masas puntuales) conectadas entre sí por elementos de baja rigidez, de manera que se logren los periodos de vibración y desplazamientos más amplios y prácticos posibles.

También cabe anotar, que se escogió el material acero, ya que sus propiedades físicas y mecánicas presentan baja incertidumbre en cuanto a su magnitud.

Para evaluar la conveniencia del prototipo con las características que se ha conceptualizado, se realizó una modelación computacional, con el fin de observar la conveniencia de las formas modales con respecto a posibilidad de adquirir datos experimentales convenientes con el instrumental que dispone en el Centro de Investigación de la Vivienda de la Escuela Politécnica Nacional (CIV-EPN).

De manera previa a la elaboración del modelo computacional, se realizó una visita a la empresa Proyectos Mecánicos S.A., que recomendó el CIV-EPN para la construcción del prototipo, con el fin de conocer la disponibilidad de materiales de la empresa para con el CIV-EPN, que facilitarían la construcción.

De la inspección realizada, se encontró que los materiales a utilizar debían ser:

Para las bases: placas de acero de 20 mm de espesor

Para las columnas del marco: perfiles con sección cuadrada hueca de 25 mm de lado (dimensión exterior) y 1 mm de espesor

Para los “entrepisos” del marco: pedazos de perfil tipo IPE300 (perfil tipo I)

En la sección posterior, se presentará con detalle las características de lo indicado.

### **3.2 MODELO COMPUTACIONAL**

Teniendo como parámetros los materiales a utilizar, se realizó un modelo para evaluar la conveniencia de las formas modales del prototipo, utilizando las siguientes características:

|                            |                                  |
|----------------------------|----------------------------------|
| Peso específico del acero: | $7.85 \text{ T/m}^3$             |
| Masa específica del acero: | $0.8 \text{ Ts}^2/\text{m}$      |
| Módulo de elasticidad:     | $2.043 \cdot 10^7 \text{ T/m}^2$ |
| Módulo de Poisson:         | $0.3 \text{ m/m}$                |

Adicionalmente, para la modelación debía considerarse las características geométricas de la losa de reacción del CIV-EPN, donde se anclan los prototipos sobre los que se realiza ensayos o investigaciones.

El modelo se desarrolló utilizando elementos “frame”, en el software SAP2000 ver. 9.03.

La fracción de amortiguamiento respecto al crítico utilizada fue del 2%.

A continuación se presenta el esquema básico (Gráfico 3.2.1) del modelo realizado:

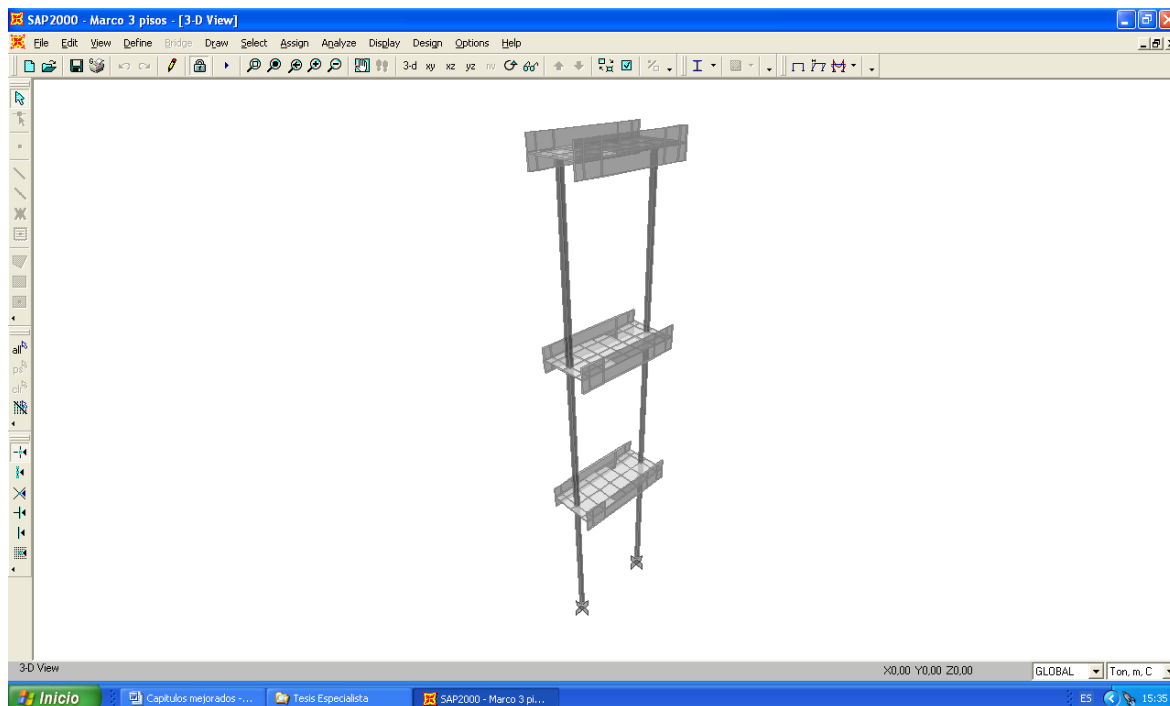


Gráfico 3.2.1. Esquema básico del modelo computacional para el prototipo.

Cabe anotar, que considerando la configuración del modelo, se aplicaron masas rotacionales adicionales en cada uno de los niveles, para representar de mejor forma el comportamiento dinámico de la estructura en la dirección transversal, ya que los elementos “frame” no incorporarían ese efecto y la modelación produciría resultados divergentes con los del prototipo una vez construido.



### 3.3 RESULTADOS DEL MODELO COMPUTACIONAL

Los resultados de la modelación se presentan a continuación:

Periodos de vibración:

|                                | Periodo de Vibración (s) |
|--------------------------------|--------------------------|
| Dirección corta (transversal)  | 2.416                    |
| Dirección larga (longitudinal) | 0.444                    |

Tabla 3.3.1. Periodos de vibración resultado de la modelación computacional

Los resultados de la modelación en cuanto a formas modales fueron convenientes, ya que para la estructura analizada en sus tres dimensiones, fueron de traslación.

El primer modo de vibración, se presentó en la dirección corta del marco (dirección transversal), y el segundo en la dirección larga del marco (dirección longitudinal), que son las mismas direcciones de los ejes principales de la geometría de la estructura.

Se presentan gráficos de las formas modales normalizadas:

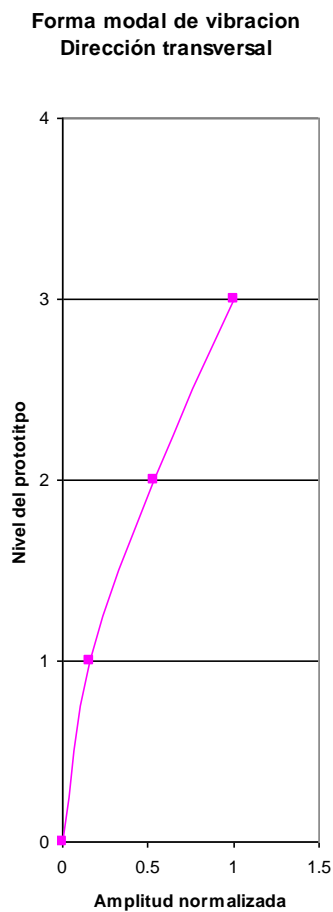


Gráfico 3.3.1. Forma modal  
dirección transversal (modelación)

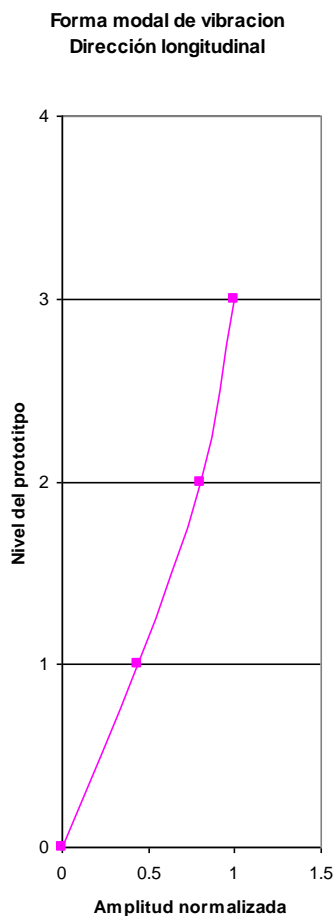


Gráfico 3.3.2. Forma modal  
dirección longitudinal (modelación)

La conveniencia de los resultados de la modelación, viabilizaron la construcción del prototipo, la misma que se realizó de acuerdo con las características que en detalle se muestran en el gráfico 3.3.3.



### 3.4 CONSTRUCCIÓN DEL PROTOTIPO

El marco prototipo se construyó por la empresa Proyectos Mecánicos S.A. de acuerdo con los planos de diseño entregados para el efecto.

Se presentan fotografías del marco construido, emplazado en las facilidades del CIV-EPN.



Foto 3.4.1. Marco construido.



Foto 3.4.2. Marco prototipo.

## **CAPITULO 4.**

# **ADQUISICIÓN DE DATOS EXPERIMENTALES DE DESPLAZAMIENTOS DEL PROTOTIPO.**

### **4.1 EQUIPOS Y SOFTWARE UTILIZADOS.**

Para la adquisición de datos se utilizaron 3 transductores de desplazamientos LVDT (load, velocity and displacement transducers) ubicados en cada nivel del prototipo. Cada transductor usado tenía una capacidad de 8 plg de amplitud para las mediciones.

Los transductores fueron gobernados por el equipo UPM100 para control y adquisición de datos, y administrados por el software Catman 3.1.



Foto 4.1.1. LVDT.



Foto 4.1.2. UPM100.

