

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

FACULTAD DE CIENCIAS

DETERMINACIÓN DE MODELOS DE PREDICCIÓN ESPACIAL DE LA VARIABLE ONDULACIÓN GEOIDAL, PARA LA ZONA URBANA DEL CANTÓN QUITO Y LA ZONA RURAL DEL CANTÓN GUAYAQUIL, UTILIZANDO TÉCNICAS GEOESTADÍSTICAS

**TESIS DE GRADO PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL GRADO DE MAGÍSTER
EN ESTADÍSTICA APLICADA**

ING. CÉSAR ALBERTO LEIVA GONZÁLEZ

leicesar@hotmail.com

Director: MAT. NELSON ALEJANDRO ARAUJO GRIJALVA, MSC.

alejandro.araujo@epn.edu.ec

QUITO, OCTUBRE 2014



DECLARACIÓN

Yo, César Alberto Leiva González, declaro bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentada para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

La Escuela Politécnica Nacional puede hacer uso de los derechos correspondientes a este trabajo, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normatividad institucional vigente.

Ing. César Alberto Leiva González

CERTIFICACIÓN

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por César Alberto Leiva González, bajo mi supervisión.

Mat. Nelson Alejandro Araujo Grijalva, Msc.

DIRECTOR

AGRADECIMIENTOS

DEDICATORIA

ÍNDICE DE CONTENIDO

LISTA DE FIGURAS	i
LISTA DE TABLAS	iii
LISTA DE ANEXOS	iv
RESUMEN	v
ABSTRACT	vi
CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	1
1.2 OBJETIVO GENERAL	3
1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	3
1.4 JUSTIFICACIÓN.....	3
CAPÍTULO II: FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....	5
2.1 SISTEMAS GEODÉSICOS DE REFERENCIA.....	5
2.1.1 SISTEMA DE REFERENCIA	5
2.1.2 MARCO DE REFERENCIA.....	6
2.2 SUPERFICIES DE REFERENCIA.....	7
2.2.1 SUPERFICIE FÍSICA DE LA TIERRA (SUPERFICIE TOPOGRÁFICA).....	7
2.2.2 GEOIDE	8
2.2.3 CUASIGEOIDE	8
2.2.4 ELIPSOIDE.....	9
2.2.5 RELACIÓN ENTRE EL GEOIDE, ELIPSOIDE Y SUPERFICIE TOPOGRÁFICA	10
2.3 SISTEMA DE COORDENADAS.....	11
2.3.1 COORDENADAS CARTESIANAS	11
2.3.2 COORDENADAS GEOGRÁFICAS (ELIPSOIDALES O GEODÉSICAS).....	12
2.3.3 COORDENADAS PLANAS	14
2.3.3.1 Coordenadas Planas Transversa de Mercator (Gauss Kruger).....	15
2.3.3.2 Coordenadas Universal Transversa de Mercator (UTM)	15
2.3.3.3 Coordenadas Transversa de Mercator para Quito (TMQ).....	16
2.4 SISTEMAS DE ALTURAS	17

2.4.1 ALTURAS ELIPSOIDALES	18
2.4.2 ALTURAS NIVELADAS	19
2.4.3 ALTURAS ORTOMÉTRICAS.....	20
2.4.4 ALTURAS NORMALES	21
2.5 ONDULACIÓN GEOIDAL.....	22
2.5.3 MODELO GRAVIMÉTRICO TERRESTRE 1996 (EGM96)	23
2.5.4 MODELO GRAVIMÉTRICO MUNDIAL 2008 (EGM08)	23
CAPÍTULO III: GEOESTADÍSTICA	25
3.1 ESTADISTICA ESPACIAL	25
3.1.1 DEFINICIONES.....	25
3.1.1.1 Geoestadística.....	25
3.1.1.2 Lattices (Enmallados).....	26
3.1.1.3 Patrones Espaciales.....	26
3.2 ANÁLISIS EXPLORATORIO DE DATOS.....	27
3.2.1 INTRODUCCIÓN.....	27
3.2.2 GRÁFICOS EXPLORATORIOS.....	27
3.3 ANÁLISIS ESTRUCTURAL	28
3.3.1 UN ENFOQUE ESTOCÁSTICO PARA LA VARIACIÓN ESPACIAL	28
3.3.2 LA TEORÍA GEOESTADÍSTICA Y VARIABLES REGIONALIZADAS.....	28
3.3.3 ESTACIONARIEDAD	29
3.3.4 VARIACIÓN INTRÍNSECA	30
3.3.5 ESTIMACIÓN DEL VARIOGRAMA	31
3.3.5.1 Características del Variograma.....	32
3.3.6 MODELAMIENTO DEL VARIOGRAMA	35
3.3.6.1 Modelo Potencia.....	37
3.3.6.2 Modelo Esférico	37
3.3.6.3 Modelo Exponencial.....	38
3.3.6.4 Modelo Gaussiano	38
3.3.6.5 Modelo Cúbico	39
3.3.6.6 Modelo de Independencia (Pepita Puro)	39
3.4 PREDICCIÓN ESPACIAL	40
3.4.1 PREDICCIÓN ESPACIAL ÓPTIMA.....	40
3.4.2 CARÁCTERÍSTICAS GENERALES DEL KRIGING.....	40

3.4.3 KRIGING ORDINARIO PARA MAPEO	41
3.4.3.1 Pesos Kriging.....	43
3.4.4 VALIDACIÓN CRUZADA.....	44
CAPÍTULO IV: RECOPIACIÓN Y VALIDACIÓN DE DATOS	45
4.1 PROYECTO QUITO.....	45
4.1.1 GENERALIDADES	45
4.1.2 AREA DE INTERVENCIÓN	45
4.1.3 DETERMINACIÓN GPS.....	47
4.1.4 DETERMINACIÓN DE LA ALTURA SOBRE EL NIVEL MEDIO DEL MAR ...	47
4.1.5 RECOPIACIÓN Y VALIDACIÓN DE DATOS	48
4.2 PROYECTO GUAYAQUIL	51
4.2.1 GENERALIDADES	51
4.2.2 AREA DE INTERVENCIÓN	52
4.2.3 DETERMINACIÓN GPS.....	52
4.2.4 DETERMINACIÓN DE LA ALTURA SOBRE EL NIVEL MEDIO DEL MAR ...	52
4.2.5 RECOPIACIÓN Y VALIDACIÓN DE DATOS	52
4.3 BASE DE DATOS GEODÉSICA DEL IGM	53
CAPÍTULO V: OBTENCIÓN Y VALIDACIÓN DE MODELOS GEOESTADÍSTICOS	55
5.1 MODELO GEOESTADÍSTICO DE PREDICCIÓN DE ONDULACIÓN GEOIDAL - QUITO.....	55
5.1.1 ANÁLISIS Y APLICACIÓN DE TÉCNICAS GEOESTADÍSTICAS.....	55
5.1.1.1 Análisis Exploratorio de Datos.....	55
5.1.1.2 Variograma Experimental.....	57
5.1.1.3 Nube Variográfica	59
5.1.1.4 Ajuste del variograma a un modelo teórico.....	59
5.1.1.5 Validación Cruzada	62
5.1.1.6 Predicción.....	64
5.1.2 ELABORACIÓN DE MAPA DE ONDULACIÓN GEOIDAL.....	68
5.1.3 VALIDACIÓN DEL MODELO GEOESTADÍSTICO	68
5.2 MODELO GEOESTADÍSTICO DE PREDICCIÓN DE ONDULACIÓN GEOIDAL - GUAYAQUIL	71
5.2.1 ANALISIS Y APLICACIÓN DE TÉCNICAS GEOESTADÍSTICAS.....	71

5.2.1.1	Análisis Exploratorio de Datos.....	71
5.2.1.2	Variograma Experimental.....	74
5.2.1.3	Nube Variográfica	75
5.2.1.4	Ajuste de un variograma a un modelo teórico.....	75
5.2.1.5	Validación Cruzada	76
5.2.1.6	Predicción.....	77
5.2.3	ELABORACIÓN DE MAPA DE ONDULACIÓN GEOIDAL.....	81
5.2.4	VALIDACIÓN DEL MODELO GEOESTADÍSTICO	81
5.3	ANALISIS DE RESULTADOS.....	84
5.3.1	COMPARACIÓN DE LOS MODELOS GEOESTADÍSTICOS OBTENIDOS CON LOS MODELOS MUNDIALES EGM96 Y EGM08, EN LOS PUNTOS DE VALIDACIÓN.....	84
5.3.1.1	Modelo Geoestadístico de Quito	84
5.3.1.2	Modelo Geoestadístico de Guayaquil.....	85
5.3.2	INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS	85
CAPÍTULO VI: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....		87
6.1	CONCLUSIONES.....	87
6.2	RECOMENDACIONES	88
REFERENCIAS		89
ANEXOS.....		91

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Geoide	9
Figura 2 Geometría de la Elipse	10
Figura 3 Relación entre el Geoide, el Elipsoide y la Superficie Topográfica.	10
Figura 4 Coordenadas Cartesianas Geocéntricas.....	12
Figura 5 Sistema de Coordenadas Geográficas	13
Figura 6 Proyecciones Cartográficas.....	14
Figura 7 Coordenadas UTM.....	16
Figura 8 Alturas Niveladas	20
Figura 9 Variograma No Acotado (Proceso solamente Intrínseco).....	34
Figura 10 Variograma Acotado (Proceso estacionario de segundo orden)	34
Figura 11 Variograma efecto pepita puro.....	35
Figura 12 Mapa del Área de Intervención - Quito.....	46
Figura 13 Diagrama de Caja Preliminar - Muestras Quito	49
Figura 14 Gráfico de Dispersión Preliminar - Muestras Quito	51
Figura 15 Mapa del Área de Intervención - Guayaquil	54
Figura 16 Histograma Ondulación Geoidal - Quito	56
Figura 17 Diagrama de Caja Ondulación Geoidal - Quito	56
Figura 18 Gráfico de Dispersión Este - Ondulación - Quito	57
Figura 19 Gráfico de Dispersión Norte - Ondulación - Quito.....	57
Figura 20 Variograma Experimental Omnidireccional - Quito.....	58
Figura 21 Nube Variográfica - Quito	59
Figura 22 Modelamiento de Variograma Experimental - Quito.....	61
Figura 23 Modelamiento Gaussiano de Variograma Experimental - Quito.....	61
Figura 24 Modelamiento Esférico de Variograma Experimental - Quito	62
Figura 25 Histograma de Error de Validación Cruzada - Quito.....	63
Figura 26 Mapa del Modelo de Predicción de Ondulación Geoidal - Quito.....	65
Figura 27 Mapa de Desviación Estándar de Error de Predicción - Quito	66
Figura 28 Mapa Topográfico y Modelo Geoestadístico - Quito	67
Figura 29 Mapa de Ubicación - Puntos de Validación - Quito	69

Figura 30 Histograma Error - Modelo - Quito	70
Figura 31 Histograma Ondulación Geoidal - Guayaquil.....	72
Figura 32 Diagrama de Caja Ondulación Geoidal - Guayaquil.....	72
Figura 33 Gráfico de Dispersión Este - Ondulación - Guayaquil.....	73
Figura 34 Gráfico de Dispersión Norte - Ondulación - Guayaquil	73
Figura 35 Variograma Experimental Omnidireccional - Guayaquil	74
Figura 36 Nube Variográfica - Guayaquil	75
Figura 37 Modelamiento de Variograma Experimental - Guayaquil	76
Figure 38 Histograma de Error de Validación Cruzada - Guayaquil	77
Figura 39 Mapa del Modelo de Predicción de Ondulación Geoidal - Guayaquil	78
Figura 40 Mapa de Desviación Estándar de Error de Predicción - Guayaquil.....	79
Figura 41 Mapa Topográfico y Modelo Geoestadístico - Guayaquil.....	80
Figura 42 Mapa de Ubicación - Puntos de Validación - Guayaquil.....	82
Figura 43 Histograma Error- Modelo - Guayaquil.....	83

LISTA DE TABLAS

Tabla 1 Resumen estadístico Ondulación Geoidal - Quito.....	55
Tabla 2 Parámetros de Estructuras Básicas - Quito.....	60
Tabla 3 Resumen estadístico Error Modelo - Quito	70
Tabla 4 Resumen estadístico Ondulación Geoidal - Guayaquil	71
Tabla 5 Parámetros de Estructura Básica - Guayaquil	76
Tabla 6 Resumen Estadístico Error Modelo - Guayaquil.....	83
Tabla 7 Comparación Modelos - Quito	85
Tabla 8 Comparación Modelos - Guayaquil.....	85

LISTA DE ANEXOS

ANEXO 1: GEODESIA	92
ANEXO 2: DESARROLLO DE LA GEODESIA	95
ANEXO 3: SISTEMAS SATELITALES DE NAVEGACIÓN GLOBAL	98
ANEXO 4: MODELOS TEÓRICOS VARIOGRAMA - PAQUETE RGEOSTAT - R	100
ANEXO 5: KRIGING ORDINARIO POR BLOQUES.....	104
ANEXO 6: OTROS TIPOS DE KRIGING.....	105
ANEXO 7: BASE DE DATOS PROYECTO QUITO.....	107
ANEXO 8: BASE DE DATOS PROYECTO GUAYAQUIL	121
ANEXO 9: SCRIPT ANÁLISIS GEOESTADÍSTICO - QUITO.....	126
ANEXO 10: MODELO DIGITAL DE ONDULACIÓN GEOIDAL Y MODELO DIGITAL DE DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE ERROR DE PREDICCIÓN - QUITO (FORMATO DIGITAL -SIG).....	129
ANEXO 11: ERROR MODELO QUITO - PUNTOS DE VALIDACIÓN	130
ANEXO 12: SCRIPT ANÁLISIS GEOESTADÍSTICO - GUAYAQUIL.....	132
ANEXO 13: MODELO DIGITAL DE ONDULACIÓN GEOIDAL Y MODELO DIGITAL DE DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE ERROR DE PREDICCIÓN - GUAYAQUIL (FORMATO DIGITAL -SIG).....	135
ANEXO 14: ERROR MODELO GUAYAQUIL - PUNTOS DE VALIDACIÓN	136
ANEXO 15: COMPARACIÓN MODELO GEOESTADÍSTICO -EGM96 - EGM08 - QUITO.....	137
ANEXO 16: COMPARACIÓN MODELO GEOESTADÍSTICO -EGM96 - EGM08 - GUAYAQUIL	139

RESUMEN

El presente estudio tiene como objetivo la determinación de modelos de predicción espacial de la variable ondulación geoidal para la zona urbana del cantón Quito y la zona rural del cantón Guayaquil, utilizando técnicas geoestadísticas.

El primer paso para la obtención de los modelos fue el análisis exploratorio de datos, seguido del análisis estructural, a través de la modelación de un variograma omnidireccional bajo el supuesto de isotropía, y la predicción espacial, utilizando el predictor de Kriging Ordinario. Los modelos obtenidos se los representó a través de mapas de predicción.

Finalmente, los modelos geoestadísticos de Quito y Guayaquil, se los comparó con los modelos globales EGM96 y EGM08, que actualmente se usan en las áreas de estudio.

Los datos geodésicos utilizados en este estudio fueron proporcionados por el Instituto Geográfico Militar del Ecuador.

Palabras Claves: ondulación geoidal, geoestadística, variograma, Kriging.

ABSTRACT

This study aims at determining spatial prediction models of geoidal undulation variable for the urban zone of canton Quito and for the rural zone of canton Guayaquil, using geostatistical techniques.

The first step was exploratory data analysis (EDA) followed by structural analysis by modeling an omnidirectional variogram assuming isotropy and then the spatial prediction using the Kriging Ordinary predictor. The models were presented through prediction maps.

Finally, geostatistical models of Quito and Guayaquil were compared with EGM96 and EGM08 global models, currently being used.

The geodetic data used in this study was provided by Instituto Geográfico Militar of Ecuador.

Keywords: geoidal undulation, geostatistical, variogram, Kriging.

CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En la actualidad el posicionamiento GPS, por su costo y rapidez, es una actividad que se realiza a diario, con el objetivo de conocer la ubicación geográfica de algo o alguien, de manera precisa o aproximada; la técnica como tal a resuelto la determinación de las coordenadas horizontales, llámense estas latitud geográfica y longitud geográfica o coordenadas planas proyectadas x , y ; pero lamentablemente, cuando nos referimos a la altura del punto sobre el nivel medio del mar, que es lo que se utiliza habitualmente para la mayoría de aplicaciones en ingeniería, la técnica GPS no ha podido resolver este problema, ya que por principio la altura que entrega GPS está referida al elipsoide de referencia y no al nivel medio del mar, que es la superficie de referencia que se utiliza para determinar la altura de un punto sobre la superficie topográfica, por su carácter físico.

Actualmente, existen modelos gravimétricos mundiales, como el EGM96 (Earth Gravitational Model 1996) o el EGM08 (Earth Gravitational Model 2008), que facilitan la transformación de alturas elipsoidales a alturas sobre el nivel medio del mar, a través del cálculo de la ondulación geoidal, que se la define como la diferencia entre el elipsoide global de referencia y el geoide, que para nuestro estudio lo vamos a considerar coincidente con la superficie de referencia materializada por el nivel medio del mar, o en su defecto la diferencia entre la altura elipsoidal y la altura nivelada sobre el nivel medio del mar¹. El problema de estos modelos, en nuestro país, es el grado de precisión con la cual se obtiene las ondulaciones geoidales y por ende las alturas sobre el nivel medio del mar, llegando a errores de varios metros, que para muchas aplicaciones,

¹ En un sentido estricto, la ondulación geoidal se la define como la diferencia entre la altura elipsoidal y la altura ortométrica. Esta última en la práctica se la considera coincidente con la altura nivelada sobre el nivel medio del mar.

especialmente las de ingeniería no permiten utilizar GPS para el posicionamiento vertical (coordenada de altura).

Justamente, el objetivo de este estudio es utilizar técnicas geoestadísticas, para conseguir modelos de predicción de la variable ondulación geoidal, partiendo de una muestra de puntos del Instituto Geográfico Militar (IGM), distribuidos en la zona urbana del cantón Quito y la zona rural del cantón Guayaquil, en donde se conoce la altura elipsoidal determinada a través de técnicas GPS y altura nivelada sobre el nivel medio del mar, obtenida a partir de procesos de nivelación geométrica, por lo que es posible conocer la ondulación geoidal a través de la siguiente expresión:

$$\eta = h - H \quad (1.1)$$

siendo: η : ondulación geoidal; h : altura elipsoidal; H : altura ortométrica (altura nivelada sobre el nivel medio del mar).

En este punto es necesario aclarar que a este modelo matemático debido, al nivel de precisión de las técnicas utilizadas en las mediciones GPS y de nivelación geométrica; así como al hecho de que la altura elipsoidal se mide a lo largo de la normal al elipsoide en el punto de observación y la altura nivelada se mide a lo largo de la vertical (dirección de la línea de la plomada en el instante de medición); es necesario considerar un ruido estocástico (ε), por lo que el modelo determinístico planteado inicialmente se convierte en un modelo probabilístico expresado de la siguiente manera:

$$\eta = h - H + \varepsilon \quad (1.2)$$

Si se logra mejorar la determinación de la variable ondulación geoidal, en estas dos zonas, se podrá potenciar el uso de la técnica GPS en el posicionamiento vertical, lo que se traduciría en la práctica en la reducción de costos en proyectos, especialmente de Ingeniería y de las Geociencias, que requieran la determinación

de altura sobre el nivel medio del mar de los puntos sobre la superficie topográfica.

1.2 OBJETIVO GENERAL

Determinar modelos de predicción espacial de la variable ondulación geoidal, para la zona urbana del cantón Quito y la zona rural del cantón Guayaquil, utilizando técnicas Geoestadísticas.

1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Obtener modelos de predicción de la variable ondulación geoidal, para la zona urbana del cantón Quito y la zona rural del cantón Guayaquil, utilizando técnicas de Geoestadística como el variograma y el predictor de Kriging.
- Realizar mapas de ondulación geoidal para la zona urbana del cantón Quito y la zona rural del cantón Guayaquil.
- Comparar los modelos Geoestadísticos obtenidos con los modelos mundiales EGM96 y EGM08, en puntos de validación.

1.4 JUSTIFICACIÓN

El conocimiento de la altura sobre el nivel medio del mar, en puntos sobre la superficie topográfica, es indispensable en varios proyectos de Ingeniería y de las Geociencias; es así, que para iniciar un levantamiento topográfico, necesario, por ejemplo para el diseño y construcción de una vía, es indispensable partir como mínimo de un par de puntos con coordenadas horizontales y verticales conocidas, para lo cual se determinan las coordenadas horizontales con posicionamiento

GPS preciso y la vertical, con procesos de nivelación geométrica diferencial; esta última actividad, es necesaria en vista de la pobre precisión que los modelos gravimétricos mundiales como el EGM96 o el EGM08, presentan en nuestro país.

Las actividades de nivelación, por lo general conlleva trabajos de campo de algunos días, dependiendo de la distancia que existe a alguna referencia, por lo general del IGM, con coordenada vertical conocida, involucrando una logística considerable con personal técnico y de apoyo. En cambio la actividad de posicionamiento GPS, es mucho más rápida, pudiendo tomar un par de horas o un poco más de tiempo, dependiendo de la distancia a una referencia de coordenadas horizontales conocidas. Es decir, requerimos de dos procesos geodésicos - topográficos para determinar las coordenadas horizontales y verticales de los puntos. Lo ideal, sería poder determinar tanto las coordenadas horizontales y verticales precisas de los puntos utilizando una sola técnica, para así reducir costos y tiempos en el desarrollo de los proyectos.

El presente estudio tiene esta finalidad, potenciar el uso del posicionamiento GPS para la determinación tanto de las coordenadas horizontales y vertical, en las zonas de estudio de los cantones de Quito y Guayaquil, a través de la obtención de modelos de predicción de la variable ondulación geoidal, con el uso de técnicas Geoestadísticas como el variograma y el predictor de Kriging.

CAPÍTULO II: FUNDAMENTOS TEÓRICOS

2.1 SISTEMAS GEODÉSICOS DE REFERENCIA

2.1.1 SISTEMA DE REFERENCIA

Un sistema de referencia es la definición de estándares, parámetros, modelos, etc., que sirve como base para la representación de la geometría de la superficie terrestre y su variación en el tiempo. Por ejemplo, en el caso de un sistema cartesiano tridimensional, el origen es representado por el geocentro, la orientación está dada por la posición del polo de rotación de la Tierra y la dirección de una longitud de referencia convencional en una época definida, la escala es realizada por la unidad del metro a partir de la velocidad de la luz en el vacío. El sistema de referencia no se puede determinar por mediciones, sino que se define convencionalmente. Por ejemplo las coordenadas y direcciones geodésicas no son estimables, éstas requieren de una base (sistema de ejes coordenados) a la cual referirse (Drewes, 2014).

Ejemplos de sistemas de referencia en Geodesia son:

International Terrestrial Reference System (ITRS), sistema de referencia del Servicio Internacional de Rotación Terrestre y Sistemas de Referencia (IERS) establecido para la determinación del Sistema de Referencia Celeste Internacional (ICRS) y del ITRS; así como la relación entre los dos, o sea la orientación y rotación de la Tierra en el espacio. (Drewes, 2014)

World Geodetic System 1984 (WGS84), sistema de referencia terrestre global que originalmente fue establecido para determinar las coordenadas de las órbitas de los satélites Doppler (WGS72). Fue adoptado para las órbitas de los satélites NAVSTAR GPS (broadcast ephemerides). WGS84 adoptó el ITRS en 2002. (Drewes, 2014)

2.1.2 MARCO DE REFERENCIA

El marco de referencia materializa un sistema de referencia físicamente y lo realiza matemáticamente. La realización del marco debe seguir estrictamente la definición del sistema. Tal materialización se da a través de la determinación de puntos fiduciales de alta precisión, con coordenadas tridimensionales dadas para una época fija y sus variaciones en el tiempo (velocidades) (Drewes, 2014).

Un sistema de referencia no tiene aplicación práctica si no es mediante la utilización de un marco de referencia el cual, a su vez, proporciona los puntos de control que permiten mantener actualizado el sistema de referencia. En el proceso de retroalimentación existente entre estos dos aspectos, el sistema y el marco de referencia, conforman la pareja idéntica necesaria para la definición de una plataforma de georeferenciación (Drewes & Sánchez, 2002).

Ejemplos de marcos de referencia en Geodesia son:

International Terrestrial Reference Frame (ITRF), materialización del ITRS por estaciones en la superficie terrestre (más de 900 puntos en más de 500 sitios) con coordenadas dadas para una época fija y sus variaciones en el tiempo. Sirve también para la determinación de las órbitas precisas de los satélites GPS por el Servicio GNSS Internacional (IGS) (Drewes, 2014).

Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas (SIRGAS), densificación del ITRF en América Latina y El Caribe. Las coordenadas SIRGAS están asociadas a una época específica de referencia y su variación con el tiempo es tomada en cuenta ya sea por las velocidades individuales de las estaciones SIRGAS o mediante un modelo continuo de velocidades que cubre todo el continente. Las realizaciones o densificaciones de SIRGAS asociadas a diferentes épocas y referidas a diferentes soluciones del ITRF materializan el mismo sistema de referencia y sus coordenadas, reducidas a la misma época y al mismo marco de referencia (ITRF), son compatibles en el nivel milimétrico (SIRGAS, 2014).

2.1.3 DATUM GEODÉSICO

Un datum geodésico se define como los parámetros que conectan las mediciones con el sistema de referencia, es decir, tamaño y orientación de un elipsoide de referencia y su orientación con respecto al sistema geocéntrico dada por las desviaciones de la vertical y las ondulaciones del geoide en puntos fundamentales (Drewes & Sánchez, 2002).

Ejemplos de Datum Geodésicos son:

Preliminary South American Datum 1956 (PSAD56), establecido por coordenadas astronómicas y la desviación de la vertical en La Canoa, Venezuela, referidas al elipsoide Internacional de Hayford. Desviación aproximadas del geocentro: $DX = -288$ m, $DY = 175$ m, $DZ = -376$ m. Este datum geodésico es el que actualmente consta en el Ecuador como datum oficial, según la Ley de Cartografía Nacional del Ecuador.

SIRGAS, el datum geodésico SIRGAS está dado por el origen, la orientación y la escala del Sistema de Referencia SIRGAS en combinación con los parámetros del elipsoide GRS80. La Red Nacional GPS del Ecuador (RENAGE), se encuentra determinada en este datum geodésico.

2.2 SUPERFICIES DE REFERENCIA

2.2.1 SUPERFICIE FÍSICA DE LA TIERRA (SUPERFICIE TOPOGRÁFICA)

La superficie física de la Tierra está constituida por la topografía y el fondo oceánico. Sobre esta superficie es donde se realizan las observaciones geodésicas.

2.2.2 GEOIDE

Según Moritz y Heiskanen (1985), la superficie de los océanos es, después de una ligera idealización, parte de una cierta superficie de nivel. Esta superficie equipotencial particular fue propuesta por el "príncipe de la matemática", C.F. Gauss, como la figura matemática de la Tierra y después fue llamada geode (Figura 1).

Según Torge (2001), con el fin de establecer el geode como una superficie de referencia para las alturas, el nivel del agua del océano es registrado y promediado durante largos intervalos de tiempo (≥ 1 año) usando mareógrafos. El nivel medio del mar (MSL) así obtenido representa una aproximación al geode.

Según Zakatov (1997), Geode es la superficie de nivel, que coincide con la superficie del agua en reposo de los océanos, idealmente extendida bajo los continentes de modo que la dirección de las líneas verticales (dirección de la plomada) crucen perpendicularmente esta superficie en todos sus puntos. Esta superficie es continua cerrada y convexa en todas partes. Debido a que la figura del geode depende de la distribución de la masa al interior de la Tierra, es desconocida por nosotros; entonces, rigurosamente hablando, es indeterminable.

En este estudio consideramos coincidente el geode con la superficie materializada por el nivel medio del mar

2.2.3 CUASIGEOIDE

Según Zakatov (1997), el cuasigeode es una superficie auxiliar, en el cálculo del geode, la cual coincide con el geode en los océanos y mares y se aleja muy poco de la superficie del Geode en los lugares que corresponden a Tierra firme (menos de 2 metros).

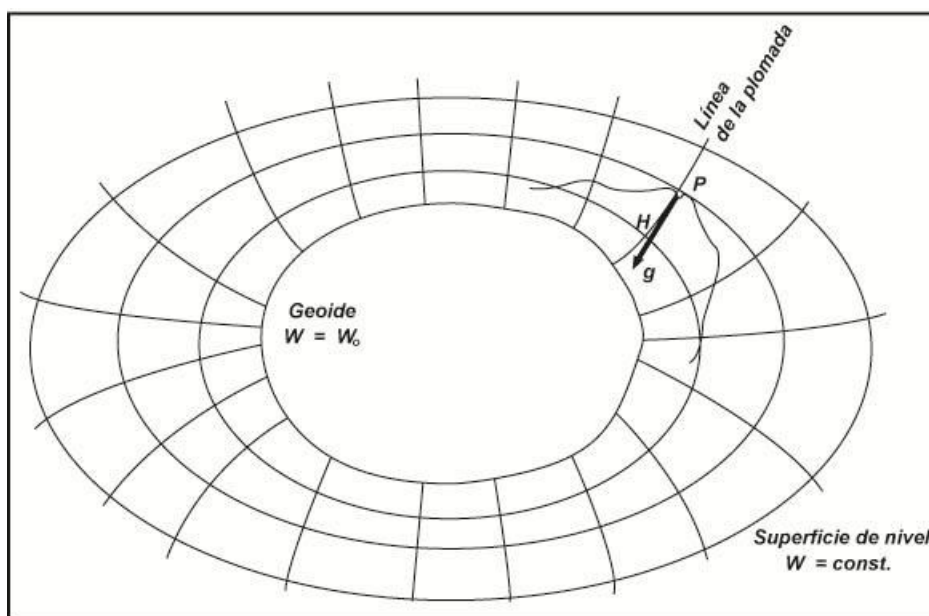


Figura 1 Geoide

(Adaptado de Heiskanen & Moritz, 1985)

2.2.4 ELIPSOIDE

Debido a la forma irregular del geoide que no permite una comprensión fácil de la posición horizontal de puntos, nace la necesidad de tener una superficie de referencia de forma regular, usualmente un elipsoide biaxial. Dicho elipsoide se obtiene haciendo girar una elipse meridiana en torno a su eje menor (Figura 2). Usualmente, un elipsoide biaxial es definido por el semieje mayor (a) y el achatamiento (f). Sobre esta superficie se miden las coordenadas Geográficas. Ejemplos de elipsoides usados en Geodesia son: GRS80, utilizado por el ITRF para calcular las coordenadas geográficas; y, el WGS84, utilizado por el marco WGS84 (Drewes & Sánchez, 2002).

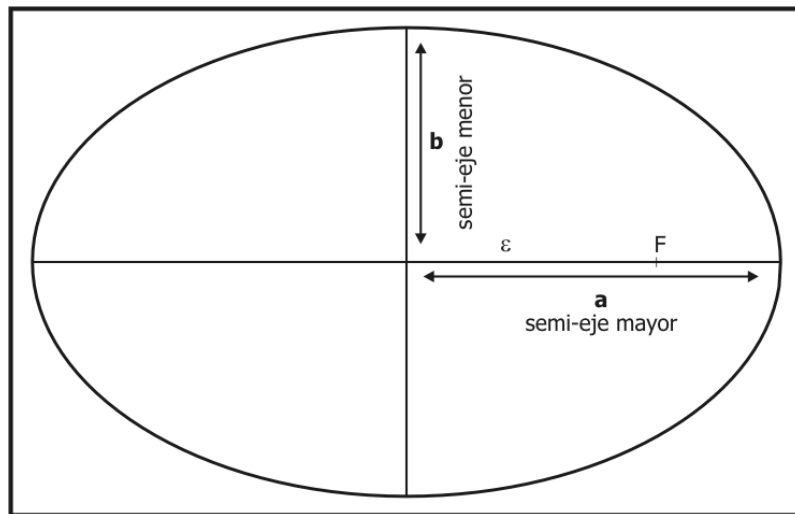


Figura 2 Geometría de la Elipse
(Adaptado de Drewes & Sánchez, 2002)

2.2.5 RELACIÓN ENTRE EL GEOIDE, ELIPSOIDE Y SUPERFICIE TOPOGRÁFICA

La relación entre la superficie topográfica, el elipsoide y el geoide (Figura 3) es obtenida mediante la ondulación geoidal (η), que aproximadamente es igual a la diferencia entre la altura elipsoidal y la altura nivelada sobre el nivel medio del mar, según la ecuación (1.1)

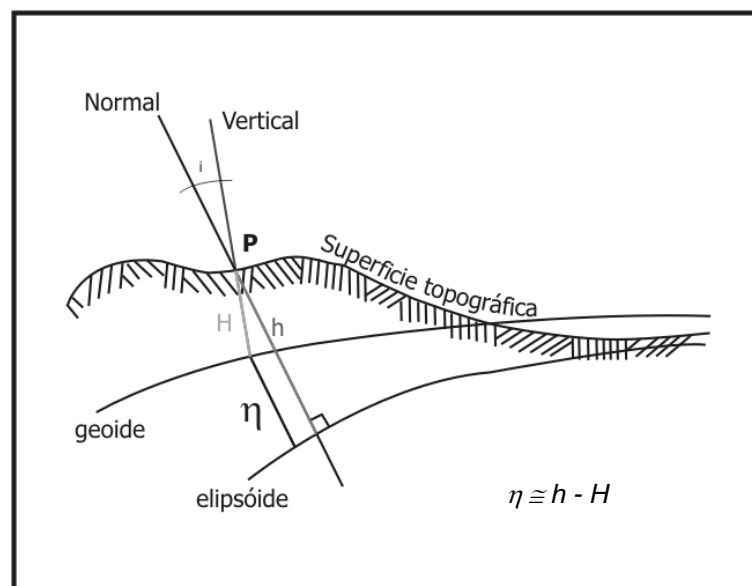


Figura 3 Relación entre el Geoide, el Elipsoide y la Superficie Topográfica.
(Adaptado Drewes & Sánchez, 2002)

2.3 SISTEMA DE COORDENADAS

Según Drewes (2014), un sistema de coordenadas, en Geodesia, sirve para designar unívocamente la posición de puntos en líneas, superficies y espacios (1D, 2D, 3D).

Para definir un sistema de coordenadas se debe especificar:

- El tipo de coordenadas (rectilíneo, curvilíneo, plano, espacial)
- La ubicación del origen
- La orientación de los ejes
- La unidad de medida

Se debe considerar que no se puede "medir" coordenadas, se calculan en un sistema.

En la práctica los principales sistemas de coordenadas que se utilizan en Geodesia son:

- Coordenadas cartesianas globales tridimensionales $[X, Y, Z]$
- Coordenadas geográficas (elipsoidales) $[\varphi, \lambda, h]$
- Coordenadas planas $[x, y]$

2.3.1 COORDENADAS CARTESIANAS

Las coordenadas cartesianas es a menudo el método más conveniente para definir posiciones. El sistema tiene su origen en el geocentro (centro de masas de la Tierra). El eje X se encuentra sobre el Ecuador en dirección del meridiano de Greenwich, y el eje Z coincide con el eje de rotación de la Tierra (Figura 4). Los tres ejes son ortogonales entre sí y forman un sistema derecho (que cumple con la ley de la "mano derecha"). Estas coordenadas son derivadas de satélite (GPS)

y son muy útiles en los cambios de sistemas geodésicos de referencia. La unidad de medida es métrica (Drewes, 2014).

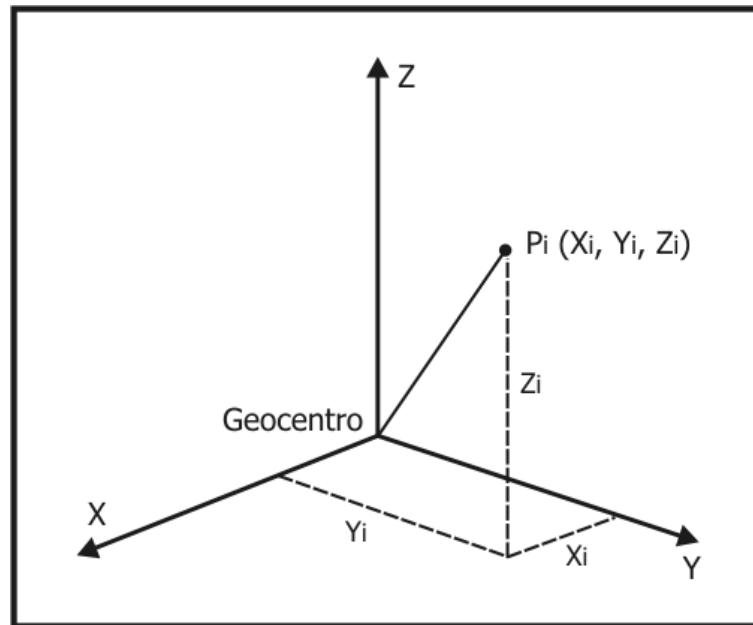


Figura 4 Coordenadas Cartesianas Geocéntricas
(Elaborado: El Autor)

2.3.2 COORDENADAS GEOGRÁFICAS (ELIPSOIDALES O GEODÉSICAS)

Este sistema de coordenadas constituyen las coordenadas básicas en los sistemas geodésicos clásicos. Son preferibles para aplicaciones prácticas como en navegación, cartografía e ingeniería.

El origen del sistema es el centro geométrico del elipsoide. El eje Z está en la dirección del polo norte y sobre éste se define el semieje menor del elipsoide (b), el eje X se encuentra sobre el plano ecuatorial en dirección al meridiano de referencia y sobre éste se define el semieje mayor del elipsoide (a). Las coordenadas derivadas de este sistema son: latitud (φ), longitud (λ) y altura elipsoidal (h) (Figura 5).

A continuación, se definen las coordenadas geográficas:

Latitud. Tomando como referencia la normal (N) al elipsoide que pasa por el punto genérico P_i , el ángulo que forma esta normal con el plano ecuatorial es la latitud (Figura 5).

Longitud. El ángulo que forma el meridiano que contiene a P_i con el meridiano de Greenwich origen es la longitud (Figura 5).

Altura Elipsoidal. Es la distancia entre el elipsoide y el punto P_i , medido sobre la normal al elipsoide (N). A partir de esta última coordenadas el sistema elipsoidal de superficie se extiende al espacio (Figura 5).

