



REPÚBLICA DEL ECUADOR

Escuela Politécnica Nacional

" E SCIENTIA HOMINIS SALUS "

La versión digital de esta tesis está protegida por la Ley de Derechos de Autor del Ecuador.

Los derechos de autor han sido entregados a la "ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL" bajo el libre consentimiento del (los) autor(es).

Al consultar esta tesis deberá acatar con las disposiciones de la Ley y las siguientes condiciones de uso:

- Cualquier uso que haga de estos documentos o imágenes deben ser sólo para efectos de investigación o estudio académico, y usted no puede ponerlos a disposición de otra persona.
- Usted deberá reconocer el derecho del autor a ser identificado y citado como el autor de esta tesis.
- No se podrá obtener ningún beneficio comercial y las obras derivadas tienen que estar bajo los mismos términos de licencia que el trabajo original.

El Libre Acceso a la información, promueve el reconocimiento de la originalidad de las ideas de los demás, respetando las normas de presentación y de citación de autores con el fin de no incurrir en actos ilegítimos de copiar y hacer pasar como propias las creaciones de terceras personas.

Respeto hacia sí mismo y hacia los demás.

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

**FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y
ELECTRÓNICA**

FLUJO DE POTENCIA DE ARMÓNICOS UTILIZANDO MATLAB

**PROYECTO PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE
INGENIERO ELÉCTRICO**

**GONZALO ESTEBAN CONSTANTE FLORES
gconstantef@gmail.com**

**DIRECTOR: DR. JESÚS AMADO JÁTIVA IBARRA
jjativa@yahoo.com**

Quito, septiembre 2014

DECLARACIÓN

Yo GONZALO ESTEBAN CONSTANTE FLORES, declaro bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentada para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración cedo mis derechos de propiedad intelectual correspondientes a este trabajo, a la Escuela Politécnica Nacional, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normatividad institucional vigente.

GONZALO ESTEBAN CONSTANTE FLORES

CERTIFICACIÓN

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por GONZALO ESTEBAN
CONSTANTE FLORES, bajo mi supervisión.

DR. JESÚS JÁTIVA IBARRA

Director de Proyecto

AGRADECIMIENTO

Al Doctor Jesús Játiva, director de este proyecto, por su amistad, sus valiosas enseñanzas y toda la motivación y apoyo brindado en estos últimos años.

A la Escuela Politécnica Nacional y mis maestros por haber sido parte fundamental de mi formación personal y académica.

A mis amigos, con ustedes comparto gratos recuerdos pues han sido quienes con su alegría, su compañía y ayuda supieron hacer más llevadero todo este tiempo en la universidad.

A las personas más importantes, mi familia, mi madre, por su amor, sus consejos, su sacrificio, por siempre llenarme de fuerza, por ser siempre la persona en la que puedo contar, porque sé que en usted puedo encontrar las palabras que necesito. A mi padre, por haber sido un ejemplo en mis primeros años, de trabajo, de amor por la familia, por su cuidado, su preocupación y por siempre darme ánimo. A mis hermanos, por ser la motivación y apoyo para ser mejor cada día. A mi esposa y compañera, Gaby, gracias amor por acompañarme a lo largo de este camino, por tu amor, tu cariño, tu apoyo, tu fortaleza, pero sobre todo por demostrarme que juntos los problemas son más pequeños.

DEDICATORIA

A mis padres, Eulalia y Gonzalo

A mis hermanos, Santiago y Gabriela

A mi esposa, Gaby

A mi hija

CONTENIDO

CONTENIDO	I
RESUMEN	V
PRESENTACIÓN	VI
CAPÍTULO 1	1
INTRODUCCIÓN	1
1.1 JUSTIFICACIÓN DEL PROYECTO	1
1.2 OBJETIVOS.....	2
1.2.1 OBJETIVO GENERAL	2
1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	2
1.3 ALCANCE	3
1.4 FLUJOS DE POTENCIA DE ARMÓNICOS	3
1.4.1 MÉTODOS DE SOLUCIÓN DE PROPAGACIÓN DE ARMÓNICOS[1].	4
1.4.1.1 Método Directo.....	4
1.4.1.2 Método iterativo de análisis de armónicos	5
1.4.1.3 Método de Newton	5
1.4.1.4 Método de acoplamiento de matrices de admitancias de barra [4] ..	7
CAPÍTULO 2	9
FUENTES DE DISTORSIÓN ARMÓNICA	9
2.1 MODELACIÓN DE COMPONENTES DEL SISTEMA ELÉCTRICO.....	9
2.1.1 TRANSFORMADORES	9
2.1.2 GENERADORES SINCRÓNICOS	11
2.1.3 LÍNEAS DE TRANSMISIÓN	13
2.1.4 CARGAS CONVENCIONALES [9].....	15
2.1.5 COMPENSADORES Y FILTROS PASIVOS.....	17
2.2 MODELACIÓN DE ELEMENTOS GENERADORES DE ARMÓNICOS	18
2.2.1 CARGAS NO LINEALES CLÁSICAS.....	18
2.2.1.1 Transformadores.....	18
2.2.1.2 Motores de Inducción.....	20

	II
2.2.1.3 Hornos de arco.....	21
2.2.1.4 Lámparas de descarga	24
2.2.2 CARGAS CON CONTROL ELECTRÓNICO DE POTENCIA [11].....	25
2.2.2.1 Convertidores [13].....	25
2.2.2.2 Compensadores estáticos de potencia reactiva (SVC) [7]	27
2.2.2.3 Inversores para generación distribuida [16]	31
CAPÍTULO 3	32
ANÁLISIS DE FORMAS DE ONDA DE ARMÓNICOS	32
3.1 SERIES DE FOURIER.....	32
3.2 TRANSFORMADA DE FOURIER [17].....	34
3.3 TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER (DFT) [7], [17]	34
3.4 TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER (FFT) [17], [18].....	35
3.5 CONCEPTOS BÁSICOS	37
3.5.1 VALOR EFICAZ (V_{RMS})	37
3.5.2 VALOR MEDIO (V_{DC})	37
3.5.3 DISTORSIÓN ARMÓNICA TOTAL (THD) [11].....	37
3.5.4 DISTORSIÓN TOTAL DE LA DEMANDA (TDD) [9].....	38
3.5.5 FACTOR DE PICO (F_p)	39
3.5.6 FACTOR DE FORMA (F_f)	39
3.5.7 FACTOR DE RIZADO (F_r).....	39
3.5.8 FACTOR K Y FACTOR DE PÉRDIDAS ARMÓNICAS (FHL)	39
3.5.9 SECUENCIA DE FASE DE ARMÓNICOS [19].....	40
3.6 CÁLCULO DE POTENCIA EN SISTEMAS NO SINUSOIDALES [20]	42
3.6.1 POTENCIA ACTIVA MEDIA.....	42
3.6.2 POTENCIA DE DISTORSIÓN.....	43
3.6.3 FACTOR DE POTENCIA [19]	43
3.7 EFECTO DE CORRIENTES ARMÓNICAS EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA [11].....	44
3.7.1 GENERALIDADES.....	44
3.7.2 CABLES Y CONDUCTORES [22].....	45
3.7.3 TRANSFORMADORES	45
3.7.4 EQUIPO DE MANIOBRA Y PROTECCIÓN	46

	III
3.7.5 MOTORES Y GENERADORES.....	46
3.7.6 EQUIPOS ELECTRÓNICOS	47
3.8 RESPUESTA DE SISTEMAS ELÉCTRICOS A CORRIENTES	
ARMÓNICAS	47
3.8.1 RESONANCIA SERIE.....	47
3.8.2 RESONANCIA PARALELO	48
CAPÍTULO 4.....	49
PROGRAMA DE FLUJO DE POTENCIA DE ARMÓNICOS EN MATLAB.....	49
4.1 ESTUDIO DE FLUJOS DE POTENCIA [23]	49
4.2 PROBLEMA DE FLUJOS DE POTENCIA [23]	49
4.3 MÉTODO DE NEWTON – RAPHSON.....	50
4.4 SOLUCIÓN DE FLUJOS DE POTENCIA APLICANDO EL MÉTODO DE NEWTON – RAPHSON	52
4.4.1 CÁLCULO DEL JACOBIANO.....	55
4.4.1.1 Elementos fuera de las diagonales	55
4.4.1.2 Elementos de las diagonales	56
4.4.1.3 Optimización del Cálculo del Jacobiano.....	56
4.5 DESCRIPCIÓN DEL PROGRAMA HPFepn	57
4.5.1 ALGORITMO PARA RESOLVER FLUJOS DE POTENCIA	59
4.5.2 ALGORITMO DE FLUJOS DE POTENCIA DE ARMÓNICOS.....	60
CAPÍTULO 5.....	62
APLICACIÓN DEL PROGRAMA EN LA PROPAGACIÓN DE ARMÓNICOS.....	62
5.1 APLICACIÓN A SISTEMA DE 2 BARRAS [5].....	62
5.2 APLICACIÓN A SISTEMA IEEE DE 14 BARRAS [9].....	64
5.2.1 ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	67
5.3 APLICACIÓN A SISTEMA DE SUBTRANSMISIÓN DE LA EMPRESA ELÉCTRICA DE COTOPAXI ELEPCO S.A.	68
5.3.1 ANÁLISIS DEL SISTEMA CON GENERACIÓN LOCAL.....	69
5.3.2 ANÁLISIS DEL SISTEMA SIN GENERACIÓN LOCAL CONECTADA	77
CAPÍTULO 6.....	80
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	80

	IV
7.1 CONCLUSIONES	80
7.2 RECOMENDACIONES	81
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	83
ANEXOS.....	86

RESUMEN

En este proyecto se presenta la modelación y simulación de los componentes de un sistema eléctrico para determinar el impacto de la propagación de armónicos en estado estable desde las cargas no lineales hacia las demás barras del sistema.

La simulación del flujo de potencia de armónicos se realiza en el dominio de la frecuencia, por lo que los modelos presentados son válidos para frecuencias desde la fundamental hasta valores cercanos a 3000 Hz.

HPFepn "Harmonic Power Flow Escuela Politécnica Nacional" es un programa desarrollado con programación estructurada en la plataforma y lenguaje MATLAB, para resolver flujos de potencia aplicando el método de Newton – Raphson y flujos de potencia de armónicos utilizando el método de inyección de corrientes para cargas no lineales y el método iterativo para el efecto de saturación de transformadores.

El método de inyección de corrientes ha sido el más utilizado para la representación de cargas no lineales, pues las cargas no lineales son modeladas como potencia constante para el flujo de potencia y fuentes de corrientes para el flujo de potencia armónico. La versatilidad de este método se debe a que la magnitud y ángulo de la corriente armónica pueden ser calculados con su espectro armónico típico y su valor a frecuencia fundamental.

El software presentado se aplica en dos sistemas de prueba y en el sistema de Subtransmisión de la Empresa Eléctrica Cotopaxi. En el último se comparan los resultados obtenidos con varias mediciones de campo.

PRESENTACIÓN

El análisis de propagación de corrientes armónicas es una herramienta fundamental de planificación, diseño y operación de sistemas eléctricos.

El presente proyecto tiene como finalidad desarrollar un programa básico para el análisis de propagación de armónicos, para lo cual se han modelado los componentes del sistema eléctrico y su comportamiento para frecuencias distintas a la fundamental.

El programa *HPFepn* simula la propagación de armónicos en sistemas eléctricos por el método de inyección de corrientes para cargas independientes del voltaje y el método iterativo para transformadores con núcleos ferromagnéticos utilizando la plataforma y lenguaje MATLAB.

En el Capítulo 1 se presenta una introducción general, los objetivos del proyecto y su alcance, a la vez que se revisan los métodos de análisis de propagación de armónicos en el dominio de la frecuencia.

En el Capítulo 2 se detalla la caracterización de las principales cargas no lineales que aportan corrientes armónicas al sistema eléctrico de potencia y la modelación de elementos no lineales y red de transmisión para el estudio de flujo de potencia de armónicos.

En el Capítulo 3 se muestra los conceptos para el análisis de armónicos, series de Fourier, transformada rápida de Fourier y transformada discreta de Fourier, como herramientas para modelar y simular señales no lineales. Además se detallan conceptos básicos de distorsión armónica, factor de potencia de distorsión y el efecto de corrientes y voltajes armónicos en los componentes de sistemas eléctricos.

En el Capítulo 4 se repasan los conceptos básicos del análisis de flujos de potencia mediante el método de Newton - Raphson formal y se presentan los algoritmos utilizados para el programa *HPFepn* para la resolución del flujo de potencia y para la simulación del flujo de potencia armónico.

En el Capítulo 5 se muestran los resultados obtenidos en 3 sistemas de prueba, un sistema de 2 barras, el sistema IEEE de 14 barras. Se comparan los

resultados obtenidos para el Sistema de Subtransmisión de la ELEPCO con mediciones en las subestaciones El Calvario, Illuchi 1 e Illuchi 2.

En el Capítulo 6 se presentan las conclusiones y recomendaciones obtenidas del proyecto.

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

Una de las mayores preocupaciones en el análisis de calidad de energía en sistemas eléctricos es la distorsión de voltajes y corrientes causados por armónicos. Las distorsiones en las formas de onda se deben a las características no lineales de las cargas presentes en el sistema.

Existen varias técnicas para analizar la propagación de corrientes armónicas en las redes, tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de la frecuencia. Siendo el análisis en el dominio de la frecuencia el más utilizado, gracias a la facilidad y velocidad en la simulación en programas computacionales. La técnica más utilizada para la predicción de las formas de onda distorsionadas en las barras y ramas del sistema es la resolución de flujos de potencia armónicos, la cual toma como base la resolución del flujo de potencia a frecuencia fundamental. Una vez halladas las formas de onda, se encuentran los índices de distorsión armónica que permiten conocer de manera rápida la situación del sistema.

1.1 JUSTIFICACIÓN DEL PROYECTO

El aumento de cargas no lineales basadas en electrónica de potencia, ha causado que en los últimos años se denote la importancia de los estudios de flujos de potencia de armónicos, en razón de que los efectos de estas cargas en los sistemas eléctricos causan problemas en la operación de estado estable y en aparatos de medición y protección.

La presencia de formas de onda distorsionadas de voltaje y corriente son expresados en términos de frecuencias de armónicos, que son múltiplos enteros de la frecuencia nominal. Esta distorsión se debe al uso de dispositivos de estado sólido y a la gran presencia de otras cargas no lineales, lo que ha obligado a desarrollar herramientas computacionales que faciliten el análisis de sus efectos en pérdidas de potencia activa y reactiva, deformaciones de formas de onda de voltaje y corriente, dimensionamiento de equipo e indicadores de calidad de energía.

Un buen estudio del comportamiento de armónicos debe ser entendido desde dos puntos de vista: el primero es la caracterización de los componentes no lineales de sistemas de potencia y sus posibles efectos, cuya dificultad está dada por la precisión con la que se puede caracterizar estas fuentes. El segundo punto de vista es la modelación de los componentes de la red y su comportamiento en frecuencias armónicas.

Una vez entendido esto, el análisis de flujos de potencia de armónicos se lo realiza preliminarmente mediante una caracterización y modelización de los componentes no lineales. Para el análisis propiamente dicho, una alternativa es utilizar un programa de flujos de potencia que resuelva el sistema de ecuaciones no lineales para distintas frecuencias, con un algoritmo iterativo, que para el caso de este proyecto será el de Newton – Raphson. Con los resultados obtenidos del flujo de potencia de armónicos, se pueden determinar formas de onda de voltaje y corriente, valores de magnitud y fase de componentes armónicos, distorsión armónica total, presencia de potencia reactiva y de distorsión.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 OBJETIVO GENERAL

- Desarrollar un programa para el análisis de flujos de potencia de armónicos en sistemas eléctricos de potencia en un ambiente computacional de MATLAB.

1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Caracterizar las cargas no lineales: convertidores estáticos, hornos de arco, inversores para generación distribuida, convertidores con control por modulación de ancho de pulso (PWM) y lámparas de descarga mediante su contenido armónico.
- Modelar los componentes de un sistema de potencia: generadores, transformadores, líneas de transmisión y cargas, para análisis de armónicos.

- Desagregar los componentes armónicos de cargas no lineales mediante la Transformada de Fourier.
- Desarrollar un algoritmo de Newton – Raphson de flujos de potencia de armónicos en MATLAB.
- Aplicar el programa de flujo de potencia de armónicos desarrollado en MATLAB a sistemas eléctricos de potencia de prueba del IEEE y al sistema eléctrico de subtransmisión de la Empresa Eléctrica de Cotopaxi.
- Contrastar los resultados obtenidos del programa de flujo de potencia de armónicos aplicado al sistema de transmisión de la Empresa Eléctrica Cotopaxi con mediciones realizadas en la subestación Illuchi.

1.3 ALCANCE

El presente proyecto consiste en primer lugar en una descripción de las características de cargas no lineales: convertidores estáticos, hornos de arco, inversores para generación distribuida, controladores por modulación de ancho de pulso (PWM) y lámparas de descarga, el aporte de corrientes armónicas a la red y el efecto de estas corrientes a los demás componentes del sistema eléctrico.

Además, el proyecto considera la modelación de los componentes de los sistemas eléctricos como generadores, transformadores, líneas de transmisión y cargas no lineales para el análisis de flujos de potencia de armónicos.

Finalmente, tomando como base el algoritmo iterativo de Newton Raphson, se desarrolla un programa básico de flujos de potencia de armónicos en MATLAB, el cual es utilizado para el análisis de formas de onda de voltaje y corriente, espectros de voltaje y corriente, y distorsión armónica total. El programa es aplicado en el sistema de subtransmisión de la Empresa Eléctrica de Cotopaxi, con las mediciones en las centrales hidroeléctricas Illuchi 1 e Illuchi 2.

1.4 FLUJOS DE POTENCIA DE ARMÓNICOS

El análisis de armónicos en sistemas de potencia sirve para determinar el impacto de las cargas que producen distorsiones sobre el resto de equipos. Este análisis se utiliza en el diseño de equipos, verificación del cumplimiento de estándares de

calidad de energía, criterios de operación y planificación, entre otros. En los últimos años han existido grandes avances en la modelación y simulación de propagación de corrientes armónicas sistemas eléctricos.

1.4.1 MÉTODOS DE SOLUCIÓN DE PROPAGACIÓN DE ARMÓNICOS[1]

Para determinar el comportamiento de la propagación de corrientes armónicas en sistemas de potencia existen técnicas en el dominio del tiempo, de la frecuencia, métodos híbridos y mediante la transformada de Hartley.

Debido a que el método utilizado en este proyecto es aquel del dominio de la frecuencia, se presenta un resumen de sus alternativas más desarrolladas.

1.4.1.1 Método Directo

La respuesta de frecuencia en una barra de un sistema de potencia se puede obtener mediante la inyección de una corriente de valor 1 por unidad en un rango de frecuencias discretas. El proceso está basado en la solución de la ecuación de red.

$$[Y] \cdot V = I \quad (1.1)$$

Siendo:

[Y]: Matriz de admitancias de barra

V: Vector de voltaje de nodo

I: Vector de inyección de corrientes con un solo elemento diferente de cero

Al resolver la ecuación (1.1) se obtiene el vector de voltajes de nodo para una inyección de corriente a una frecuencia dada. Este método es el más efectivo para determinar condiciones de resonancia serie o paralelo y para diseñar filtros pasivos.

En redes con pocas cargas que inyectan corrientes armónicas este método representa una buena aproximación a la condición del sistema. Sin embargo, en sistemas con varias fuentes de distorsión este método es poco recomendado debido a que existe las corrientes armónicas se propagan en todo el sistema

distorsionando los voltajes de las barras y cambiando el espectro armónico de una carga no lineal. Por lo que se desarrolló el método iterativo para considerar las distorsiones armónicas en los voltajes de las barras.

1.4.1.2 Método iterativo de análisis de armónicos

Este método nace con la finalidad de considerar la variación de la inyección de corrientes armónicas con respecto a variaciones o distorsiones de voltaje. En este método se debe considerar que las fuentes de armónicos se modelan como fuentes de corriente controladas por voltaje, representada para cada iteración como una fuente de corriente fija.

Previo al análisis de armónicos se debe resolver el flujo de potencia a frecuencia fundamental para hallar la primera estimación de los voltajes en todas las barras, estos voltajes no tienen distorsión, además se debe calcular la matriz de admitancias de barra para todas las frecuencias, con los modelos característicos de todas las cargas.

Con los resultados del flujo de potencia se calculan las corrientes en las cargas no lineales a frecuencia fundamental, que, junto al espectro típico de las cargas se puede calcular la primera aproximación de las fuentes de corriente para cada frecuencia armónica.

Se resuelve la expresión (1.1), y estos voltajes se utilizan para calcular las corrientes armónicas de la siguiente iteración. El proceso iterativo termina una vez que las variaciones de corriente entre la iteración actual y la anterior sean muy pequeñas.

La desventaja que presenta este método es su característica lenta de convergencia. Para mejorar la característica de convergencia de este método se han desarrollado algoritmos de doble iteración [2].

1.4.1.3 Método de Newton

El método de Newton considera la dependencia de la potencia de la carga con respecto al voltaje. La solución por este método se basa en proceso de

linealización alrededor de un punto de operación, que debe ser bastante cercano al punto de operación real.

El proceso de linealización consiste en hallar equivalentes de Norton para frecuencias armónicas, considerando pases desbalanceadas y las características de los elementos.

Los principales pasos a seguir para aplicar el método de Newton son los siguientes:

1. Resolver el flujo de potencia a frecuencia fundamental.
2. Construir la matriz de admitancias de barra para todas las frecuencias.
3. Linealizar cada componente para valores cercanos a un punto de operación I_b y V_b como se indica en las ecuaciones (1.2) y (1.3).

$$\Delta V = V - V_b \quad (1.2)$$

$$\Delta I = I - I_b \quad (1.3)$$

Para cada función no lineal, la ecuación linealizada queda expresada como se muestra en la ecuación (1.4).

$$\Delta I = [F] \cdot \Delta V \quad (1.4)$$

Siendo $[F]$ el Jacobiano que relaciona voltajes y corrientes, y cuya estructura es igual a la de una matriz de Toeplitz como se detalla en la referencia [3].

Reemplazando las ecuaciones (1.2) y (1.3) en (1.4) de obtiene la ecuación (1.5) .

$$I = [F] \cdot V + I_N \quad (1.5)$$

El vector I_N corresponde al equivalente Norton para los elementos no lineales y representa el proceso de linealización.

$$I_N = I_b - [F] \cdot V_b \quad (1.6)$$

4. Combinando los elementos lineales y no lineales de la red a través de la matriz de admitancias de barra unificada (elementos lineales y equivalentes de Norton) se tiene la ecuación (1.7).

$$\Delta I = [Y_j] \Delta V \quad (1.7)$$

Donde:

ΔI : Vector de incrementos de corriente con la contribución de elementos no lineales.

ΔV : Vector de incrementos de voltaje

5. Resolver la ecuación (1.7) para calcular los voltajes armónicos.
6. Comprobar si se cumple el criterio de convergencia, caso contrario repetir desde el paso 3.

La característica de este método es que tiene una metodología robusta y que tiene buena característica de convergencia, además que en los últimos años se han desarrollado varios modelos detallados de todos los componentes de la red.

1.4.1.4 Método de acoplamiento de matrices de admitancias de barra [4]

Este método consiste en acoplar las matrices de admitancia de barra de secuencia positiva negativa y cero en una misma ecuación. Por ejemplo los convertidores AC/DC pueden ser modelados utilizando este método como se muestra en la ecuación (1.8).

$$I = Y^+V + Y^-\hat{V} - Y^0E_{dc} \quad (1.8)$$

Donde:

I : Corriente en el lado de AC del convertidor

V : Voltaje en el lado AC del convertidor

E_{dc} : Voltaje interno del motor

La linealidad de este método está dada en que las matrices de admitancias de las tres secuencias son independientes del V_{ac} del convertidor, por lo que se convierte en un proceso no iterativo.

Para utilizar este método primero se resuelve el flujo de potencia a frecuencia fundamental, considerando los convertidores como cargas de potencia constante. Con los resultados del flujo se calculan los ángulos de disparo y las fuentes de

voltaje DC de las cargas. Conocido esto se calculan los elementos de las matrices de admitancias, mientras que el término $Y^0 E_{dc}$ se conoce como las fuentes de corriente.

El resto de la red tiene un comportamiento lineal por lo que puede ser modelado como una matriz de admitancias armónicamente desacoplada como indica la ecuación

$$\begin{bmatrix} [I]_5 \\ [I]_7 \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [Y_5] & \dots & \dots \\ \dots & [Y_7] & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [V]_5 \\ [V]_7 \\ \dots \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

Donde:

$[I_h]$: Vector de inyección de corrientes en barras (incluyendo las barras con los controladores de DC)

h : Orden del armónico

Como las ecuaciones (1.8) y (1.9) son lineales pueden ser resueltas sin ninguna iteración.

CAPÍTULO 2

FUENTES DE DISTORSIÓN ARMÓNICA

2.1 MODELACIÓN DE COMPONENTES DEL SISTEMA ELÉCTRICO

2.1.1 TRANSFORMADORES

El modelo generalizado de un transformador con cambiadores de fase \bar{n}_1 y \bar{n}_2 e impedancias a los lados de alto y bajo voltaje z_1 y z_2 se muestra en la Figura 2.1, nótese que se desprecia la rama de magnetización del transformador debido a que no es significativa cuando el transformador está operando en una cargabilidad cercana a la nominal de acuerdo a la referencia [5].

En los sistemas eléctricos de potencia los transformadores cumplen la función de controlar los niveles de voltaje y esto a su vez permite controlar el flujo de potencia activa y reactiva gracias a la presencia de mediante los cambiadores de fase y taps respectivamente.

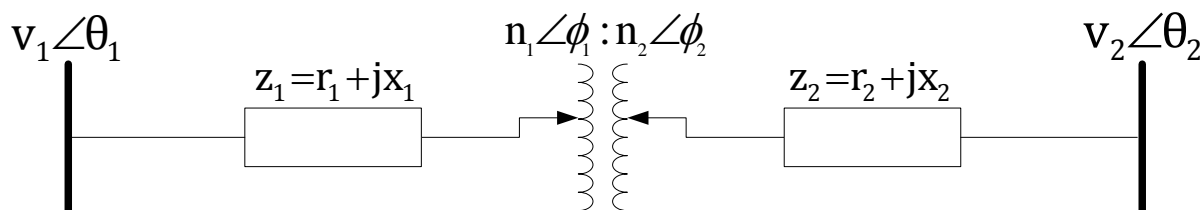


Figura 2.1. Modelo de un transformador con taps

Cuando un transformador se encuentra operando en un valor cercano a su cargabilidad máxima se puede despreciar la rama de magnetización del circuito equivalente, pues la corriente de magnetización es muy pequeña comparada con la corriente de carga.

Para el análisis de la solución de flujos de potencia a frecuencia fundamental se considera el modelo π del transformador, el cual presenta una impedancia serie y dos admitancias paralelo todas estas dependientes de la posición de los taps del transformador.

En la **Figura 2.2** se ilustra el modelo π de un transformador con taps y cambiadores de fase.

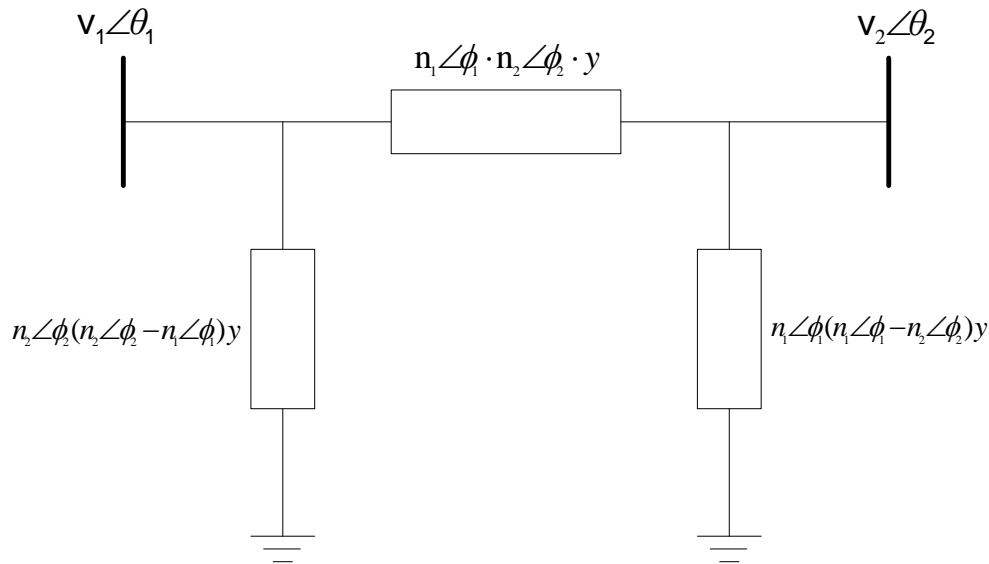


Figura 2.2. Modelo π de un transformador con taps y cambio de fase

Donde:

$$y = \frac{1}{n_1^2 z_2 + n_2^2 z_1} \quad (2.1)$$

Para el análisis de flujos de potencia de armónicos se debe de tomar en cuenta que la reactancia del transformador depende de la frecuencia como se indica en la ecuación (2.2), mientras que la resistencia permanece constante para todas las frecuencias.

$$X_2^h = h \cdot X_2 \quad (2.2)$$

Adicionalmente se debe considerar el desfase angular de $\pm 30^\circ$, el cual depende de la secuencia del armónico y grupo de conexión del transformador (Y o Δ). El desfase angular es muy representativo en propagación de armónicos pues puede llevar a la cancelación de los mismos en un sistema eléctrico.