### **4.2 PROCEDIMIENTO PARA LA ADQUISICIÓN DE DATOS.**

Para la adquisición de datos del prototipo, se siguieron los siguientes pasos:

1. Ensamblar una estructura independiente al prototipo donde se ubican los dispositivos LVDT

2. Fijar los dispositivos LVDT en los mismos niveles de las masas que se desplazan de la estructura
3. Conectar los LVDT al equipo UPM100, en los canales que se hayan determinado previamente
4. Inicializar el software Catman 3.1
5. Configurar en el software Catman 3.1, en la pantalla del menú principal "I/O Definitions" la conectividad con el hardware UPM100, así como la asignación de canales de los dispositivos LVDT
6. Con el ícono "Configure Device" se ingresa en la pantalla "Channel Setup", en la que se asignan las características y propiedades relativas a la adquisición de datos con los transductores LVDT configurados para desplazamiento. A saber, las principales propiedades a anotar según requiere el equipo con relación al software son:

|   |                              |
|---|------------------------------|
| Transducer:                                 | 51J                          |
| Unit:                                       | mm                           |
| Length:                                     | <50m, si es el caso          |
| S/G Application ( $\mu\text{m}/\text{m}$ ): |                              |
| Sensitivity:                                | 80                           |
| Range:                                      | 200 (8plg)                   |
| Amplifier:                                  | 5Khz /2.5 V                  |
| Measurment range:                           | 100 mV/V                     |
| Integration time:                           | 0.05s, según sea conveniente |

7. Se procede a almacenar el archivo digital con la configuración en la memoria interna del software, y salir de la pantalla para regresar al menú principal.
8. En el menú principal, se sigue la ruta Catmodules/Measuring/Data Logger, y se presiona en el botón "RUN", para acceder a la ventana de adquisición de datos.

En ella, se puede configurar el gráfico en tiempo real de la adquisición de datos, según sea conveniente, utilizando el icono "Setup Graphics".

9. Se presiona el botón "RUN" y la adquisición de datos comienza.

10. Cuando se haya adquirido los datos necesarios, la adquisición se detiene presionando el icono "STOP", y se concluye la ejecución de la adquisición.

11. Pasando en el menú principal a "Data", se accede a los datos adquiridos, los mismos que presionando el botón "Excel" en dicha pantalla, se exportan a una hoja de cálculo de ese programa, y se pueden utilizar según convenga.

El presente procedimiento pretende ser solamente una guía general de la adquisición de datos, la misma que se puede conocer con detalle refiriéndose a la Referencia 9.

### **4.3 ADQUISICIÓN DE DATOS.**

Se realizaron adquisiciones de datos para la vibración de cada una de las direcciones principales del prototipo, en concordancia con los resultados de la modelación computacional realizada previamente.

Estas adquisiciones, se realizaron en el CIV-EPN.

Se consideró como una sensibilidad adecuada para el posterior análisis y comparación de datos, mediciones realizadas para intervalos de 0.05 s. Utilizar una sensibilidad menor, producía problemas de estabilidad en el software de administración.

Los datos adquiridos son la respuesta del prototipo frente a una vibración libre producida por desplazamientos randómicos aplicados en nivel más alto.

Se utilizaron 4 líneas de adquisición de datos, donde el primer canal correspondía al tiempo, la segunda línea al Channel 2 que registraba al LVDT ubicado en el nivel más alto (tercero), la tercera línea correspondía al Channel 3 que registraba los desplazamientos en el segundo nivel del prototipo, y el Channel 4 que registraba los desplazamientos del primer nivel de la estructura.



Foto 4.3.1. Adquisición de datos.



Foto 4.3.2. Ubicación LVDT tercer nivel.



## CAPITULO 5.

# ADQUISICIÓN DE DATOS EXPERIMENTALES DE ACELERACIONES DEL PROTOTIPO.

### 5.1 EQUIPOS Y SOFTWARE UTILIZADOS.

Para la adquisición de datos se utilizaron 2 acelerógrafos FBA-23 (force balanced accelerometer), producidos por la empresa Kinnemetrics Inc., los mismos que se ubicaban simultáneamente: el primero en el nivel más alto del prototipo (tercer nivel) y el segundo en uno de los niveles inferiores.

Los acelerógrafos tienen una frecuencia natural de 50Hz y un amortiguamiento de 70% del amortiguamiento crítico. Estos equipos tienen 3 componentes: longitudinal, transversal y vertical.

Para el uso simultáneo de los acelerógrafos, éstos deben ser gobernados por un equipo K2. Siendo todos los equipos provistos por Kinnemetrics Inc., el software de administración correspondiente es el programa Quick Talk.



Foto 5.1.1. FBA-23.



Foto 5.1.2. K2.

## 5.2 PROCEDIMIENTO PARA LA ADQUISICIÓN DE DATOS.

A continuación se indica de manera general el procedimiento para la adquisición de datos utilizando 2 acelerógrafos FBA-23 gobernados por un equipo K2.

1. Armar los equipos utilizando los cables para el efecto
2. Encender el K2 (de Stand by a Operacional)
3. Activar el software Quick Talk, en la computadora de apoyo para la adquisición
4. Producir la comunicación entre el computador y el equipo K2, presionando el botón Refresh en la ventana de Date&Time
5. Una vez establecidas las comunicaciones con el equipo K2, activar la ventana "Adquisition Control" siguiendo la ruta Recorder/Adquisition Control. Allí se accede a la ventana de inicio manual de la adquisición de datos
6. En dicha ventana, se debe presionar el botón "Keyboard Trigger" para iniciar la adquisición
7. Realizar la adquisición de datos por un periodo conveniente (3-5 min)
8. Ejecutar un "Keyboard Detrigger" para detener la adquisición de datos.  
Comentario: Se debe esperar que en la ventana de mensajes se muestre que ha finalizado el ingreso de post evento, y se ha alojado en el archivo con extensión .evt correspondiente
9. Salir de la ventana de adquisiciones de datos presionando el botón "Stop Adquisition"
10. Cerrar el programa Quick Talk
11. Esperar 10 segundos hasta que se aloje internamente la información en la tarjeta PCMCIA que es la memoria física del equipo K2
12. Colocar al equipo K2 en modo "Stand by"
13. Retirar las tarjetas PCMCIA
14. Trasladar los datos adquiridos a un computador, para las operaciones respectivas

Como comentarios generales se puede indicar que los archivos de 6 canales que se producen por los acelerógrafos (2 acelerógrafos de 3 componentes) conectados, se registran por el equipo K2 y se pueden visualizar con el Software Quick Look, y se pueden operar con el Software Power Spectral Density, ambos provistos por Kinnometrics Inc.

Como comentario preventivo para la adquisición de datos, se indica que no se debe generar en la unidad de almacenamiento secundaria (B:) del equipo K2 un archivo con extensión .BIN. Eso sería señal que el archivo adquirido está dañado por aplicar inadecuadamente los procesos de adquisición de datos.

La configuración establecida en los FBA23, tiene un sps (sampling per second) de 50 muestras en cada segundo, (muestreo a 0.02s), que puede ser modificado según sea conveniente.

La asignación de señales a los canales que ejecuta el software es la siguiente, según se hayan posicionado los acelerógrafos en diferentes puntos, y se hayan conectado los puertos de entrada de los canales del equipo K2:

Primer acelerógrafo

Canal 1: Longitudinal (n-s)

Canal 2: Vertical

Canal 3: Transversal (e-o)

Segundo acelerógrafo

Canal 4: Longitudinal 2 (n-s)

Canal 5: Vertical 2

Canal 6: Transversal 2 (e-o)

### 5.3 ADQUISICIÓN DE DATOS.

Se realizaron dos adquisiciones de datos para el prototipo: la primera en el tercer nivel y en el segundo simultáneamente, adquiriendo las aceleraciones producidas por la vibración ambiental en las direcciones longitudinal, transversal y vertical.

La segunda adquisición se realizó posicionando los acelerógrafos en el tercer nivel y en el primero simultáneamente, de igual manera que en la anterior.

Las mediciones se realizaron en el CIV-EPN.

El equipo K2 adquiere simultáneamente las señales de aceleraciones de hasta 2 acelerógrafos actualmente (puede adquirir registros de hasta 3 acelerógrafos simultáneamente), y presenta las componentes de la siguiente forma:

Channel 1. Componente N-S (Longitudinal) Acelerógrafo Referencia.

Channel 2. Componente V (Vertical) Acelerógrafo Referencia.

Channel 3. Componente E-O (Transversal) Acelerógrafo Referencia.

Channel 4. Componente N-S (Longitudinal) Acelerógrafo Móvil.

Channel 5. Componente V (Vertical) Acelerógrafo Móvil.

Channel 6. Componente E-O (Transversal) Acelerógrafo Móvil.

La asignación a los canales respectivos de las señales, es importante para las operaciones que se deben realizar posteriormente con las señales.

Se consideró como una sensibilidad adecuada para el posterior análisis y comparación de datos, mediciones realizadas para intervalos de 0.02s.

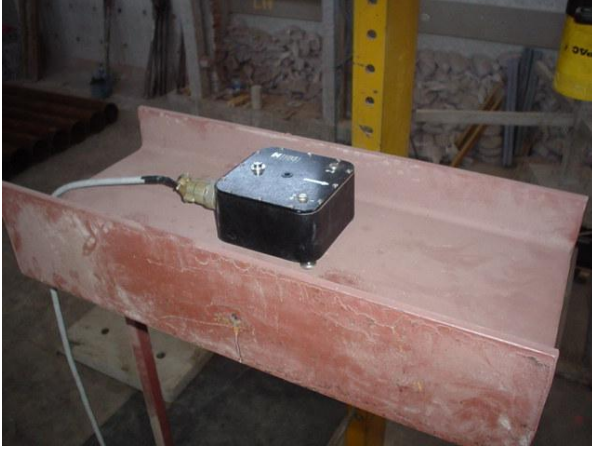


Foto 5.3.1. FBA-23 en tercer nivel.



Foto 5.3.2. FBA-23 en tercer nivel y primer nivel.

## CAPITULO 6.

# PRESENTACIÓN DE DATOS, PROCESAMIENTO Y RESULTADOS.

## 6.1 PRESENTACIÓN DE DATOS DE LA ADQUISICIÓN DE DESPLAZAMIENTOS.

A continuación se presentan los datos resultados de la adquisición de desplazamientos del prototipo, de una manera gráfica.