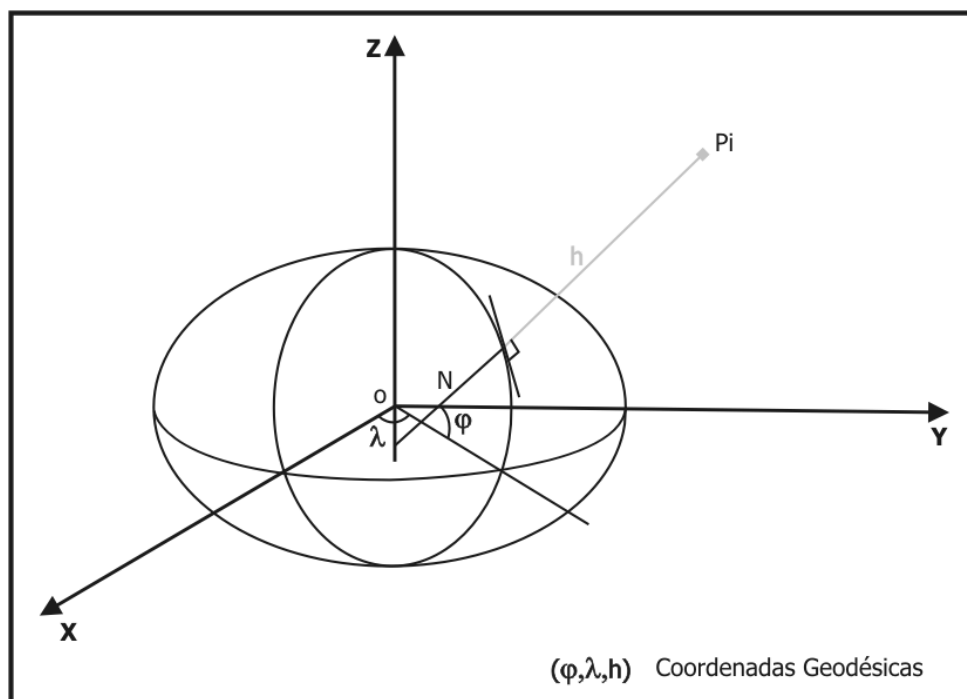


Figura 5 Sistema de Coordenadas Geográficas
(Adaptado de Drewes & Sánchez, 2002)

2.3.3 COORDENADAS PLANAS

Los sistemas de coordenadas planas permiten representar la superficie del elipsoide sobre un plano a partir de reglas matemáticas o geométricas, por ejemplo, con proyecciones cartográficas. Como la representación de una superficie curva sobre un plano no es posible sin distorsión, hay que buscar la representación que distorsione en menor proporción los ángulos, las distancias o las áreas (Drewes, 2014).

En principio se usan tres proyecciones (Figura 6):

- proyección sobre un cono,
- proyección sobre un cilindro,
- proyección sobre un plano (acimutal).

La orientación de las superficies puede ser (Figura 6):

- normal (eje de la superficie paralelo al eje de rotación terrestre),
- transversal (eje paralelo al ecuador),
- oblicuo (eje en cualquier dirección).

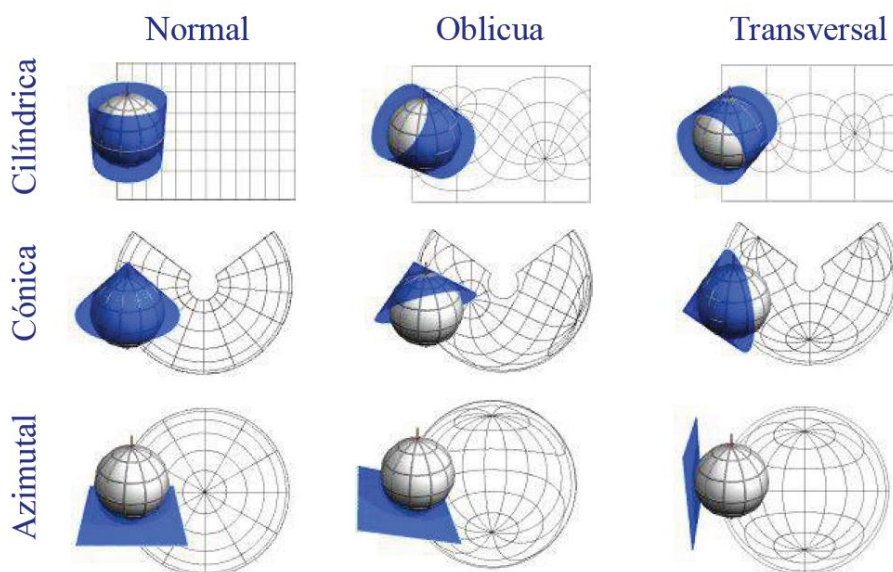


Figura 6 Proyecciones Cartográficas
(Fuente: Drewes, 2014)

Las distorsiones métricas pueden agruparse en:

- conformidad: no presenta distorsión angular (diferencial).
- equivalencia: propiedades equiáreas.
- equidistancia: los meridianos y los paralelos se representan en verdadera longitud.

2.3.3.1 Coordenadas Planas Transversa de Mercator (Gauss Kruger)

El sistema Gauss-Kruger se basa en la proyección cilíndrica transversal. No es proyección geométrica, sino matemática de manera conforme, o sea sin distorsión angular diferencial. Se aplica regionalmente y se divide en zonas de 3° de ancho en longitud. El meridiano central, de cada zona, y el ecuador son líneas rectas. Los demás meridianos y paralelos son curvas complejas. La escala es verdadera a lo largo del meridiano central y constante a lo largo de líneas paralelas al meridiano.

2.3.3.2 Coordenadas Universal Transversa de Mercator (UTM)

El sistema UTM es un sistema mundial de coordenadas planas preparado sobre la proyección TM y usado convencionalmente en varias partes del mundo. Como su nombre lo indica (Universal) se aplica globalmente. Los meridianos centrales, de cada zona, están ubicados a 3°, 9°, etc., de longitud al este y al oeste de Greenwich. Para reducir la distorsión en los límites de las zonas, se emplea un factor de escala 0.9996, en el meridiano central, así que las líneas a 1°37' al este y oeste presentarán escala verdadera. La Tierra, entre 84°N y 80°S está dividida en 60 zonas de 6° de ancho en longitud (Figura 7). Los meridianos de borde son divisibles por 6 y las zonas están numeradas de 1 a 60. El Ecuador se encuentra en las zonas 17 y 18, la parte continental; y en las zonas 15 y 16, la parte insular (Galápagos). El proyecto Guayaquil, que se describe en la sección 4.2.3, trabaja en este sistema de coordenadas.

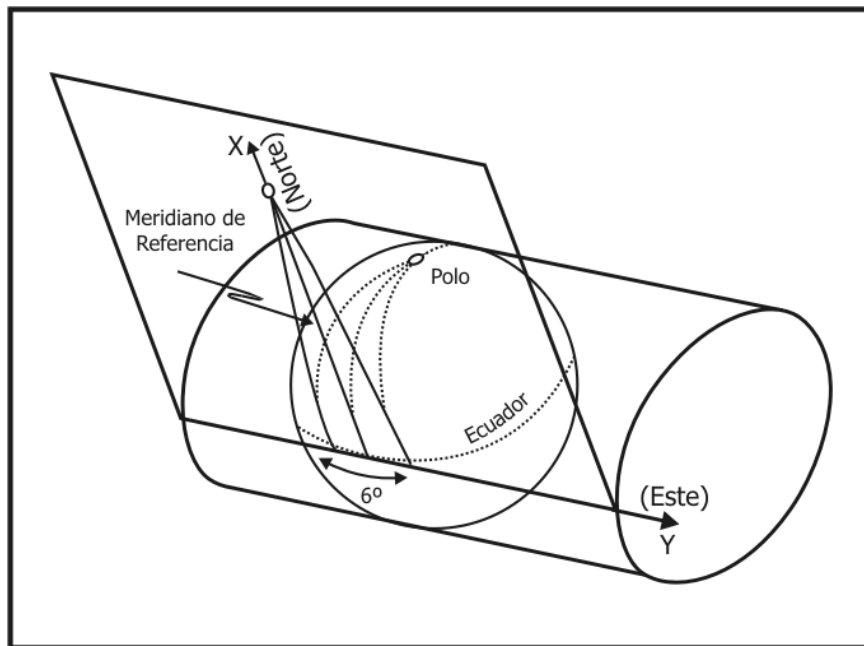


Figura 7 Coordenadas UTM
(Adaptado de Drewes & Sánchez, 2002)

2.3.3.3 Coordenadas Transversa de Mercator para Quito (TMQ)

Es un sistema de coordenadas, preparado para el cantón Quito, sobre la proyección Transversa de Mercator, con una zona única. A diferencia de las coordenadas UTM, el meridiano central y el factor de escala, han sido escogidos con el fin de reducir las distorsiones métricas de distancia. Los parámetros de esta proyección son:

- Latitud de origen: 00° 00' 00" N
- Longitud de origen: 78° 30' 00" W
- Falso Este 500000 m.
- Falso Norte 10'000000 m.
- Factor de Escala MC 1.0004584

El proyecto Quito, que se describe en la sección 4.1.3, trabaja en este sistema de coordenadas.

2.4 SISTEMAS DE ALTURAS

La altura de un punto sobre la superficie terrestre (superficie física de la Tierra) es la distancia existente, sobre la línea vertical, entre éste y una superficie de referencia (dátum vertical). Su determinación se realiza mediante un procedimiento conocido como nivelación, el cual, a su vez, puede ser barométrico, trigonométrico, geométrico o espacial. Sin embargo, dado a la influencia del campo de gravedad terrestre en el proceso de medición, los resultados obtenidos deben ser cualificados involucrando correcciones gravimétricas.

En el proceso convencional de determinación de alturas, el telescopio del instrumento es tangente a la superficie equipotencial local y la línea de la plomada coincide con el vector de la fuerza de gravedad, el cual es perpendicular a aquellas superficies. De aquí, las diferencias de nivel calculadas no solo reflejan las variaciones topográficas del terreno, sino que además consideran las alteraciones gravitacionales de la Tierra. La desviación que estas alteraciones generan sobre las alturas medidas pueden ser cuantificadas y tratadas de acuerdo con los conceptos físicos considerados en su procesamiento. Así, las alturas utilizadas en Geodesia se clasifican según su determinación, su aplicación y el modelo matemático o físico considerado en su definición. Dentro de este marco, se distinguen alturas de tipo geométrico y alturas de tipo físico. Las alturas de tipo geométrico son las alturas niveladas y alturas elipsoidales.

En lo que tiene que ver a las alturas de tipo físico, una manera de determinar las distancias reales entre las superficies de nivel es cuantificando sus diferencias de potencial, las cuales al ser sumadas en un circuito cerrado siempre serán cero y los resultados obtenidos, por diferentes trayectorias, serán iguales. Esto debido a que los valores de potencial son unívocos y dependen solamente de la posición.

En la práctica, estas diferencias corresponden con los resultados de las nivelaciones clásicas combinadas con los valores de gravedad registrados en la zona de interés (Blitzkow, Drewes, Sánchez, & Freiras, sf).

La diferencia de potencial entre cada punto de cálculo y el geoide (principal superficie equipotencial del campo de gravedad terrestre) se conoce como número geopotencial:

$$\int_0^A g dn = W_0 - W_A = C \quad (2.1)$$

Siendo:

g la gravedad observada en el punto de cálculo,

dn diferencial en altura,

W_0 el potencial sobre el geoide; y,

W_A el potencial sobre la superficie que pasa por el punto de cálculo.

La dimensión de los números geopotenciales es $[m^2/s^2]$, la cual no representa una longitud, haciendo que su utilización en la práctica no sea conveniente. Estos números pueden ser expresados en unidades de distancia al ser divididos por algún valor convencional de gravedad:

$$altura(H) = \frac{\text{número geopotencial } (C)}{\text{valor de gravedad } (G)} \quad (2.2)$$

La clase de altura (H) obtenida al resolver la expresión, dependerá del tipo de gravedad (G) incluida (Blitzkow, et al., sf).

2.4.1 ALTURAS ELIPSOIDALES

Las alturas elipsoidales (h) representan la separación entre la superficie topográfica terrestre y el elipsoide. Dicha separación se calcula sobre la línea perpendicular al elipsoide.

Las alturas elipsoidales son obtenidas a partir de las coordenadas geocéntricas cartesianas (X, Y, Z) definidas sobre un elipsoide de referencia (por ejemplo: GRS 80 o WGS84), y determinadas a partir del posicionamiento satelitario de los puntos de interés.

Debido a la utilización masiva de la técnica GPS, es indispensable considerar este tipo de alturas en los registros oficiales de las cantidades directamente medidas.

Sin embargo, como éstas no consideran el campo de gravedad terrestre en su determinación, pueden presentar valores iguales en puntos con niveles diferentes, o viceversa, haciendo que su aplicación práctica sea mínima. Tal circunstancia exige que éstas sean complementadas con otro tipo que sí considere el campo de gravedad terrestre (Blitzkow, et al., sf).

2.4.2 ALTURAS NIVELADAS

Son las obtenidas bajo el proceso de nivelación geométrica con métodos ópticos de medición. Las diferencias de nivel observadas varían de acuerdo con el campo de gravedad inherente al sitio en consideración.

Las cantidades observadas (dn) corresponden con la distancia existente entre las superficies equipotenciales del campo de gravedad terrestre y su sumatoria permite conocer la diferencia de altura entre los puntos de interés (Figura 8). No obstante, debido a la forma elipsoidal de la Tierra y a la distribución irregular de sus masas internas, las superficies equipotenciales no son equidistantes; los valores de desnivel entre éstas, varían de acuerdo con el trayecto de medición.

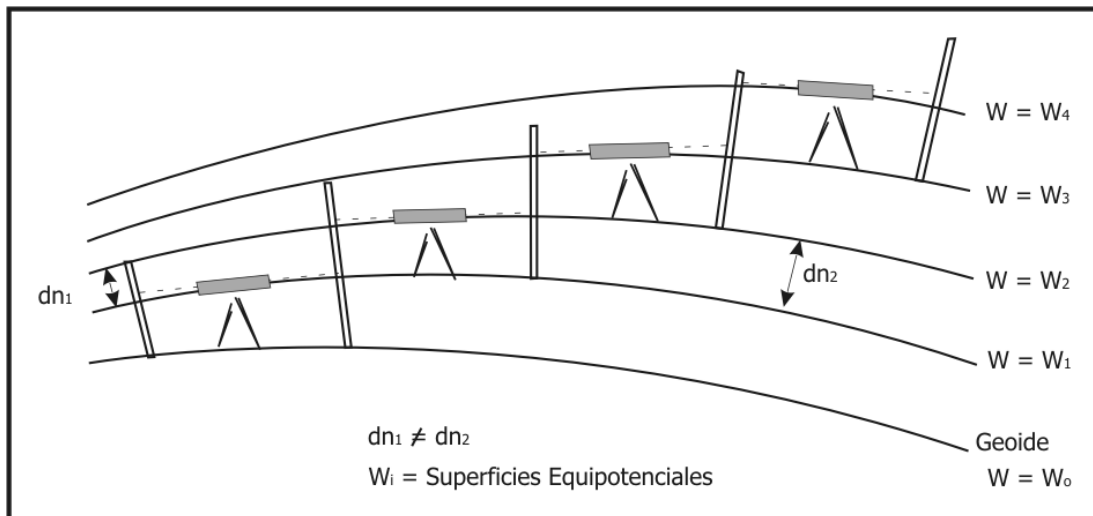


Figura 8 Alturas Niveladas
(Adaptado de Blitzkow, et al., sf)

Como estas alturas dependen del camino descrito en el proceso de nivelación, fácilmente pueden obtenerse diferentes valores de altura para un mismo punto, haciendo que sean utilizadas en áreas pequeñas que no requieren considerar ni la figura elipsoidal de la Tierra ni las variaciones de su campo de gravedad (Blitzkow, et al., sf).

Las alturas niveladas sobre el nivel medio del mar, son las que en la actualidad, reporta el IGM en los diferentes proyectos que realiza y son las que se utilizan en este estudio.

2.4.3 ALTURAS ORTOMÉTRICAS

El cálculo de las alturas ortométricas, se lo realiza a partir de los números Geopotenciales, que son divididos por el valor medio de la gravedad (g') entre el punto evaluado y el geode.

$$H = \frac{C}{g'} \quad (2.3)$$

El inconveniente que presentan estas alturas se basa en que no es posible conocer el valor de g' . Normalmente, la gravedad real es medida sobre la

superficie topográfica y continuarla, hacia abajo, a lo largo de la línea de la plomada, requiere de la formulación de modelos sobre la distribución de densidad de las masas terrestres. De esta manera, los valores de altura ortométrica calculados dependen de las hipótesis utilizadas en el modelamiento de la densidad. Los métodos más comunes en la determinación de alturas ortométricas corresponden con las hipótesis de Helmert, Vignal, Baranov y Aire Libre (Free Air) (Blitzkow, et al., sf).

Cabe indicar, que en la práctica estas alturas son remplazadas, por las alturas niveladas sobre el nivel medio del mar, debido a la dificultad de estimarlas considerando, que se requiere, las hipótesis sobre la distribución de densidades de las masas terrestres.

2.4.4 ALTURAS NORMALES

En las alturas normales los números geopotenciales son divididos por el valor medio de la gravedad normal entre la superficie de referencia (denominada cuasi-geoide) y el punto en consideración (γ').

$$H^N = \frac{C}{\gamma'} \quad (2.4)$$

γ' se obtiene a partir de la fórmula de la gravedad normal terrestre, la cual está solo en función de la latitud geográfica del punto y es generada por el elipsoide de referencia utilizado (Blitzkow, et al., sf).

2.5 ONDULACIÓN GEOIDAL

2.5.1 DEFINICIÓN

La ondulación geoidal como se mencionó en la sección 1.1, se la define como la diferencia entre el elipsoide global de referencia y el geoide, o en su defecto entre la altura elipsoidal (h) y la altura sobre el nivel medio del mar (H), según la ecuación (1.1). Esta magnitud, en la práctica, se utiliza para obtener la altura sobre el nivel medio del mar, a partir de la altura elipsoidal, derivada del posicionamiento GPS, según la ecuación (2.5)

$$H = h - \eta \quad (2.5)$$

2.5.2 MODELO FÍSICO Y FUENTE DE VARIABILIDAD

Según Mena (2008), la ondulación geoidal es la separación existente, medida sobre la normal al elipsoide, entre el geoide y el elipsoide de referencia.

En lo concerniente a la fuente de variabilidad en el cálculo de la ondulación geoidal, si se considera que en la ecuación (1.1), interviene la altura elipsoidal y la altura nivelada sobre el nivel medio del mar, que son magnitudes obtenidas a través de técnicas de medición de GPS y de nivelación geométrica, respectivamente, las cuales tienen subyacentes errores de medición, estas magnitudes no son exactas, por lo que es lógico deducir que la ondulación geoidal tiene cierto grado de variabilidad en su obtención. Adicional, hay que mencionar, que hablando estrictamente, la altura elipsoidal se mide a lo largo de la normal al elipsoide en el punto de observación y la altura nivelada se mide a lo largo de la vertical del lugar (Figura 3).

Por lo expuesto es necesario considerar un ruido estocástico en el cálculo de la ondulación geoidal, para explicar las fuentes de variabilidad en su determinación,

con lo cual el modelo determinístico planteado inicialmente se convierte, como ya se mencionó, en un modelo probabilístico expresado a través de la ecuación (1.2).

Esto justifica el tratamiento estocástico que se realiza en el presente estudio a la modelación de la ondulación geoidal.

2.5.3 MODELO GRAVIMÉTRICO TERRESTRE 1996 (EGM96)

El EGM96 es un modelo desarrollado por la Agencia Nacional Geoespacial de Inteligencia de los Estados Unidos (NGA), la NASA y la Universidad Estatal de Ohio (OSU), para el cálculo de la ondulación geoidal respecto al elipsoide WGS84. Este modelo es completo hasta el grado y orden 360 de los armónicos esféricos del potencial gravitacional de la Tierra.

El programa utilizado, en este estudio, para obtener las ondulaciones geoidales es el "F477.F" que requiere tanto el archivo de coeficientes esféricos EGM96 como el archivo de coeficiente de corrección para calcular ondulaciones del geoide en cualquier punto con latitud y longitud conocidas en el sistema WGS84. Para mayor información de este programa referirse al sitio web del NGA: <http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm96/egm96.html>

2.5.4 MODELO GRAVIMÉTRICO MUNDIAL 2008 (EGM08)

Es el modelo gravimétrico más moderno de la serie EGM, publicado por la NGA, para el cálculo de la ondulación geoidal. Este modelo gravitacional es completo hasta el grado y orden de armónicos esféricos 2159, y contiene coeficientes adicionales hasta el grado 2190 y el orden 2159. A través del sitio web del NGA (http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/egm08_wgs84.html) se tiene acceso completo a esta información. Con este modelo se calcula los valores de ondulación geoidal con respecto al WGS84 para cualquier parte del

mundo. Existen algunos programas, publicados por el NGA, para usar este modelo. En este estudio se ha utilizado la aplicación "EGM2008 Harmonic Synthesis Program", desarrollado en Fortran a partir de los coeficientes del EGM08 y correcciones del modelo. Para mayor información visitar el sitio web del NGA, mencionado anteriormente en esta sección.

CAPÍTULO III: GEOESTADÍSTICA

3.1 ESTADÍSTICA ESPACIAL

3.1.1 DEFINICIONES

Para Giraldo (2007) la Estadística Espacial es la reunión de un conjunto de metodologías apropiadas para el análisis de datos, los mismos que corresponden a la medición de variables aleatorias en diversos sitios de una región. Considera también que la Estadística Espacial puede ser dividida en tres grandes grupos, cuyas pertinencias se encuentran asociadas a las características del conjunto D de índices del proceso estocástico de interés. A continuación se detallan de forma breve cada uno de ellos.

3.1.1.1 Geoestadística

En este grupo, las ubicaciones s , seleccionadas a juicio del investigador, provienen de un conjunto D continuo, el mismo que es fijo; es decir, el investigador puede hacer selección de puntos del espacio a conveniencia o puede seleccionar los sitios a partir de un esquema de muestreo probabilístico. Se debe considerar también que en este grupo debe existir continuidad espacial, ya que el propósito esencial del mismo es la interpolación, por lo que si no hay continuidad espacial pueden hacerse predicciones carentes de sentido.

En este contexto, según Isaaks & Srivastava (citado por Giraldo, 2007), la geoestadística es una rama de la estadística que trata fenómenos espaciales. Su interés primordial es la estimación, predicción y simulación de dichos fenómenos. Esta herramienta ofrece una manera de describir la continuidad espacial, que es un rasgo distintivo esencial de muchos fenómenos naturales, y proporciona adaptaciones de las técnicas clásicas de regresión para tomar ventajas de esta continuidad. La modelación espacial es uno de los desarrollos más recientes a la literatura estadística.

Cuando el objetivo es hacer predicción, la geoestadística opera básicamente en dos etapas. La primera es el análisis estructural, en la que se describe la correlación entre puntos en el espacio. En la segunda fase se hace predicción en sitios de la región no muestreados por medio de la técnica de Kriging. Este es un proceso que calcula un promedio ponderado de las observaciones muestrales. Los pesos asignados a los valores muestrales son apropiadamente determinados por la estructura espacial de correlación establecida en la primera etapa y por la configuración de muestreo (Giraldo, 2007).

3.1.1.2 Lattices (Enmallados)

Para este grupo, las ubicaciones s pertenecen a un conjunto D discreto y son seleccionadas por el investigador. Las ubicaciones pueden estar espaciadas de forma regular o irregular. En este caso, el conjunto de ubicaciones de interés es discreto y corresponden a agregaciones espaciales más que a un conjunto de puntos del espacio, por ello la interpolación espacial puede ser carente de sentido (Giraldo, 2007).

3.1.1.3 Patrones Espaciales

Finalmente, dentro de este grupo, las ubicaciones pertenecen a un conjunto D que puede ser tanto discreto como continuo y su elección no depende del investigador. Se debe considerar que exista aleatoriedad en la selección de los sitios, ya que la ubicación de los mismos no va a depender del criterio del investigador. Una vez seleccionados los sitios, se puede realizar medidas de variables aleatorias en cada uno de ellos, con el propósito analizar y determinar si la distribución de los individuos dentro de determinada región es aleatoria, agregada o uniforme (Giraldo, 2007).

Este estudio se centra en la aplicación de las técnicas geoestadísticas, para la obtención de un modelo espacial de predicción de la variable ondulación geoidal,

que cumple con las condiciones de continuidad espacial, por tanto tiene sentido realizar predicciones en las zonas de estudio.

3.2 ANÁLISIS EXPLORATORIO DE DATOS

3.2.1 INTRODUCCIÓN

La primera etapa de un análisis geoestadístico, como en muchos procedimientos estadísticos, es el Análisis Exploratorio de Datos (EDA), que busca describir los datos y detectar inconsistencias o errores, a través de índices y gráficos. El EDA, también trata de descubrir patrones o modelos.

En la geoestadística, es de suma importancia el análisis gráfico, ya que la identificación de valores extremos y su ubicación geográfica, la evaluación de la forma de la distribución y el cálculo de medidas de localización, variabilidad y correlación, son muy importantes para establecer si algunos de los supuestos necesarios para aplicar la teoría geoestadística son válidos, ayudando además a definir el procedimiento de predicción más conveniente (Alfaro, 2007).

3.2.2 GRÁFICOS EXPLORATORIOS

Según Hoagli et al. (citado por Giraldo, 2007) cuando se dispone de información georreferenciada, los gráficos exploratorios empleados pueden ser los histogramas, diagramas de tallos y hojas; y, diagramas de caja y bigotes, para identificar localización, variabilidad, forma y observaciones extremas.

Otro tipo de gráfico que resulta ser muy útil para la detección de relaciones entre las variables, así como para identificación de tendencias en el valor promedio de la variable en la región, son los gráficos de dispersión. Uno de los principales supuestos en el análisis geoestadístico es que el fenómeno es estacionario, por lo que, entre algunos aspectos, el nivel promedio de la variable debe ser constante en todos los puntos del área de estudio, y con esto un gráfico de dispersión

permite identificar, de forma rápida, si existe alguna tendencia que demuestre que no se cumple el mencionado supuesto. Entre las características del gráfico se puede mencionar que el eje de las abscisas indica la variable que representa la coordenada geográfica y el eje de las ordenadas la variable cuantitativa de estudio (Giraldo, 2007).

3.3 ANÁLISIS ESTRUCTURAL

3.3.1 UN ENFOQUE ESTOCÁSTICO PARA LA VARIACIÓN ESPACIAL

La variación espacial de la mayoría de las propiedades en, sobre, o bajo la superficie de la Tierra es tan compleja que llevó a Matheron (padre de la Geoestadística) a encontrar un enfoque alternativo al tradicional determinista para su análisis. La aproximación que adoptó fue una que podría hacer frente a la incertidumbre inherente de los datos espaciales, de manera estocástica. La base de la geoestadística moderna es tratar a la variable de interés como una variable aleatoria. Esto implica que para cada punto, x , en el espacio, hay una serie de valores para una propiedad, $Z(x)$, y el valor observado, $z(x)$, se extrae aleatoriamente según cierta ley, de alguna distribución de probabilidad. En x , una propiedad $Z(x)$, es una variable aleatoria con media, μ , y varianza, σ^2 (Oliver, 2010).

3.3.2 LA TEORÍA GEOESTADÍSTICA Y VARIABLES REGIONALIZADAS

El conjunto de variables aleatorias, $Z(x_1), Z(x_2), Z(x_3), \dots$ es un proceso aleatorio y el actual valor de Z observado es solo un número cualquiera entre las potenciales realizaciones de este proceso. Para describir la variación del proceso aleatorio subyacente, podemos utilizar el hecho de que los valores de las variables regionalizadas en lugares cercanos entre sí tienden a ser autocorrelacionadas. Por lo tanto, se puede estimar la covarianza espacial para describir esta relación entre pares de puntos; para una variable aleatoria, está dada por:

$$C(x_1, x_2) = E[\{Z(x_1) - \mu(x_1)\}\{Z(x_2) - \mu(x_2)\}] \quad (3.1)$$

Siendo: $\mu(x_1)$ y $\mu(x_2)$ las medias de Z en x_1 y x_2 , y E denota el valor esperado.

Como solo hay una realización de Z en cada punto, esta solución no está disponible debido a que las medias son desconocidas. Para continuar se debe invocar supuestos de estacionariedad (Oliver, 2010).

Según Giraldo (2007), una variable medida en el espacio de forma que presente una estructura de correlación, se dice que es una variable regionalizada.

3.3.3 ESTACIONARIEDAD

Bajo los supuestos de estacionariedad ciertos atributos del proceso aleatorio son los mismos en cualquier lugar. Suponemos que la media, $\mu = E[Z(x)]$, es constante para todo x , y entonces $\mu(x_1)$ y $\mu(x_2)$ pueden ser remplazados por μ , la cual puede ser estimada por muestreo repetitivo. Cuando x_1 y x_2 coinciden, la ecuación (3.1) define la varianza (o la varianza a priori del proceso), $\sigma^2 = E[\{Z(x) - \mu\}^2]$, que se supone es finita, y como para la media, constante en todas partes. Cuando x_1 y x_2 no coinciden, su covarianza depende de su separación y no de sus posiciones absolutas, y esto se aplica a cualquier par de puntos x_i, x_j separados por la distancia $h = x_i - x_j$ (un vector en distancia y dirección), de modo que:

$$\begin{aligned} C(x_i, x_j) &= E[\{Z(x_i) - \mu\}\{Z(x_j) - \mu\}] \\ &= E[\{Z(x)\}\{Z(x+h)\} - \mu^2] \\ &= C(h) \end{aligned} \quad (3.2)$$

que también es constante para un determinado h . La distancia h se conoce como paso ("lag" en inglés). Esta constancia del primero y segundo momento del proceso constituye la estacionariedad débil o de segundo orden. La ecuación (3.2) indica que la covarianza es una función de la distancia h , y esta describe

cuantitativamente la dependencia entre los valores de Z con el paso h (o separación). La autocovarianza depende de la escala en la que Z es medida; por lo tanto, a menudo se considera la autocorrelación adimensional, $\rho(h)$, por:

$$\rho(h) = C(h)/C(0), \quad (3.3)$$

En donde $C(0) = \sigma^2$, la covarianza en el paso 0 (Oliver, 2010).

3.3.4 VARIACIÓN INTRÍNSECA

La media a menudo podría cambiar a lo largo de una región, y la varianza parecería incrementarse indefinidamente con el incremento de la extensión del área. Consecuentemente, no existen valores de μ para ingresar en la ecuación (3.2) y la covarianza no puede ser determinada. Esta es una flaqueza de la estacionariedad débil. La solución de Matheron a esto fue la hipótesis intrínseca de la geostatística. Aunque la media general podría no ser constante, ésta podría serlo para pequeñas distancias del paso, y así las diferencias esperadas serían nulas, de manera que:

$$E[Z(x) - Z(x + h)] = 0 \quad (3.4)$$

Al remplazar las covarianzas por la esperanza de las diferencias al cuadrado, se obtiene:

$$E[\{Z(x) - Z(x + h)\}^2] = \text{var}[Z(x) - Z(x + h)] = 2\gamma(h) \quad (3.5)$$

La cantidad $\gamma(h)$ es conocida, como la semivarianza en el paso h , o la varianza por punto cuando los puntos se consideran en pares. Como en la covarianza, la semivarianza depende solamente del paso h y no de las posiciones absolutas de los datos. La función $\gamma(h)$ es el semivariograma, hoy en día usualmente llamado variograma.

Si el proceso $Z(x)$ es estacionario de segundo orden, el variograma y la covarianza son equivalentes:

$$\begin{aligned}\gamma(h) &= C(0) - C(h) \\ &= \sigma^2\{1 - \rho(h)\}\end{aligned}\quad (3.6)$$

Sin embargo, si el proceso es solamente intrínseco, no hay equivalencia porque la función covarianza no existe. No obstante, el variograma es válido y se lo puede aplicar más ampliamente que la función covarianza. Esto hace que el variograma sea una herramienta valiosa y como consecuencia, es el núcleo de la geoestadística (Oliver, 2010).

3.3.5 ESTIMACIÓN DEL VARIOGRAMA

El método de Matheron del estimador de momentos (MoM) es el método más usual de cálculo de las semivarianzas empíricas de los datos $z(x_1), z(x_2), \dots$. Su ecuación es:

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{2m(h)} \sum_{i=1}^{m(h)} \{z(x_i) - z(x_i + h)\}^2 \quad (3.7)$$

En donde $z(x_i)$ y $z(x_i + h)$ son los actuales valores de Z en los sitios x_i y $x_i + h$, y $m(h)$ es el número de comparaciones en pares en el paso h . El variograma experimental o muestral se obtiene cambiando h (Oliver, 2010).

Si los datos están en un transecto o cuadrícula muestreada regularmente, las semivarianzas se pueden calcular para múltiplos enteros del intervalo de muestreo.

Para un transecto el paso se convierte en un escalar, $h = |h|$, y el paso máximo debe ser de no más de un tercio de la longitud del transecto. Para datos muestreados irregularmente en una o más dimensiones, o para calcular el variograma omnidireccional de datos sobre una rejilla regular, las separaciones

entre pares de puntos se colocan dentro de sectores con límites en distancia y dirección de separación.

Según Webster y Oliver (citados por Oliver, 2010) se ha demostrado que se requiere al menos 100 puntos de muestreo para estimar el variograma por el método de momento de forma fiable, pues sus resultados con pocos datos demostraron claramente no ser buenos.

Aunque la geoestadística lineal no requiere de una distribución normal, el variograma se encuentra basado en varianzas y cualquier asimetría en la distribución, señalados por un coeficiente de asimetría > 1 o < -1 debe ser examinado.

3.3.5.1 Características del Variograma

Según Oliver (2010), la mayoría de las variables ambientales varían de una manera espacialmente continua; por lo tanto, debemos esperar que $\gamma(h)$ pase a través del origen en $h=0$ (Figura 9). Sin embargo, el variograma a menudo parece acercarse a la ordenada en algún valor positivo cuando h se aproxima a 0 ($|h| \rightarrow 0$), Figura 10, lo que sugiere que el proceso es discontinuo. Esta discrepancia se conoce como la varianza pepita (nugget variance) o efecto pepita. (Las características descritas en esta sección se ilustran en una dimensión en las Figuras 9, 10 y 11, donde $h=|h|$). Para las propiedades que varían continuamente, la varianza pepita suele incluir algún error de medición, pero esto comprende principalmente la variación que se produce sobre distancias menores que las más pequeñas del intervalo de muestreo. La Figura 11 es un variograma pepita puro, que normalmente indica que el intervalo de muestreo es demasiado grande para resolver la variación presente.

Las semivarianzas aumentan con el incremento de la distancia (monótona creciente) como se muestra en las figuras 9 y 10. Los pequeños valores de $\gamma(h)$ con pasos h (lag) cortos muestran que los valores de $Z(x)$ son similares, pero a

medida que aumenta el paso h se vuelven cada vez más disímiles en promedio. Un variograma con una pendiente monótona creciente indica que el proceso es espacialmente dependiente o auto correlacionado. Variogramas que alcanzan una cota superior después de la pendiente inicial como en la Figura 10 describen un proceso estacionario de segundo orden. Este máximo se conoce como meseta (sill variance). Esta es la varianza a priori, σ^2 , del proceso. La meseta ($c+c_o$) comprende alguna varianza pepita (c_o) y la varianza correlacionada espacialmente. La distancia finita en la cual algunos variogramas alcanzan su meseta es el rango o alcance, a , es decir el rango de la dependencia espacial (Oliver, 2010).

Lugares más separados que el rango, a , son espacialmente independientes (Ver Figura 10). Algunos variogramas no tienen un rango finito, y el variograma se acerca a su meseta asintóticamente. Si el variograma aumenta indefinidamente (variograma no acotado) con el incremento del paso h , como en la Figura 9, el proceso es solamente intrínseco. Un variograma que fluctúa de forma periódica con el aumento de distancia de seguimiento indica repetición regular de la variación. Si la variación difiere de acuerdo con la dirección, es anisotrópico y el variograma lo será también. La anisotropía es geométrica si el gradiente inicial o rango del variograma cambia con la dirección y una simple transformación de las coordenadas eliminará el efecto. La anisotropía zonal no puede ser tratada con la misma facilidad; está presente si la meseta fluctúa con los cambios de dirección, lo que podría indicar la presencia de zonas preferentemente orientadas con diferentes medias. La variación en el medio ambiente puede ocurrir en varias escalas espaciales al mismo tiempo, y los patrones de la variación puede ser anidados uno dentro del otro. El variograma experimental aparecerá más complejo si más de una escala espacial está presente. Variación anidada se observa a menudo cuando hay muchos datos, por ejemplo en sensores remotos o datos de rendimiento. Una combinación de dos o más modelos simples que sean autorizados (un modelo anidado) se puede utilizar para modelar tal variación (Oliver, 2010).