Los armónicos de orden $3n$ también conocidos como “triplens” son armónicos de secuencia cero por lo que el debido al modelo del transformador en esta

secuencia para los grupos de conexión delta – delta, Y – delta o delta - Y funcionan como una trampa de armónicos.

En la **Figura 2.3** se muestra las redes de secuencia cero de los grupos de conexión más comunes de transformadores trifásicos.

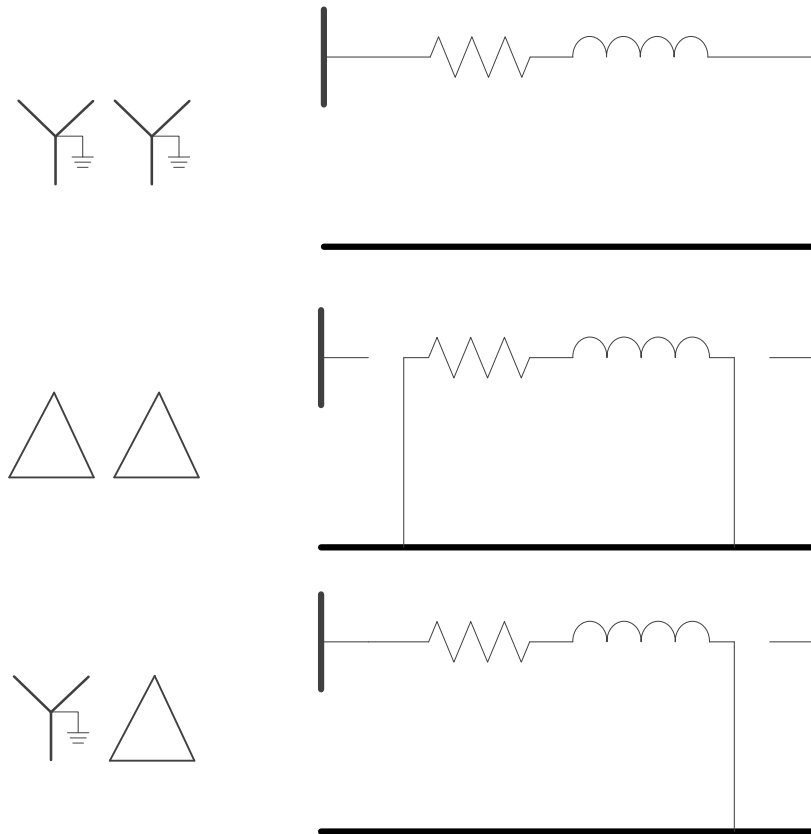


Figura 2.3. Redes de secuencia cero de transformadores [6]

2.1.2 GENERADORES SINCRÓNICOS

Los generadores sincrónicos son modelados como una resistencia en serie con una reactancia variable en función de la frecuencia. En muchos casos se desprecia el valor de la resistencia del generador, pues a frecuencia fundamental, esta es mucho más pequeña que la reactancia.

Los generadores sincrónicos son convertidores de frecuencia entre el rotor y el estator dada por el número de polos; esta conversión genera armónicos, sin embargo es despreciada debido a que no es significativa.

Para el análisis de armónicos se debe considerar la reactancia de secuencia negativa de los generadores [7].

Por definición, la reactancia de secuencia negativa a frecuencia fundamental está dada por la ecuación (2.3).

$$X_2 = \frac{[X_d'' + X_q'']}{2} \quad (2.3)$$

Siendo:

X_2 : Reactancia de secuencia negativa a frecuencia fundamental

X_d'' : Reactancia subtransitoria de eje directo

X_q'' : Reactancia subtransitoria de eje en cuadratura

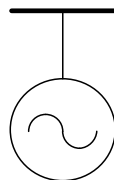
Dado que la reactancia depende directamente de la frecuencia, el modelo de un generador sincrónico en función de la frecuencia está dado por la ecuación (2.4).

$$X_2^h = h \cdot X_2 \quad (2.4)$$

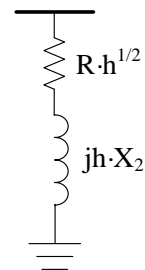
La resistencia de los generadores sincrónicos en función de la frecuencia viene dada por la ecuación (2.5).

$$R^h = R \cdot \sqrt{h} \quad (2.5)$$

La **Figura 2.4** muestra el modelo de generador sincrónico para frecuencia fundamental y frecuencias armónicas.



a) Frecuencia fundamental



b) Frecuencias armónicas

Figura 2.4. Modelo de generador sincrónico

2.1.3 LÍNEAS DE TRANSMISIÓN

Para el análisis de flujos de potencia de armónicos, las líneas de transmisión son representadas por un modelo π de parámetros distribuidos tanto para la frecuencia fundamental como para frecuencias armónicas. Los factores más importantes que deben considerarse son: la longitud de la línea y el efecto piel.

Se recomienda utilizar este modelo para distancias mayores que el 5% de la longitud de onda λ del mayor armónico a estudiarse, considerando que $\lambda = c/f$, donde c es la velocidad de la luz ($c = 3 \cdot 10^8$ [m/s]) y f la frecuencia del armónico.[7]

La **Figura 2.5** muestra el circuito π equivalente de una línea larga, donde Z y Y son la impedancia de la rama serie y la admitancia paralelo del circuito nominal π respectivamente y l es la longitud de la línea.

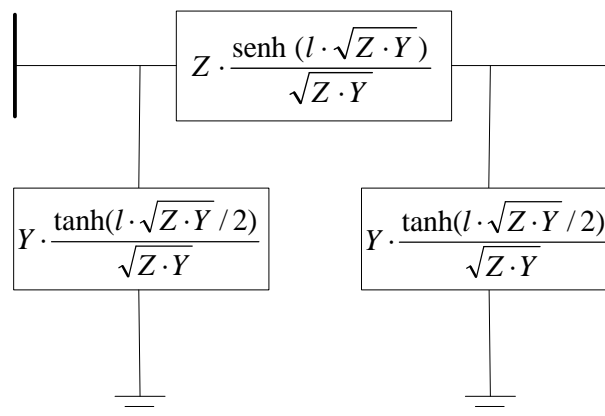


Figura 2.5. Modelo π de una línea de transmisión larga

Estos parámetros vienen dados por las expresiones (2.6) y (2.7):

$$Z = R + jhX_L \quad (2.6)$$

$$Y = j \frac{h}{X_C} \quad (2.7)$$

Donde:

R : Resistencia de la línea de transmisión por unidad de longitud

X_L : Reactancia inductiva de la línea de transmisión por unidad de longitud

X_C : Reactancia capacitiva de la línea de transmisión por unidad de longitud

h : Número de armónico

Para considerar el efecto piel existen varias aproximaciones, para el presente proyecto se han considerado la alternativa presentada por la Électricité de France (EDF) como se indica en la ecuación (2.8) y la aproximación a las ecuaciones de Carson indicado en las expresiones (2.9) y (2.10) de acuerdo a lo que presentan las referencias [7] y [8] respectivamente.

$$R_{AC} = R_{DC} \cdot \frac{1 + 0,646 \cdot h^2}{192 + 0,518 \cdot h^2} \quad (2.8)$$

$$R_{AC} = R_{DC} \cdot (0,035 \cdot M^2 + 0,938) \quad M < 2,4 \quad (2.9)$$

$$R_{AC} = R_{DC} \cdot (0,35 \cdot M + 0,3) \quad M \geq 2,4 \quad (2.10)$$

$$M = 0,05012 \cdot \sqrt{f \cdot \frac{\mu_r}{R_{DC}}}$$

Donde:

R_{DC} : Resistencia DC de la línea de transmisión en ohmios por kilometro

f : Frecuencia en Hz

μ_r : Permeabilidad relativa del material del conductor

h : Orden del armónico

La **Figura 2.6** ilustra el efecto piel propuesto por EDF presentado en este proyecto.

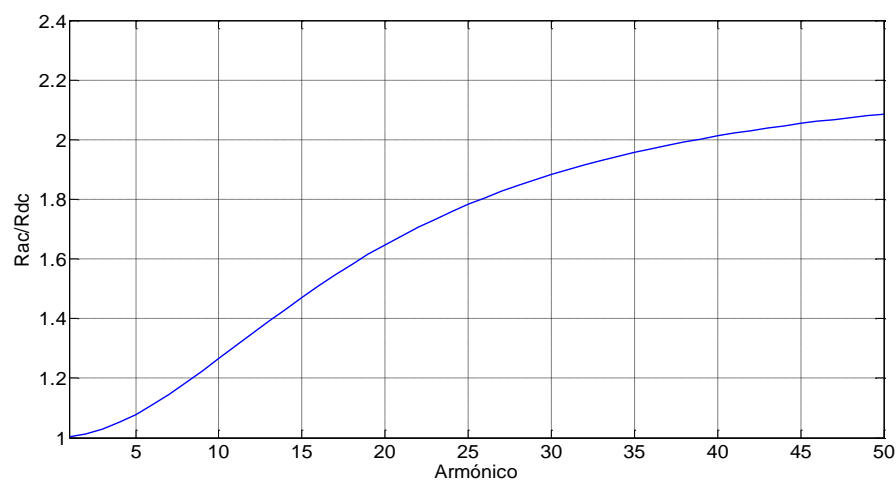

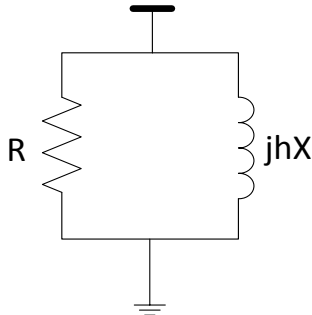
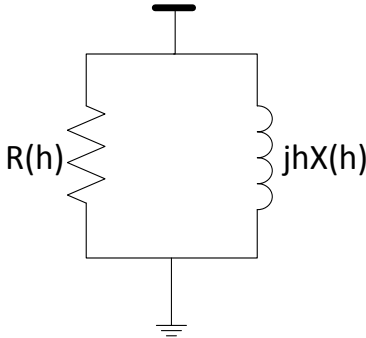


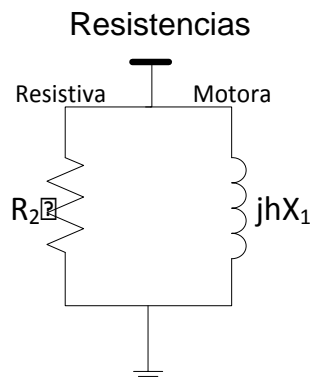
Figura 2.6. Efecto piel en líneas de transmisión

2.1.4 CARGAS CONVENCIONALES [9]

El problema del modelamiento de cargas en un sistema de potencia se debe a la variabilidad de su comportamiento ante variaciones de voltaje o frecuencia. Además, su dificultad viene dada por la composición de la carga (motores, cargas resistivas, transformadores, entre otras), en la **Tabla 2.1.** se muestran los distintos modelos de carga para el análisis de armónicos.

Tabla 2.1. Modelos de cargas convencionales

MODELO	PARÁMETROS
<p>Modelo 1. Serie</p> 	$R = P \cdot \frac{V^2}{P^2 + Q^2}$ $X = Q \cdot \frac{V^2}{P^2 + Q^2}$
<p>Modelo 2. Paralelo</p> 	$R = \frac{V^2}{P}$ $X = \frac{V^2}{Q}$
<p>Modelo 3. Efecto Piel</p> 	$R(h) = \frac{V^2}{m(h) \cdot P}$ $X(h) = \frac{V^2}{m(h) \cdot Q}$ $m(h) = 0,1 \cdot h + 0,9$

Modelo 4. Motor de Inducción más


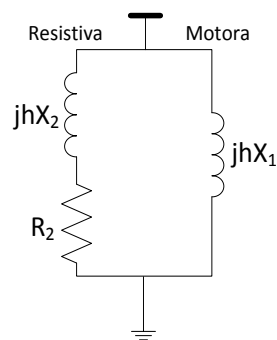
$$R_2 = \frac{V^2}{(1 - K) \cdot P}$$

$$X_1 = \frac{V^2}{K_m \cdot K_1 \cdot K \cdot P}$$

K_m : Factor de instalación ($\approx 1,2$)

K_1 : Factor de severidad (≈ 8)

K : Fracción de la carga motora

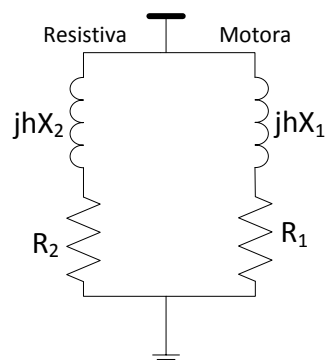
Modelo 5. CIGRE/EDF


$$R_2 = \frac{V^2}{(1 - K) \cdot P}$$

$$X_2 = 0,073 \cdot R_2$$

$$X_1 = \frac{V^2}{K \cdot P \cdot \left(6,7 \cdot \frac{Q}{P} - 0,74\right)}$$

K : Fracción de la carga motora

Modelo 6. Cargas de Transformadores y
Amortiguamiento de Motores


$$R_2 = \frac{V^2}{(1 - K) \cdot P}$$

$$X_1 = \frac{V^2}{K_m \cdot K_1 \cdot K \cdot P}$$

$$X_2 = 0,1 \cdot R_2$$

$$R_1 = \frac{X_1}{K_3}$$

Fuente: IEEE 2007 Tutorial on Harmonic Modelling and Simulation [9]

El cuarto modelo trata de representar en una sola carga concentrada una gran cantidad de motores para lo cual se utiliza el factor de instalación K_m , este factor representa la relación entre la potencia aparente nominal y la potencia que consumen dichos motores.

El factor de severidad K_1 es igual a la relación entre la corriente de rotor bloqueado sobre la corriente nominal o es igual a la potencia de rotor bloqueado sobre la potencia nominal como se indica

$$K_1 = \frac{I_{RB}}{I_{nom}} = \frac{S_{RB}}{S_{nom}} \quad (2.11)$$

En el cuarto y quinto modelo, la fracción de la carga motora K se debe aplicar cuando se realiza una medición de potencia a toda la carga (cargas lineales, motores, etc.). Este factor representa la relación de potencia de los motores sobre la potencia total de la carga. Cuando la constante K es muy grande se recomienda modelar a la carga con los modelos 5 y 6.

2.1.5 COMPENSADORES Y FILTROS PASIVOS

El uso de filtros pasivos en los sistemas eléctricos es muy común para controlar la propagación de corrientes armónicas. Estos filtros son generalmente arreglos en serie de capacitores e inductores como se muestra en la **Figura 2.7**.

El principio de funcionamiento de estos filtros es básicamente que el filtro deberá presentar un camino de baja impedancia para el armónico al cual fue calculado, por lo que lógicamente deberá ser ubicado lo más cercano posible a la fuente de distorsión.

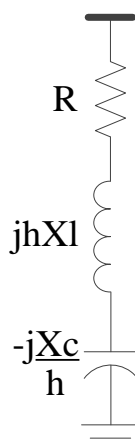


Figura 2.7. Modelo de un filtro pasivo R - L – C serie

Para la simulación se considera a estos elementos como cualquier elemento en derivación, es decir se desprecia el efecto piel de la resistencia, la reactancia

inductiva es directamente dependiente del orden del armónico y la reactancia capacitiva es inversamente proporcional a la frecuencia del armónico como se indica en las ecuaciones (2.12) y (2.13).

$$X_L^h = h \cdot X_L^1 \quad (2.12)$$

$$X_C^h = \frac{X_C^1}{h} \quad (2.13)$$

2.2 MODELACIÓN DE ELEMENTOS GENERADORES DE ARMÓNICOS

2.2.1 CARGAS NO LINEALES CLÁSICAS

2.2.1.1 Transformadores

Las corrientes armónicas producidas en los transformadores en un sistema eléctrico se presentan debido al comportamiento no lineal del núcleo ferromagnético cuando se encuentran cerca de los límites de saturación.

La saturación simétrica del núcleo del transformador genera usualmente armónicos impares, mientras que una saturación asimétrica genera armónicos pares e impares. Adicionalmente, los armónicos producidos por un transformador también dependen de la estructura y disposición de columnas y devanados.

Existen varios modelos para la representación de armónicos, siendo los más comunes el modelo equivalente, modelo de la ecuación diferencial y el modelo basado en la dualidad entre circuitos magnéticos y eléctricos, este último es el utilizado en el desarrollo del presente proyecto.

El punto de partida para hallar las corrientes armónicas es el flujo de potencia, el voltaje encontrado sirve como una aproximación inicial del flujo magnético a través del núcleo del transformador.

El voltaje y flujo magnético están relacionados por la siguiente expresión:

$$v = \frac{d\psi}{dt} \quad (2.14)$$

Se puede expresar el fasor de voltaje como:

$$v(t) = |V| \cos(\omega_1 t + \theta) \quad (2.15)$$

Mientras que el flujo magnético

$$\psi(t) = \frac{|V|}{\omega_1} \text{sen}(\omega_1 t + \theta) \quad (2.16)$$

Una vez conocido el flujo magnético $\psi(t)$ mediante el lazo de histéresis se genera punto por punto la curva de corriente de excitación $i_e(t)$, la corriente es simétrica cada medio ciclo.

La **Figura 2.8** muestra la obtención de la corriente de excitación a partir del flujo magnético.

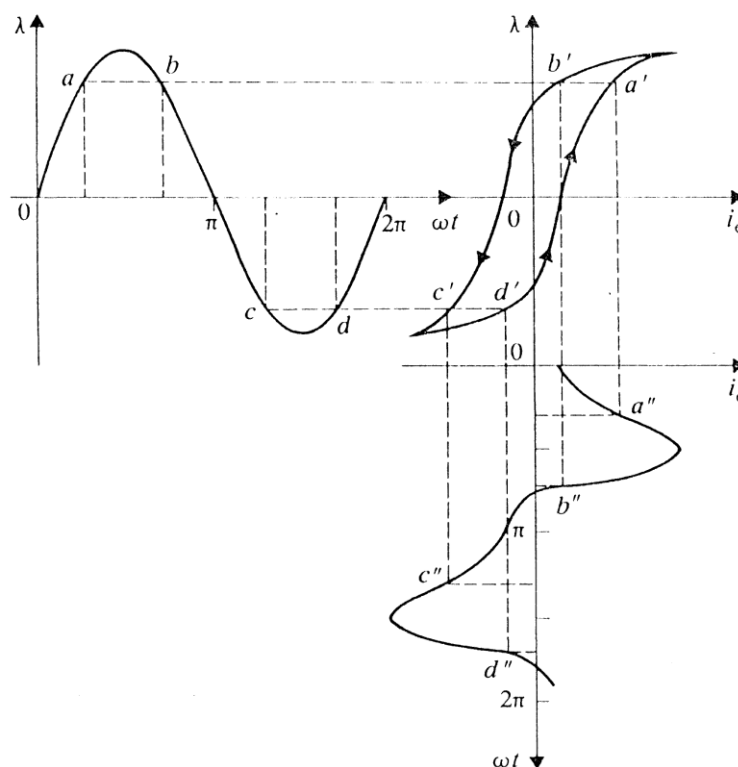


Figura 2.8. Corriente de excitación en un transformador

Fuente: Dynamic Simulation of Electric Machinery: Using MATLAB & Simulink [10]

En caso de no conocer el lazo de histéresis, se puede utilizar la relación de concatenaciones de flujo $\lambda(t)$ con la corriente $i(t)$, para optimizar la generación de la corriente de excitación se puede aproximar la curva ψ vs. i con una aproximación lineal a trozos. Descomponiendo la curva distorsionada de corriente en Series de Fourier mediante la Transformada Rápida de Fourier FFT, se tiene como resultado las componentes del contenido armónico de la corriente como se indica:

$$i(t) = \sum_{n=1}^{\infty} I_n \text{sen}(n\omega_1 t + \phi_n) \quad (2.17)$$

Una vez encontradas las corrientes armónicas en todo el sistema y calculada la matriz de admitancias de barras para cada armónico se encuentran los voltajes y ángulos de las barras del sistema. Se calcula una función más aproximada para el flujo magnético como una expansión en Series de Fourier:

$$\psi(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|V_n|}{\omega_n} \text{sen}(n\omega_1 t + \theta_n) \quad (2.18)$$

Con el flujo conocido se repite el proceso hasta que el error de corrientes armónicas del proceso iterativo sea menor que un $\pm 5\%$.

2.2.1.2 Motores de Inducción

Las principales causas para que los motores de inducción generen corrientes armónicas fundamentalmente se deben a pequeñas asimetrías en las ranuras del estator o rotor, irregularidades en los devanados trifásicos y el comportamiento no lineal del hierro en el estator y el rotor. Estos armónicos inducen fuerzas electromotrices en los devanados del estator a una frecuencia igual a la relación entre la velocidad y la longitud de onda. La distribución de fuerzas magnetomotrices resultantes en la máquina produce armónicos que son función de la velocidad del rotor.

Las corrientes armónicas tienen cierta secuencia de fases dependiendo de su orden, esto influye directamente en el sentido de giro del flujo magnético. Los armónicos de secuencia positiva giran en el mismo sentido que el flujo del rotor, mientras que los de secuencia negativa giran en sentido contrario al movimiento de rotación del motor. Es decir, el deslizamiento del h-ésimo armónico s_h será

$$s_h = \frac{hn_{sinc} \mp n_{rotor}}{hn_{sinc}} \quad (2.19)$$

Siendo n_{sinc} la velocidad sincrónica del motor, n_{rotor} la velocidad del rotor y (\mp) para los armónicos de secuencia positiva y negativa respectivamente.

El parámetro de una máquina rotativa que está directamente relacionado con el deslizamiento es la resistencia del rotor, la cual es máxima cuando el deslizamiento tiende a cero. Las Ecuaciones (2.20) y (2.21) muestran las expresiones para el cálculo de la impedancia de un motor de inducción para frecuencia armónicas.

$$Z = R_m + jhX \quad (2.20)$$

$$R_m = R \left(0,45\sqrt{h} + 0,55 \frac{\pm h\omega_s \sqrt{\pm h - 1}}{\pm h\omega_s - \omega_r} \right) \quad (2.21)$$

Donde:

R_m : Resistencia del motor

X : Reactancia del motor

ω_s : Velocidad nominal del motor

ω_r : Velocidad del rotor del motor

h : Orden del armónico

\pm : (+) armónicos de secuencia positiva, (-) armónicos de secuencia negativa

2.2.1.3 Hornos de arco

Los hornos de arco son equipos utilizados especialmente en acerías, uno de los problemas es la aleatoriedad de la generación de corrientes armónicas pues depende de factores como el proceso de fundición, carga de operación, tipo de metales. Como resultado de la interrupción de la corriente y que cada medio ciclo se enciende el voltaje de alimentación, los rangos de generación de armónicos son muy amplios.

La **Figura 2.9.** (a) muestra las formas de onda características de voltaje vs. corriente mientras que la (b) muestra el voltaje y la corriente del arco resultante cuando se tiene una fuente sinusoidal.

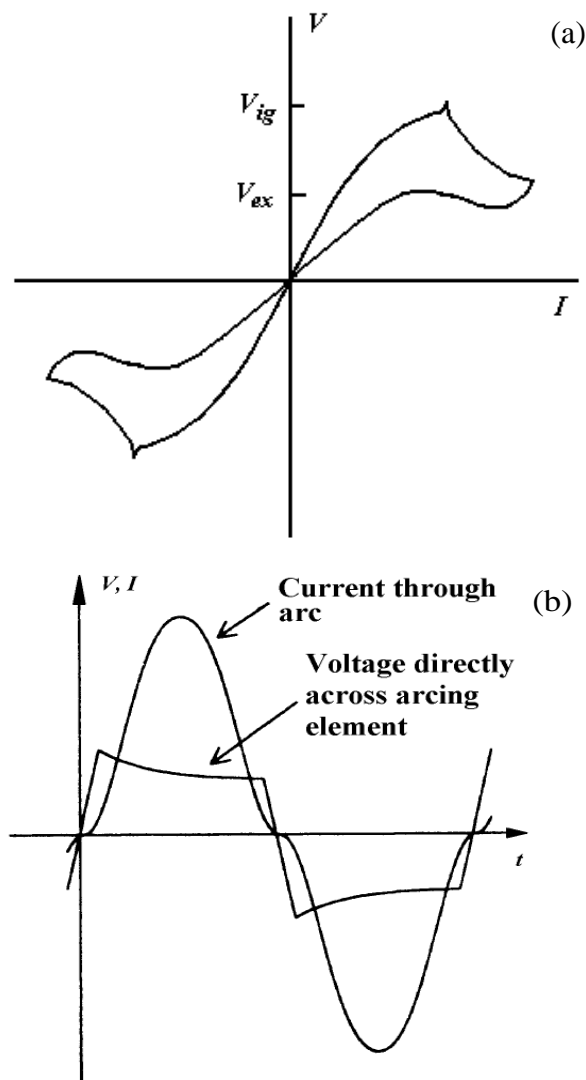


Figura 2.9. Voltaje y corriente característicos en hornos de arco

Fuente: IEEE Tutorial on Harmonics Modeling and Simulation [9]

Existen 4 modelos para estudios de armónicos: modelo de resistencia no lineal, modelo de fuente de corriente, modelo de fuente de voltaje y modelo de fuente de voltaje no lineal variante en el tiempo.

El presente proyecto utiliza el modelo de fuente de corriente en el cual los coeficientes de Fourier son determinados en función de:

- Mediciones o valores típicos de corrientes
- Probabilidad de distribución de las corrientes armónicas
- La relación entre la potencia activa y reactiva

La ventaja de este modelo es que puede ser usado para dimensionar filtros y analizar las distorsiones de voltaje. La **Tabla 2.1** presenta los valores típicos de corrientes armónicas de Hornos de Arco.

Tabla 2.2. Contenido armónico típico porcentual de Hornos de Arco

h	Fundición inicial (arco activo)	Refinamiento (arco estable)
2	7,7	0,0
3	5,8	2,0
4	2,5	0,0
5	4,2	2,1
7	3,1	0,0

Fuente: IEEE Recommended Practices and Requirements for Harmonic Control in Electrical Power Systems [11]

La **Figura 2.10** muestra la reconstrucción de la forma de onda del espectro de un horno de arco para la etapa de fundición inicial y refinamiento.

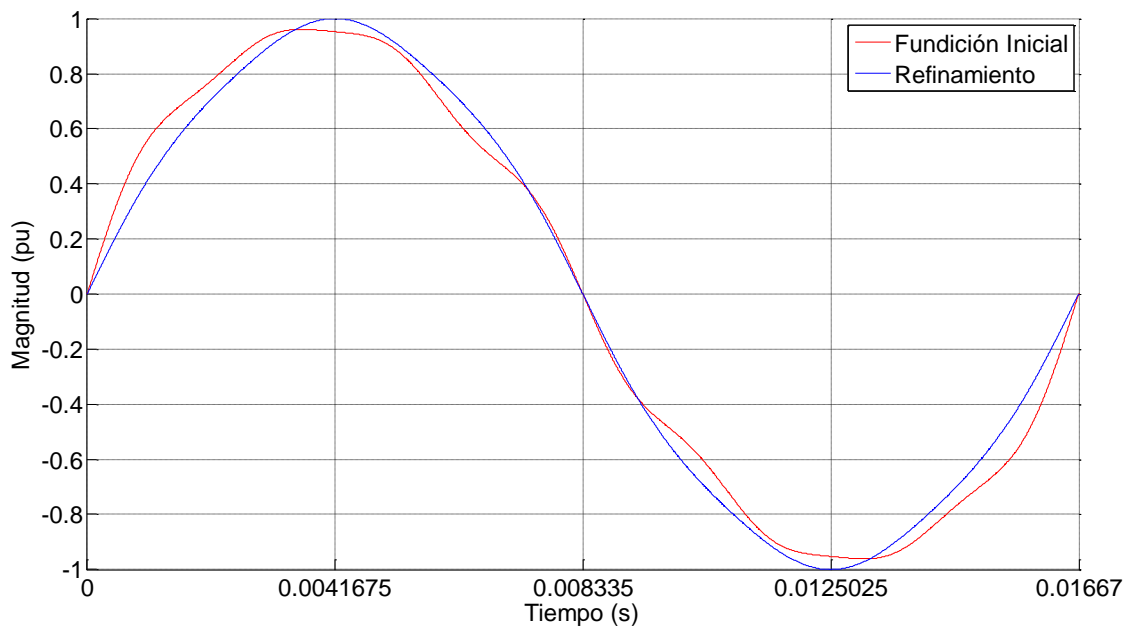


Figura 2.10. Forma de onda distorsionada de un horno de arco

Es evidente que en la etapa de refinamiento la distorsión generada es menor a la etapa de fundición inicial o cuando el arco está activo. Es importante destacar esto pues en caso de que un horno de arco se encuentre en la etapa de fundición

inicial y la demanda del sistema es mínima la distorsión producida a las demás barras del sistema es máxima.