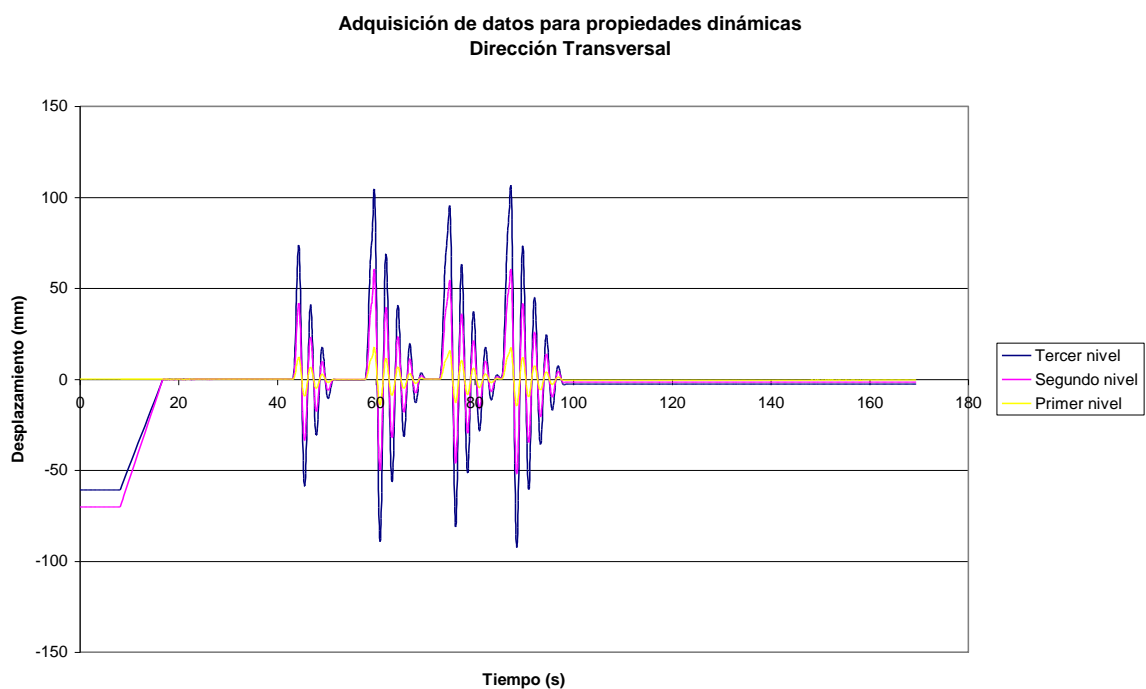


Gráfico 6.1.1. Adquisición de datos correspondientes a la dirección transversal del prototipo.

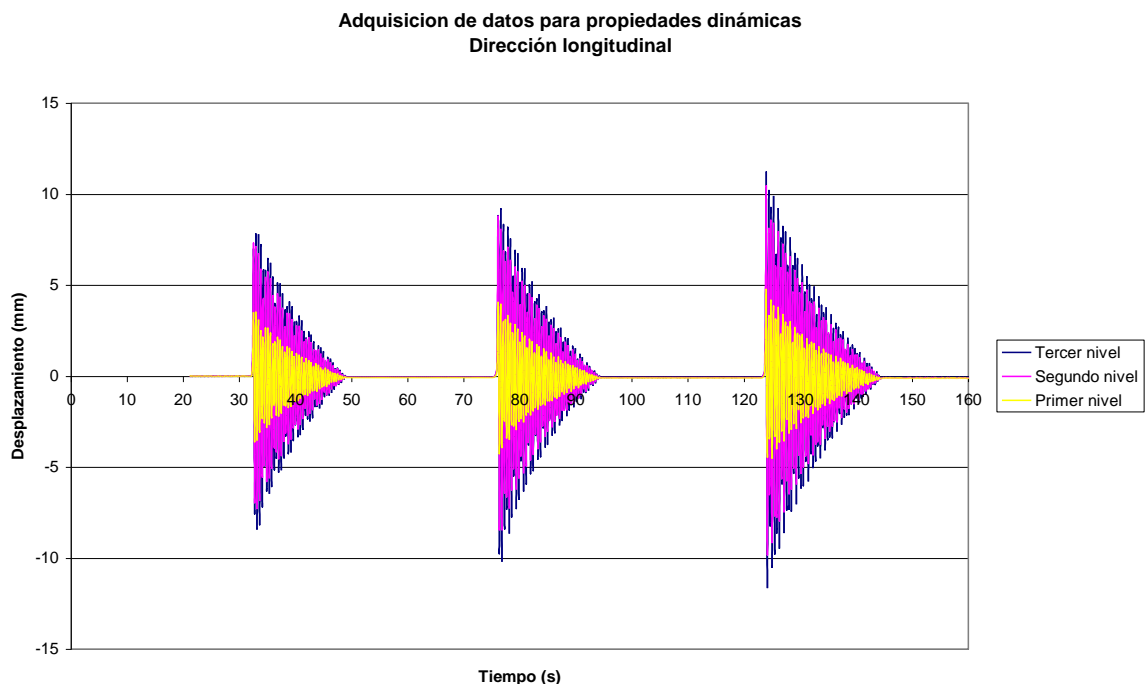


Gráfico 6.1.2. Adquisición de datos correspondientes a la dirección longitudinal del prototipo.

## 6.2 PROCESAMIENTO DE DATOS DE LA ADQUISICIÓN DE DESPLAZAMIENTOS.

### 6.2.1 PROCESAMIENTO DE DATOS DE LA ADQUISICIÓN DE DESPLAZAMIENTOS: OBTENCIÓN DE PERIODOS DE VIBRACIÓN.

La obtención de los periodos de vibración de los primeros modos para las direcciones transversal y longitudinal se puede realizar de manera directa, limitado solamente por la sensibilidad de la adquisición de datos.

La definición de periodo de vibración, es el tiempo que tarda en ocurrir una oscilación completa, en este caso, de una estructura que es el prototipo.

De esta forma, tomando una ampliación del gráfico 6.1.1 y apoyándose en los datos adquiridos:

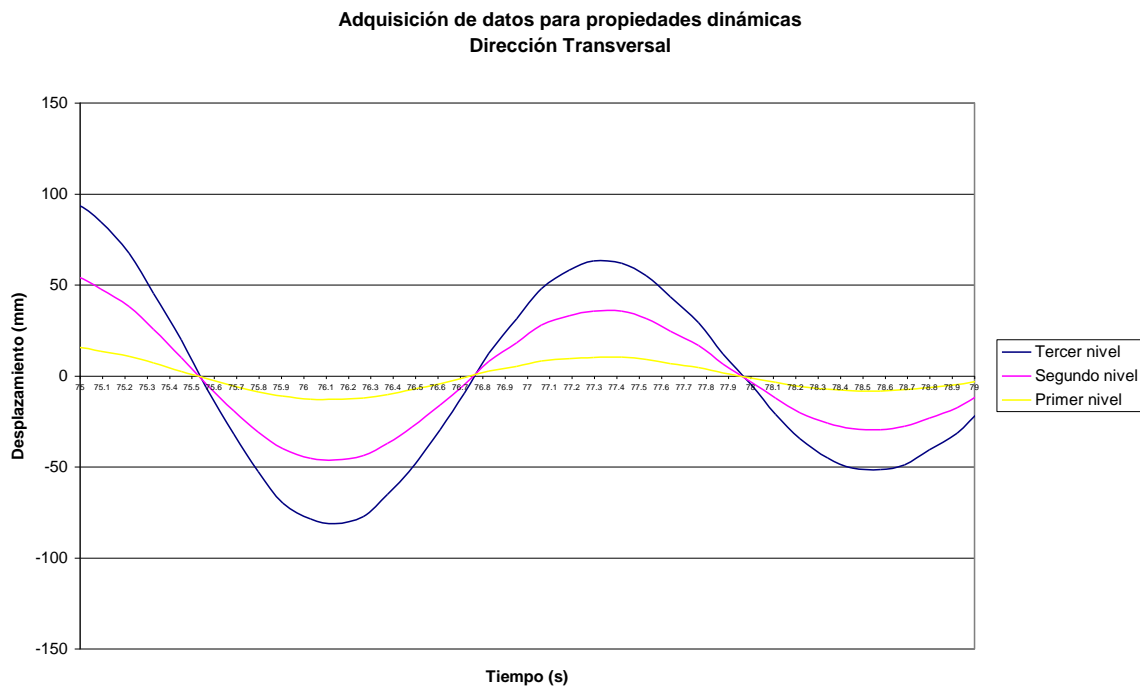


Grafico 6.2.1.1. Ampliación de una porción del gráfico 6.1.1.

Tomando como referencias que el corte de las señales de desplazamiento con el eje del tiempo ocurre en los puntos 75.45s y 77.87s, se encuentra que el periodo de vibración es de 2.42s.

Ahora, tomando una ampliación del gráfico 6.1.2 y apoyándose en la adquisición de datos, los cortes de la señal de desplazamiento para la dirección longitudinal del prototipo con el eje del tiempo ocurren en los instantes 36.79s y 36.34s, determinándose un periodo de vibración de 0.45s.



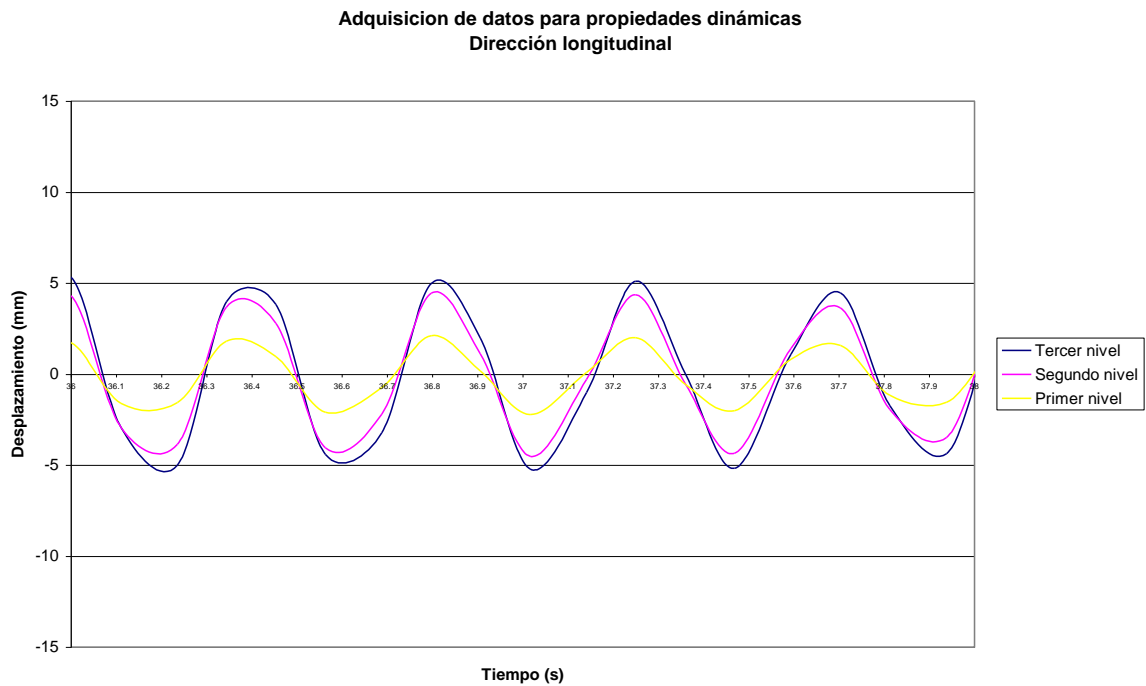


Gráfico 6.2.1.2. Ampliación de una porción del gráfico 6.1.2.