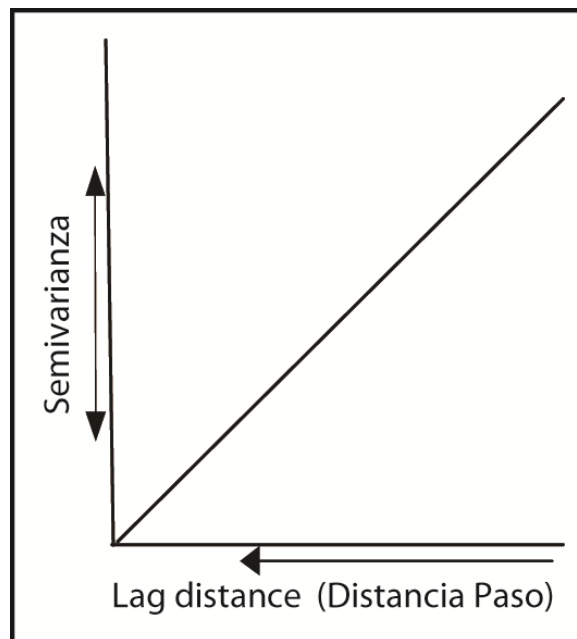


Figura 9 Variograma No Acotado (Proceso solamente Intrínseco)
(Adaptado de Oliver, 2010)

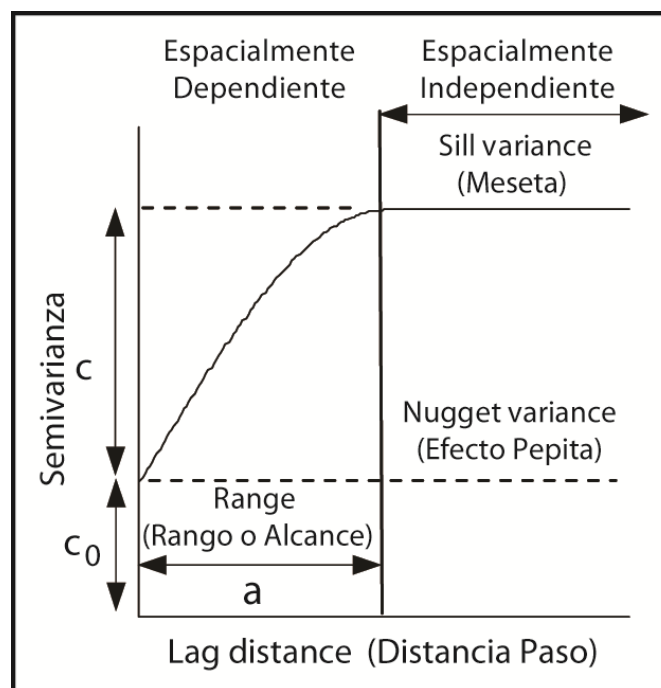


Figura 10 Variograma Acotado (Proceso estacionario de segundo orden)
(Adaptado de Oliver, 2010)

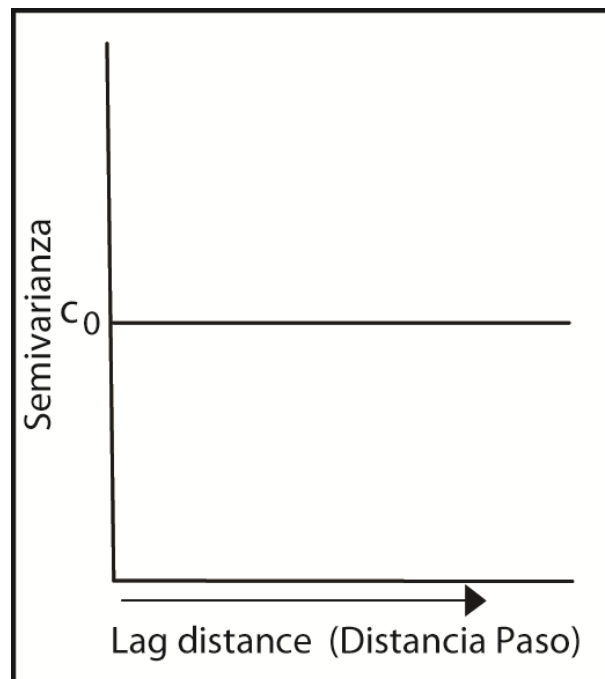


Figura 11 Variograma efecto pepita puro
(Adaptado de Oliver, 2010)

3.3.6 MODELAMIENTO DEL VARIOGRAMA

El método experimental de variograma de momentos estima el variograma subyacente (el cual es una función continua), considerando un conjunto de puntos discretos a intervalos particulares de paso. Estas estimaciones a menudo varían de punto a punto, ya que están sujetas a errores que surgen en gran parte de la toma de muestras. Para describir la variación espacial, se ajusta un modelo a los valores experimentales.

El modelo debe ser condicional negativo semidefinido (CNSD) de tal manera que no dé lugar a varianzas negativas cuando variables aleatorias son combinadas. La función debe ser también capaz de representar las características del variograma descritas en la sección anterior. Existen pocas funciones simples que satisfacen las condiciones antes mencionadas. Estas incluyen funciones acotadas (delimitadas), como los modelos gaussiano, esférico y exponencial, que representan procesos que son estacionarios de segundo orden, y funciones no delimitadas (no acotadas), como los modelos logarítmico, potencia y lineal, que representa procesos únicamente intrínsecos (Oliver, 2010).

Existen ciertas consideraciones que deben ser tomadas en cuenta al momento de la elección de un modelo, y como lo menciona Alfaro (2007) el variograma teórico debe respetar al variograma experimental, sobre todo en los primeros puntos, que son más confiables; así como considerar que el ajuste de variogramas constituye un punto crucial en un estudio geoestadístico, porque todos los cálculos posteriores se harán utilizando exclusivamente el modelo teórico; y, finalmente que, para tener un buen ajuste se debe considerar que uno de los objetivos finales es la predicción puntual, o por bloques dentro de una vecindad restringida, de manera que no se consideren demasiadas muestras en la predicción.

Alfaro (2007), indica que en algunas ocasiones se puede ajustar un modelo correspondiente a la suma de dos o más modelos, llamado modelos anidados. La suma de dos modelos de variograma constituye un modelo autorizado, cuya ecuación se puede ver representado por la siguiente expresión:

$$\gamma(h) = \gamma_1(h) + \gamma_2(h) \quad (3.8)$$

A continuación, se describen una lista de estructuras básicas que según Renard & Ors (2014), el paquete RGeostats de R, utilizado en este estudio, ofrece con el fin de construir un modelo.

Antes de describir estas estructuras, Renard & Ors (2014), recalcan lo siguiente:

- la estructura básica incluye covarianzas, variogramas o covarianzas generalizadas
- una covarianza es un variograma en particular (acotado); un variograma (y por lo tanto una covarianza) es una covarianza generalizada en particular
- una estructura es válida para ciertas dimensiones espaciales
- en todas las fórmulas subsiguientes, el valor h define el módulo de la (isotrópica) distancia: por lo tanto, esta distancia es siempre positiva
- algunas covarianzas usan un rango práctico que corresponde a la distancia más allá del cual la covarianza alcanza el 95% del valor de la meseta (sill).

3.3.6.1 Modelo Potencia

El modelo potencia es un variograma, definido para cualquier dimensión espacial, su ecuación es:

$$\gamma(h) = C|h/a|^\alpha \quad (3.9)$$

En donde:

C es un coeficiente multiplicativo (llamado meseta (sill) en RGeostat)

a es el factor de escala (también llamado rango (range) en RGeostat)

α es el exponente definido como el tercer argumento el cual debe estar en el intervalo de $0 < \alpha < 2$

Este modelo se caracteriza por no presentar meseta; un caso particular del mismo es cuando $\alpha = 1$; entonces $\gamma(h)$ es una recta, por eso toma el nombre de variograma lineal.

3.3.6.2 Modelo Esférico

El modelo esférico es una covarianza, definida hasta en tres dimensiones, su ecuación es:

$$C(h) = \begin{cases} C \left(1 - 1.5 \left(\frac{h}{a} \right) + 0.5 \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right) & \text{si } h \leq a \\ 0 & \text{si } h > a \end{cases} \quad (3.10)$$

En donde:

C es la meseta (sill)

a es el rango

3.3.6.3 Modelo Exponencial

El modelo exponencial es una covarianza, definido para cualquier dimensión espacial, se caracteriza por crecer más lentamente que el modelo esférico y tiene por ecuación:

$$C(h) = C \left(\exp \left(-\frac{h}{a/s} \right) \right) \quad (3.11)$$

En donde:

C es la meseta (sill)

a es el rango (práctico)

$s = 2.995732$.

3.3.6.4 Modelo Gaussiano

El modelo gaussiano es una covarianza, definido para cualquier dimensión espacial, se caracteriza por tener un comportamiento parabólico en el origen, su ecuación es:

$$C(h) = C \left(\exp \left(-\left(\frac{h}{a/s} \right)^2 \right) \right) \quad (3.12)$$

En donde:

C es la meseta (sill)

a es el rango (práctico)

$s = 1.730818$

3.6.6.5 Modelo Cúbico

El modelo cúbico es una covarianza, definida hasta en tres dimensiones, se caracteriza por tener un comportamiento parabólico en el origen y un rango finito, su ecuación es:

$$C(h) = \begin{cases} C * \left[1 - \left(\frac{h}{a}\right)^2 - 8.75 \left(\frac{h}{a}\right)^3 + 3.5 \left(\frac{h}{a}\right)^5 - 0.75 \left(\frac{h}{a}\right)^7 \right] & \text{si } h \leq a \\ 0 & \text{si } h > a \end{cases} \quad (3.13)$$

En donde:

C es la meseta (sill)

a es el rango

3.6.6.6 Modelo de Independencia (Pepita Puro)

Según Giraldo (2007) este modelo es indicativo de carencia de correlación espacial entre las observaciones de una variable. Es común sumar este modelo a otro modelo teórico (modelo anidado). Este modelo es una covarianza, definido en cualquier dimensión espacial su ecuación es:

$$C(h) = C_0 \delta(h) \quad (3.14)$$

En donde:

C es la meseta (sill)

$\delta(h)$ es una función la cual retorna 1 si $h=0$, y 0 para distancias estrictamente positivas

Para obtener otros modelos autorizados, revisar Renard & Ors (2014), que detalla un total de 17 estructuras básicas que se podrían utilizar en análisis geoestadísticos. El nombre de estas estructuras y sus respectivos gráficos se presentan en el Anexo 4.

3.4 PREDICCIÓN ESPACIAL

3.4.1 PREDICCIÓN ESPACIAL ÓPTIMA

Kriging (Krigado en español) es a menudo conocido como el mejor predictor lineal insesgado (BLUE: Best Linear Unbiased Predictor); es un método de predicción espacial óptimo. Kriging es óptimo en el sentido de insesgado y de varianza mínima. Este es el método de interpolación de datos dispersos para procesos espaciales aleatorios (Oliver, 2010).

3.4.2 CARACTERÍSTICAS GENERALES DEL KRIGING

La mayoría de características del medio ambiente (atmósfera, minerales, suelos, vegetación, agua y océanos) pueden ser medidas en un número infinito de lugares, pero por razones económicas, solo son medidas en pocos. Varios métodos matemáticos (determinísticos) de interpolación están disponibles, por ejemplo: polígonos de Thiessen, triangulación, interpolación del vecino natural, función inverso de la distancia, mínimos cuadrados polinomiales ("trend surface" - superficie de tendencia) and "splines". Laslett et al. (citado por Oliver, 2010), comparó varios de estos métodos con Kriging, y demostró que Kriging fue el mejor. Kriging supera muchas de las deficiencias de los métodos matemáticos de interpolación, tomando en cuenta la forma en que una propiedad varía en el espacio a través del variograma o la función covarianza.

Además, Kriging ofrece no sólo predicciones, sino también las varianzas Kriging o errores. Kriging puede ser considerado simplemente como un método de promediado local de media móvil de los valores observados de una variable aleatoria, Z , dentro de una vecindad, V . Esto se puede hacer para puntos (Kriging puntual) o para bloques de varios tamaños (Kriging por bloques), dependiendo de los objetivos de la predicción, a pesar de que la información de la muestra es a menudo por puntos.

Kriging se utiliza ahora en muchas disciplinas que requieren predicción espacial y mapeo, como ingeniería del petróleo, minería, meteorología, ciencias del suelo, agricultura de precisión, control de la contaminación, salud pública, vigilancia de las poblaciones de peces, densidades de animales, teledetección, ecología, geología, hidrología, y como en nuestro caso en la geodesia. Como consecuencia de ello, Kriging se ha convertido en un término genérico de predicción espacial en geoestadística. La formulación original de Kriging, ahora conocida como Kriging ordinario, es el método más robusto y es el que se utiliza con más frecuencia (Oliver, 2010).

Para Alfaro (2007) el interés práctico más importante del Kriging es que proviene, no del hecho que asegura la mejor precisión posible, sino más bien porque permite evitar un error sistemático.

3.4.3 KRIGING ORDINARIO PARA MAPEO

Kriging ordinario se basa en el supuesto de que se desconoce la media.

Considere que la variable aleatoria, Z , ha sido medida en los puntos de muestreo, x_i , $i=1,2,\dots,N$.

Utilizando esta información para estimar su valor en un punto x_0 , por Kriging puntual, con el mismo apoyo de los datos se tiene:

$$\hat{Z}(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i z(x_i) \quad (3.15)$$

En donde n usualmente representa los puntos de dato dentro de la vecindad local, V , y es mucho menor que el número total en la muestra, N ; λ_i son los pesos. Para asegurar que la predicción sea insesgada la suma de los pesos debe ser igual a uno.

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \quad (3.16)$$

El error esperado es:

$$E[\{\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)\}] = 0. \quad (3.17)$$

La varianza de predicción es:

$$\begin{aligned} \text{var}[\hat{Z}(x_0)] &= E[\{\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)\}^2] \\ &= 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(x_i, x_0) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \gamma(x_i, x_j) \end{aligned} \quad (3.18)$$

En donde $\gamma(x_i, x_j)$ es la semivarianza de Z entre los puntos x_i y x_j , $\gamma(x_i, x_0)$, es la semivarianza entre el i -ésimo punto de muestreo y el punto objetivo x_0 . Las semivarianzas se derivan del modelo de variograma porque las semivarianzas experimentales son discretas y a distancias limitadas.

La ecuación (3.18) para un punto conduce a un conjunto de $n+1$ ecuaciones no lineales con $n+1$ incógnitas:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(x_i, x_j) + \psi(x_0) &= \gamma(x_j, x_0) \quad \text{Para todo } j, \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i &= 1 \end{aligned} \quad (3.19)$$

En donde el multiplicador de Lagrange, $\psi(x_0)$, se introduce para alcanzar la minimización. Los pesos, λ_i , se insertan en la ecuación (3.15) para dar la predicción de Z en x_0 . La varianza de predicción de Kriging es luego obtenida como:

$$\sigma^2(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(x_i, x_0) + \psi(x_0) \quad (3.20)$$

Kriging puntual es un interpolador exacto, el valor "krigeado" en un sitio de muestreo es el valor observado allí y la varianza de predicción es entonces cero.

Para muchas aplicaciones ambientales, Kriging es más probable que se utilice para la interpolación y el mapeo. Los valores de la propiedad por lo general se estiman en los nodos de una malla fina (grid), y la variación se pueden visualizar por isolíneas (líneas de contorno) o por modelos digitales. Las varianzas Kriging o errores estándar se pueden asignar de manera similar y son una guía de la fiabilidad de las predicciones (Olivier, 2010).

En el Anexo 5, se muestra las ecuaciones para Kriging ordinario por bloques.

Otros tipos de Kriging se describen brevemente, en el Anexo 6.

3.4.3.1 Pesos Kriging

Los pesos Kriging dependen del variograma y la configuración de la toma de muestras. La distribución de los pesos dentro del radio de búsqueda es una característica que hace Kriging diferente a interpoladores clásicos donde los pesos se aplican arbitrariamente. Según Webster & Oliver (citados por Oliver, 2010), muestran como los pesos varían de acuerdo a los cambios en la proporción entre el efecto pepita y la meseta, el rango del variograma, el tipo de modelo, la configuración de muestreo y el efecto de anisotropía. Los pesos son especialmente sensibles a la varianza pepita y a la anisotropía. Los pesos cerca del punto (o del bloque) que se estima tienen más peso que los que están más alejados, lo que demuestra que Kriging es un predictor local. Cuando la proporción entre efecto pepita y meseta se incrementa los pesos cerca del objetivo decrecen y los que están más lejos aumentan. Para un variograma pepita puro, los pesos kriging son todos iguales y la estimación es simplemente la media de los valores en la vecindad.

El efecto del rango es más complejo que la proporción pepita - meseta, ya que también se ve afectada por el tipo de modelo de variograma. En general, cuando el rango aumenta los pesos aumentan cerca del objetivo. Para los datos que se distribuyen de manera irregular, puntos que están agrupados llevan menos peso individual de los que están aislados. El hecho de que los puntos más cercanos al objetivo generalmente, llevan el mayor peso tiene implicaciones prácticas. Esto significa que la zona de búsqueda necesita contener no más de 16 a 20 puntos de datos (Olivier, 2010).

3.4.4 VALIDACIÓN CRUZADA

Giraldo (2007) afirma que existen diferentes métodos que pueden ser empleados para evaluar la bondad de ajuste del modelo de variograma que haya sido elegido con respecto a los datos muestrales y por tanto de las predicciones hechas con Kriging. Dicho autor asegura también que el método más empleado es el denominado, validación cruzada.

El método de validación cruzada consiste en excluir la observación de uno de los n puntos muestrales y con los $n-1$ valores restantes y el modelo escogido de variograma, predecir mediante Kriging el valor de la variable en estudio en la ubicación del punto excluido. Si el modelo de semivarianza elegido describe bien la estructura de autocorrelación espacial, la diferencia entre el valor observado y el valor predicho debe ser pequeña. El proceso es repetitivo y se realiza lo mismo en forma secuencial con cada uno de los puntos muestrales, de tal manera que se obtiene un conjunto de n errores de predicción.

CAPÍTULO IV: RECOPIACIÓN Y VALIDACIÓN DE DATOS

4.1 PROYECTO QUITO

4.1.1 GENERALIDADES

Los datos geodésicos (GPS de precisión y nivelación geométrica de segundo orden) de la zona de estudio, se recopilaron del proyecto de generación de cartografía escala grande (1:1000 y 1:5000) del cantón Quito, desarrollado entre los años 2002 y 2006, por el Instituto Geográfico Militar.

En los proyectos de cartografía una de las etapas fundamentales es el establecimiento de control geodésico suplementario, que comprende la determinación de puntos GPS de precisión y la obtención de su respectiva altura niveladas sobre el nivel medio del mar, a través de nivelación geométrica, nivelación trigonométrica u otras técnicas.

4.1.2 AREA DE INTERVENCIÓN

El área de intervención, de este estudio, corresponde al área urbana y sus alrededores del cantón Quito, según el mapa de la Figura 12. En esta área se dispone de puntos de control geodésico suplementario (muestras) en donde se han realizado observaciones GPS de precisión y nivelación geométrica de segundo orden.

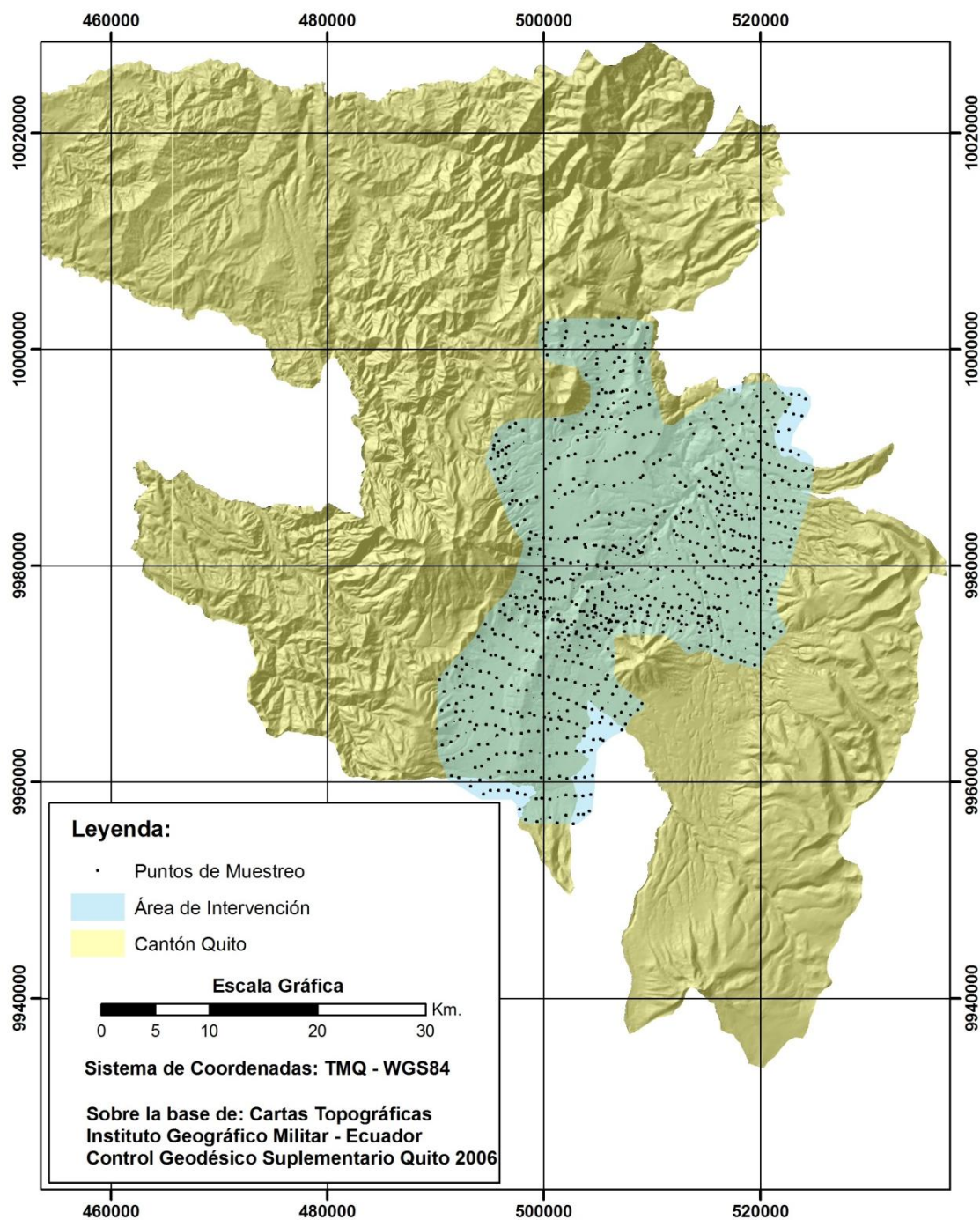


Figura 12 Mapa del Área de Intervención - Quito
(Elaborado: El Autor, Fuente: Datos Geodésicos del IGM)

Fisiográficamente el área de estudio, en su parte central, comprende una zona relativamente plana (valle de Quito), y dos zonas con mayor pendiente del terreno (estribaciones montañosas) hacia los extremos Este y Oeste. La extensión del área es de aproximadamente 92019 Ha.

4.1.3 DETERMINACIÓN GPS

El IGM realizó las actividades de determinación GPS, de los puntos de control geodésico suplementario, a través del método estático diferencial, con receptores GPS doble frecuencia, con el fin de obtener precisiones relativas de 5 mm + 1 ppm, para las coordenadas horizontales (latitud y longitud geográfica) y 10 mm + 2 ppm, para la coordenada vertical (altura elipsoidal).

Los puntos bases de partida utilizados en el método de posicionamiento GPS estático diferencial, fueron los vértices de la Red GPS del Distrito Metropolitano de Quito, la misma que se encuentra enlazada a la red continental SIRGAS (Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas), marco de referencia compatible con el sistema de posicionamiento satelital GPS.

El sistema geodésico de referencia en la determinación de las coordenadas es el WGS84, con el elipsoide del mismo nombre. El sistema de representación plana es la proyección Transversa de Mercator Modificada para Quito (TMQ), descrita en la sección 2.3.3.2 (IGM, 2006).

4.1.4 DETERMINACIÓN DE LA ALTURA SOBRE EL NIVEL MEDIO DEL MAR

El IGM realizó las actividades de determinación de la altura sobre el nivel medio del mar, de los puntos de control geodésico suplementario, a partir de placas estables del control básico existente (líneas de nivelación) con nivelación geométrica de segundo orden, con tolerancia de $\pm 8.4 \text{ mm } \sqrt{k}$ (K distancia de arrastre en Km.) o con nivelación trigonométrica con recíprocas con tolerancia de $\pm 3.0 \text{ cm } \sqrt{k}$ (K distancia de arrastre de nivelación en kilómetros). Adicionalmente, se utilizaron modelos locales de ondulación geoidal con precisiones de 50 cm.

El control básico vertical (líneas de nivelación de primer orden y segundo orden) se encuentra referido al mareógrafo de La Libertad, que representa el cero al nivel medio del mar (IGM, 2006).

4.1.5 RECOPIACIÓN Y VALIDACIÓN DE DATOS

La recopilación de los datos se lo hace en el proceso de Geodesia del IGM, el mismo que dispone de una base de datos geodésica, en la cual se almacenan los datos que se genera en los diferentes proyectos.

En el caso del proyecto Quito, se recopilaron un total de 1134 puntos. En primera instancia se filtran los puntos con nivelación geométrica de segundo orden, quedando 963 puntos para el análisis. Cabe indicar, que no se utilizan los puntos con nivelación trigonométrica y los puntos con modelo local de ondulación geoidal, considerando que los mismos se encuentran distribuidos fuera del área urbana y tienen una precisión mucho menor que los puntos con nivelación geométrica.

A continuación, se genera una nueva base de datos con los siguientes campos heredados de la base de datos geodésica del IGM: nominativo del punto, coordenadas Este de la proyección TMQ, coordenada Norte de la proyección TMQ, la altura elipsoidal y la altura sobre el nivel medio del mar. Además, se incorporan dos campos numéricos para el código de la muestra y para el cálculo de la ondulación geoidal. Como se menciona en la sección 1.1, la ondulación geoidal se la obtiene restando la altura sobre el nivel medio del mar de la altura elipsoidal.

La validación de esta nueva base de datos consiste, en una primera etapa, en un análisis de valores faltantes de las variables, altura elipsoidal, altura nivelada y ondulación geoidal, encontrándose 40 novedades, las cuales fueron informadas y analizadas con los técnicos del proceso de Geodesia. El 100 % de los casos de valores faltantes fueron por problemas de ingreso en la base, ya que revisando la información primaria de las observaciones geodésicas, si existían los datos respectivos.

Luego, se procede a identificar los valores negativos y los valores mayores a 32 m., ya que, según Drewes & Sánchez (2002) la ondulación geoidal varía entre 4 m. y 32 m. en el Ecuador. En esta etapa se corrigen varios valores, en coordinación con los técnicos del proceso de Geodesia, la causa, nuevamente, errores de tipeo al ingresar la información.

Una vez superadas estas etapas, se recurre a la herramienta estadística denominada diagrama de caja, para identificar valores extremos, localizando 4 puntos: PE 17719-Y, PE 17786-X, PV 88, PE 31791-Y (Figura 13)

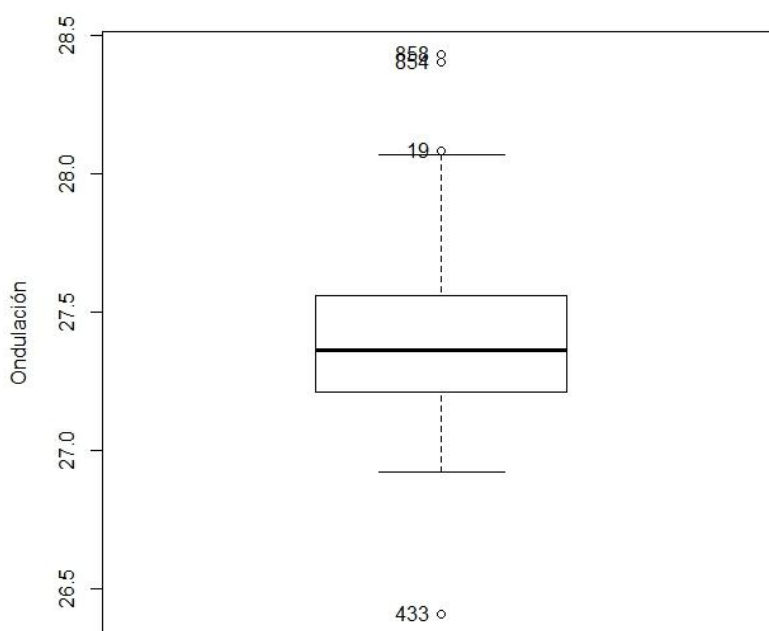


Figura 13 Diagrama de Caja Preliminar - Muestras Quito
(Elaborado: El Autor, Fuente: Datos Geodésicos del IGM)

Para estos cuatro puntos considerados atípicos, se procedió a realizar un análisis, específico de cada uno de ellos, obteniéndose los siguientes resultados

Para los puntos, PE 17719-Y y PE 17786-X, se revisaron los extractos de nivelación geométrica y el procesamiento GPS encontrando inconsistencia en el proceso de nivelación, por lo que se decide sacar del análisis estos puntos. En el PE 31791-Y, no se detecta errores, en extractos de nivelación y procesamiento GPS, por lo que se decide no sacar este punto del análisis. El PV88, no se pudo

verificar los datos primarios del procesamiento GPS (no existen los respaldos), por lo que se decide, sacar este punto del análisis.

Finalmente, en este proceso de validación, se revisan los gráficos de dispersión de la variable ondulación geoidal y las coordenadas este y norte, respectivamente, encontrando un comportamiento "extraño" de algunos puntos, remarcados en la Figura 14.

Se procede a revisar los datos primarios y se comprueba que todos pertenecen a una misma zona (Sur-Este del extremo del proyecto), que fueron determinados en una misma salida de campo (Noviembre - Diciembre / 2005) y que se usaron GPS geodésicos diferentes a los que se venía usando en las otras etapas del proyecto. Se revisan algunos datos primarios de las observaciones GPS y de nivelación geométrica, encontrándose algunas inconsistencias de algunos centímetros, en la altura elipsoidal derivada del procesamiento GPS, pero sin encontrar patrón alguno; en la nivelación no se detecta errores pero se nota que se parte de líneas de nivelación antiguas y sin comprobación en nodos de la red de control básico vertical, por lo que se sospecha que si estas tienen algún error sistemático, todos los puntos que se determinaron a partir de estas líneas van a heredar este error.

Con estos antecedentes y en acuerdo con los técnicos de Geodesia del IGM, se decide no tomar en cuenta estos puntos en este análisis, en vista que podrían distorsionar los resultados finales. Los valores atípicos que se analizaron anteriormente, formaban parte de este bloque de puntos que se eliminan del análisis geoestadístico.

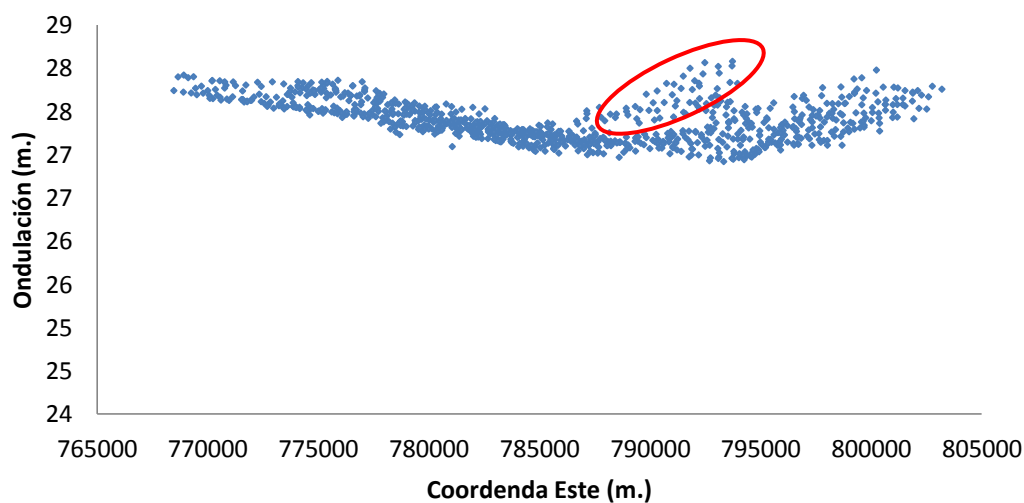


Figura 14 Gráfico de Dispersión Preliminar - Muestras Quito
(Elaborado: El Autor, Fuente: Datos Geodésicos del IGM)

La base de datos final validada queda conformada por 888 puntos que se presentan en el Anexo 7. Las coordenadas planas TMQ se encuentran truncadas al metro intencionalmente, ya que esta información, por la ley de Cartografía Nacional, es administrada y gestionada por el IGM. Por este motivo, no se presenta los valores de altura elipsoidal, altura nivelada, ni nominativo de puntos.

4.2 PROYECTO GUAYAQUIL

4.2.1 GENERALIDADES

Los datos geodésicos (GPS de precisión y nivelación geométrica de segundo orden) de la zona de estudio, se recopilaron del proyecto Guayaquil, desarrollado en los años 2005 y 2006, por el Instituto Geográfico Militar.

Como parte de este proyecto se planificó la determinación de control geodésico suplementario, que comprende la determinación de puntos GPS de precisión y la obtención de su respectiva altura sobre el nivel medio del mar.

4.2.2 AREA DE INTERVENCIÓN

El área de intervención, de este estudio, corresponde al área rural del cantón Guayaquil, según el mapa de la Figura 15. En esta área se dispone de puntos de control geodésico suplementario (muestras) en donde se han realizado observaciones de GPS de precisión y nivelación geométrica de segundo orden.

Fisiográficamente el área de estudio, corresponde a una llanura de inundación, de baja pendiente. La extensión del área es de aproximadamente 239758 Ha.

4.2.3 DETERMINACIÓN GPS

En el proyecto Guayaquil, el IGM sigue los mismos procedimientos, para la determinación GPS, que los seguidos en el proyecto de Quito.

El sistema geodésico de referencia en la determinación de las coordenadas es el SIRGAS95, con el elipsoide GRS80. El sistema de representación plana es la proyección UTM 17 S (IGM, 2006).

4.2.4 DETERMINACIÓN DE LA ALTURA SOBRE EL NIVEL MEDIO DEL MAR

De la misma manera, los procedimientos de nivelación geométrica de los puntos son idénticos a los del proyecto de Quito.

4.2.5 RECOPIACIÓN Y VALIDACIÓN DE DATOS

La recopilación de los datos se realiza en el proceso de Geodesia del IGM; en la validación de datos las actividades son idénticas que las seguidas en Quito. Los datos son filtrados para considerar solo los puntos con nivelación geométrica de segundo orden; a continuación, se realiza un análisis de valores faltantes, corrigiendo todos los casos, en base a la información primaria de GPS y nivelación.

Valores negativos y mayores a 32 m. son corregidos; igualmente los problemas detectados son de tipo al ingresar los datos.

En gráficos de dispersión de la variable ondulación geoidal y las respectivas coordenadas UTM17S, no se detectan anomalías. El gráfico de diagrama de caja no presenta valores atípicos. La base de datos final validada queda conformada por 332 puntos y se muestra en el Anexo 8, con las mismas consideraciones que se hizo a la base de datos final para Quito.

4.3 BASE DE DATOS GEODÉSICA DEL IGM

La base de datos geodésica del IGM, está desarrollada con el objetivo de ingresar todos los datos geodésicos generados en los diferentes proyectos que ejecuta este Instituto. Entre los principales campos de esta base se tienen: coordenadas geográficas (latitud, longitud y altura elipsoidal), coordenadas planas UTM (Este, Norte), altura nivelada sobre el nivel medio del mar, tipo de nivelación, gravedad, datum geodésico horizontal, datum geodésico vertical, y otros campos con relación a la descripción de los puntos geodésicos.

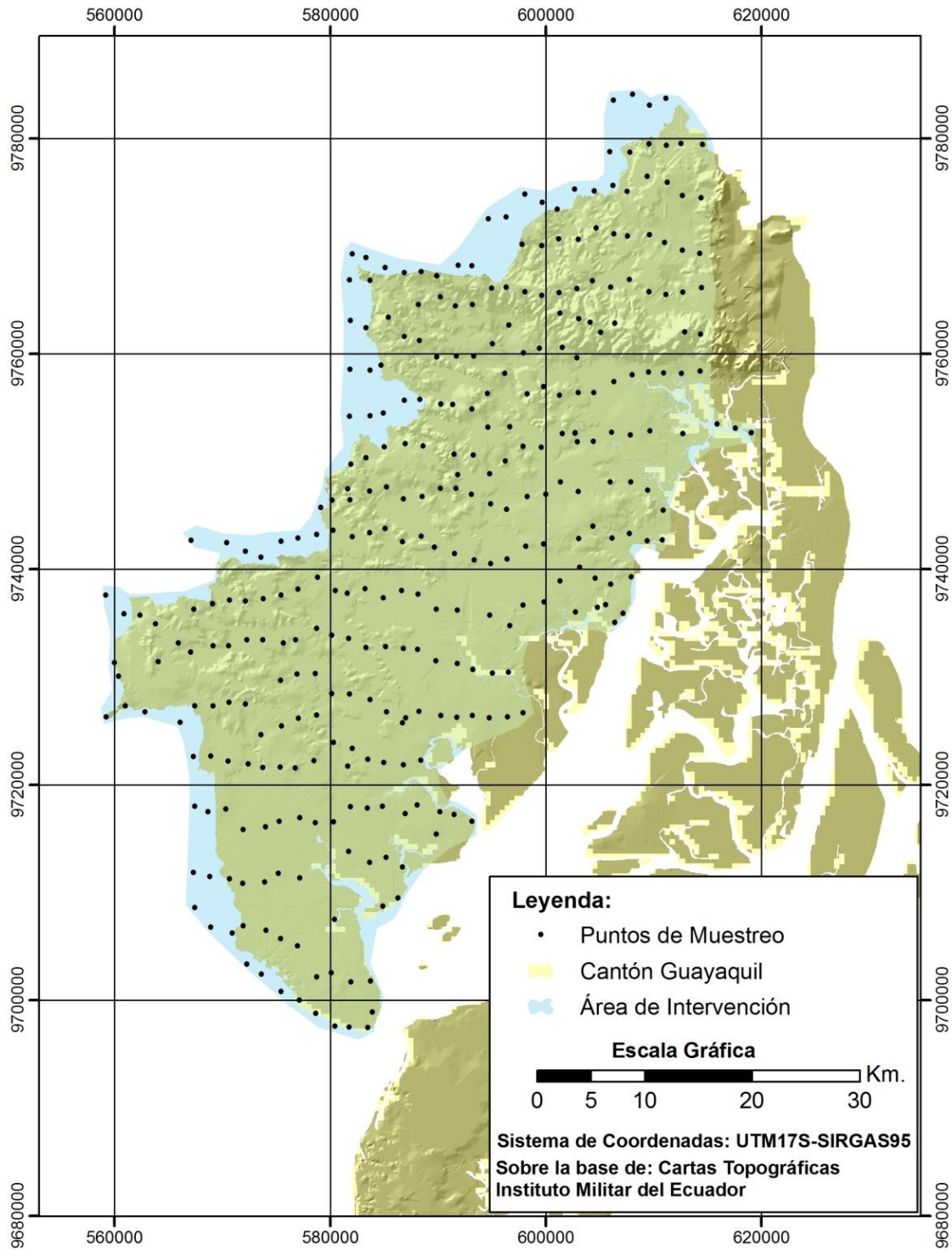


Figura 15 Mapa del Área de Intervención - Guayaquil
(Elaborado: El Autor, Fuente: Datos Geodésicos del IGM)

CAPÍTULO V: OBTENCIÓN Y VALIDACIÓN DE MODELOS GEOESTADÍSTICOS

5.1 MODELO GEOESTADÍSTICO DE PREDICCIÓN DE ONDULACIÓN GEOIDAL - QUITO

5.1.1 ANÁLISIS Y APLICACIÓN DE TÉCNICAS GEOESTADÍSTICAS

5.1.1.1 Análisis Exploratorio de Datos

En la Tabla 1 se muestra, el resumen estadístico de los valores de las muestras de ondulación geoidal para Quito.

Tabla 1 Resumen estadístico Ondulación Geoidal - Quito

Media (m)	Desv. Est. (m)	Rango (m)	Coef. de Var.	Asimetría	Min. (m)	1er Cuartil (m)	Mediana (m)	3er cuartil (m)	Max. (m)	n
27.372	0.222	1.058	0.008	0.418	26.924	27.206	27.333	27.531	27.982	800

El rango de los valores de las muestras es de 1.058 m. Las medidas de localización como la media y la mediana, toman valores cercanos.