2.2.1.4 Lámparas de descarga

Las lámparas de descarga son altamente no lineales por lo que presentan corrientes armónicas impares considerables. La no linealidad de las lámparas de descarga al igual que los hornos de arco se debe a la descarga (arco) que se genera entre sus dos electrodos.

En el caso de los hornos de arco la descarga se produce a través de los materiales a ser fundidos (generalmente chatarra), mientras que en las lámparas de descarga es a través de un gas fluorescente.

El dispositivo encargado de limitar y mantener estable el flujo de corriente se conoce como balasto, fundamentalmente son de 2 tipos: los balastos magnéticos y los balastos electrónicos

La **Tabla 2.3** muestra el espectro típico de las lámparas de descarga para ambos tipos de balasto, como se puede observar los armónicos predominantes son los de tercer y quinto orden.

Tabla 2.3. Espectro armónico típico de lámparas de descarga

h	% de la corriente fundamental		h	% de la corriente fundamental	
	Balasto magnético	Balasto electrónico		Balasto magnético	Balasto electrónico
3	82,81	22,09	5	52,34	71,78
7	12,50	31,90	9	6,25	23,93
11	1,56	21,47	13	2,34	20,86
15	0,78	12,88	17	0,78	12,88
19	0	13,50	21	0	12,27
23	0	10,43	25	0	11,66
27	0	10,43	29	0	9,20
31	0	9,20	33	0	8,59

Fuente: Survey of Harmonics Measurements in Electrical Distribution Systems [12]

La Figura 2.11 presenta la forma de onda del espectro típico de lámparas de descarga con balasto magnético y electrónico.

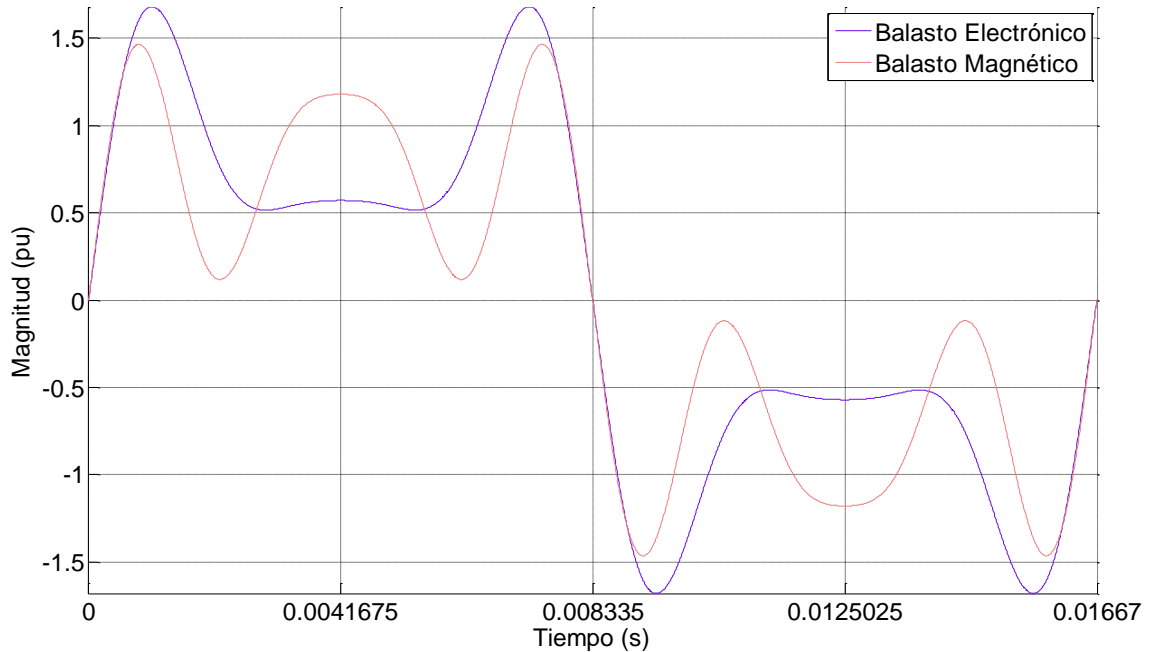


Figura 2.11. Forma de onda de espectro de lámparas de descarga

2.2.2 CARGAS CON CONTROL ELECTRÓNICO DE POTENCIA [11]

2.2.2.1 Convertidores [13]

El uso de convertidores estáticos de potencia en sistemas eléctricos ha ido creciendo ostensiblemente en los últimos años debido a su gran versatilidad, facilidad de control de motores, control de potencia activa y reactiva en sistemas de transmisión de AC y DC, control en AC, DC o por modulación de ancho de pulso, entre otros.

En la **Figura 2.12** se muestra el circuito típico de un convertidor totalmente controlado de 6 pulsos. El modelo más común para convertidores estáticos de potencia es tratarlos como fuentes de corriente para frecuencias armónicas y como cargas de potencia constante para frecuencia fundamental. Este modelo desprecia el ángulo de solapamiento propio de la conmutación.

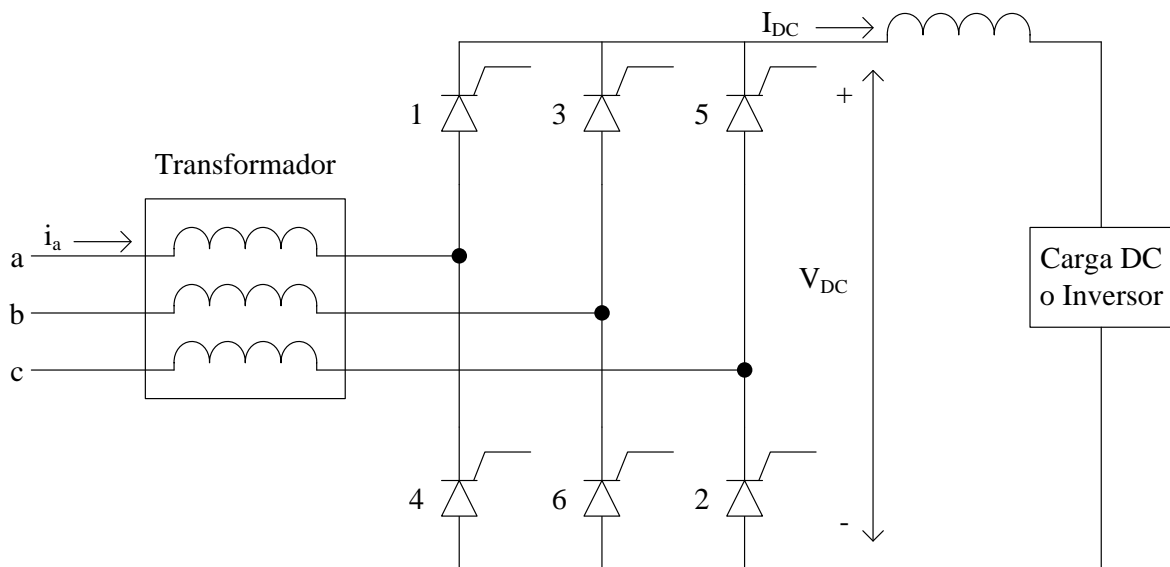


Figura 2.12. Convertidor trifásico AC/DC 6 pulsos totalmente controlado

Para conocer la magnitud y ángulo de la corriente inyectada para cada una de las frecuencias se debe la corriente de carga a frecuencia fundamental que se obtiene con la ecuación (2.22) y el espectro de magnitud y ángulo del convertidor [13]. Una aproximación bastante cercana al espectro de los convertidores de potencia determina el espectro del armónico en función del número de pulsos (2.23).

$$\bar{I}_1 = \left(\frac{\bar{S}}{\bar{V}} \right)^* \quad (2.22)$$

$$h = kp \pm 1 \quad (2.23)$$

Donde:

h : Orden del armónico

k : Entero positivo

p : Número de pulsos del circuito rectificador

Una vez conocido el espectro y la corriente de carga se calcula la magnitud y ángulo de las corrientes armónicas como se indica en [5], de acuerdo a las ecuaciones (2.24) y (2.25).

$$I_h = I_1 \frac{I_{h-esp}}{I_{1-esp}} \quad (2.24)$$

$$\theta_h = \theta_{h-esp} + h(\theta_1 - \theta_{1-esp}) \quad (2.25)$$

Donde:

I_h : Amplitud de la corriente armónica de orden h

I_1 : Amplitud de la corriente fundamental

I_{h-esp} : Amplitud del espectro de corriente armónica de orden h

θ_h : Ángulo de la corriente armónica de orden h

θ_1 : Ángulo de la corriente fundamental

θ_{h-esp} : Ángulo del espectro de corriente armónica de orden h

Aunque la aproximación es bastante cercana a los valores reales se debe tener mucho cuidado cuando la fuente presenta un THD mayor al 10% [14].

El espectro típico de magnitud de los armónicos generados por convertidores se muestra en la Figura 2.13.

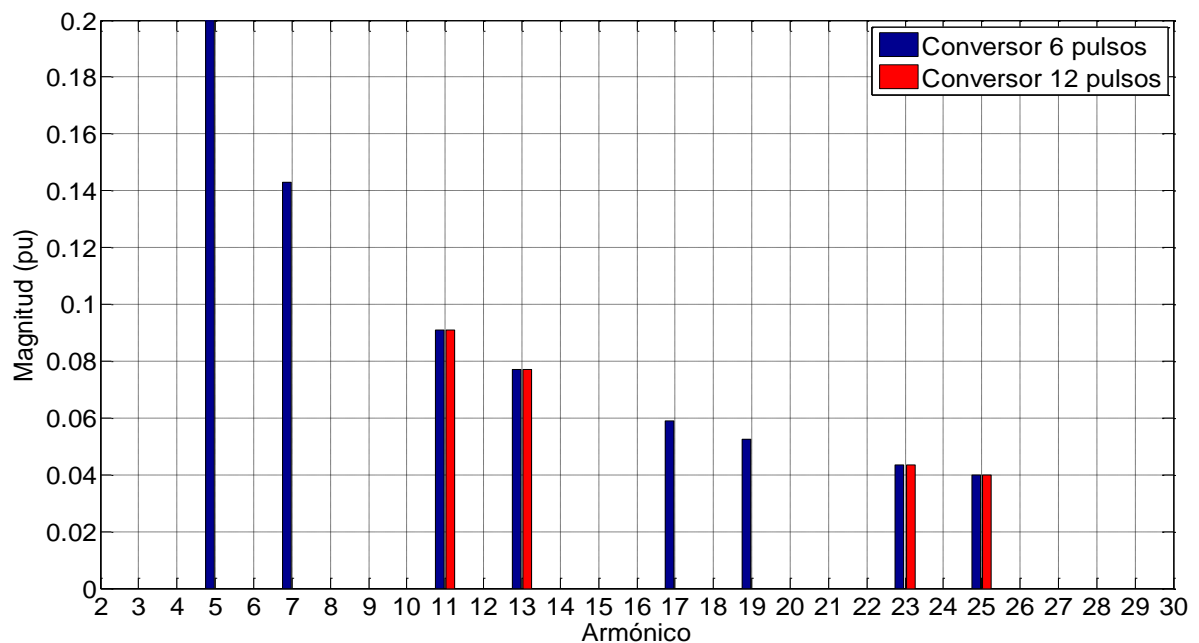


Figura 2.13. Espectro de magnitud de convertidores de 6 y 12 pulsos

2.2.2.2 Compensadores estáticos de potencia reactiva (SVC) [7]

Los compensadores estáticos de potencia reactiva controlados por TCR (inductores controlados por tiristores) son usualmente utilizados en sistemas de

transmisión de alto voltaje e industrias que tienen hornos de arco, con la finalidad de tener un control de voltaje, mejorar el factor de potencia, balance de fases o mejorar la estabilidad del sistema de potencia, mediante el ajuste de la cantidad de potencia reactiva que es absorbida o inyectada al sistema eléctrico [15].

La **Figura 2.14** muestra la configuración típica de un SVC con un banco de capacitores fijo.

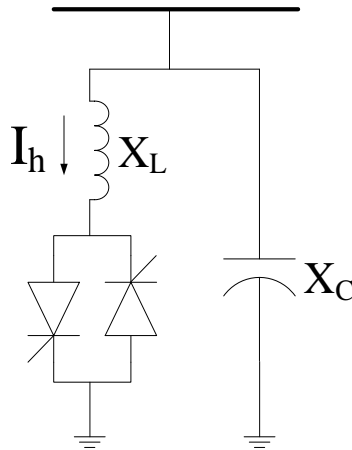


Figura 2.14. Configuración de SVC con TCR y banco de capacitores fijo

Como es de esperarse las corrientes armónicas inyectadas por el SVC son funciones del ángulo de disparo del tiristor, la reactancia de la inductancia a ser controlada, y del voltaje en la barra del SVC, como se muestra:

$$I_h = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{V}{X} \left[\frac{\sin(h+1)\alpha}{2(h+1)} + \frac{\sin(h-1)\alpha}{2(h-1)} - \cos\alpha \frac{\sin h\alpha}{h} \right] \quad (2.26)$$

Siendo:

h : $2k + 1$, $k = 1, 2, 3, \dots$

V : Voltaje de línea fundamental

X : Reactancia del compensador

α : Ángulo de disparo

Conocido el espectro armónico se puede modelar al SVC como una reactancia inductiva en serie con una fuente de corriente. Lo que permite calcular un equivalente Norton del SVC con una admitancia en paralelo con una fuente de corriente.

La **Figura 2.15.** muestra el circuito equivalente de un SVC.

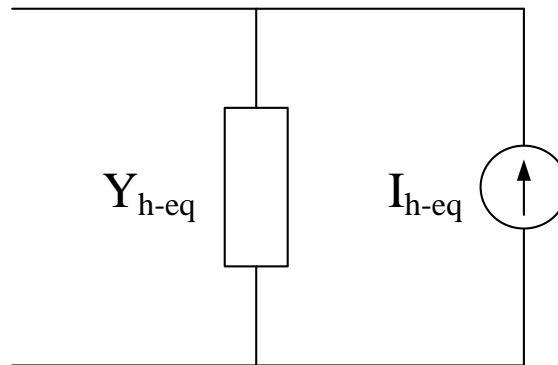


Figura 2.15. Equivalente Norton de la rama serie de un SVC

La admitancia del equivalente Norton y la fuente de corriente para frecuencias armónicas cumplen con las ecuaciones (2.27), (2.28) y (2.29) que se indican a continuación:

$$Y_{h-eq} = \frac{1}{jh\omega L_{eq}} = \frac{1}{jhX_{eq}} \quad (2.27)$$

$$I_{h-eq} = \frac{V_h}{jh\omega L_{eq}} - I_h = V_h \cdot Y_{h-eq} - I_h \quad (2.28)$$

$$L_{eq} = \pi \cdot \frac{L}{\sigma - \text{sen } \sigma} \quad (2.29)$$

Donde:

L : Inductancia de la rama serie del TCR

σ : Ángulo de conducción del SVC ($\sigma = 2(\pi - \alpha)$) en radianes

En la Figura 2.16 se muestra la amplitud de los componentes armónicos del TCR en función del ángulo de disparo α .

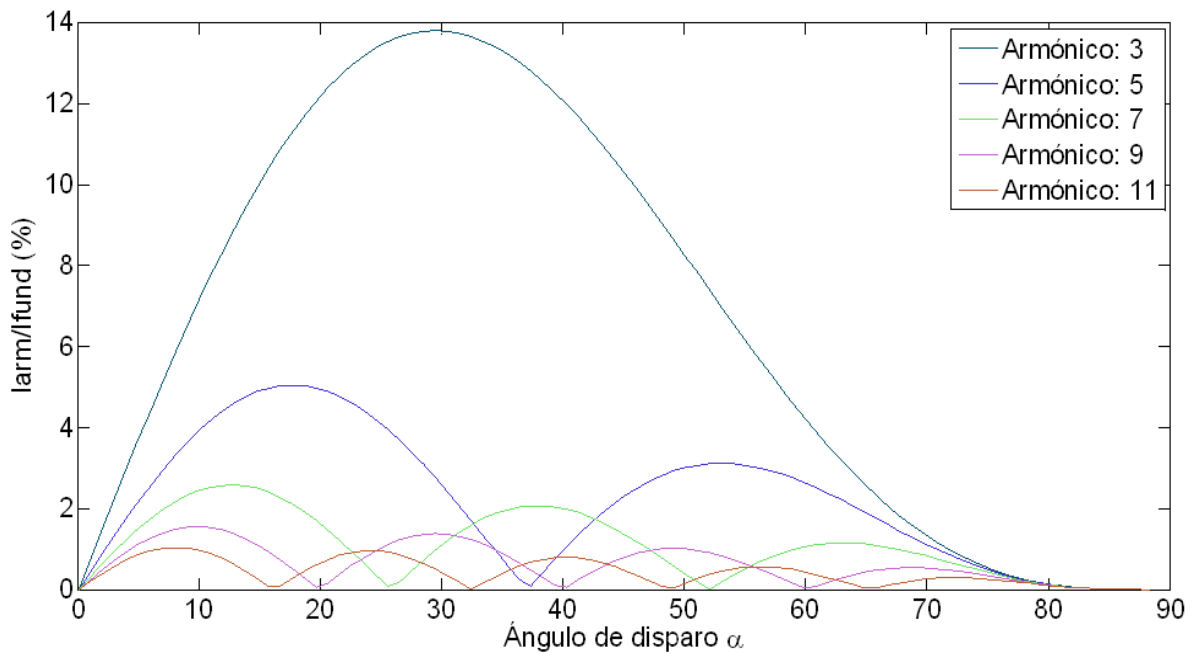


Figura 2.16. Espectro típico de TCR en función del ángulo de disparo

La Tabla 2.4. Corrientes armónicas máximas para TCR las corrientes armónicas máximas de un TCR.

Tabla 2.4. Corrientes armónicas máximas para TCRs

h	% de la corriente fundamental	h	% de la corriente fundamental
3	(13,78)	5	5,05
7	2,59	9	(1,57)
11	1,05	13	0,75
15	(0,57)	17	0,44
19	0,35	21	(0,29)
23	0,24	25	0,2

Fuente: IEEE Recommended Practices and Requirements for Harmonic Control in Electrical Power Systems [11]

2.2.2.3 Inversores para generación distribuida [16]

El crecimiento en los últimos años de las fuentes de energías renovables y alternativas (fotovoltaica, eólica, micro centrales, entre otras) han obligado al uso de nuevas tecnologías que involucran dispositivos de electrónica de potencia y especialmente inversores para poder operar de manera sincronizada con los sistemas eléctricos.

Para el estudio de armónicos se puede modelar a los inversores de dos formas: como fuentes de corriente o como fuentes de voltaje conectadas a la red a través de una impedancia en serie, generalmente un inductor que limita la corriente entre el inversor y la red del sistema eléctrico.

Los inversores monofásicos tienen potencias menores a 10 kW y en condiciones normales no causan problemas. Sin embargo, estos inversores en gran número conectados al mismo alimentador pueden causar problema si no se controla la distorsión generada.

Los inversores trifásicos generalmente tienen potencias menores a 1 MW y se han constituido en la principal preocupación debido al comportamiento dependiente de muchas variables propias del inversor, variables del sistema e inclusive por condiciones climáticas.

CAPÍTULO 3

ANÁLISIS DE FORMAS DE ONDA DE ARMÓNICOS

3.1 SERIES DE FOURIER

La serie de Fourier de una función periódica permite descomponerla en series que tiene una componente de continua, una a frecuencia fundamental y series a frecuencias armónicas, por medio de una suma infinita de senos y cosenos, haciendo uso de la relación de ortogonalidad de estas funciones elementales.

Una función compleja debe cumplir las condiciones de Dirichlet para ser representada en Series de Fourier:

- Debe ser continua en el periodo T , o debe tener un número finito de discontinuidades en un periodo.
- Debe tener un número finito de máximos y mínimos en el periodo T .
- La integral del valor absoluto de la función en un periodo debe ser finita.

La serie de Fourier de una función periódica compleja $f(t)$ en un periodo T , se la puede expresar como:

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{2\pi n}{T} t + b_n \operatorname{sen} \frac{2\pi n}{T} t \right) \quad (3.1)$$

Siendo:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos \frac{2\pi n}{T} t dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \operatorname{sen} \frac{2\pi n}{T} t dt$$

Y n es un número entero positivo. Nótese que en la expresión a_0 es el valor medio de la función $f(t)$, mientras que a_n y b_n son los componentes rectangulares del n -ésimo armónico. El fasor que representa a los n -ésimos armónicos es:

$$c_n \angle \theta_n = a_n + jb_n$$

Con magnitud

$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

Y ángulo de fase

$$\theta_n = \tan^{-1} \left(\frac{b_n}{a_n} \right)$$

Como se conoce que la relación que existe entre la frecuencia y el periodo de una función viene dada por $\omega = \frac{2\pi}{T}$, los términos de la serie de Fourier se puede expresar en función de su frecuencia angular, como se muestra:

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\omega t) d(\omega t)$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\omega t) \cos n\omega t d(\omega t)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\omega t) \sen n\omega t d(\omega t)$$

Por lo tanto:

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_1 t + b_n \sen n\omega t) \quad (3.2)$$

Para el análisis es más útil conocer la amplitud y fase, por lo que la serie de Fourier se expresa como:

$$f(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sen(n\omega_1 t + \theta_n) \quad (3.3)$$

Donde

c_0 : a_0

c_n : Magnitud del n-ésimo armónico

θ_n : Ángulo de fase del n-ésimo armónico

Los términos c_n pueden ser obtenidos a través de integración compleja:

$$c_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\omega t) e^{-jn\omega t} d(\omega t) \quad (3.4)$$

$$c_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\omega t) d(\omega t) \quad (3.5)$$

3.2 TRANSFORMADA DE FOURIER [17]

Al aplicar la Transformada de Fourier a una señal periódica continua en el dominio del tiempo, se obtiene una serie de componentes discretas en el dominio de la frecuencia.

Si se extiende los límites de integración al infinito, la separación entre las frecuencias armónicas tienden a cero y los coeficientes de Fourier c_n de la Ecuación (3.4) se transforman en una función continua, como se indica:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi fT} dt \quad (3.6)$$

La expresión de dicha función en el dominio del tiempo en términos de $X(f)$ está dada por:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{-j2\pi fT} df \quad (3.7)$$

$X(f)$ es la función de densidad espectral de $x(t)$.

3.3 TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER (DFT) [7], [17]

La Transformada Discreta de Fourier es la representación de señales discretas $x(t)$ con N muestras por periodo, tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia. La Transformada Discreta está definida como:

$$X(f_k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(t_n) e^{-j2\pi kn/N} \quad (3.8)$$

$$X(t_n) = \sum_{k=0}^{N-1} X(f_k) e^{j2\pi kn/N} \quad (3.9)$$

Si se reescribe la Ecuación (3.8) como:

$$X(f_k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(t_n) W^{kn} \quad (3.10)$$

Donde $W^{kn} = e^{-j2\pi kn/N}$.

Al hallar la Transformada Discreta de Fourier en todos los componentes de frecuencia la Ecuación (3.10) se convierte en una ecuación matricial, como se muestra:

$$\begin{bmatrix} X(f_0) \\ X(f_1) \\ \vdots \\ X(f_k) \\ \vdots \\ X(f_{N-1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & 1 \\ 1 & W & \cdot & \cdot & \cdot & W^k & \cdot & \cdot & W^{N-1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & W^k & \cdot & \cdot & \cdot & W^{k^2} & \cdot & \cdot & W^{(N-1)k} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & W^{N-1} & \cdot & \cdot & \cdot & W^{(N-1)k} & \cdot & \cdot & W^{(N-1)^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x(t_0) \\ x(t_1) \\ \vdots \\ x(t_k) \\ \vdots \\ x(t_{N-1}) \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

O de forma condensada:

$$[W(f_k)] = \frac{1}{N} [W^{kn}] [x(t_n)] \quad (3.12)$$

Como se puede observar para el cálculo de N componentes de frecuencia de las N muestras de la señal se requiere un total de N^2 multiplicaciones complejas. Para valores muy grandes de N , el tiempo computacional y uso de recursos ejecutando las N^2 multiplicaciones complejas de la DFT lo convierten en un algoritmo altamente ineficiente.

3.4 TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER (FFT) [17], [18]

La Transformada Rápida de Fourier FFT genera los mismos componentes de frecuencia de una señal que la Transformada Discreta de Fourier, sin embargo

debido a la similitud de varios elementos de la matriz $[W^{kn}]$, tan solo requiere $N/2 \log_2 N$ multiplicaciones para hallar la solución de la ecuación (3.12).

$$W^{N/2} = e^{-j\frac{2\pi N}{N} \cdot \frac{N}{2}} = e^{-j\pi} = -1 = -W^0 \quad (3.13)$$

$$W^{(N+2)/2} = e^{-j\frac{2\pi(N+2)}{N} \cdot \frac{N}{2}} = e^{-j\pi(\frac{1+2}{N})} = e^{-j\pi} \cdot e^{-j\pi(\frac{2}{N})} = -1 = -W^1 \quad (3.14)$$

La Transformada Rápida de Fourier sigue el esquema “divide y vencerás”, el cual consiste en descomponer una señal de N muestras en N señales de 1 sola muestra cada una. Inicialmente, se divide a la señal en 2 señales de $N/2$ muestras cada una y así sucesivamente. En segundo lugar se calcula los N espectros de frecuencia correspondientes a las N señales. Finalmente, los N espectros se componen dentro de un vector. El proceso de la FFT se muestra en la **Figura 3.1**.

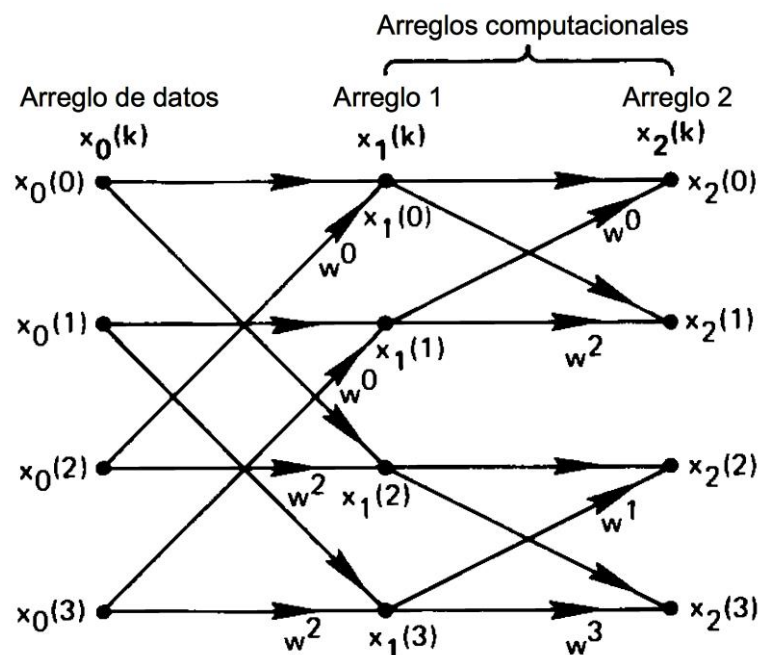


Figura 3.1. Operaciones para una FFT de 4 puntos

Fuente: Fast Fourier Transform [17]

3.5 CONCEPTOS BÁSICOS

3.5.1 VALOR EFICAZ (V_{RMS})

El valor eficaz o valor RMS (Root Mean Square) de una onda periódica de periodo T es el valor medio de dicha onda elevada al cuadrado y está definido como:

$$V_{RMS}^2 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v^2(t) dt \quad (3.15)$$

Cuando se halla el valor eficaz de una onda sinusoidal, este se simplifica a dividir el valor pico para $\sqrt{2}$. Sin embargo, cuando se trata de una onda no sinusoidal se debe hallar la Serie de Fourier y al aplicando el Teorema de Parseval se tiene:

$$V_{RMS}^2 = V_{DC}^2 + \sum_{n=1}^{\infty} V_{n,rms}^2 \quad (3.16)$$

Donde:

- V_n : Valor pico del n-ésimo armónico
- V_{DC} : Valor medio del n-ésimo armónico
- $V_{n,rms}$: Valor eficaz del n-ésimo armónico

3.5.2 VALOR MEDIO (V_{DC})

El valor medio de una onda periódica de periodo T está definido por la ecuación :

$$V_{DC} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt \quad (3.17)$$

Este valor corresponde a la media aritmética de todos los valores instantáneos que adquiere la onda en un periodo de tiempo.