Particularmente se puede indicar entonces:

|                                | Periodo de Vibración (s) |
|--------------------------------|--------------------------|
| Dirección corta (transversal)  | 2.42                     |
| Dirección larga (longitudinal) | 0.45                     |

## **6.2.2 PROCESAMIENTO DE DATOS DE LA ADQUISICIÓN DE DESPLAZAMIENTOS: OBTENCIÓN DE FRACCIONES DE AMORTIGUAMIENTO CON RESPECTO AL CRÍTICO.**

Aplicando el marco teórico relativo, se tiene lo siguiente para las amplitudes logradas mediante vibración libre por desplazamientos randómicos aplicados en el último nivel:

Para la dirección transversal:

| Tiempo (s) | Amplitud (mm) ( $a_i$ ) | $\ln(y_i)/(y_{i+1})$ | Fracción de amortiguamiento (%) ( $\xi$ ) |
|------------|-------------------------|----------------------|---|
| 56.62      | 15.75                   | 0.43                 | 6.87                                      |
| 62.04      | 10.23                   | 0.54                 | 8.60                                      |
| 64.46      | 5.96                    |                      |   |
| Promedio   |                         |                      | 7.73                                      |

Tabla 6.2.2.1. Calculo de amortiguamiento para la dirección transversal

Para la dirección longitudinal:

| Tiempo (s) | Amplitud (mm) ( $a_i$ ) | $\ln(y_i)/(y_{i+1})$ | Fracción de amortiguamiento (%) ( $\xi$ ) |
|------------|-------------------------|----------------------|---|
| 32.95      | 3.48                    | 0.11                 | 1.79                                      |
| 33.41      | 3.11                    | 0.25                 | 3.93                                      |
| 33.84      | 2.43                    | 0.15                 | 2.32                                      |
| 34.18      | 2.10                    |                      |   |
| Promedio   |                         |                      | 2.68                                      |

Tabla 6.2.2.2. Calculo de amortiguamiento para la dirección longitudinal

### 6.2.3 PROCESAMIENTO DE DATOS DE LA ADQUISICIÓN DE DESPLAZAMIENTOS: OBTENCIÓN DE FORMAS MODALES.

Las formas modales se obtienen directamente, normalizando las amplitudes medidas con los transductores de desplazamiento.

A continuación se muestran las tablas de procesamiento de datos y los gráficos con las formas modales respectivas.

| Nivel   | Tiempo t=59.62s         |             | Tiempo t=62.04s         |             | Promedio |
|---------|-------------------------|-------------|-------------------------|-------------|----------|
|         | Amplitud (mm) ( $a_i$ ) | Normalizada | Amplitud (mm) ( $a_i$ ) | Normalizada |          |
| Tercero | 104.63                  | 1.00        | 68.79                   | 1.00        | 1.00     |
| Segundo | 60.60                   | 0.58        | 39.56                   | 0.58        | 0.58     |
| Primero | 17.66                   | 0.17        | 11.48                   | 0.17        | 0.17     |
| Base    | 0                       | 0.00        | 0                       | 0.00        | 0.00     |

Tabla 6.2.3.1. Calculo de forma modal dirección transversal

**Forma modal de vibracion  
Direccion transversal**

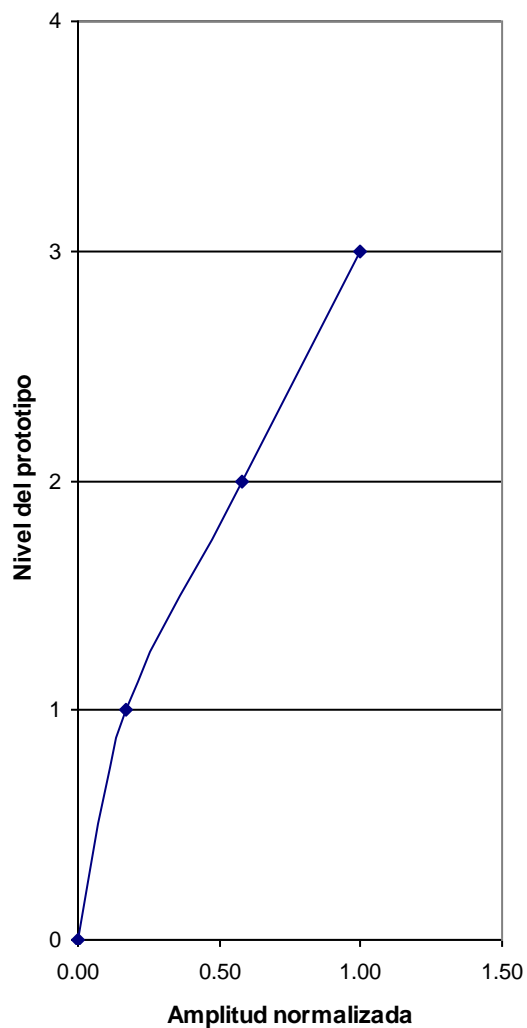


Gráfico 6.2.3.1. Forma modal dirección transversal

| Nivel   | Tiempo t=33.41                  |             | Tiempo t=37.46                  |             | Promedio |
|---------|---------------------------------|-------------|---------------------------------|-------------|----------|
|         | Amplitud (mm) (a <sub>i</sub> ) | Normalizada | Amplitud (mm) (a <sub>i</sub> ) | Normalizada |          |
| Tercero | 7.79                            | 1.00        | 5.17                            | 1.00        | 1.00     |
| Segundo | 6.76                            | 0.87        | 4.35                            | 0.84        | 0.85     |
| Primero | 3.11                            | 0.40        | 2.01                            | 0.39        | 0.39     |
| Base    | 0                               | 0.00        | 0                               | 0.00        | 0.00     |

Tabla 6.2.3.2. Calculo de forma modal dirección longitudinal

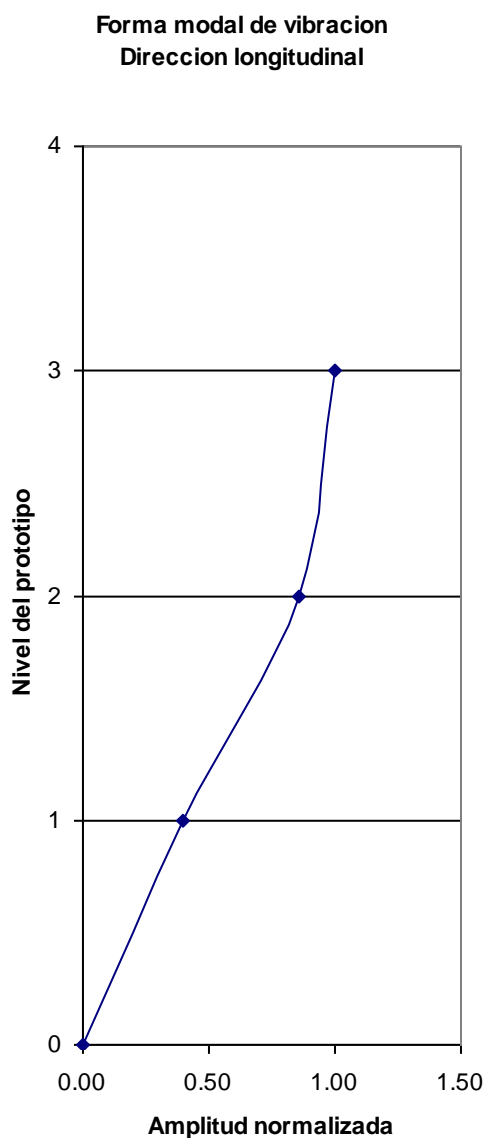


Gráfico 6.2.3.2. Forma modal dirección longitudinal

### **6.3 PRESENTACIÓN DE DATOS DE LA ADQUISICIÓN DE ACCELERACIONES.**

A continuación se presentan los datos de aceleraciones adquiridos del prototipo, de una manera grafica, de acuerdo con la asignación de canales y señales antes explicada.

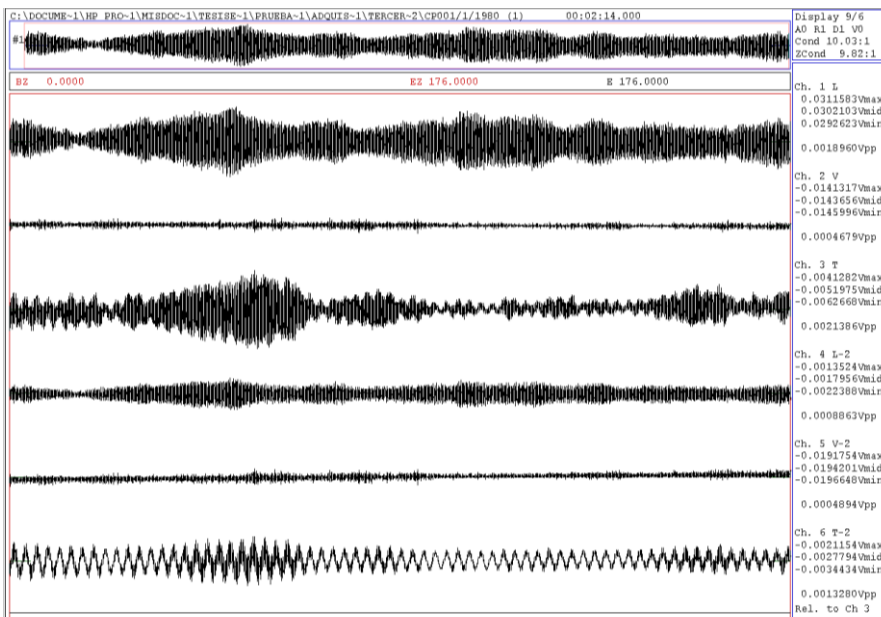


Gráfico 6.3.1. Señales de aceleración para el prototipo.

En el gráfico 6.3.1 se muestran los datos adquiridos para la posición de referencia en el tercer nivel, y la móvil en el primer nivel.