El coeficiente de variación es igual al 0.8% que verifica que no existen problemas de variabilidad en los datos.

El coeficiente de asimetría positivo es un indicativo de que la distribución esta levemente cargada (alargada) hacia los valores superiores a la media.

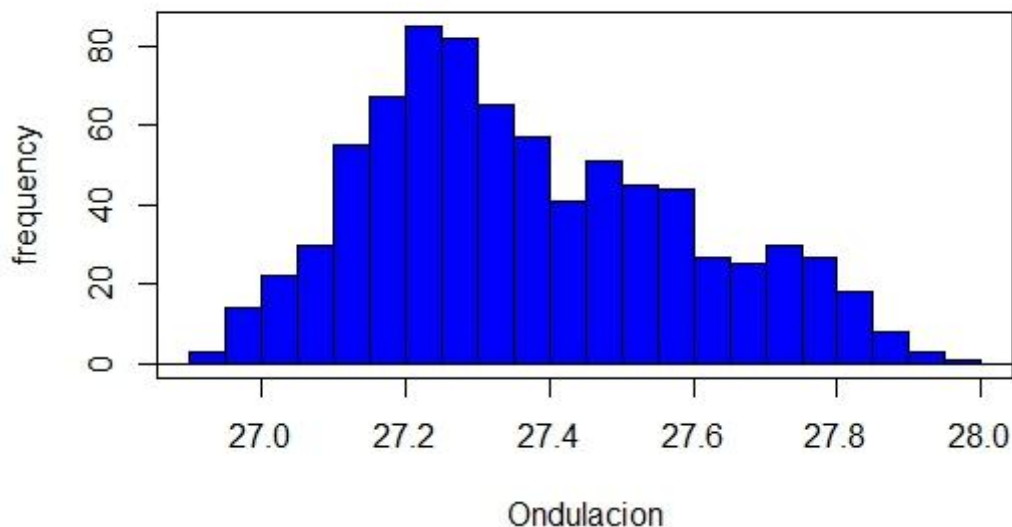


Figura 16 Histograma Ondulación Geoidal - Quito
(Elaborado: El Autor, Fuente: Datos Geodésicos del IGM)

El Histograma (Figura 16) y el diagrama de caja (Figura 17), confirman que la distribución está cargada, levemente, hacia los valores superiores de la media.

Además, el diagrama de caja, no muestra observaciones atípicas u observaciones atípicas extremas.

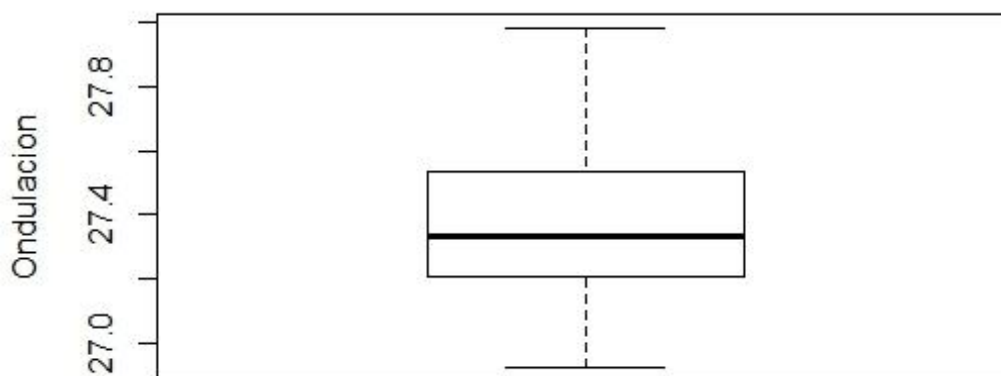


Figura 17 Diagrama de Caja Ondulación Geoidal - Quito
(Elaborado: El Autor, Fuente: Datos Geodésicos del IGM)

En el análisis de los gráficos de dispersión (Figura 18 y Figura 19), se verifica un comportamiento que se lo puede considerar estacionario, es decir que la media es constante para toda la región.

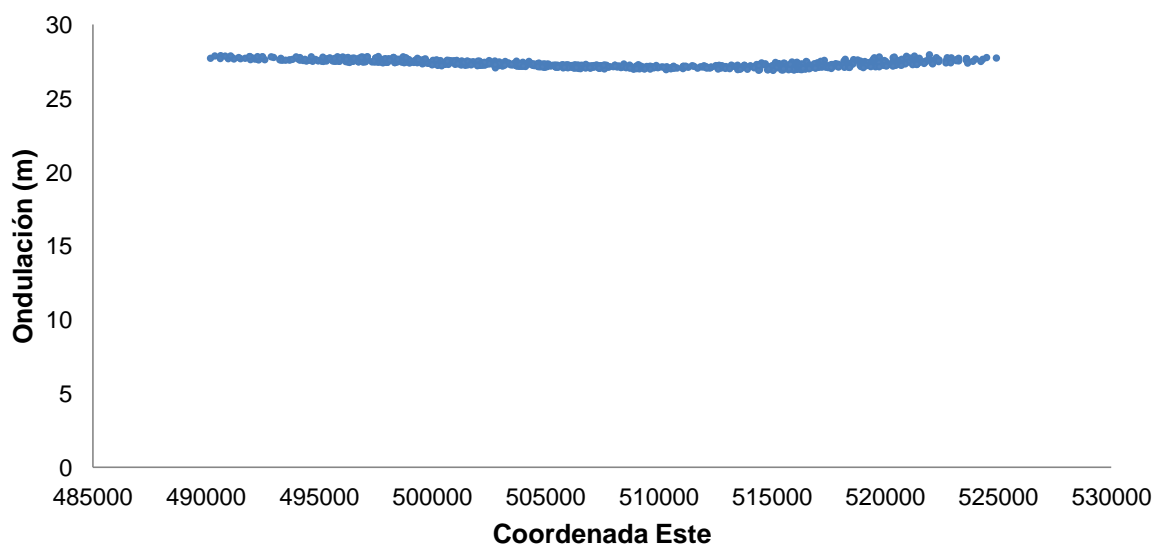


Figura 18 Gráfico de Dispersión Este - Ondulación - Quito
(Elaborado: El Autor, Fuente: Datos Geodésicos del IGM)

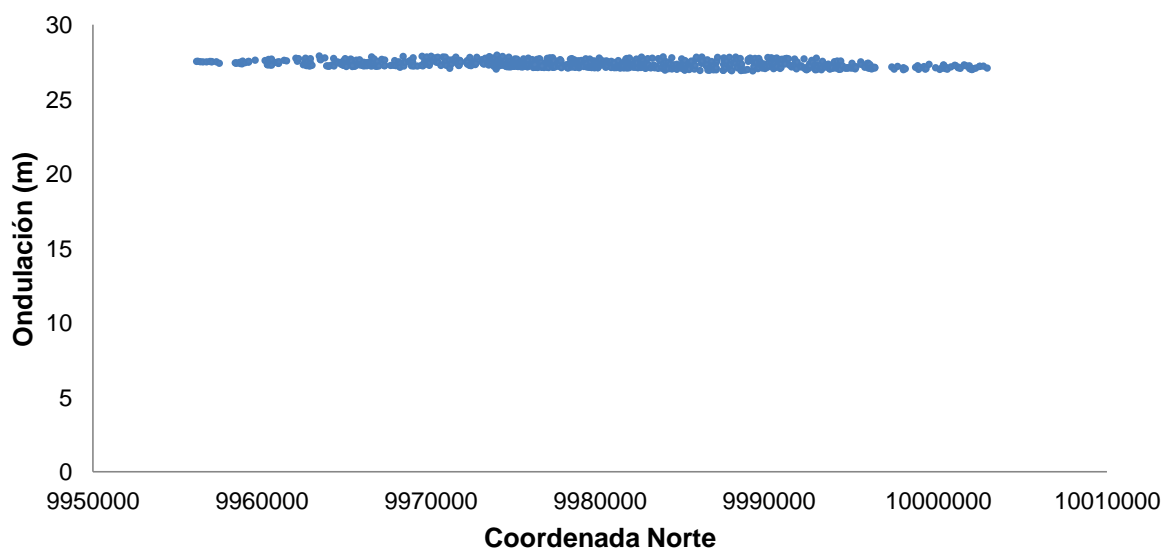


Figura 19 Gráfico de Dispersión Norte - Ondulación - Quito
(Elaborado: El Autor, Fuente: Datos Geodésicos del IGM)

5.1.1.2 Variograma Experimental

Para la construcción del variograma experimental omnidireccional, se utiliza 800 muestras de la zona de Quito, en base a un supuesto de isotropía, y se considera como distancia de paso, 1400 m., número de pasos (número de lag) 21 y tolerancia en distancia 700 m., equivalente a un medio del paso. Estos parámetros se determinan tomando en cuenta la distribución espacial de las

muestras (malla irregular) y la premisa geoestadística de que un variograma es significativo hasta una distancia, D , igual a la mitad de la dimensión máxima del campo (Alfaro, 2007). Para la zona de estudio la distancia máxima es de aproximadamente 48 Km.

El cálculo del variograma experimental omnidireccional se realiza en el programa R, paquete RGeostats². La función utilizada fue vario.calc. La Figura 20, muestra el variograma experimental que se genera.

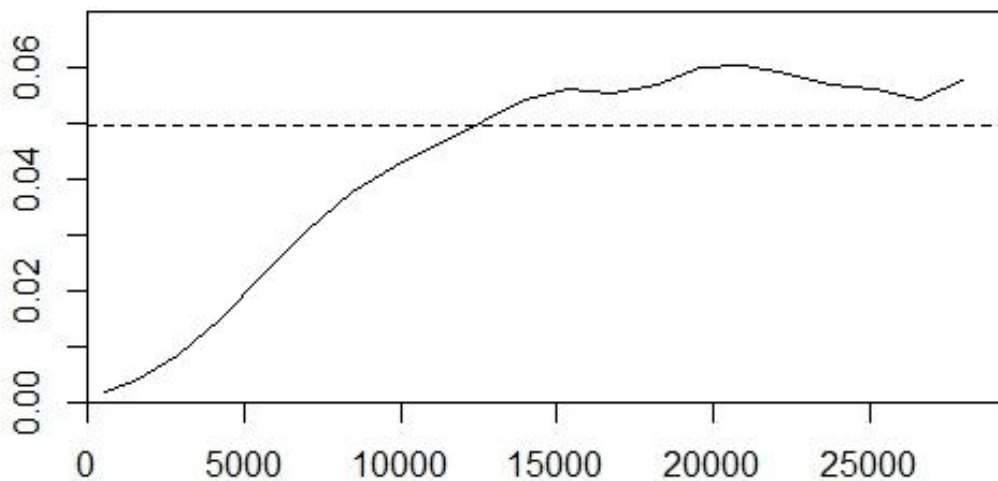


Figura 20 Variograma Experimental Omnidireccional - Quito
(Elaborado: El Autor, Fuente: Datos Geodésicos del IGM)

En un primer análisis visual de la Figura 20 se puede observar las siguientes características del variograma experimental:

- No presenta efecto pepita (nugget effect).
- El valor de alcance (rango) aproximado es de 20000 m.
- El valor de la meseta (sill) aproximada es de 0.06 m.
- La forma en el origen es parabólica (similar al modelo teórico Gaussiano)

² Renard D., Bez N., Desassis N., Beucher H., Ors F., Laporte F.
RGeostats: The Geostatistical package [10.0.1].
MINES ParisTech.
Free download from: <http://cg.ensmp.fr/rgeostats>

- Por la forma del variograma experimental, los modelos teóricos que podrían ajustar a esta estructura son: gaussiano, esférico, exponencial o cubico.

5.1.1.3 Nube Variográfica

Según Alfaro (2007), la nube variográfica consiste en graficar el valor de todas las diferencias $\frac{1}{2}[z(x_i) - z(x_j)]^2$ en función de la distancia entre los puntos x_i y x_j . Esta herramienta permite detectar la influencia de algunos datos anómalos en el cálculo del variograma.

Para las muestras de Quito se genera una nube variográfica omnidireccional, con la función `cloud.cal` del paquete RGeostat. Los resultados se presentan en la Figura 21 y se concluye que no existen observaciones atípicas.

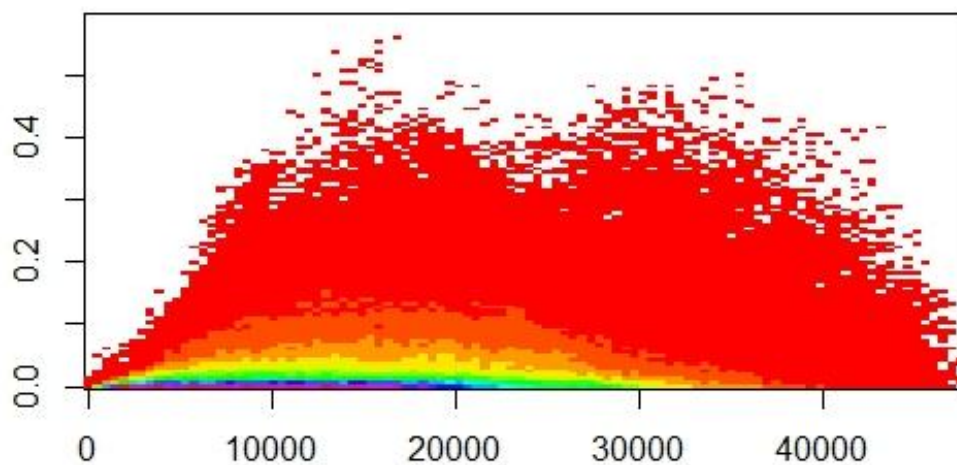


Figura 21 Nube Variográfica - Quito
(Elaborado: El Autor, Fuente: Datos Geodésicos del IGM)

5.1.1.4 Ajuste del variograma a un modelo teórico

Como se mencionó en la sección 3.3.6, el objetivo de ajustar un modelo teórico es disponer de una ecuación, la cual se utilizará en los cálculos posteriores, como los de predicción.

Para el ajuste del variograma experimental a un modelo teórico de la zona de Quito, se utiliza un procedimiento automático, a través de la función `auto.model` del paquete `RGeostats`, que permite ingresar los posibles modelos teóricos (llamadas estructuras básicas en ambiente de R) que se ajusten al variograma experimental. Esta función, de manera general, minimiza una función de costo, que se la define como la diferencia en todos los puntos entre el variograma experimental y el modelo de ajuste. Esta función se la minimiza a través del algoritmo de Gauss-Newton. Finalmente, se reduce el modelo aplicando el principio de parsimonia. El resultado que se obtiene es la estructura básica o una combinación lineal de estructuras básicas (modelos anidados) que mejor se ajusta al variograma experimental (Dessasis & Renard, 2013).

Para el modelo de ondulación geoidal de Quito, las estructuras básicas que se ingresan en esta función son: gaussiana, esférica, exponencial y cúbica; así como, el efecto pepita. Como resultado se obtiene, que son descartados los modelos exponencial, cúbico y la estructura efecto pepita y se mantienen las estructuras básicas gaussiana y esférica, es decir el modelo teórico que mejor se ajusta al variograma experimental es un modelo anidado.

En la Tabla 2, se muestra los parámetros que se obtiene para estos dos modelos.

Tabla 2 Parámetros de Estructuras Básicas - Quito

Estructuras Básicas	Parámetros	
	Alcance-Range (a) (m)	Meseta - sill (C) (m ²)
Gaussiano	15938	0.00494
Esférico	8920	0.00889

La Figura 22 muestra el modelo ajustado y el variograma experimental.

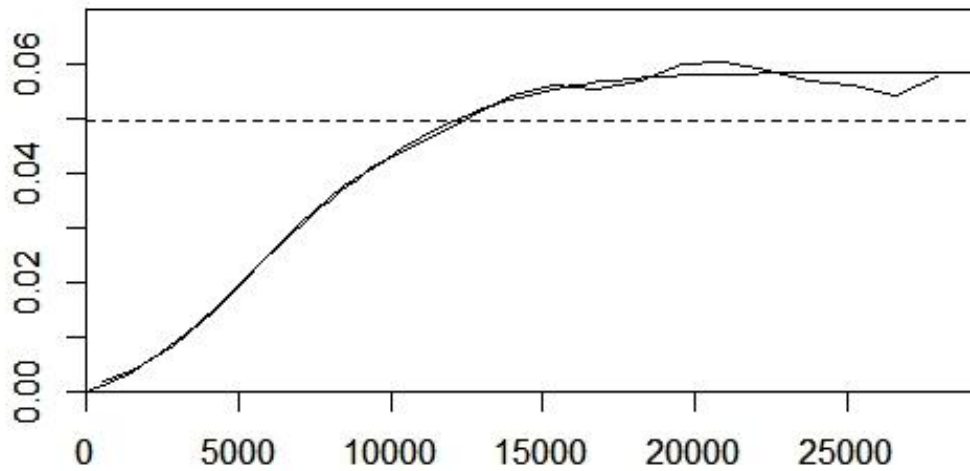


Figura 22 Modelamiento de Variograma Experimental - Quito
(Elaborado: El Autor, Fuente: Datos Geodésicos del IGM)

Se realiza algunas pruebas con la función `auto.model` para comprobar la bondad del algoritmo. Por ejemplo en la Figura 23, se ilustra el ajuste del variograma experimental, solo con el modelo Gaussiano, y en la Figura 24, el ajuste solamente considerando el modelo Esférico.

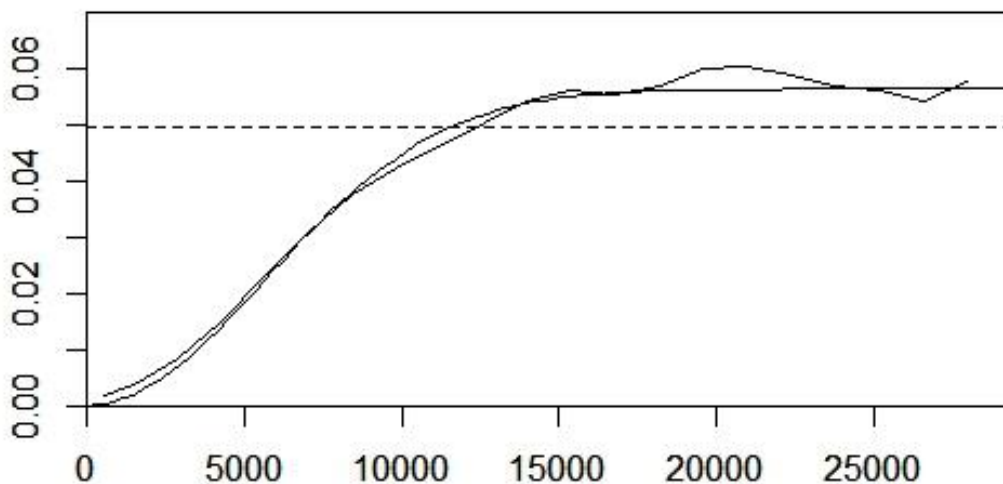


Figura 23 Modelamiento Gaussiano de Variograma Experimental - Quito
(Elaborado: El Autor, Fuente: Datos Geodésicos del IGM)

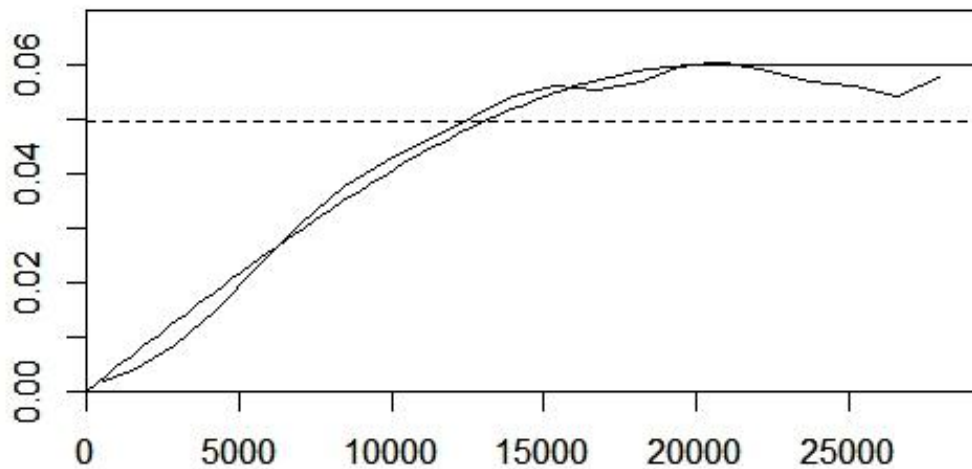


Figura 24 Modelamiento Esférico de Variograma Experimental - Quito
(Elaborado: El Autor, Fuente: Datos Geodésicos del IGM)

Evidentemente, el modelo que mejor se ajusta al variograma experimental es el modelo anidado que se mencionó anteriormente.

5.1.1.5 Validación Cruzada

Para realizar la validación cruzada del modelo se requiere definir previamente la vecindad de búsqueda, que indica la estrategia de selección de muestras para predecir el valor del dato del objetivo. La vecindad elegida es móvil, con los siguientes parámetros:

- Mínimo número de muestras en la vecindad: 8. Según Alfaro (2007), se ha demostrado que, en el espacio de dos dimensiones, con una vecindad que contenga un promedio del orden de 8 muestras, los resultados son buenos.
- Máximo número de muestras en la vecindad: 16. Según Oliver (2010), la vecindad de búsqueda debería limitarse a un máximo entre 16 y 20 muestras.
- Definición de sectores: Sí (para desagregación de las muestras)
- Número de sectores: 8 (octantes)
- Máximo número de muestras por sector: 2

- Máxima distancia de búsqueda: 15000 m. Este valor de 15000 m., se lo considera, en vista del ajuste casi perfecto del variograma teórico al variograma experimental.

La definición de la vecindad móvil se realiza con la función *neigh.input* del paquete RGeostat.

De la misma manera, se utiliza el paquete RGeostat, a través de la función *xvalid*, para ejecutar la validación cruzada. Como salida de esta función se generan dos variables: error de validación cruzada para el modelo y error normalizado de validación cruzada para el modelo. Para una mejor interpretación de los resultados se genera un histograma del error de validación cruzada para el modelo de ondulación geoidal (Figura 25).

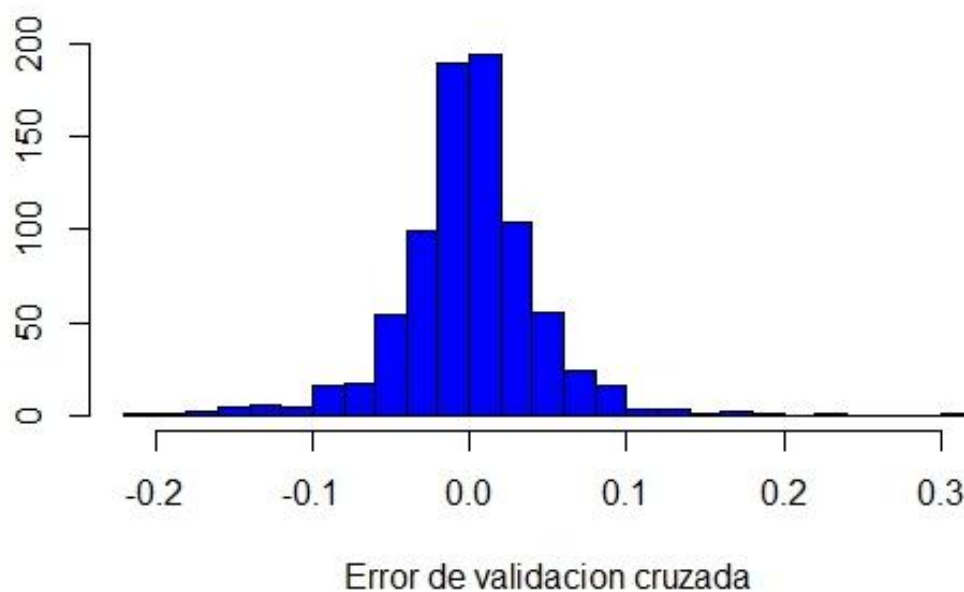


Figura 25 Histograma de Error de Validación Cruzada - Quito
(Elaborado: El Autor, Fuente: Datos Geodésicos del IGM)

El procedimiento de validación cruzada muestra que la mayor parte de los datos tienen un error de validación cruzada en el intervalo [-0.1 m.; 0.1 m.], que es un indicativo de una buena correspondencia entre los datos, el modelo ajustado y la vecindad elegida.

5.1.1.6 Predicción

La predicción espacial de la ondulación geoidal para Quito, se realiza a través del procedimiento de Kriging ordinario puntual sobre una malla regular de puntos con intervalo medio de 100.12 m. en las direcciones Norte y Este. La predicción espacial se obtiene con la función *kriging* del paquete RGeostats, con los parámetros definidos en la sección 5.1.1.5, para vecindad móvil. El resultado de esta función es un mallado con los valores de la predicción en cada nodo y su respectiva desviación estándar del error de estimación.

En el Anexo 9 se presenta el script en R con el que se realiza el análisis geoestadístico del modelo de Quito.

En la Figura 26, se muestra un mapa del modelo geoestadístico para la predicción de la ondulación geoidal para la zona de Quito, en dos dimensiones, con tamaño de malla (resolución espacial) de 100.12 m. * 100.12 m. De igual manera se ilustra, las líneas de contorno cada 0.05 m.

El mapa del modelo Geoestadístico de predicción de ondulación geoidal para Quito (Figura 26) muestra que existe una variación entre 26.93 m. a 28.00 m.

Además, considerando la dirección Este, se observa que la ondulación geoidal disminuye hacia el centro y aumenta hacia los extremos. Dando una interpretación física a esta característica del modelo, y con la ayuda de un mapa topográfico (Figura 28), se puede afirmar que la ondulación geoidal es modelada por la topografía del terreno. A mayor elevación del terreno mayor ondulación geoidal y viceversa.

En la Figura 27 se muestra un mapa con la desviación estándar del error de predicción, que da una idea de la incertidumbre del modelo Geoestadístico.

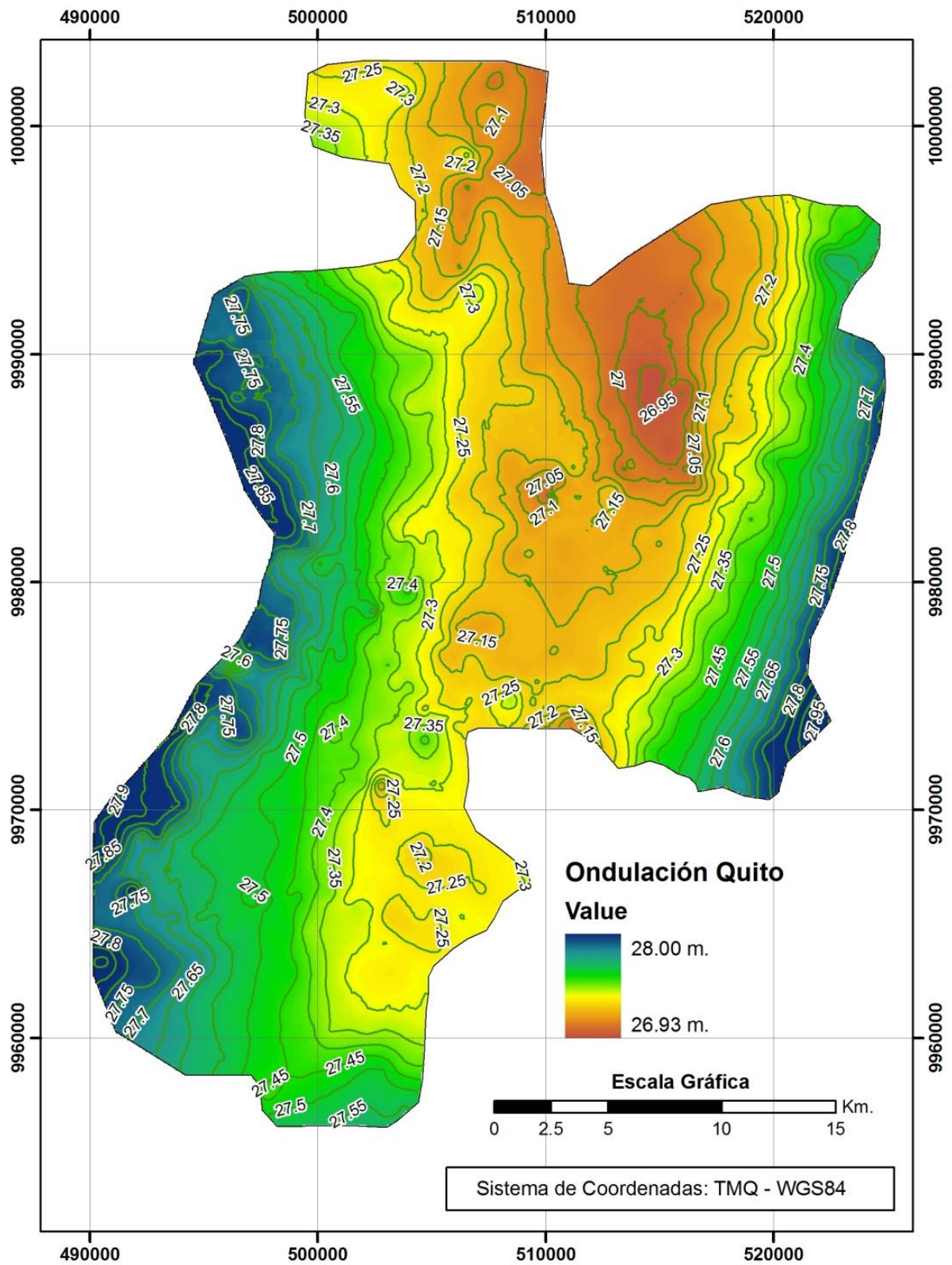


Figura 26 Mapa del Modelo de Predicción de Ondulación Geoidal - Quito
(Elaborado: El Autor, Fuente: Datos Geodésicos del IGM)

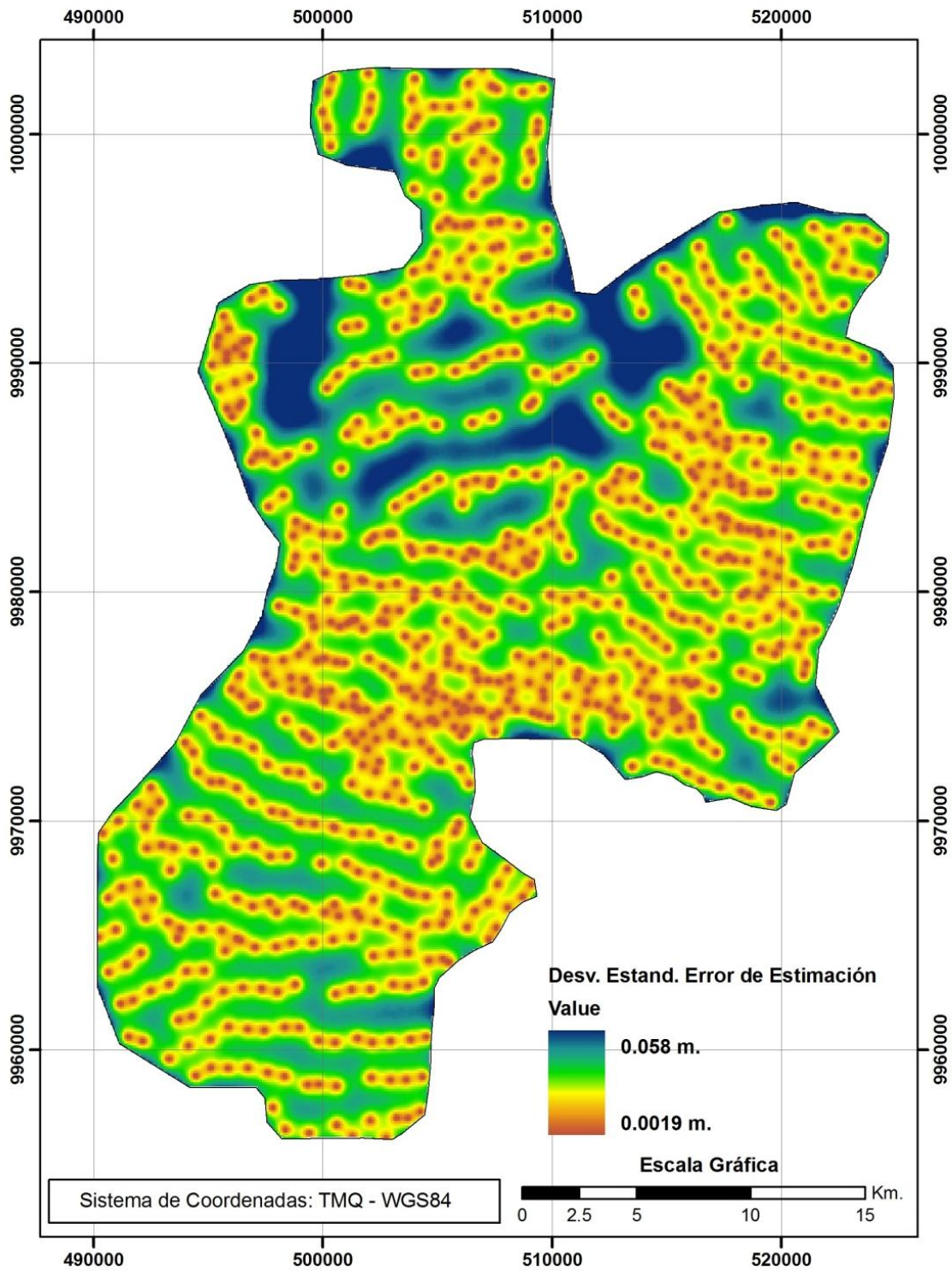


Figura 27 Mapa de Desviación Estándar de Error de Predicción - Quito
(Elaborado: El Autor, Fuente: Datos Geodésicos del IGM)

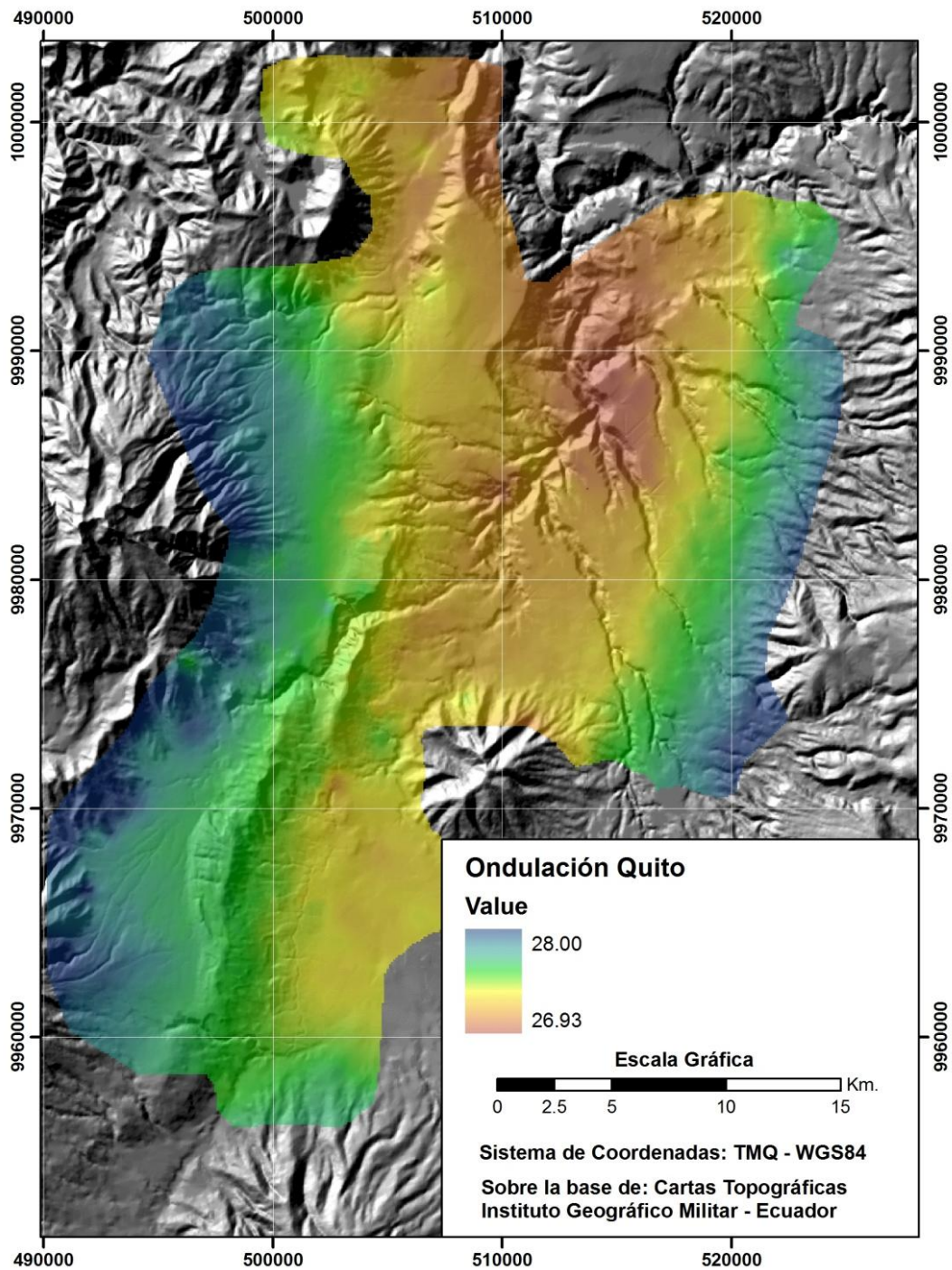


Figura 28 Mapa Topográfico y Modelo Geoestadístico - Quito
 (Elaborado: El Autor, Fuente: Datos Geodésicos del IGM)

El mapa de desviación estándar de error de estimación (Figura 27) muestra valores entre 0.002 m. y 0.058 m. Considerando un nivel de confianza del 95 % se puede afirmar que las predicciones tienen un error máximo de 12 cm. (con confianza del 95%).

5.1.2 ELABORACIÓN DE MAPA DE ONDULACIÓN GEOIDAL.

El Mapa de la Figura 26 corresponde al modelo digital de ondulación geoidal (raster) y líneas de contorno (iso líneas de ondulación geoidal) generados en un Sistema de Información Geográfica (SIG), a partir del archivo ascii, resultante del Kriging ordinario puntual sobre la malla regular, descrita en la sección 5.1.1.6.

Para una mejor presentación del mapa se procede al corte del raster y las líneas de contorno con el límite del proyecto. La resolución espacial del raster resultante es de 100.12 m.* 100.12 m.; y, las líneas de contorno están cada 5 cm. En el Anexo 10 se adjunta el del modelo digital de ondulación geoidal, en formato para SIG.