3.5.3 DISTORSIÓN ARMÓNICA TOTAL (THD) [11]

Es el índice más común utilizado en la medición de armónicos tanto para voltaje como para corriente. El índice de distorsión armónica total está definido como el

valor eficaz de los armónicos sin la onda de frecuencia fundamental, dividido para el valor eficaz de la onda fundamental, sin considerar la componente de continua.

$$THD = \frac{1}{V_{1,rms}} \cdot \sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} V_{n,rms}^2} \quad (3.18)$$

$$THD = \frac{\sqrt{V_{rms}^2 - V_{DC}^2}}{V_{1,rms}} \quad (3.19)$$

Siendo $V_{n,rms}$ el valor eficaz del n-ésimo armónico y V_{DC} el valor medio de la onda.

El THD y el valor rms están relacionados por la siguiente expresión:

$$V_{rms} = V_{1,rms} \sqrt{1 + THD^2} \quad (3.20)$$

La distorsión total de corriente en las cargas varía entre porcentajes muy pequeños hasta más del 100%, sin embargo la distorsión de voltaje es usualmente menor que el 5%. Un THD de voltaje menor al 5% es aceptable, mientras que si supera el 10% definitivamente causará problemas en equipos eléctricos, electrónicos y cargas en general.

3.5.4 DISTORSIÓN TOTAL DE LA DEMANDA (TDD) [9]

Es la distorsión armónica total de la corriente para la corriente de carga en demanda máxima, definida como:

$$TDD = \frac{1}{I_L} \cdot \sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} I_h^2} \quad (3.21)$$

Siendo:

- I_L : Corriente de carga en demanda máxima a frecuencia fundamental en el Punto de Conexión Común con el sistema (PCC)
- I_h : Corriente del h-ésimo armónico

La corriente de carga en demanda máxima se calcula como la corriente media de las máximas demandas de los últimos 12 meses.

3.5.5 FACTOR DE PICO (F_p)

El factor de pico (F_p) o factor de cresta es la relación entre el valor pico de una onda con respecto a su valor eficaz. En el caso de ondas sinusoidales el factor de pico será $\sqrt{2}$.

$$F_p = \frac{\hat{V}}{V_{RMS}} \quad (3.22)$$

3.5.6 FACTOR DE FORMA (F_f)

El factor de forma (F_f) indica la relación entre el valor eficaz y el valor medio de una onda.

$$F_f = \frac{V_{RMS}}{V_{DC}} \quad (3.23)$$

3.5.7 FACTOR DE RIZADO (F_r)

El factor de rizado (F_r) es un índice que indica el contenido armónico total de una onda con respecto a su valor medio.

$$F_r = \frac{\sqrt{V_{RMS}^2 - V_{DC}^2}}{V_{DC}} \quad (3.24)$$

3.5.8 FACTOR K Y FACTOR DE PÉRDIDAS ARMÓNICAS (F_{HL})

La presencia de armónicos aumenta las pérdidas en transformadores debido a que las corrientes armónicas aumentan el valor eficaz de la corriente más de lo necesario para satisfacer la demanda de la carga. Además, las corrientes armónicas no fluyen uniformemente a través de la sección transversal del conductor de los bobinados incrementando la resistencia equivalente y las pérdidas por efecto Joule.

Los transformadores más sensibles a las corrientes armónicas son los de tipo seco. El factor K ha sido definido con el fin de tener un índice de la capacidad de

transformadores que atiendan a cargas distorsionadas sin sobrecalentarse. El factor K está definido por:

$$K = \sum_{h=1}^{\infty} h^2 I_h^2 \quad (3.25)$$

I_h es la h-ésima corriente armónica con respecto a la corriente nominal en p.u.

Los transformadores construidos con factor K están diseñados para soportar mayores voltajes y corrientes distorsionadas y está relacionado con la capacidad del transformador para disipar el calor producido por corrientes distorsionadas.

El factor de pérdidas armónicas F_{HL} representa el calentamiento efectivo de un transformador como resultado de la corriente armónica de carga, como se indica:

$$F_{HL} = \frac{\sum_{h=1}^{h_{max}} h^2 (I_h/I_1)^2}{\sum_{h=1}^{h_{max}} (I_h/I_1)^2} \quad (3.26)$$

Donde:

h_{max} : Armónico de mayor orden

I_h/I_1 : Distorsión armónica de corriente del h-ésimo armónico en p.u.

El F_{HL} se calcula considerando que las pérdidas por corrientes Eddy producidas por cada corriente armónica es proporcional al cuadrado del orden del armónico y al cuadrado de la magnitud del mismo.

3.5.9 SECUENCIA DE FASE DE ARMÓNICOS [19]

En un sistema trifásico balanceado las corrientes en las fases a-b-c están desplazadas $\pm 120^\circ$ entre si. Por lo tanto, la expansión en Series de Fourier es la siguiente:

$$i_a(t) = \sum_{n=1}^{\infty} I_n \text{sen}(n\omega_1 t + \phi_n)$$

$$i_b(t) = \sum_{n=1}^{\infty} I_n \text{sen}(n\omega_1 t + \phi_n - n\frac{2\pi}{3})$$

$$i_c(t) = \sum_{n=1}^{\infty} I_n \text{sen}(n\omega_1 t + \phi_n + n\frac{2\pi}{3})$$

Desarrollando los 3 primeros armónicos:

$$i_a(t) = I_1 \text{sen}(1\omega_1 t + \phi_1) + I_2 \text{sen}(2\omega_2 t + \phi_2) + I_3 \text{sen}(3\omega_3 t + \phi_3)$$

$$i_b(t) = I_1 \text{sen}\left(1\omega_1 t + \phi_1 - \frac{2\pi}{3}\right) + I_2 \text{sen}\left(2\omega_2 t + \phi_2 - \frac{4\pi}{3}\right) + I_3 \text{sen}\left(3\omega_3 t + \phi_3 - \frac{6\pi}{3}\right)$$

$$i_c(t) = I_1 \text{sen}\left(1\omega_1 t + \phi_1 + \frac{2\pi}{3}\right) + I_2 \text{sen}\left(2\omega_2 t + \phi_2 + \frac{4\pi}{3}\right) + I_3 \text{sen}\left(3\omega_3 t + \phi_3 + \frac{6\pi}{3}\right)$$

Considerando que $\pm \frac{4\pi}{3} = \mp \frac{2\pi}{3}$

$$i_b(t) = I_1 \text{sen}\left(1\omega_1 t + \phi_1 - \frac{2\pi}{3}\right) + I_2 \text{sen}\left(2\omega_2 t + \phi_2 + \frac{2\pi}{3}\right) + I_3 \text{sen}(3\omega_3 t + \phi_3 - 0)$$

$$i_c(t) = I_1 \text{sen}\left(1\omega_1 t + \phi_1 + \frac{2\pi}{3}\right) + I_2 \text{sen}\left(2\omega_2 t + \phi_2 - \frac{2\pi}{3}\right) + I_3 \text{sen}(3\omega_3 t + \phi_3 + 0)$$

Analizando las ecuaciones, se puede observar que los tres primeros armónicos son de secuencia positiva, negativa y cero respectivamente, este patrón se repite para los demás armónicos como se muestra en la **Tabla 3.1**.

Orden	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Secuencia	+	-	0	+	-	0	+	-	0

Tabla 3.1. Secuencia de fase de armónicos en sistemas trifásicos balanceados

Nótese que esta secuencia de fases es válida cuando se trata de sistemas trifásicos balanceados, en sistemas desbalanceados cada armónico puede tener componentes de secuencia positiva, negativa y cero.

3.6 CÁLCULO DE POTENCIA EN SISTEMAS NO SINUSOIDALES [20]

3.6.1 POTENCIA ACTIVA MEDIA

Las formas de onda distorsionadas de voltaje y corriente pueden ser representadas por Series de Fourier como:

$$v(t) = V_{DC} + \sum_{n=1}^{\infty} V_n \text{sen}(n\omega t + \theta_n) \quad (3.27)$$

$$i(t) = I_{DC} + \sum_{n=1}^{\infty} I_n \text{sen}(n\omega t + \phi_n) \quad (3.28)$$

La potencia activa está definida como el producto entre el voltaje y la corriente como se muestra:

$$P = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p(t) dt = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v(t)i(t) dt \quad (3.29)$$

$$P = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \left(\left[V_{DC} + \sum_{n=1}^{\infty} V_n \text{sen}(n\omega t + \theta_n) \right] \left[I_{DC} + \sum_{n=1}^{\infty} I_n \text{sen}(n\omega t + \phi_n) \right] \right) dt \quad (3.30)$$

Multiplicando los términos dentro de la integral y reduciendo la expresión, la potencia activa es:

$$P = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{V_n I_n}{2} \cos(\theta_n - \phi_n) \quad (3.31)$$

$$P = V_{DC} I_{DC} + \sum_{n=1}^{\infty} V_{n,rms} \cdot I_{n,rms} \cdot \cos(\theta_n - \phi_n) \quad (3.32)$$

$$P = P_{DC} + P_1 + P_2 + P_3 + \dots$$

Donde:

- V_n : Valor pico del n-ésimo armónico de voltaje
- I_n : Valor pico del n-ésimo armónico de corriente
- $V_{n,rms}$: Valor eficaz del n-ésimo armónico de voltaje

$I_{n,rms}$: Valor eficaz del n-ésimo armónico de corriente

θ_n : Ángulo de desfase del n-ésimo armónico de voltaje

ϕ_n : Ángulo de desfase del n-ésimo armónico de corriente

Los términos de potencia de las frecuencias armónicas son pérdidas que generalmente son pequeñas comparadas con la potencia total.

3.6.2 POTENCIA DE DISTORSIÓN

La potencia de distorsión en un sistema de potencia se presenta debido a dos factores: desfase de la corriente con respecto al voltaje o distorsiones en la forma de onda de la corriente. En [21] se muestra que la potencia de distorsión no solo se debe a la presencia de formas de onda distorsionada sino que también puede deberse al cambio de la conductancia en las cargas para frecuencias armónicas y esto a su vez se refleja en la magnitud de la potencia activa absorbida por la carga.

La importancia de la interpretación de la potencia de distorsión está en el efecto de la misma en el efecto negativo que tiene sobre el factor de potencia y cualquier método de mejora mediante compensación de potencia reactiva. Es decir, en un sistema que presente potencia de distorsión con bajo factor de potencia, no importa cuanta potencia reactiva sea compensada el factor de potencia no podrá ser unitario bajo ninguna condición.

3.6.3 FACTOR DE POTENCIA [19]

El factor de potencia está definido como:

$$fp = \frac{P}{S} \quad (3.33)$$

Si no se considera las distorsiones del sistema, el factor de potencia se conoce como factor de potencia de desplazamiento (d_{pf}) y está definido como:

$$dpf = \frac{P_1}{V_{1,rms} \cdot I_{1,rms}} = \frac{\frac{V_1 I_1}{2} \cos(\theta_n - \phi_n)}{\frac{V_1 I_1}{2}} = \cos(\theta_n - \phi_n) \quad (3.34)$$

Para determinar el impacto de la presencia de armónicos en sistemas eléctricos es necesario considerar el verdadero factor de potencia (pf_{true}), el cual está definido como:

$$pf_{true} = \frac{P}{V_{rms} I_{rms}} \quad (3.35)$$

$$pf_{true} = \frac{1}{V_{rms} I_{rms}} \left(V_{DC} I_{DC} + \sum_{n=1}^{\infty} V_{n,rms} I_{n,rms} \cos(\theta_n - \phi_n) \right) \quad (3.36)$$

Si se reemplaza la ecuación (3.20) en la ecuación (3.35) se tiene:

$$pf_{true} = \frac{P}{V_{1,rms} \sqrt{1 + THD_V^2} \cdot I_{rms} \sqrt{1 + THD_I^2}} \quad (3.37)$$

Al considerar que el valor de la distorsión armónica total de voltaje usualmente es menor que 10% se puede hacer la siguiente aproximación:

$$pf_{true} = \frac{P}{V_{1,rms} I_{rms} \sqrt{1 + THD_I^2}} \quad (3.38)$$

Cabe mencionar que la solución para un bajo factor de potencia de desplazamiento está relacionada con la compensación de potencia reactiva (capacitores o inductores), mientras que el verdadero factor de potencia está relacionado con la potencia reactiva y la de distorsión, es por esto que además de compensación reactiva se requieren filtros de armónicos.

3.7 EFECTO DE CORRIENTES ARMÓNICAS EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA [11]

3.7.1 GENERALIDADES

El grado que puede soportar un equipo a distorsiones en la red depende de su diseño o constitución. Los equipos menos susceptibles son aquellos cuya función

es el calentamiento como el caso de los hornos. Mientras que las cargas más susceptibles son las que asumen ondas sinusoidales perfectas para su operación como equipos de comunicaciones o procesamiento de datos. El efecto principal de las corrientes armónicas más allá de la susceptibilidad del equipo es la disminución del tiempo de vida útil de operación.

3.7.2 CABLES Y CONDUCTORES [22]

Existen dos formas en las que las corrientes armónicas pueden generar calentamiento en conductores, la primera es debido al efecto piel y el efecto de proximidad. El efecto piel se debe a que a mayor frecuencia la corriente circula por la capa más externa del conductor por lo que disminuye el área y así aumenta la resistencia efectiva. El efecto de proximidad se debe al campo magnético producido por conductores adyacentes lo que altera la distribución de las corrientes en el conductor.

La segunda forma es la circulación de corrientes de secuencia cero a través del neutro, lo que sobrecarga al conductor del neutro. Generalmente este efecto es más significativo en cargas con gran cantidad de dispositivos electrónicos de oficina generalmente monofásicos.

3.7.3 TRANSFORMADORES

En el caso de los transformadores el efecto más evidente es el aumento del ruido debido al aumento de corrientes parásitas. Sin embargo, el efecto de los transformadores se lo debe analizar desde dos puntos de vista. El primero, las corrientes armónicas generan un aumento en las pérdidas del cobre y mayor dispersión del flujo magnético. El segundo punto de vista, se da debido a los voltajes armónicos que se reflejan en pérdidas en el núcleo ferromagnético.

Todo esto se simplifica en mayor calentamiento del transformador, y más allá de los efectos eléctricos tiene efectos mecánicos muy considerables, por ejemplo, el aumento de temperatura del núcleo, aumenta la temperatura del aceite y así la presión interna del transformador.

Los efectos de los armónicos (voltajes y corrientes) son dependientes de la frecuencia, es decir a mayor frecuencia mayor efecto tiene sobre el transformador, sin embargo el efecto a altas frecuencias no es relevante porque la amplitud de los armónicos disminuye a medida que aumenta el orden de la frecuencia.

3.7.4 EQUIPO DE MANIOBRA Y PROTECCIÓN

La distorsión de las formas de ondas llega a provocar que en equipos de protección existan operaciones no deseadas. Estas operaciones no deseadas pueden darse en condiciones de estado estable, en condiciones de falla o en energizaciones. Debido a las características constructivas de los relés y a la variabilidad de las corrientes armónicas es imposible definir la respuesta de los relés. Otro de los efectos de corrientes armónicas es que estos tienen a operar más lentamente y con mayores corrientes pickup.

3.7.5 MOTORES Y GENERADORES

El efecto fundamental en máquinas rotativas en general es el aumento de las pérdidas por calentamiento del hierro y del cobre debido a las corrientes armónicas, esto afecta la eficiencia de la máquina y el torque desarrollado.

Además, las corrientes armónicas dan paso al aumento del ruido generado por la máquina y a distribuciones anormales de flujo entre el entrehierro generando fenómenos como dientes en el flujo magnético.

Los armónicos tienen la capacidad de producir oscilaciones mecánicas en los grupos turbina – generador o en motores en las cargas. Esto se debe a la interacción entre el campo magnético a frecuencia fundamental y las corrientes armónicas lo que produce un efecto de torsión en el rotor.

Cuando las corrientes armónicas circulan por el estator, este induce corrientes armónicas en el rotor a través del entrehierro. Cuando las corrientes de secuencia positiva y negativa se suman, se generan armónicos de secuencia cero en el rotor cuyos principales efectos son el calentamiento del rotor y una reducción en el torque o un torque a manera de pulsos en la máquina.

3.7.6 EQUIPOS ELECTRÓNICOS

Existen varias formas en las que la distorsión armónica afectan los equipos electrónicos. La primera es la desincronización en equipos que usan los cruces por cero de la onda a frecuencia fundamental para medidas de tiempo (relojes). Los cambios en la frecuencia de la onda distorsionada se dan como resultado de la presencia de interarmónicos, que cambian el número de cruces por cero de la onda en un periodo de tiempo dado.

Los semiconductores fijan como referencia de sus ángulos de disparo, los cruces por cero de la onda de voltaje. Para estos casos se recomienda que los ángulos de disparo sean referenciados de manera asíncrona para reducir el efecto de armónicos.

3.8 RESPUESTA DE SISTEMAS ELÉCTRICOS A CORRIENTES ARMÓNICAS

3.8.1 RESONANCIA SERIE

Es el resultado de la combinación en serie de reactancias inductivas y capacitivas en un sistema eléctrico. Este principio se utiliza en los filtros pasivos serie R – L – C. Cuando se presenta el fenómeno de resonancia serie se tiene un camino de baja impedancia que tiende a atrapar cualquier corriente armónica para la cual está sintonizado. Producto de la resonancia serie pueden producirse grandes niveles de distorsión entre las reactancias inductivas y capacitivas. En la Figura 3.2 se muestra la condición típica de resonancia serie en sistemas eléctricos.

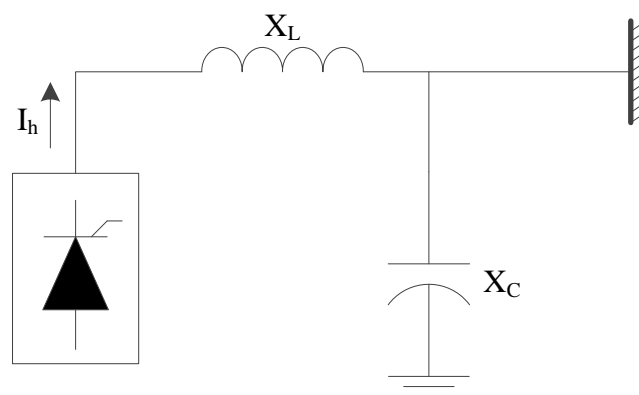


Figura 3.2. Diagrama unifilar con resonancia serie

3.8.2 RESONANCIA PARALELO

Los sistemas resonantes en paralelo presentan una gran impedancia a la frecuencia de resonancia, la resonancia en paralelo produce voltajes y corrientes elevados. El caso más común de resonancia paralelo, se presenta cuando se conecta un capacitor en la misma barra de la fuente de armónicos.

La Figura 3.3 muestra el diagrama unifilar de un sistema con resonancia paralelo.

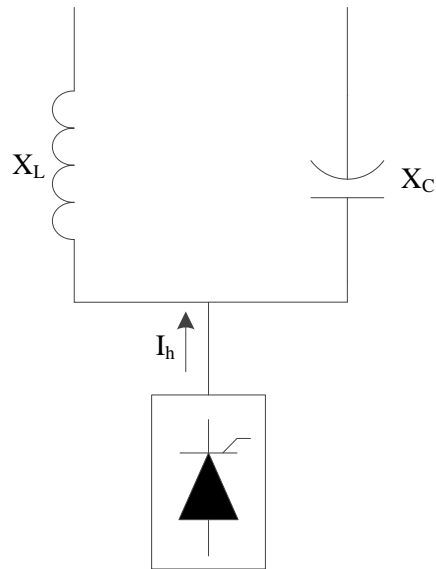


Figura 3.3. Diagrama unifilar con resonancia paralelo

CAPÍTULO 4

PROGRAMA DE FLUJO DE POTENCIA DE ARMÓNICOS EN MATLAB

4.1 ESTUDIO DE FLUJOS DE POTENCIA [23]

Hallar la solución de un sistema eléctrico de potencia significa conocer la magnitud y ángulo en todas las barras del sistema para una condición especificada de generación y carga. A la magnitud y ángulo de los voltajes de las barras del sistema se las conoce como variables de estado, pues permiten conocer la situación operativa en un instante del sistema.

En cada una de las barras se debe conocer todas sus variables: magnitud y ángulo del voltaje, potencias activa y reactiva. Las variables de estado se encuentran relacionadas con P y Q a través de la matriz de admitancia de barra de la red.

Las cuatro variables se encuentran relacionadas en las ecuaciones de potencia activa y reactiva, una vez que se conocen al menos 2 variables en cada una de las barras se puede resolver el sistema de ecuaciones mediante algoritmos iterativos como Gauss - Seidel, Newton – Raphson, entre otros. Debido a las ventajas computacionales de convergencia que presenta el algoritmo de Newton – Raphson es el más utilizado.

4.2 PROBLEMA DE FLUJOS DE POTENCIA [23]

El problema de flujos de potencia radica en que no se puede conocer el balance de potencia de generación y carga del sistema debido a la presencia de pérdidas en la red debido a la no linealidad del sistema de ecuaciones, pues la potencia activa y reactiva tiene una relación cuadrática con el voltaje y la presencia de funciones trigonométricas en los ángulos de los voltajes de las barras. Esto obliga a que en una de las barras del sistema la potencia activa y reactiva no se puedan especificar, a esta barra se la conoce como barra oscilante o de referencia ($V\theta$), en la cual se define voltaje y ángulo, para que sirva como referencia de todo el sistema.

En otras barras del sistema se pueden especificar la potencia activa y la magnitud del voltaje, es decir esta barra deberá mantener la potencia activa fija mientras deberá aportar con la potencia reactiva necesaria para mantener el voltaje fijo en su barra. A esta barra se la conoce como barra de generación o voltaje controlado (PV).

Generalmente las barras V θ o PV son barras con una gran capacidad de generación o es un nodo de interconexión a un sistema de potencia que pueda mantener un voltaje especificado en sus terminales. Las demás barras del sistema son barras donde se especifica la potencia activa y reactiva, generalmente son barras de carga (PQ).

4.3 MÉTODO DE NEWTON – RAPHSON

Es un algoritmo para resolver ecuaciones o sistemas de ecuaciones no lineales basándose en la expansión de series de Taylor para una función de una o más variables.

Sea $f(x)$ una función continua y derivable en un intervalo y x_0 la condición inicial a la raíz de la función, tal que $f'(x_0) \neq 0$, donde la expansión de series de Taylor de $f(x)$ es:

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!}(x - x_0)^3 + \dots \quad (4.1)$$

Asumiendo que x_0 es una buena aproximación a la raíz x^* de la función, los términos de la función con exponentes superiores son despreciables por lo que se puede truncar la serie en la primera derivada, entonces:

$$f(x) \cong f(x_0) + f'(x_0)(x_i - x_0) = 0 \quad (4.2)$$

Donde:

$$x_i = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \quad (4.3)$$

Generalizando para cualquier iteración:

$$x^{k+1} = x^k - \frac{f(x^k)}{f'(x^k)} \quad (4.4)$$

Para el caso de un sistema de n ecuaciones con n incógnitas se tiene que:

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= b_1 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= b_2 \\ &\vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) &= b_n \end{aligned} \quad (4.5)$$

Las condiciones iniciales del sistema de ecuaciones son $x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0$, la solución del sistema es $x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*$, mientras que la diferencia de la solución menos las condiciones iniciales se expresa como $\Delta x_1^0, \Delta x_2^0, \dots, \Delta x_n^0$, entonces:

$$\begin{aligned} f_1(x_1^0 + \Delta x_1^0, x_2^0 + \Delta x_2^0, \dots, x_n^0 + \Delta x_n^0) &= b_1 \\ f_2(x_1^0 + \Delta x_1^0, x_2^0 + \Delta x_2^0, \dots, x_n^0 + \Delta x_n^0) &= b_2 \\ &\vdots \\ f_n(x_1^0 + \Delta x_1^0, x_2^0 + \Delta x_2^0, \dots, x_n^0 + \Delta x_n^0) &= b_n \end{aligned} \quad (4.6)$$

Expandiendo el sistema de ecuaciones en series de Taylor:

$$\begin{aligned} &f_i(x_1^0 + \Delta x_1^0, x_2^0 + \Delta x_2^0, \dots, x_n^0 + \Delta x_n^0) \\ &= f_i(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0) + \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_1}\right)_0 \Delta x_1 + \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_2}\right)_0 \Delta x_2 + \dots + \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_n}\right)_0 \Delta x_n \\ &+ \left(\frac{\partial^2 f_i}{\partial x_1^2}\right)_0 \frac{(\Delta x_1)^2}{2!} + \left(\frac{\partial^2 f_i}{\partial x_2^2}\right)_0 \frac{(\Delta x_2)^2}{2!} + \dots + \left(\frac{\partial^2 f_i}{\partial x_n^2}\right)_0 \frac{(\Delta x_n)^2}{2!} \\ &+ \left(\frac{\partial^3 f_i}{\partial x_1^3}\right)_0 \frac{(\Delta x_1)^3}{3!} + \left(\frac{\partial^3 f_i}{\partial x_2^3}\right)_0 \frac{(\Delta x_2)^3}{3!} + \dots + \left(\frac{\partial^3 f_i}{\partial x_n^3}\right)_0 \frac{(\Delta x_n)^3}{3!} + \dots = b_i \end{aligned}$$

Despreciando los términos superiores y truncando la serie en la primera derivada:

$$\begin{aligned} &f_i(x_1^0 + \Delta x_1^0, x_2^0 + \Delta x_2^0, \dots, x_n^0 + \Delta x_n^0) \\ &\cong f_i(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0) + \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_1}\right)_0 \Delta x_1 + \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_2}\right)_0 \Delta x_2 + \dots + \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_n}\right)_0 \Delta x_n \cong b_i \\ &b_i - f_i(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0) = \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_1}\right)_0 \Delta x_1 + \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_2}\right)_0 \Delta x_2 + \dots + \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_n}\right)_0 \Delta x_n \end{aligned}$$

Tratando las series matricialmente

$$\begin{bmatrix} b_1 - f_1(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0) \\ b_2 - f_2(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0) \\ \vdots \\ b_n - f_n(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)_0 & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)_0 & \dots & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)_0 \\ \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)_0 & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right)_0 & \dots & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\right)_0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right)_0 & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right)_0 & \dots & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^0 \\ \Delta x_2^0 \\ \vdots \\ \Delta x_n^0 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Expresando como una función vectorial

$$\Delta F(X) = J(X) \cdot \Delta X \quad (4.8)$$

Donde J es el Jacobiano del sistema, $\Delta F(X)$ es el valor calculado en $x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0$, el cual es cero cuando las estimaciones sean exactas, caso contrario $\Delta F(X)$ presenta valores finitos que corresponden a los errores de la estimación.

Debido a que se truncó la serie de Taylor, los valores Δx_i^0 no representan la solución correcta, por lo que se requiere un nuevo intento con nuevos valores estimados

$$x_i^{k+1} = x_i^k + \Delta x_i^k \quad (4.9)$$

Dado que se trata de un proceso iterativo, este se repite hasta que los errores $\Delta F_i(X)$ sean menores a una tolerancia especificada ε . Generalmente la convergencia es evaluada considerando la norma de la función

$$\|\Delta F(X)\| < \varepsilon \quad (4.10)$$

Nótese que el Jacobiano es una función de X debe ser actualizada cada iteración al igual que $\Delta F(X)$.

4.4 SOLUCIÓN DE FLUJOS DE POTENCIA APLICANDO EL MÉTODO DE NEWTON – RAPHSON

El problema de la solución de flujos de potencia viene dado por la no linealidad de las ecuaciones de flujos de potencia, pues se desconoce las pérdidas del sistema y con esto la generación de la barra de referencia. Esto obliga a que la solución

del problema sea a través de algoritmos iterativos como el caso de Gauss Seidel o Newton-Raphson. Gracias a que el algoritmo de Newton-Raphson tiene una convergencia cuadrática, hace que sea mucho más eficiente al momento de resolver sistemas de ecuaciones no lineales.

Para la solución de flujos de potencia se deben plantear por cada barra dos ecuaciones reales de P y Q en función de las variables de estado v y θ . Con la finalidad de aplicar el método Newton – Raphson se necesita expresar la potencia compleja S de cada barra i como dos ecuaciones reales en términos de las variables de estado.

Para cada barra i la potencia aparente S esta definida de acuerdo a la expresión (4.11).

$$S_i = \bar{V}_i \cdot \bar{I}_i^* \quad (4.11)$$

La ecuación de las corrientes que fluyen de la red al nodo i está dada por la ecuación (4.12):

$$\bar{I}_i = \sum_{j=1}^n Y_{ij} \cdot \bar{V}_j \quad (4.12)$$

Reemplazando (4.12) en (4.11) se tiene

$$S_i = \bar{V}_i \left[\sum_{j=1}^n Y_{ij} \cdot \bar{V}_j \right]^* \quad (4.13)$$

$$S_i = \bar{V}_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} - jB_{ij}) \cdot \bar{V}_j^* \quad (4.14)$$

$$S_i = V_i \angle \theta_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} - jB_{ij}) \cdot V_j \angle -\theta_j \quad (4.15)$$

$$S_i = V_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} - jB_{ij}) \cdot V_j (\cos \theta_{ij} + j \operatorname{sen} \theta_{ij}) \quad (4.16)$$

Descomponiendo (4.16) en su parte real e imaginaria

$$P_i = V_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) V_j \quad (4.17)$$

$$Q_i = V_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) V_j \quad (4.18)$$

Ambas ecuaciones quedan expresadas en términos de la magnitud V y del ángulo θ del voltaje en las barras del sistema.

