

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

FACULTAD DE CIENCIAS

SIMULACIÓN DE UN SISTEMA DE TRANSPORTE PÚBLICO
CONSIDERANDO AGLOMERAMIENTOS, RETRASOS E
IRREGULARIDADES EN EL SERVICIO

PROYECTO PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO
MATEMÁTICO

FAUSTO ALEJANDRO AYALA BASTIDAS
alejo.ayalab@gmail.com

Director: RAMIRO DANIEL TORRES GORDILLO, PH.D.
ramiro.torres@epn.edu.ec

QUITO, NOVIEMBRE 2014

DECLARACIÓN

Yo FAUSTO ALEJANDRO AYALA BASTIDAS, declaro bajo juramento que el trabajo aquí escrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración cedo mis derechos de propiedad intelectual, correspondientes a este trabajo, a la Escuela Politécnica Nacional, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su reglamento y por la normatividad institucional vigente.

Fausto Alejandro Ayala Bastidas

CERTIFICACIÓN

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por FAUSTO ALEJANDRO AYALA BASTIDAS, bajo mi supervisión

Ramiro Daniel Torres Gordillo, Ph.D.
Director del Proyecto

AGRADECIMIENTOS

A mi tutor Ramiro Torres, por el tiempo y paciencia invertida en la revisión de este documento, a la EPN por acogerme en sus aulas, a todos mis profesores quienes fueron pilar de admiración y supieron inculcarme el amor por las matemáticas. Por último a mis compañeros de aula que con su amistad hicieron más llevadera la vida estudiantil.

DEDICATORIA

A mis queridos padres porque les debo todo y no sabré como pagarles, a mi hermana por su cariño y apoyo incondicional en los buenos y malos momentos de mi vida y a mi querido tío Edison que a pesar de no estar presente en vida, siempre esta conmigo.

Alejandro

El gran arquitecto parece ser un matemático; a aquellos que no saben matemáticas les resulta realmente difícil sentir la profunda belleza de la naturaleza.

Richard Feynman

Índice de contenido

Resumen	1
Abstract	2
1 Introducción	1
1.1 El tráfico vehicular	1
1.2 El Sistema Metrobús-Q	2
2 Conceptos básicos y recopilación bibliográfica	5
2.1 Distribución Exponencial	5
2.1.1 Pérdida de memoria	5
2.1.2 Generación de una variable aleatoria exponencial	6
2.2 Distribución de Poisson	7
2.2.1 Generación de una variable aleatoria de Poisson	7
2.3 Procesos estocásticos	9
2.3.1 Cadenas de Markov	11
2.3.2 Proceso de Poisson (homogéneo)	14
2.3.3 Proceso de Poisson no homogéneo	17
2.4 Modelos de transporte público	22
2.4.1 Modelo de microsimulación de tráfico urbano	23
2.4.2 Modelo de asignación de tránsito incorporando el efecto de aglomeración de buses	25
2.4.3 Modelo de asignación de tránsito en un corredor público asumiendo congestión debido al embarque y desembarque de pasajeros	28
2.4.4 Modelo de distribución de avance vehicular e irregularidades en el servicio	33
3 Formulación de un modelo de simulación para un sistema de transporte público	36
3.1 Estructura del modelo	36
3.1.1 Red de transporte	37

3.1.2	Líneas y Frecuencias	38
3.1.3	Matriz Origen-Destino (OD)	39
3.2	Modelo de simulación de operaciones de un sistema de transporte público	40
3.2.1	Aspectos del sistema	40
3.2.2	Supuestos del modelo	41
3.2.3	El modelo de simulación	43
3.3	Implementación computacional	49
3.3.1	Variables de la simulación	49
3.3.2	Funciones en la simulación	52
4	Análisis de Resultados	70
4.1	Antecedentes	70
4.2	Resultados de la simulación	71
4.2.1	Nivel de servicio	73
4.2.2	Irregularidades en el servicio	79
4.3	Escenarios de simulación	81
4.3.1	Análisis de demanda	81
4.3.2	Análisis de tiempos	83
5	Conclusiones y Recomendaciones	87
	Referencias	89

Índice de figuras

1.1	Sistema integrado de transporte masivo	3
2.1	Transformada inversa en distribución continua	6
2.2	Transformada inversa en distribución discreta	8
2.3	Probabilidades de transición	12
2.4	Propiedad pérdida de memoria	15
2.5	Tiempos de ocurrencia de eventos en un proceso de Poisson	15
2.6	Representación de una red de transporte	28
3.1	Red de transporte Trolebús	37
3.2	Líneas y frecuencias de Trolebús	38
3.3	Probabilidad de transición entre paradas	46
3.4	Algoritmo de simulación	48
4.1	Disponibilidad de flota por circuitos (sentido Norte-Sur)	72
4.2	Disponibilidad de flota por circuitos (sentido Sur-Norte)	72
4.3	Demanda de usuarios	73
4.4	Cobertura de demanda por hora	74
4.5	Cantidad de usuarios por viaje	75
4.6	Tiempo planificado vs tiempo de simulación	78
4.7	Tiempo de aglomeraciones	80
4.8	Tiempo de espera promedio en paradas	80
4.9	Tiempos promedios de viaje (variación de demanda y capacidad).	84
4.10	Tiempo de aglomeración (escenarios)	86

Índice de tablas

3.1	Horarios de Frecuencias del Trolebús	39
4.1	Tiempos promedios de viaje simulados por circuitos (viajes directos)	77
4.2	Tiempos promedios de viaje simulados por circuitos (viajes con transferencia)	77
4.3	Cobertura de demanda (sentido sur-norte)	82
4.4	Cobertura de demanda (sentido norte-sur)	82

Índice de algoritmos

1	Generación de una variable aleatoria exponencial	7
2	Generación de una variable aleatoria discreta	8
3	Generación de una variable aleatoria de Poisson	9
4	Generación de un proceso de Poisson homogéneo	16
5	Generación de un proceso de Poisson no homogéneo (Método 1)	21
6	Generación de un proceso de Poisson no homogéneo (Método 2)	22
7	Generación de una variable aleatoria triangular	44
8	Generación de demanda de pasajeros (matriz OD)	47

Resumen

Hoy en día el tráfico vehicular constituye uno de los problemas de mayor importancia dentro de las grandes ciudades alrededor del mundo, situación que se agrava al no contar con un sistema óptimo de transporte que cubra las necesidades de transportación de las personas en forma rápida, cómoda y segura. En el presente trabajo se aborda esta problemática para la ciudad de Quito desde la perspectiva de la simulación, bajo el objetivo de mejorar las condiciones actuales y obtener un sistema de transporte público que permita movilizar a los usuarios en el menor tiempo posible con estándares de alta calidad.

Se plantea un modelo de simulación de transporte público con aplicación al sistema Trolebús considerando aglomeraciones, retrasos e irregularidades en el servicio. La implementación computacional se realizó en el programa estadístico *RStudio* en base a datos reales del funcionamiento del sistema y considerando variaciones en el comportamiento de la demanda, la capacidad vehicular y cambios en el diagrama de marcha. De igual forma se realiza un análisis de los tiempos de viaje promedios que se realizan durante un día de servicio, incluyendo factores externos como semáforos, opciones de paso, etc.

Abstract

Today vehicular traffic is one of the major problems within large cities around the world, this situation is aggravated by not having an optimal transport system which the transportation satisfies demand in a fast, comfortable and safe way. In the present work this problem is addressed for Quito from a simulation perspective, under the objective to improve current conditions and to obtain an optimal public transportation system that allows to mobilize to the users in the fewest possible time with quality standards.

A simulation model for public transport system with application to the Trolebús system is considered, where crowding, delay and service irregularities are included. The computer implementation was carried out in RStudio assuming real data of the system functioning and considering the demand behavior, vehicular capacity and the changes in the time table. In the same way is performed a mean travel times analysis which are carry through during a service day, including external factors with traffic lights, step options, etc.

Capítulo 1

Introducción

1.1 El tráfico vehicular

Dado el continuo crecimiento poblacional y vehicular en las ciudades de mayor importancia alrededor del mundo, es necesario preguntarnos si dichas ciudades tienen suficiente capacidad vial, un sistema óptimo de transporte público para movilizarse de un sitio a otro en el menor tiempo posible o un sistema de coordinación de señales de tránsito. En muchos de los casos la falta de planificación es notoria debido a los altos niveles de congestión o tráfico vehicular, por lo que es necesario realizar un análisis que nos permita identificar de la mejor manera las principales debilidades que afectan la movilidad.

En nuestro país, una de las principales causas del aumento de la congestión vehicular surge de un mayor acceso a un automóvil por las facilidades de pago de concesionarias, así como la obtención de un crédito bancario, por lo que muchas de las personas, en especial aquellas que perciben ingresos medios, ven esta alternativa como una solución viable a fin de evitar el irrespeto y el mal servicio que existe en el transporte público. Otros factores que intervienen en este problema son la reducción en los precios de venta de automóviles nuevos así como una mayor oferta de autos usados, el crecimiento de la población y la escasa regulación de políticas estructuradas en el transporte urbano. Estudios demuestran que la ciudad de Quito es la de mayor parque automotor en el país. De acuerdo a un estudio de la Corpaire en el año 2000 existían 733.132 vehículos con un incremento anual de alrededor de 60.000 autos. El ritmo de crecimiento anual del parque automotor de la ciudad de Quito en el período 1995-1999 fue de 6 % anual, se espera que durante la década del 2000 se tenga un crecimiento similar [8].

Datos obtenidos del Anuario De Estadísticas De Transporte (INEC, 2008) [6] muestran que en el año 2008, se matricularon en el país 989.039 vehículos, 68.842 más que en el

2007, siendo las provincias de Pichincha, Guayas y Azuay las de mayor concentración vehicular que en conjunto representan el 53,2 % del total de automotores existentes en el país a ese año. Del total de vehículos que circulan en el país, se determina que el 96,4 % son automotores de uso particular, los que pertenecen al Estado el 0,5 % y los de uso Municipal, apenas el 0,1 %. En el año 2007 esta distribución se situó en 94,9 %, 0,8 % y 0,3 % respectivamente. Por otra parte se observa, que del total de vehículos que fueron matriculados en el 2008, los que más sobresalen son los automóviles y las camionetas con el 37,5 % y 24,5 % respectivamente; valores que en conjunto representan el 62,0 % del total de automotores a nivel nacional.

Esta realidad se evidencia con mayor problemática dentro del Distrito Metropolitano de Quito, donde se han realizado varios esfuerzos para aplacar esta problemática con medidas de restricción vehicular conocida como "Pico y Placa", la construcción y fortalecimiento de nuevas vías alternas y el proyecto de transporte público masivo como el Trolebús, Ecovía o el Metro de Quito cuyo funcionamiento se estima a partir del año 2016. A pesar de estos esfuerzos, el tráfico dentro de la ciudad de Quito no se ha visto reducido convirtiéndose en uno de los principales problemas a resolver.

De acuerdo a cifras presentadas en el Plan Maestro de Movilidad (PMM) para el Distrito Metropolitano de Quito (2009-2025) [16], el total de viajes que se producen diariamente es de 4.5 millones, de donde el 35 % corresponde a transporte privado (TPr) y el 65 % a transporte público (TP). Cabe destacar que, con la medida de "Pico y Placa" vigente desde el mes de mayo de 2010, la demanda de pasajeros del Trolebús se incrementa en un 7 %, lo que equivale a un aumento de alrededor de 16.834 pasajeros al día influenciando de forma directa en el confort de los usuarios [8]. De forma adicional, estudios indican que los viajes en TP disminuyen en una proporción promedio de 1,44 % anual, misma proporción que se ve incrementada en el TPr, relación que si permaneciese constante hasta el 2025 se tendría que aproximadamente el 59 % de los viajes se realizarían en transporte individual y solo el 41 % en transporte público. Esto representa que la demanda de viajes en TPr se incrementaría 4 veces, mientras que en TP apenas 1,5 veces. Esta situación se agrava si se considera distancias promedio de recorrido cuyo crecimiento se estima en 8,7 veces para el TPr y apenas 2,7 para el TP al año 2025 [16].

1.2 El Sistema Metrobús-Q

El servicio de transporte público constituye la principal forma de movilización dentro de la ciudad de Quito, de acuerdo a los datos del PMM la demanda del sistema integrado

Metrobús-Q al año 2008 asciende a un total de 600.000 pasajeros por día, representando un incremento del 27 % desde el año 2002. Esta cifra refleja cambios en la composición de uso del servicio de transporte público ya que se tiene una disminución del 8 % en el transporte convencional y un incremento del 300 % en el uso del sistema Metrobús-Q.

En la actualidad la Empresa Pública Metropolitana de Transporte de Pasajeros de Quito (EPMTPQ) es la encargada de administrar los tres corredores viales principales de la ciudad: Central Norte; Nor Oriental y Sur Oriental (Ecovía); y el corredor Central (Trolebús). Este sistema integrado es una red de líneas de transporte urbano que se enlazan entre sí mediante estaciones de transferencia y paradas de integración, lo cual permite a los usuarios diseñar su propia ruta y trasladarse a cualquier punto de la ciudad pagando un solo pasaje, beneficiando a la población de bajos recursos económicos que viven en los lugares más alejados de la ciudad (figura 1.1).

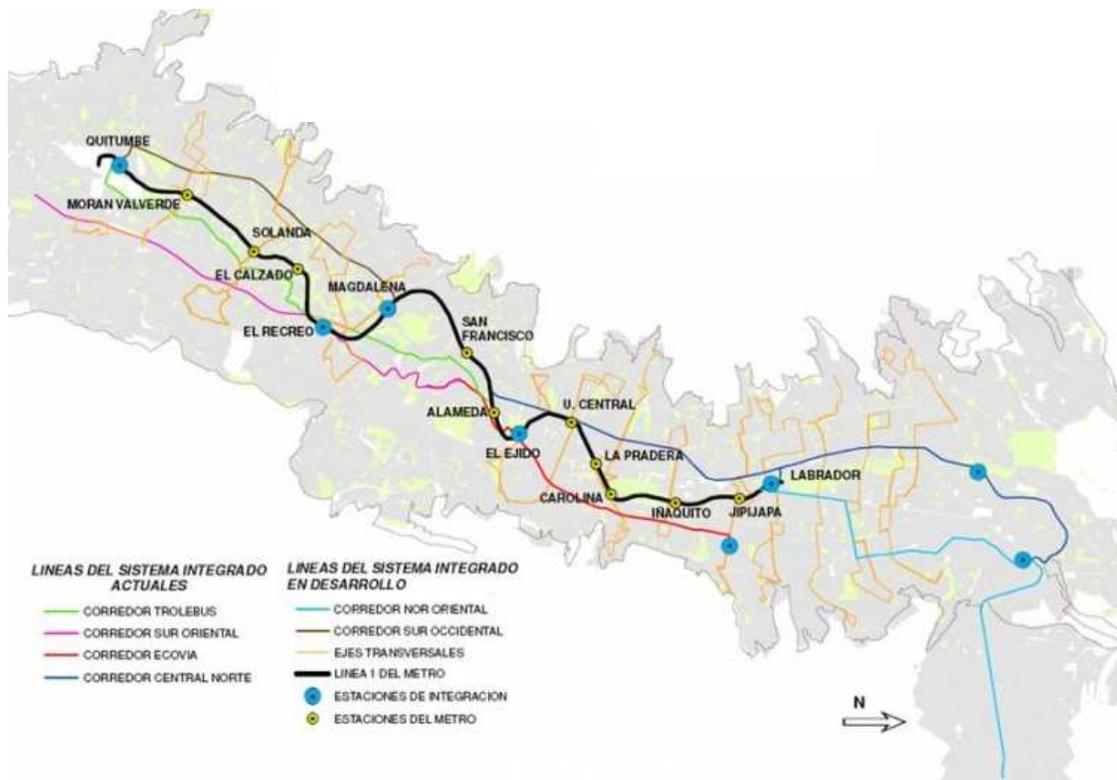


Figura 1.1: Sistema integrado de transporte masivo

El servicio del Corredor Central (Trolebús) mantiene una demanda aproximada de 250.000 pasajeros por día, lo que significa que el 13% de la población de Quito hace uso de este servicio. La principal razón de uso se da por la gran distancia de recorrido con un solo pasaje, aproximadamente 18.5 km entre los terminales de transferencia más lejanos, Quitumbe-La Y. Al constituirse en una de las principales arterias de movilización se debería contar con un sistema estructurado de transporte que cumpla con una

adecuada planificación de despacho vehicular, al igual que un sistema automatizado que permita al usuario transportarse de forma rápida, cómoda y segura, características que actualmente no posee el sistema.

El presente trabajo plantea abordar la problemática del transporte público centrado en el análisis del funcionamiento de la troncal del sistema Trolebús considerando a todas las paradas que se encuentran entre la terminal Quitumbe y la terminal La Y, a fin de establecer las aglomeraciones, retrasos e irregularidades en el servicio para poder plantear posibles mejoras en la planificación estratégica del sistema.

En los siguientes capítulos se describen conceptos básicos al igual que el marco teórico de simulación, enfocados en la generación de un modelo matemático que permita describir detalladamente el funcionamiento del sistema de transporte público acoplado al caso del Corredor Central-Trolebús.