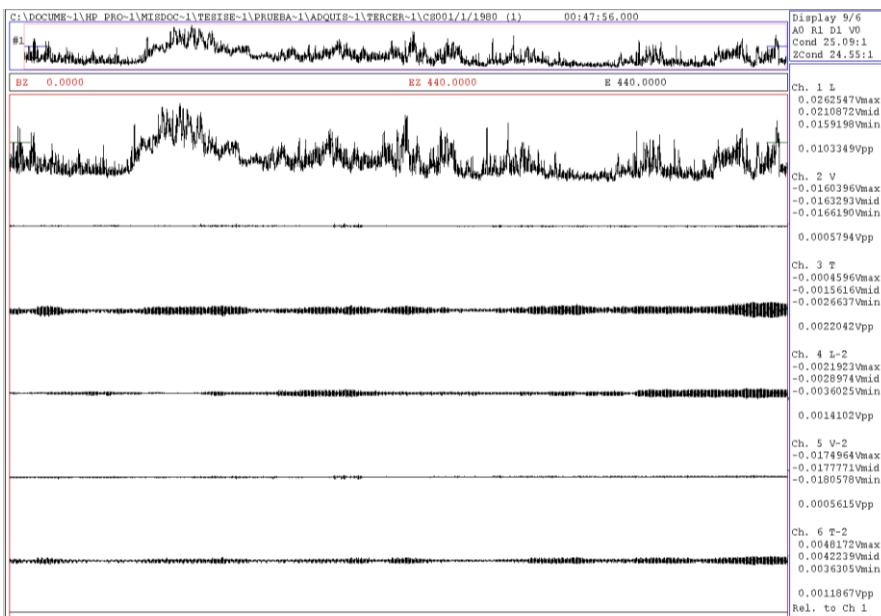


Gráfico 6.3.2. Señales de aceleración para el prototipo.

En el gráfico 6.3.2 se muestran los datos adquiridos para la posición de referencia en el tercer nivel, y la móvil en el segundo nivel.

## 6.4 PROCESAMIENTO DE DATOS DE LA ADQUISICIÓN DE ACELERACIONES.

### 6.4.1 PROCESAMIENTO DE DATOS DE LA ADQUISICIÓN DE ACELERACIONES: OBTENCIÓN DE PERIODOS DE VIBRACIÓN.

Conforme a lo anotado antes, se presenta a continuación el espectro de densidad de potencia correspondiente a la señal transversal adquirida para el primer nivel del prototipo.

La señal de aceleraciones, se ha procesado utilizando el software Power Spectral Density de Kinnometrics Inc.

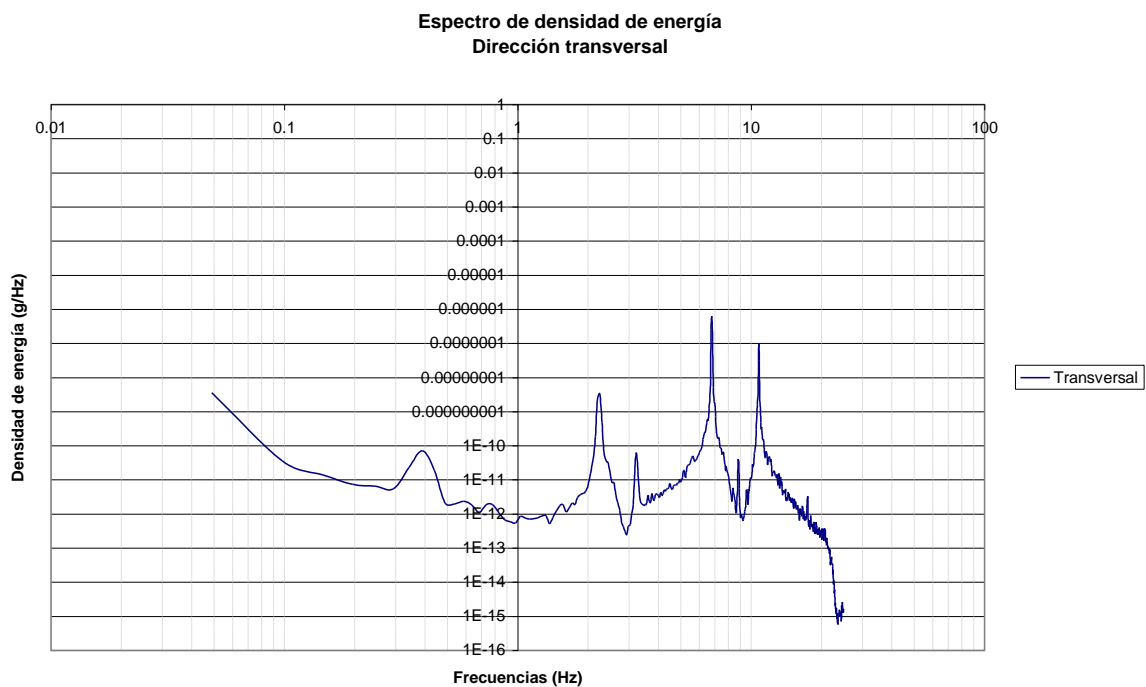


Gráfico 6.4.1.1. Espectro de densidad de potencia para la dirección transversal.

De lo indicado antes, se obtiene entonces que la primera máxima amplitud de potencia media por Hz, pero menor que las demás principales ocurre para una frecuencia de 0.391 Hz, o un periodo de vibración de 2.56s.

Se presenta a continuación el espectro de densidad de potencia correspondiente a la señal longitudinal adquirida para el tercer nivel del prototipo.

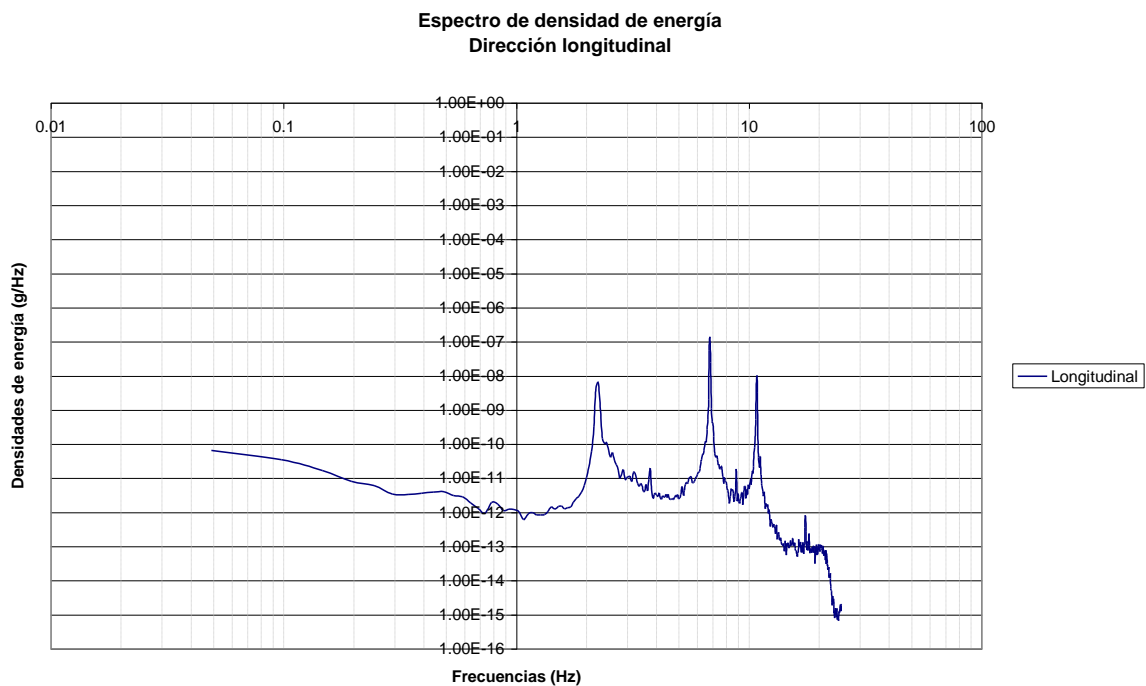


Gráfico 6.4.1.2. Espectro de densidad de potencia para la dirección longitudinal.

La frecuencia a la que corresponde el primer modo de vibración en esta dirección es 2.25 Hz, o un periodo de 0.445s.

Como resumen particular, se puede indicar que los periodos de vibración calculados son:

|                 | Periodo de Vibración (s) |
|-----------------|--------------------------|
| Dirección corta | 2.56                     |
| Dirección larga | 0.45                     |

### 6.4.2 PROCESAMIENTO DE DATOS DE LA ADQUISICIÓN DE ACELERACIONES: OBTENCIÓN DE FRACCIONES DE AMORTIGUAMIENTO RESPECTO AL CRÍTICO.

Para la dirección transversal se aplica en método de ancho de banda de la siguiente manera:

Frecuencia media: 0.391 Hz.

Banda inferior (para  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  de la amplitud): 0.35Hz.

Banda superior (para  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  de la amplitud): 0.406 Hz

De donde  $\xi = (f_2 - f_1) / (f_2 + f_1)\%$ ;  $\xi = 7.41\%$ .

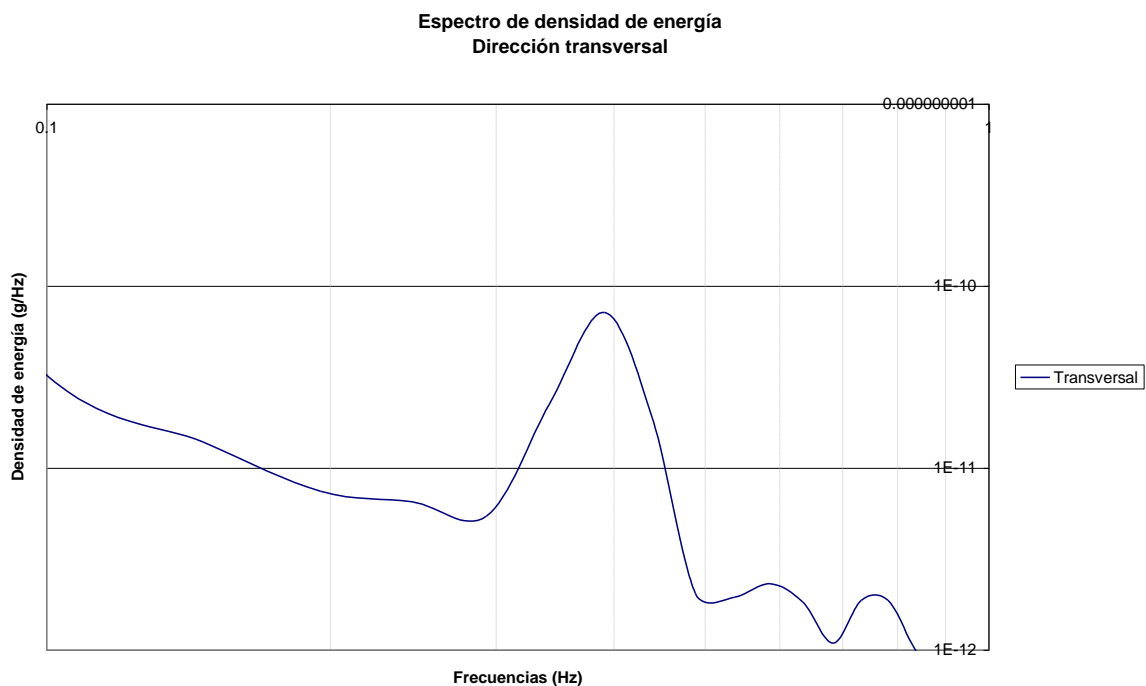


Gráfico 6.4.2.1. Gráfico 6.4.1.1 ampliado.