Para las barras donde la potencia activa o reactiva son especificadas se tiene

$$\begin{aligned} \Delta P_1 &= P_1^{esp} - P_1^{cal} \\ &\vdots \\ \Delta P_n &= P_n^{esp} - P_n^{cal} \\ \Delta Q_1 &= Q_1^{esp} - Q_1^{cal} \\ &\vdots \\ \Delta Q_n &= Q_n^{esp} - Q_n^{cal} \end{aligned} \quad (4.19)$$

Aplicando el algoritmo de Newton - Raphson descrito en 4.3 en la resolución de flujos de potencia:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_n} & V_1 \frac{\partial P_1}{\partial V_1} & \dots & V_n \frac{\partial P_1}{\partial V_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_n}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial \theta_n} & V_1 \frac{\partial P_n}{\partial V_1} & \dots & V_n \frac{\partial P_n}{\partial V_n} \\ \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_n} & V_1 \frac{\partial Q_1}{\partial V_1} & \dots & V_n \frac{\partial Q_1}{\partial V_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial Q_n}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial \theta_n} & V_1 \frac{\partial Q_n}{\partial V_1} & \dots & V_n \frac{\partial Q_n}{\partial V_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \vdots \\ \Delta \theta_n \\ \frac{\Delta V_1}{V_1} \\ \vdots \\ \frac{\Delta V_n}{V_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1^{esp} - P_1^{cal} \\ \vdots \\ P_n^{esp} - P_n^{cal} \\ Q_1^{esp} - Q_1^{cal} \\ \vdots \\ Q_n^{esp} - Q_n^{cal} \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

O de forma compacta

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \theta} & V \frac{\partial P}{\partial V} \\ \frac{\partial Q}{\partial \theta} & V \frac{\partial Q}{\partial V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

Dado que en las barras PV tanto P como V son valores especificados no se calcula el elemento ΔP ni su respectivo $V \frac{\partial P}{\partial V}$, mientras que en la barra oscilante se conoce el valor de V y θ no se calcula ninguno de los elementos de Jacobiano con

respecto a esta barra. Para el caso de las barras PQ se calculan todos los elementos del Jacobiano y consecuentemente todos sus errores de potencia.

Al resolver la ecuación (4.21) se obtiene las correcciones de las variables de estado de la k-ésima iteración:

$$\theta_i^k = \theta_i^{k-1} + \Delta\theta_i^{k-1} \quad (4.22)$$

$$v_i^k = v_i^{k-1} + \Delta v_i^{k-1} \quad (4.23)$$

Con los valores obtenidos se vuelve a calcular los errores de potencia y los elementos del Jacobiano de la siguiente iteración. Este proceso debe terminar cuando:

$$\max(\Delta\theta_i^{k-1}, \Delta v_i^{k-1}) < \varepsilon \quad (4.24)$$

$$\varepsilon = \min(\varepsilon_{\Delta P}, \varepsilon_{\Delta Q}) \quad (4.25)$$

Donde $\varepsilon_{\Delta P}$ y $\varepsilon_{\Delta Q}$ son los valores de la tolerancia para los errores de P y Q.

4.4.1 CÁLCULO DEL JACOBIANO

4.4.1.1 Elementos fuera de las diagonales

Los elementos fuera de las diagonales de las cuatro submatrices del Jacobiano están dados por las ecuaciones (4.26), (4.27), (4.28) y (4.29).

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} = V_i(G_{ij} \text{sen } \theta_{ij} - B_{ij} \text{cos } \theta_{ij})V_j \quad (4.26)$$

$$V_j \frac{\partial P_i}{\partial V_j} = V_i(G_{ij} \text{cos } \theta_{ij} + B_{ij} \text{sen } \theta_{ij})V_j \quad (4.27)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_j} = -V_i(G_{ij} \text{cos } \theta_{ij} + B_{ij} \text{sen } \theta_{ij})V_j \quad (4.28)$$

$$V_j \frac{\partial Q_i}{\partial V_j} = V_i(G_{ij} \text{sen } \theta_{ij} - B_{ij} \text{cos } \theta_{ij})V_j \quad (4.29)$$

4.4.1.2 Elementos de las diagonales

Los elementos fuera de la diagonal de las cuatro submatrices del Jacobiano están dados por las ecuaciones (4.30), (4.31), (4.32) y (4.33).

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = -V_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} \text{sen } \theta_{ij} - B_{ij} \text{cos } \theta_{ij}) V_j - B_{ii} V_i^2 \quad (4.30)$$

$$V_i \frac{\partial P_i}{\partial V_i} = V_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} \text{cos } \theta_{ij} + B_{ij} \text{sen } \theta_{ij}) V_j + G_{ii} V_i^2 \quad (4.31)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} = -V_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} \text{cos } \theta_{ij} + B_{ij} \text{sen } \theta_{ij}) V_j - G_{ii} V_i^2 \quad (4.32)$$

$$V_i \frac{\partial Q_i}{\partial V_i} = V_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} \text{sen } \theta_{ij} - B_{ij} \text{cos } \theta_{ij}) V_j - B_{ii} V_i^2 \quad (4.33)$$

4.4.1.3 Optimización del Cálculo del Jacobiano

En la referencia [23] se detalla el desarrollo del algoritmo para la optimización del cálculo del Jacobiano, donde los términos fuera y dentro de la diagonal se encuentran embebidos en las ecuaciones de errores de potencia. Los únicos términos a calcularse son las derivadas de P y Q en la barra i con respecto a los ángulos de las barras j.

Luego se evalúan las potencias P y Q en términos de los elementos del Jacobiano (4.26) y (4.27) como se indica

$$Q_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} - B_{ii} V_i^2 \quad (4.34)$$

$$P_i = - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} + G_{ii} V_i^2 \quad (4.35)$$

Los elementos de las diagonales se evalúan como se indica a continuación en las expresiones (4.36), (4.37), (4.38) y (4.39).

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = -Q_i - B_{ii}V_i^2 \quad (4.36)$$

$$V_i \frac{\partial P_i}{\partial V_i} = P_i + G_{ii}V_i^2 \quad (4.37)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} = P_i + G_{ii}V_i^2 \quad (4.38)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_i} = Q_i - B_{ii}V_i^2 \quad (4.39)$$

En el Anexo 1 se presenta el diagrama de flujo del algoritmo propuesto para la resolución de flujos de potencia con la optimización del cálculo del Jacobiano.

4.5 DESCRIPCIÓN DEL PROGRAMA HPFepn

El programa HPFepn es capaz de calcular flujos de potencia y flujos de potencia de armónicos utilizando el método de inyección de corrientes armónicas para cargas independientes del voltaje y transformadores con núcleos ferromagnéticos dependientes del voltaje en estado estable utilizando programación estructurada en la plataforma y lenguaje MATLAB con una interfaz GUI.

Con la finalidad de facilitar y optimizar los cálculos se ha utilizado dos herramientas esenciales que presenta MATLAB. La primera es el uso de matrices dispersas, las cuales son matrices donde una gran cantidad de elementos son iguales a cero como es el caso de la matriz de admitancias. Esta herramienta permite un manejo óptimo de los recursos computacionales y disminuir los tiempos de ejecución del programa.

La otra herramienta utilizada es el manejo de hipermatrices, en el caso del software HPFepn, se utiliza a las hipermatrices de orden $(n \times n \times h)$ para la matriz Y_{barras} y de orden $(n \times 1 \times h)$ para las inyecciones de corrientes armónicas y voltajes armónicos en las barras. Las Figuras 4.1 y 4.2 muestran una abstracción de las hipermatrices indicadas.

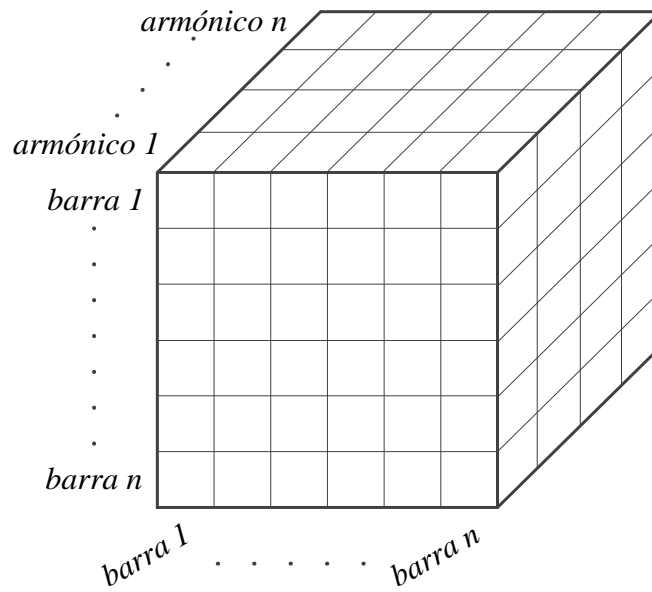


Figura 4.1. Hipermatriz de orden $(n \times n \times h)$

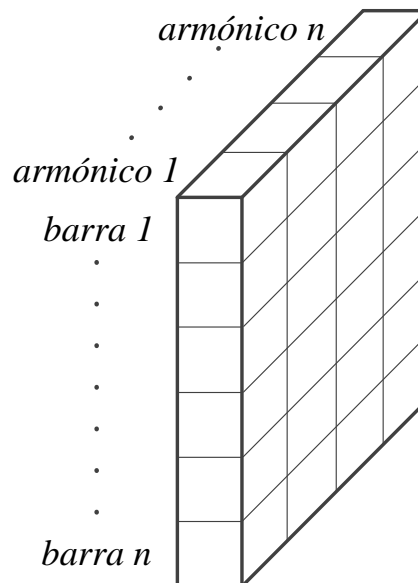


Figura 4.2. Hipermatriz de orden $(n \times 1 \times h)$

Donde:

- n : Número de barras
- h : Armónico máximo de estudio

Para definir las variables globales del programa se tiene la función “*HPFepn_var*”, mientras que la función “*HPFepn_data*” lee la hoja de Excel que tiene los datos

del sistema, etiqueta y organiza todas las variables a ser utilizadas en el programa.

En el Anexo 4 se presenta el manual de usuario de la aplicación *HPFepn*.

4.5.1 ALGORITMO PARA RESOLVER FLUJOS DE POTENCIA

El método que utiliza el programa *HPFepn* para resolver flujos de potencia es el algoritmo de Newton – Raphson formal. La función “*HPFepn_runPF*” ejecuta el flujo de potencia y encuentra los módulos y ángulos de los voltajes de las barras además de la potencia activa y reactiva de la barra de referencia.

Dentro de esta función se encuentra la subfunción “*HPFepn_Ybus*” la cual calcula la matriz Y_{barra} considerando modelo π de parámetros distribuidos y efecto piel para las líneas de transmisión, modelo de transformador con tap y cambiadores de fase y filtros R-L-C.

Los pasos para resolver el flujo de potencia a frecuencia fundamental son los siguientes:

1. Leer los datos del sistema.
2. Formar la matriz de admitancias de barra Y_{barra} a frecuencia fundamental.
3. Calcular los elementos del Jacobiano.
4. Calcular P y Q de acuerdo a las ecuaciones (4.34) y (4.35).
5. Calcular los errores de P y Q como indica la ecuación (4.19).
6. Resolver la ecuación (4.21) para obtener las correcciones de v y θ .
7. Actualizar las variables de estado como se muestra en las ecuaciones (4.22) y (4.23).
8. Chequear el cumplimiento de las condiciones de convergencia indicadas en la ecuación (4.24), en caso de no cumplirse regresar al paso 3.
9. Hallar los valores de potencia de generación activa y reactiva de la barra de referencia.

4.5.2 ALGORITMO DE FLUJOS DE POTENCIA DE ARMÓNICOS

Para resolver el flujo de potencia de armónicos se utiliza el método directo para las fuentes que se conoce el espectro típico y el método iterativo para calcular las inyecciones de corriente por saturación del núcleo de los transformadores.

Una vez resuelto el flujo de potencia se continúa con el flujo de potencia para frecuencias armónicas. Para lo cual se deben seguir el siguiente algoritmo:

1. Calcular la matriz completa de admitancias de la red considerando las impedancias de los generadores y de las cargas, para todas las frecuencias a ser analizadas.
2. Calcular las corrientes en las cargas que producen armónicos para frecuencia fundamental de acuerdo a la ecuación (2.22).
3. Calcular las corrientes armónicas de las cargas como se indica en las ecuaciones (2.24) y (2.25).
4. Obtener las corrientes armónicas generadas por la saturación de transformadores.
5. Formar un solo vector de inyecciones de corrientes armónicas.
6. Resolver la ecuación (1.1) para cada una de las frecuencias y hallar los voltajes armónicos de las barras.
7. Recomponer la forma de onda de voltaje de todas las barras del sistema.
8. Comprobar si se cumple el criterio de convergencia de los voltajes armónicos, si no se cumple regresar al paso 4.
9. Calcular los índices de distorsión armónica.

En la **Figura 4.3** se indica en un diagrama de flujo el algoritmo utilizado en HPFepn.

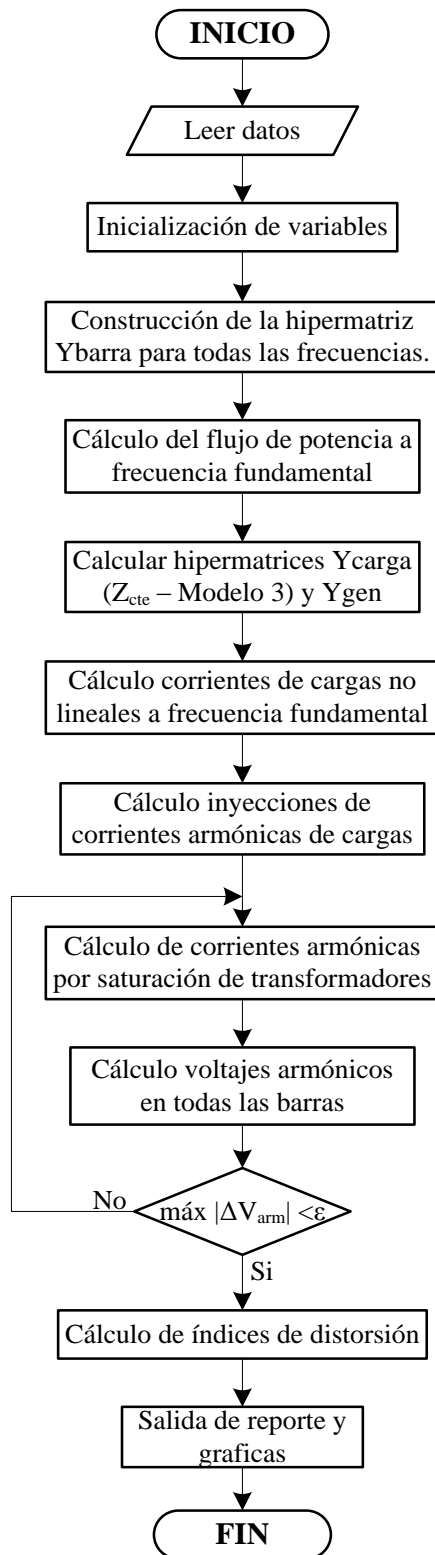


Figura 4.3. Diagrama de flujo del programa HPFepn

CAPÍTULO 5

APLICACIÓN DEL PROGRAMA EN LA PROPAGACIÓN DE ARMÓNICOS

En el presente capítulo se presentan los resultados obtenidos de la simulación Del sistema de 2 barras de la referencia [5] y del sistema IEEE de 14 barras con dos fuentes de distorsión. Además se muestran los resultados de flujos de potencia y se compara el THD simulado del Sistema de Subtransmisión de la Empresa Eléctrica de Cotopaxi con las mediciones realizadas en las barras de El Calvario 13,8kV, Illuchi 1 2,4 kV e Illuchi 2 2,4 kV.

5.1 APLICACIÓN A SISTEMA DE 2 BARRAS [5]

El programa HPFepn es aplicado en el sistema de 2 barras mostrado en la **Figura 5.1**. Todos los datos de impedancias se encuentran en base de 100 MVA, mientras que los valores de potencia de cargas y compensación se encuentran en valores reales en MVA. Además los grupos de conexión de los transformadores son (Y-Y) conectados a tierra. En la referencia, para facilitar el cálculo se toma un voltaje de $1\angle 0^\circ$ en la barra 2.

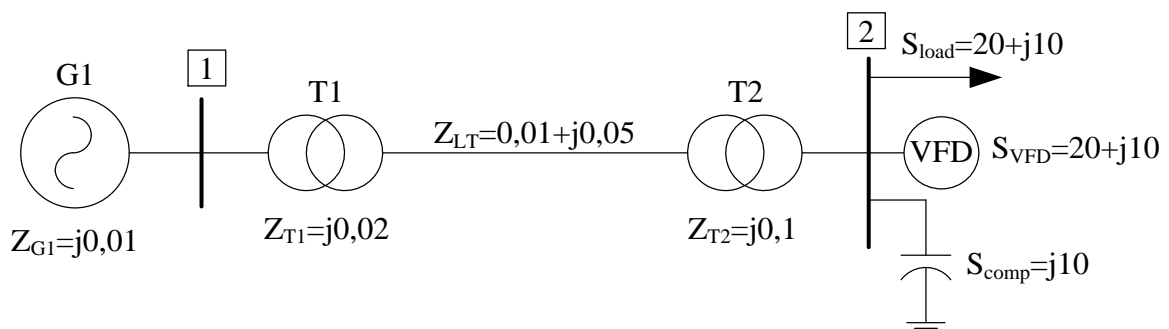


Figura 5.1. Diagrama unifilar del sistema de 2 barras

Como se puede observar en la barra 2 el sistema tiene un controlador de frecuencia variable (VFD por sus siglas en inglés), el cual es modelado como carga de potencia constante para el flujo de potencia, mientras que para frecuencias armónicas inyecta corrientes armónicas con el espectro que se indica en la **Tabla 5.1**.

Tabla 5.1. Espectro del VFD en el sistema de 2 barras

Armónico	Magnitud [pu]	Ángulo [°]
1	1	89,48
3	0,00442	-58,09
5	0,23216	-122,92
7	0,03419	-136,34
9	0,00459	150,75
11	0,07842	22,19
13	0,02943	-16,23

Para el estudio de propagación de armónicos se necesita resolver primero el flujo de potencia, los resultados del flujo de potencia se presentan en la **Tabla 5.2**.

Tabla 5.2. Resultados del flujo de potencia en el sistema de 2 barras

NOMBRE	V [pu]	TETA [°]	Pg [MW]	Qg [MVar]	Pc [MW]	Qc [MVar]
BARRA 1	1,0384	3,65	40,20	22,34	0	0
BARRA 2	1,0000	0,00	0,00	0	40	20

Al resolver el flujo de potencia armónico se obtienen los THD en ambas barras del sistema para conocer el grado de distorsión del voltaje. Los resultados de THD se muestran en la **Tabla 5.3**.

Tabla 5.3. Índice de distorsión armónica total en el sistema de 2 barras

NOMBRE	THDv [%]
BARRA 1	0,306
BARRA 2	5,726

Los índices de distorsión encontrados se encuentran dentro de lo especificado en la norma IEEE 519 – 1992, por lo que no se requiere tomar ninguna medida de mitigación.

5.2 APLICACIÓN A SISTEMA IEEE DE 14 BARRAS [9]

Se utiliza el Sistema IEEE de 14 barras modificado para el análisis de propagación de armónicos de la **Figura 5.2**, el cual considera dos grandes fuentes de corrientes armónicas en las barras 3 y 8.

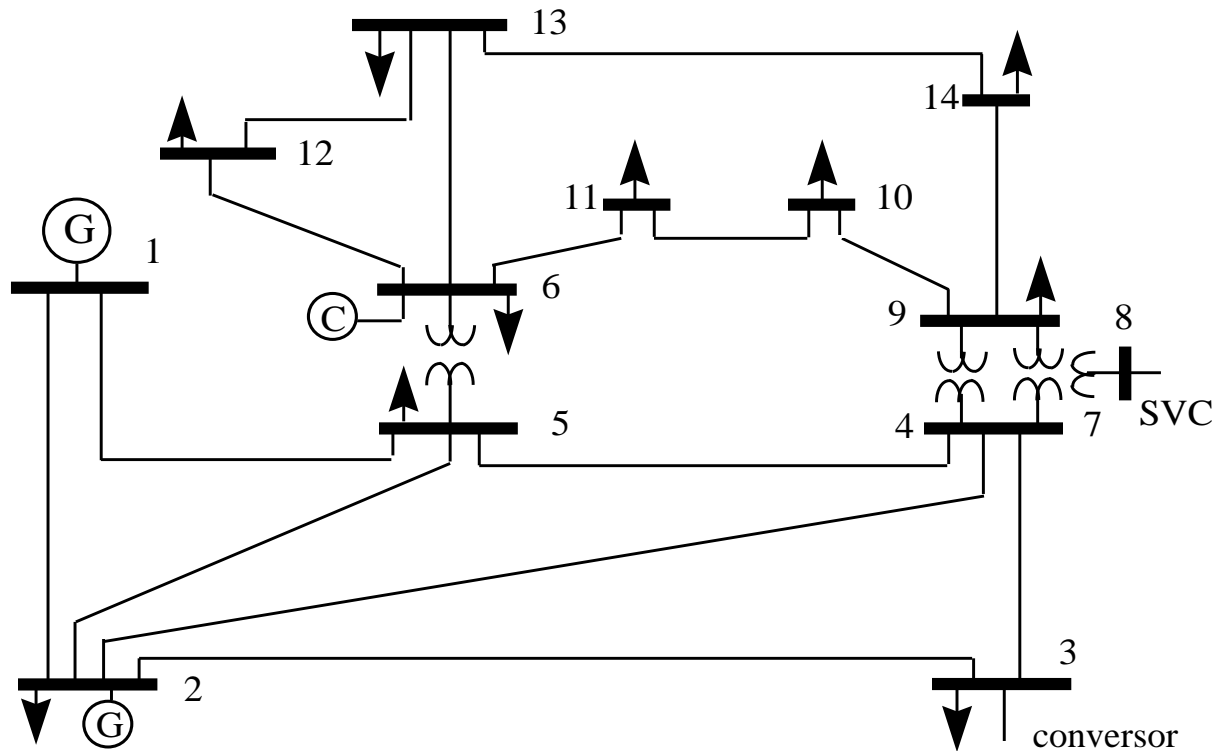


Figura 5.2. Sistema de Prueba IEEE de 14 Barras

Los datos del sistema y los espectros armónicos de las barras 3 y 8 se presentan en las Tablas A2.1, A2.2, A2.3, A2.4 y A2.5 del Anexo II.

Con la finalidad de simplificar la simulación se han desagregado las fuentes de armónicos del sistema como se muestra en la **Figura 5.3**.

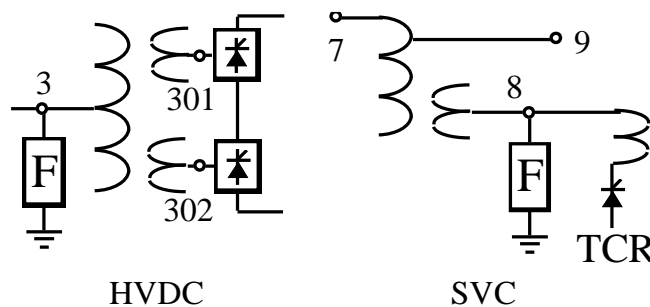


Figura 5.3. Fuentes de armónicos en Sistema de 14 Barras

El HVDC está desagregado como dos convertidores de 6 pulsos, conectados a través de dos transformadores ($Y - Y$) y ($Y - \Delta$) a la barra 3, la cual tiene dos filtros diseñados para el armónico 11. Mientras que en la barra 8 está conectado un SVC en delta; por lo que no produce armónicos de orden $3n$ y existen filtros para los armónicos de orden 2, 5, 7 y 11.

Conocidos los espectros típicos de potencia se puede reconstruir las corrientes de las cargas distorsionadas, las cuales se muestran en las Figuras 5.4 y 5.5.

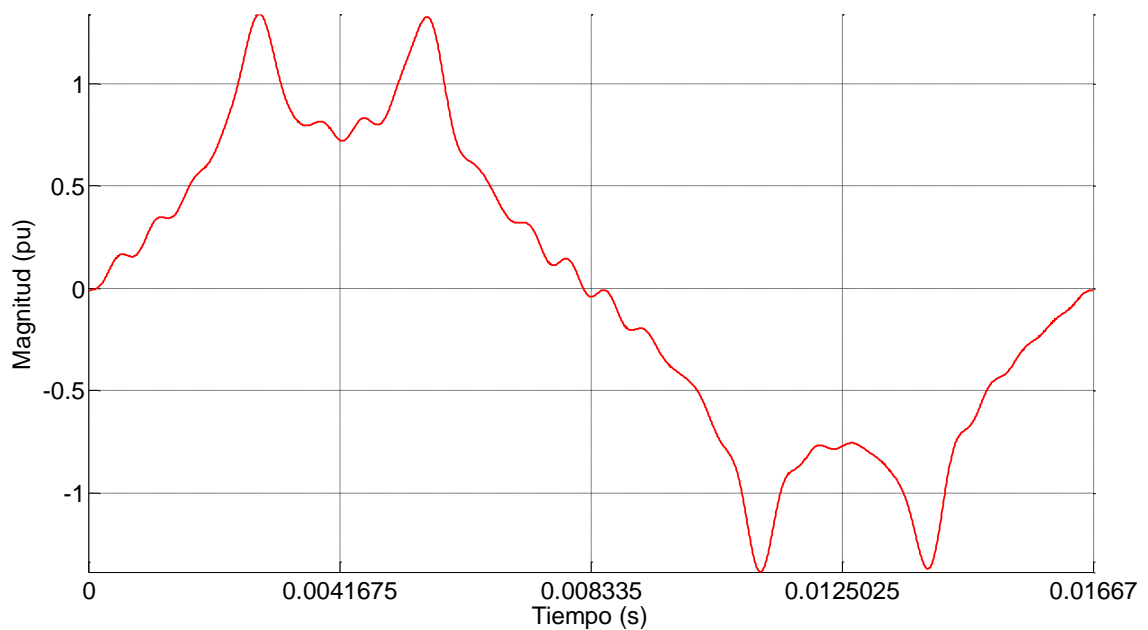


Figura 5.4. Forma de onda del espectro de corriente en las barras 301 y 302

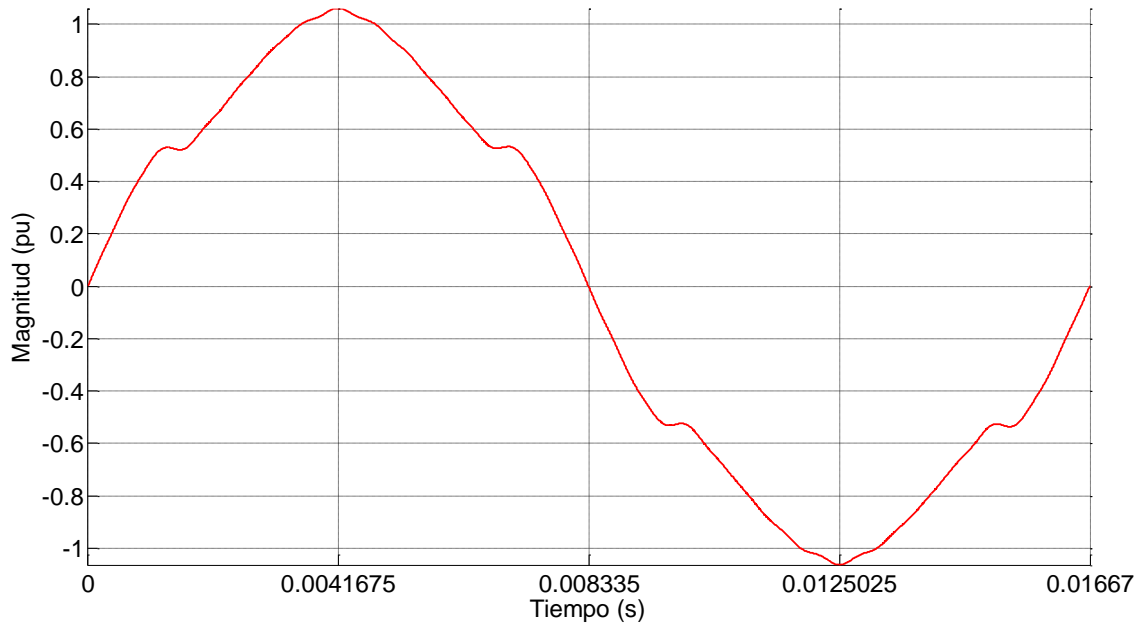


Figura 5.5. Forma de onda del espectro de corriente en la barra 8 (SVC)

Para conocer el estado del sistema es necesario hallar el flujo de potencia del sistema, cuyo resultado se detalla en la **Tabla 5.4**.