Capítulo 2

Conceptos básicos y recopilación bibliográfica

El presente apartado tiene la finalidad de recoger los principales conceptos y resultados de la teoría estadística utilizados en la simulación de sistemas discretos, así como las ideas principales que caracterizan el arte de los modelos de simulación de sistemas de transporte.

2.1 Distribución Exponencial

Definición 2.1. [20] Una variable aleatoria T tiene distribución exponencial con parámetro λ , $T \sim \text{exp}(\lambda)$, si su función de distribución está dada por:

$$F_T(t) = P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}, \quad \forall t \geq 0$$

Su función de densidad $f_T(t)$ esta dada por:

$$f_T(t) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda t} & , \text{ para } t \geq 0 \\ 0 & , \text{ para } t < 0 \end{cases}$$

Adicionalmente su valor esperado esta dado por $E(T) = \frac{1}{\lambda}$ y su varianza $Var(T) = \frac{1}{\lambda^2}$.

2.1.1 Pérdida de memoria

Una de las principales propiedades que caracteriza a la distribución exponencial es la propiedad de pérdida de memoria, esto es, si T tiene una distribución $\text{exp}(\lambda)$, entonces para cualquier tiempo $s, t > 0$ se cumple que

$$P(T > t + s | T > s) = P(T > t) \tag{2.1}$$

La definición de probabilidad condicional permite demostrar la propiedad de pérdida de memoria.

$$P(T > t + s | T > s) = \frac{P(T > t + s)}{P(T > s)} = \frac{e^{-\lambda(t+s)}}{e^{-\lambda s}} = e^{-\lambda t} = P(T > t)$$

2.1.2 Generación de una variable aleatoria exponencial

Proposición 2.1 (Método de la transformada inversa). [19] Sea U una variable aleatoria uniforme en $(0,1)$. Para cualquier función de distribución continua F , invertible, la variable aleatoria T definida como

$$T = F_T^{-1}(U)$$

tiene distribución F . [F_T^{-1} se define como el valor t tal que $F_T(t) = U$]

Demostración. Sea F_T la función de distribución de $T = F_T^{-1}(U)$. Entonces

$$\begin{aligned} F_T(t) &= P\{T \leq t\} \\ &= P\{F^{-1}(U) \leq t\} \\ &= P\{F(F^{-1}(U)) \leq F(t)\} && F_T(t) \text{ es función monótona creciente de } t \\ &= P\{U \leq F(t)\} && \text{pues } F(F^{-1}(U))=U \\ &= F_T(t) && \text{pues } U \text{ es uniforme en } (0,1) \end{aligned}$$

□

Graficamente la transformada inversa de una distribución continua puede ser expresado de la siguiente forma.

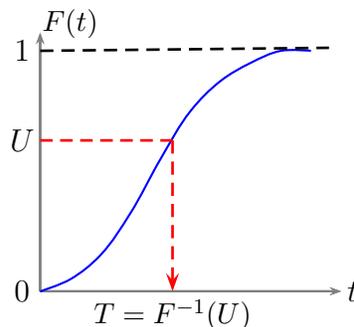


Figura 2.1: Transformada inversa en distribución continua

La figura 2.1 muestra que a partir de la generación de un número aleatorio U tal que $U \rightsquigarrow U[0, 1]$ y conociendo la función de distribución $F_T(t)$ es posible generar una v.a.

$T = F^{-1}(U)$ con una distribución dada, en este caso una v.a. exponencial.

Aplicando la proposición 2.1 para una función de distribución exponencial ($F_T(t) = 1 - e^{-\lambda t}$), se tiene que:

$$t = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - U)$$

Dado que el valor de $1-U$ también es uniforme en $(0,1)$, la expresión $-\ln(1-U)$ tiene la misma distribución que $-\ln(U)$, por lo tanto, una variable aleatoria exponencial T con razón λ (*media* = $1/\lambda$) se obtiene al generar un número aleatorio U y hacer

$$t = -\frac{1}{\lambda} \ln(U)$$

El algoritmo puede ser expresado como:

Require: Valor $\lambda > 0$.

Ensure: Variable aleatoria con distribución exponencial.

1: Generar un número aleatorio $U \rightsquigarrow U[0, 1]$.

2: Hacer $t = -\frac{1}{\lambda} \ln(U)$.

Algoritmo 1: Generación de una variable aleatoria exponencial

2.2 Distribución de Poisson

Definición 2.2. [19] Una variable aleatoria discreta X tiene distribución de Poisson con media λ , si toma valores $x \in \{0, 1, 2, \dots\}$, con probabilidad:

$$P(X = x) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}$$

Su valor esperado está dado por $E(X) = \lambda$ y su varianza $V(X) = \lambda$

2.2.1 Generación de una variable aleatoria de Poisson

Dada una variable aleatoria discreta X con función de probabilidad

$$P\{X = x_j\} = p_j, \quad \forall j = 0, 1, \dots, \sum_j p_j = 1$$

El método de la transformada inversa discreta [19] propone que a partir de la generación de un número aleatorio U distribuido uniformemente en $(0,1)$, se puede encontrar un valor de la variable aleatoria X , expresado mediante la siguiente fórmula:

$$X = \begin{cases} X_0 & \text{si } U < p_0 \\ X_1 & \text{si } p_0 \leq U < p_0 + p_1 \\ \vdots & \\ X_j & \text{si } \sum_{i=1}^{j-1} p_i \leq U < \sum_{i=1}^j p_i \\ \vdots & \end{cases}$$

Lo expuesto anteriormente puede ser escrito en forma de algoritmo [19]:

Require: Función de probabilidad $P\{X = x_j\}$.

Ensure: Variable aleatoria discreta.

- 1: Generar un número aleatorio $U \rightsquigarrow U[0, 1]$.
- 2: Si $U < p_0$ hacer $X = x_0$ y terminar
- Si $U < p_0 + p_1$ hacer $X = x_1$ y terminar
- Si $U < p_0 + p_1 + p_2$ hacer $X = x_2$ y terminar
- \vdots

Algoritmo 2: Generación de una variable aleatoria discreta

Gráficamente puede ser expresado como:

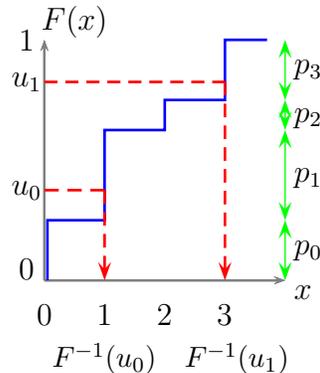


Figura 2.2: Transformada inversa en distribución discreta

Para el uso del método de la transformada inversa en la generación de una variable aleatoria de Poisson es necesario aplicar la siguiente fórmula recursiva:

$$p_{i+1} = \frac{\lambda}{i+1} p_i \quad i \geq 0$$

El siguiente algoritmo [19] permite la generación de una variable aleatoria Poisson con media λ , donde:

i se refiere al valor X en cuestión,

$P = p_i$ es la probabilidad de que X sea igual a i , es decir, $P(X = i)$,

$F = F(i)$ es la probabilidad de que X sea menor o igual a i , es decir, $P(X \leq i)$.

Require: Valor $\lambda > 0$.

Ensure: Variable aleatoria con distribución de Poisson con parámetro λ .

1: Generar un número aleatorio $U \rightsquigarrow u[0, 1]$.

2: $i=0, F = p = e^{-\lambda}$.

3: **while** $F \leq U$ **do**

4: $p = \frac{\lambda p}{1+i}$.
 $F = F + p$.
 $i = i + 1$.

5: **end while**

6: $X = i$.

Algoritmo 3: Generación de una variable aleatoria de Poisson

La interpretación de este algoritmo se basa en la verificación de si el valor de U se encuentra en $\sum_{j=1}^{i-1} p_j \leq U < \sum_{j=1}^i p_j$ entonces la variable X toma el valor de i . Así, para el caso de que $U < e^{-\lambda} = p_0$ se tiene que $i = 0$, por tanto $X = 0$. Caso contrario el paso 4 calcula p_1 verificando nuevamente la desigualdad $U < p_0 + p_1$ mediante la fórmula recursiva y actualizando el valor de F , que para este caso es $F = p_0 + p_1$, el cual asigna el valor de $X = 1$. El algoritmo continua mientras $F \leq U$.

2.3 Procesos estocásticos

Se considera como proceso estocástico (PE) a una sucesión de variables aleatorias que evolucionan aleatoriamente de forma total o parcial en función de otra variable, es decir, se lo puede identificar como una sucesión de v.a. $\{X_t, t \geq 0\}$ donde el subíndice indica el instante de tiempo (o espacio) correspondiente.

Si consideramos que los instantes de tiempo en los que se hallan definidos las v.a. son de carácter continuo diremos que un proceso estocástico es una familia de v.a. $\{X_t, t \in \mathbb{R}^+\}$. Además, es posible tomar como espacio parametral el conjunto discreto $T = \{0, 1, 2, \dots\}$. En este caso se dice que el proceso es a tiempo discreto y se denotará por $\{X_t, t \in T\}$

Formalmente un proceso estocástico se define como:

Definición 2.3 (Proceso Estocástico). [13] Dado el espacio de probabilidad (Ω, α, P) de modo que para todo $t \in T \subset \mathbb{R}$ fijo

$$\begin{aligned} X_t : (\Omega, \alpha, P) &\longrightarrow \mathbb{R} \\ \omega &\longmapsto X_t(\omega) \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

donde los elementos $\omega \in \Omega$ representa los posibles resultados aleatorios de la observación del experimento, llamados también sucesos elementales del espacio muestral Ω , P es la función que asigna a los ω su probabilidad de ocurrencia $P(\omega)$, y α es la colección de todos los sucesos aleatorios de Ω a los que se puede asignar de modo consistente un valor de probabilidad.

Además, dependiendo de las propiedades probabilísticas de las variables aleatorias, podemos presentar algunos procesos estocásticos que serán usados en las secciones siguientes.

Definición 2.4 (Función de Autocovarianzas). [13] Dado $\{X_t$ tal que $t \in T\}$ se llama función de autocovarianzas a la función:

$$\gamma(r, s) = Cov(X_r, X_s) = E[(X_r - E(X_r)) \cdot (X_s - E(X_s))] \text{ donde } r, s \in T.$$

Definición 2.5 (Proceso estacionario débil). [13] Un proceso X_t , tal que $E(X_t^2) < \infty \forall t \in T$, es un proceso estacionario débil si:

1. $E(X_t) = m, \forall t \in T$.
2. $\gamma(r, s) = \gamma(r + t, s + t), \forall r, s, t \in T$.

Esto implica, también, que $Var(X_t)$ es constante para todo $t \in T$.

Definición 2.6 (Proceso estacionario estricto). [13] Un proceso $\{X_t$ con $t \in T\}$, tal que $E(X_t^2) < \infty \forall t \in T$, es un proceso estacionario estricto si $\forall n \in N, \forall h \in T$ y para todo $\{t_1, t_2, \dots, t_n\} \in T$ las v.a $(X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_n})$ tienen la misma distribución conjunta que $(X_{t_1+h}, X_{t_2+h}, \dots, X_{t_n+h})$.

A manera general se tiene que:

$$P. E. \text{ estricto} \Rightarrow P. E. \text{ débil, pero no al contrario}$$

Definición 2.7. [13] Se dice que un proceso $\{X_t$ tal que $t \in T\}$ es de incrementos independientes si $\forall n \in N, \forall t_1, \dots, t_n \in T$, con $t_1 < \dots < t_n$ las variables aleatorias

$$\begin{aligned} y_1 &= X_{t_2} - X_{t_1} \\ y_2 &= X_{t_3} - X_{t_2} \\ &\dots \\ y_{n-1} &= X_{t_n} - X_{t_{n-1}} \end{aligned}$$

son independientes.

2.3.1 Cadenas de Markov

Previo a la definición de una cadena de Markov es necesario conocer que es un proceso markoviano. Diremos que los procesos estocásticos markovianos [13] se caracterizan por la distribución de X_{n+1} que sólo depende de la distribución de X_n y no de las anteriores (X_{n-1}, X_{n-2}, \dots), es decir, el estado futuro del proceso, sólo depende del estado presente, y no del resto de estados pasados.

Formalmente se expresa como:

$$\forall n \in \mathbb{N} \text{ y } \forall t_1 < \dots < t_n$$

$$P\{X_{t_n} \leq x_n | X_{t_1} \leq x_1, X_{t_2} \leq x_2, \dots, X_{t_{n-1}} \leq x_{n-1}\} = P\{X_{t_n} \leq x_n | X_{t_{n-1}} \leq x_{n-1}\}$$

Cuando el espacio de estados es discreto, entonces se puede escribir como:

$$P\{X_{t_n} = x_n | X_{t_1} = x_1, X_{t_2} = x_2, \dots, X_{t_{n-1}} = x_{n-1}\} = P\{X_{t_n} = x_n | X_{t_{n-1}} = x_{n-1}\}$$

A esta última igualdad se la conoce como **propiedad markoviana**

La propiedad markoviana es equivalente a establecer una probabilidad condicional de cualquier “evento” futuro, dado cualquier “evento” pasado, es decir, el estado actual X_{t_n} , es independiente del evento pasado y sólo depende del estado actual del proceso.

Definición 2.8 (Cadenas de Markov). [14] *Una cadena de Markov es un proceso estocástico a tiempo discreto $\{X_n : n = 0, 1, \dots\}$, con espacio de estados discreto E , y que satisface la propiedad markoviana.*

Para modelar un problema como una cadena de Markov es necesario definir las siguientes componentes:

- Tiene un conjunto finito de M estados.
- Ciclo de markov (“paso”): periodo de tiempo que sirve de base para examinar las transiciones entre estados (ejemplo, un mes).
- Probabilidades de transición entre estados, en un ciclo (matriz P).
- Distribución inicial del sistema entre los M estados posibles.

Sean i y j dos estados de una cadena de Markov, se define la probabilidad de transición como la probabilidad de ir del estado i al estado j en n unidades de tiempo y se representa como:

$$P_{ij}^{(n)} = P(X_n = j \mid X_0 = i)$$

En el caso de que la probabilidad de transición sea de un paso se omite el superíndice "n". Gráficamente puede ser representada como:

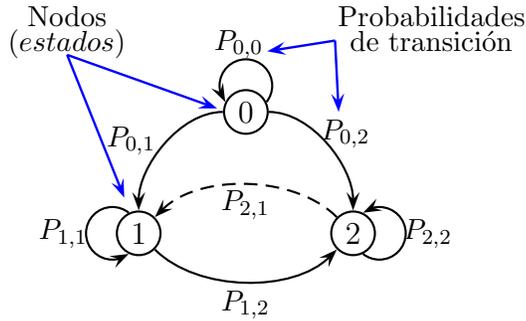


Figura 2.3: Probabilidades de transición

La ley de probabilidad condicional de una cadena de Markov puede ser representada mediante la llamada matriz de probabilidades de transición P , o matriz de la cadena.

La matriz de transición es una matriz cuadrada cuya dimensión depende de los estados que tenga el sistema $|E|$, donde los elementos representan la probabilidad de que el estado actual i en el tiempo t (fila) pase a un estado j (columna) en el tiempo $t+1$.

$$P = \begin{pmatrix} p_{0,0} & p_{0,1} & \cdots & p_{0,j} & \cdots \\ p_{1,0} & p_{1,1} & \cdots & p_{1,j} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ p_{i,0} & p_{i,1} & \cdots & p_{i,j} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix}$$

Proposición 2.2. [14] La matriz de probabilidades de transición $P = (p_{ij})$ cumple las siguientes propiedades

- 1) $p_{ij} \geq 0$
- 2) $\sum_{j=1} p_{ij} = 1$

Demostración. La primera condición es evidente a partir del hecho que estos números son probabilidades. Para la segunda propiedad observamos primero que se cumple la descomposición disjunta:

$$\Omega = \bigcup_j (X_1 = j)$$

Por lo tanto, para cualquiera de los estados i y j ,

$$1 = P(\bigcup_j (X_1 = j) \mid X_0 = i) = \sum_j P(X_1 = j \mid X_0 = i) = \sum_j p_{ij}$$

□

Esto último significa que a partir de cualquier estado i con probabilidad uno la cadena pasa necesariamente a algún elemento del espacio de estados al siguiente momento. En general toda matriz cuadrada que cumpla estas dos propiedades se dice que es una matriz estocástica.

Por otra parte, se dice que un estado i es recurrente si la probabilidad de eventualmente regresar a i , partiendo de i , es uno, es decir, si

$$P(X_n = i \text{ para algún } n \geq 1 \mid X_0 = i) = 1$$

Un estado que no es recurrente se llama transitorio, y su probabilidad es estrictamente menor a 1.

Un estado i es considerado absorbente si la probabilidad $p_{ii} = 1$, de forma que cada vez que la cadena alcance el estado i permanece ahí para siempre, un estado absorbente es por definición un estado recurrente. En ese sentido diremos que una cadena de Markov con conjunto de estados finito es absorbente si cumple las dos condiciones siguientes:

- i) La cadena tiene al menos un estado absorbente.
- ii) De cualquier estado no absorbente se accede a algún estado absorbente.

Si denotamos como A al conjunto de todos los estados absorbentes y a su complemento como D , tenemos los siguientes resultados:

- Su matriz de transición siempre se puede llevar a una de la forma

$$P = \begin{pmatrix} Q & R \\ 0 & I \end{pmatrix}$$

donde la submatriz Q corresponde a las probabilidades de transición entre los estados del conjunto D , I es la matriz identidad, 0 es la matriz nula y R es una submatriz con las probabilidades de transición entre los estados D y los estados A .