De la misma manera se procede a la elaboración del raster del modelo digital de desviación estándar del error de predicción, pero utilizando la variable desviación estándar del error de predicción del archivo ascii (Ver Anexo 10).

5.1.3 VALIDACIÓN DEL MODELO GEOESTADÍSTICO

En esta sección se describe el procedimiento para la validación del modelo con muestras extraídas de la base de datos original, al inicio de este estudio, que obviamente no fueron utilizadas en la generación del modelo geoestadístico de predicción, descrito en los párrafos anteriores.

El total de muestras que se consideran en esta validación es de 88, que fueron obtenidas a partir de un muestreo aleatorio simple sin reposición de la base de datos original, constituida por 888 muestras. En la Figura 29 se muestra un mapa con la ubicación de estos puntos de validación.

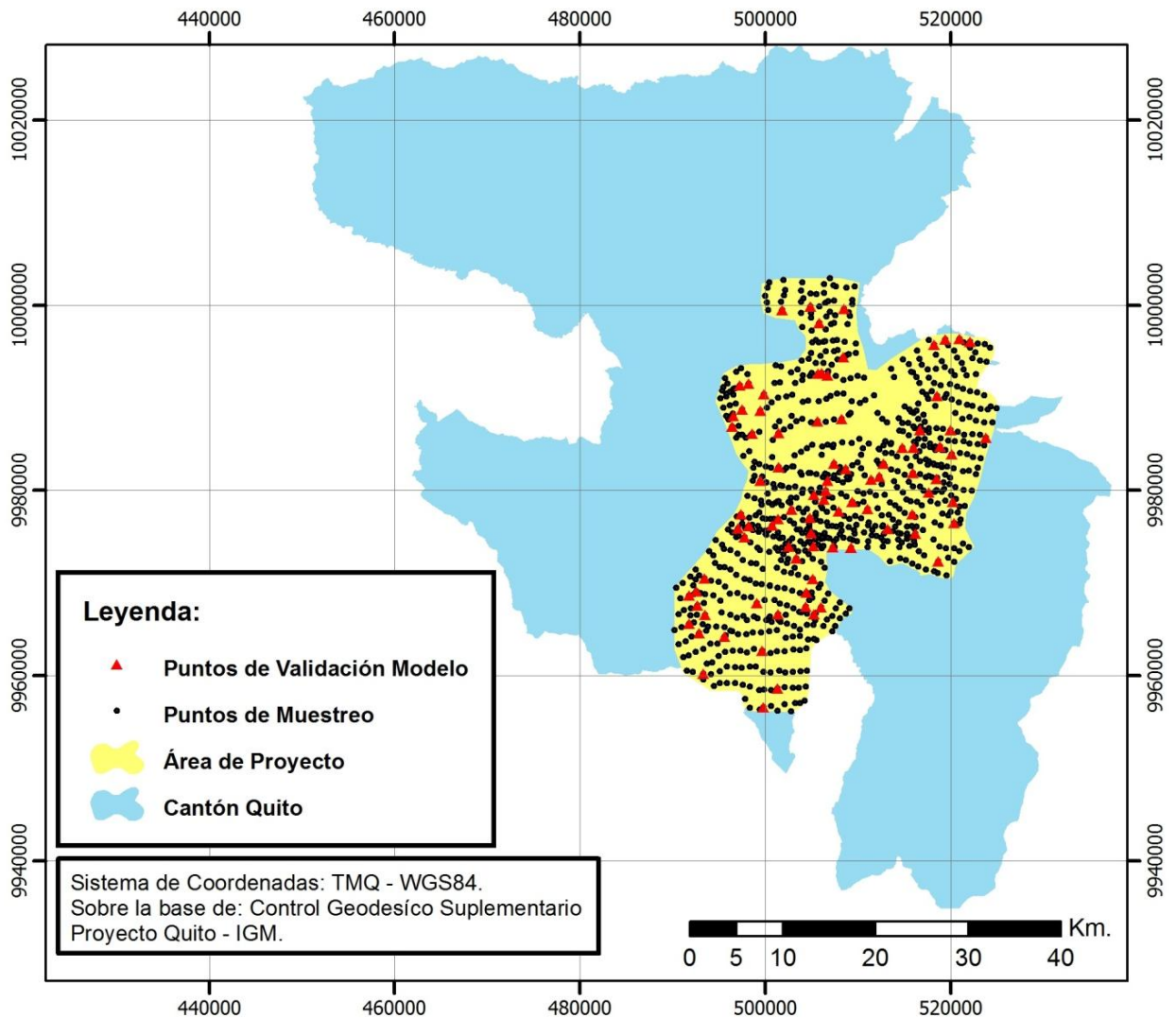


Figura 29 Mapa de Ubicación - Puntos de Validación - Quito
(Elaborado: El Autor, Fuente: Datos Geodésicos del IGM)

La validación consistió en comparar el valor observado de la ondulación geoidal de los 88 puntos con el valor predicho por el modelo geoestadístico. A esta nueva variable se la denomina "Error-Modelo". En el Anexo 11, se presenta la base de resultados que se genera. En la Tabla 3 se muestra un resumen estadístico de esta variable; y en la Figura 30 su respectivo histograma.

Tabla 3 Resumen estadístico Error Modelo - Quito

Media (m)	Desv. Est. (m)	Rango (m)	Coef. Asim.	Min. (m)	1er Cuartil (m)	Mediana (m)	3er cuartil (m)	Max. (m)	n
-0.001	0.034	0.221	0.481	-0.095	0.015	0.002	0.015	0.126	88

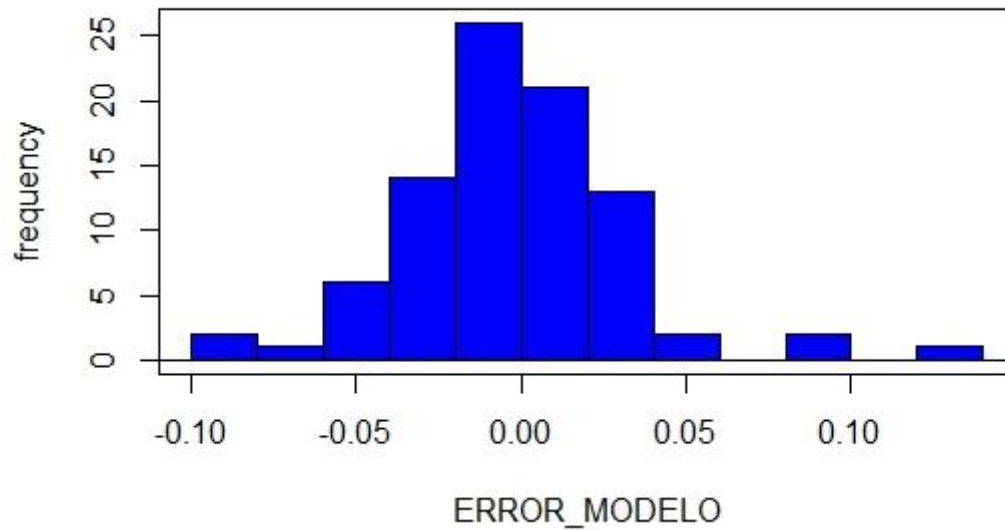


Figura 30 Histograma Error - Modelo - Quito
(Elaborado: El Autor, Fuente: Datos Geodésicos del IGM)

Este procedimiento de validación del modelo muestra que la mayor parte del error de las predicciones se encuentra en el intervalo [-0.05 m.; 0.05 m.] .

5.2 MODELO GEOESTADÍSTICO DE PREDICCIÓN DE ONDULACIÓN GEOIDAL - GUAYAQUIL

5.2.1 ANALISIS Y APLICACIÓN DE TÉCNICAS GEOESTADÍSTICAS

5.2.1.1 Análisis Exploratorio de Datos

En la Tabla 4 se muestra, un resumen estadístico de los valores de las muestras de ondulación geoidal para Guayaquil

Tabla 4 Resumen estadístico Ondulación Geoidal - Guayaquil

Media (m)	Desv. Est. (m)	Rango (m)	Coef. de Var.	Asimetría	Min. (m)	1er Cuartil (m)	Mediana (m)	3er cuartil (m)	Max. (m)	n
13.503	3.005	10.508	0.222	0.435	9.437	10.766	12.891	16.006	19.945	299

El rango de los valores es de 10.508 m., muy superior al rango de los datos de las muestras de Quito. El coeficiente de variación es igual al 22.2 %, igualmente, mayor al coeficiente de variación de Quito. Sin embargo es un coeficiente aceptable para confirmar de que no existen problemas de alta variabilidad y que por el contrario los datos medidos son bastante homogéneos.

El coeficiente de asimetría positivo es un indicativo de que la distribución está cargada (alargada) hacia los valores superiores a la media.

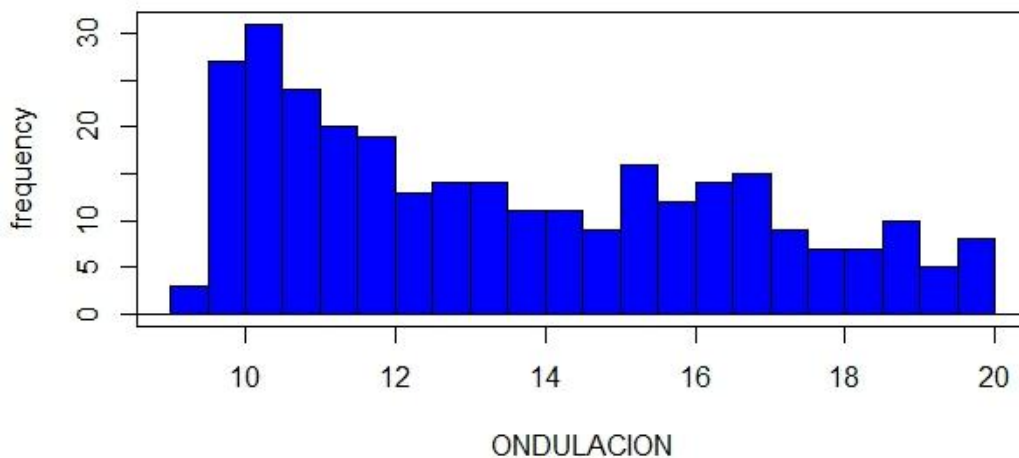


Figura 31 Histograma Ondulación Geoidal - Guayaquil
(Elaborado: El Autor, Fuente: Datos Geodésicos del IGM)

El Histograma (Figura 31) y el diagrama de caja (Figura 32), confirman que la distribución está cargada, hacia los valores superiores de la media.

Además, el diagrama de caja, no muestra observaciones atípicas u observaciones atípicas extremas.

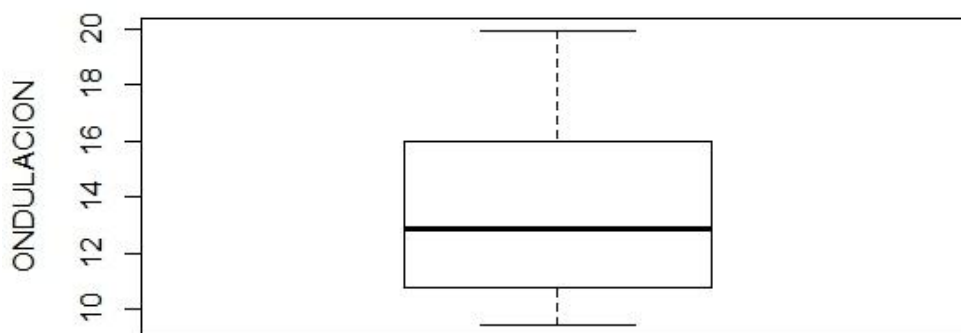


Figura 32 Diagrama de Caja Ondulación Geoidal - Guayaquil
(Elaborado: El Autor, Fuente: Datos Geodésicos del IGM)

En Guayaquil, los gráficos de dispersión de la variable con respecto a sus coordenadas Este, Norte (Figura 33 y Figura 34) dan una idea de la existencia de algún tipo de tendencia o deriva, especialmente, a lo largo de la dirección Norte, lo que hace suponer que la media no es constante en toda la región y el proceso, en análisis, es únicamente intrínseco.

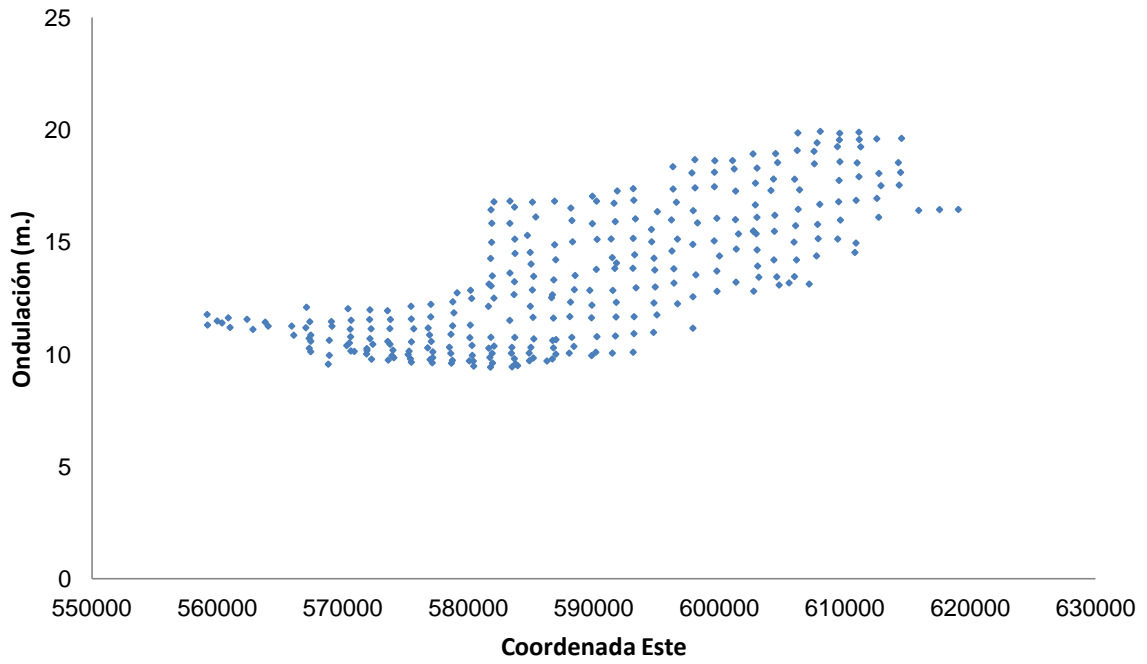


Figura 33 Gráfico de Dispersión Este - Ondulación - Guayaquil
(Elaborado: El Autor, Fuente: Datos Geodésicos del IGM)

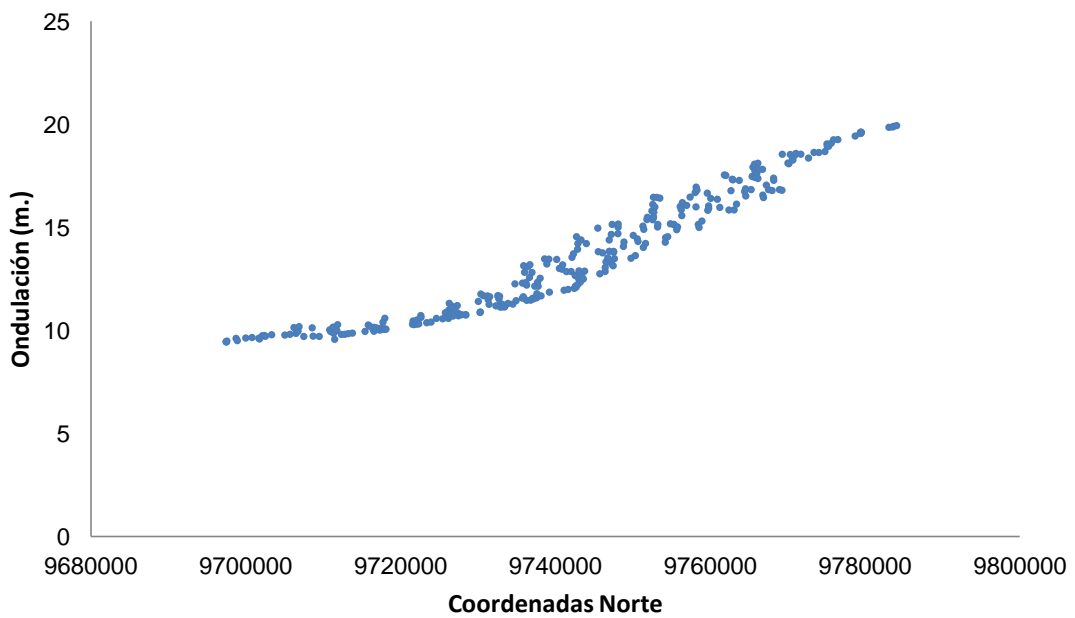


Figura 34 Gráfico de Dispersión Norte - Ondulación - Guayaquil
(Elaborado: El Autor, Fuente: Datos Geodésicos del IGM)

5.2.1.2 Variograma Experimental

Para la construcción del variograma experimental omnidireccional, se utiliza 299 muestras de la zona de Guayaquil, en base a un supuesto de isotropía, y se considera como distancia de paso, 4300 m., número de pasos, 11, y tolerancia en distancia 2150 m., equivalente a un medio del paso. Estos parámetros se determinan tomando en cuenta la distribución espacial de las muestras (malla irregular) y la dimensión máxima del campo. Para la zona de estudio la distancia máxima aproximada es de 92 Km.

El cálculo del variograma experimental omnidireccional se realiza en el programa R, paquete RGeostats. La función utilizada fue vario.calc. La Figura 35, muestra el variograma experimental que se genera.

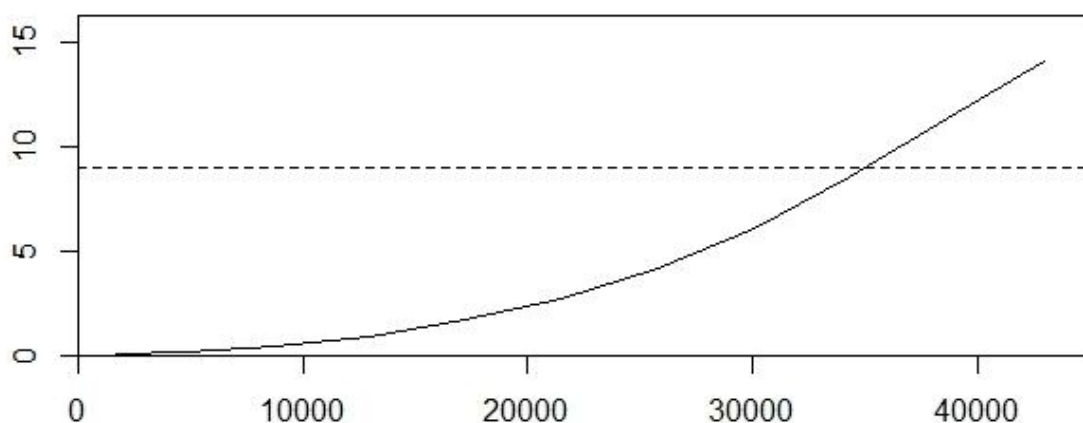


Figura 35 Variograma Experimental Omnidireccional - Guayaquil
(Elaborado: El Autor, Fuente: Datos Geodésicos del IGM)

En un primer análisis visual de la Figura 35 se puede observar las siguientes características del variograma experimental:

- No presenta efecto pepita (nugget effect).
- No presenta meseta (sill);
- Por la forma del variograma experimental, los modelos teóricos que podrían ajustar a esta estructura son: Potencia, J-Bessel y K-Bessel .

5.2.1.3 Nube Variográfica

De la misma forma que para Quito, se genero una nube variográfica para los datos de Guayaquil. En la Figura 36, se muestra el resultado que se obtiene y se concluye que no existen observaciones atípicas.

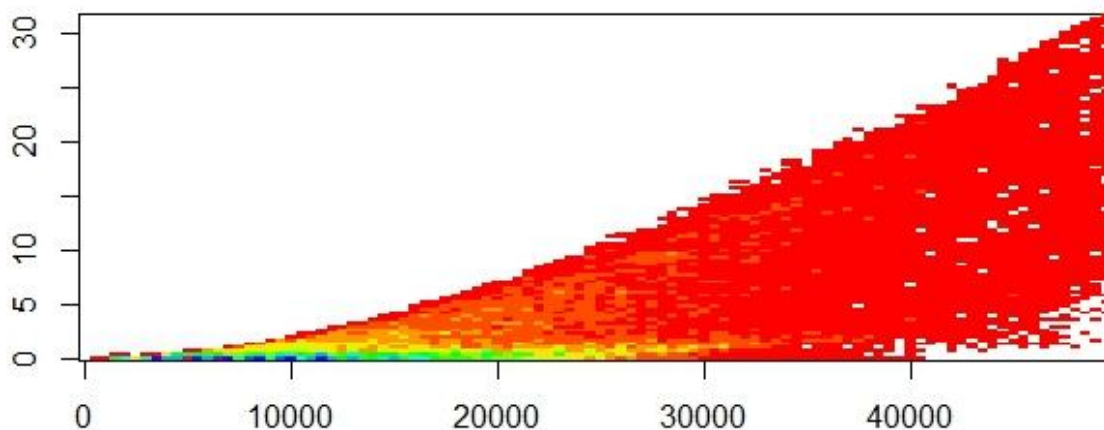


Figura 36 Nube Variográfica - Guayaquil
(Elaborado: El Autor, Fuente: Datos Geodésicos del IGM)

5.2.1.4 Ajuste de un variograma a un modelo teórico

Para el ajuste de un modelo teórico del variograma experimental de la zona de Guayaquil, se utiliza un procedimiento similar al modelo de Quito, es decir, a través de la función `auto.model` del paquete `RGeostats`.

Para el modelo de ondulación geoidal de Guayaquil, las estructuras básicas que se ingresan en esta función son: potencia, J-Bessel, K-Bessel, lineal; así como, efecto pepita. Como resultado se obtiene, que son descartados los modelos J-Bessel, K-Bessel, lineal y la estructura efecto pepita y se mantiene la estructura del modelo potencia.

En la Tabla 5, se muestra los parámetros que se obtiene para este modelo.

Tabla 5 Parámetros de Estructura Básica - Guayaquil

Estructura Básica	Parámetros		
	Coefficiente (sill)	Factor de escala (rango)	Exponente (Tercer parámetro)
Modelo Potencia	12.4 m ²	42956 m	1.99

La Figura 37 muestra el modelo ajustado y el variograma experimental.

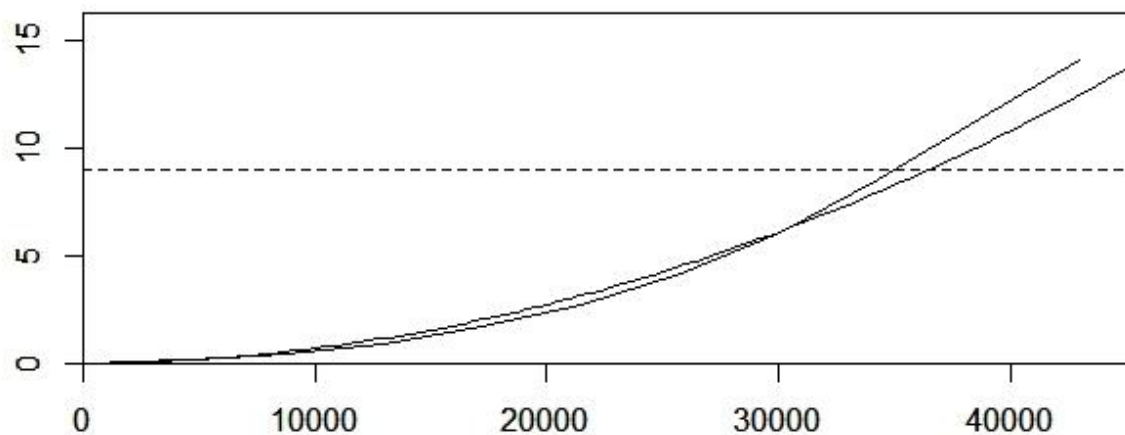


Figura 37 Modelamiento de Variograma Experimental - Guayaquil
(Elaborado: El Autor, Fuente: Datos Geodésicos del IGM)

5.2.1.5 Validación Cruzada

Para realizar la validación cruzada del modelo se define los siguientes parámetros para la vecindad móvil de búsqueda:

- Mínimo número de muestras en la vecindad: 8
- Máximo número de muestras en la vecindad: 16
- Definición de sectores: Sí
- Número de sectores: 8 (octantes)
- Máximo número de muestras por sector: 2
- Máxima distancia de búsqueda: 30000 m. Considerando que hasta esta distancia el variograma experimental se ajusta bastante bien al modelo teórico.

La definición de la vecindad móvil se realiza con la función *neigh.input* del paquete RGeostat.

La validación cruzada se la genera con la función *xvalid*. El histograma resultante del error de validación cruzada para el modelo de ondulación geoidal, se muestra en la Figura 38.

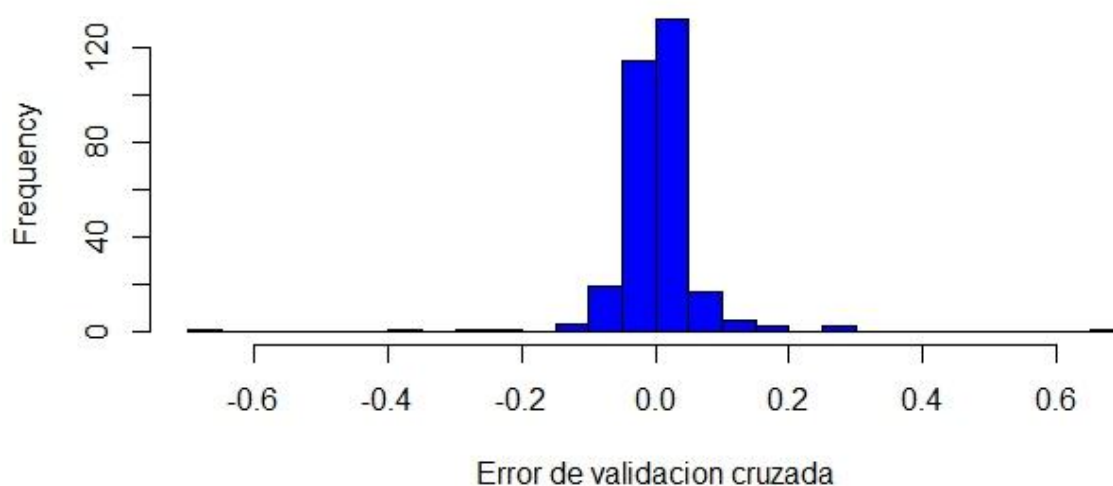


Figure 38 Histograma de Error de Validación Cruzada - Guayaquil
(Elaborado: El Autor, Fuente: Datos Geodésicos del IGM)

El procedimiento de validación cruzada muestra resultados similares a los de Quito, es decir que la mayor parte de los datos tienen un error de validación cruzada en el intervalo [-0.1 m.; 0.1 m.] que es un indicativo de una buena correspondencia entre los datos, el modelo ajustado y la vecindad elegida.

5.2.1.6 Predicción

La predicción espacial de la ondulación geoidal para Guayaquil, se realiza a través del procedimiento de Kriging ordinario puntual sobre una malla regular de puntos con intervalo medio de 100.14 m. en las direcciones Norte y Este. La predicción espacial se realiza con la función *kriging* del paquete RGeostats, con los parámetros definidos en la sección 5.1.2.5, para vecindad móvil. El resultado de esta función es un mallado con los valores de la predicción en cada nodo y su respectiva desviación estándar del error de estimación.

En el Anexo 12 se presenta el script en R con el que se realiza el análisis geoestadístico del modelo de Guayaquil.

En la Figura 39, se muestra un mapa del modelo geoestadístico para la predicción de la ondulación geoidal para la zona de Guayaquil, en dos dimensiones, con tamaño de malla de 100.14 m. * 100.14 m. De igual manera se ilustra, las líneas de contorno cada 0.50 m.

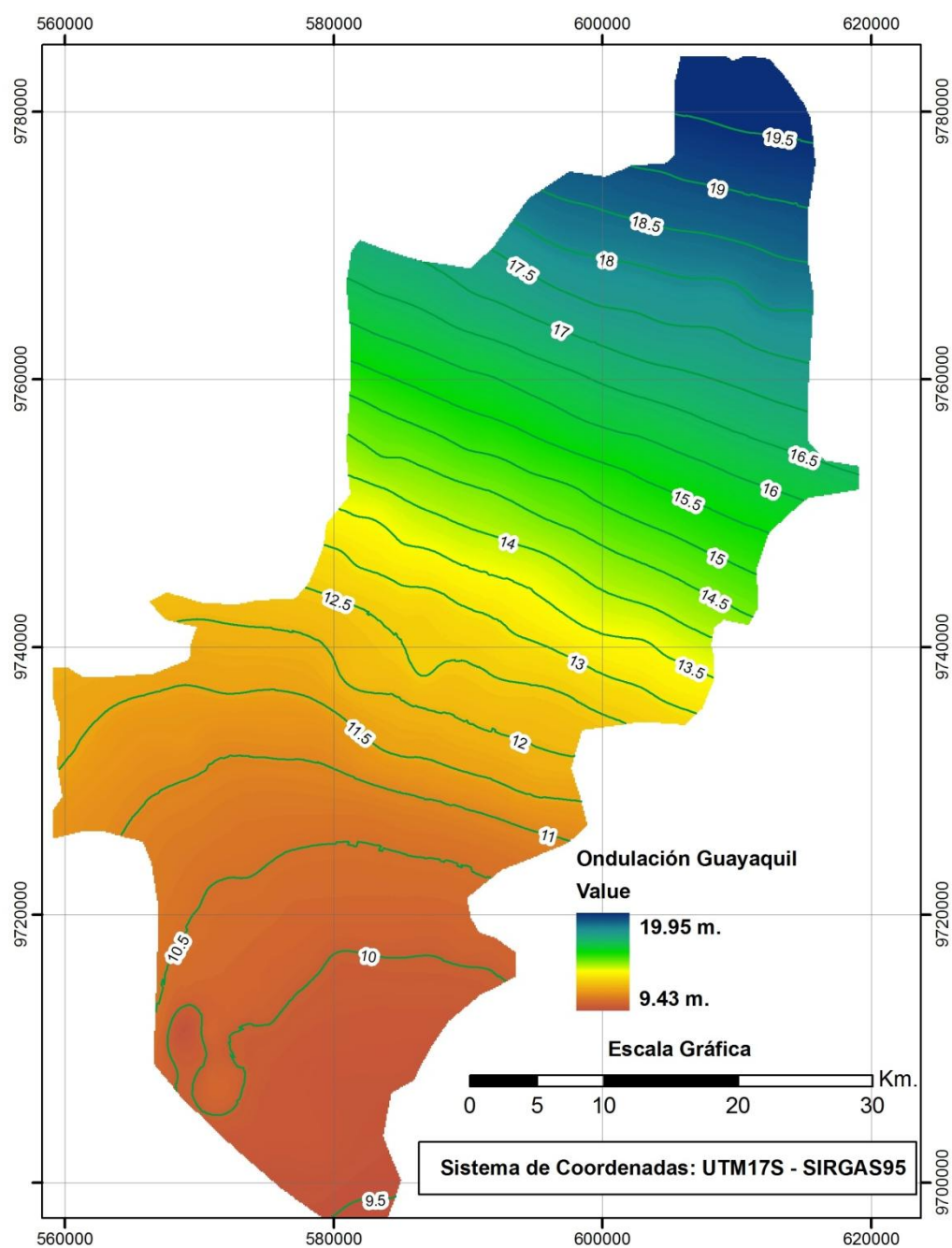


Figura 39 Mapa del Modelo de Predicción de Ondulación Geoidal - Guayaquil
(Elaborado: El Autor, Fuente: Datos Geodésicos del IGM)

En la Figura 40 se muestra un mapa con la desviación estándar del error de predicción, que da un idea de la incertidumbre del modelo Geoestadístico.

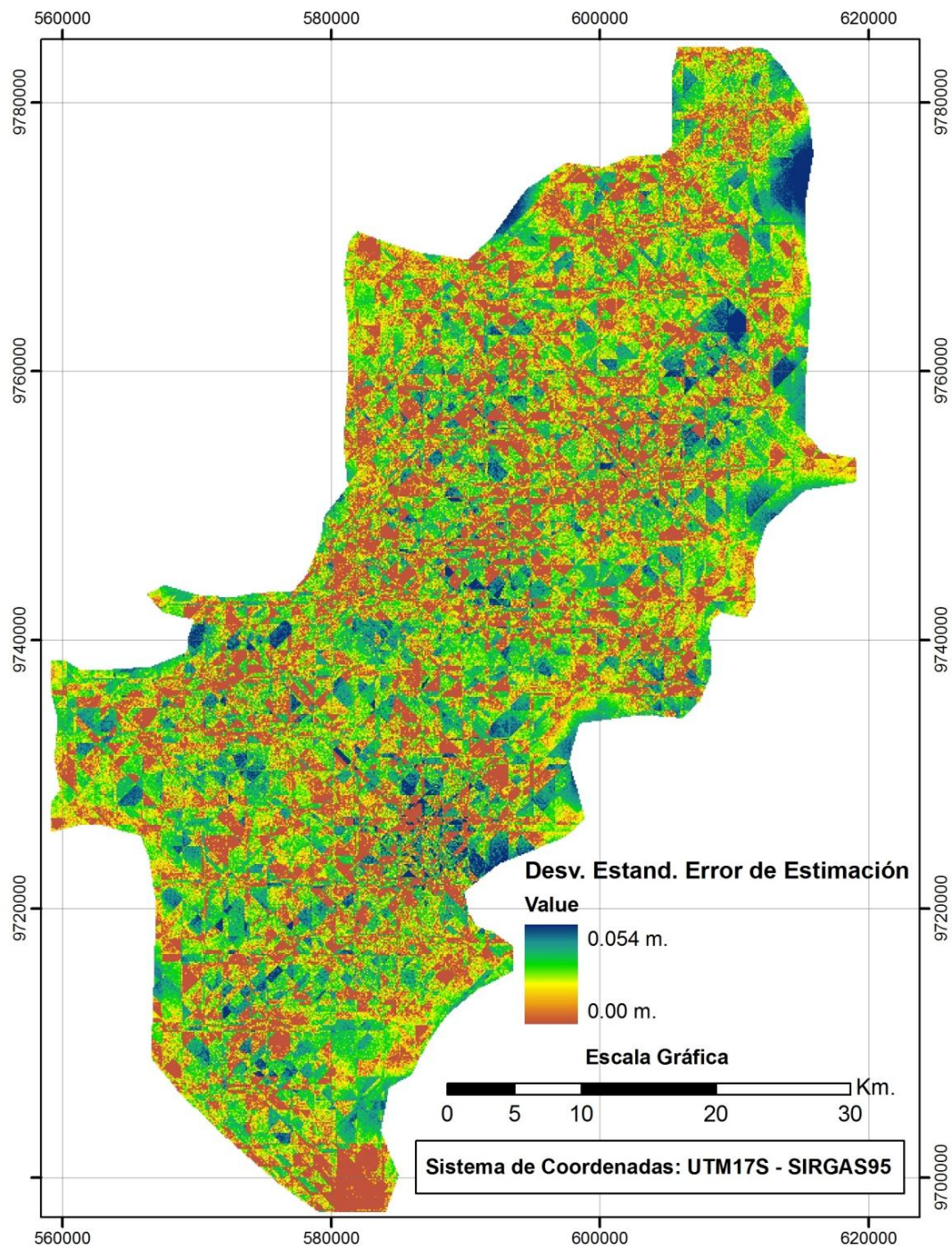


Figura 40 Mapa de Desviación Estándar de Error de Predicción - Guayaquil
(Elaborado: El Autor, Fuente: Datos Geodésicos del IGM)

El mapa del modelo Geoestadístico de predicción de ondulación geoidal para Guayaquil (Figura 39) muestra que existe una variación entre 9.43 m. a 19.95 m.

Además, considerando la dirección Norte, se observa que la ondulación geoidal aumenta con un gradiente considerable, aproximadamente 0.12 cm / Km. Al tratar de dar una interpretación física a esta característica del modelo, con la ayuda de un mapa topográfico (Figura 41), como se lo hizo en el modelo de Quito, no se logra encontrar alguna relación entre este gradiente de la ondulación geoidal y la elevación del terreno. Probablemente, este gradiente, es producido por alguna anomalía del campo gravitatorio que debería ser estudiado (fosa oceánica, los Andes, entre otros).

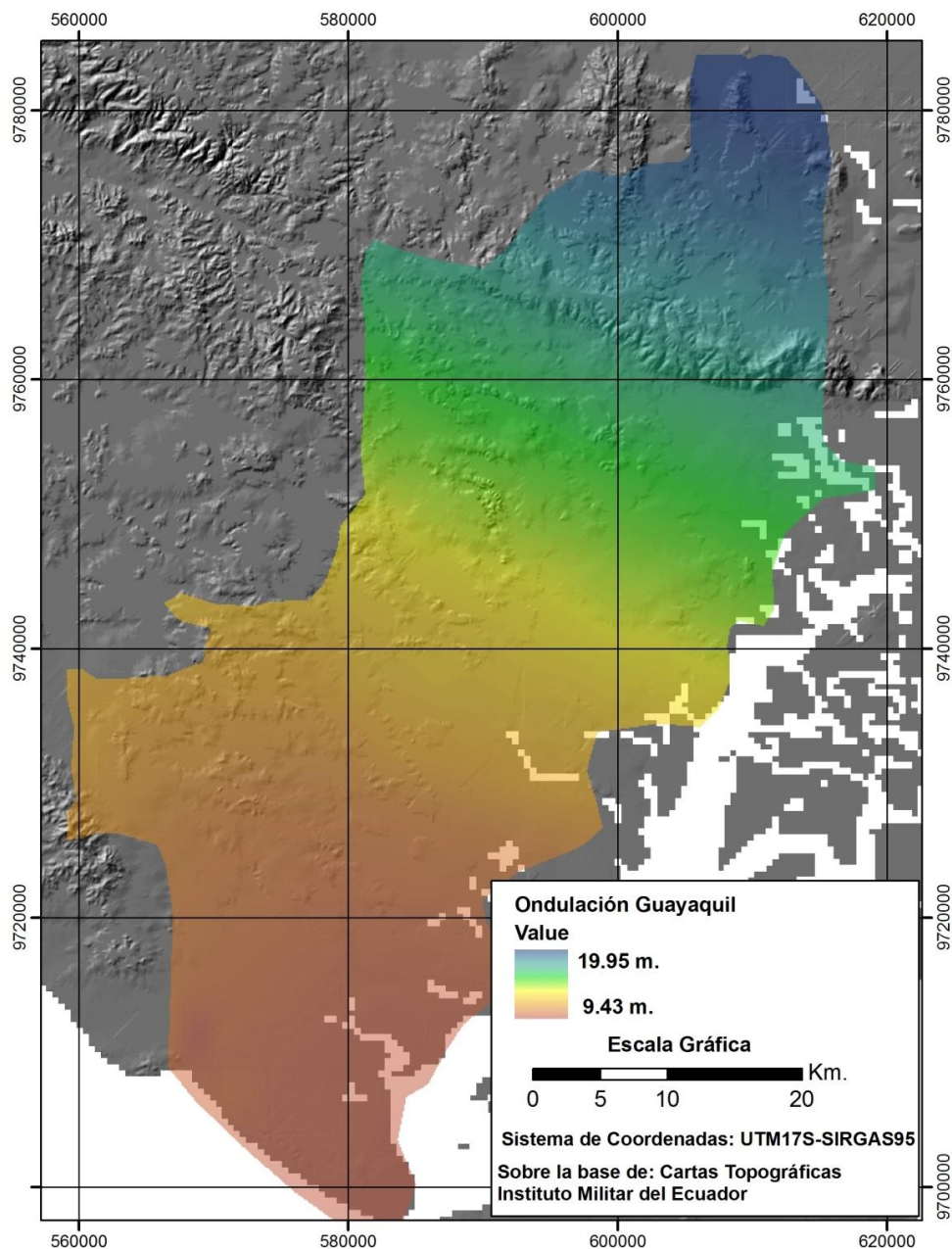


Figura 41 Mapa Topográfico y Modelo Geoestadístico - Guayaquil
(Elaborado: El Autor, Fuente: Datos Geodésicos del IGM)

El mapa de desviación estándar de error de predicción (Figura 40) muestra valores entre 0.000 m. y 0.054 m. Considerando un nivel de confianza del 95 % se puede afirmar que las predicciones tienen un error máximo de 11 cm. (con confianza del 95%), valor muy similar al Modelo de Quito.