Tabla 5.4. Resultados flujo de potencia HPFepn Sistema IEEE 14 barras

NOMBRE	V [pu]	TETA[°]	Pg [MW]	Qg [MVAr]	Pc [MW]	Qc [MVAr]
BARRA 1	1,060	0,000	261,701	-30,044	0,000	0,000
BARRA 2	1,045	-5,676	18,300	2,366	0,000	0,000
BARRA 3	1,044	-15,287	0,000	0,000	0,000	0,000
BARRA 301	1,043	-16,165	0,000	0,000	59,505	3,363
BARRA 302	1,043	-16,165	0,000	0,000	59,505	3,363
BARRA 4	1,030	-11,411	0,000	0,000	47,790	-3,900
BARRA 5	1,035	-9,818	0,000	0,000	7,599	1,599
BARRA 6	1,070	-15,862	-11,200	43,347	0,000	0,000
BARRA 7	1,020	-14,468	0,000	0,000	0,000	0,000
BARRA 8	1,022	-14,491	0,000	0,000	0,000	12,900
BARRA 9	1,016	-16,083	0,000	0,000	29,499	16,599
BARRA 10	1,017	-16,324	0,000	0,000	9,000	5,799
BARRA 11	1,040	-16,202	0,000	0,000	3,501	1,800
BARRA 12	1,053	-16,704	0,000	0,000	6,099	1,599
BARRA 13	1,046	-16,720	0,000	0,000	13,500	5,799
BARRA 14	1,016	-17,380	0,000	0,000	14,901	5,001

5.2.1 ANÁLISIS DE RESULTADOS

En las **Tabla 5.5** y 5.6 se muestra la distorsión armónica total de las barras del sistema. Se puede observar que las barras más cercanas a las barras de las cargas no lineales son las que poseen mayor distorsión. Además, se puede observar el efecto de los filtros pasivos al tener un THD de voltaje bajo con respecto al sistema evaluado sin filtros.

Tabla 5.5. Resultados THD de voltaje del Sistema IEEE de 14 barras

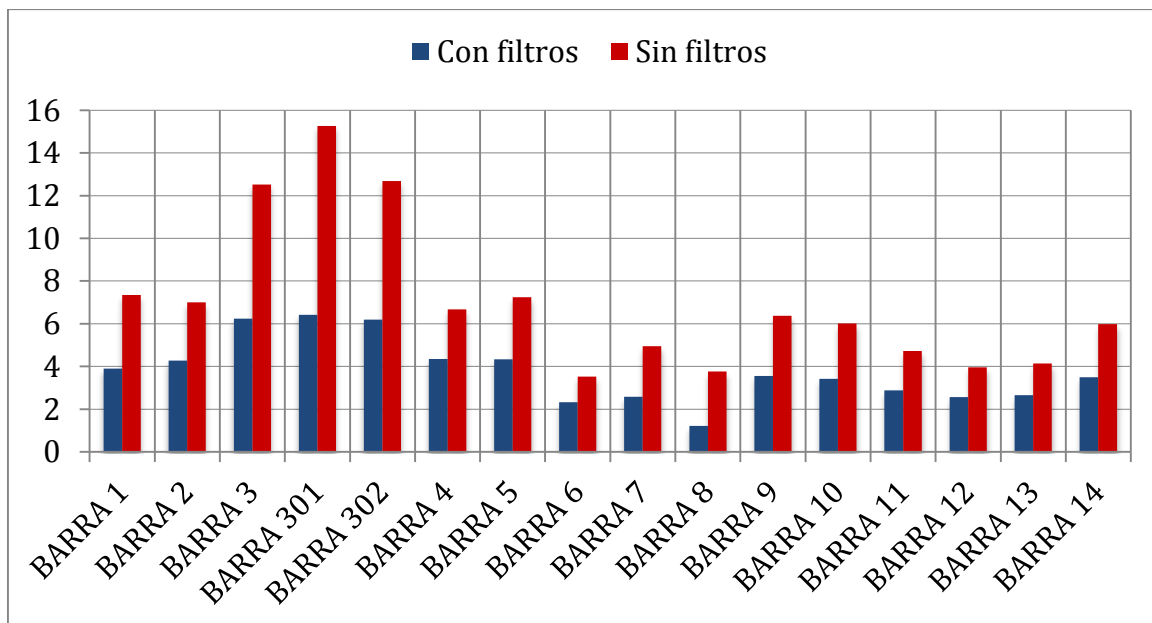
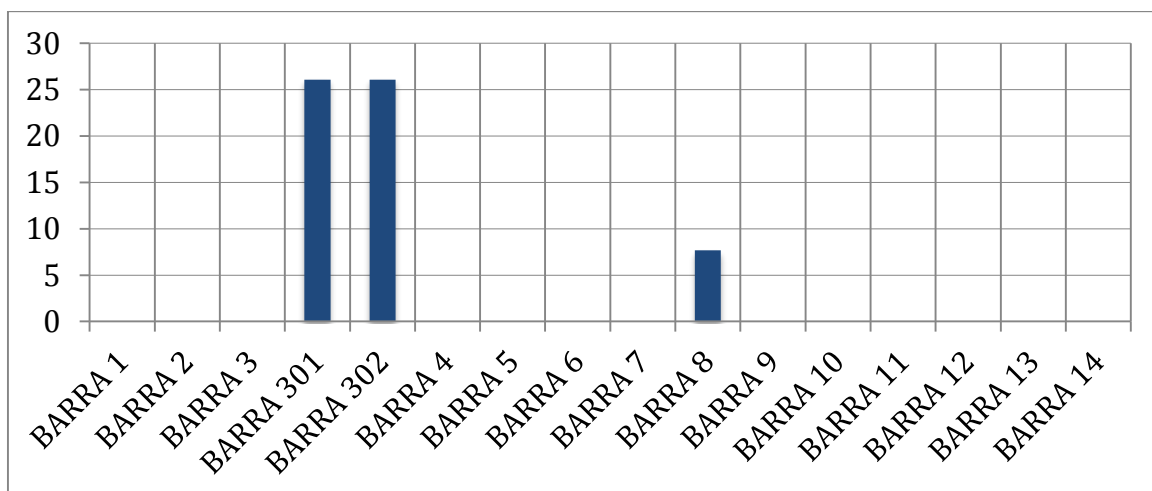


Tabla 5.6. Resultados THD de corriente de los espectros de las cargas no lineales del Sistema IEEE de 14 barras



5.3 APLICACIÓN A SISTEMA DE SUBTRANSMISIÓN DE LA EMPRESA ELÉCTRICA DE COTOPAXI ELEPCO S.A.

En la **Figura 5.6** se muestra el diagrama unifilar del Sistema de Subtransmisión de la Empresa Eléctrica de Cotopaxi.

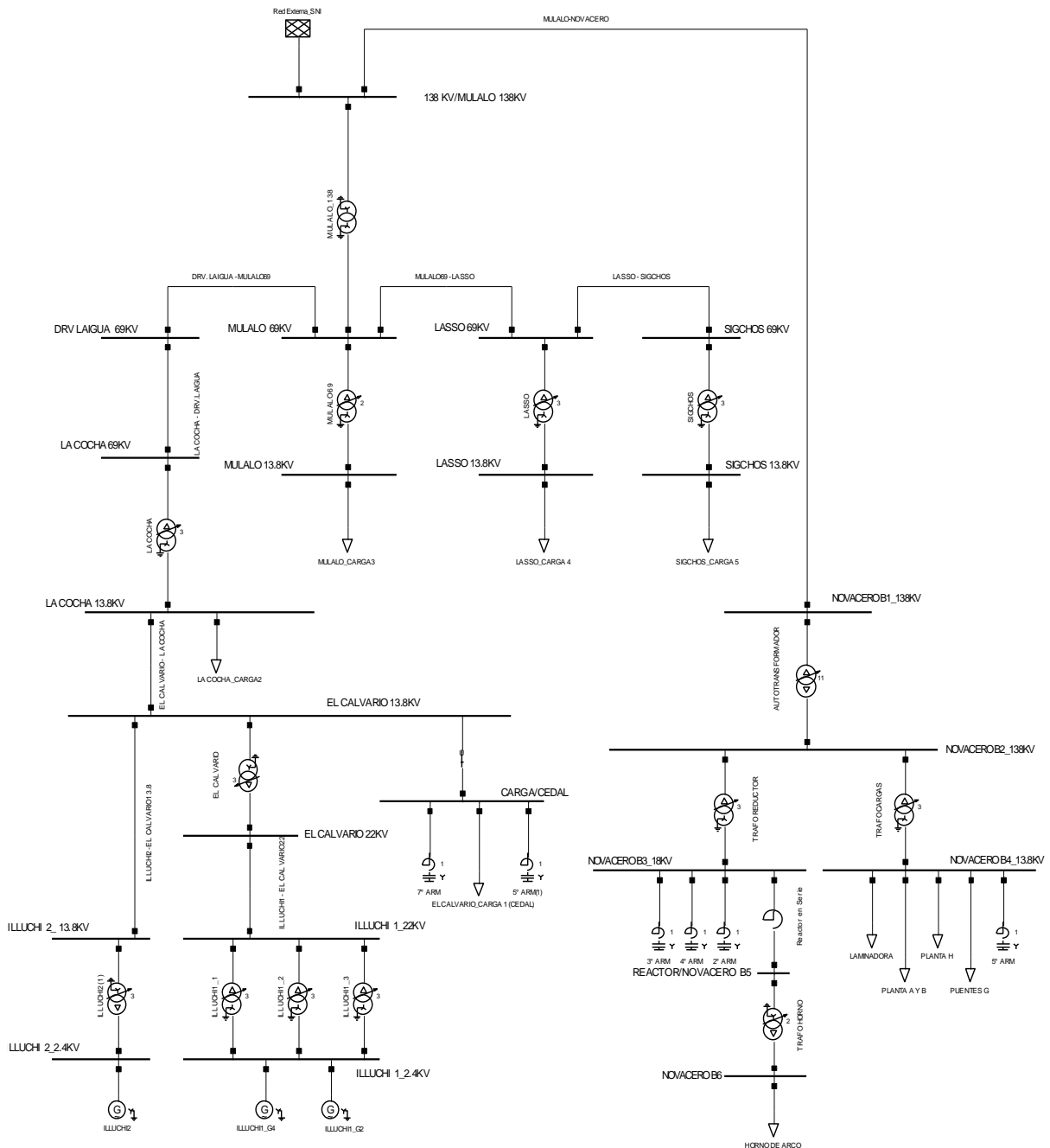


Figura 5.6 Diagrama unifilar Sistema de Subtransmisión ELEPCO

Fuente: Análisis de armónicos en las unidades de generación de las centrales hidroeléctricas Illuchi 1 e Illuchi 2 de ELEPCO S.A. [24]

Se ha tomado este sistema para la aplicación del software HPFepn, pues debido a sus características de grupos de conexión de transformadores, cargas no lineales y filtros pasivos es un ejemplo completo para el análisis de propagación de armónicos.

El sistema propuesto tiene 22 barras, cuenta con dos centrales de generación local, las centrales Illuchi 1 e Illuchi 2, además tiene dos grandes fuentes de distorsión, en la barra Novacero B6 de 0,854 kV y en la barra El Calvario de 13,8 kV. La red del sistema tiene 8 líneas de transmisión, 13 transformadores con distintos grupos de conexión y 4 filtros pasivos en las barras Novacero B3 y Novacero B4, estos filtros están diseñados para disminuir el índice de distorsión armónica de esa carga no lineal. Todos los datos del sistema presentado se muestran en las Tablas 3.1, 3.2, 3.3, 3.4 y 3.5 en el Anexo III.

Con fines de analizar más detalladamente el sistema se presentan dos alternativas de estudio. La primera consiste en analizar el sistema eléctrico con toda la generación local conectada, mientras que la segunda se desconecta (se abre los disyuntores) de toda la generación local.

Este análisis se hace con la finalidad de determinar el impacto que tiene retirar la impedancia de los generadores del cálculo de la matriz de admitancias de barra, en los voltajes armónicos del sistema e índices de distorsión total.

Para el análisis de flujos de potencia se toma como barra de referencia la barra de Mulaló 138 kV, pues es la barra más cercana al Sistema Nacional Interconectado. Los resultados del flujo de potencia se presentan en la **Tabla 5.7**.

5.3.1 ANÁLISIS DEL SISTEMA CON GENERACIÓN LOCAL

Mediante el software HPFepn se resuelve el flujo de potencia del sistema, para poder determinar las corrientes de las cargas no lineales. Los resultados del flujo de potencia se muestran en la **Tabla 5.7**.

Tabla 5.7. Resultados flujo de potencia HPFepn
Sistema de Subtransmisión ELEPCO

NOMBRE	V [pu]	TETA [°]	Pg [MW]	Qg [MVar]	Pc [MW]	Qc [MVar]
MULALÓ 138 kV	1	0,0000	46,963	14,928	0,000	0,000
DRV LAIGUA 69 kV	0,987	-1,4116	0,000	0,000	0,000	0,000
EL CALVARIO 13,8 kV	0,975	-2,8444	0,000	0,000	5,130	1,740
EL CALVARIO 22 kV	0,975	-1,7330	0,000	0,000	0,000	0,000
ILLUCHI 1 2,4 kV	0,993	-0,4719	1,680	0,053	0,000	0,000
ILLUCHI 1 22 kV	0,993	-0,8937	0,000	0,000	0,000	0,000
ILLUCHI 2 13,8 kV	1,026	-1,6888	0,000	0,000	0,000	0,000
ILLUCHI 2 2,4 kV	1,049	-0,0025	2,500	1,810	0,000	0,000
LA COCHA 13,8 kV	0,98	-2,5410	0,000	0,000	2,224	0,836
LA COCHA 69 KV	0,986	-1,5303	0,000	0,000	0,000	0,000
LASSO 13,8 kV	0,958	-4,2439	0,000	0,000	11,787	4,940
LASSO 69 kV	0,981	-1,7601	0,000	0,000	0,000	0,000
MULALÓ 69 kV	0,989	-1,2627	0,000	0,000	0,000	0,000
MULALÓ 13,8 kV	0,992	-3,2800	0,000	0,000	6,094	3,257
NOVACERO B1 138 kV	1	-0,0377	0,000	0,000	0,000	0,000
NOVACERO B2 138 kV	0,997	-0,9255	0,000	0,000	0,000	0,000
NOVACERO B3 18 kV	0,984	-3,8945	0,000	0,000	0,000	0,000
NOVACERO B4 13,8 kV	0,997	-3,3380	0,000	0,000	10,454	3,566
NOVACERO B5	0,887	-9,0568	0,000	0,000	0,000	0,000
NOVACERO B6	0,862	-10,6208	0,000	0,000	12,726	12,730
SIGCHOS 13,8 kV	0,962	-3,6091	0,000	0,000	2,408	0,915
SIGCHOS 69 kV	0,974	-2,2314	0,000	0,000	0,000	0,000

El sistema presenta valores de voltajes de magnitud y ángulo del sistema de subtransmisión está dentro de los márgenes aceptables. Más del 90% de la generación total de potencia activa viene de la barra de referencia. El voltaje más bajo del sistema está en la barra Novacero B6 donde se encuentra la carga más grande del sistema.

En la **Tabla 5.8** se presentan los resultados obtenidos de THD del programa HPFepn y los valores medidos de la referencia [24].

Tabla 5.8. Resultados THD del Sistema de Subtransmisión ELEPCO

NOMBRE	THD simulado	THD medido		Error [%]
		MIN	MAX	
MULALÓ 138 kV	0,233			
DRV LAIGUA 69 kV	0,319			
EL CALVARIO 13,8 kV	4,108			
EL CALVARIO 22 kV	2,361			
ILLUCHI 1 2,4 kV	1,261	1,300	1,800	3,00
ILLUCHI 1 22 kV	1,890			
ILLUCHI 2 13,8 kV	2,726			
ILLUCHI 2 2,4 kV	1,932	1,300	1,700	13,65
LA COCHA 13,8 kV	1,007			
LA COCHA 69 kV	0,395			
LASSO 13,8 kV	0,163			
LASSO 69 kV	0,226			
MULALÓ 69 kV	0,240			
MULALÓ 13,8 kV	0,174			
NOVACERO B1 138 kV	0,234			
NOVACERO B2 138 kV	0,283			
NOVACERO B3 18 kV	1,114			
NOVACERO B4 13,8 kV	0,131			
NOVACERO B5	4,247			
NOVACERO B6	5,946			
SIGCHOS 13,8 kV	0,168			
SIGCHOS 69 kV	0,222			

Dado que el error de la simulación con respecto a las mediciones está dentro de valores aceptables, se puede concluir que la simulación se constituye en una buena aproximación a la situación del sistema.

Parte de los resultados esperados de un flujo de potencia armónico es presentar las formas de onda de voltajes en las barras del sistema, las formas de onda y espectros de magnitud y ángulo de los voltajes más distorsionados se muestran en las Figuras 5.7 - 5.15.