- $P(X_n = j \text{ para algún } n < \infty \mid X_0 = i) = 1 \forall i \in D, \forall j \in A$, esto es, no importa en donde se encuentre la cadena, eventualmente terminará en un estado absorbente.

Mayor detalle teórico de cadenas de Markov se puede encontrar en el capítulo 3 del documento *Introducción a los procesos estocásticos* [14].

2.3.2 Proceso de Poisson (homogéneo)

Definición 2.9. [20] Un proceso estocástico $\{N(t), t \geq 0\}$ se dice que es un proceso de conteo si $N(t)$ representa el número total de eventos que ocurrieron hasta el tiempo t . Un proceso de conteo $N(t)$ debe satisfacer:

i) $N(0) = 0$.

ii) $N(t)$ es un valor entero.

iii) Si $s < t$, entonces $N(s) \leq N(t)$.

iv) Para $s < t$, $N(t) - N(s)$ es igual al número de eventos que ocurren en el intervalo $(s, t]$.

Ejemplos de eventos pueden ser el número de llamadas a una central telefónica, el número de llegadas de clientes a una tienda, etc.

Definición 2.10. [20] Un proceso de conteo $\{N(t), t \geq 0\}$ constituye un proceso de Poisson con razón λ , $\lambda > 0$, si:

i) $N(0) = 0$.

ii) El proceso tiene incrementos independientes.

iii) El número de eventos en cualquier intervalo de longitud t tiene una distribución de Poisson con media λt . Esto es, $\forall s, t \geq 0$

$$P\{N(t+s) - N(s) = n\} = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^n}{n!} \quad n = 0, 1, \dots$$

A partir de iii) el proceso de Poisson tiene incrementos estacionarios y además $E[N(t)] = \lambda t$, lo cual explica porque λ es llamada la tasa del proceso.

Gracias a la propiedad de pérdida de memoria de la distribución exponencial sabemos que se cumple la ecuación 2.1 lo que nos permite establecer que al condicionar el evento $(T > s)$, la variable $T - s$ sigue teniendo distribución $exp(\lambda)$, es decir, que para un valor $s \geq 0$ fijo, todos los tiempos de interarribo a partir de s , incluyendo el primero, siguen teniendo distribución $exp(\lambda)$, y por lo tanto el proceso de conteo de eventos a partir del tiempo s es un proceso de Poisson.

Gráficamente puede ser expresado como:

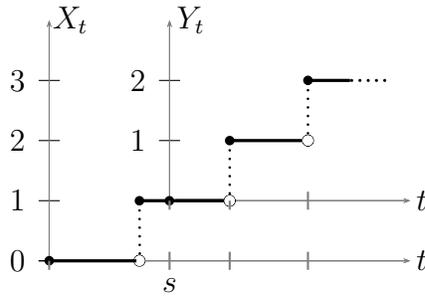


Figura 2.4: Propiedad pérdida de memoria

Al considerar un proceso de Poisson de parámetro λ $\{N_t : t \geq 0\}$, su trayectoria puede considerarse mediante la gráfica $(t, N_t(w))$, creciente, constante por partes con límite por la izquierda tal que $N(0) = 0$. Denotaremos T_1 como el tiempo del primer evento y para valores $n > 1$ se considerará T_n como el tiempo transcurrido entre el $(n-1)$ -ésimo y el n -ésimo evento.

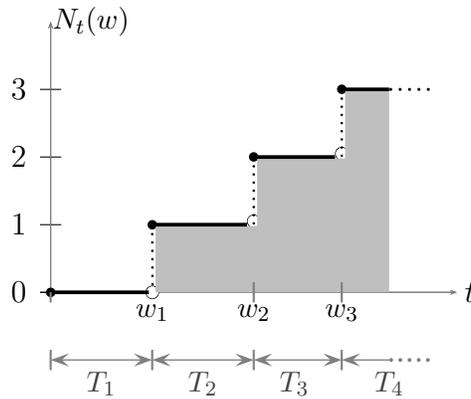


Figura 2.5: Tiempos de ocurrencia de eventos en un proceso de Poisson

La sucesión $\{T_n, n = 1, 2, 3, \dots\}$ se conoce como *la sucesión de tiempos entre llegadas*, cuya distribución se determina de la siguiente manera:

Si $T_1 > t$, entonces se tiene que ningún evento ocurre en el intervalo $[0, t]$.

$$P\{T_1 > t\} = P\{N(t) = 0\} = e^{-\lambda t}$$

Por lo tanto, T_1 sigue una distribución exponencial con media $\frac{1}{\lambda}$. Para el caso de T_2 se tiene que:

$$\begin{aligned} P\{T_2 > t/T_1 = s\} &= P\{0 \text{ eventos ocurran en } (s, s+t)/T_1 = s\} \\ &= P\{0 \text{ eventos ocurran en } (s, s+t)\} \\ &= P\{N(s+t) - N(s) = 0\} \\ &= e^{-\lambda t} \end{aligned}$$

las 3 últimas ecuaciones son consecuencia de los incrementos independientes y estacionarios. Por tanto también se concluye que T_2 también es una variable exponencial con media $1/\lambda$. El mismo análisis puede ser extendido para T_n , con $n > 2$.

Con esto se concluye que $T_n, n = 1, 2, \dots, n$ son v.a.i.i.d. con distribución exponencial con media $\frac{1}{\lambda}$. Este resultado es importante para el proceso de simulación.

Simulación de un proceso de Poisson homogéneo

Una forma de producir un proceso de Poisson con función de intensidad igual a λ es mediante la generación de los tiempos entre llegadas de los distintos eventos, los que han sido demostrados como variables aleatorias independientes con una distribución exponencial.

Si generamos n números aleatorios U_1, U_2, \dots, U_n y calculamos $T_j = -\frac{1}{\lambda} \ln U_j$, donde T_j representa el tiempo entre (j-1)-ésimo y el j-ésimo evento de un proceso de Poisson, se tiene que el tiempo real en el que ocurre el j-ésimo evento es igual a la suma de los primeros j tiempos inter-arribos. Los valores de los j primeros tiempos de los eventos se pueden considerar como:

$$S_j = \sum_{i=1}^j T_i \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Usando la observación anterior, si deseamos generar los primeros T unidades de tiempo de un proceso de Poisson con razón λ , se puede hacer uso del siguiente algoritmo [19]:

Require: Un horizonte de tiempo T y una tasa $\lambda > 0$.

Ensure: Proceso de Poisson con tasa λ .

- 1: $t \leftarrow 0, I \leftarrow 0$.
- 2: Generar un número aleatorio $U \rightsquigarrow u[0, 1]$.
- 3: Calcular $X = -\frac{1}{\lambda} \ln(U)$
- 4: **while** $t + X \leq T$ **do**
- 5: $t \leftarrow t + X$
 $I \leftarrow I + 1$
 $S(I) \leftarrow t$
 Generar $U \rightsquigarrow u[0, 1]$
 $X = -\frac{1}{\lambda} \ln(U)$.
- 6: **end while**

Algoritmo 4: Generación de un proceso de Poisson homogéneo

Donde: t es el tiempo.

I es el número de eventos que han ocurrido hasta el instante t .

$S(I)$ tiempo en el que ocurre el evento I.

De esta manera el valor final de I representa el número total de eventos ocurridos hasta el instante T, mientras que los valores de $S(1), S(2), \dots, S(I)$ serán los tiempos de ocurrencia de cada uno de los eventos en orden creciente.

2.3.3 Proceso de Poisson no homogéneo

La hipótesis de un proceso de Poisson homogéneo es que todos los eventos tienen la misma probabilidad de ocurrencia en intervalos de igual longitud. La generalización de este proceso concluye en lo que se conoce como proceso de Poisson no homogéneo o no estacionario, es decir, los eventos ocurren aleatoriamente de acuerdo a una función de intensidad que depende del tiempo. Al igual que el caso homogéneo, $N(t)$ denota el proceso de conteo.

Definición 2.11. [20] *El proceso de conteo $\{N(t), t \geq 0\}$ es un proceso de Poisson no homogéneo con función de intensidad $\lambda(t), t \geq 0$, si*

i) $N(0)=0$.

ii) $\{N(t), t \geq 0\}$ tiene incrementos independientes,

iii) $P\{N(t+h) - N(t) \geq 2\} = o(h) \Leftrightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{P\{\text{dos o más eventos entre } t \text{ y } t+h\}}{h} = 0$,

iv) $P\{N(t+h) - N(t) = 1\} = \lambda(t)h + o(h) \Leftrightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{P\{1 \text{ evento entre } t \text{ y } t+h\}}{h} = \lambda(t)$,

donde la función $\lambda(t)$ es la función de intensidad que depende de t. Si $\lambda(t) \equiv \lambda$, el proceso no homogéneo se transforma en un proceso de Poisson usual.

Sabemos que una función $f(\cdot)$ se dice que es de $o(h)$ si

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h)}{h} = 0$$

Sea la función $m(t)$ definida por:

$$m(t) = \int_0^t \lambda(s) ds \quad t \geq 0$$

la función de valor medio de un proceso de Poisson no homogéneo, de donde se tiene que $N(t+s) - N(t)$ es una variable aleatoria que tiene distribución de Poisson con media $m(t+s) - m(t) = \int_s^{t+s} \lambda(s) ds$

Algunos resultados importantes en relación a este tipo de procesos y que son importantes para el diseño de algoritmos de simulación pueden ser mencionados.

Proposición 2.3. [20] *Si se considera la ocurrencia de ciertos eventos de un proceso de Poisson con razón λ , y también que, independientemente de lo que haya sucedido antes, un evento que ocurre en el instante t es contado con probabilidad $p(t)$. Entonces, el proceso de eventos contados $\{N_c(t), t \geq 0\}$ es un proceso de Poisson no homogéneo con función de intensidad $\lambda(t) = \lambda p(t)$*

Demostración.

i) $N_c(0) = 0$

ii) El número de eventos contados en $(s, s + t)$ depende únicamente del número de eventos de un proceso de Poisson en $(s, s + t)$, lo cual es independiente de lo ocurrido con anterioridad al tiempo s . Consecuentemente, el número de eventos contados en $(s, s + t)$ es independiente del proceso de eventos contados antes de s , estableciéndose la propiedad de incrementos independientes.

iii) Sea $N_c(t, t + h) = N_c(t + h) - N_c(t)$, con una definición similar de $N(t, t + h)$

$$P\{N_c(t, t + h) \geq 2\} \leq P\{N(t, t + h) \geq 2\} = o(h)$$

iv) Para calcular $P\{N_c(t, t + h) = 1\}$, se condiciona sobre $N(t, t + h)$.

$$\begin{aligned} P\{N_c(t, t + h) = 1\} &= P\{N_c(t, t + h) = 1 \mid N(t, t + h) = 1\}P\{N(t, t + h) = 1\} \\ &\quad + P\{N_c(t, t + h) = 1 \mid N(t, t + h) \geq 2\}P\{N(t, t + h) \geq 2\} \\ &= P\{N_c(t, t + h) = 1 \mid N(t, t + h) = 1\}\lambda h + o(h) \\ &= p(t)\lambda h + o(h) \\ &= \lambda(t)h + o(h) \end{aligned}$$

□

Proposición 2.4. [20] *Sea $\{N(t), t \geq 0\}$, y $\{M(t), t \geq 0\}$, procesos de Poisson independientes no homogéneos, con función de intensidad $\lambda(t)$ y $\mu(t)$ respectivamente, y $N^*(t) = N(t) + M(t)$ entonces se tiene que:*

a) $\{N^*(t), t \geq 0\}$ es un proceso de Poisson no homogéneo con función de intensidad $\lambda(t) + \mu(t)$.

b) Dado que un evento del proceso $N^*(t)$ ocurre en el instante t entonces, independientemente de lo que haya ocurrido antes de t , un evento en t viene del proceso $N(t)$ con probabilidad $\lambda(t)/(\lambda(t) + \mu(t))$.

Demostración. Para verificar la parte (a), que $\{N^*(t), t \geq 0\}$ es un proceso de Poisson no homogéneo con función de intensidad $\lambda(t) + \mu(t)$, argumentaremos que cumple con los axiomas de un proceso de Poisson no homogéneo.

i) $N^*(0) = N(0) + M(0) = 0$

ii) Para verificar los incrementos independientes, se define $I_1 \dots I_n$ como intervalos que no se intersecan, adicionalmente se define a $N(I)$ y $M(I)$ como el número de eventos provenientes del proceso $\{N(t)\}$ y $\{M(t)\}$ respectivamente que se encuentran en el intervalo I . Dado que cada proceso de conteo tiene incrementos independientes, y los 2 procesos son independientes uno de otro, se tiene que $N(I_1), \dots, N(I_n), M(I_1), \dots, M(I_n)$ son todos independientes, y por lo tanto se tiene que $N(I_1) + M(I_1), \dots, N(I_n) + M(I_n)$, lo que implica que $\{N^*(t), t \geq 0\}$ también tiene incrementos independientes.

iii) Con el fin de que haya por lo menos dos eventos del proceso N^* entre t y $t + h$, una de las 3 posibilidades siguientes debe ocurrir: Hay al menos 2 eventos del proceso N entre t y $t + h$; hay al menos 2 eventos del proceso M entre t y $t + h$; o ambos procesos tienen exactamente un evento entre t y $t + h$. Cada una de las 2 primeras posibilidades puede ocurrir con probabilidad $o(h)$, mientras que la última ocurre con probabilidad $(\lambda(t)h + o(h))(\mu(t)h + o(h)) = o(h)$. Entonces se tiene que,

$$P\{N^*(t, t + h) - N^*(t) \geq 2\} \leq o(h)$$

iv) Con la finalidad de que exactamente ocurra un evento del proceso N^* entre t y $t + h$, se tiene que debe darse un evento del proceso N y 0 eventos del proceso M , o viceversa, es decir, son eventos mutuamente excluyentes. La primera posibilidad ocurre con probabilidad

$$\begin{aligned} P\{N(t, t + h) = 1, M(t, t + h) = 0\} &= P\{N(t, t + h) = 1\}P\{M(t, t + h) = 0\} \\ &= (\lambda(t)h + o(h))(1 - \mu(t)h + o(h)) \\ &= \lambda(t)h + o(h) \end{aligned}$$

De forma similar, la segunda posibilidad ocurre con probabilidad

$$P\{N(t, t + h) = 0, M(t, t + h) = 1\} = \mu(t)h + o(h)$$

obteniéndose que

$$P\{N^*(t + h) - N^*(t) = 1\} = (\lambda(t) + \mu(t))h + o(h)$$

Para comprobar la parte (b), se tiene que los incrementos independientes ocurridos por el proceso al tiempo t es independiente de lo que ocurrió antes de t . Para encontrar la probabilidad condicional que el evento en el tiempo t proviene de un proceso N , tenemos que

$$\begin{aligned}
 P\{N(t, t+h) = 1 \mid N^*(t, t+h) = 0\} &= \frac{P\{N(t, t+h) = 1, M(t, t+h) = 0\}}{P\{N^*(t, t+h) = 1\}} \\
 &= \frac{\lambda(t)h + o(h)}{(\lambda(t) + \mu(t))h + o(h)} \\
 &= \frac{\lambda(t) + \frac{o(h)}{h}}{\lambda(t) + \mu(t) + \frac{o(h)}{h}}
 \end{aligned}$$

Haciendo $h \rightarrow 0$ se cumple la parte (b) □

Generación de un proceso de Poisson no homogéneo

Dado que un proceso de Poisson no homogéneo es de difícil obtención con la frecuencia deseada en la modelación matemática debido a que la tasa de llegada ya no es constante como en el proceso de Poisson anterior, es posible analizar este tipo de procesos mediante simulación.

Una manera de simular las T primeras unidades de tiempo con una función de intensidad $\lambda(t)$ de un proceso de Poisson no homogéneo es el llamado *método de adelgazamiento o muestreo aleatorio*.

Usando el resultado de la proposición 2.4, consideramos un proceso $\{N(t), t \in T\}$ con función de intensidad $\lambda(t)$ acotada por una constante λ , $\forall t \in T$ el cual va a ser simulado. Además, sea $\{M(t), t \in T\}$ un proceso con función de intensidad $\mu(t) = \lambda - \lambda(t)$ independiente de $N(t)$. Si definimos el proceso $N^* = N(t) + M(t)$ el cual es un proceso de Poisson donde los eventos en el instante t vienen dados con probabilidad

$$p(t) = \frac{\lambda(t)}{\lambda(t) + \lambda - \lambda(t)} = \frac{\lambda(t)}{\lambda}$$

Consecuentemente, al simular un evento según un proceso de Poisson con función de intensidad $\mu(t) = \lambda$, este evento ocurre con probabilidad $p(t) = \frac{\lambda(t)}{\lambda}$. Por tal motivo, el conjunto de eventos ocurridos pueden constituir un proceso de Poisson con función de intensidad $\lambda(t)$ y puede ser generado mediante el siguiente algoritmo:

Require: Un horizonte de tiempo T y función de intensidad $\lambda(t)$.

Ensure: Proceso de Poisson no homogéneo con función $\lambda(t)$ en el intervalo $[0, T]$.