5.2.3 ELABORACIÓN DE MAPA DE ONDULACIÓN GEOIDAL

El Mapa de la Figura 39 corresponde a un modelo digital de ondulación geoidal (raster) y líneas de contorno (iso líneas de ondulación geoidal) generados en un SIG, a partir del archivo ascii, resultante del Kriging ordinario puntual sobre una malla regular, descrita en la sección 5.1.2.6.

Para una mejor presentación del mapa se procede al corte del raster y las líneas de contorno con el límite del proyecto. La resolución espacial del raster resultante es de 100.14 m.* 100.14 m.; y, las líneas de contorno están cada 0.50 m. En el Anexo 13 se adjunta el raster del modelo digital de ondulación geoidal, en formato para SIG.

De la misma manera se procede para la elaboración del raster del modelo digital de desviación estándar del error de predicción, pero utilizando la variable desviación estándar del error de predicción del archivo ascii (Ver Anexo 13)

5.2.4 VALIDACIÓN DEL MODELO GEOESTADÍSTICO

La validación del modelo de Guayaquil, se realiza de la misma manera que para el modelo de Quito.

El total de muestras que se consideran en esta validación es de 33, que fueron obtenidas a partir de un muestreo aleatorio simple sin reposición de la base de datos original, constituida por 332 muestras. En la Figura 42 se muestra un mapa con la ubicación de estos puntos de validación.

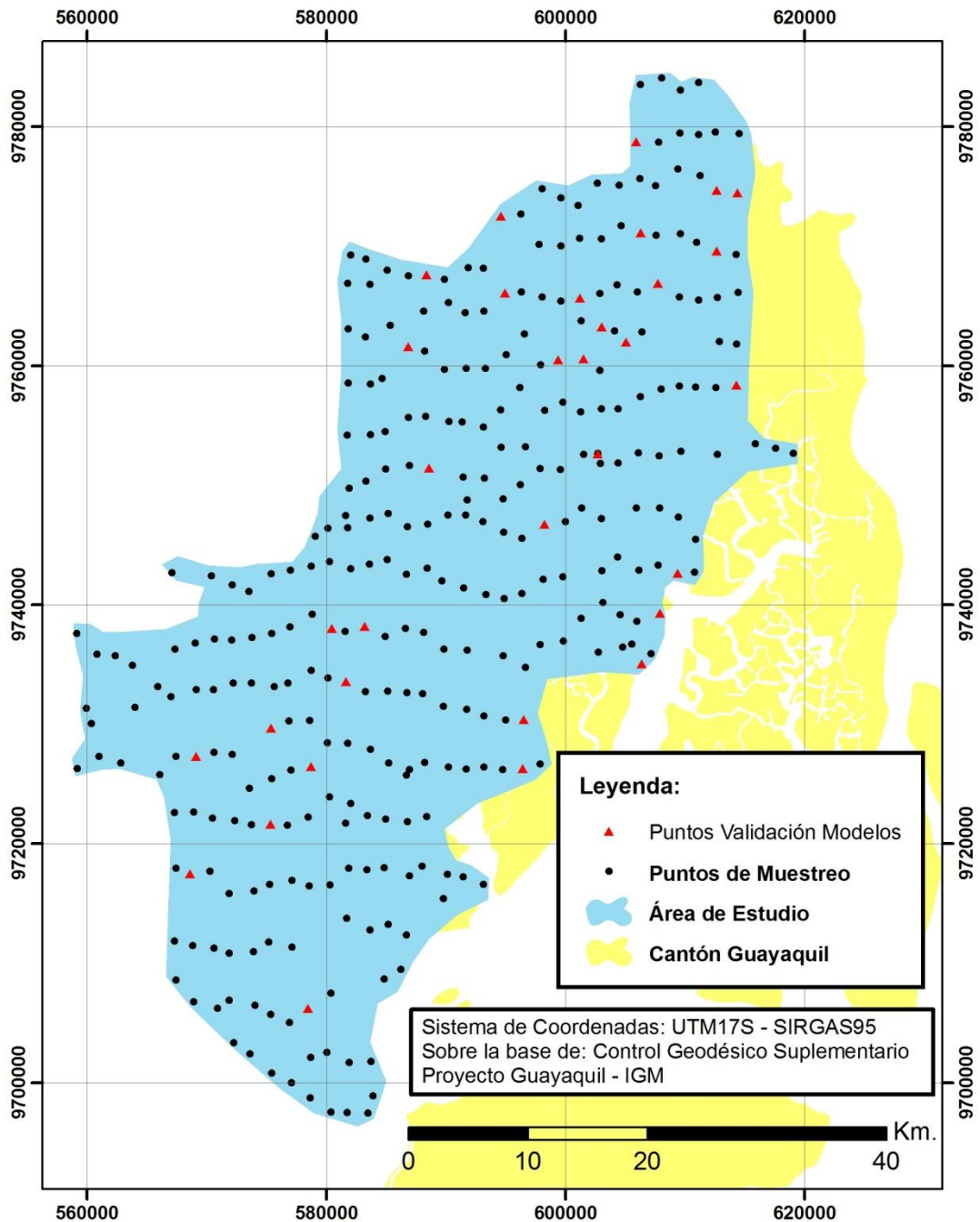


Figura 42 Mapa de Ubicación - Puntos de Validación - Guayaquil
(Elaborado: El Autor, Fuente: Datos Geodésicos del IGM)

En el Anexo 14, se presenta la base de resultados que se genera en este proceso de validación. En la Tabla 6 se muestra un resumen estadístico de la variable Error Modelo; y en la Figura 43 su respectivo histograma.

Tabla 6 Resumen Estadístico Error Modelo - Guayaquil

Media (m.)	Desv. Est. (m.)	Rango (m.)	Coef. Asim.	Min. (m.)	1er Cuartil (m.)	Mediana (m.)	3er cuartil (m.)	Max. (m.)	n
0.006	0.044	0.246	-0.18	-0.124	-0.0098	0.005	0.017	0.122	33

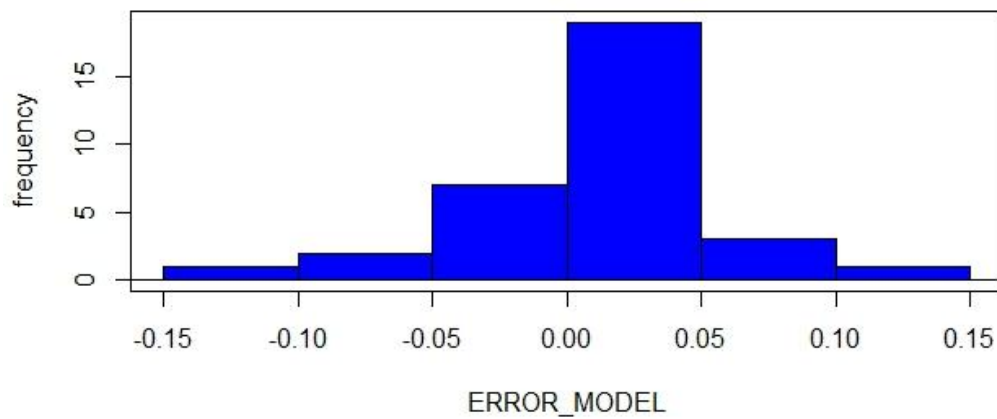


Figura 43 Histograma Error- Modelo - Guayaquil
(Elaborado: El Autor, Fuente: Datos Geodésicos del IGM)

Este procedimiento de validación del modelo muestra que la mayor parte del error de las predicciones se encuentra en el intervalo [-0.1 m.; 0.1 m.].

5.3 ANALISIS DE RESULTADOS

5.3.1 COMPARACIÓN DE LOS MODELOS GEOESTADÍSTICOS OBTENIDOS CON LOS MODELOS MUNDIALES EGM96 Y EGM08, EN LOS PUNTOS DE VALIDACIÓN

5.3.1.1 Modelo Geoestadístico de Quito

La comparación del modelo Geoestadístico de Quito, con los modelos EGM96 y EGM08, se realiza en los puntos de validación (Figura 29).

Para obtener los valores de predicción de los modelos gravimétricos EGM96 y EGM08, se utilizaron las aplicaciones, mencionadas en las secciones 2.5.3 y 2.5.4, respectivamente. En el Anexo 15 se presenta los valores de predicción por punto y por modelo.

Según Olivier (2010), se puede determinar el Error Medio (ME) y el Error Cuadrático Medio (MSE) de cada modelo, a partir de las siguientes ecuaciones:

$$ME = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{z(x_i) - \hat{z}(x_i)\} \quad (5.1)$$

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{z(x_i) - \hat{z}(x_i)\}^2 \quad (5.2)$$

En donde, N es el número de datos, $z(x_i)$ es el valor verdadero (observado) en x_i y $\hat{z}(x_i)$ es el valor estimado por el modelo.

En la Tabla 7, se muestran un resumen de los resultados obtenidos.

Tabla 7 Comparación Modelos - Quito

Modelo	Desv. Estándar (m.)	Error Medio (ME) (m.)	Error Cuadrático Medio (MSE) (m ²)	Error Máximo (m.)	Error Mínimo (m.)
Geosestadístico	0.034	-0.001	0.001	0.126	-0.095
EGM96	0.360	1.661	2.886	2.511	1.144
EGM08	0.177	0.624	0.420	1.054	0.250

5.3.1.2 Modelo Geoestadístico de Guayaquil

La comparación del modelo Geoestadístico de Guayaquil, con los modelos EGM96 y EGM08, se realiza con el mismo procedimiento seguido para el modelo de Quito. En el Anexo 16 se presenta los valores de predicción por punto y por modelo.

En la Tabla 8, se muestran un resumen de los resultados obtenidos.

Tabla 8 Comparación Modelos - Guayaquil

Modelo	Desv. Estándar (m.)	Error Medio (ME) (m.)	Error Cuadrático Medio (MSE) (m ²)	Error Máximo (m.)	Error Mínimo (m.)
Geosestadístico	0.044	0.006	0.002	0.122	-0.124
EGM96	0.779	-0.116	0.601	1.017	-1.418
EGM08	0.345	0.578	0.449	0.982	-0.200

5.3.2 INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS

Como se mencionó en la sección 5.1.1.6 la ondulación geoidal en Quito varía entre 26.93 m. y 28.00 m.; mientras que en Guayaquil (sección 5.1.2.6) varía entre 9.43 m. y 19.95 m., lo que indica una variación mucho mayor en la zona de Guayaquil.

Los errores de las predicciones (desviación estándar del error de predicción) en Quito tienen un máximo de 5.8 cm. valor muy similar al obtenido en Guayaquil, 5.4 cm., lo que da una idea del nivel de incertidumbre de los modelos geoestadísticos obtenidos. Según Alfaro (2007) y Giraldo (2007), considerando que los errores de predicción siguen una distribución normal estándar y que son independientes, se puede afirmar que al 95 % de confianza nuestros errores máximos de predicción serán de 11.6 cm en Quito y 10.8 cm. en Guayaquil. Si se compara estos valores con los errores máximos encontrados en la validación de los modelos de Guayaquil (Tabla 4) y Quito (Tabla 6), se nota, una consistencia en los resultados obtenidos.

En Quito, para la generación del modelo geoestadístico, en promedio se utilizaron 0.92 puntos / Km²; mientras que en Guayaquil, 0.12 puntos / Km², obteniéndose resultados muy similares, lo que plantea una pregunta: Cuál es el número mínimo de puntos para la generación de un modelo Geoestadístico confiable de ondulación geoidal? La respuesta a esta pregunta podría matizar una metodología futura para la obtención de modelos locales de ondulación geoidal en zonas en donde no se dispone de datos de nivelación geométrica ni GPS de precisión, optimizando los recursos necesarios para realizar un muestreo de campo.

En la comparación de los modelos geoestadísticos de Quito y Guayaquil, con los modelos globales EGM96 y EGM08 (Tabla 7 y Tabla 8), en base al error medio y al error cuadrático medio, se evidencia que los modelos geoestadísticos se acoplan mucho mejor que los modelos globales, a las zonas de estudio.

Además, los errores máximos y mínimos de los respectivos modelos, confirman la afirmación anterior.

CAPÍTULO VI: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1 CONCLUSIONES

Se obtuvieron los modelos de predicción de la variable ondulación geoidal, para la zona urbana de Quito y la zona rural de Guayaquil, utilizando técnicas geoestadísticas con el apoyo del paquete RGeostat de R. La validación cruzada, los errores de predicción y la validación de los modelos con puntos externos, muestran que los modelos de predicción tienen un buen nivel de precisión para su uso práctico en las áreas de estudio. De manera general, y en base a los errores de predicción, se puede afirmar que la precisión de los modelos es menor a 12 cm., con un nivel de confianza del 95 %.

Se generaron mapas de ondulación geoidal para Quito y Guayaquil, a través de la predicción de esta variable, en nodos de una malla fina de 100.14 m., para Guayaquil, y de 100.12 m. para Quito. Los productos resultantes son archivos raster (modelos digitales) de esta variable, para las zonas de estudio. Esta información puede ser utilizada en Sistemas de Información Geográfica.

Se realizó la comparación de los resultados de los modelos geoestadísticos obtenidos en este estudio, con los modelos mundiales EGM96 y EGM08, en los puntos de validación, utilizando el error medio y el error cuadrático medio de cada modelo. Los resultados muestran que los modelos geoestadísticos se acoplan mucho mejor en las áreas de estudio.

6.2 RECOMENDACIONES

Se recomienda el uso de los modelos geoestadísticos obtenidos en este estudio para aplicaciones que no requieran precisiones mayores a 12 cm., en las áreas de intervención. Si es necesario precisiones mayores y se decide el uso de estos modelos, se debe, revisar el mapa de errores de predicción (desviación estándar del error) y trabajar a un nivel de confianza del 95 %, para determinar la incertidumbre de los modelos en los sitios específicos.

Se recomienda el uso de los modelos geoestadísticos presentados en este estudio, al uso de los modelos globales EGM96 y EGM08, en las áreas de estudio.

Se recomienda, para futuros estudios, analizar metodologías de muestreo óptimo orientados a la predicción espacial por Kriging, para la generación de modelos de ondulación geoidal, en otras áreas en donde no se disponga de datos de nivelación geométrica ni GPS de precisión.

REFERENCIAS

- Oliver, M. A. (2010). *Geostatistics Applications for Precision Agriculture*. New York. Springer Science+Business Media BV.
- Giraldo, R. (2007). *Introducción a la Geoestadística. Teoría y aplicaciones*. Recuperado de:
<http://www.docentes.unal.edu.co/rgiraldoh/docs/LIBRODEGEOESTADISTICA.pdf>
- Alfaro, M. A. (2007). *Estimación de Recursos Mineros*. Recuperado de
http://cg.ensmp.fr/bibliotheque/cgi-bin/public/bibli_index.cgi
- Renard D. & Ors F. (2014). *RGeostats Manual*. Recuperado de
<http://rgeostats.free.fr/doc/Manual/Manual.pdf>
- Desassis N. & Renard D. (2013). Automatic Variogram Modeling by Iterative Least Squares: Univariate and Multivariate Cases. *Math Geosci*, 2013 (45), 453-470. doi: 10.1007/s11004-012-9434-1.
- Zakatov, P. S. (1997). *Curso de Geodesia Superior*. Madrid. Rubiños-1860, S.A.
- Heiskanen W. A. & Moritz H. (1985). *Geodesia Física*. Madrid. Instituto Geográfico Nacional.
- Mena J. B. (2008). *Geodesia Superior, Volumen 1*. Madrid. Centro Nacional de Información Geográfica.
- Mena J. B. (2008). *Geodesia Superior, Volumen 2*. Madrid. Centro Nacional de Información Geográfica.
- Leiva C. (2003). *Determinación de Parámetros de transformación entre los sistemas PSAD56 y WGS84 para el país*. Escuela Politécnica del Ejército. Quito.
- Drewes, H. & Sánchez, L. (2002). *Curso de Sistemas de Referencia en Geodesia*. Quito. Instituto Geográfico Militar.
- Drewes, H. (2014). *Sistemas de Referencia*. Quito. Instituto Geográfico Militar.
- Dalda A., González F., Cano M., Sánchez J. & Pérez M. (2008). *Curso Avanzado de Posicionamiento por Satélite*. Madrid. Escuela Politécnica de Madrid.
- Instituto Geográfico Militar. (2006). *Memoria Técnica del Control Geodésico Suplementario Horizontal y Vertical de los Fotoíndices 9, 14, 15 y 19 del Proyecto Cantón de Guayaquil*. Quito.

Instituto Geográfico Militar. (2006). *Memoria Técnica del Control Geodésico Horizontal y Vertical de la Prioridad 4 del Proyecto Plano de Quito*. Quito.

SIRGAS. (2014). © SIRGAS - *Definición*. Munich: Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut (DGFI). Recuperado de:
<http://www.sirgas.org/index.php?id=52>

Blitzkow, D., Drewes, H., Sánchez L., & Freiras, S. (SF). *Sistema Vertical de Referencia para América del Sur*. Recuperado de:
<http://azimuth.univalle.edu.co/docsdownload/archivo3.doc>

ANEXOS

ANEXO 1: GEODESIA

A.1.1 DEFINICIÓN

Según Mena (2008), una definición clásica de la Geodesia es la debida a Helmert en 1880 cuando dice: La Geodesia es la ciencia de la medida y representación de la Tierra, Esta definición, tan escueta como vasta y que es válida en la actualidad, lleva implícitos numerosos problemas cuyas resoluciones no son simples. Evidentemente implica un estudio de la forma y dimensiones del planeta considerando éste en su totalidad. Ello nos lleva al estudio del geoide y, en consecuencia, a los conceptos físicos de gravedad y potencial. Este problema es, desde luego, un problema de naturaleza dinámica y por tanto física.

Por otra parte, como en primera aproximación puede suponerse que la Tierra es una esfera en equilibrio sometida a la rotación diurna, y siendo que una rotación produce un aplanamiento en los polos, podemos observar el problema de la forma y dimensiones de la Tierra desde un vista de vista geométrico; es decir, en segunda aproximación construiremos un modelo terrestre determinando los parámetros que definen el correspondiente elipsoide de revolución. Dicho problema se trata principalmente con el auxilio de herramientas que la Geometría ofrece.

A.1.2 SUBDIVISIÓN

Según Torge (2001), la Geodesia puede ser dividida en:

- Geodesia Global
- Levantamientos Geodésicos Nacionales
- Topografía

La Geodesia Global es la responsable de la determinación de la figura de la Tierra y su campo de gravedad externo.

Los Levantamientos Geodésicos establecen los fundamentos para la determinación de la superficie y campo de gravedad de un país.

Esto se realizado por coordenadas y valores de gravedad de un número suficientemente grande de puntos de control, dispuestos en redes geodésicas y gravimétricas. En este trabajo fundamental, la curvatura y el campo de gravedad de la Tierra deben ser considerados.

En la Topografía (mediciones catastrales, mediciones de ingeniería), los detalles del terreno son obtenidos.

El elipsoide es usado como superficie de referencia para el posicionamiento horizontal en los levantamientos geodésicos. En topografía, el plano horizontal es generalmente suficiente.

Existe una estrecha interacción entre la geodesia global, los levantamientos geodésicos y la topografía. Los levantamientos geodésicos adoptan los parámetros determinados por mediciones de la tierra, y sus propios resultados están disponibles para que se mida la tierra. Los planos topográficos, a su vez, están generalmente vinculados a los puntos de control de las mediciones geodésicas y sirven entonces sobre todo en el desarrollo de la serie de mapas nacionales y en la formación de los catastros inmobiliarios. Métodos de medición y evaluación son en gran medida idénticos en la geodesia global y levantamientos geodésicos nacionales. Los métodos espaciales (geodesia por satélite), particularmente, entran cada vez más y más en las mediciones regionales e incluso locales. Esto implica la determinación más detallada de campo de gravedad terrestre en escala regional y local.

A.1.3 PROBLEMAS DE LA GEODESIA

Según Zakatov (2007), los problemas de la geodesia superior se pueden dividir en científicos y científicos técnicos.

La principal tarea científica de la geodesia superior es el estudio de la figura (es decir, de las formas y las medidas) y del campo gravitatorio exterior de la Tierra.

La solución a este problema comprende:

- Determinación de las medidas y del tipo de superficie matemática regular que represente suficientemente bien la figura de la Tierra en su totalidad. Se considera como tal superficie a la de un elipsoide de revolución de poco aplanamiento, el cual se denomina elipsoide terrestre.
- El estudio de la verdadera figura de la Tierra y su campo gravitatorio exterior. Por figura verdadera de la Tierra se entiende la superficie física real de la Tierra.

ANEXO 2: DESARROLLO DE LA GEODESIA

Según Drewes (2002), el desarrollo de la geodesia se lo puede comprender a través de las siguientes definiciones:

A.2.1 GEODESIA BIDIMENSIONAL

La geodesia bidimensional trata en forma independiente las superficies de referencias vertical y horizontal (Figura A.2.1); se basa principalmente en:

- Medición de arcos de triangulación para determinación de los parámetros elipsoidales.
- Redes geodésicas ajustadas con base en el elipsoide calculado.
- Tratamiento arbitrario de la deflexión de la vertical (se asumía cero o con un valor predeterminado o como error de observación).
- Definición de elipsoides locales de referencia.
- Coordenadas horizontales: latitud y longitud sobre el elipsoide (Dátum horizontal).
- Coordenada vertical: altura sobre el nivel medio del mar (Dátum vertical).

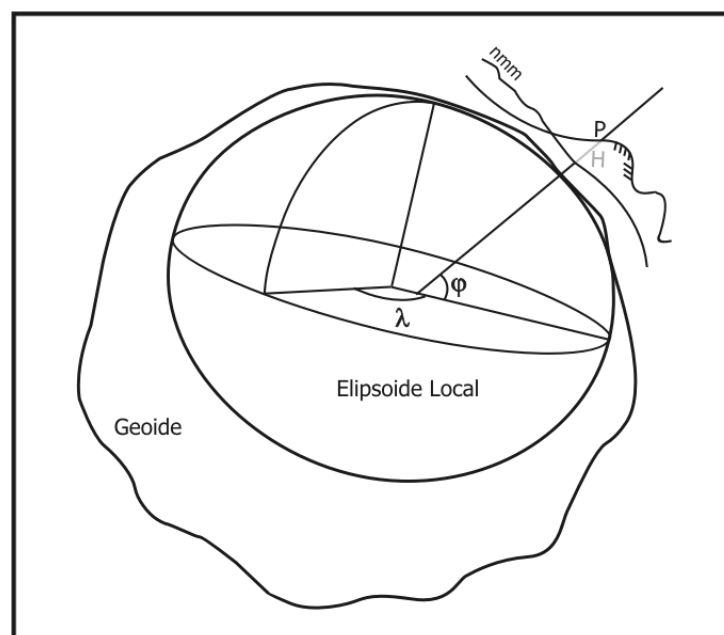


Figura A.2.1 Superficies de Referencia Independientes (Horizontal y Vertical)
(Adaptado de Drewes & Sánchez, 2002)

A.2.2 GEODESIA TRIDIMENSIONAL

Con la geodesia tridimensional aparecen los conceptos modernos de geodesia satelital y dátums geocéntricos, además surgen las primeras ideas de un tratamiento en conjunto de las superficies de referencias vertical y horizontal utilizando sistemas de referencia geocéntricos con sus elipsoides globales (como el WGS 84) y modelos geoidales mundiales (como el EGM96) (Figura A.2.2).

A.2.3 GEODESIA TETRADIMENSIONAL

La principal característica de la geodesia tetradimensional es el apareamiento de la cuarta dimensión en las coordenadas: $[X, Y, Z, t]$; pues se considera la variación en el tiempo de la orientación terrestre en el espacio, de su superficie y de su campo de gravedad. La geodesia tetradimensional se basa en:

- Series largas de observación para detectar cambios en largos períodos de tiempo.
- Cuantificación de procesos geodinámicos.
- Aumento de la precisión y resolución en tiempo y espacio de las mediciones geodésicas.

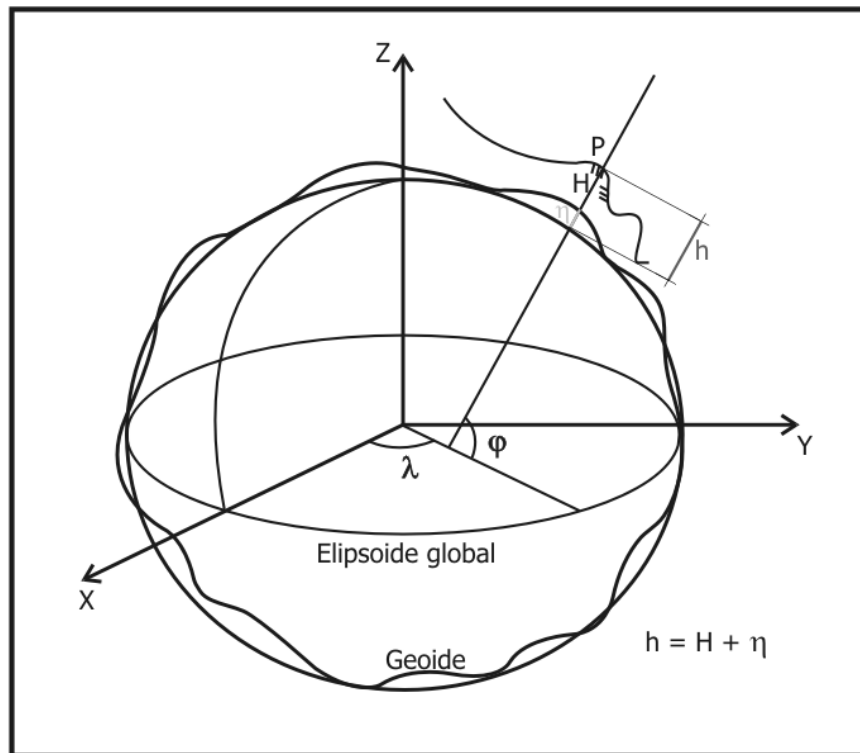


Figura A.2.2 Posicionamiento horizontal y vertical único
(Adaptado de Drewes & Sánchez, 2002)

A.2.4 PROBLEMAS PRÁCTICOS DE LA GEODESIA

Según Drewes, (citado por Leiva, 2003) entre los principales problemas prácticos actuales de la geodesia se encuentran:

- Conexión de las redes clásicas horizontales y verticales al sistema de referencia obtenido por métodos espaciales.
- Conocimiento detallado del geoide con respecto al elipsoide global.
- Observación continua de los puntos de control (reocupación periódica o estaciones permanentes) para establecer el cambio de las coordenadas con respecto al tiempo.

ANEXO 3: SISTEMAS SATELITALES DE NAVEGACIÓN GLOBAL

A.3.1 SISTEMA GPS

NAVSTAR GPS (NAVigation System with Time and Ranging Global Positioning System) es un sistema estadounidense de radio navegación por satélite que provee a usuarios de coordenadas precisas de posicionamiento tridimensional e información sobre navegación y tiempo. Se empezó a desarrollar en 1973 como mejora de TRANSIT y aunque, con un uso militar en principio, pasó a ser un sistema de uso civil con ciertas restricciones, siendo utilizado para fines geodésicos prácticamente desde 1983. La configuración final del sistema fue alcanzada en 1994, con 24 satélites utilizables. Desde entonces se ha convertido en el principal sistema (o al menos el más versátil) para posicionamiento de precisión en Geodesia. (Curso Avanzado de Posicionamiento por Satélite, 2008)

A.3.2 SISTEMA GLONASS

La contrapartida rusa al sistema estadounidense GPS se denominó GLONASS (Global naya Navigatsionnaya Sputnikowaka System) y es operativo desde el 18 de enero de 1996, día en que quedaron activos los 24 satélites de su constelación. De composición y características similares al GPS, aunque con referencias de tiempo y espacio diferentes, el sistema GLONASS no ha tenido la popularidad de aquél debido al aislamiento que hasta hace poco ha mantenido el antiguo bloque soviético. No obstante, la nueva situación política ha conducido, no sin pocos esfuerzos, a considerar la posibilidad de generar un sistema de posicionamiento mundial formado por los dos grupos de satélite: GLONASS y GPS, con lo cual se obtendría un notable incremento del número de satélites visibles simultáneamente desde cualquier punto de la superficie terrestre en cualquier momento. Este proyecto está asimismo abierto a la incorporación del futuro sistema de posicionamiento europeo Galileo. (Mena, 2008)

A.3.3 SISTEMA GALILEO

El denominado proyecto GALILEO es un sistema de localización por satélite promovido por la Unión Europea con apoyo de la Agencia Espacial Europea (ESA) y de un grupo de inversores privados, cuya operatividad, esperada en un principio para el año 2008, se ha pospuesto reiteradamente. En la actualidad, el sistema aún no se encuentra operativo, sin embargo tiene algunos satélites ya en órbita.

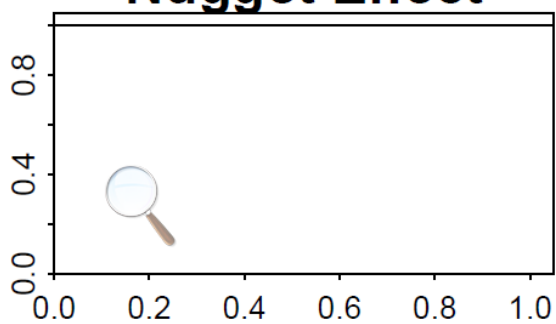
Este proyecto, en contraste con GPS y GLONASS, se ha diseñado desde sus inicios para su empleo en aplicaciones civiles a fin de dar solución a los siguientes inconvenientes que caracterizan tanto al sistema norteamericano como al ruso.

En primer lugar, ninguno de estos sistemas garantiza la cobertura que necesitan los usuarios ajenos a los países propietarios. Además dicha cobertura hoy por hoy es insuficiente e incierta en regiones del norte de Europa. En segundo lugar la precisión en el posicionamiento absoluto para un usuario sin autorizaciones específicas es moderada, no siendo de acceso generalizado el obtener coordenadas precisa en tiempo real, si bien las técnicas de corrección como WASS y EGNOS rinden posicionamiento instantáneo con sólo algunos metros de error. En tercer lugar, a los usuarios no se les informa de manera inmediata de los errores que suceden en el sistema. Y finalmente, cómo causa más importante, el diseño inicial de GPS y GLONASS como arma al servicio de los ejércitos correspondientes admite incluso la posibilidad de falsear las transmisiones de los satélites e inutilizar cualquier receptor, asumiendo responsabilidad alguna por las consecuencias que ello pudiera generar, las cuales son cada día más críticas. (Mena, 2008)

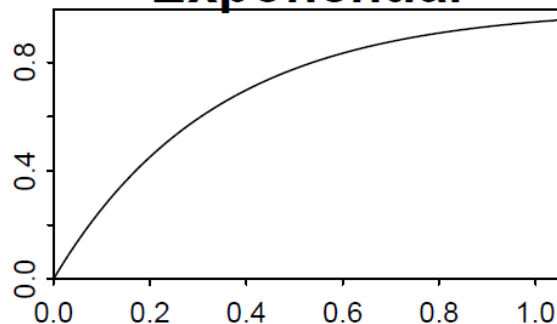
ANEXO 4: MODELOS TEÓRICOS VARIOGRAMA - PAQUETE RGEOSTAT - R

- 1 - Nugget Effect
- 2 - Exponential
- 3 - Spherical
- 4 - Gaussian
- 5 - Cubic
- 6 - Cardinal Sine
- 7 - J-Bessel
- 8 - K-Bessel
- 9 - Gamma
- 10 - Cauchy
- 11 - Stable
- 12 - Linear
- 13 - Power
- 14 - Order-1 GC
- 15 - Cosexp
- 16 - Exp2dfact
- 17 - Expfact

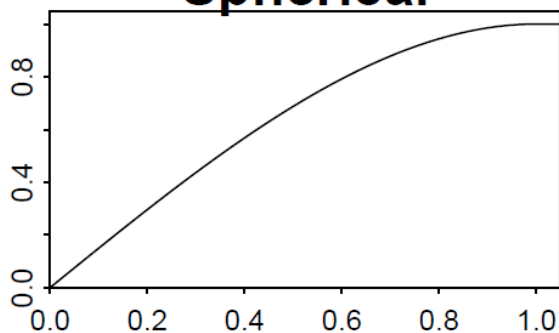
Nugget Effect



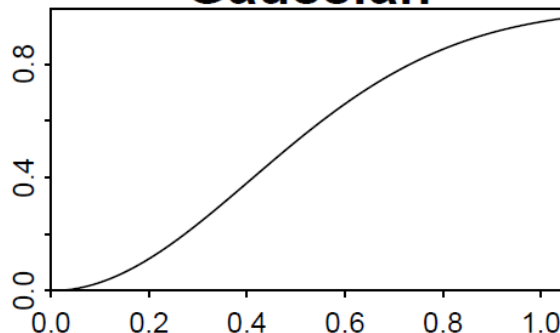
Exponential

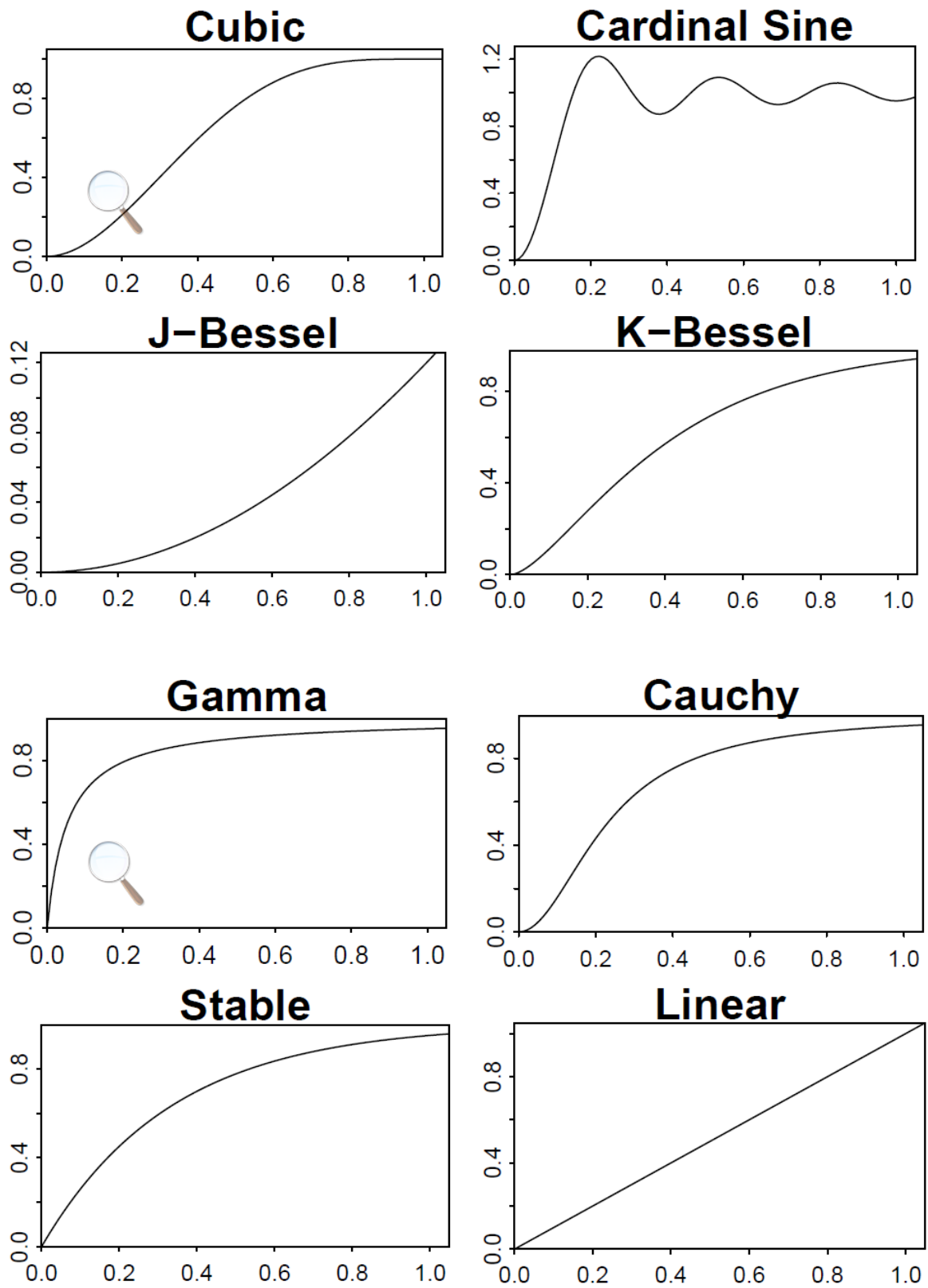


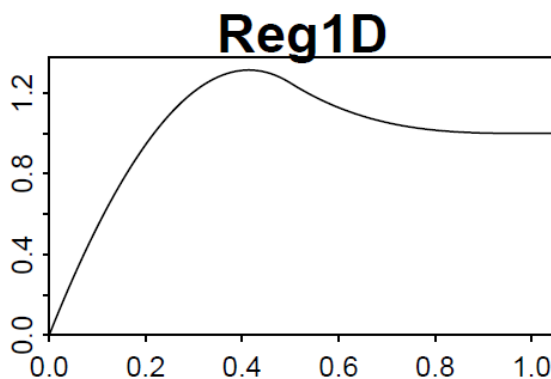
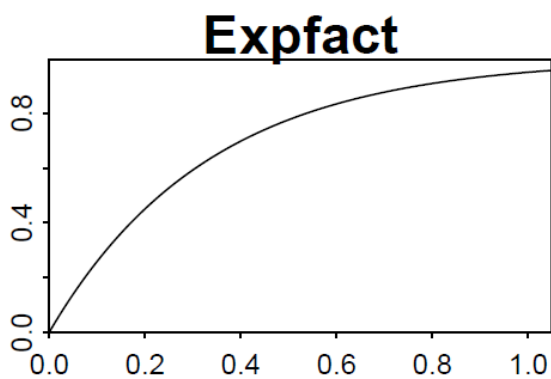
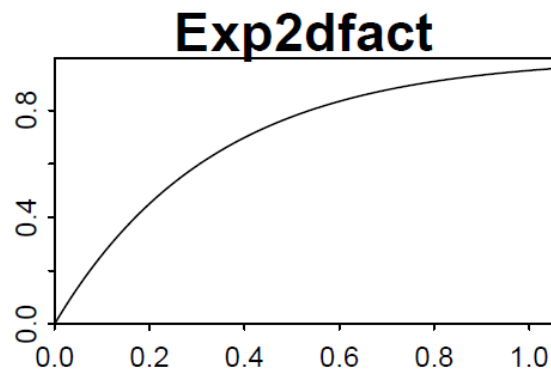
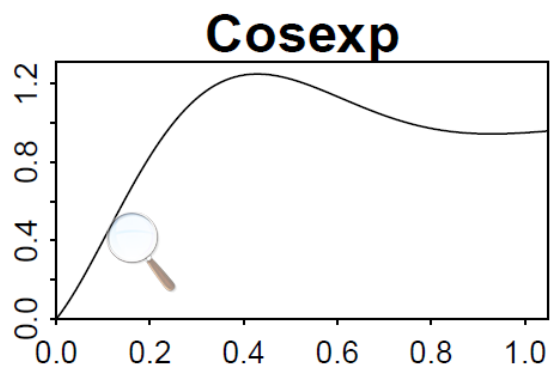
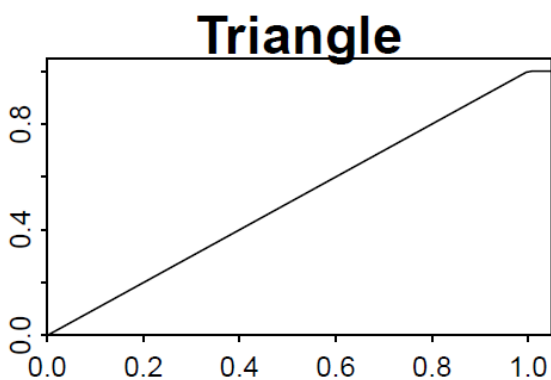
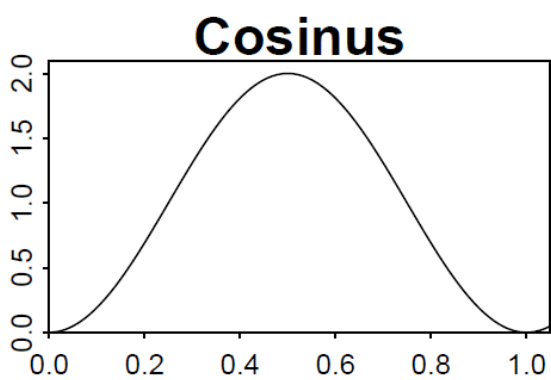
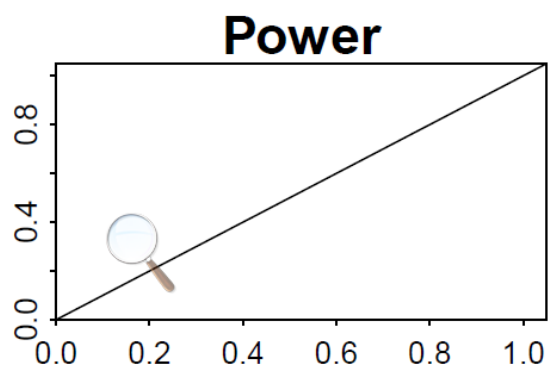
Spherical



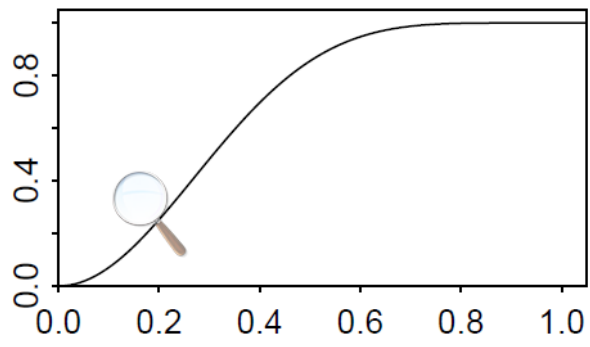
Gaussian







Pentamodel



ANEXO 5: KRIGINIG ORDINARIO POR BLOQUES

Predicciones Kriging a menudo se requieren en áreas que son más grandes que el soporte de la muestra de los datos, para los que se utiliza el Kriging por bloque.