Para la dirección longitudinal se aplica el mismo procedimiento anterior:

Frecuencia media: 2.25 Hz.

Banda inferior (para  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  de la amplitud): 2.16Hz.

Banda superior (para  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  de la amplitud): 2.28 Hz

De donde  $\xi = (f_2 - f_1) / (f_2 + f_1)\%$ ;  $\xi = 2.7\%$ .

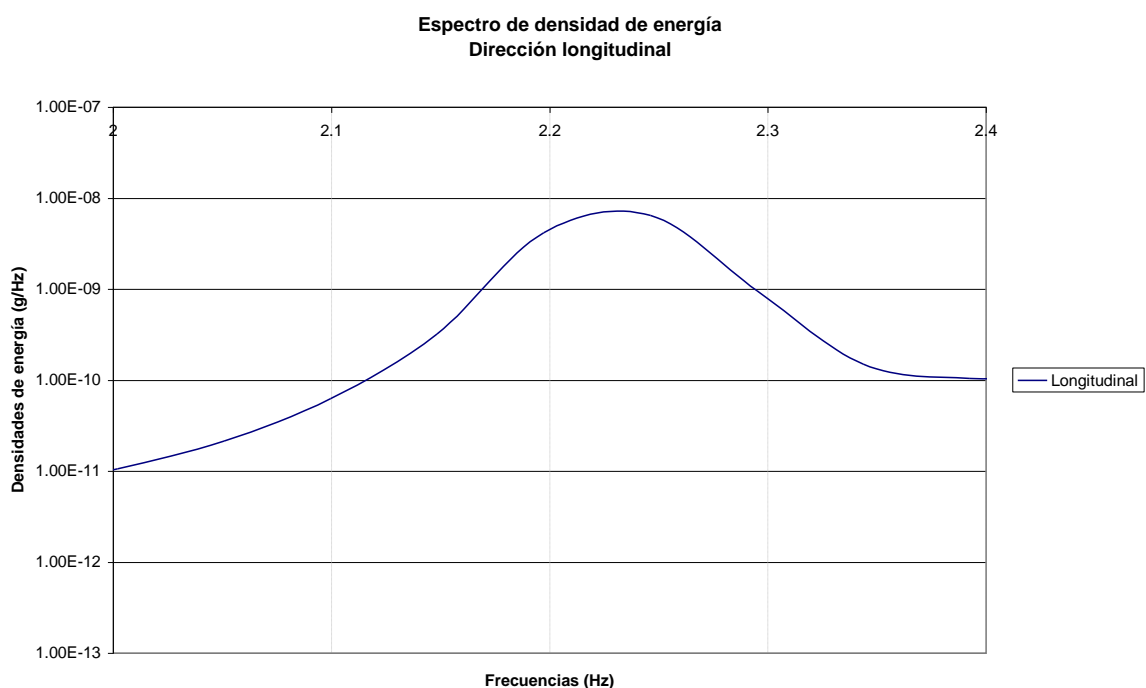


Gráfico 6.4.2.2. Gráfico 6.4.1.2 ampliado.

### 6.4.3 PROCESAMIENTO DE DATOS DE LA ADQUISICIÓN DE ACELERACIONES: OBTENCIÓN DE FORMAS MODALES.

Del marco teórico presentado, se debe mantener en cuenta que es necesario realizar una adquisición de datos con 2 acelerógrafos que registren la señal simultáneamente, siendo uno de ellos la referencia, sobre la cual se podrá posteriormente normalizar las amplitudes para determinar las formas modales.

En el presente trabajo, por condiciones de conveniencia en el uso de software, se aplicarán las relaciones correspondientes a las funciones de transferencia, las mismas que se obtuvieron utilizando el programa Power Spectral Density de Kinnemetrics Inc.

Se mostrará como ejemplo solamente un procesamiento de datos, y los resultados correspondientes.

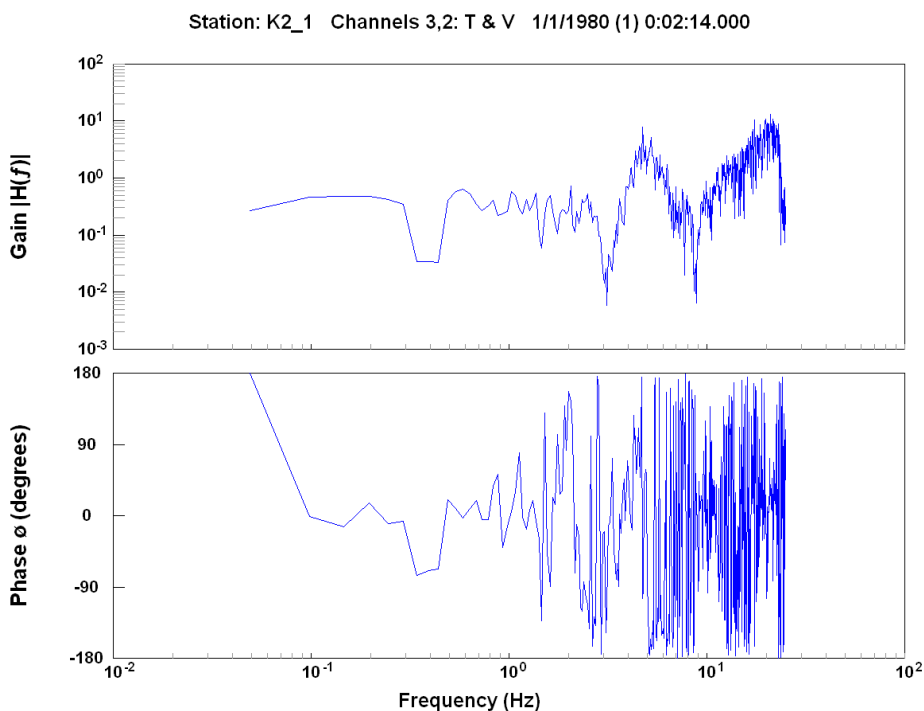


Gráfico 6.4.3.1. Función de Transferencia. Componente transversal tercer nivel vs. componente vertical tercer nivel. Adquisición: referencia tercer nivel, acelerógrafo móvil primer nivel.

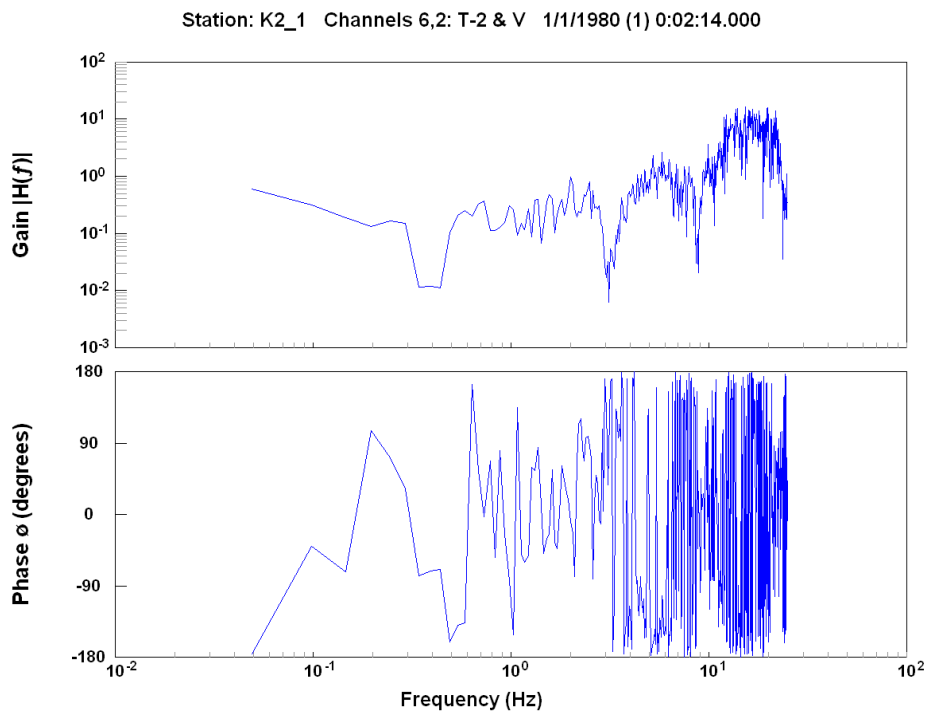


Gráfico 6.4.3.2. Función de Transferencia. Componente transversal primer nivel vs. componente vertical tercer nivel. Adquisición: referencia tercer nivel, acelerógrafo móvil primer nivel.