- 1: $t \leftarrow 0, I \leftarrow 0$.
- 2: **while** $t < T$ **do**
- 3: Generar $U_1 \rightsquigarrow u[0, 1]$
 Calcular $X = -\frac{1}{\lambda} \ln(U_1)$
 Generar $U_2 \rightsquigarrow u[0, 1]$
- 4: **if** $U_2 \leq \frac{\lambda(t+X)}{\lambda}$ **then**
- 5: $I \leftarrow I + 1$
 $t \leftarrow t + X$
 $S(I) \leftarrow t$
- 6: **end if**
- 7: **end while**

Algoritmo 5: Generación de un proceso de Poisson no homogéneo (Método 1)

Donde : $\lambda(t)$ es la función de intensidad.

$S(1) \dots S(I)$ son los tiempos de evento.

I : Es el número total de eventos ocurridos en el tiempo T .

Una manera de mejorar el método de adelgazamiento consiste en descomponer el intervalo $[0, T]$ en subintervalos y luego utilizar el procedimiento anterior en cada uno de los nuevos subintervalos, es decir, dados los valores, $0 < t_0 < t_1 < \dots < t_k < t_{k+1} = T$, obtener $\lambda_1, \dots, \lambda_{k+1}$ tales que:

$$\lambda(s) \leq \lambda_i \quad \text{si } t_{i-1} \leq s < t_i \quad i = 1, \dots, k+1 \quad (1)$$

Para la generación del proceso de Poisson no homogéneo en el intervalo (t_{i-1}, t_i) se generan variables aleatorias exponenciales con razón λ_i y se acepta la ocurrencia del evento en dicho intervalo con probabilidad $\frac{\lambda(s)}{\lambda_i}$.

Así, si el proceso se encuentra en el tiempo $t \in [t_{i-1}, t_i]$ generamos la variable X tal que $t + X < t_i$, es un proceso homogéneo.

Ahora, si generamos X , una variable exponencial con razón λ_i , tal que $t + X > t_i$, se utiliza $\lambda_i \frac{[X - (t_i - t)]}{\lambda_{i+1}}$ como la siguiente exponencial de razón λ_{i+1} . Al realizar este procedimiento no se pierde eficiencia al pasar de un intervalo al siguiente por la propiedad de la exponencial de no tener memoria, además del hecho que la razón de una exponencial se puede manipular al multiplicar por una constante, no se pierde eficiencia al cambiar de intervalo al siguiente.

Esto puede ser obtenido mediante el siguiente algoritmo que permite la generación de

las primeras T unidades de tiempo de un proceso de Poisson no homogéneo con función de intensidad $\lambda(s)$ satisfaciendo (1)

Require: Un horizonte de tiempo T y función de intensidad $\lambda(t)$.
Ensure: Proceso de Poisson no homogéneo con función $\lambda(t)$ en el intervalo $[0, T]$.

- 1: $t \leftarrow 0, I \leftarrow 0, J \leftarrow 1$.
- 2: **while** $J < k + 1$ **do**
- 3: **while** $t < t_J$ **do**
- 4: Generar $U_1 \rightsquigarrow u[0, 1]$
 Calcular $X = -\frac{1}{\lambda_J} \ln(U_1)$
 Generar $U_2 \rightsquigarrow u[0, 1]$
- 5: **if** $U_2 \leq \frac{\lambda(t)}{\lambda_J}$ **then**
- 6: $t \leftarrow t + X$
 $I \leftarrow I + 1$
 $S(I) \leftarrow t$
- 7: **end if**
- 8: **end while**
- 9: $X = (t - t_J) \frac{\lambda_J}{\lambda_{J+1}}$
 $t \leftarrow t_J + X$
 $J = J + 1$
- 10: **end while**

Algoritmo 6: Generación de un proceso de Poisson no homogéneo (Método 2)

Donde : t es el tiempo actual.

 I es el número de eventos hasta el momento.

 J representa el intervalo actual ($J = j$ cuando $t_{j-1} \leq s < t_j$).

$S(1) \dots S(I)$ son los tiempos de evento.

2.4 Modelos de transporte público

Los modelos descritos en esta sección toman como referencia una vasta literatura en temas relacionados al modelamiento matemático aplicado a la demanda de sistemas de transporte público, entre los que destaca Chriqui y Robillard (1975) [4] que plantea el concepto de “problema de líneas comunes”, definido como el problema de encontrar el conjunto óptimo de líneas de entre todas las posibles que llevan al usuario cerca de su destino. Basados en una ruta óptima entre origen y destino, Nguyen y Pallotino (1988) [21] definen a las líneas atractivas como “hipercamino”, Spiess y Florian(1989) [11] que bajo esta misma idea consideran como una “estrategia” la elección de una línea atractiva y la generalizan dentro del marco del equilibrio de asignación el cual se

alcanza cuando ningún usuario cree que su tiempo de viaje puede ser mejorado mediante un cambio en su ruta. Los estudios de Newell y Potts (1964) [9] que de forma determinística analiza las implicaciones de los siguientes buses a partir del retraso de un bus en una parada. Vuchic (1969) [28] que realizó un estudio análogo sobre sistemas ferroviarios aplicando un modelo determinístico para estimar los efectos en horarios de planificación sobre una línea de tránsito. Nagatani (2001a, 2001b) [25],[26] propuso un modelo basado en la velocidad de los buses y el tiempo de espera de los pasajeros al abordar en una parada. Además, los autores analizan el comportamiento del conductor en las que se incluye las opciones de acelerar o no detenerse en alguna parada usando modelos de simulación. Hickman (2001) [15] formuló un modelo de operación de tránsito estocástico dentro del marco de optimización de espera de un autobús, mismo que permitió determinar los momentos de carga de los vehículos y los progresos de avance de los vehículos. Desaulniers y Hickman (2007) [7] presentan modelos de operación en asignación de transporte así como la planificación en distintos niveles.

En las siguientes secciones analizamos algunos trabajos y recopilamos ideas principales que servirán como base para el desarrollo del presente proyecto de titulación.

2.4.1 Modelo de microsimulación de tráfico urbano

La motivación de presentar el trabajo realizado por Chanca y Castellanos [5] es que nos permite conocer los principales antecedentes y fundamentos que son necesarios para llevar a cabo una simulación de tráfico urbano, así como observar el porqué y para qué es necesario realizar una simulación. El modelo de simulación debe contemplar todos los posibles eventos que afectan al sistema, tal que partiendo de un diagrama de marcha se puedan obtener resultados confiables para tiempos de recorrido, tiempos perdidos en cola, además de la longitud media de cola, entre otros.

Los autores destacan entre los elementos principales dentro de una microsimulación de transporte los siguientes:

Línea de Parada: Lugares de la red en los cuales los buses comparten la vía con el resto del tráfico, y estos deben colocarse al final de la cola, ya sea porque el semáforo esta en rojo o por la existencia de congestión. Se considera que la vía posee varios carriles y por tanto un número proporcional de colas a los carriles en existencia, además de la relación con los pasos peatonales que interactúan con el tráfico. Cabe mencionar que en nuestro caso de estudio, existen ciertas zonas donde esto es aplicable, ya que en gran parte del sistema se dispone de vía exclusiva.

Opción de Paso: Esto se produce a partir de la llegada de un vehículo a una línea de parada debido a un semáforo, en donde se considera 2 opciones: que el vehículo pueda o no pasar. Estos eventos se ven influenciados por los siguientes factores:

- Existencia de una cola en la línea de parada.
- Si el semáforo está en rojo.
- Si después de la línea de parada existe una cola que impide la progresión del tráfico.
- Si en la circulación transversal existe una cola que se ha quedado en medio del cruce.

Dados los factores anteriores un vehículo podrá entrar en servicio (si puede pasar por la línea de parada) o permanecer en cola por la presencia de alguno de los factores anteriores.

Tiempo de Paso: Es el tiempo que emplea un vehículo en atravesar la línea de parada tras mantenerse en cola, su unidad de medida está dada en (segundos/vehículo). Por otra parte, el tiempo de paso (tp) permite el cálculo de la intensidad de saturación (I_{sat}) la cual contabiliza el total de vehículos que pasan la línea de parada en un tiempo determinado. Los autores Chanca y Castellanos [5] consideran el paso de 3 vehículos inicialmente para medir la intensidad de saturación debido a que a partir del tercer vehículo se considera que el tiempo de paso del resto de vehículos de la cola es siempre igual, en otras palabras la cadencia de paso o tiempo de paso es constante. Así el valor de tiempo de paso típico (tp) de una línea de parada es la relación inversa con la intensidad de saturación (I_{sat}) y su unidad de medida esta dado en (vehículos/hora),

$$I_{sat} = \frac{1}{tp}3600$$

Selección de Carril: La elección de carril es importante en la modelación ya que influye en la formación de colas, por lo que es necesario plantearse un criterio para la elección del carril. Muchas veces un vehículo deberá elegir entre 2 o más carriles y seleccionarán aquel que lo lleve a su destino más rápido o el que tenga menos cola.

Circulación entre Líneas de Parada: Es necesario verificar si después del cruce de una línea de parada el vehículo sale del sistema o se encuentra próximo a una nueva línea de parada para poder establecer el tiempo de recorrido entre dos intersecciones semaforicas que con cierta periodicidad se realizan en los centros de control de tráfico.

La regulación Semafórica: Las intersecciones semafóricas se basan en un plan de tráfico establecido, compuesto de ciclo, reparto y desfase que se aplica para todas las intersecciones tomando en consideración una base de tiempos y que los estados del semáforo son el verde y el rojo.

Una vez definidos los posibles eventos que influyen o modifican al sistema, en el trabajo analizado se definen un conjunto de hipótesis que rigen el modelo con el afán de asimilar una situación real del tráfico.

- Los vehículos al llegar a una línea de parada o intersección, seleccionan el carril por el que se van a circular considerando criterios en función del destino del viaje, en función de los carriles que le pueden llevar a su destino y el que menos vehículos tiene.
- El tiempo de paso por una línea de parada, siempre que exista opción de paso, será cero cuando el vehículo llegue a la línea de parada y no haya cola. Cuando el semáforo pase del rojo al verde y haya una cola, existirá una función que rija el tiempo de paso.
- Entre intersecciones, la velocidad será constante y tendrá el valor medido para esa situación de tráfico. Se despreciaran los efectos de deceleración al llegar a la línea de parada.
- Los conductores cumplen con las normas de tráfico.
- Los semáforos solo tienen rojo y verde.

2.4.2 Modelo de asignación de tránsito incorporando el efecto de aglomeración de buses

En la presente sección nos enfocamos en el modelo formulado por *Shimamoto et al.* [23], que pretende estudiar la correlación existente entre los arribos de los vehículos a las distintas paradas al igual que el embarque y desembarque en cada una de ellas. La representación es mediante una matriz de coeficientes de correlación, donde los cálculos de los tiempos de espera y la probabilidad de los tiempos entre paradas se realizan mediante simulaciones de Montecarlo basadas en variables aleatorias correlacionadas y que siguen una distribución dada.

En el artículo se menciona que los principales factores que inciden en el efecto de aglomeración entre los vehículos, ya sean de una misma o distintas líneas de una red son:

- i) El incremento del tiempo de abordaje o bajada de pasajeros debido a la concentración de los mismos en un determinado vehículo.
- ii) La concentración de vehículos en un determinado segmento del camino debido a la configuración de las líneas.

En otras palabras, el efecto de aglomeración en una determinada estación o parada se debe al alto tiempo de permanencia de los buses que depende del número de abordaje y desembarque de pasajeros. Esto se logra cuantificar por medio de la correlación entre líneas, como una función del abordaje y desembarque de los pasajeros.

Las hipótesis en el cual se desarrolla el modelo son:

- i) Los pasajeros arriban aleatoriamente a cada nodo de parada, y siempre abordan el primer vehículo que arriba y que se encuentra dentro del “hipercamino”.
- ii) El tiempo de viaje del vehículo entre las distintas paradas es constante.
- iii) El servicio es en base de frecuencias y el progreso de todas las líneas de tránsito siguen una distribución de probabilidad las cuales dependen una de otra.
- iv) La correlación de los progresos entre los vehículos o líneas es una función del número de abordajes y desembarques de los pasajeros.

Las hipótesis iii) y iv) describen la correlación de arribo entre los vehículos, lo cual implica que la correlación es generada únicamente en las paradas de buses y el grado de correlación es una función del número pasajeros que suben/bajan de una unidad.

La probabilidad de que un pasajero escoja la línea i (p_i) y el tiempo estimado de espera en una parada T (WT) es:

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{k \in K} f_k} \quad (2.2)$$

$$WT = \frac{1}{\sum_{k \in K} f_k} \quad (2.3)$$

Donde, K y f_k representa el conjunto de líneas de tránsito atractivas y la frecuencia de la línea $k \in K$, respectivamente.

El coeficiente de correlación (ρ_{ij}) del arribo entre líneas a una determinada parada, puede adoptar valores tanto positivos como negativos. Si ρ_{ij} es positivo y se observa que el tiempo de espera de la línea i es pequeño, entonces el tiempo de espera de la

línea j será también pequeño. De manera similar, si el tiempo de espera de la línea i es largo, entonces el tiempo de espera de la línea j es también largo, es decir, ρ_{ij} representa el efecto de aglomeración entre la línea i y la línea j .

Si ρ_{ij} es negativo estamos en el caso en el que el tiempo de espera de la línea i es pequeño, entonces el tiempo de espera de la línea j es largo y viceversa. De esta manera si los pasajeros asumen que ambas líneas forman parte del conjunto de líneas atractivas, el tiempo de espera llega a ser pequeño y por lo tanto ρ_{ij} negativo representa un servicio coordinado.

El comportamiento de las líneas dentro del sistema se muestran mediante un grafo, el cual simboliza la red del sistema. Este grafo consta de un nodo origen que representa el inicio del recorrido el cual es una *fuentes* y al menos tiene un sucesor y un nodo destino que representa la finalización del recorrido que es un *sumidero* y tiene al menos un predecesor. Se distinguen 3 tipos de nodos, un nodo de parada que representa una estación donde una o varias líneas de circulación son conectadas con los arcos de abordaje presentes en la vía, nodos de embarque y nodos de desembarque que son aquellos en los cuales los usuarios abordan o desembarcan, respectivamente.

Al igual que en los nodos, dentro de la red se definen distintos tipos de arcos. Arcos de una línea que representa la circulación que conecta 2 estaciones, un arco de embarque que denota la conexión entre un nodo de parada y un nodo de embarque, donde el flujo sobre este arco indica el abordaje a una línea de circulación desde una parada específica. Un arco de desembarque que denota la conexión desde un nodo de desembarque hacia un nodo de parada. Un arco de parada denota la permanencia de un vehículo de una línea sobre una parada, después que los usuarios desembarcan y antes de que los nuevos usuarios aborden. Al crear este arco se requiere conocer la capacidad disponible y las reglas de prioridad de una línea de forma explícita. Un arco de caminata conectan un origen y una parada o una parada y un destino.

De lo expuesto con anterioridad, una red puede estar representada como en la figura 2.6.

Las probabilidades del arco de transición y del tiempo estimado de espera se calculan en los nodos de parada y los usuarios son asignados a cualquiera de las líneas atractivas en proporción respecto a la probabilidad del arco de transición.

Para la asignación del tráfico, los autores utilizan un proceso de carga Markoviano, que se caracteriza por una matriz de transición definiendo la probabilidad de una entidad (en nuestro caso un pasajero) en la que se mueve de un estado a otro, los estados de

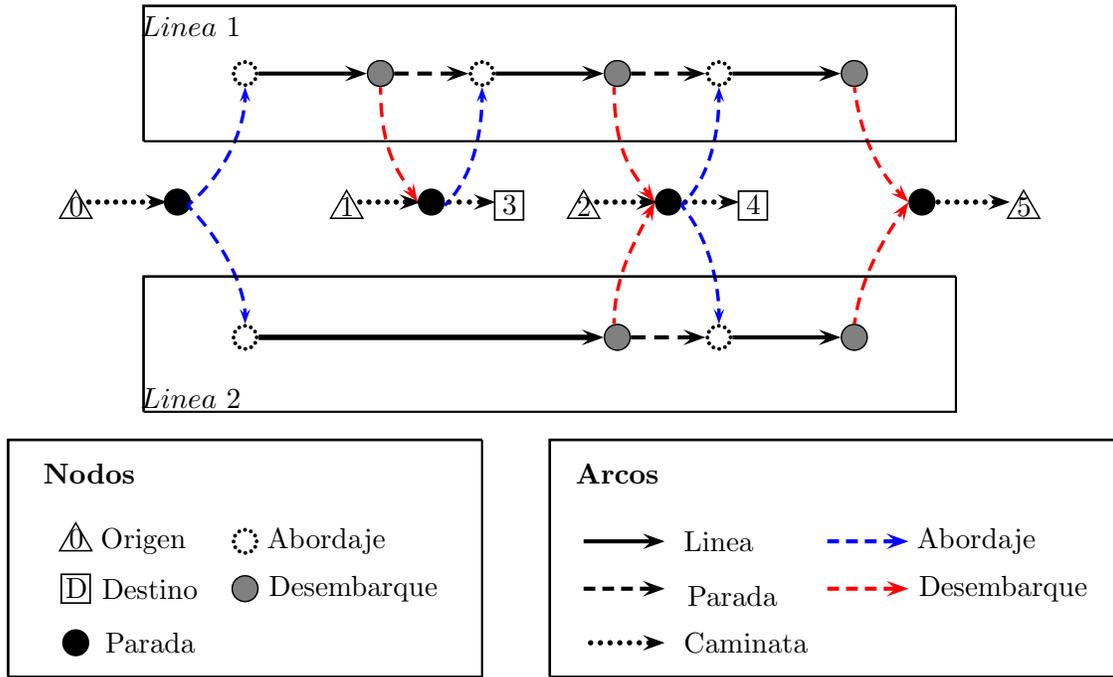


Figura 2.6: Representación de una red de transporte

una cadena de Markov representan el origen. Los vértices intermedios de un grafo y el destino. Este último es definido como un estado absorbente dentro de la cadena.