La estimación es todavía una media ponderada de los datos, $z(x_1), z(x_2), \dots, z(x_n)$, en el bloque desconocido, B ,

$$\hat{Z}(B) = \sum_{i=1}^n \lambda_i z(x_i)$$

La varianza de predicción de $\hat{Z}(B)$ o varianza del error es:

$$\begin{aligned} \text{var}[\hat{Z}(B)] &= E \left[\{ \hat{Z}(B) - Z(B) \}^2 \right] \\ &= 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \bar{\gamma}(x_i, B) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \gamma(x_i, x_j) - \bar{\gamma}(B, B) \end{aligned}$$

En donde $\bar{\gamma}(x_i, B)$ es la semivarianza promedio entre el punto de dato x_i y el bloque objetivo B , y $\bar{\gamma}(B, B)$ es la semivarianza promedio dentro de B , la semivarianza dentro del bloque.

El sistema Kriging equivalente para bloques es:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(x_i, x_j) + \psi(B) &= \bar{\gamma}(x_j, B) \quad \text{Para todo } j \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i &= 1 \end{aligned}$$

y la varianza kriging para bloque se obtiene como

$$\sigma^2(B) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \bar{\gamma}(x_i, B) + \psi(B) - \bar{\gamma}(B, B)$$

ANEXO 6: OTROS TIPOS DE KRIGING

El término Kriging se utiliza ahora de forma genérica ya que el método ha sido adaptado para hacer frente a cada vez más variados problemas que han surgido.

Kriging ordinario asume que la media es desconocida y que el proceso es localmente estacionario, mientras Kriging simple asume que la media es conocida, en consecuencia se utiliza poco porque la media es generalmente desconocida.

Kriging simple se utiliza en Kriging indicador y disyuntivo en el que los datos son transformados para tener medias conocidas. Kriging lognormal es Kriging ordinario de los logaritmos de los datos fuertemente sesgados positivamente que se aproximan a una distribución logarítmica normal.

Kriging con tendencia permite que los datos con un componente determinista fuerte (proceso no estacionario) sean analizados; Matheron, (citado por Oliver, 2010) introdujo originalmente Kriging universal para este propósito, seguido por Kriging función aleatoria intrínseca con deriva de orden k (IRF- k Kriging). Matheron, también desarrolló Kriging factorial o el análisis Kriging para la variación que se encuentra anidada.

Cokriging ordinario es la extensión de Kriging ordinario para dos o más variables que se correlacionan espacialmente. Si alguna propiedad, que puede ser medida a bajo costo en muchos sitios, se correlaciona espacialmente con otra que es cara de medir y registrar en muchos menos sitios, esta última puede ser estimada con mayor precisión por Cokriging con la información de la primera.

Kriging disyuntivo es un método paramétrico no lineal del Kriging. Es valioso para la toma de decisiones, porque las probabilidades de exceder (o no) de un umbral predefinido se determinan además de las estimaciones del Kriging.

Kriging Indicator es una forma no lineal, no paramétrica de Kriging en el que las variables continuas se convierten en binarios (indicadores). Puede manejar distribuciones de casi cualquier tipo y también se puede acomodar la información cualitativa "blanda" para mejorar la predicción. Kriging bayesiano fue introducido para situaciones en las que existe un conocimiento previo acerca de la deriva o tendencia (Oliver, 2010).

ANEXO 7: BASE DE DATOS PROYECTO QUITO

No.	NORTE	ESTE	ONDULACION
1	9956120	502748	27.560
2	9956196	501285	27.566
3	9956339	499398	27.538
4	9956494	498352	27.527
5	9956559	499762	27.503
6	9956707	500598	27.528
7	9956906	502062	27.556
8	9957001	503705	27.551
9	9957018	503207	27.529
10	9957288	504255	27.534
11	9957462	497802	27.434
12	9958405	500588	27.461
13	9958457	499320	27.443
14	9958478	499823	27.450
15	9958600	501337	27.421
16	9958676	502940	27.497
17	9958690	503622	27.419
18	9958763	502095	27.493
19	9958802	504348	27.396
20	9958828	498324	27.457
21	9958843	494452	27.579
22	9958993	497586	27.477
23	9959183	495868	27.552
24	9959192	496728	27.508
25	9959204	495108	27.561
26	9959583	493287	27.641
27	9960171	494135	27.617
28	9960194	493307	27.641
29	9960311	502149	27.334
30	9960311	500532	27.347
31	9960369	502948	27.350
32	9960376	492146	27.691
33	9960394	499801	27.404
34	9960442	503818	27.328
35	9960450	495088	27.561
36	9960495	501503	27.343
37	9960549	491510	27.715
38	9960555	504512	27.308
39	9960846	497441	27.488
40	9960897	496721	27.504
41	9960964	498978	27.424
42	9960968	498329	27.450
43	9960991	495879	27.537
44	9961297	493701	27.633
45	9961441	494278	27.596
46	9961993	491166	27.772
47	9962081	494936	27.570
48	9962151	491716	27.745
49	9962431	500547	27.336
50	9962517	498008	27.471
51	9962554	495662	27.568
52	9962564	492482	27.774
53	9962624	502066	27.278
54	9962625	501248	27.297
55	9962660	497322	27.498
56	9962686	499673	27.384
57	9962691	496490	27.537
58	9962766	503714	27.262
59	9962835	503056	27.258
60	9962845	498794	27.476
61	9962853	493292	27.741
62	9962947	504394	27.299
63	9963377	490633	27.924
64	9963432	494046	27.703
65	9963460	494823	27.668

66	9963706	491431	27.796
67	9963812	505499	27.262
68	9963901	504606	27.249
69	9963958	505231	27.236
70	9964089	502198	27.297
71	9964184	502990	27.303
72	9964198	495588	27.562
73	9964226	492064	27.758
74	9964249	503716	27.253
75	9964319	495733	27.549
76	9964469	497039	27.524
77	9964487	497954	27.469
78	9964564	492842	27.673
79	9964668	498633	27.485
80	9964676	499547	27.367
81	9964774	496405	27.541
82	9964791	500441	27.341
83	9964801	507241	27.295
84	9964844	493656	27.631
85	9964855	496246	27.499
86	9964910	490184	27.745
87	9964930	501271	27.319
88	9964978	503732	27.217
89	9965195	495591	27.557
90	9965236	490968	27.717
91	9965273	493805	27.671
92	9965280	494697	27.541
93	9965330	503088	27.217
94	9965339	506287	27.303
95	9965447	504491	27.266
96	9965478	505211	27.233
97	9965571	493245	27.641
98	9965586	502325	27.310
99	9965605	491783	27.691
100	9965760	492276	27.668
101	9965776	501606	27.336
102	9965824	500695	27.330
103	9965959	505406	27.282
104	9965987	500074	27.368
105	9965994	501442	27.270
106	9966006	497994	27.501
107	9966067	506620	27.267
108	9966165	499169	27.463
109	9966196	508056	27.271
110	9966252	496931	27.484
111	9966347	500505	27.383
112	9966372	498742	27.442
113	9966430	497650	27.509
114	9966450	507197	27.245
115	9966473	491923	27.862
116	9966553	502202	27.282
117	9966572	492583	27.647
118	9966575	493499	27.623
119	9966585	496234	27.525
120	9966617	505258	27.279
121	9966618	490616	27.727
122	9966628	501394	27.321
123	9966661	508704	27.280
124	9966714	504495	27.248
125	9966764	505432	27.239
126	9966811	503881	27.266
127	9966819	495305	27.560
128	9966896	503684	27.252
129	9967074	491220	27.697
130	9967233	509087	27.310
131	9967233	507620	27.265
132	9967244	503044	27.282
133	9967248	491950	27.652

134	9967355	505986	27.247
135	9967451	504386	27.190
136	9967547	492683	27.631
137	9967598	502300	27.287
138	9967764	501545	27.299
139	9967830	499095	27.483
140	9967840	493360	27.613
141	9967909	508052	27.275
142	9968077	495172	27.533
143	9968093	506389	27.246
144	9968128	500995	27.336
145	9968134	499916	27.386
146	9968156	504738	27.167
147	9968339	490832	27.894
148	9968382	505048	27.250
149	9968443	497691	27.514
150	9968475	498435	27.496
151	9968675	494407	27.562
152	9968683	491814	27.655
153	9968794	492313	27.635
154	9968804	493500	27.616
155	9968826	496159	27.520
156	9968829	506764	27.267
157	9968904	497024	27.511
158	9968913	503755	27.270
159	9968931	492972	27.802
160	9968982	504981	27.255
161	9969001	504405	27.268
162	9969103	492543	27.807
163	9969181	502926	27.250
164	9969438	502057	27.289
165	9969458	501311	27.316
166	9969462	490375	27.903
167	9969507	505756	27.261
168	9969611	495679	27.552
169	9969680	500517	27.386
170	9969739	492260	27.858
171	9969741	500456	27.394
172	9969858	499627	27.431
173	9969889	505934	27.295
174	9969919	498989	27.476
175	9969996	491073	27.905
176	9970103	494956	27.591
177	9970216	494137	27.793
178	9970313	498328	27.501
179	9970384	492476	27.841
180	9970425	497764	27.485
181	9970444	505137	27.278
182	9970500	493440	27.809
183	9970577	504407	27.288
184	9970698	491907	27.856
185	9970790	519518	27.779
186	9970833	492867	27.845
187	9970850	496885	27.536
188	9970892	503508	27.295
189	9971083	518599	27.654
190	9971096	502772	27.097
191	9971196	502001	27.395
192	9971286	518232	27.676
193	9971429	496240	27.582
194	9971458	492481	27.845
195	9971476	517307	27.603
196	9971534	499754	27.433
197	9971622	501239	27.395
198	9971627	506394	27.285
199	9971654	503172	27.305
200	9971692	495110	27.626
201	9971699	495576	27.604

202	9971740	516505	27.530
203	9972094	499029	27.480
204	9972097	515878	27.495
205	9972129	494548	27.613
206	9972142	502311	27.377
207	9972156	498438	27.525
208	9972268	505992	27.293
209	9972336	518657	27.690
210	9972361	513473	27.276
211	9972360	504000	27.320
212	9972436	501722	27.403
213	9972451	497563	27.543
214	9972493	515149	27.463
215	9972588	502471	27.357
216	9972607	505114	27.352
217	9972644	514534	27.432
218	9972680	503373	27.362
219	9972991	494357	27.674
220	9972997	517146	27.540
221	9973068	504692	27.422
222	9973123	501928	27.379
223	9973194	496961	27.768
224	9973341	500428	27.392
225	9973405	503557	27.317
226	9973425	493968	27.841
227	9973430	516537	27.491
228	9973443	520935	27.879
229	9973450	501388	27.413
230	9973460	504276	27.364
231	9973540	496261	27.801
232	9973560	502336	27.354
233	9973562	499433	27.504
234	9973660	495522	27.668
235	9973697	503007	27.339
236	9973711	506046	27.232
237	9973736	519473	27.686
238	9973738	520347	27.787
239	9973807	509241	27.234
240	9973806	501728	27.414
241	9973810	499155	27.514
242	9973812	501091	27.398
243	9973814	509233	27.251
244	9973832	514449	27.319
245	9973845	511060	27.045
246	9973875	507492	27.235
247	9973876	507310	27.359
248	9973882	503029	27.364
249	9973889	521950	27.982
250	9973940	502539	27.367
251	9973942	512658	27.272
252	9973953	518778	27.632
253	9973980	505159	27.336
254	9973987	515512	27.419
255	9974017	506268	27.262
256	9974088	505718	27.304
257	9974110	495312	27.700
258	9974138	516096	27.476
259	9974201	504142	27.338
260	9974222	521288	27.893
261	9974233	502183	27.391
262	9974257	504921	27.306
263	9974362	514700	27.372
264	9974384	498364	27.583
265	9974406	504630	27.238
266	9974434	504778	27.240
267	9974490	511079	27.202
268	9974492	509877	27.257
269	9974504	516069	27.423

270	9974503	503770	27.342
271	9974515	502587	27.379
272	9974523	513199	27.281
273	9974525	507391	27.232
274	9974581	512747	27.226
275	9974593	494636	27.846
276	9974628	509457	27.190
277	9974657	518174	27.554
278	9974673	505355	27.248
279	9974714	514314	27.323
280	9974720	507673	27.275
281	9974731	506000	27.213
282	9974736	509139	27.214
283	9974755	515266	27.381
284	9974824	506907	27.230
285	9974832	501567	27.416
286	9974838	502885	27.374
287	9974844	506271	27.241
288	9974848	506735	27.257
289	9974853	512512	27.250
290	9974857	501908	27.404
291	9974879	508448	27.358
292	9974930	515553	27.399
293	9974946	497728	27.672
294	9974952	506127	27.237
295	9974958	496843	27.726
296	9975002	501351	27.447
297	9975016	500837	27.466
298	9975067	497097	27.714
299	9975075	511989	27.239
300	9975087	515286	27.385
301	9975135	511468	27.241
302	9975136	505787	27.216
303	9975191	500087	27.469
304	9975195	504632	27.322
305	9975274	500043	27.532
306	9975280	508072	27.215
307	9975304	515275	27.370
308	9975320	516171	27.384
309	9975324	512786	27.238
310	9975349	509649	27.191
311	9975351	514604	27.305
312	9975376	514348	27.263
313	9975379	504905	27.279
314	9975384	504009	27.367
315	9975388	505303	27.270
316	9975417	506421	27.213
317	9975438	510645	27.206
318	9975453	501385	27.445
319	9975463	496430	27.729
320	9975539	499301	27.559
321	9975575	504843	27.286
322	9975595	513767	27.272
323	9975648	499988	27.496
324	9975671	508226	27.226
325	9975676	509598	27.205
326	9975695	500331	27.477
327	9975697	498637	27.581
328	9975711	511544	27.201
329	9975720	516991	27.429
330	9975745	495995	27.777
331	9975750	499419	27.611
332	9975759	503435	27.312
333	9975775	504476	27.306
334	9975777	503716	27.341
335	9975854	513199	27.247
336	9975876	497075	27.662
337	9975924	516033	27.364

338	9975978	497836	27.681
339	9976036	508981	27.152
340	9976056	516295	27.365
341	9976068	504713	27.282
342	9976073	507680	27.176
343	9976099	514038	27.235
344	9976107	512596	27.199
345	9976116	515257	27.313
346	9976125	511839	27.170
347	9976128	507215	27.204
348	9976141	498177	27.684
349	9976145	506755	27.205
350	9976173	499220	27.605
351	9976200	500713	27.472
352	9976228	512664	27.201
353	9976236	518903	27.555
354	9976239	511068	27.196
355	9976260	498596	27.695
356	9976270	508145	27.158
357	9976305	509825	27.154
358	9976313	504752	27.289
359	9976350	496329	27.463
360	9976379	503067	27.406
361	9976392	520961	27.726
362	9976418	497515	27.726
363	9976489	520384	27.669
364	9976505	518240	27.501
365	9976531	511156	27.161
366	9976554	506635	27.227
367	9976680	505971	27.151
368	9976699	502642	27.364
369	9976756	504034	27.313
370	9976815	513785	27.263
371	9976861	505422	27.183
372	9976865	521081	27.763
373	9976883	509087	27.167
374	9976896	500944	27.548
375	9977100	500068	27.591
376	9976910	501378	27.459
377	9976939	500570	27.468
378	9976947	510318	27.147
379	9976990	499725	27.511
380	9977009	504781	27.303
381	9977013	498262	27.798
382	9977026	497484	27.757
383	9977084	502004	27.399
384	9977109	516173	27.313
385	9977181	496953	27.806
386	9977210	508509	27.162
387	9977212	509677	27.167
388	9977245	517011	27.414
389	9977260	498950	27.659
390	9977274	519712	27.597
391	9977318	512537	27.199
392	9977324	505457	27.236
393	9977338	513316	27.202
394	9977403	497360	27.819
395	9977417	515826	27.285
396	9977499	519096	27.524
397	9977538	505457	27.262
398	9977555	515000	27.245
399	9977607	504099	27.327
400	9977627	499327	27.638
401	9977631	520724	27.676
402	9977677	519958	27.594
403	9977703	506623	27.139
404	9977752	507892	27.104
405	9977928	502856	27.390

406	9977971	514460	27.258
407	9977973	511036	27.158
408	9977980	504479	27.317
409	9978055	503581	27.343
410	9978058	506138	27.133
411	9978071	512078	27.181
412	9978106	507350	27.119
413	9978237	520958	27.712
414	9978294	506033	27.182
415	9978318	521503	27.746
416	9978352	516867	27.376
417	9978383	514046	27.209
418	9978382	501771	27.465
419	9978463	499620	27.666
420	9978466	500739	27.541
421	9978510	509935	27.159
422	9978570	518591	27.464
423	9978639	501082	27.507
424	9978644	502732	27.391
425	9978682	500343	27.589
426	9978689	513431	27.176
427	9978722	502495	27.590
428	9978742	505376	27.256
429	9978745	516335	27.322
430	9978751	510588	27.136
431	9978763	501271	27.496
432	9978765	509363	27.155
433	9978773	520228	27.593
434	9978798	515682	27.244
435	9978801	501422	27.493
436	9978828	517810	27.380
437	9978856	519384	27.514
438	9978884	499504	27.622
439	9978981	506321	27.233
440	9979022	515237	27.218
441	9979058	520546	27.599
442	9979142	498806	27.734
443	9979182	503349	27.407
444	9979212	507230	27.183
445	9979219	502751	27.384
446	9979328	508744	27.179
447	9979349	506867	27.175
448	9979383	498060	27.716
449	9979450	520019	27.528
450	9979481	511936	27.154
451	9979499	512876	27.149
452	9979535	505273	27.290
453	9979614	508175	27.179
454	9979622	500206	27.598
455	9979665	510604	27.131
456	9979699	503983	27.475
457	9979737	505770	27.267
458	9979767	506436	27.243
459	9979774	517661	27.350
460	9979799	514823	27.180
461	9979804	519047	27.458
462	9979826	518252	27.419
463	9979855	511294	27.136
464	9979864	509924	27.140
465	9979916	505018	27.285
466	9979939	522257	27.785
467	9979952	506506	27.210
468	9979965	517080	27.315
469	9980022	518476	27.408
470	9980029	521352	27.660
471	9980059	504023	27.345
472	9980068	504951	27.338
473	9980141	519315	27.461

474	9980201	500974	27.572
475	9980261	502508	27.399
476	9980280	505894	27.282
477	9980324	514188	27.166
478	9980363	520510	27.595
479	9980372	503220	27.389
480	9980384	515944	27.208
481	9980417	516675	27.279
482	9980482	501793	27.512
483	9980541	501657	27.494
484	9980646	519827	27.484
485	9980645	512571	27.151
486	9980657	500897	27.562
487	9980832	500090	27.487
488	9980836	519221	27.451
489	9980836	508353	27.139
490	9980939	515474	27.185
491	9980957	513857	27.143
492	9981010	506731	27.217
493	9981046	499491	27.713
494	9981069	498671	27.615
495	9981088	507808	27.167
496	9981182	508944	27.109
497	9981185	511435	27.119
498	9981209	518440	27.389
499	9981223	509087	27.161
500	9981309	507332	27.214
501	9981350	518496	27.426
502	9981361	519943	27.483
503	9981397	517925	27.340
504	9981399	517314	27.298
505	9981399	508808	27.120
506	9981415	506183	27.258
507	9981482	512311	27.127
508	9981511	499677	27.705
509	9981561	498806	27.752
510	9981572	517647	27.323
511	9981581	510723	27.117
512	9981609	507420	27.223
513	9981670	519397	27.427
514	9981673	503905	27.385
515	9981677	514999	27.146
516	9981679	506704	27.245
517	9981710	516672	27.230
518	9981711	505533	27.266
519	9981712	509259	27.140
520	9981729	522736	27.784
521	9981814	506449	27.271
522	9981863	504847	27.348
523	9981865	515914	27.179
524	9981865	504651	27.267
525	9981953	507984	27.176
526	9981957	503803	27.299
527	9982042	514292	27.171
528	9982070	521288	27.581
529	9982141	521924	27.715
530	9982177	508613	27.159
531	9982202	502013	27.465
532	9982233	513561	27.133
533	9982300	508695	27.159
534	9982397	520316	27.480
535	9982402	510353	27.152
536	9982416	522918	27.775
537	9982445	502248	27.421
538	9982445	498697	27.847
539	9982449	500641	27.613
540	9982475	501412	27.490
541	9982481	508061	27.210

542	9982515	519048	27.381
543	9982535	502870	27.421
544	9982541	500012	27.604
545	9982543	503049	27.338
546	9982590	519593	27.380
547	9982623	515680	27.184
548	9982627	512878	27.138
549	9982682	509391	27.091
550	9982709	518564	27.353
551	9982726	518191	27.330
552	9982730	517496	27.258
553	9982744	518960	27.409
554	9982811	499327	27.743
555	9982842	512306	27.157
556	9982849	507405	27.232
557	9982861	512744	27.097
558	9982864	518163	27.319
559	9982993	509976	27.124
560	9983082	498823	27.775
561	9983114	516665	27.226
562	9983165	517616	27.316
563	9983222	512061	27.131
564	9983322	517322	27.234
565	9983428	515190	27.094
566	9983436	523241	27.745
567	9983550	500721	27.598
568	9983579	522374	27.635
569	9983652	514205	27.101
570	9983662	516225	27.184
571	9983723	497600	27.864
572	9983743	503163	27.406
573	9983834	510317	26.973
574	9983846	506090	27.208
575	9983851	510361	27.145
576	9983872	521768	27.549
577	9983904	520129	27.405
578	9984012	512961	27.184
579	9984014	521023	27.488
580	9984037	513635	27.067
581	9984149	503835	27.379
582	9984234	498277	27.802
583	9984239	516608	27.053
584	9984330	518335	27.273
585	9984334	519052	27.315
586	9984345	519420	27.325
587	9984375	512297	27.130
588	9984493	512247	27.080
589	9984532	504462	27.366
590	9984534	510524	27.031
591	9984597	514776	27.076
592	9984602	516000	27.038
593	9984657	517792	27.232
594	9984663	507299	27.179
595	9984707	518310	27.304
596	9984720	518821	27.218
597	9984721	506141	27.249
598	9984787	517078	27.183
599	9984821	523586	27.727
600	9984838	512744	27.084
601	9984893	507376	27.203
602	9984900	506700	27.227
603	9984935	505055	27.349
604	9984996	516249	26.987
605	9985002	522893	27.584
606	9985003	513479	26.978
607	9985012	522015	27.615
608	9985023	511176	27.210
609	9985026	517733	27.285

610	9985084	513601	27.071
611	9985113	509296	27.149
612	9985197	508320	27.114
613	9985259	516031	27.016
614	9985265	520410	27.463
615	9985291	521380	27.484
616	9985293	512934	27.059
617	9985346	519718	27.439
618	9985392	500799	27.580
619	9985518	517202	27.147
620	9985568	510130	27.164
621	9985572	516494	27.043
622	9985621	518882	27.289
623	9985655	497912	27.720
624	9985691	496868	27.842
625	9985696	523815	27.745
626	9985903	515475	26.951
627	9985964	498457	27.682
628	9985975	523147	27.657
629	9985997	521462	27.431
630	9986013	497116	27.851
631	9986020	497483	27.769
632	9986028	522348	27.583
633	9986100	498575	27.683
634	9986201	501451	27.544
635	9986276	517622	27.253
636	9986321	520774	27.378
637	9986340	499371	27.665
638	9986370	514827	26.977
639	9986459	514444	26.967
640	9986471	516700	27.149
641	9986493	519971	27.425
642	9986495	517074	27.155
643	9986593	501997	27.552
644	9986608	519163	27.244
645	9986684	517653	27.183
646	9986701	518442	27.208
647	9986706	516101	26.994
648	9986860	502712	27.476
649	9986863	515954	26.996
650	9986866	516759	27.121
651	9986876	496394	27.836
652	9986904	501064	27.603
653	9986944	497110	27.831
654	9987277	515415	26.962
655	9987286	514798	26.960
656	9987300	504928	27.358
657	9987313	524477	27.795
658	9987339	523574	27.623
659	9987341	513124	27.042
660	9987382	506503	27.219
661	9987401	517172	27.180
662	9987430	501530	27.564
663	9987433	503355	27.422
664	9987479	505645	27.279
665	9987494	522693	27.582
666	9987641	496028	27.835
667	9987645	507416	27.204
668	9987682	503991	27.322
669	9987708	508209	27.206
670	9987711	512612	27.015
671	9987714	516461	27.009
672	9987718	521272	27.382
673	9987780	514402	26.933
674	9987890	522048	27.484
675	9988000	502805	27.419
676	9988016	495794	27.849
677	9988030	496562	27.700

678	9988100	496353	27.716
679	9988121	508984	27.208
680	9988127	517040	27.130
681	9988283	496470	27.753
682	9988329	515968	26.946
683	9988330	509197	27.216
684	9988357	512111	27.080
685	9988362	520463	27.372
686	9988445	515728	26.969
687	9988582	516308	26.976
688	9988585	499453	27.699
689	9988700	497508	27.746
690	9988711	515521	27.015
691	9988754	523988	27.693
692	9988761	523241	27.567
693	9988842	524908	27.761
694	9988887	495456	27.774
695	9988908	500168	27.637
696	9989026	524304	27.673
697	9989026	515043	26.924
698	9989087	518335	27.207
699	9989107	522359	27.518
700	9989159	496169	27.760
701	9989254	521769	27.492
702	9989328	516519	27.076
703	9989382	496820	27.756
704	9989395	510213	27.140
705	9989457	500651	27.544
706	9989463	520883	27.366
707	9989577	504048	27.388
708	9989596	509293	27.114
709	9989643	505771	27.290
710	9989684	504636	27.383
711	9989757	510803	27.083
712	9989781	520099	27.294
713	9989873	517581	27.157
714	9989880	506578	27.233
715	9989917	495148	27.822
716	9989965	501390	27.454
717	9990025	519347	27.247
718	9990122	495789	27.802
719	9990146	502289	27.473
720	9990167	518544	27.194
721	9990201	507028	27.239
722	9990227	523595	27.715
723	9990255	511706	27.074
724	9990313	517375	27.139
725	9990330	502925	27.395
726	9990330	496547	27.746
727	9990369	519569	27.168
728	9990380	499849	27.582
729	9990438	507718	27.219
730	9990440	495808	27.786
731	9990468	508395	27.207
732	9990587	522832	27.652
733	9990643	516930	27.088
734	9990656	496191	27.687
735	9990700	517931	27.149
736	9990721	522068	27.429
737	9990762	495366	27.702
738	9990940	496524	27.739
739	9990943	521347	27.389
740	9991026	496766	27.761
741	9991134	495439	27.737
742	9991210	520654	27.311
743	9991325	518921	27.188
744	9991355	497273	27.694
745	9991453	519916	27.265

746	9991490	498186	27.691
747	9991501	495884	27.719
748	9991559	500973	27.510
749	9991575	518197	27.132
750	9991584	503188	27.290
751	9991612	516604	27.061
752	9991653	501564	27.518
753	9991892	503998	27.265
754	9991899	508408	27.183
755	9992059	495659	27.730
756	9992094	509180	27.131
757	9992126	517616	27.057
758	9992165	510655	27.068
759	9992203	513908	27.001
760	9992238	516300	27.018
761	9992325	504775	27.226
762	9992362	509944	27.108
763	9992371	507582	27.273
764	9992386	521715	27.396
765	9992388	506688	27.344
766	9992412	504051	27.239
767	9992420	520459	27.267
768	9992516	498098	27.628
769	9992565	522706	27.495
770	9992613	505721	27.204
771	9992686	506080	27.207
772	9992687	504985	27.154
773	9992709	502760	27.319
774	9992728	515915	26.998
775	9992789	496850	27.777
776	9992811	515753	27.015
777	9992863	506768	27.331
778	9992868	520045	27.217
779	9993012	517476	27.112
780	9993033	503493	27.340
781	9993036	521391	27.322
782	9993088	513584	27.000
783	9993133	518389	27.133
784	9993152	497405	27.564
785	9993301	519363	27.177
786	9993369	501702	27.336
787	9993493	501108	27.376
788	9993556	516903	27.085
789	9993565	507124	27.251
790	9993591	515502	27.041
791	9993721	521209	27.313
792	9993744	506271	27.096
793	9993745	505456	27.145
794	9993856	523872	27.539
795	9993941	519030	27.113
796	9994002	503943	27.240
797	9994022	523141	27.584
798	9994026	503940	27.208
799	9994112	507800	27.177
800	9994131	514847	27.026
801	9994201	504658	27.180
802	9994217	516643	27.038
803	9994229	522351	27.586
804	9994333	520710	27.269
805	9994358	508404	27.164
806	9994512	505973	27.101
807	9994587	508711	27.130
808	9994644	518421	27.123
809	9994666	508989	27.121
810	9994809	504938	27.162
811	9994852	509787	27.109
812	9994897	522680	27.433
813	9995015	507405	27.172

814	9995031	506500	27.100
815	9995089	516370	27.059
816	9995097	520337	27.215
817	9995122	507759	27.155
818	9995417	524223	27.531
819	9995421	522092	27.366
820	9995654	519730	27.168
821	9995693	518223	27.114
822	9995798	523640	27.419
823	9995859	522891	27.439
824	9995864	509762	27.109
825	9995936	505067	27.183
826	9995959	521396	27.343
827	9995994	505770	27.094
828	9996008	506240	27.083
829	9996010	522095	27.277
830	9996029	508547	27.105
831	9996067	506453	27.057
832	9996131	507291	27.159
833	9996197	507713	27.152
834	9996243	517608	27.117
835	9996247	505427	27.159
836	9996258	519432	27.147
837	9996359	520952	27.299
838	9997253	505006	27.184
839	9997391	506532	27.042
840	9997594	503952	27.225
841	9997939	508880	27.003
842	9997942	507111	27.137
843	9998049	507380	27.064
844	9998079	505831	27.125
845	9998659	504904	27.161
846	9998783	506554	27.269
847	9998832	509137	27.027
848	9998882	507511	27.114
849	9999139	504940	27.153
850	9999152	503830	27.211
851	9999233	509012	27.044
852	9999279	506969	27.071
853	9999456	500323	27.364
854	9999465	501848	27.303
855	9999607	508463	27.048
856	9999808	504876	27.168
857	9999846	505819	27.135
858	10000090	509346	27.022
859	10000196	506470	27.103
860	10000308	500188	27.322
861	10000332	501702	27.300
862	10000359	503842	27.206
863	10000397	506757	27.084
864	10000482	507381	27.138
865	10000534	509382	27.037
866	10000749	504104	27.190
867	10000973	499976	27.300
868	10001025	502010	27.282
869	10001177	505534	27.135
870	10001209	504848	27.165
871	10001303	506352	27.095
872	10001534	503869	27.327
873	10001636	502106	27.268
874	10001841	500224	27.264
875	10001856	508715	27.074
876	10001976	507588	27.022
877	10001997	509611	27.014
878	10002098	507349	27.072
879	10002222	506347	27.112
880	10002440	504006	27.219
881	10002464	500397	27.236

882	10002671	501976	27.242
883	10002895	506948	27.113
884	9976554	514413	27.254
885	9965335	507560	27.275
886	9972285	520397	27.828
887	9972697	519735	27.835
888	9976134	515800	27.343

ANEXO 8: BASE DE DATOS PROYECTO GUAYAQUIL

No.	NORTE	ESTE	ONDULACION
1	9697452	583482	9.451
2	9697501	581760	9.437
3	9697562	580423	9.484
4	9698749	578647	9.614
5	9698911	583925	9.505
6	9700001	577119	9.633
7	9700810	575450	9.658
8	9701689	581922	9.623
9	9701781	583749	9.585
10	9702134	578722	9.74
11	9702407	573612	9.754
12	9702538	580075	9.717
13	9703345	572276	9.792
14	9705047	576942	9.776
15	9705715	575375	9.812
16	9706226	570900	10.139
17	9706232	578479	9.747
18	9706481	574057	9.857
19	9706762	568912	9.965
20	9706889	571915	10.183
21	9707498	580388	9.708
22	9708580	567428	10.127
23	9708703	584865	9.722
24	9709491	586261	9.711
25	9710842	571880	10.026
26	9710965	573907	9.949
27	9711270	570631	10.159
28	9711349	577158	9.861
29	9711489	568829	9.569
30	9711765	575193	9.997
31	9711866	567314	10.279
32	9712361	586694	9.804
33	9712790	583662	9.815
34	9713243	585175	9.845
35	9713779	581706	9.869
36	9715409	589819	9.954
37	9715831	571905	10.264
38	9716067	573982	10.194
39	9716466	578597	10.052
40	9716563	580311	9.961
41	9716588	575271	10.15
42	9716609	593136	10.102
43	9716925	577162	10.119
44	9717226	591472	10.062
45	9717309	586970	10.016
46	9717463	590155	10.102
47	9717477	568648	10.479
48	9717724	570300	10.401
49	9717818	583428	10.059
50	9717951	581893	10.053
51	9717971	567435	10.592
52	9717997	584844	10.066
53	9718116	588040	10.062
54	9721545	576753	10.298
55	9721611	573752	10.457
56	9721643	575372	10.352
57	9721720	581622	10.283
58	9721857	586777	10.299
59	9721937	572381	10.458
60	9722076	584980	10.319
61	9722168	570515	10.515
62	9722221	578487	10.325
63	9722282	588408	10.361
64	9722343	583468	10.318
65	9722613	567303	10.723