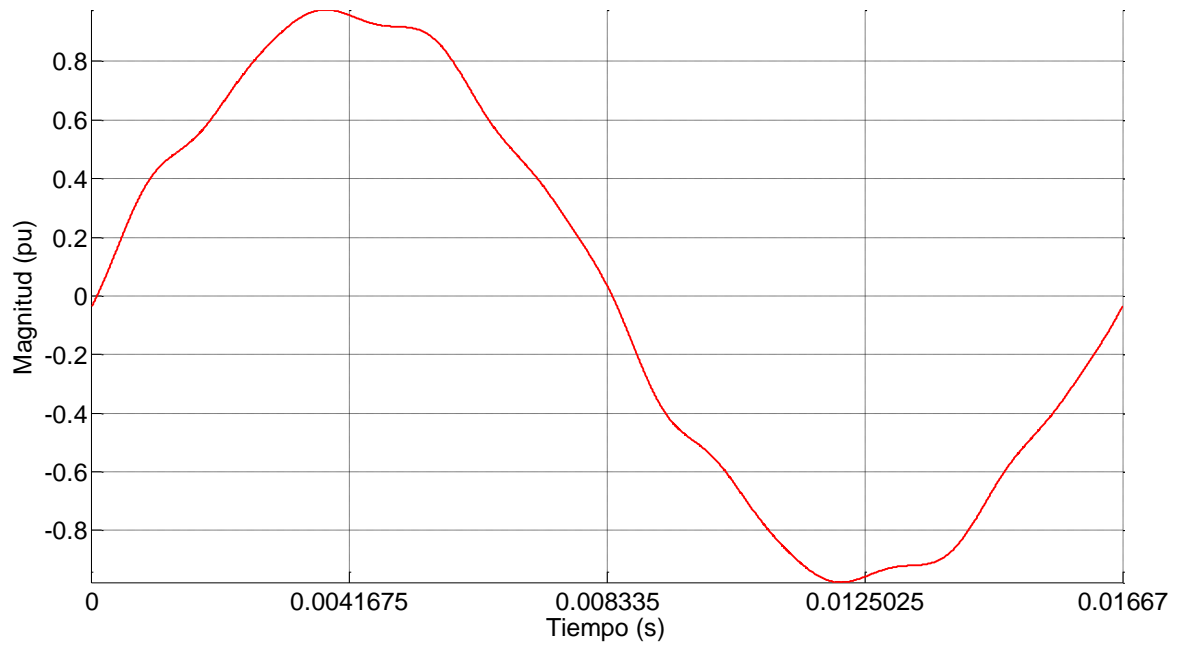


Figura 5.7. Voltaje en la barra El Calvario 13,8 kV

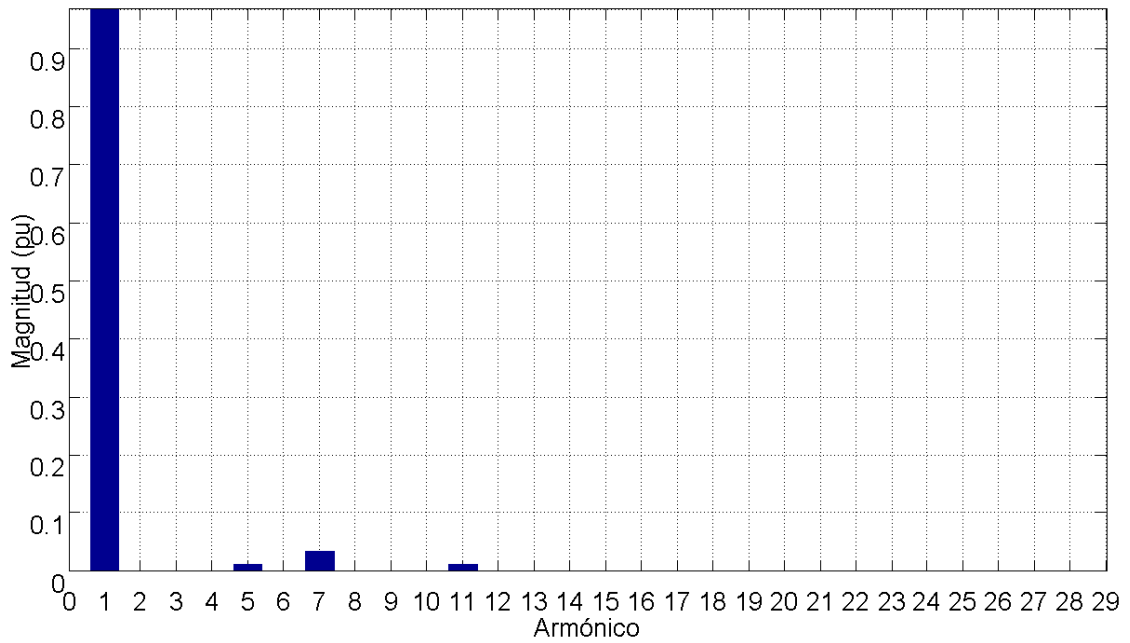


Figura 5.8. Espectro de magnitud de la barra El Calvario 13,8 kV

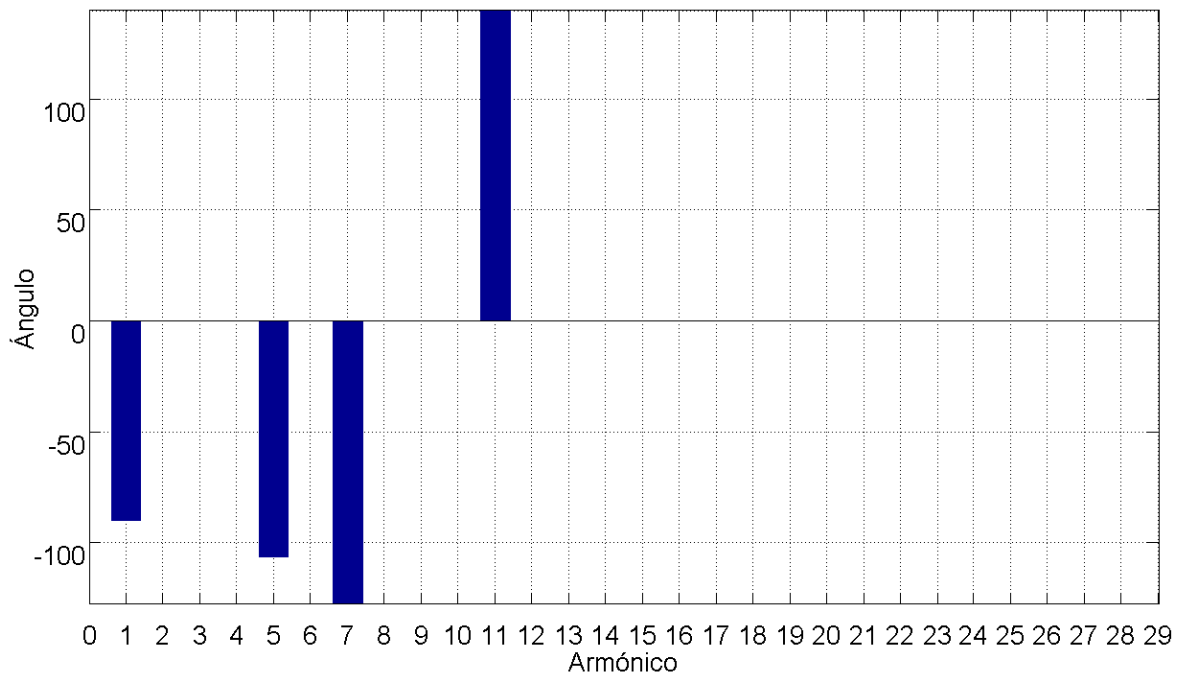


Figura 5.9. Espectro de ángulo de la barra El Calvario 13,8 kV

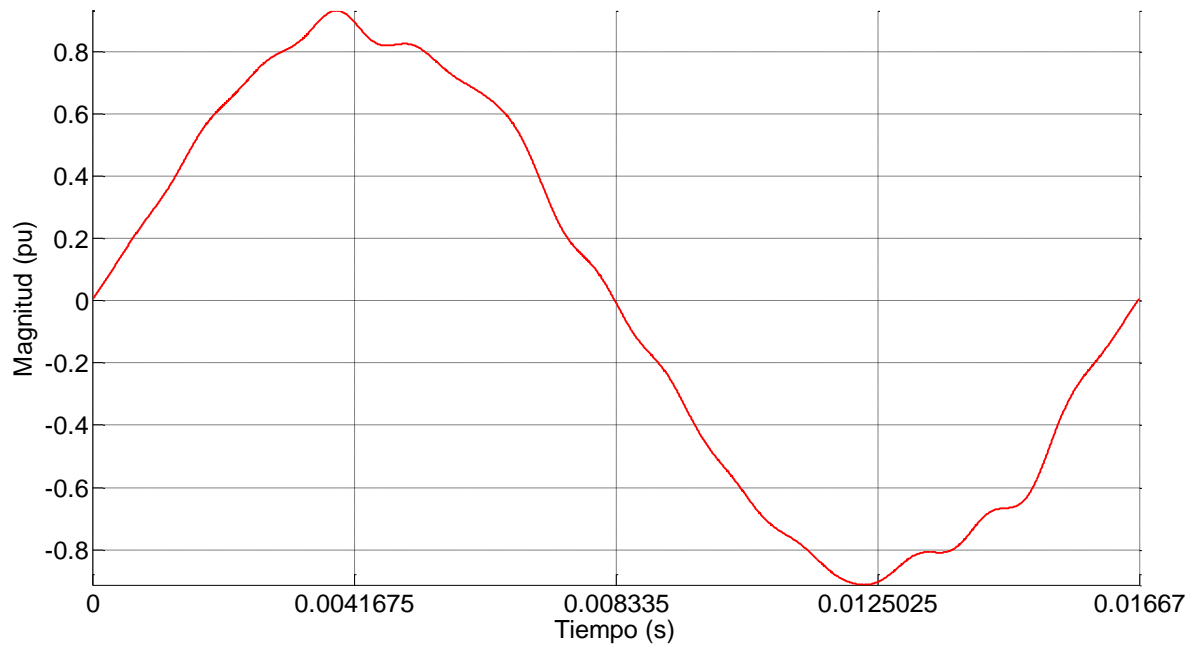


Figura 5.10. Voltaje barra Novacero B5 18 kV

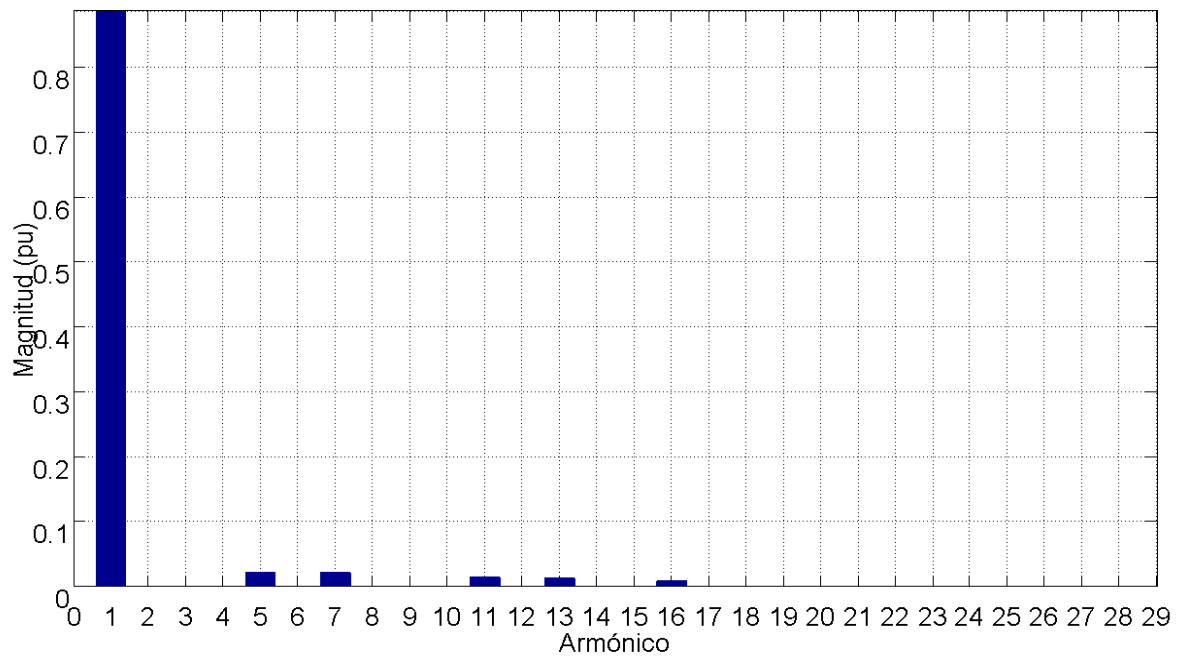


Figura 5.11. Espectro de magnitud en la barra Novacero B5 18 kV

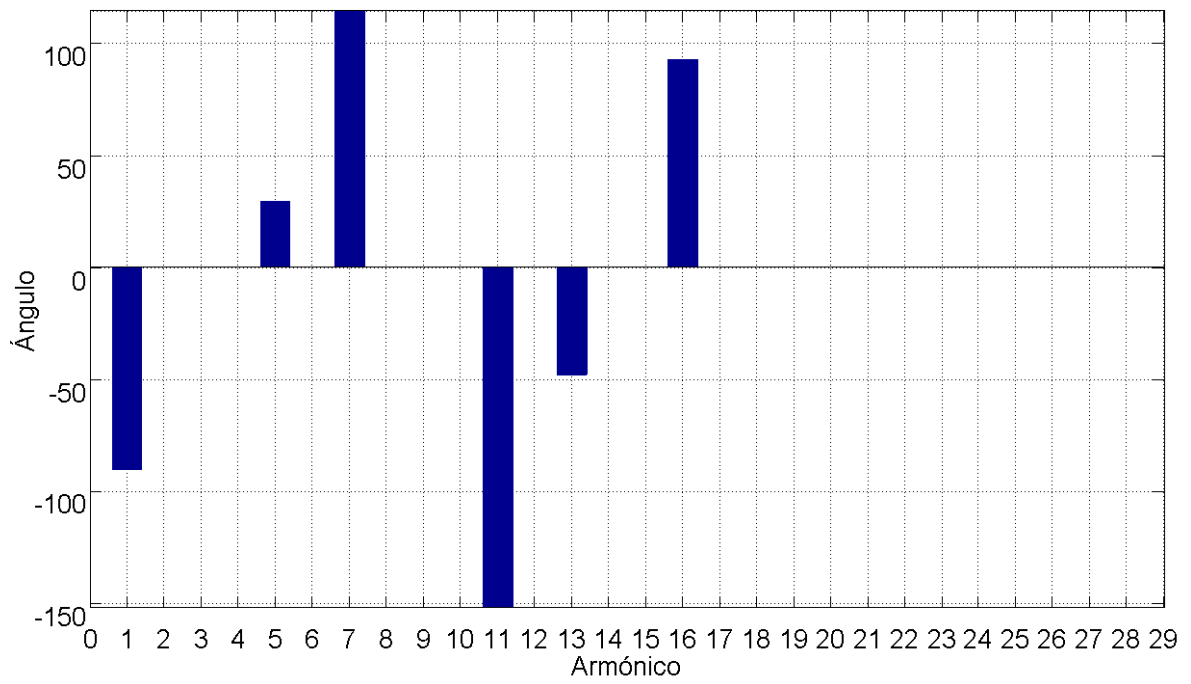


Figura 5.12. Espectro de ángulo en la barra Novacero B5 18 kV

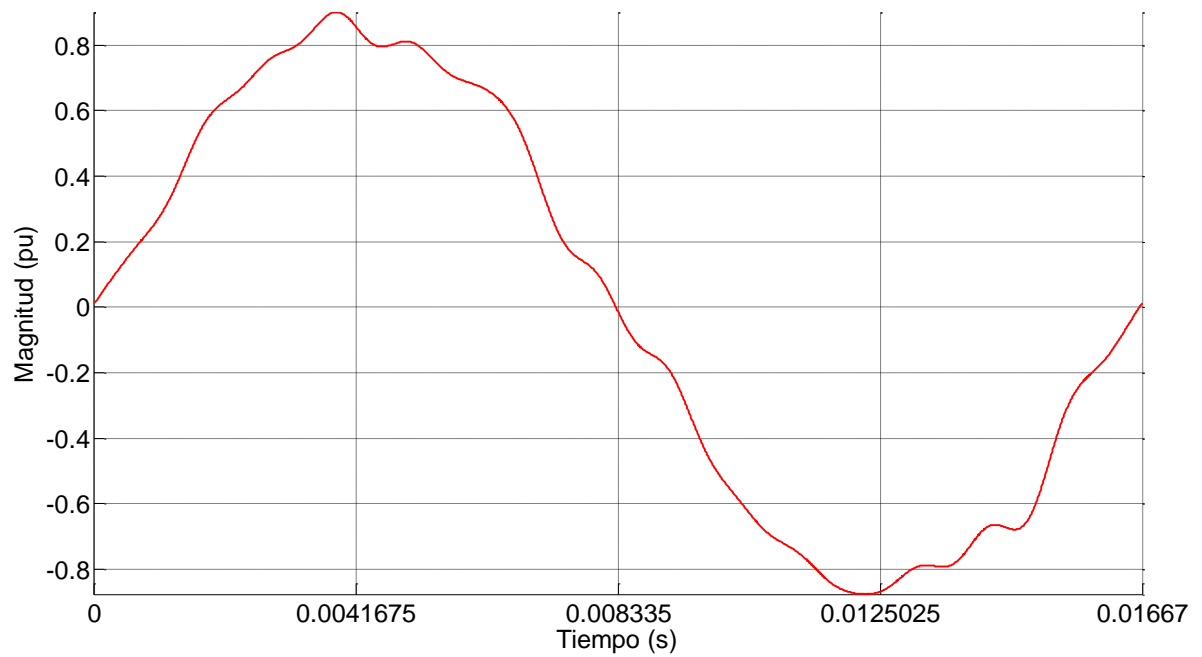


Figura 5.13. Voltaje barra Novacero B6

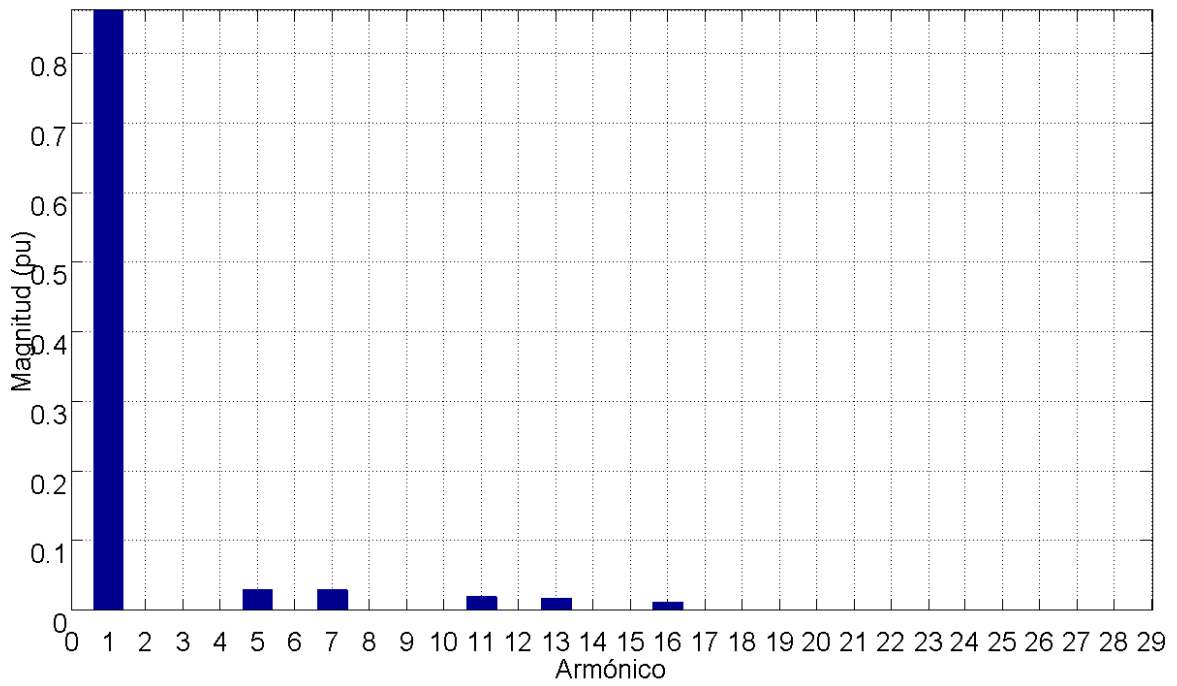


Figura 5.14. Espectro de magnitud en la barra Novacero B6

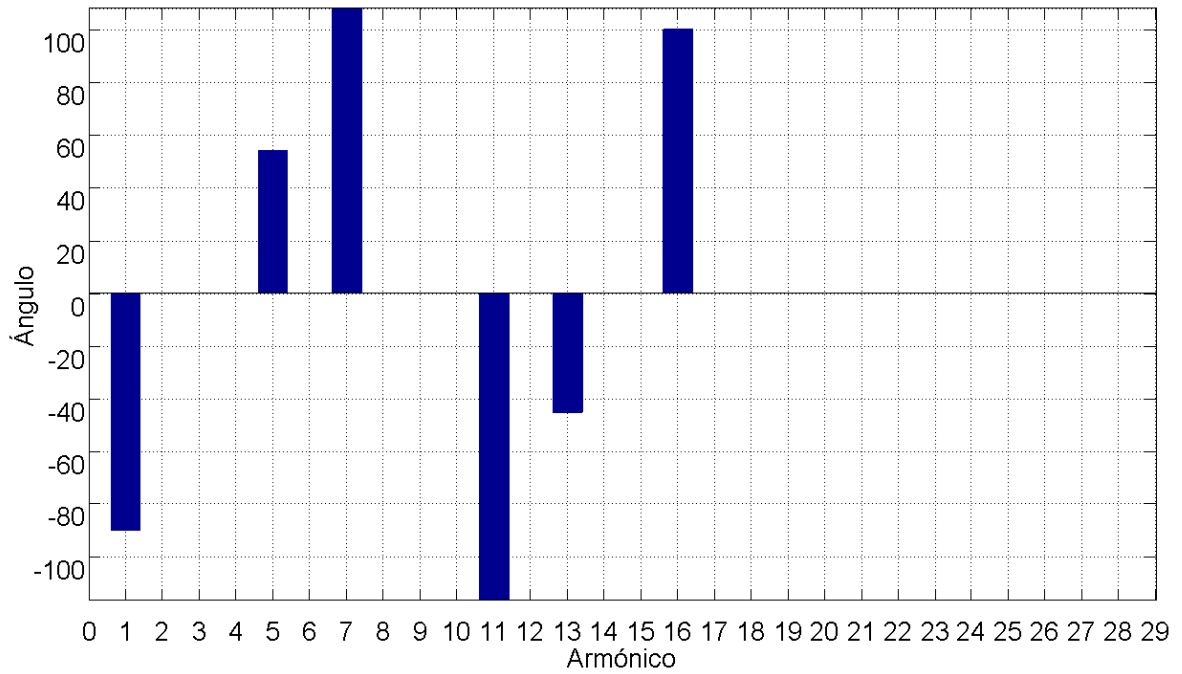


Figura 5.15. Espectro de magnitud en la barra Novacero B6

5.3.2 ANÁLISIS DEL SISTEMA SIN GENERACIÓN LOCAL CONECTADA

Esta alternativa propone analizar el flujo de potencia armónico sin la generación de las centrales Illuchi 1 e Illuchi 2. Como es de esperarse en la **Tabla 5.9** los resultados del flujo de potencia se alteran y los voltajes en algunas barras del sistema están por debajo de los valores tolerables, sin embargo el análisis de la magnitud del voltaje en el flujo de potencia no es objeto de este proyecto.

Tabla 5.9. Resultados flujo de potencia HPFepn

NOMBRE	V [pu]	TETA [°]	Pg [MW]	Qg [MVAr]	Pc [MW]	Qc [MVAr]
MULALÓ 138 kV	1,000	0,000	51,320	17,994	0,000	0,000
DRV LAIGUA 69 kV	0,981	-1,815	0,000	0,000	0,000	0,000
EL CALVARIO 13,8 kV	0,881	-9,560	0,000	0,000	5,130	1,740
EL CALVARIO 22 kV	0,881	-9,560	0,000	0,000	0,000	0,000
ILLUCHI 1 2,4 kV	0,881	-9,565	0,000	0,000	0,000	0,000
ILLUCHI 1 22 kV	0,881	-9,565	0,000	0,000	0,000	0,000
ILLUCHI 2 13,8 kV	0,881	-9,562	0,000	0,000	0,000	0,000
ILLUCHI 2 2,4 kV	0,881	-9,562	0,000	0,000	0,000	0,000
LA COCHA 13,8 kV	0,957	-4,582	0,000	0,000	2,224	0,836
LA COCHA 69 kV	0,976	-2,073	0,000	0,000	0,000	0,000
LASSO 13,8 kV	0,955	-4,505	0,000	0,000	11,787	4,940
LASSO 69 kV	0,977	-1,999	0,000	0,000	0,000	0,000
MULALÓ 69 kV	0,986	-1,497	0,000	0,000	0,000	0,000
MULALÓ 13,8 kV	0,988	-3,622	0,000	0,000	6,094	3,257
NOVACERO B1 138 kV	1,000	-0,031	0,000	0,000	0,000	0,000
NOVACERO B2 138 kV	0,997	-0,919	0,000	0,000	0,000	0,000
NOVACERO B3 18 kV	0,984	-3,888	0,000	0,000	0,000	0,000
NOVACERO B4 13,8 kV	0,997	-3,331	0,000	0,000	10,454	3,566
NOVACERO B5	0,887	-9,049	0,000	0,000	0,000	0,000
NOVACERO B6	0,862	-10,612	0,000	0,000	12,726	12,730
SIGCHOS 13,8 kV	0,958	-4,024	0,000	0,000	2,408	0,915
SIGCHOS 69 kV	0,972	-2,339	0,000	0,000	0,000	0,000

Como se comprueba en la **Tabla 5.10** El THD de esta alternativa es mayor que cuando se tiene generación en las subestaciones Illuchi 1 e Illuchi 2. Esto se debe a que las impedancias de los generadores se retiran de la matriz de admitancias de barras, además que al bajar los voltajes en las cargas no lineales, la corriente

a frecuencia fundamental aumenta y como resultado también aumentan las corrientes armónicas.

Tabla 5.10. THD del Sistema de Subtransmisión ELEPCO sin generación local

NOMBRE	THD simulado
MULALÓ 138 kV	0,254
DRV LAIGUA 69 kV	0,417
EL CALVARIO 13,8 kV	5,248
EL CALVARIO 22 kV	3,191
ILLUCHI 1 2,4 kV	2,222
ILLUCHI 1 22 kV	2,754
ILLUCHI 2 13,8 kV	3,897
ILLUCHI 2 2,4 kV	3,144
LA COCHA 13,8 kV	1,234
LA COCHA 69 kV	0,519
LASSO 13,8 kV	0,208
LASSO 69 kV	0,272
MULALÓ 69 kV	0,297
MULALÓ 13,8 kV	0,226
NOVACERO B1 138 kV	0,255
NOVACERO B2 138 kV	0,281
NOVACERO B3 18 kV	1,115
NOVACERO B4 13,8 kV	0,135
NOVACERO B5	4,242
NOVACERO B6	5,942
SIGCHOS 13,8 kV	0,205
SIGCHOS 69 kV	0,260

Como se observa en la **Figura 5.16** los índices de distorsión armónica total del sistema aumenta alrededor de un 10% debido a que al no estar conectados los generadores, se retiran caminos de menor impedancia para las corrientes armónicas por lo que estas se siguen propagando por la red induciendo mayor distorsión en las demás barras.

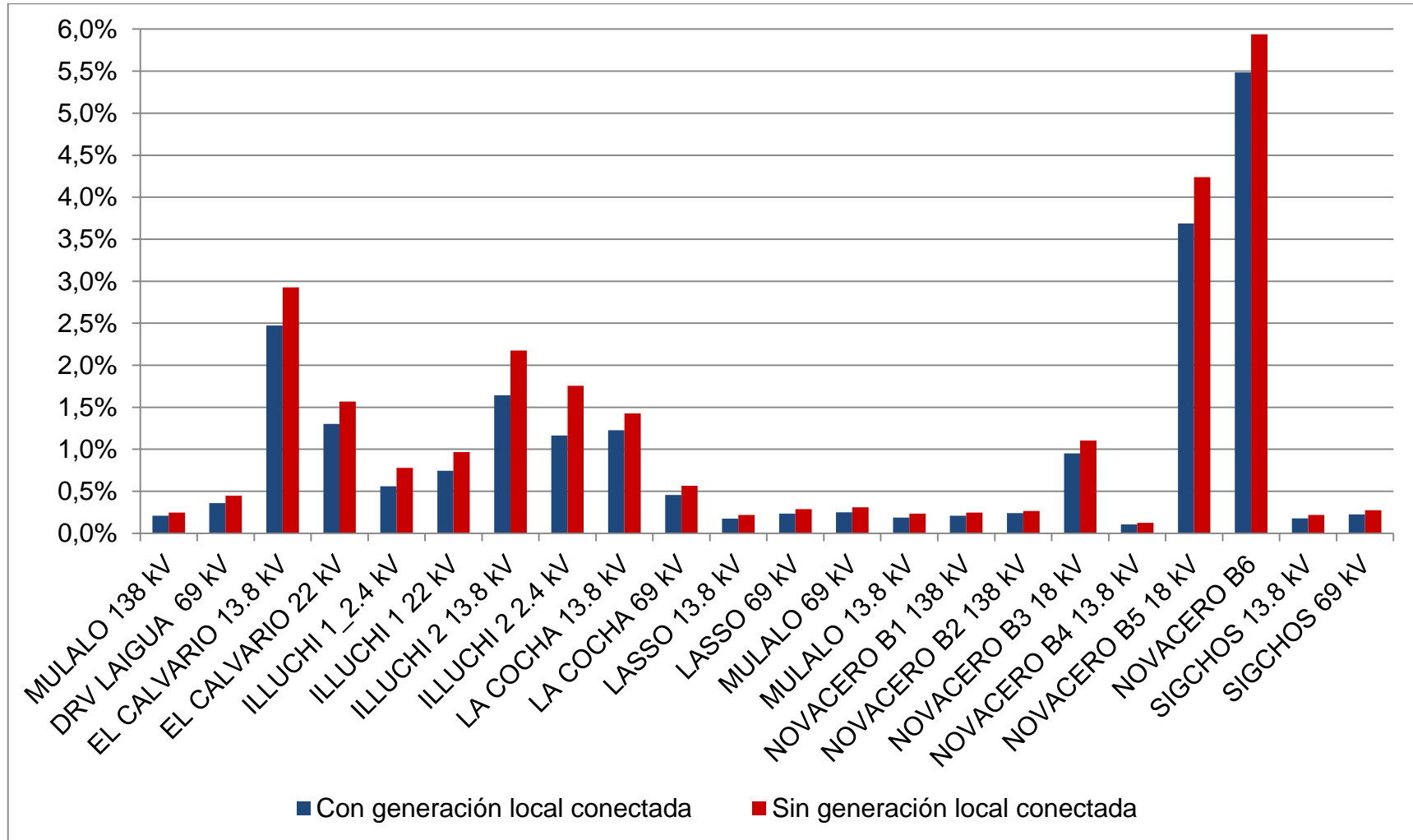


Figura 5.16. THD en las barras del Sistema de Subtransmisión ELEPCO con y sin generación local conectada

CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

7.1 CONCLUSIONES

- En el presente proyecto se desarrolla un programa en la plataforma MATLAB para resolver el flujo de potencia de armónicos en sistemas eléctricos. El software utiliza el algoritmo de Newton – Raphson para el flujo de potencia, el método de inyecciones de corrientes armónicas para cargas no lineales y el método iterativo para corrientes por saturación de transformadores.
- Los voltajes armónicos son muy sensibles a los modelos de efecto piel en los conductores y se vuelve más crítico a medida que aumenta el orden del armónico. Esta sensibilidad influye de forma considerable en los resultados de distorsión armónica total por lo que para la simulación se toma el modelo de efecto piel que mejor se ajusta al comportamiento del sistema de Subtransmisión de la Empresa Eléctrica Cotopaxi.
- La incorporación del desfase angular de $\pm 30^\circ$, grupos de conexión y el circuito equivalente de secuencia cero de transformadores tienen grandes efectos en la cancelación de armónicos del sistema, especialmente en los de secuencia cero (orden $3n$).
- Se deben considerar dos modelos para los generadores, dependiendo del tipo de barra para el flujo de potencia serán PQ, PV o $V\theta$; mientras que, para el flujo armónico se los debe representar como impedancias en serie en función de la frecuencia.
- Las cargas lineales deben ser modeladas de manera distinta para el flujo de potencia a frecuencia fundamental y a frecuencias armónicas; en el primero se modelan como cargas de potencia constante, mientras que para frecuencias armónicas se presentan 6 modelos de impedancia constante.

- Las cargas no lineales deben ser modeladas como cargas de potencia constante para el flujo de potencia y como fuentes de corrientes armónicas en las frecuencias definidas por su espectro típico.
- Las corrientes distorsionadas de los transformadores son obtenidas a través de la curva flujo vs. corriente, como una aproximación del lazo de histéresis. Esta corriente debe ser descompuesta mediante la Transformada Rápida de Fourier para obtener las componentes armónicas.
- El uso de matrices dispersas en el cálculo de la matriz de admitancia del sistema permite disminuir considerablemente el tiempo utilizado en su construcción, dando un uso más eficiente de los recursos computacionales.
- La distorsión generada por la propagación de corrientes armónicas en sistemas eléctricos se presenta cuando la red del sistema es menos robusta o cuando el sistema no cuenta con generación local, pues los generadores funcionan como caminos de baja impedancia para las corrientes armónicas.
- El Sistema Eléctrico de Subtransmisión de ELEPCO presenta mayores índices de distorsión cuando no tiene generadores conectados a la red, debido a que los voltajes en las cargas no lineales bajan y sus corrientes aumentan. Además, al no estar conectados los generadores los elementos correspondientes de la diagonal de la matriz de admitancia de barra cambian para cada frecuencia.

7.2 RECOMENDACIONES

- Incorporar modelos de cargas dependientes del voltaje o de la corriente (convertidores estáticos, HVDC, compensadores estáticos de potencia reactiva, entre otros) dentro del cálculo del Jacobiano. Lo que permite desarrollar otros métodos de solución de flujos de potencia de armónicos.
- Incorporar el barrido de frecuencia en las barras de inyección de distorsión para conocer condiciones de resonancia serie o paralelo del sistema.

- Desarrollar la simulación para sistemas trifásicos desbalanceados, esto permitirá la aplicación en sistemas donde existe gran cantidad de fuentes de corrientes armónicas monofásicas o bifásicas.
- Incorporar el cálculo de los filtros pasivos (R-L-C) necesarios para disminuir los índices de distorsión del sistema distintas frecuencias armónicas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] A. Medina, J. Segundo, P. Ribeiro, W. Xu, K. L. Lian, G. W. Chang, V. Dinavahi, and N. R. Watson, "Harmonic Analysis in Frequency and Time Domain," *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 28, no. 3, pp. 1813–1821, 2013.
- [2] J. Arrillaga and C. D. Callaghan, "Double-iterative algorithm for the analysis of power and harmonic flows at AC/DC convertor terminals," *Gener. Transm. Distrib. IEE Proc. C*, vol. 136, no. 6, pp. 319–324, Nov. 1989.
- [3] J. Arrillaga, A. Medina, M. L. V. Lisboa, M. A. Cavia, and P. Sanchez, "The Harmonic Domain. A frame of reference for power system harmonic analysis," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 10, no. 1, pp. 433–440, Feb. 1995.
- [4] Y. Sun, G. Zhang, W. Xu, and J. G. Mayordomo, "A Harmonically Coupled Admittance Matrix Model for AC/DC Converters," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 22, no. 4, pp. 1574–1582, Nov. 2007.
- [5] A. Gomez-Exposito, A. J. Conejo, and C. Canizares, *Electric Energy Systems: Analysis and Operation*. CRC Press, 2008.
- [6] G. J. Wakileh, *Power Systems Harmonics: Fundamentals, Analysis and Filter Design*. Springer Science & Business Media, 2001.
- [7] J. Arrillaga and N. R. Watson, *Power System Harmonics*. John Wiley & Sons, 2003.
- [8] "Modeling and simulation of the propagation of harmonics in electric power networks. I. Concepts, models, and simulation techniques," *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 11, no. 1, pp. 452–465, Enero 1996.
- [9] IEEE Tutorial on Harmonics Modelling and Simulation, "Modeling and Simulation of Power Systems Harmonics," *IEEE Educ. Prod.*, 2007.
- [10] C.-M. Ong, *Dynamic Simulation of Electric Machinery: Using Matlab/Simulink*. Prentice Hall PTR, 1998.
- [11] "IEEE Recommended Practices and Requirements for Harmonic Control in Electrical Power Systems," *IEEE Std 519-1992*, pp. 1–112, 1993.

- [12] L. M. Tolbert, H. D. Hollis, and J. Hale, P.S., "Survey of harmonics measurements in electrical distribution systems," in , *Conference Record of the 1996 IEEE Industry Applications Conference, 1996. Thirty-First IAS Annual Meeting, IAS '96*, 1996, vol. 4, pp. 2333–2339 vol.4.
- [13] Task Force and G. Chang, "Characteristics and Modeling of Harmonic Sources-Power Electronic Devices," *IEEE Power Eng. Rev.*, vol. 21, no. 8, pp. 62–63, 2001.
- [14] T. H. Ortmeier, "Harmonic analysis methodology," *IEEE PES Tutor. Course*, no. Course Text 84 EH0221–2-PWR, pp. 74–84, 1984.
- [15] L. Gyugyi and E. R. Taylor, "Characteristics of Static, Thyristor-Controlled Shunt Compensators for Power Transmission System Applications," *IEEE Trans. Power Appar. Syst.*, vol. PAS-99, no. 5, pp. 1795–1804, Sep. 1980.
- [16] L. Freris and D. Infield, *Renewable Energy in Power Systems*. John Wiley & Sons, 2008.
- [17] E. O. Brigham, *Fast Fourier Transform*. Prentice-Hall, 1974.
- [18] J. W. Cooley and J. W. Tukey, "An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series," *Math. Comput.*, vol. 19, no. 90, pp. 297–301, 1965.
- [19] W. M. Grady, "Understanding Power System Harmonics." Department of Electrical & Computer Engineering, University of Texas at Austin, 2012.
- [20] A. Bueno Montilla, "Electrónica de Potencia: Aspectos Generales y Convertidores Eléctricos." Departamento de Conversión y Transporte de Energía, Universidad Simón Bolívar, 2012.
- [21] L. S. Czarnecki, "Distortion power in systems with nonsinusoidal voltage," *Electr. Power Appl. IEE Proc. B*, vol. 139, no. 3, pp. 276–280, May 1992.
- [22] V. E. Wagner, J. C. Balda, D. C. Griffith, A. McEachern, T. M. Barnes, D. P. Hartmann, D. J. Phileggi, A. E. Emmanuel, W. F. Horton, W. E. Reid, R. J. Ferraro, and W. T. Jewell, "Effects of harmonics on equipment," *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 8, no. 2, pp. 672–680, Abril 1993.

- [23] J. Játiva-Ibarra, G. Constante-Flores, and G. Cabera-Celi, "Flujo de Potencia por Newton-Raphson con el Jacobiano Calculado en las Ecuaciones de Errores de Potencia," *Rev. Politécnica*, vol. 33, no. 1, Feb. 2014.
- [24] G. Navarro, "Análisis de armónicos en las unidades de generación de las centrales hidroeléctricas Illuchi 1 e Illuchi 2 de ELEPCO S.A.," Tesis, QUITO/EPN/2013, 2013.