Bell et al.(2002) [22], Akamatsu (1996) [24] plantean que todo el tráfico es absorbido en sus destinos, definiendo a P_s como la matriz de transición de los viajes con destino s , con dimensión $n \times n$ (n es el número de nodos).

$$P_s = \begin{pmatrix} 1 & | & 0 \\ \hline R_s & | & Q_s \\ \hline 1 & | & n-1 \end{pmatrix} \begin{matrix} 1 \\ n-1 \end{matrix} \quad (2.4)$$

Donde R_s es el vector de probabilidades de tráfico que es absorbido a s desde el nodo i y Q_s es la matriz de transición entre los nodos intermedios. Por definición R_s corresponde a la probabilidad de transición de los principales arcos en s .

2.4.3 Modelo de asignación de tránsito en un corredor público asumiendo congestión debido al embarque y desembarque de pasajeros

El modelo presentado por Larrain H. y Muñoz J. [10] da a conocer la formulación de equilibrio existente en un corredor de tránsito público de forma determinística, los au-

tores hacen referencia al efecto de congestión que se encuentra en los tiempos de viaje, así como la estrategia de los pasajeros al momento de elegir un ruta, planteando un nuevo concepto referente al equilibrio de asignación de pasajeros.

El modelo propuesto permite predecir cómo los usuarios son asignados a los autobuses disponibles, lo que implica conocer el número de pasajeros transportados en cada autobús en cada uno de los arcos de la red. Se asume una única red de transporte, la cual es usada por varias líneas de autobús con frecuencias conocidas. También se considera conocido el conjunto de paradas y la matriz de viajes conocida como la matriz Origen-Destino (OD). No se consideran restricciones de capacidad y se asume atributos relevantes como comodidad, seguridad, y se toma como exclusividad de análisis el tiempo de viaje de los pasajeros. Adicionalmente se asume que los usuarios no realizarán un intercambio de autobús antes de llegar a su destino.

Para presentar ciertos resultados obtenidos en el presente trabajo es necesario introducir cierta notación. Así, el conjunto de paradas denominado P es ordenado conforme se encuentre definida una ruta de servicio del autobús ($p = 1, 2, \dots, n$). El conjunto de paradas define el conjunto origen-destino W en el corredor, cuyos elementos corresponden a todos los pares de paradas i, j en P tal que $i < j$. Además, se conoce la demanda de viajes presente en cada $w \in W$, será denotado por T_w el cual es medido en pasajeros por unidad de tiempo.

Un conjunto de líneas que opera a lo largo de la red o corredor es denotado como L , donde cada línea es identificada como l_j donde j es un número entre 1 y m . El conjunto de todos los subconjuntos no vacíos de líneas pertenecientes a L es llamado S , es decir, cada elemento $s \in S$ es un posible subconjunto de líneas y se denotará $\{i_1, \dots, i_n\}$ como el subconjunto s de líneas l_{i_1}, \dots, l_{i_n} , donde cada línea tiene asociado un conjunto fijo y conocido de paradas. Cada línea tiene 2 atributos conocidos que determinan cómo los viajes son asignados: la frecuencia y tiempo de viaje fijo entre cada par de paradas. La frecuencia es representada por f_i para cada línea l_i y se mide como el número de buses por unidad de tiempo, mientras que el tiempo de viaje fijo para $w \in W$ sobre la línea l_i es denotado por c_i^w , este último es un factor del tiempo de viaje del autobús para el par OD tomando en cuenta las paradas intermedias; pero excluyendo el tiempo de permanencia en las paradas por la entrada y salida de pasajeros.

De Cea y Fernández (1993) [12] formularon la asignación de equilibrio usando un vector de variables $V = \{v_i^w\}$ que representa el total de flujo de viaje de un par w sobre una línea l_i . Cuando se considera los tiempos de abordaje y desembarque estas variables no

son suficientes para caracterizar el equilibrio, por lo que se incluye al vector $Y = \{y_s^w\}$, donde cada uno de estos elementos está definido como el flujo de pasajeros que viajan en un par OD considerando el subconjunto de líneas atractivas (\wp_i).

La relación entre las variables y_s^w y v_i^w están dadas por:

$$v_i^w = \sum_{s \in \wp_i} y_s^w \frac{f_i}{\sum_{j \in s} f_j}, \quad \text{donde } s \in \wp_i \Leftrightarrow i \in s$$

Esta ecuación se obtiene suponiendo que el flujo de y_s^w está distribuido entre varias líneas en s en proporción inversa a sus frecuencias.

El tiempo de viaje de un pasajero es la suma del tiempo real o efectivo sobre el vehículo más el tiempo de espera ocurrido en la parada del autobús, mientras que el tiempo de viaje esperado (ETT) para usuarios que viajan en un par w que consideran a s atractivo se expresa como:

$$ETT_s^w = \frac{\lambda + \sum_{i \in s} f_i t_i^w(V)}{\sum_{i \in s} f_i} \quad (2.5)$$

donde $t_i^w(V)$ es el tiempo de viaje para cada par w en la línea i . Este factor toma en cuenta el tiempo de permanencia real en cada parada, y por tanto incluye el tiempo de abordaje y desembarque. La constante λ representa dos efectos: valoración del tiempo de espera en relación al tiempo de viaje, y la proporción promedio del intervalo entre autobuses que experimentaron el tiempo medio de espera.

De acuerdo al primer principio de Wardrop, el vector de flujo Y^* representa un equilibrio si y solamente si para cada par OD hay un tiempo de viaje esperado mínimo correspondiente para cada subconjunto de líneas que son atractivas para algún usuario y por lo tanto para el flujo de pasajeros, diremos entonces que una línea es atractiva para el flujo de pasajeros si esta les permite alcanzar su destino en el menor tiempo posible. Matemáticamente se tiene que:

$$y_s^w > 0 \Rightarrow ETT_s^w(V(Y^*)) = \widehat{ETT}^w(V(Y^*))$$

donde $\widehat{ETT}^w(V)$ es definido como $\min_{s \in S} ETT_s^w(V)$, mientras que $V(Y^*)$ representa el vector de flujos sobre estrategias o líneas atractivas.

El principio de Wardrop define lo siguiente:

Definición 2.12 (Principio de Wardrop). *Los tiempos de viajes en todas las rutas realmente utilizadas son menores o iguales que los que requeriría un usuario en*

cualquier ruta no utilizada.

Al considerar un par OD aislado la formulación de la versión del modelo se determina en función $t_i(V)$ que aparece en la expresión (2.5), dado que w es fijo y único no se considera el superíndice en varios términos indexados a este. En este caso $t_i(V)$ es modelado como:

$$t_i(V) = c_i + \frac{2 * tba * v_i}{f_i}$$

donde c_i es la parte constante del tiempo de viaje y el segundo término es el tiempo total de abordaje y desembarque. La constante tba representa el tiempo individual de abordaje o desembarque mientras que v_i es el flujo (pasajeros/hora) llevados en la línea i . El término $\frac{v_i}{f_i}$ es el número esperado de usuarios que viajarán en cada línea i del autobús.

Para asignar el flujo total de T viajes para un par OD es necesario comprender la asignación de flujo de la red. Los autores comienzan con una red que no posee carga, es decir, no posee flujo y que poco a poco ésta es cargada mediante incrementos de flujos hasta satisfacer las condiciones de equilibrio. El flujo de la red en cualquier escenario del proceso está dado por una variable x tal que $x < T$. Se denotará a l_q como la línea con el costo fijo más alto en un subconjunto, el cual será denotado como s_q .

Cuando el arco correspondiente a una estrategia óptima sin congestión empieza a cargarse, el primer arco (un arco corresponde a los subconjuntos de la línea) llega a ser atractivo si ETT se iguala con un arco cargado que corresponde al subconjunto s_{q+1} ; esto se da cuando el flujo de la red alcanza lo que los autores denominan el umbral. Si únicamente el arco recién activado continúa cargándose hasta que el umbral sea alcanzado, el equilibrio se mantendrá hasta que el ETT de un nuevo arco alcance \widehat{ETT} en algún momento. Este nuevo arco será s_{q+2} , de esta manera el proceso continúa hasta que x se iguale con T . Al flujo que activa el arco s_{q+i} será llamado el umbral de flujo que se denota como x_i , el cual puede ser calculado de la siguiente manera:

$$x_i = \frac{1}{2 * tba} \left(\sum_{j=1}^{q+i-1} f_j (c_{q+i} - c_j) - \lambda \right)$$

Esta expresión nos permite identificar el equilibrio de asignación para cualquier nivel de demanda deseado. Conociendo los umbrales podemos fácilmente determinar los valores de flujo de cada arco.

El equilibrio de asignación para el caso de un par OD aislado implica que los pasajeros

de iguales características pueden tomar diferentes decisiones, es decir, considerar un conjunto diferente de líneas atractivas para el mismo viaje. Entonces cuando los tiempos de abordaje de un viaje consideran un término de congestión, el análisis permite a los pasajeros adoptar diferentes conjuntos de líneas atractivas con el fin de que exista el equilibrio, de esta manera los autores muestran la importancia de expresar el equilibrio en términos del conjunto de variables Y .

Ahora analicemos la asignación de Wardrop para un corredor de tránsito público.

El estudio planteado anteriormente confirma que es necesario usar diferentes flujos para cada estrategia de cada par OD, además demuestra que si el nivel de flujo incrementa a través de la red, el número de alternativas atractivas aumenta para los usuarios.

Como en el caso simple obtendremos una expresión para el tiempo de viaje t_i^w que aparece en la función ETT dado que para el caso complejo, hay flujos en la misma línea en otro par OD de la red afectando el tiempo de viaje. Esto puede ser expresado de la siguiente manera:

$$t_i^w = c_i^w + \frac{tba \sum_{k \in W} \alpha_{wk} v_i^k}{f_i}$$

donde α_{wk} mide el efecto del tiempo de viaje para un par w de una unidad de flujo adicional de la línea sobre el par k . Si $k = w$ entonces $\alpha_{wk} = 2$, entonces tenemos el caso anterior. Si w y k no se superponen entonces $\alpha_{wk} = 0$.

Para un par OD individual, el equilibrio del nivel de flujo de un arco está expresado por una variable x , mientras para el caso complejo es expresado por un vector de flujo $(x_1, x_2, \dots, x_w, \dots, x_m)$ donde m es el número de pares OD en el corredor. De igual manera el valor del umbral para un par OD depende de los niveles de flujo para otros pares, mientras que el umbral de los flujos de un corredor se representa con hiperplanos de un espacio m -dimensional.

Con el modelo descrito se puede concluir que existen situaciones de equilibrio, en donde los pasajeros de características similares pueden escoger distintas estrategias de viaje para realizar la misma travesía, además el número de estrategias de equilibrio para un par OD pueden ser igual bastante grandes.

2.4.4 Modelo de distribución de avance vehicular e irregularidades en el servicio

El aglomeramiento de las líneas de transporte es influenciado por un pausado avance de los vehículos que se encuentran dentro de un sistema de transporte. En forma general, la principal causa de la aglomeración está dada por los pasajeros quienes eligen una línea o circuito que les permita llegar a su destino, produciendo largos tiempos de permanencia de los buses en las estaciones. Para estimar los tiempos de aglomeración es necesario conocer la distribución del avance vehicular dentro del servicio, por tal razón los autores Bellei G. y Gkoumas K. [2] proponen un modelo de operación de tránsito basado en una simulación estocástica que permita identificar la distribuciones de progreso de los vehículos dentro del sistema y evidenciar las perturbaciones existentes en el servicio de transporte como los tiempos de permanencia en las paradas, restricciones de capacidad y arribos durante el tiempo de permanencia.

El modelo presentado asume una línea de transporte en un solo sentido, al igual que la restricción de capacidad de los vehículos CV que circulan en el sistema de transporte. Los autores presentan una serie de ecuaciones con las que se contruye el modelo de simulación y obviamente describe el comportamiento del modelo de operación de transporte. Así, el tiempo de salida de un vehículo m en una parada n denotado por Ts_{mn} es equivalente al tiempo de arribo Ta_{mn} de un vehículo m a la parada n más el tiempo de permanencia del mismo en la parada m , S_{mn} .

$$Ts_{mn} = Ta_{mn} + S_{mn} \quad (2.6)$$

El tiempo de llegada o arribo Ta_{mn} a una parada n puede ser estimado mediante la formula:

$$Ta_{mn} = \max\{Ts_{m,n-1} + T_n; Ts_{m-1,n} + d^{min}\} \quad (2.7)$$

donde T_n representa el tiempo de recorrido entre la parada $n - 1$ y n , y d^{min} que representa el mínimo intervalo entre el arribo de un vehículo y la salida del vehículo que le precede.

Se asume que la variable T_n tiene una función de probabilidad triangular, definido por parámetros exógenos como la moda t_n , un valor mínimo $t_n \cdot k_n^{min}$ y un valor máximo $t_n \cdot k_n^{max}$, que son tomados dentro de una simulación resultado de generar números aleatorios.

$$T_n = T(t_n, k_n^{min}, k_n^{max}) \quad (2.8)$$

El tiempo de permanencia puede ser expresado como un modelo lineal cuyos parámetros

son representados por el abordaje A_{mn} y desembarque D_{mn} de pasajeros del vehículo m en una parada n .

$$S_{mn} = a_0 + a_1 \cdot A_{mn} + a_2 \cdot D_{mn} \quad (2.9)$$

Los pasajeros abordo L_{mn} de una unidad de transporte m es el resultado del balance entre el abordaje y desembarque de pasajeros en una parada previa.

$$L_{mn} = L_{m,n-1} + A_{m,n-1} - D_{m,n-1} \quad (2.10)$$

La capacidad residual de una unidad de transporte después de un desembarque de pasajeros se define como:

$$CR_{mn} = CV - L_{m,n} + D_{m,n} \quad (2.11)$$

Los pasajeros que abordan A_{mn} el vehículo m durante el evento en la parada n deben ser iguales a los pasajeros dispuestos a abordar W_{mn} (representa a los pasajeros presentes en la parada durante el arribo del vehículo m a la parada), o aquellos que pueden abordar por la capacidad residual del vehículo, es decir, $L_{mn} \leq CV$, puede ser representado como:

$$A_{mn} = \min\{W_{mn}; CR_{mn}\} \quad (2.12)$$

La diferencia entre los pasajeros dispuestos a abordar y los que abordan genera una cola residual después de la salida del vehículo m de la parada n , en otras palabras, representa a los pasajeros que no abordaron el vehículo m en la parada n

$$R_{mn} = W_{mn} - A_{mn} \quad (2.13)$$

Los pasajeros dispuestos a abordar pueden ser descritos mediante la cola residual tras la salida del vehículo $m - 1$ y están presentes durante el arribo del vehículo m , conjuntamente con los pasajeros P_{mn} que llegaron durante el intervalo de tiempo entre la salida del vehículo $m - 1$ y la llegada del vehículo m , se representa como:

$$W_{mn} = R_{m-1,n} + P_{mn} \quad (2.14)$$

Se asume que la variable aleatoria D_{mn} sigue una distribución Binomial donde sus parámetros se encuentran representados mediante L_{mn} que representa el número de pasajeros que arriban a la parada n en el vehículo m (número de intentos Bernoulli) y la fracción promedio α_n del desembarque de pasajeros (probabilidad de éxito del ensayo), mientras P_{mn} se asume que sigue una distribución de Poisson cuyo parámetro es el número promedio de llegadas de pasajeros a la parada n entre el intervalo de tiempo de la salida del vehículo $m - 1$ y el arribo del vehículo m (número de eventos

esperado que ocurren durante un período de tiempo fijo), dado por el producto del flujo promedio b_n y los tiempos $(T_{a_{mn}} - T_{s_{m-1,n}})$

$$D_{mn} = A(\alpha_n, L_{mn}); \quad P_{mn} = P[b_n \cdot (T_{a_{mn}} - T_{s_{m-1,n}})] \quad (2.15)$$

La ecuación (2.14) que representa los pasajeros dispuestos a abordar no contabiliza a aquellos pasajeros que arriban durante el tiempo de permanencia del vehículo m en la parada n . Al considerar a estos usuarios la ecuación (2.14) es equivalente a

$$W_{mn} = Q_{mn} + A_{mn}^* \quad (2.16)$$

donde Q_{mn} es igual a los pasajeros que se encuentran presentes en la parada n y A_{mn}^* representa a los pasajeros que arriban durante el tiempo de permanencia. De igual manera el tiempo de permanencia en la parada S_{mn} es la suma de las componentes U_{mn} (tiempo de permanencia debido al desembarque de pasajeros D_{mn} y al abordaje de algunos usuarios Q_{mn} consecuencia de la restricción de capacidad del vehículo) y V_{mn} (tiempo de permanencia adicional por el abordaje de pasajeros que arribaron durante el tiempo de permanencia A_{mn}^* , de igual manera sujeto a la capacidad del vehículo).

$$S_{mn} = U_{mn} + V_{mn} \quad (2.17)$$

La interdependencia entre el número de llegadas de pasajeros A_{mn}^* y el tiempo S_{mn} durante la permanencia del vehículo en la parada n dificulta el análisis del arribo de los pasajeros. Este problema es tratado mediante una aproximación determinista adoptada por Vuchic [28] donde se asume que el tiempo de permanencia es meramente proporcional a los abordajes. La base del cálculo está dado por Q_{mn} , misma que puede ser representada mediante la ecuación (2.14) de donde se tiene que

$$Q_{mn} = R_{m-1,n} + P_{mn} \quad (2.18)$$

Los autores describen cómo el modelo fue implementado, los valores numéricos de los parámetros y las condiciones que han sido usadas. Muestras de los resultados obtenidos sobre las principales paradas del sistema de transporte son tomadas para realizar análisis estadísticos e identificar la forma funcional de las irregularidades del servicio.