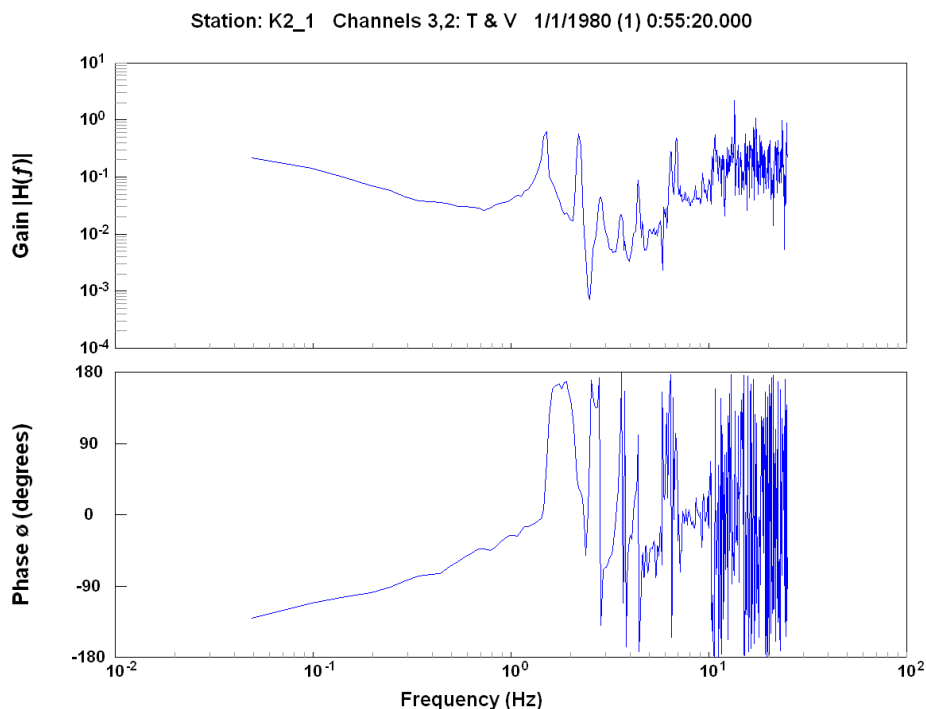


Gráfico 6.4.3.3. Función de Transferencia. Componente longitudinal tercer nivel vs. componente vertical tercer nivel. Adquisición: referencia tercer nivel, acelerógrafo móvil segundo nivel.

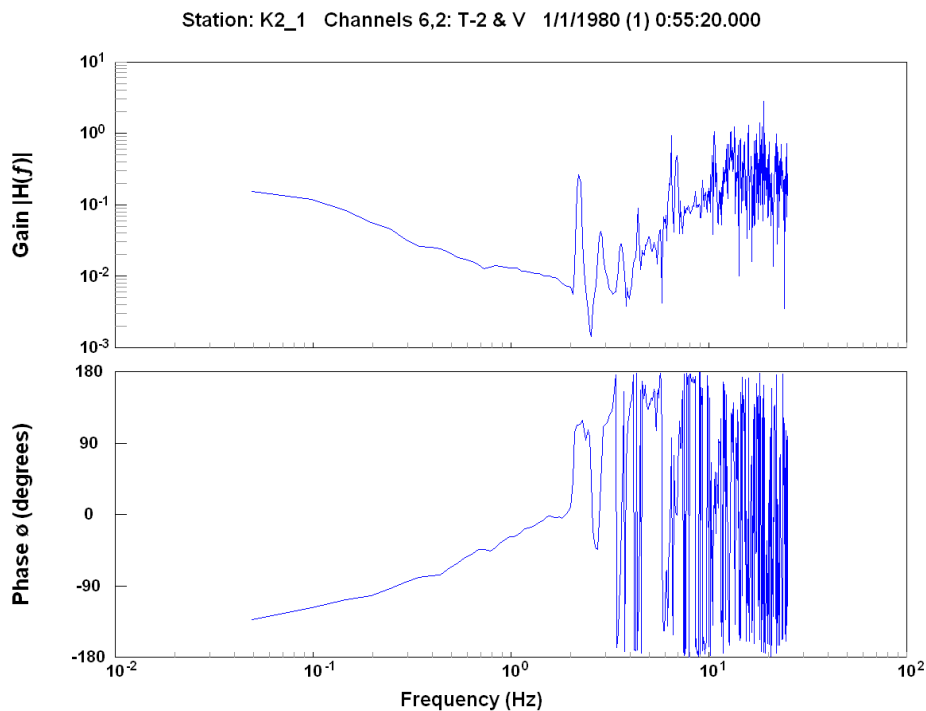


Gráfico 6.4.3.4. Función de Transferencia. Componente longitudinal segundo nivel vs. componente vertical tercer nivel. Adquisición: referencia tercer nivel, acelerógrafo móvil segundo nivel.

De los procesos realizados, se obtuvieron los siguientes resultados:

Dirección transversal:

|         | Periodo 2.56 s (3.91 Hz) |
|---------|--------------------------|
| Nivel   | Amplitud normalizada     |
| Tercero | 1.00                     |
| Segundo | 0.62                     |
| Primero | 0.22                     |
| Base    | 0.00                     |

Tabla 6.4.3.1. Resultados normalizados de forma modal transversal de la adquisición de aceleraciones.

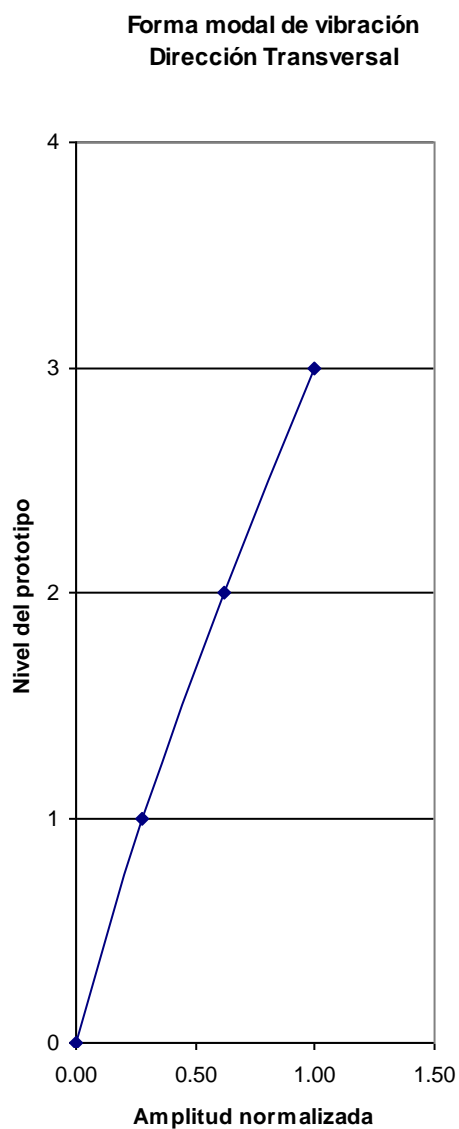


Gráfico 6.4.3.5. Forma modal normalizada. Dirección transversal.

Dirección longitudinal.

| Periodo 0.455s ( 2.19 Hz) |                      |
|---------------------------|----------------------|
| Nivel                     | Amplitud normalizada |
| Tercero                   | 1.00                 |
| Segundo                   | 0.89                 |
| Primero                   | 0.46                 |
| Base                      | 0.00                 |

Tabla 6.4.3.2. Resultados normalizados de forma modal longitudinal de la adquisición de datos de aceleraciones.

**Forma modal de vibración  
Dirección Longitudinal**

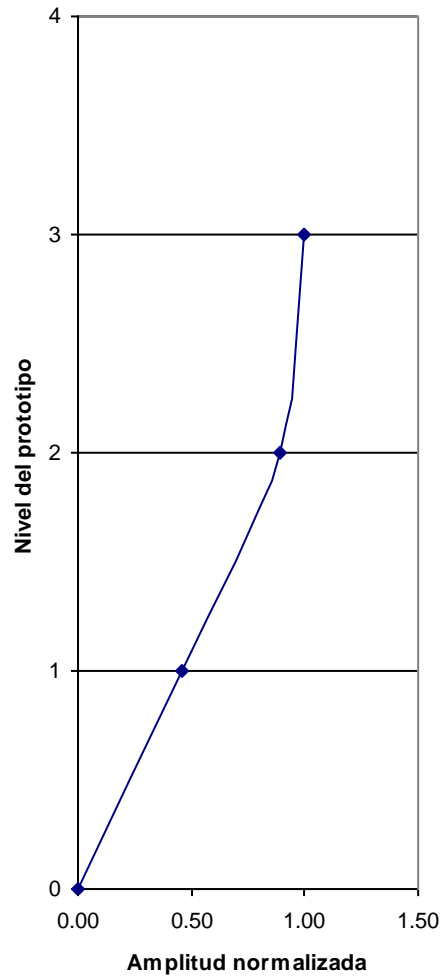


Gráfico 6.4.3.6. Forma modal normalizada. Dirección longitudinal.

## CAPITULO 7.

# ANÁLISIS, COMPARACIÓN Y EVALUACIÓN DE RESULTADOS.

### 7.1 PERIODOS DE VIBRACIÓN.

A continuación se muestra una tabla con los resultados obtenidos de los dos procesos:

|                 | Periodo de vibración (Adquisición de desplazamientos) (s) | Periodo de vibración (Adquisición de aceleraciones) (s) | Periodo de vibración (Modelación computacional) (s) |
|-----------------|---|---|---|
| Dirección corta | 2.42  | 2.56  | 2.416   |
| Dirección larga | 0.45  | 0.45  | 0.444   |

Tabla 7.1.1 Periodos de vibración.

La diferencia entre los resultados experimentales de la adquisición de desplazamientos y la modelación computacional es mínima, y se atribuye a la aproximación en el proceso de solución numérica del software utilizado.

Como se puede observar, las magnitudes de los resultados en la evaluación experimental son similares, con una diferencia de 5.46% para el periodo de vibración de la dirección corta.

La diferencia que existe en la evaluación experimental, se debe a dos factores: la precisión en la adquisición de datos de aceleraciones, y la relación inversa entre las frecuencias y los periodos.

La precisión de la adquisición de datos de aceleraciones, fue de 0.02s. Este intervalo, permite analizar frecuencias espaciadas cada 0.05 Hz, con el software utilizado, de allí que las frecuencias alrededor de la mayor amplitud de potencia corresponden a periodos de 2.93s el superior, y 2.28s el inferior, es decir, no se

logró una aproximación a un periodo más cercano al verdadero del prototipo, por la precisión de la adquisición de datos.

Para frecuencias espaciadas cada 0.05 Hz, la correspondencia de espaciamiento en los periodos no es directamente proporcional, sino una relación inversa, de manera que mientras más pequeña es la frecuencia correspondiente a la estructura, el intervalo de posible variación del periodo se vuelve mayor.

Sin embargo, para fines de ingeniería, se considera a la diferencia entre los resultados de los procesos son reducidas, y se puede indicar que el procedimiento de adquisición de aceleraciones para la obtención de los principales periodos de vibración es conveniente.

## 7.2 FRACCIONES DE AMORTIGUAMIENTO RESPECTO AL CRÍTICO.

A continuación se muestra una tabla con los resultados:

|                 | Fracción de amortiguamiento (Adquisición de desplazamientos) (%) | Fracción de amortiguamiento (Adquisición de aceleraciones) (%) |
|-----------------|--|--|
| Dirección corta | 7.73   | 7.41   |
| Dirección larga | 2.68   | 2.70   |

Tabla 7.2.1 Fracciones de amortiguamiento respecto al crítico.