ANEXOS

ANEXO I

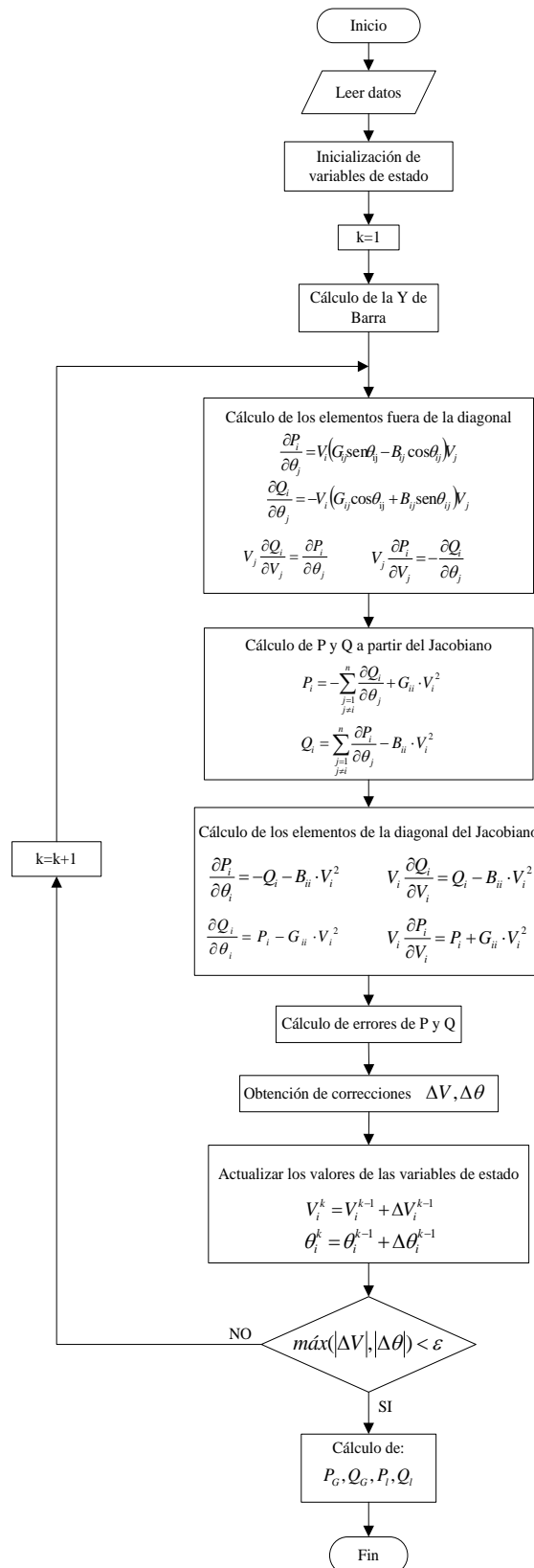


Figura A1.1 Diagrama de flujo de algoritmo de NR optimizado

ANEXO II

Tabla 2.1. Datos de barras de Sistema IEEE de 14 barras

No.	NOMBRE	TIPO	V [kV]	PG [MW]	QG [MVar]	PC [MW]	QC [MVar]	V [pu]	θ [rad]	Rgen [pu]	Xgen [pu]
1	Barra 1	VT	230			0	0	1,06	0	0	0,25
2	Barra 2	PV	230	18,3	0	0	0	1,045		0	0,25
3	Barra 3	PQ	230	0	0	0	0				
4	Barra 301	PQ	35,4	0	0	0	0				
5	Barra 302	PQ	35,4	0	0	0	0				
6	Barra 4	PQ	230	0	0	47,79	-3,9				
7	Barra 5	PQ	230	0	0	7,599	1,599				
8	Barra 6	PV	230	-11,2	0	0	0	1,07		0	0,25
9	Barra 7	PQ	230	0	0	0	0				
10	Barra 8	PQ	13,8	0	0	0	0				
11	Barra 9	PQ	115	0	0	29,499	16,599				
12	Barra 10	PQ	115	0	0	9	5,799				
13	Barra 11	PQ	115	0	0	3,501	1,8				
14	Barra 12	PQ	115	0	0	6,099	1,599				
15	Barra 13	PQ	115	0	0	13,5	5,799				
16	Barra 14	PQ	115	0	0	14,901	5,001				

Tabla A2.2. Datos de líneas de Sistema IEEE de 14 barras

Barra Envío	Barra Llegada	R[pu/km]	X[pu/km]	Y[pu/km]	L [km]
8	13	0,09495	0,19887	0	1
8	14	0,12285	0,25575	0	1
8	15	0,06613	0,13024	0	1
11	12	0,03181	0,08448	0	1
11	16	0,0127	0,27033	0	1
12	13	0,08203	0,19202	0	1
14	15	0,22087	0,19985	0	1
15	16	0,17089	0,34795	0	1
1	2	0,01937	0,05916	0,0633	1
1	7	0,05402	0,223	0,0528	1
2	3	0,04697	0,19794	0,0492	1
2	6	0,0581	0,17628	0,0438	1
2	7	0,05693	0,17384	0,0374	1
3	6	0,067	0,17099	0,0339	1
6	7	0,01335	0,04209	0,0346	1

Tabla A2.3. Datos de compensadores y filtros de Sistema IEEE de 14 barras

Barra	R [pu]	X [pu]	B [pu]
11	0	0	0,0633
10	0,5251	8,31233	0,03015
10	0,5251	1,32635	0,03015
10	0,5251	0,67307	0,03015
10	0,5251	0,27515	0,03015
3	0,00136	0,02772	0,24916
3	0,00136	0,02772	0,24916

Tabla A2.4. Datos de transformadores de Sistema IEEE de 14 barras

Barra Envío	Barra Llegada	Conexión B. ENVÍO	Conexión B. LLEGADA	R [pu]	X [pu]	Tap [pu]	Fase [°]	Barra del Tap	Barra de la impedancia
6	9	Y	Y	0	0,209	1	0	6	9
6	11	Y	Y	0	0,55618	1	0	6	11
7	8	Y	Y	0	0,2502	1	0	7	8
9	10	Y	D	0	0,17615	1	0	9	10
9	11	Y	Y	0	0,11	1	0	9	11
3	4	Y	Y	0	0,028	1	0	3	4
3	5	Y	D	0	0,028	1	0	3	5

Tabla A2.5. Datos de espectros armónicos de Sistema IEEE de 14 barras

Armónico	Barra		Barra		Barra	
	301		302		8	
	P [MW]	Q [MVar]	P [MW]	Q [MVar]	P [MW]	Q [MVar]
	59,505	3,363	59,505	3,363	0	12,9
Magnitud [pu]	Ángulo [°]	Magnitud [pu]	Ángulo [°]	Magnitud [pu]	Ángulo [°]	
1	1	-49,56	1	-49,56	1	46,92
5	0,1941	-67,77	0,1941	-67,77	0,0702	-124,4
7	0,1309	11,9	0,1309	11,9	0,025	-29,87
11	0,0758	-7,13	0,0758	-7,13	0,0136	-23,75
13	0,0586	68,57	0,0586	68,57	0,0075	71,5
17	0,0379	46,53	0,0379	46,53	0,0062	77,12
19	0,0329	116,46	0,0329	116,46	0,0032	173,43
23	0,0226	87,47	0,0226	87,47	0,0043	178,02
24	0,0241	159,32	0,0241	159,32	0,0013	-83,45
29	0,0193	126,79	0,0193	126,79	0,004	-80,45

ANEXO III

Tabla A3.1. Datos de barras de Sistema de Subtransmisión de ELEPCO de 22 barras

No.	NOMBRE	TIPO	VOLTAJE [kV]	PG [MW]	QG [MVar]	PC [MW]	QC [MVar]	V [pu]	θ [rad]	Rgen [pu]	Xgen [pu]
1	MULALÓ 138 kV	VT	138	0	0	0	0	1	0	0,216	1,0485
2	DRV LAIGUA 69 kV	PQ	69	0	0	0	0				
3	EL CALVARIO 13.8 kV	PQ	13,8	0	0	0	0				
4	EL CALVARIO 22 kV	PQ	22	0	0	0	0				
5	ILLUCHI 1 2.4 kV	PQ	2,4	1,68	0,05315	0	0			0	4,9681
6	ILLUCHI 1 22 kV	PQ	22	0	0	0	0				
7	ILLUCHI 2 13.8 kV	PQ	13,8	0	0	0	0				
8	ILLUCHI 2 2.4 kV	PQ	2,4	2,5	1,81	0	0			0	9,1692
9	LA COCHA 13.8 kV	PQ	13,8	0	0	2,2244	0,836				
10	LA COCHA 69 kV	PQ	69	0	0	0	0				
11	LASSO 13.8 kV	PQ	13,8	0	0	11,7875	4,94				
12	LASSO 69 kV	PQ	69	0	0	0	0				
13	MULALÓ 69 kV	PQ	69	0	0	0	0				
14	MULALÓ 13.8 kV	PQ	13,8	0	0	6,0936	3,257				
15	NOVACERO B1 138 kV	PQ	138	0	0	0	0				
16	NOVACERO B2 138 kV	PQ	138	0	0	0	0				
17	NOVACERO B3 18 kV	PQ	18	0	0	0	0				
18	NOVACERO B4 13.8 kV	PQ	13,8	0	0	10,4544	3,566				
19	NOVACERO B5	PQ	18	0	0	0	0				
20	NOVACERO B6	PQ	0,854	0	0	0	0				
21	SIGCHOS 13.8 kV	PQ	13,8	0	0	2,4084	0,915				
22	SIGCHOS 69 kV	PQ	69	0	0	0	0				

Tabla A3.2. Datos de líneas de Sistema de Subtransmisión de ELEPCO de 22 barras

Barra Envío	Barra Llegada	R[pu/km]	X[pu/km]	Y[pu/km]	L [km]
2	13	0,00459765	0,0110499	0,00014746	7,87
3	9	0,11494118	0,27624767	5,8983E-06	6
6	4	0,11325767	0,09266239	1,8029E-05	9
7	3	0,14033137	0,20154693	8,1778E-06	7,65
10	2	0,00459765	0,0110499	0,00014746	6,35
12	22	0,00459765	0,01104991	0,00014746	24,66
1	15	0,00105229	0,00214817	0,00053072	1,2
13	12	0,00459765	0,01104991	0,00014746	6,55

Tabla A3.3. Datos de compensadores y filtros de Sistema de Subtransmisión de ELEPCO de 22 barras

Barra	R [pu]	X [pu]	B [pu]
17	0	2,807653	0,04385
17	0	1,861685	0,037254
17	0	6,795149	0,036766
18	0	1,167952	0,036615

Tabla A3.4. Datos de transformadores de Sistema de Subtransmisión de ELEPCO de 22 barras

Barra Envío	Barra Llegada	Conexión B. ENVÍO	Conexión B. LLEGADA	R [pu]	X [pu]	Tap [pu]	Fase [°]	Barra del Tap	Barra de la impedancia
15	16	D	D	0,00055556	0,066664	1	0	15	16
4	3	D	Y	0	1,4525	1	0	4	3
6	5	D	Y	0	1,295238	1	0	6	5
7	8	Y	D	0,04023669	1,296923	1	0	7	8
10	9	D	Y	0	0,536667	1	0	10	9
12	11	D	Y	0,02442292	0,3565	1	0	12	11
13	14	D	Y	0,04199863	0,630833	0,975	0	13	14
22	21	D	Y	0,09563909	1,174	1	0	22	21
16	18	D	Y	0,002768	0,39999	1	0	16	18
19	20	Y	D	0	0,164	1	0	19	20
16	17	D	Y	0,002768	0,39999	1	0	16	17
1	13	Y	Y	0,00262856	0,092963	1	0	1	13
17	19	Y	Y	0	0,617227	1	0	17	19

Tabla A3.5. Datos de espectros armónicos de Sistema de Subtransmisión de ELEPCO de 22 barras

	Barra		Barra	
	20		3	
	P [MW]	Q [MVA _r]	P [MW]	Q [MVA _r]
	12,726	12,72984	5,13	1,74
Armónico	Magnitud [pu]	Ángulo [°]	Magnitud [pu]	Ángulo [°]
1	1	0	1	0
2	0,0072	138,17	0	0
3	0,0033	-148,31	0	0
4	0,0069	-77,46	0	0
5	0,0905	-84,96	0,05087658	0
6	0,0009	67,23	0	0
7	0,0627	65,04	0,1056953	0
8	0,0046	-153,55	0	0
9	0,0057	-70,81	0	0
10	0,0063	-3,53	0	0
11	0,0268	14,65	0,02161389	0
12	0,0019	145,8	0	0
13	0,0208	-179,64	0,00472526	0
14	0,0028	-72,95	0	0
15	0,0111	27,97	0	0
16	0,0111	100,35	0	0

ANEXO IV

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL
Ingeniería Eléctrica
HPFEPN



Manual de usuario

Autor: Ing. Gonzalo Constante

Director: Dr. Jesús Játiva Ibarra

REQUERIMIENTOS

La aplicación HPFepn ha sido desarrollada en MATLAB 2013a en el sistema operativo Microsoft Windows XP. Se ha previsto que para facilitar su uso, el ingreso de los datos del sistema sea a través de una hoja de cálculo en Microsoft Excel, cuyo formato se detalla más adelante.

INSTALACIÓN

Para instalar el programa se debe agregar la carpeta HPFepn al directorio de MATLAB. Para esto se deben seguir los siguientes pasos:

1. Abrir MATLAB.
2. Seguir la ruta: ENVIRONMENT / Set Path / Add with Subfolders...
3. Seleccionar la carpeta HPFepn.

Al seleccionar dicha carpeta se agregarán también las subcarpetas *HPFepn\imagenes* y *HPFepn>manual*. La Figura A4.1 ilustra el proceso de instalación de la aplicación.

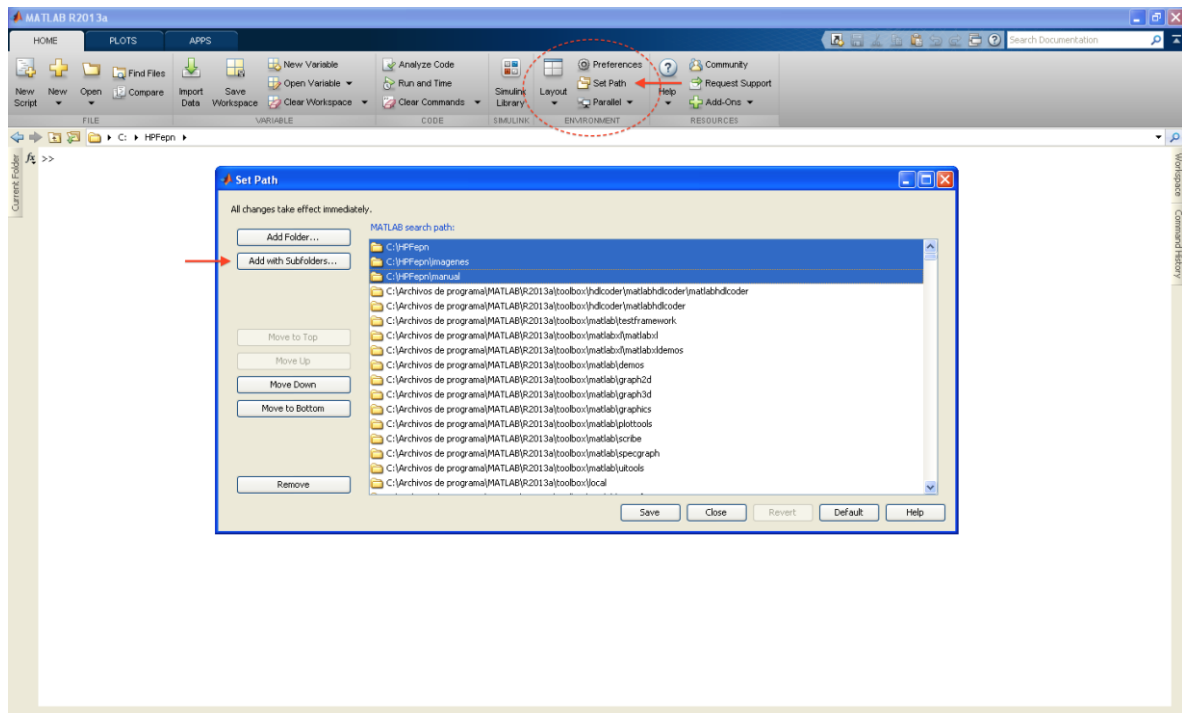


Figura A4.1. Proceso de instalación de la aplicación HPFepn

EJECUTAR HPFepn

Para ejecutar el programa se debe escribir en el Comand Window de MATLAB:

```
>> runHPFepn
```

Se despliega en el Comand Window una breve presentación del programa.

Además se abrirán las ventanas de inicio y principal de la interfaz gráfica del programa como se indica en las Figuras A4.2 y A4.3 respectivamente.



Figura A4.2. Ventana de inicio de la aplicación HPFepn

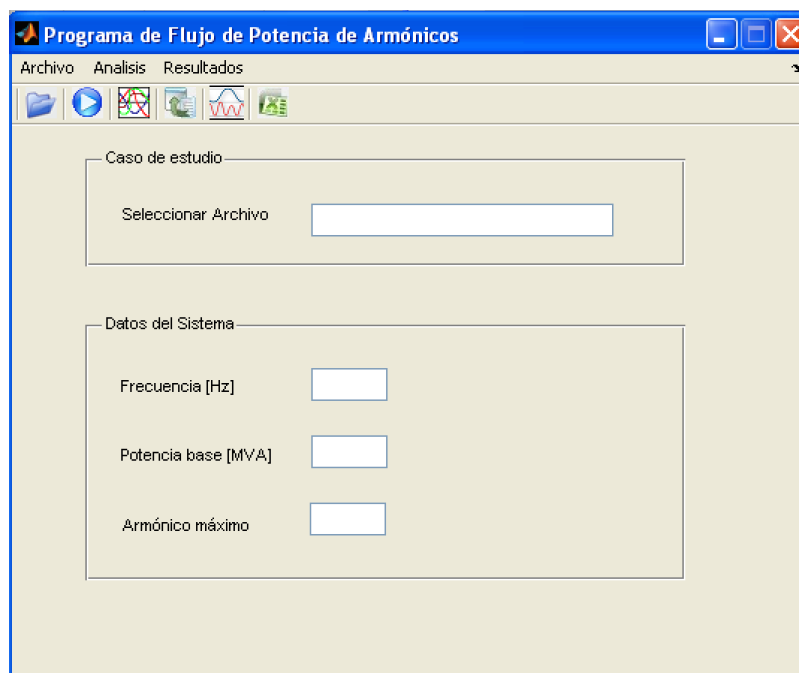


Figura A4.3. Ventana principal de la aplicación HPFepn

INTERFAZ GRÁFICA

El programa cuenta con una interfaz gráfica para facilitar el manejo del usuario, esta interfaz cuenta con la ventana principal y la salida gráfica.

VENTANA PRINCIPAL

La ventana principal se puede desagregar en 1 barra de menús, 1 barra de herramientas y 2 paneles como se muestra en la Figura A4.4.

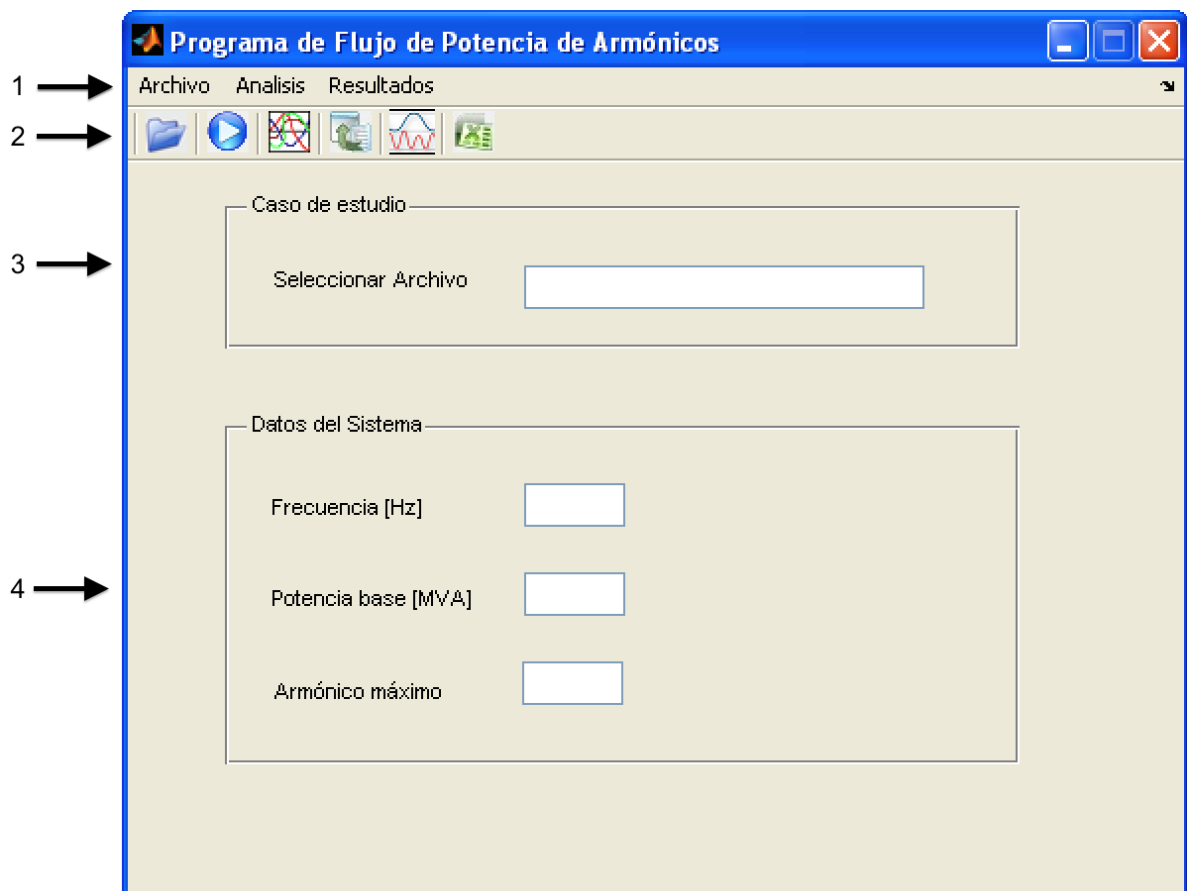


Figura A4.4. Partes de la ventana principal de la aplicación HPFepn

1. Barra de menús

1.1. Archivo

1.1.1. Cargar sistema de potencia

Permite cargar el archivo de Excel en formato (.xls) con los datos del sistema.

1.1.2. Salir

Cierra la aplicación.

1.2. Análisis

1.2.1. Flujo de potencia

Una vez cargado el sistema, permite calcular el flujo de potencia a frecuencia fundamental e indica el número de iteraciones del flujo.

1.2.2. Flujo de potencia de armónicos

Después de haber cargado el sistema y los datos del sistema, calcula el flujo de potencia de armónicos, se despliega un mensaje donde se pregunta si se considera o no la saturación de transformadores.

1.3. Resultados

1.3.1. Exportar







Guarda los resultados de la simulación en una hoja de cálculo llamada "Resultados" en el archivo donde están los datos del sistema.

1.3.2. Salida gráfica

Abre una nueva ventana, donde se puede graficar las formas de onda y espectros de voltaje y corriente de cada barra.

2. Barra de herramientas

Cuenta con los mismo comandos que la barra de menús, la función de cada icono se detalla a continuación:

ICONO	FUNCIÓN
	Cargar archivo de caso de estudio
	Flujo de potencia
	Flujo de potencia de armónicos
	Reporte de resultados
	Salida gráfica
	Exportar a Excel

3. Panel de caso de estudio

En este panel se carga el archivo en formato .xls con los datos del sistema de estudio.

4. Datos del sistema

Permite el ingreso de 3 variables para el análisis: frecuencia, potencia base y el armónico máximo de análisis.

VENTANA DE SALIDA GRÁFICA

La salida gráfica del sistema permite observar las formas de onda de voltaje y corriente y el espectro de magnitud y ángulo en todas las barras del sistema, como se muestra en la Figura A4.5.

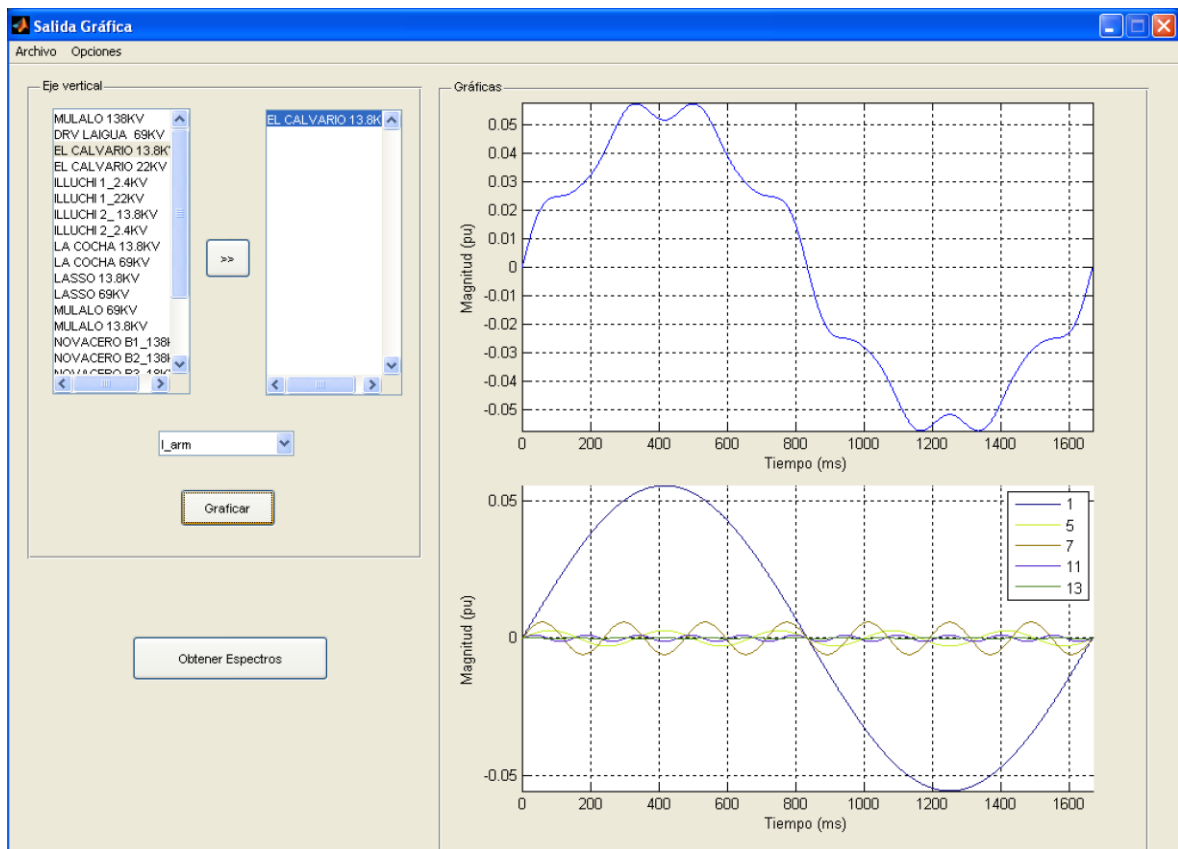


Figura A4.5. Salida gráfica de la aplicación HPFepn

De dicha forma de onda se puede obtener la descomposición en series de Fourier, de espectro y de ángulo, como se indica en la Figura A4.6.

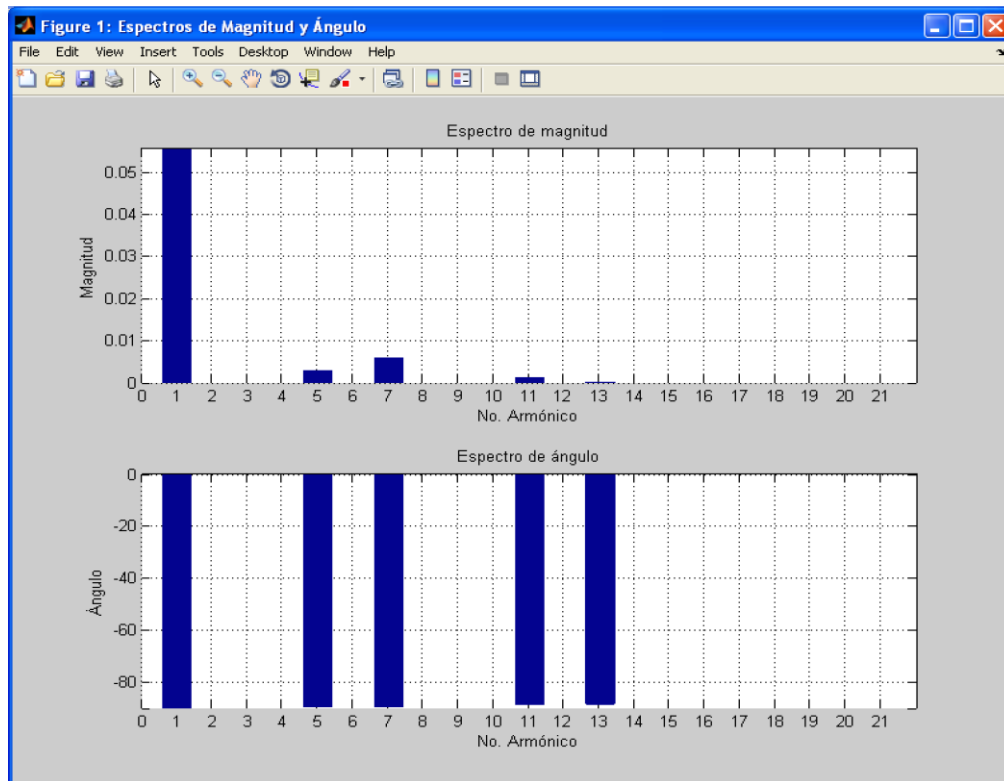


Figura A4.6. Espectros de magnitud y ángulo de la aplicación HPFepn