Las ideas y fórmulas expuestas en el presente trabajo son usadas, extendidas y adaptadas para el diseño de un modelo de simulación con aplicación al Sistema Trolebús de Quito.

Capítulo 3

Formulación de un modelo de simulación para un sistema de transporte público

Dadas las circunstancias de una gran circulación vehicular dentro de la ciudad de Quito, es necesario entender el comportamiento del tráfico para tomar las estrategias más adecuadas mediante sistemas de control y técnicas matemáticas basadas en la teoría de optimización y simulación.

Nuestro trabajo se centra en una simulación microscópica que busca representar el funcionamiento de un sistema de transporte público y bosquejar el comportamiento del mismo por la modificación de ciertos parámetros como incremento de la demanda, actualización del diagrama de marcha, o características técnicas.

La formulación del modelo de transporte se centra en el sistema Corredor Central (Trolebús) pudiéndose extender en un futuro a todo el sistema que conforma la EPMTPO por la estructura dinámica de la simulación. Para describir el modelo es necesario identificar los elementos y entidades que intervienen en el mismo.

3.1 Estructura del modelo

El modelo de simulación de transporte presentado se encuentra constituido por 3 elementos principales que son: los pasajeros que interactúan dentro del sistema mediante una matriz origen-destino (OD), los vehículos que dentro del sistema son caracterizados mediante las líneas y frecuencias y por último la red de transporte que representa las paradas en donde interactúan los elementos anteriores. De igual forma se consideran aspectos externos que se relacionan con el sistema y que son característicos del mismo

como la regularización semafórica, el tiempo de paso, etc.

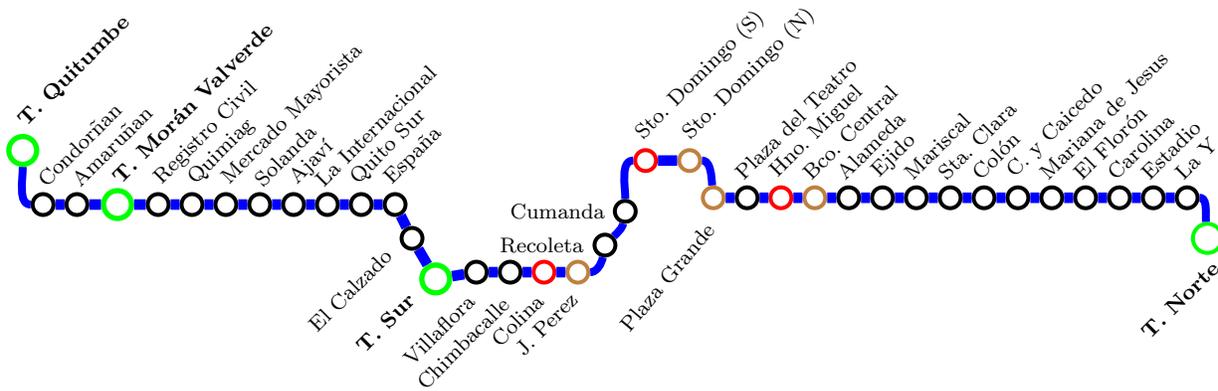
3.1.1 Red de transporte

Es la entidad en la que se encuentran ubicadas las paradas donde se planificará las respectivas líneas, frecuencias o circuitos de transporte.

Formalmente, una red de transportación pública puede ser representado por un grafo no dirigido $RTP = (V, E)$, donde el conjunto de nodos representa las estaciones, y las aristas indican las conexiones entre estaciones. Se asume que la red es conocida y que el conjunto de líneas y frecuencias son dadas.

Actualmente la red del principal sistema de transporte de la ciudad de Quito está conformada por un total de 37 paradas que se encuentran distribuidas en el sentido norte-sur. La distancia de cobertura a lo largo de la red es de aproximadamente 18.5 km y las paradas de mayor concentración son: Terminal Quitumbe, Estación Sur “El Recreo” y Estación Norte “La Y”, dado que representan puntos de transferencia y transbordo hacia rutas alimentadoras y otros corredores de transporte público como: Ecovía, Corredor Sur-Oriental.

Las paradas que conforman la red del Corredor Central (Trolebús) son:



Conjunto de nodos

- Parada Normal
- Parada disponible solo sentido S-N
- Parada disponible solo sentido N-S
- Terminales

Conjunto de aristas

- Camino (aristas)

Figura 3.1: Red de transporte Trolebús

3.1.2 Líneas y Frecuencias

Son los respectivos recorridos que realiza un autobús, especificando la secuencia de estaciones y el número de vehículos que se usa en cada ruta por unidad de tiempo. Nosotros asumimos que una línea es una secuencia de estaciones sobre la red de transporte y la frecuencia es el número de vehículos que trabajan sobre la línea en un período de tiempo determinado. Para cada línea se planifica la dirección, el tiempo y la capacidad para satisfacer la demanda de usuarios que van a ser atendidos. En una simulación, los datos de entrada pueden ser modificados dependiendo de la necesidad, es decir, el conjunto de líneas y sus frecuencias es un parámetro de entrada.

Actualmente el servicio que presta el Sistema Trolebús se encuentra compuesto por un total de 6 circuitos que funcionan bajo distintos horarios durante el día (05h00-24h00) de lunes a viernes y (06h00-22h00) para los fines de semana y feriados. La distribución de servicio de los circuitos dentro de la red de transporte se maneja de la siguiente forma:

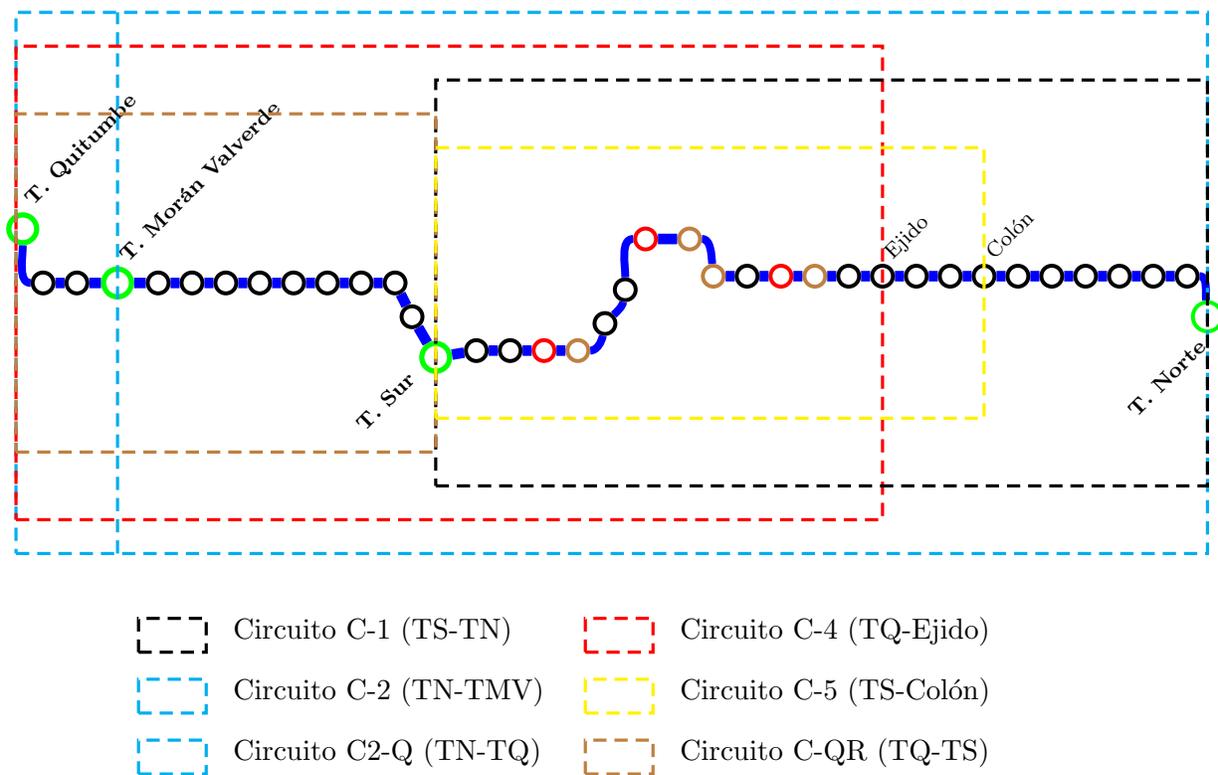


Figura 3.2: Líneas y frecuencias de Trolebús

El sistema Trolebús, aparte de su servicio normal, brinda otros servicios diseñados para facilidad de usuarios específicos, que son los siguientes Expreso Escolar, Expreso “El Recreo - La Y” y Servicio Nocturno.

Servicio Expreso

- El Expreso Escolar, denominado así ya que únicamente acceden estudiantes, con la finalidad de llevarlos puntualmente a sus centros de estudios realizando transbordo en paradas específicas dentro del sistema. El expreso escolar se encuentra dividido en 3 frecuencias:
 - Expreso escolar Quitumbe: tiene un recorrido T. Quitumbe - T. Sur
 - Expreso escolar Sur: tiene un recorrido T. Sur - Colón
 - Expreso escolar Norte: tiene un recorrido T. Norte - Sto. Domingo (C3)
- El Expreso “El Recreo-La Y” que tiene una transferencia directa de pasajeros entre estas paradas, es decir, no existe trasbordo en paradas intermedias.

Servicio Nocturno

El sistema Trolebús en este servicio funciona desde las 00:00 hasta las 05:00, sus intervalos son de 60 minutos e integra los dos terminales terrestres (Quitumbe y Carcelén). Este servicio tiene como objetivo brindar seguridad a usuarios que tienen actividades en horarios de velada, así como también a viajeros y turistas.

Los horarios de servicio para cada uno de los circuitos esta dado por la siguiente tabla:

Circuitos Trolebús						
Circuitos	Unidades		Intervalo		Horario de operación	
	L-V	S-D y Feriados	L-V	S-D y Feriados	L-V	S-D y Feriados
C-1	29	30	1,5-2 min	3-4 min	05:00 - 24:00	06:00 - 22:00
C-2	20	No opera	7 min	No opera	05:20 - 10:21	No opera
	20	No opera	7 min	No opera	16:00 - 20:07	No opera
C-4	17	13	6 min	8 min	05:16 - 20:07	06:00 - 18:14
C-5	3	0	20 min	No opera	05:16 - 20:07	06:00 - 18:14
CQ-R	5	6	8 min	8 min	09:30 - 23:40	06:05 - 21:40
Expreso (C-1)	5	No opera	15 min	No opera	06:00 - 08:30 16:30 - 20:30	No opera
Expreso (C-4)	4	No opera	20 min	No opera	06:00 - 08:30	No opera

Tabla 3.1: Horarios de Frecuencias del Trolebús

El total de flota es de 113 unidades.

3.1.3 Matriz Origen-Destino (OD)

Es una forma de representar el movimiento de pasajeros en un sistema de transporte. Las matrices OD constituyen el pilar fundamental dentro de un modelo de simulación

ya que especifica el flujo de entrada/salida de pasajeros en cada parada y su comportamiento en el sistema. En esta representación se detalla el nodo origen y el nodo final o destino de todos los pasajeros que usan el sistema de transporte.

La información de la matriz origen-destino con la que se va a trabajar responde a datos reales que fueron entregados por parte de la EMPTPQ y que hace referencia al servicio habitual que se realiza durante la semana en el sentido sur-norte y norte-sur considerando las paradas en donde se realiza el embarque y desembarque de pasajeros. Los datos entregados solo recogen información de 32 paradas (desde Moran valverde hasta T. Norte) por lo que fue necesario simular los destinos de 3 paradas (Amaruñan, Condorñan, T.Quitumbe) dado que no existe información hasta el terminal de transferencia Quitumbe. La determinación de la demanda para estas 3 paradas resulta de una distribución proporcional del número de llegadas y desembarques de usuarios de la parada Morán Valverde de acuerdo al tamaño de las mismas. A manera de ejemplo podemos citar que si llegaron 100 pasajeros al terminal Morán Valverde, la distribución a las paradas de T. Quitumbe, Condorñan, Amaruñan sería de 50, 8, 7 pasajeros respectivamente, el valor restante (35 pasajeros) quedarían asignados al Terminal Morán Valverde.

Por tanto, en nuestro caso la matriz tendrá una dimensión de (35x35) que representa las paradas del sistema Trolebús. Esta información es útil para construir una cadena de Markov y calcular las probabilidades de paso de un nodo hacia otro generando una matriz de transición que servirá para modelar el comportamiento de los pasajeros en determinados tiempos del día. Adicionalmente con esta información es posible obtener los tiempos de permanencia de un pasajero dentro del sistema.

3.2 Modelo de simulación de operaciones de un sistema de transporte público

3.2.1 Aspectos del sistema

Dado que el sistema está expuesto a posibles eventos que influyen directamente en la congestión vehicular, es necesario evaluar los aspectos a modelar dentro del sistema. Así consideraremos:

Línea de parada En nuestra red, una línea de parada será considerada como el lugar en el cual existe aglomeración de autobuses, ya sea por un semáforo que se encuentra en rojo o por congestión vehicular. Cabe notar que los nodos que representan las paradas

fijas dentro del sistema no son consideradas como líneas de parada.

Opción de paso Dada la llegada a una línea de parada debido a un semáforo se considerará que el autobús podrá o no pasar dependiendo de si el semáforo está en rojo o en verde o si se ha producido una aglomeración.

Factores como colas que impiden la progresión del tráfico o colas que se han quedado en medio del cruce impidiendo la circulación transversal se dan principalmente en los tramos de la red donde la vía es compartida con otros vehículos y no existe exclusividad del carril del sistema Trolebús. Podemos mencionar tramos del Centro Histórico y parte del norte de Quito como son: Cumandá, Santo Domingo, Plaza Grande, Plaza del Teatro, Hermano Miguel, Banco Central y Alameda.

Tiempo de paso El tiempo de paso que es el tiempo que demora en atravesar un autobús la línea de parada en relación con la intensidad de saturación, que para nuestro caso deberá ser un valor pequeño debido a que por ser una línea exclusiva no existe una gran aglomeración de autobuses, exceptuando los tramos en los cuales existe invasión de vía exclusiva.

Selección de carril Ya que el Trolebús funciona eléctricamente, su recorrido es fijo y no existe selección de carril siendo el mismo todo el tiempo, salvo el caso que se presenten eventos como construcciones en la vía, manifestaciones, daño de otros vehículos, entre otros.

Regulación semafórica Las intersecciones semafóricas se basan en un plan de tráfico establecido compuesto de un ciclo determinado. Este es un factor que influye el desarrollo del sistema y es considerado en nuestro modelo de simulación.

3.2.2 Supuestos del modelo

La formulación del modelo presentado recoge características del sistema así como las entidades que interactúan en el mismo. Se pretende realizar una simulación por horas que permita evidenciar el comportamiento dinámico entre los pasajeros y los circuitos que alimentan la red de transporte. De igual forma se pretende reportar los tiempos promedios de espera y viaje de los pasajeros, al igual que los flujos de personas que se manejan en el sistema.

Entre los supuestos a considerar se ha optado por dividirlos en base a los siguientes casos.

- Caso pasajeros:

- La llegada de pasajeros a una parada determinada sigue un proceso de Poisson no homogéneo de tasa $\lambda(t)$. La tasa de llegada se estima a partir de la matriz OD, obteniéndose una tasa específica para cada parada en una hora determinada.
- En caso que la demanda de pasajeros supere la capacidad de la parada, los pasajeros permanecen en espera hasta poder ingresar a la misma, no se considera pérdida de demanda para el sistema, es decir, el pasajero espera su oportunidad para poder ingresar a la parada y en consecuencia abordar al vehículo.
- Los pasajeros abordan al vehículo de acuerdo al orden de llegada siempre y cuando la línea le permita trasladarse a su destino.
- Si la capacidad del bus se encuentra en su capacidad máxima, entonces no se registra ningún abordaje y los usuarios esperan la oportunidad de abordaje en el siguiente vehículo.
- Únicamente se considera el abordaje de pasajeros que se encuentran presentes en la parada antes del instante de llegada del vehículo. Los pasajeros que llegan durante la permanencia del vehículo en la parada son considerados para el siguiente evento.
- El tiempo de embarque y desembarque de pasajeros es proporcional al número de ellos.
- Dentro de nuestro estudio se planteó 2 posibles escenarios respecto al comportamiento de los pasajeros y la transferencia de una línea a otra sobre una parada.
 - a) El pasajero escoge la línea adecuada para llegar a su destino. No se considera transbordo entre líneas, es decir, se considera solo viajes directos.
 - b) El pasajero puede realizar un transbordo a lo largo de la red para alcanzar su destino. Se considera como punto de transferencia únicamente las paradas en donde finaliza el servicio del circuito utilizado por los usuarios. Debido a que la red de transporte es en línea recta no se considera alternativas de elección de camino más corto, es decir, únicamente es considerado la elección de una línea o frecuencia por parte del pasajero.