Se puede observar, que las magnitudes de los resultados son similares, con una diferencia de 4.14% para el periodo de vibración de la dirección corta, y 0.75% para la dirección larga.

Nuevamente, se atribuye la diferencia a la precisión de la adquisición de datos de aceleraciones. Al tener espaciamientos de frecuencia de 0.05 Hz, el corte a la mayor amplitud de potencia a  $1/\sqrt{2}$  de su magnitud, determina frecuencias que



no se pueden definir con exactitud, por lo que es necesario aproximarlas de acuerdo con la precisión disponible.

Para fines de ingeniería, se considera que la diferencia es menor, y se puede resumir que el procedimiento de adquisición de aceleraciones para la obtención de las fracciones de amortiguamiento con respecto al crítico de una estructura, es conveniente.

### 7.3 FORMAS MODALES.

A continuación se muestran los resultados de cada procedimiento, y para cada dirección tabulados:

Dirección transversal:

|         | Desplazamientos | Aceleraciones            | Modelación     |
|---------|-----------------|--------------------------|----------------|
|         | Tiempo t=59.62s | Periodo 2.56 s (3.91 Hz) | Periodo 2.42 s |
| Nivel   | Normalizada     | Normalizada              | Normalizada    |
| Tercero | 1.00            | 1.00                     | 1.00           |
| Segundo | 0.58            | 0.62                     | 0.54           |
| Primero | 0.17            | 0.22                     | 0.16           |
| Base    | 0.00            | 0.00                     | 0.00           |

Tabla 7.3.1 Desplazamientos modales normalizados dc.

Dirección longitudinal:

|         | Desplazamientos | Aceleraciones             | Modelación     |
|---------|-----------------|---------------------------|----------------|
|         | Tiempo t=33.41  | Periodo 0.455s ( 2.19 Hz) | Periodo 0.44 s |
| Nivel   | Normalizada     | Normalizada               | Normalizada    |
| Tercero | 1.00            | 1.00                      | 1.00           |
| Segundo | 0.87            | 0.89                      | 0.80           |
| Primero | 0.40            | 0.46                      | 0.44           |
| Base    | 0.00            | 0.00                      | 0.00           |

Tabla 7.3.2 Desplazamientos modales normalizados dl.

Se muestran gráficos comparativos de las formas modales para cada dirección del prototipo.

Forma modal de vibracion  
Direccion transversal

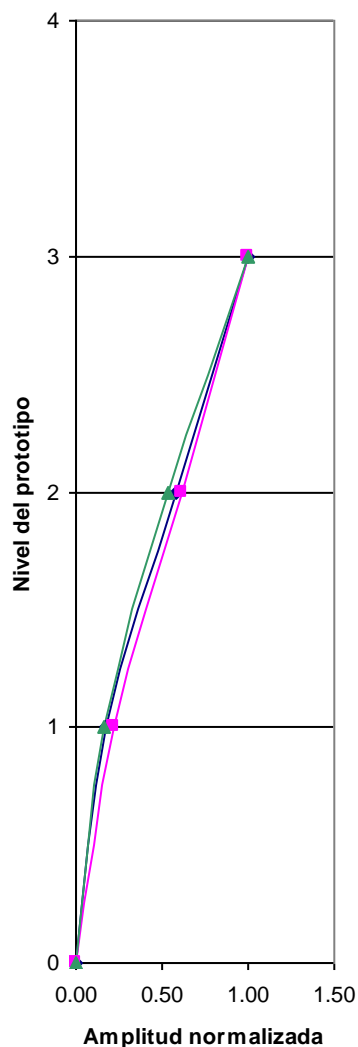


Gráfico 7.3.1. Forma modal de vibración transversal

Forma modal de vibracion  
Direccion longitudinal

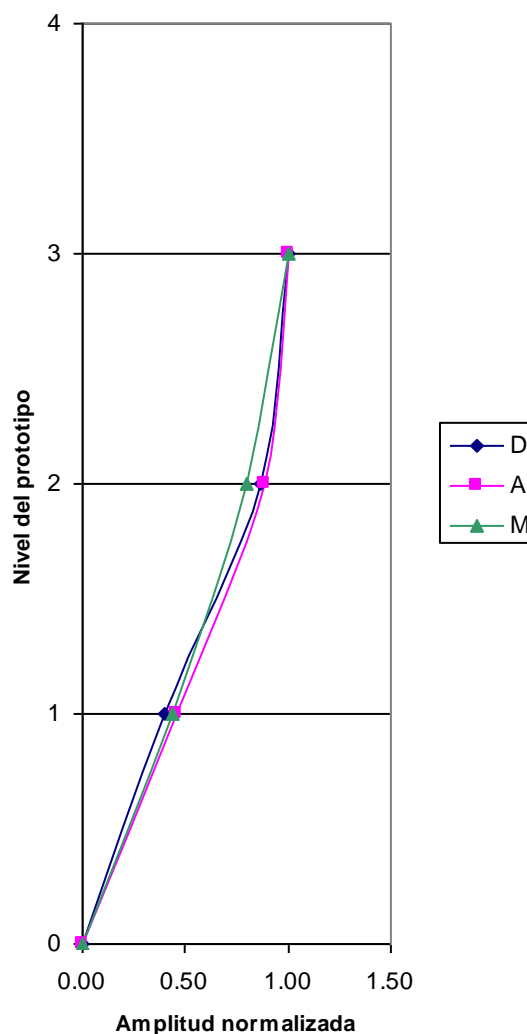


Gráfico 7.3.2. Forma modal de vibración longitudinal

Se puede observar que las diferencias entre los resultados experimentales de la adquisición de desplazamientos y los de la modelación computacional son menores, y se atribuyen nuevamente, a desviaciones en producidas por los procesos de solución del software utilizado.

En cuanto a los resultados de los procesos experimentales, se puede observar que las magnitudes de los resultados son similares, existiendo una diferencia significativa para la dirección transversal en el primer nivel del prototipo.

Esta diferencia se atribuye a un error randómico durante la adquisición de datos de desplazamientos, probablemente una separación del dispositivo LVDT de la estructura que no fue detectada, debido a que la unión entre el dispositivo y la estructura estaba cubierta por una protección externa.

Las diferencias menores que se pueden observar en los demás puntos, se atribuyen a las mismas causas indicadas sobre el cálculo de los parámetros anteriores.

Se considera que las diferencias son menores, y se puede resumir que el procedimiento de adquisición de aceleraciones para la obtención de las formas modales de los primeros modos de vibración de una estructura, es conveniente.

## **CAPITULO 8.**

### **CONCLUSIONES.**

1. El procedimiento para determinar las propiedades dinámicas básicas de estructuras mediante la adquisición de aceleraciones, utilizando dos acelerógrafos que registran datos simultáneamente de diferentes posiciones es conveniente, ya que los resultados que se pueden obtener mantienen una precisión adecuada con relación a las magnitudes reales de dichos parámetros
2. Las diferencias entre los resultados de la modelación computacional y los resultados experimentales son menores, por lo que se considera a los resultados experimentales de la adquisición de aceleraciones convenientes
3. El procedimiento aplicado a un diseño de adquisiciones de datos conveniente, puede proveer la información de propiedades dinámicas de casas, edificios, edificaciones patrimoniales, puentes y otras estructuras
4. La aplicación de este procedimiento en diversas estructuras, permitirá verificar con datos de construcciones realizadas, las premisas de la ingeniería sísmica actual, relativas al cálculo analítico de periodos correspondientes a los primeros modos de vibración de traslación, así como verificar las magnitudes de las fracciones de amortiguamiento respecto al crítico, que son variables de importancia para el cálculo de los espectros de respuesta de aceleraciones de los códigos de construcción, cuando para el efecto se utilizan los modelos de amortiguamiento viscoso. La determinación de las primeras formas modales de vibración de las estructuras, permitirá verificar las premisas de distribución de fuerzas sísmicas en altura con relación a las propuestas de los códigos de construcción.
5. La aplicación del presente estudio a diversas tipologías estructurales permitirá mejorar los parámetros que se utilizan en la modelación computacional de estructuras, para que su idealización ofrezca resultados que se aproximen más a su comportamiento real

6. En los procesos realizados, no se han utilizado señales acelerográficas filtradas, y las adquisiciones de datos de aceleraciones corresponden a tiempos no mayores a 3 minutos.
7. Para las adquisiciones de datos, se debe utilizar la menor precisión posible referente a los intervalos de toma muestras de aceleraciones, para lograr la mejor precisión en el cálculo de los resultados de propiedades dinámicas de las estructuras.

## **CAPITULO 9.**

### **RECOMENDACIONES.**

1. Realizar pruebas en distintas estructuras reales, para obtener datos estadísticos de diversas tipologías para verificar las premisas de la ingeniería sísmica actual que se anota en los códigos de construcción
2. Con resultados estadísticos desarrollar estudios que permitan verificar los parámetros para las modelaciones computacionales, que permitan realizar modelos que se aproximen más al comportamiento real de las estructuras
3. Desarrollar estudios, que permitan ampliar lo expuesto en este trabajo, para los modos de vibración superiores, lo que es posible utilizando el mismo soporte teórico

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

1. LJUBOMIR, Tashkov. Dynamics of Structures. University of Saint Cyril and Methodius. Skopje, República de Macedonia. 2005.
2. JURUKOVSKI, Dimitar. Experimental Mechanics of Structures. University of Saint Cyril and Methodius. Skopje, República de Macedonia. 2005.
3. PANTOJA, David. Tesis previa a la obtención del grado de Magíster en Ingeniería Estructural. Estudio comparativo teórico experimental dinámico de un edificio. Escuela Politécnica Nacional, Quito, Ecuador. 2001.
4. KREYSZIG, Edwin. Matemáticas Avanzadas para la Ingeniería (Vol. II). 2da. ed. Limusa S.A.1996.
5. GENATIOS, C., LAFUENTE, M., LORRAIN, M., On the use of free vibration procedures for Dynamic Properties Evaluation. 10<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering. Madrid, España, vol 5.
6. PAYAN, S., Javier. Transmisión de Datos. Artículo publicado para el curso "Transmisión de datos" 2004-2005. Universidad de Sevilla.2004.
7. SPIEGEL, Murray. Transformadas de Laplace. Mc. Graw Hill. 1970.
8. SETO, William. Vibraciones Mecánicas. Mc. Graw Hill. 1970.
9. GUAMÁN, Byron. Tesis previa a la obtención del título de Ingeniero Civil. Diseño del ensayo de un pórtico plano a carga vertical y a carga lateral. Escuela Politécnica Nacional. 2003.