66	9722643	568911	10.635
67	9723379	582045	10.376
68	9723940	580288	10.406
69	9724629	573571	10.585
70	9725436	575459	10.566
71	9725745	586716	10.627
72	9725785	566078	10.861
73	9726186	577040	10.584
74	9726204	586982	10.666
75	9726217	594758	10.987
76	9726244	591720	10.827
77	9726287	559202	11.315
78	9726301	596444	11.057
79	9726421	593196	10.932
80	9726423	590243	10.798
81	9726481	578738	10.467
82	9726664	597896	11.175
83	9726752	562825	11.12
84	9726776	585212	10.698
85	9726804	588242	10.765
86	9727296	567436	10.866
87	9727302	569147	10.831
88	9727320	561000	11.206
89	9727482	572148	10.71
90	9727640	570611	10.792
91	9727890	583696	10.763
92	9728401	581793	10.767
93	9728441	580116	10.752
94	9729696	575389	10.749
95	9730046	560358	11.409
96	9730264	576904	10.873
97	9730311	578609	10.901
98	9730374	595025	11.768
99	9730423	596533	11.841
100	9730707	593210	11.687
101	9731236	591768	11.675
102	9731320	559974	11.496
103	9731432	564038	11.267
104	9731514	589812	11.637
105	9732318	567042	11.195
106	9732561	588086	11.691
107	9732628	586775	11.624
108	9732715	583295	11.523
109	9732794	585149	11.657
110	9732888	570582	11.131
111	9732901	569126	11.263
112	9733142	565915	11.268
113	9733150	575642	11.147
114	9733440	573739	11.156
115	9733441	572242	11.146
116	9733469	576795	11.184
117	9733592	581683	11.583
118	9733873	580152	11.312
119	9734497	578742	11.279
120	9734773	596669	12.262
121	9734918	563801	11.443
122	9735053	606408	12.954
123	9735731	562351	11.57
124	9735750	594789	12.298
125	9735863	560860	11.636
126	9735904	607168	13.142
127	9736022	602742	12.822
128	9736190	591788	12.326
129	9736284	589845	12.201
130	9736295	567356	11.462
131	9736442	604772	13.097
132	9736662	597899	12.575
133	9736711	605563	13.192

134	9736805	569078	11.47
135	9736974	599818	12.817
136	9737056	572125	11.561
137	9737124	570649	11.528
138	9737259	573781	11.562
139	9737335	584935	12.15
140	9737582	575451	11.583
141	9737605	559171	11.785
142	9737692	588141	12.337
143	9737772	581596	12.147
144	9738032	586627	12.535
145	9738038	580469	12.093
146	9738151	576996	11.679
147	9738196	583235	12.251
148	9738605	605991	13.474
149	9738891	601331	13.226
150	9739158	604580	13.462
151	9739230	578843	11.859
152	9739284	607914	13.738
153	9740170	603151	13.448
154	9740513	594891	13.012
155	9740855	593362	12.974
156	9740934	596385	13.185
157	9741124	573552	11.953
158	9741432	591512	12.858
159	9741653	572151	11.992
160	9742026	589676	12.861
161	9742149	598132	13.551
162	9742342	599805	13.721
163	9742450	570401	12.044
164	9742559	586698	12.663
165	9742587	575427	12.151
166	9742642	609396	14.424
167	9742687	567095	12.107
168	9742731	610809	14.55
169	9742868	603054	13.942
170	9742908	577009	12.238
171	9742909	606155	14.217
172	9743006	582035	12.515
173	9743052	588444	12.891
174	9743225	578756	12.351
175	9743312	607748	14.395
176	9743392	583636	12.672
177	9743608	580257	12.5
178	9743777	585098	12.88
179	9743999	604349	14.218
180	9745480	610895	14.968
181	9745543	596374	13.824
182	9745741	579100	12.751
183	9746086	594854	13.768
184	9746427	580171	12.863
185	9746440	581814	13.058
186	9746533	586804	13.328
187	9746763	598283	14.225
188	9746765	588506	13.524
189	9746955	600016	14.394
190	9746965	593113	13.845
191	9747221	603013	14.664
192	9747250	583672	13.246
193	9747335	609437	15.149
194	9747465	581639	13.14
195	9747522	590197	13.795
196	9747524	591672	13.839
197	9747627	585200	13.486
198	9748082	601352	14.7
199	9748101	605954	15.011
200	9748117	607879	15.165
201	9748789	591806	14.079

202	9748861	594794	14.293
203	9749765	581907	13.505
204	9750061	596223	14.614
205	9750329	583310	13.633
206	9750582	593252	14.447
207	9750674	591468	14.322
208	9751305	599591	15.065
209	9751369	584993	14.033
210	9751418	597888	14.909
211	9751439	588612	14.314
212	9751645	586961	14.224
213	9751826	602941	15.383
214	9751884	604392	15.493
215	9752469	607834	15.801
216	9752573	601529	15.376
217	9752582	612706	16.118
218	9752653	602722	15.499
219	9752668	619053	16.465
220	9752679	602718	15.502
221	9752716	606083	15.744
222	9752850	609652	15.992
223	9753113	617558	16.461
224	9753199	594610	15.025
225	9753234	596661	15.146
226	9753495	615894	16.425
227	9754195	581771	14.283
228	9754238	583715	14.506
229	9754515	584926	14.552
230	9754857	593137	15.178
231	9755279	591378	15.151
232	9755354	590258	15.132
233	9755676	586873	14.894
234	9755777	588302	15.026
235	9756127	601286	16.012
236	9756261	598261	15.868
237	9756330	594589	15.576
238	9756388	603002	16.114
239	9756402	604426	16.207
240	9756957	599805	16.072
241	9757404	606289	16.474
242	9758059	608006	16.695
243	9758162	596183	16
244	9758185	612562	16.96
245	9758222	610909	16.872
246	9758293	609514	16.809
247	9758381	614316	17.072
248	9758461	583698	15.143
249	9758561	581849	15.002
250	9758926	584701	15.311
251	9759626	602872	16.667
252	9759687	589880	15.834
253	9759793	593313	16.048
254	9759802	591705	15.926
255	9760067	597921	16.413
256	9760494	599416	16.572
257	9760589	601520	16.755
258	9760927	595061	16.37
259	9761243	588252	15.974
260	9761593	586885	15.938
261	9761835	614338	17.55
262	9762002	605079	17.248
263	9762015	612887	17.525
264	9762420	583304	15.848
265	9762685	596578	16.786
266	9762853	606396	17.343
267	9762932	604119	17.312
268	9763090	581865	15.851
269	9763275	603066	17.345

270	9763401	585368	16.133
271	9763754	601304	17.286
272	9764446	591607	16.744
273	9764561	593183	16.877
274	9764592	588166	16.53
275	9765291	590214	16.838
276	9765417	599610	17.48
277	9765520	611132	17.927
278	9765660	601222	17.506
279	9765719	612720	18.073
280	9765757	598067	17.431
281	9765764	609549	17.761
282	9766040	602880	17.639
283	9766079	594962	17.261
284	9766158	614448	18.118
285	9766164	596318	17.377
286	9766195	606004	17.815
287	9766756	604319	17.822
288	9766799	583677	16.572
289	9766882	581801	16.452
290	9766914	607744	17.985
291	9767254	589883	17.057
292	9767541	586867	16.836
293	9767614	588427	16.997
294	9767996	585105	16.794
295	9768187	593142	17.395
296	9768206	591867	17.29
297	9768952	583312	16.839
298	9769269	582038	16.807
299	9769313	614272	18.554
300	9769622	612656	18.486
301	9770042	599612	18.126
302	9770165	597816	18.095
303	9770347	610990	18.544
304	9770626	603009	18.31
305	9770682	601186	18.273
306	9770914	607575	18.501
307	9771067	609613	18.594
308	9771131	606326	18.531
309	9771708	604645	18.557
310	9772553	594643	18.236
311	9772699	596300	18.371
312	9773407	601059	18.645
313	9774043	599642	18.639
314	9774490	614414	19.159
315	9774683	612660	19.147
316	9774822	598053	18.686
317	9775086	607551	19.058
318	9775125	604488	18.956
319	9775301	602687	18.942
320	9775645	606213	19.096
321	9775938	611271	19.257
322	9778730	607792	19.439
323	9778743	605914	19.409
324	9779365	611157	19.584
325	9779448	614528	19.635
326	9779461	609573	19.566
327	9779543	612550	19.612
328	9783090	609599	19.862
329	9783538	606261	19.877
330	9783696	611132	19.909
331	9784083	608049	19.945
332	9776488	609417	19.266

ANEXO 9: SCRIPT ANÁLISIS GEOESTADÍSTICO - QUITO

```

# CARGAR LIBRERIAS PARA ANALISIS GEOESTADISTICO
library(RGeostats)
library(Rcmdr)
library(sp)

# LEER UNA TABLA CON DATOS DE ONDULACION GEOIDAL DE QUITO
ondq<-read.table("C:/TESIS Modelo/ANALISIS_R_QUI/OND_QUI.csv", sep=";", header=T)
head(ondq)
ondq

#ANALISIS EXPLORATORIO DE DATOS
#CALCULO MEDIA, DESV. EST., QUANTILES, COEFICIENTE DE VARIACION, ENTRE OTROS
numSummary(ondq[, "Ondulacion"], statistics=c("mean", "sd", "IQR", "quantiles", "cv", "skewness",
"kurtosis"), quantiles=c(0,.25,.5,.75,1), type="2")

# HISTOGRAMA ONDULACION GEOIDAL
with(ondq, Hist(Ondulacion, scale="frequency", col="blue", breaks=28))

# DIAGRAMA DE CAJA ONDULACION GEOIDAL(DETECCION DE VALORES ATIPICOS)
Boxplot( ~ Ondulacion, data=ondq, id.method="y")

# CREAR LA FORMA CLASS DB
ondqdb<-db.create(x1=ondq$Este, x2=ondq$Norte, z1=ondq$Ondulacion)
ondqdb

# CALCULO VARIOGRAMA OMNIDIRECCIONAL.
vario_data<-vario.calc(ondqdb, dirvect=NA, lag=1400, toldis=0.5, tolang=90, nlag=21, calcul="vg")
vario_data

# DIBUJO VARIOGRAMA OMNIDIRECCIONAL
vario.plot(x=vario_data, add=FALSE)

# CALCULO NUBE VARIOGRAFICA
nube_va<-cloud.calc(ondqdb, dbout = NA, dirvect = NA, lagmax = 29000, varmax = 0.6, lagnb =
100, varnb = 100, toldis = 0.5, tolang = NA, opt.code = 0, tolcode = 0)

```

```
# GRAFICO NUBE VARIOGRAFICA
db.plot(nube_va, pos.x=1, pos.y=2, title = "NUBE VARIOGRAFICA", add = FALSE,reset=TRUE)

# AJUSTE DE VARIOGRAMA EXPERIMENTAL A VARIOGRAMA TEORICO, CON FUNCION
#AUTOMODEL. LAS ESTRUCTURAS BASICAS DE ENTRADA PARA EL MODELO DE QUITO
#SON: 1: EFECTO PEPITA, 2: MODELO EXPONENCIAL, 3: MODELO ESFERICO, 4: MODELO
#GAUSSIANO, 5: MODELO CUBICO
data_model<-model.auto(vario_data, struct=melem.name(c(1,2,3,4,5)))

#VISUALIZACION DE RESULTADOS DE FUNCION AUTOMODEL
str(data_model)

# SE REALIZA COMPROBACIONES PARA VERIFICAR LA VALIDEZ DE LA FUNCION
#AUTOMODEL
data_modelP1<-model.auto(vario_data, struct=melem.name(c(3)))
data_modelp2<-model.auto(vario_data, struct=melem.name(c(4)))

#VISUALIZACION ESPACIAL DE DATOS FORMA CLASS SPATIAL POINTS
ondq_sp<-SpatialPoints(ondq[,c("Este","Norte","Ondulacion")])
summary(ondq_sp)
plot(ondq_sp)

# VALIDACION CRUZADA DE LA ESTRUCTURA
# CREACION DE VECINDAD EN MOVIMIENTO
moving.neigh<-neigh.input(ndim=2)

#SELECCIONAR: OPCION:2 (PARA VECINDAD MÓVIL); MINIMO PUNTOS EN LA
#VECINDAD:8; MAXIMO PUNTOS EN LA VECINDAD:16; SECTORES: SI; NO. DE
#SECTORES:8; ANISOTROPIA: NO; RADIO DE BUSQUEDA: 15000 M.
moving.neigh

# CALCULO DE ERROR DE VALIDACION CRUZADA
data.db1 <- xvalid(ondqdb,data_model,moving.neigh)
data.db1

#HISTOGRAMA DE ERROR DE VALIDACION CRUZADA
hist(db.extract(data.db1, names=c("Xvalid.z1.esterr")), nclass=30, main="HISTOGRAMA ERROR
DE VALIDACION CRUZADA", xlab= "Error de validacion cruzada", col="blue")
```

```
# PREDICCIÓN CON KRIGING ORDINARIO
# CREACIÓN DE GRILLA (GRID) CON NÚMERO DE COLUMNAS y FILAS CONSIDERANDO
# LOS MÁXIMOS y MÍNIMOS DE LAS COORDENADAS X, Y y EL TAMAÑO DE CELDA
# DE LA GRILLA
grid.db <- db.grid.init(ondqdb, nodes=c(348,468))
grid.db

# PREDICCIÓN CON KRIGING ORDINARIO CON VECINDAD EN MOVIMIENTO
grid.db <- kriging(ondqdb,grid.db,data_model,moving.neigh,radix="KM.All")
grid.db

# VISUALIZACIÓN PRELIMINAR DE RESULTADOS DE PREDICCIÓN DE KRIGING ORDINARIO
plot(grid.db,name.image="KM.All.z1.estim", col=topo.colors(20), title = "Estimation - All Data
(Moving Neighborhood)")
plot(grid.db,name.contour="KM.All.z1.estim",nlevels=20,add=TRUE)

# EXPORTAR GRILLA GENERADA CON KRIGING A FORMATO ASCII PARA SER UTILIZADA
# EN SISTEMAS DE INFORMACIÓN GEOGRÁFICA
db.write(griddb1, filename="modeloquito.asc", must.noproj=TRUE, nogrid= TRUE, flag.calcul=
TRUE)
```

**ANEXO 10: MODELO DIGITAL DE ONDULACIÓN
GEOIDAL Y MODELO DIGITAL DE DESVIACIÓN
ESTÁNDAR DE ERROR DE PREDICCIÓN - QUITO
(FORMATO DIGITAL - SIG)**

ANEXO 11: ERROR MODELO QUITO - PUNTOS DE VALIDACIÓN

MUESTRA	ESTE_TMQ	NORTE_TMQ	ONDUL. OBSERV.	ONDUL. GEOESTA- DISTICA	ERRO MODELO
1	519971	9986493	27.425	27.337	0.088
2	505986	9967355	27.247	27.236	0.011
3	501848	9999465	27.303	27.305	-0.002
4	520384	9976489	27.669	27.679	-0.010
5	507310	9973876	27.359	27.233	0.126
6	505273	9979535	27.290	27.279	0.011
7	504405	9969001	27.268	27.256	0.012
8	520228	9978773	27.593	27.582	0.011
9	515914	9981865	27.179	27.193	-0.014
10	518440	9981209	27.389	27.413	-0.024
11	505721	9992613	27.204	27.205	-0.001
12	505645	9987479	27.279	27.298	-0.019
13	505159	9973980	27.336	27.323	0.013
14	498186	9991490	27.691	27.678	0.013
15	502539	9973940	27.367	27.369	-0.002
16	514776	9984597	27.076	27.045	0.031
17	491814	9968683	27.655	27.722	-0.067
18	506731	9981010	27.217	27.239	-0.022
19	497360	9977403	27.819	27.785	0.034
20	508404	9994358	27.164	27.148	0.016
21	504905	9975379	27.279	27.293	-0.014
22	506506	9979952	27.210	27.240	-0.030
23	497508	9988700	27.746	27.751	-0.005
24	511435	9981185	27.119	27.132	-0.013
25	492543	9969103	27.807	27.761	0.046
26	506321	9978981	27.233	27.195	0.038
27	501394	9966628	27.321	27.302	0.019
28	499453	9988585	27.699	27.667	0.032
29	508209	9987708	27.206	27.200	0.006
30	509233	9973814	27.251	27.211	0.040
31	520952	9996359	27.299	27.281	0.018
32	502856	9977928	27.390	27.375	0.015
33	518544	9990167	27.194	27.192	0.002
34	499095	9967830	27.483	27.446	0.037
35	506080	9992686	27.207	27.242	-0.035
36	499849	9990380	27.582	27.598	-0.016
37	518821	9984720	27.218	27.313	-0.095
38	501337	9958600	27.421	27.468	-0.047
39	500713	9976200	27.472	27.483	-0.011
40	513199	9975854	27.247	27.237	0.010
41	498575	9986100	27.683	27.682	0.001

42	503373	9972680	27.362	27.331	0.031
43	522095	9996010	27.277	27.372	-0.095
44	501378	9976910	27.459	27.487	-0.028
45	497075	9975876	27.662	27.665	-0.003
46	509241	9973807	27.234	27.211	0.023
47	516000	9984602	27.038	27.025	0.013
48	517661	9979774	27.350	27.362	-0.012
49	507892	9977752	27.104	27.144	-0.040
50	523815	9985696	27.745	27.720	0.025
51	501451	9986201	27.544	27.569	-0.025
52	499673	9962686	27.384	27.401	-0.017
53	512311	9981482	27.127	27.139	-0.012
54	504781	9977009	27.303	27.270	0.033
55	501412	9982475	27.490	27.530	-0.040
56	516171	9975320	27.384	27.400	-0.016
57	496562	9988030	27.700	27.743	-0.043
58	497273	9991355	27.694	27.733	-0.039
59	518657	9972336	27.690	27.697	-0.007
60	511036	9977973	27.158	27.154	0.004
61	504876	9999808	27.168	27.159	0.009
62	515826	9977417	27.285	27.289	-0.004
63	508695	9982300	27.159	27.154	0.005
64	493307	9960194	27.641	27.648	-0.007
65	504386	9967451	27.190	27.221	-0.031
66	497728	9974946	27.672	27.670	0.002
67	508463	9999607	27.048	27.069	-0.021
68	496394	9986876	27.836	27.856	-0.020
69	499491	9981046	27.713	27.622	0.091
70	507405	9982849	27.232	27.208	0.024
71	492842	9964564	27.673	27.695	-0.022
72	518223	9995693	27.114	27.122	-0.008
73	498177	9976141	27.684	27.689	-0.005
74	509363	9978765	27.155	27.165	-0.010
75	512744	9982861	27.097	27.148	-0.051
76	491783	9965605	27.691	27.721	-0.030
77	516700	9986471	27.149	27.097	0.052
78	499762	9956559	27.503	27.530	-0.027
79	493499	9966575	27.623	27.607	0.016
80	493440	9970500	27.809	27.820	-0.011
81	505137	9970444	27.278	27.288	-0.010
82	505831	9998079	27.125	27.168	-0.043
83	495588	9964198	27.562	27.563	-0.001
84	520129	9983904	27.405	27.407	-0.002
85	519432	9996258	27.147	27.181	-0.034
86	506688	9992388	27.344	27.304	0.040
87	492683	9967547	27.631	27.623	0.008
88	505258	9966617	27.279	27.246	0.033

ANEXO 12: SCRIPT ANÁLISIS GEOESTADISTICO - GUAYAQUIL

```

# CARGAR LIBRERIAS PARA ANALISIS GEOESTADISTICO
library(RGeostats)
library(Rcmdr)
library(sp)

# LEER UNA TABLA CON DATOS DE ONDULACION GEOIDAL DE GUAYAQUIL
ondg<-read.table("C:/TESIS Modelo/ANALISIS_R_GUAY/OND_GUAY.csv", sep=";", header=T)
head(ondg)
ondg

#ANALISIS EXPLORATORIO DE DATOS.
#CALCULO MEDIA, DESV. EST., QUANTILES, COEF. #DE VAR., ENTRE OTROS
numSummary(ondg[, "ONDULACION"], statistics=c("mean", "sd", "IQR", "quantiles", "cv",
"skewness", "kurtosis"), quantiles=c(0,.25,.5,.75,1), type="2")

# HISTOGRAMA ONDULACION GEOIDAL
with(ondg, Hist(ONDULACION, scale="frequency", col="blue", breaks=18))

# DIAGRAMA DE CAJA ONDULACION GEOIDAL(DETECCION DE VALORES ATIPICOS)
Boxplot( ~ ONDULACION, data=ondg, id.method="y")

# CREAR LA FORMA CLASS DB
ondgdb<-db.create(x1=ondg$ESTE, x2=ondg$NORTE, z1=ondg$ONDULACION)
ondgdb

# CALCULO VARIOGRAMA OMNIDIRECCIONAL.
vario_data<-vario.calc(ondgdb, dirvect=NA, lag=4300, toldis=0.5, tolang=90, nlag=11, calcul="vg")
vario_data

# DIBUJO VARIOGRAMA OMNIDIRECCIONAL
vario.plot(x=vario_data, add=FALSE)

# CALCULO NUBE VARIOGRAFICA
nube_va<-cloud.calc(ondgdb, dbout = NA, dirvect = NA, lagmax = 50000, varmax = 32, lagnb =
100, varnb = 100, toldis = 0.5, tolang = NA, opt.code = 0, tolcode = 0)

```

```

# GRAFICO NUBE VARIOGRAFICA
db.plot(nube_va, pos.x=1, pos.y=2, title = "NUBE VARIOGRAFICA", add = FALSE,reset=TRUE)

# AJUSTE DE VARIOGRAMA EXPERIMENTAL A VARIOGRAMA TEÓRICO, CON FUNCION
AUTOMODEL
#LAS ESTRUCTURAS BÁSICAS DE ENTRADA PARA EL MODELO DE GUAYAQUIL SON: 1:
#EFECTO PEPITA, 13: MODELO POTENCIA, 12: MODELO LINEAL, 8: MODELO J-BESSEL, 6:
#MODELO CARDINAL SINE
data_model<-model.auto(vario_data, struct=melem.name(c(1,13,12,8,6)))

#VISUALIZACION DE RESULTADOS DE FUNCION AUTOMODEL
str(data_model)

#VISUALIZACION ESPACIAL DE DATOS FORMA CLASS SPATIAL POINTS
ondg_sp<-SpatialPoints(ondg[,c("ESTE","NORTE","ONDULACION")])
summary(ondg_sp)
plot(ondg_sp)

# VALIDACION CRUZADA DE LA ESTRUCTURA
# CREACION DE VECINDAD EN MOVIMIENTO
moving.neigh<-neigh.input(ndim=2)

# SELECCIONAR: OPCION:2 (PARA VECINDAD MOVIL);
#MINIMO PUNTOS EN LA VECINDAD:8; MAXIMO PUNTOS EN LA VECINDAD:16
#SECTORES: SI; NO. DE SECTORES: 8; ANISOTROPIA: NO; RADIO DE BUSQUEDA: 30000 M.
moving.neigh

# CALCULO DE ERROR DE VALIDACION CRUZADA
data.db1 <- xvalid(ondgdb,data_model,moving.neigh)
data.db1

#HISTOGRAMA DE ERROR DE VALIDACION CRUZADA
hist(db.extract(data.db1, names=c("Xvalid.z1.esterr")), nclass=30, main="HISTOGRAMA ERROR
DE VALIDACION CRUZADA", xlab= "Error de validacion cruzada", col="blue")

# PREDICCION CON KRIGING ORDINARIO
# CREACION DE GRILLA (GRID) CON NUMERO DE COLUMNAS y FILAS CONSIDERANDO

```

```
#LOS MAXIMOS y MINIMOS DE LAS COORDENADAS X, Y y EL TAMAÑO DE CELDA DE LA  
#GRILLA
```

```
grid.db <- db.grid.init(ondgdb, nodes=c(599,866))
```

```
grid.db
```

```
# PREDICCCION CON KRIGING ORDINARIO CON VECINDAD EN MOVIMIENTO
```

```
grid.db <- kriging(ondgdb,grid.db,data_model,moving.neigh,radix="KM.All")
```

```
grid.db
```

```
# VISUALIZACION PRELIMINAR DE RESULTADOS DE PREDICCCION DE KRIGING ORDINARIO
```

```
plot(grid.db,name.image="KM.All.z1.estim", col=topo.colors(20), title = "Estimation - All Data  
(Moving Neighborhood)")
```

```
plot(grid.db,name.contour="KM.All.z1.estim",nlevels=20,add=TRUE)
```

```
# EXPORTAR GRILLA GENERADA CON KRIGING A FORMATO ASCII PARA SER UTILIZADA
```

```
#EN SISTEMAS DE INFORMACION GEOGRAFICA
```

```
db.write(grid.db, filename="modeloguayaquil.asc", must.noproj=TRUE, nogrid= TRUE, flag.calcul=  
TRUE)
```

**ANEXO 13: MODELO DIGITAL DE ONDULACIÓN
GEOIDAL Y MODELO DIGITAL DE DESVIACIÓN
ESTÁNDAR DE ERROR DE PREDICCIÓN - GUAYAQUIL
(FORMATO DIGITAL - SIG)**

ANEXO 14: ERROR MODELO GUAYAQUIL - PUNTOS DE VALIDACIÓN

MUESTRA	ESTE UTM	NORTE UTM	ONDUL. OBSERV.	ONDUL. GEOESTA-DISTICA	ERRO MODELO
1	598283	9746763	14.225	14.206	0.019
2	603066	9763275	17.345	17.301	0.044
3	607744	9766914	17.985	17.905	0.080
4	581683	9733592	11.583	11.461	0.122
5	605914	9778743	19.409	19.405	0.004
6	612656	9769622	18.486	18.537	-0.051
7	606408	9735053	12.954	12.964	-0.010
8	601222	9765660	17.506	17.555	-0.049
9	599416	9760494	16.572	16.603	-0.031
10	594643	9772553	18.236	18.226	0.010
11	612660	9774683	19.147	19.144	0.003
12	614316	9758381	17.072	17.066	0.006
13	594962	9766079	17.261	17.245	0.016
14	578479	9706232	9.747	9.742	0.005
15	601520	9760589	16.755	16.756	-0.001
16	580469	9738038	12.093	12.015	0.078
17	575372	9721643	10.352	10.379	-0.027
18	596444	9726301	11.057	11.067	-0.010
19	606326	9771131	18.531	18.515	0.016
20	614414	9774490	19.159	19.157	0.002
21	568648	9717477	10.479	10.474	0.005
22	569147	9727302	10.831	10.819	0.012
23	575389	9729696	10.749	10.815	-0.066
24	609396	9742642	14.424	14.419	0.005
25	596533	9730423	11.841	11.803	0.038
26	605079	9762002	17.248	17.195	0.053
27	583235	9738196	12.251	12.222	0.029
28	578738	9726481	10.467	10.591	-0.124
29	588612	9751439	14.314	14.297	0.017
30	586885	9761593	15.938	15.949	-0.011
31	588427	9767614	16.997	16.982	0.015
32	607914	9739284	13.738	13.737	0.001
33	602722	9752653	15.499	15.496	0.003

ANEXO 15: COMPARACIÓN MODELO GEOESTADÍSTICO

- EGM96 - EGM98 - QUITO

No.	ESTE_TMQ	NORTE_TMQ	ONDUL. OBSERV.	ONDUL. EGM96	ONDUL. EGM08	ONDUL. GEOST.	ERROR EGM96	ERROR EGM08	ERROR GEOEST
1	519971	9986493	27.425	25.772	26.792	27.337	1.653	0.633	0.088
2	505986	9967355	27.247	26.087	26.505	27.236	1.160	0.742	0.011
3	501848	9999465	27.303	25.265	27.027	27.305	2.038	0.276	-0.002
4	520384	9976489	27.669	25.989	26.991	27.679	1.680	0.678	-0.010
5	507310	9973876	27.359	25.940	26.551	27.233	1.419	0.808	0.126
6	505273	9979535	27.290	25.757	26.689	27.279	1.533	0.601	0.011
7	504405	9969001	27.268	26.003	26.535	27.256	1.265	0.733	0.012
8	520228	9978773	27.593	25.937	26.935	27.582	1.656	0.658	0.011
9	515914	9981865	27.179	25.862	26.647	27.193	1.317	0.532	-0.014
10	518440	9981209	27.389	25.884	26.776	27.413	1.505	0.613	-0.024
11	505721	9992613	27.204	25.491	26.860	27.205	1.713	0.344	-0.001
12	505645	9987479	27.279	25.591	26.819	27.298	1.688	0.460	-0.019
13	505159	9973980	27.336	25.890	26.590	27.323	1.446	0.746	0.013
14	498186	9991490	27.691	25.298	27.221	27.678	2.393	0.470	0.013
15	502539	9973940	27.367	25.821	26.671	27.369	1.546	0.696	-0.002
16	514776	9984597	27.076	25.794	26.597	27.045	1.282	0.479	0.031
17	491814	9968683	27.655	25.557	26.897	27.722	2.098	0.758	-0.067
18	506731	9981010	27.217	25.756	26.667	27.239	1.461	0.550	-0.022
19	497360	9977403	27.819	25.566	26.946	27.785	2.253	0.873	0.034
20	508404	9994358	27.164	25.513	26.744	27.148	1.651	0.420	0.016
21	504905	9975379	27.279	25.848	26.620	27.293	1.431	0.659	-0.014
22	506506	9979952	27.210	25.775	26.655	27.240	1.435	0.555	-0.030
23	497508	9988700	27.746	25.329	27.209	27.751	2.417	0.537	-0.005
24	511435	9981185	27.119	25.834	26.576	27.132	1.285	0.543	-0.013
25	492543	9969103	27.807	25.578	26.898	27.761	2.229	0.909	0.046
26	506321	9978981	27.233	25.794	26.644	27.195	1.439	0.589	0.038
27	501394	9966628	27.321	25.985	26.560	27.302	1.336	0.761	0.019
28	499453	9988585	27.699	25.397	27.138	27.667	2.302	0.561	0.032
29	508209	9987708	27.206	25.640	26.701	27.200	1.566	0.505	0.006
30	509233	9973814	27.251	25.978	26.544	27.211	1.273	0.707	0.040
31	520952	9996359	27.299	25.588	26.837	27.281	1.711	0.462	0.018
32	502856	9977928	27.390	25.732	26.744	27.375	1.658	0.646	0.015
33	518544	9990167	27.194	25.699	26.695	27.192	1.495	0.499	0.002
34	499095	9967830	27.483	25.876	26.658	27.446	1.607	0.825	0.037
35	506080	9992686	27.207	25.497	26.842	27.242	1.710	0.365	-0.035
36	499849	9990380	27.582	25.374	27.147	27.598	2.208	0.435	-0.016
37	518821	9984720	27.218	25.809	26.748	27.313	1.409	0.470	-0.095
38	501337	9958600	27.421	26.228	26.463	27.468	1.193	0.958	-0.047
39	500713	9976200	27.472	25.710	26.790	27.483	1.762	0.682	-0.011
40	513199	9975854	27.247	25.981	26.610	27.237	1.266	0.637	0.010
41	498575	9986100	27.683	25.418	27.119	27.682	2.265	0.564	0.001
42	503373	9972680	27.362	25.877	26.618	27.331	1.485	0.744	0.031
43	522095	9996010	27.277	25.591	26.879	27.372	1.686	0.398	-0.095
44	501378	9976910	27.459	25.713	26.779	27.487	1.746	0.680	-0.028
45	497075	9975876	27.662	25.592	26.925	27.665	2.070	0.737	-0.003
46	509241	9973807	27.234	25.978	26.544	27.211	1.256	0.690	0.023
47	516000	9984602	27.038	25.803	26.628	27.025	1.235	0.410	0.013
48	517661	9979774	27.350	25.915	26.754	27.362	1.435	0.596	-0.012
49	507892	9977752	27.104	25.856	26.586	27.144	1.248	0.518	-0.040
50	523815	9985696	27.745	25.770	27.066	27.720	1.975	0.679	0.025

51	501451	9986201	27.544	25.507	27.004	27.569	2.037	0.540	-0.025
52	499673	9962686	27.384	26.047	26.520	27.401	1.337	0.864	-0.017
53	512311	9981482	27.127	25.839	26.577	27.139	1.288	0.550	-0.012
54	504781	9977009	27.303	25.805	26.655	27.270	1.498	0.648	0.033
55	501412	9982475	27.490	25.586	26.915	27.530	1.904	0.575	-0.040
56	516171	9975320	27.384	26.015	26.742	27.400	1.369	0.642	-0.016
57	496562	9988030	27.700	25.308	27.223	27.743	2.392	0.477	-0.043
58	497273	9991355	27.694	25.269	27.249	27.733	2.425	0.445	-0.039
59	518657	9972336	27.690	26.092	26.952	27.697	1.598	0.738	-0.007
60	511036	9977973	27.158	25.904	26.566	27.154	1.254	0.592	0.004
61	504876	9999808	27.168	25.338	26.913	27.159	1.830	0.255	0.009
62	515826	9977417	27.285	25.963	26.694	27.289	1.322	0.591	-0.004
63	508695	9982300	27.159	25.766	26.626	27.154	1.393	0.533	0.005
64	493307	9960194	27.641	25.875	26.587	27.648	1.766	1.054	-0.007
65	504386	9967451	27.190	26.046	26.516	27.221	1.144	0.674	-0.031
66	497728	9974946	27.672	25.639	26.881	27.670	2.033	0.791	0.002
67	508463	9999607	27.048	25.419	26.797	27.069	1.629	0.251	-0.021
68	496394	9986876	27.836	25.325	27.203	27.856	2.511	0.633	-0.020
69	499491	9981046	27.713	25.557	26.954	27.622	2.156	0.759	0.091
70	507405	9982849	27.232	25.729	26.674	27.208	1.503	0.558	0.024
71	492842	9964564	27.673	25.720	26.726	27.695	1.953	0.947	-0.022
72	518223	9995693	27.114	25.597	26.729	27.122	1.517	0.385	-0.008
73	498177	9976141	27.684	25.626	26.889	27.689	2.058	0.795	-0.005
74	509363	9978765	27.155	25.859	26.576	27.165	1.296	0.579	-0.010
75	512744	9982861	27.097	25.813	26.578	27.148	1.284	0.519	-0.051
76	491783	9965605	27.691	25.641	26.781	27.721	2.050	0.910	-0.030
77	516700	9986471	27.149	25.767	26.638	27.097	1.382	0.511	0.052
78	499762	9956559	27.503	26.245	26.475	27.530	1.258	1.028	-0.027
79	493499	9966575	27.623	25.691	26.788	27.607	1.932	0.835	0.016
80	493440	9970500	27.809	25.581	26.921	27.820	2.228	0.888	-0.011
81	505137	9970444	27.278	25.982	26.542	27.288	1.296	0.736	-0.010
82	505831	9998079	27.125	25.391	26.875	27.168	1.734	0.250	-0.043
83	495588	9964198	27.562	25.849	26.655	27.563	1.713	0.907	-0.001
84	520129	9983904	27.405	25.825	26.838	27.407	1.580	0.567	-0.002
85	519432	9996258	27.147	25.589	26.779	27.181	1.558	0.368	-0.034
86	506688	9992388	27.344	25.516	26.809	27.304	1.828	0.535	0.040
87	492683	9967547	27.631	25.628	26.841	27.623	2.003	0.790	0.008
88	505258	9966617	27.279	26.091	26.500	27.246	1.188	0.779	0.033

ANEXO 16: COMPARACIÓN MODELO GEOESTADÍSTICO - EGM96 - EGM98 - GUAYAQUIL

No.	ESTE UTM	NORTE UTM	ONDUL. OBSERV.	ONDUL. EGM96	ONDUL. EGM08	ONDUL. GEOES- TADISTICO	ERROR EGM96	ERROR EGM08	ERROR GEOEST.
1	598283	9746763	14.225	14.664	13.282	14.206	-0.439	0.943	0.019
2	603066	9763275	17.345	16.775	16.496	17.301	0.570	0.849	0.044
3	607744	9766914	17.985	17.287	17.259	17.905	0.698	0.726	0.080
4	581683	9733592	11.583	12.708	11.108	11.461	-1.125	0.475	0.122
5	605914	9778743	19.409	18.392	18.745	19.405	1.017	0.664	0.004
6	612656	9769622	18.486	17.667	17.750	18.537	0.819	0.736	-0.051
7	606408	9735053	12.954	13.523	12.292	12.964	-0.569	0.662	-0.010
8	601222	9765660	17.506	16.998	16.829	17.555	0.508	0.677	-0.049
9	599416	9760494	16.572	16.361	15.797	16.603	0.211	0.775	-0.031
10	594643	9772553	18.236	17.557	17.697	18.226	0.679	0.539	0.010
11	612660	9774683	19.147	18.151	18.356	19.144	0.996	0.791	0.003
12	614316	9758381	17.072	16.490	16.207	17.066	0.582	0.865	0.006
13	594962	9766079	17.261	16.883	16.613	17.245	0.378	0.648	0.016
14	578479	9706232	9.747	10.043	9.738	9.742	-0.296	0.009	0.005
15	601520	9760589	16.755	16.426	15.934	16.756	0.329	0.821	-0.001
16	580469	9738038	12.093	13.187	11.468	12.015	-1.094	0.625	0.078
17	575372	9721643	10.352	11.342	10.447	10.379	-0.990	-0.095	-0.027
18	596444	9726301	11.057	12.255	10.957	11.067	-1.198	0.100	-0.010
19	606326	9771131	18.531	17.695	17.825	18.515	0.836	0.706	0.016
20	614414	9774490	19.159	18.161	18.350	19.157	0.998	0.809	0.002
21	568648	9717477	10.479	10.848	10.327	10.474	-0.369	0.152	0.005
22	569147	9727302	10.831	11.807	10.844	10.819	-0.976	-0.013	0.012
23	575389	9729696	10.749	12.164	10.874	10.815	-1.415	-0.125	-0.066
24	609396	9742642	14.424	14.498	13.442	14.419	-0.074	0.982	0.005
25	596533	9730423	11.841	12.697	11.246	11.803	-0.856	0.595	0.038
26	605079	9762002	17.248	16.679	16.370	17.195	0.569	0.878	0.053
27	583235	9738196	12.251	13.265	11.510	12.222	-1.014	0.741	0.029
28	578738	9726481	10.467	11.885	10.667	10.591	-1.418	-0.200	-0.124
29	588612	9751439	14.314	14.983	13.472	14.297	-0.669	0.842	0.017
30	586885	9761593	15.938	16.141	15.296	15.949	-0.203	0.642	-0.011
31	588427	9767614	16.997	16.859	16.544	16.982	0.138	0.453	0.015
32	607914	9739284	13.738	14.057	12.893	13.737	-0.319	0.845	0.001
33	602722	9752653	15.499	15.506	14.558	15.496	-0.007	0.941	0.003