- Caso autobús:

- Se considera una capacidad máxima de 180 personas por vehículo. Este valor

es considerado como un parámetro de entrada y puede estar sujeto a cambios para el análisis de distintos escenarios.

- Una unidad no puede rebasar a otra a lo largo de la red, salvo el caso que existan problemas en el funcionamiento del vehículo.
- La aglomeración dentro del sistema será evaluado únicamente en paradas, sin considerar lo que pueda suceder durante el trayecto entre paradas (líneas de parada), es decir, las opciones de paso, tiempo de paso o regulación semafórica son consideradas al arribar una unidad a una estación.
- La planificación de los circuitos esta dado por el diagrama marcha del sistema de transporte. En el caso de estudio, tomamos el diseñado por el personal de la EPMTPO.
- Con la finalidad de estimar un tiempo promedio de traslado entre las paradas que conforman la red de acuerdo a la distancia que las separan. Se considera una velocidad constante para todas las unidades del Trolebús.

3.2.3 El modelo de simulación

El modelo de simulación desarrollado se encuentra articulado mediante el algoritmo de la figura 3.4. Cada componente/elemento es analizado como un evento particular en el que se realiza un determinado número de operaciones, y que de forma conjunta permite explicar lo sucedido en cada parada a lo largo de la red de transporte. Como mencionamos anteriormente, en la presente sección se extienden las ideas presentadas por Bellei G. y Gkoumas K. [2]. Iniciamos el diseño del proceso de simulación determinando los eventos y definiendo las variables de estado.

En ese sentido diremos que un evento es la llegada de un pasajero o de un bus a alguna estación. Así, sea n el número de paradas en el sistema y m el número total de despachos en el diagrama de marcha. Denotaremos a $Ta_{i,j}^u$ como el tiempo de llegada o arribo del usuario i a una parada j , que se encuentra definido por un proceso de poisson no homogéneo con función de intensidad $\lambda_j(t)$. Además, sea $Ta_{i,j}^b$ el tiempo de llegada o arribo del bus i a una parada j , y se determina por la ecuación (Los superíndices u y b representan a los usuarios y buses respectivamente):

$$Ta_{i,j}^b = \max\{Ts_{i,j-1}^b + Td_{j-1,j}; Ts_{i-1,j}^b + d_{(i-1,i),j}\}, \quad \begin{matrix} \forall i = 1, \dots, m \\ j = 1, \dots, n \end{matrix} \quad (3.1)$$

donde : $Ts_{i,j-1}^b$ tiempo de salida del bus i de la parada $j - 1$.
 $Td_{j-1,j}$ tiempo de recorrido entre la parada $j - 1$ y j .

$d_{(i-1,i),j}$ tiempo extra.

El valor de $Td_{j-1,j}$, con $j = 2, \dots, n$ es proporcional a la distancia existente entre las paradas, considera además factores externos como los tiempos de paso y semáforos. Este último generado a partir de una distribución triangular $X \rightsquigarrow T(t_n, k_n^{min}, k_n^{max})$ que puede ser simulado por el algoritmo 7.

Require: Valor a (valor mínimo), b (valor máximo), c (moda).
Ensure: Variable aleatoria con distribución triangular $X \rightsquigarrow T(a, b, c)$.

- 1: Generar un número aleatorio $U \rightsquigarrow U[0, 1]$.
- 2: **if** $0 \leq U \leq \frac{c-a}{b-a}$ **then**
- 3: Hacer $X = a + \sqrt{(b-a)(c-a)(U)}$
- 4: **else if** $1 + \frac{c-b}{b-a} < U \leq 1$ **then**
- 5: Hacer $X = b - \sqrt{(b-a)(b-c)(1-U)}$
- 6: **end if**

Algoritmo 7: Generación de una variable aleatoria triangular

El valor $d_{(i-1,i),j}$, $\forall i = 2, \dots, m$, $j = 2, \dots, n$ se considera como un tiempo adicional que requiere el vehículo i para alcanzar a la parada j debido a que el vehículo $i - 1$ aún se encontraba en la parada j , es decir, el valor $d_{(i-1,i),j}$ es consecuencia directa del efecto de aglomeración que se da únicamente cuando $Ts_{i-1,j} > (Ts_{i,j-1}^b + Td_{j-1,j})$, el tiempo de aglomeración del bus i en la parada j puede ser calculado como:

$$t.aglo_{i,j} = \max\{Ts_{i-1,j} - (Ts_{i,j-1}^b + Td_{j-1,j}); 0\}, \quad \begin{array}{l} \forall i = 1, \dots, m \\ j = 2, \dots, n \end{array} \quad (3.2)$$

Una vez que se define el tiempo de llegada del autobús i a la parada j es necesario definir el número de pasajeros abordo ($L_{i,j}$). Este valor es equivalente al flujo entre el abordaje y desembarque de pasajeros en una parada previa. Puede ser fácilmente expresado por una actualización de la ecuación (2.10).

$$L_{i,j} = L_{i,j-1} + A_{i,j-1} - D_{i,j-1}, \quad \begin{array}{l} \forall i = 2, \dots, m \\ j = 2, \dots, n \end{array} \quad (3.3)$$

Posteriormente se realiza el desembarque de pasajeros ($D_{i,j}$) que permite actualizar la disponibilidad del vehículo para el ingreso de los pasajeros que están presentes en la parada j en el intervalo de tiempo $[t_{i-1}, t_i]$ como resultado de la salida del vehículo $i - 1$ y la llegada del vehículo i a la parada j . Esto está determinado por la matriz OD, al contabilizar todos los pasajeros que terminan su viaje en la parada j dentro del intervalo dado.

El abordaje de pasajeros ($A_{i,j}$) en la parada j durante el intervalo de tiempo $]t_{i-1}, t_i]$ se encuentra determinado fundamentalmente por 2 factores: el primero es la capacidad residual del autobús ($CR_{i,j}$) que es determinado por la actualización de la ecuación (2.11).

$$CR_{i,j} = CV - L_{i,j} + D_{i,j}, \quad \forall i = 1, \dots, m \\ j = 1, \dots, n \quad (3.4)$$

y un segundo factor que hace referencia a los pasajeros dispuestos a abordar ($W_{i,j}$). Este es calculado como la suma de los pasajeros que no abordaron durante el evento $i - 1$ ($R_{i-1,j}$) más los nuevos pasajeros que arriban a la parada j para ingresar en el bus i ($P_{i,j}$) durante el intervalo antes mencionado, esto puede ser expresado mediante la siguiente ecuación:

$$W_{i,j} = R_{i-1,j} + P_{i,j}, \quad \forall i = 1, \dots, m \\ j = 1, \dots, n \quad (3.5)$$

Por lo tanto, diremos que el abordaje de pasajeros al vehículo i en una parada j puede ser calculado como:

$$A_{i,j} = \min\{W_{i,j}; CR_{i,j}\}, \quad \forall i = 1, \dots, m \\ j = 1, \dots, n \quad (3.6)$$

Cabe recalcar que el abordaje de pasajeros también dependerá si el circuito o línea permite al usuario alcanzar su destino. Los mismos que están dados por el diagrama de marcha. Por otro lado, el número de pasajeros que desembarcan del bus i en la parada j ($D_{i,j}$) esta determinado por el destino de cada uno de los pasajeros que se encuentran en el bus. Así, este valor esta ligado a la matriz origen-destino, que en la presente aplicación es simulada a partir de la intensidad de llegadas y salidas a una parada j y sus respectivos destinos.

Diremos que la red de transporte puede ser considerada como una Cadena de Markov donde sus estados j son representados por las paradas del sistema y la probabilidad de transición de un estado a otro se determina a partir de la proporción de desembarque de los pasajeros en las distintas paradas $j + 1, j + 2, \dots, n$, considerando que la llegada de pasajeros sigue un proceso de Poisson con función de intensidad $\lambda_j(t), \forall j = 1, \dots, n$. Estos valores son tomados de la matriz OD observada.

Para cada sentido se definen los datos de entrada: un vector con las funciones de intensidad de entrada de pasajeros de cada parada $\Lambda = (\lambda_1(t), \lambda_2(t), \dots, \lambda_n(t))$, con $\lambda_j(t)$ la función de intensidad de la parada j , un vector $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ tal que $\lambda_j(t) \leq \lambda_j$,

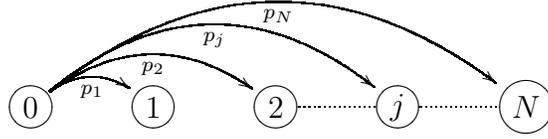


Figura 3.3: Probabilidad de transición entre paradas

$\forall j = 1, \dots, n$, la matriz de transición Q de la cadena de Markov generada a partir de la red de transporte, tal que el destino \mathbb{D} de un pasajero con origen en la parada i puede ser definido por $P(D = j) = q(i, j)$. El algoritmo retorna una matriz origen-destino $OD \in \mathbb{Z}^{n \times n}$, un vector $I \in \mathbb{Z}^n$ que almacena el número de entradas por estación y el vector S_i que dispone los tiempos de arribo y destinos de cada pasajero que ingreso en la parada i , $\forall i = 1, 2, \dots, n$.

Asumiendo un comportamiento similar al expresado en las matrices OD reales, el algoritmo 8 permite simular la demanda de pasajeros, sus orígenes, destinos y tiempos de arribo a cada estación.

Una vez definido el flujo de pasajeros en cada una de las paradas se puede determinar $Ts_{i,j}^b$, el tiempo de salida del vehículo i de la parada j a partir de la ecuación

$$Ts_{i,j}^b = Ta_{i,j}^b + Tp_{i,j}^b \quad (3.7)$$

donde $Tp_{i,j}^b$ representa el tiempo de permanencia del bus i en la parada j , y puede ser calculado por

$$Tp_{i,j}^b = \alpha * (A_{i,j} + D_{i,j}) + t.puertas \quad (3.8)$$

Donde el valor α representa una constante de tiempo de entrada/salida de un pasajero en cualquier estación y $t.puertas$ representa un tiempo extra que se genera por la abertura y cierre de las puertas al momento de embarque/desembarque en cualquier parada y para todo bus. En nuestro caso debido a que el Trolebús no cuenta con un sistema automatizado que determina el tiempo de permanencia del vehículo por parada, se considera que el tiempo de permanencia es proporcional al número de pasajeros que embarcan y desembarcan en una determinada parada.

Require: Vector con las funciones de intensidad del sistema Λ , el vector λ , la matriz de transición Q y el horizonte de planificación T .

Ensure: Una matriz origen-destino OD.

```
1:  $I = 0$ 
2: for  $i=1:n$  do
3:    $t = 0$ 
    $I(i) = 0$ 
4:   while  $t < T$  do
5:     Generar un número aleatorio  $U_1 \rightsquigarrow U[0, 1]$ 
     Calcular  $X = -\frac{1}{\lambda_i} \ln(U_1)$ 
     Generar un número aleatorio  $U_2 \rightsquigarrow U[0, 1]$ .
6:     if  $U_2 \leq \frac{\lambda(t+X)}{\lambda_i}$  then
7:        $I(i) = I(i) + 1$ 
        $t = t + X$ 
       Generar  $U_3 \rightsquigarrow U[0, 1]$ 
        $F = 0$ ;  $j = i$ 
8:       while  $U_3 > F$  do
9:          $j = j + 1$ 
          $F = F + q(i, j)$ 
10:      end while
       Definir el par origen-destino  $(i, j)$  y actualizar la matriz origen-destino
        $OD(i, j) = OD(i, j) + 1$ 
        $S_i(I(i)) = (j, t)$ 
11:     end if
12:   end while
13:    $I = I + I(i)$ 
14: end for
```

Algoritmo 8: Generación de demanda de pasajeros (matriz OD)

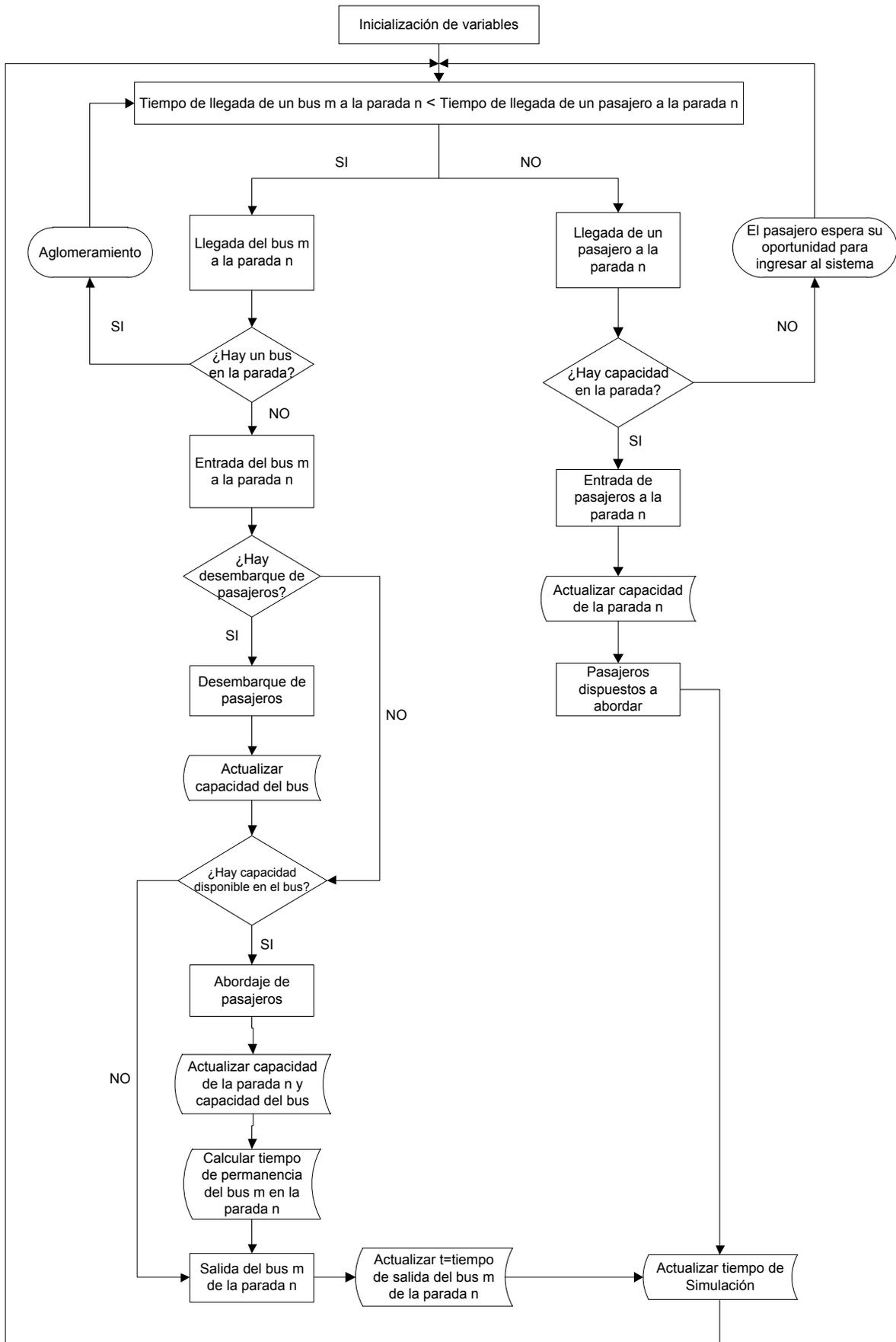


Figura 3.4: Algoritmo de simulación

3.3 Implementación computacional

La implementación computacional del modelo se realizó en el programa estadístico “R” y esta basado en el algoritmo que se presenta en la figura (3.4). Cada evento que conforma el algoritmo se encuentra detallado por una serie de funciones que permiten analizar la interacción vehículo-pasajero a lo largo de la red de transporte.

Antes de empezar es necesario realizar un glosario de las variables y objetos a utilizarse ya que la mayor parte de programación se sustenta en la creación de funciones que reciben parámetros de entrada para obtener resultados específicos y que en forma conjunta logran representar el evento ocurrido durante la interacción parada-pasajero-vehículo.

3.3.1 Variables de la simulación

Dado que durante la simulación se maneja una gran cantidad de datos, el almacenamiento de la información se encuentra representado por vectores, matrices o listas de acuerdo a las necesidades del caso. En ese sentido los elementos o parámetros utilizados fueron:

- Matriz lambda (λ)
- Matriz de planificación.
- Matriz histórica de llegadas.
- Matriz histórica de salidas.
- Matriz de abordaje.
- Matriz de no abordaje.
 - Por capacidad.
 - Por circuito.
- Matriz de desembarque.
- Matriz de aglomeraciones.
- Matriz de evento anterior.
- Vector circuitos o líneas de frecuencia.
- Lista de llegadas de pasajeros a c/u de las paradas.

- Lista de destinos de pasajeros a c/u de las paradas.
- Valores propios del sistema (número de paradas, tiempos fijos (tiempo puertas, abordaje-desembarque,etc.))

En el presente capítulo definiremos como evento a cualquier situación que hace que el estado de un sistema cambie en forma instantánea, en nuestro caso un “evento” se encuentra asociado a la llegada de un pasajero o vehículo a una parada al igual que todas las acciones que se realizan sobre ella (embarque/desembarque de pasajeros), debido a que es el punto en donde interactúan todas las entidades que conforman el sistema, estas son: pasajeros, vehículos y paradas. Por facilidad dentro de la programación, el evento de arribo de un pasajero a una parada es simulado previamente cuyos valores son almacenados dentro de una lista (Lista de Llegadas).

Matriz lambda (λ): es una matriz que almacena las funciones de intensidad de llegada de pasajeros (λ) a cada una de las paradas por cada hora de servicio del sistema, corresponde a la sumatoria de las llegadas de los pasajeros a partir de las matrices OD. Su dimensión es de (19x35) donde el valor de la fila representa las 19 horas de servicio durante el día y el valor de la columna representa la parada. Son un total de 2 matrices, ya que cada una representa un sentido de viaje norte-sur y sur-norte.

Matriz de planificación: es una matriz basada en el diagrama marcha del sistema Trolebús, cuya dimensión es proporcional al número de despachos de una línea durante el día (fila) y al total de paradas que representa el sistema Trolebús (columna), para este caso 35 paradas. Se podría considerar como un dato de entrada inicial fijo ya que almacena la planificación de los tiempos de salida de los circuitos desde las distintas terminales. Es una matriz que se actualiza conforme cada evento es analizado, el horizonte de tiempo de simulación es aproximadamente 1200 minutos, que responde al evento del último viaje durante un día de servicio. En lo posterior al número de despacho o viaje (fila) será denotado por la letra i mientras que la parada (columna) será denotado por la letra j dentro de las matrices.

Matriz histórica de llegadas: es el simil de la matriz de planificación con la diferencia que recoge de forma histórica los tiempos de llegada simulados de los vehículos a cada una de las paradas que conforman el sistema.

Matriz histórica de salidas: es una matriz en la cual se almacena de forma histórica los tiempos de salida del vehículo simulados de cada una de las paradas una vez que fue realizado el evento sobre las mismas. Sus dimensiones son iguales a las de la matriz

de planificación.

Matriz de abordaje: es una matriz de igual dimensión que las anteriores, en la cual se almacena el total de pasajeros que abordan en cada parada cuando es llevado a cabo el evento.

Matriz de no abordaje: es el complemento de la matriz de abordaje, en la cual se detalla el total de pasajeros que no abordaron durante el evento ya sea por el servicio del circuito o por la capacidad del vehículo.

Matriz de desembarque: representa el total de pasajeros que desembarcan en una parada determinada una vez que el pasajero alcanza su destino. Su dimensión es análoga a las anteriores.

Matriz de aglomeraciones: es una matriz que almacena el tiempo de aglomeración vehicular que puede darse en alguna de las paradas de la red durante el análisis del evento. Su dimensión es igual que la matriz de planificación.

Matriz de destinos: es una matriz de carácter dinámico (se actualiza durante cada evento) misma que da razón de los destinos de los pasajeros. Su dimensión es igual a las anteriores.

Matriz de evento anterior: representa una matriz de dimensión (2×35) que almacena información relevante al viaje o despacho i en la parada j y que será útil para la simulación del despacho $i + 1$ en la misma parada j . En la primera fila se almacena el tiempo de llegada de un vehículo a cada una de las paradas, es decir, almacena el valor del tiempo t , mientras que en la segunda fila se almacena la posición del último despacho en el que el vehículo arribo a la parada j de acuerdo al diagrama marcha del sistema Trolebús.

Vector de circuitos o frecuencias: representa el total de viajes que se dan durante un día de servicio a los cuales se les asigna un circuito de acuerdo a una planificación establecida. La dimensión del vector es equivalente al total de filas de las matrices expuestas con anterioridad.

Lista de llegadas: es una lista que se encuentra conformada por un total de 35 vectores que almacenan información referente a las llegadas de los pasajeros durante un día de servicio en cada una de las paradas que conforman la red de transporte. Las llegadas

de los pasajeros es el resultado de realizar un proceso de Poisson no homogéneo con un tasa de llegada λ_{ij} , donde i representa la hora de servicio y j la parada. De esta forma se tiene las llegadas de los pasajeros de forma ordenada durante todo el día en una parada determinada. Cabe notar que el almacenamiento a manera de lista se debe a que cada vector que conforma la lista es de distinta dimensión dado que cada parada tiene un distinto comportamiento de llegadas de pasajeros durante el día.

Lista de destinos: es equivalente a la lista de llegadas. Mantiene las mismas dimensiones, con la diferencia que esta almacena los destinos de cada pasajero y no los tiempos de llegada de cada uno de ellos. Notar que los tiempos serán dados por el proceso de simulación.

Valores propios del sistema: corresponde a los valores que se dan como valores conocidos o supuestos que intervienen durante la simulación de los eventos. Por ejemplo, la capacidad del vehículo, el número total de paradas, los tiempos promedio de abordaje y desembarque de cada pasajero, el tiempo de recorrido entre una parada y otra, etc.

3.3.2 Funciones en la simulación

Manteniendo el mismo esquema anterior, a continuación se detalla una serie de funciones que permiten simular los eventos en cada parada del sistema. Las principales funciones utilizadas son:

- Identificación de evento.
- Abordaje de pasajeros por circuitos.
- Abordaje de pasajeros por capacidad.
- Análisis del evento.
- Aglomeración.

En este apartado se hace referencia únicamente a las funciones que fueron creadas para el análisis del sentido norte-sur ya que para el sentido sur-norte la estructura del código cambia en determinados puntos, pero mantiene la misma idea del algoritmo de simulación

Identificación de evento: es una función que permite identificar el próximo evento a simular considerando el mínimo valor presente en la matriz de planificación. Una vez analizado el evento, la componente i, j de la matriz de planificación es actualizada por

el valor infinito. Computacionalmente se le asigna el valor de 9999, de tal forma que al finalizar la simulación se tendrá una matriz de componentes igual a 9999.

- **Input:** la función recibe 5 parámetros de entrada, estos son: la matriz de planificación, la matriz histórica de llegadas, la matriz histórica de salidas, la matriz del evento anterior y el dato fijo que corresponde al total de paradas.

$$tmin \leftarrow (m.\text{planificación}, mh.\text{llegadas}, mh.\text{salidas}, ev.\text{ anterior}, \text{paradas})$$

- **Output:** vector de 4 componentes donde se almacena el tiempo en el que sucedió un evento anterior, en nuestro caso representa el tiempo de llegada del vehículo del despacho $i - 1$ a la parada j , el tiempo actual en el que se realiza el evento i , la posición del viaje (fila) y la parada en la cual se desarrolla el evento (columna). Cabe recalcar que la expresión $i - 1$ hace referencia únicamente al evento anterior, computacionalmente no representa al valor i disminuido en una unidad.

$$tmin \rightarrow (t.\text{anterior}, t.\text{actual}, \# \text{ de viaje}, \text{parada})$$

```
tmin<-function(m.planif,mh.llegadas,m.salidas,ev.anterior,tot.paradas){
  ind<-which(m.planif==min(m.planif,na.rm=TRUE),arr.ind=TRUE,useNames=FALSE)
  fil<-ind[1,1]
  col<-ind[1,2]
  if(col<tot.paradas){
    if(fil-1==0 | (sum(is.na(mh.llegadas[1:(fil-1),col]) * 1)
      == length(mh.llegadas[1:(fil-1),col])))){
      ifelse(ev.anterior[1,col]>0,t.ant<-ev.anterior[1,col],t.ant<-0)
      t.actual<-mh.llegadas[fil,col]
      resultado<-c(t.ant,t.actual, fil,col)
    }
    else{
      if(m.salidas[ev.anterior[2,col],col+1]>0){
        t.ant<-ev.anterior[1,col]
        t.actual<-mh.llegadas[fil,col]
        resultado<-c(t.ant,t.actual,fil,col)
      }
      else{
        resultado<-seleccion(fil,col,m.llegadas,m.salidas,ev.anterior)
      }
    }
  }
}
```

```

else {
  resultado<-c(0,0,fil,col)
}
return(resultado)
}

```

La función anterior hace uso conjunto de una función recursiva (*seleccion*) que permite evaluar la condición *else*. La finalidad de la misma es encontrar el valor mínimo de la matriz de planificación con la restricción de que se evalúe el evento actual en la parada j si ya ocurrió un viaje anterior en la parada $j + 1$. En otras palabras es una función de búsqueda a manera de diagonal creciente dentro de la matriz de planificación. El uso de esta función permite que se lleve a cabo el análisis de aglomeración sin problema alguno. Además, esta función recibe como parámetros de entrada los valores del # de viaje i (fila), la parada j donde se realiza el evento (columna), la matriz de planificación, la matriz de salidas y la matriz del evento anterior.

$$seleccion \leftarrow (m.planificación, mh.llegadas, mh.salidas, ev. anterior, paradas)$$

La función retorna los mismos valores que la función *tmin* antes expuesta.

$$seleccion \rightarrow (t.anterior, t.actual, \# \text{ de viaje, parada})$$

```

seleccion<-function(fila,columna,m.planificacion,m.salidas,ev.anterior){
  i<-ev.anterior[2,columna]
  j<-columna+1
  while(m.salidas[i,j]==0 & j<tot.paradas){
    i<-ev.anterior[2,j]
    j<-j+1
  }
  jp<-j-1
  ip<-which(m.planificacion[,jp]==min(m.planificacion[,jp],na.rm=TRUE))
  t.anterior<-ev.anterior[1,jp]
  t.actual<-min(m.planificacion[,jp],na.rm=TRUE)
  resultado<-c(t.anterior,t.actual,ip,jp)
  return(resultado)
}

```

Abordaje de pasajeros por circuitos: es una función que permite clasificar (ordenar) a los pasajeros que se encuentran dispuestos a abordar durante el evento actual. El abordaje se da cuando el circuito al que esta asignado el vehículo le permite al pasajero alcanzar su destino, caso contrario no aborda y espera al circuito que sea de su beneficio. El abordaje de pasajeros se da de acuerdo al orden de llegada a la parada.

- **Input:** la función recibe 8 parámetros de entrada, estos son: la lista con la llegada de pasajeros ($l.poisson$), la lista con los destinos de los pasajeros ($l.destinos$), el resultado de la función $tmin$ (índice), los circuitos de viaje, la posición de abordaje del último pasajero en abordar, la matriz de los pasajeros que no abordan, la matriz del evento anterior y el dato fijo que corresponde al total de paradas.

$$abordaje.1 \leftarrow (l.poisson, l.destinos, \text{índice}, \text{circuitos}, \text{pos. abordaje}, m. \text{ no abordaje}, \text{ev. anterior}, \text{paradas})$$

- **Output:** una lista conformada por 3 vectores, en donde el primer vector representa un resumen preliminar de lo sucedido durante el evento actual. Sus componentes se encuentran representadas por:

- 1.- La posición de la lista $l.poisson$ que corresponde al máximo valor de llegada, tal que es menor al tiempo del anterior evento t_{i-1} . Ej. Si la lista toma los valores de $(2.5, 3.7, 4.2)$ y el tiempo $t_{i-1} = 4,5$, el valor que almacena esta componente es 3 dado que que la posición del máximo valor de la lista menor a 4.5 es 4.2.
- 2.- La posición de la lista $l.poisson$ que corresponde al máximo valor de llegada que es menor al tiempo actual t_i .
- 3.- El número total de pasajeros que se encuentran en el evento actual i respecto al intervalo de tiempo $[t_{i-1}, t_i[$.
- 4.- El total de pasajeros que no aboraron porque el circuito no les permite alcanzar su destino.
- 5.- El total de los pasajeros que llegan en última instancia a la parada j previo al arribo del bus.
- 6.- El número de pasajeros que no abordan por el circuito respecto a la componente 5 (se considera los últimos pasajeros que llegaron al mismo tiempo). Si todos los pasajeros abordan este valor es igual a cero.
- 7.- La posición del último pasajero en abordar, la que es de utilidad para la evaluación del siguiente evento. Si el (los) último(s) pasajero(s) no aborda(n) esta componente toma el valor de cero, caso contrario toma valores mayores que cero.

El segundo vector contiene los tiempos de llegada de los pasajeros en el intervalo $[t_{i-1}, t_i[$, se encuentran ordenados de acuerdo al beneficio del circuito y al orden cronológico de llegada a la parada, es decir, se sitúan primero aquellos pasajeros cuyo destino es cubierto por el circuito que llega a la parada j en el despacho i .

El tercer vector contiene información de los destinos de los pasajeros en el intervalo $[t_{i-1}, t_i]$, mantiene el mismo orden que el segundo vector.

abordaje.1 \rightarrow (vector 1, vector.llegadas.ord, vector.destinos.ord)

```
abordaje.1<-function(l.poisson,l.destinos,indice,circuitos,pos.abordaje,
                    m.no.abor,ev.anterior,tot.paradas){
  t0<-indice[1]
  t<-indice[2]
  fil<-indice[3]
  col<-indice[4]
  pos.aux<-pos.abordaje[col]
  ult.valor<-length(l.poisson[[col]])
  l.poi<-l.poisson[[col]]
  l.des<-l.destinos[[col]]
  if(t0==t){
    resultado<-list(c(1,1,0,0,0,0),pos.aux,l.poi[1],l.des[1])
  }
  else{
    if(col<tot.paradas){
      if(t0<l.poi[1] & t<=l.poi[1]){
        resultado<-list(c(1,1,0,0,0,0),l.poi[1],l.des[1])
      }
      else if(t0<l.poi[1] & t>l.poi[1]){
        a<-1
        b<-which(l.poi==max(l.poi[l.poi<t]))
        aa<-a
        bb<-ifelse((length(b)>1),max(b),b)
        r<-l.poi[aa:bb]
        r1<-l.des[aa:bb]
        q<-circuitos[fil]
        res<-s.circuitos(q,indice,r,r1)
        posaux.abordaje=length(b)-res[[1]][2]
        resultado<-list(c(aa,bb,(bb-aa)+1,res[[1]][1],length(b),
                          res[[1]][2],posaux.abordaje),res[[2]],res[[3]])
      }
      else if(t0>l.poi[ult.valor] & t>l.poi[ult.valor]){
        a<-ult.valor
        resultado<-list(c(a,a,0,0,0,0),l.poi[a],l.des[a])
      }
    }
    else{
```

```

a<-which(l.poi==max(l.poi[l.poi<t]))
b<-which(l.poi==max(l.poi[l.poi<t]))
aa<-ifelse((length(a)>1),min(a),a)
bb<-ifelse((length(b)>1),max(b),b)
if(l.poi[aa]==l.poi[bb]){
  if(m.no.abor[ev.anterior[2,col],col]== 0){
    resultado<-list(c(aa,aa,0,0,length(b),0,pos.aux),l.poi[aa:aa],
                    l.des[aa:aa])
  }
  else{
    ant<-m.no.abor[(ev.anterior[2,col]),col]
    aap<-aa+pos.aux
    bbp<-aap+ant-1
    r<-l.poi[aap:bbp]
    r1<-l.des[aap:bbp]
    vector.pos<-arreglar(l.poi[aap:bbp])
    r<-r[vector.pos]
    r1<-r1[vector.pos]
    r[length(r)]<-t-1e-04
    q<-circuitos[fil]
    res<-s.circuitos(q,indice,r,r1)
    posaux.abordaje=1-res[[1]][2]
    resultado<-list(c(aap,bbp,(bbp-aap)+1,res[[1]][1],1,res[[1]][2],
                    posaux.abordaje),res[[2]],res[[3]])
  }
}
else{
  aap<-aa+pos.aux
  r<-l.poi[aap:bb]
  r1<-l.des[aap:bb]
  vector.pos<-arreglar(l.poi[aap:bb])
  r<-r[vector.pos]
  r1<-r1[vector.pos]
  q<-circuitos[fil]
  res<-s.circuitos(q,indice,r,r1)
  posaux.abordaje=length(b)-res[[1]][2]
  resultado<-list(c(aap,bb,(bb-aap)+1,res[[1]][1],length(b),
                    res[[1]][2],posaux.abordaje),res[[2]],res[[3]])
}
}

```

```

    }
    else resultado<-list(c(1,1,0,0,0,0),0,0)
  }
  return(resultado)
}

```

La función *abordaje.1* hace uso de 2 funciones extras, estas son: (*s.circuitos*) y (*arreglar*). La primera permite seleccionar a los pasajeros que abordaran el vehículo de acuerdo al circuito que se encuentre presente durante el evento i y la segunda función permite ordenar a los pasajeros que no abordaron durante el evento $i - 1$ en la parada j , mismos que serán sujetos de análisis durante el evento i .

La función *s.circuitos* toma como parámetros de entrada al circuito q presente durante el evento i , el resultado de la función *tmin* (índice), la lista de poisson en el intervalo $[t_{i-1}, t_i[$ y la lista de destinos en $[t_{i-1}, t_i[$

$$s.circuitos \leftarrow (\text{circuitos } (q), \text{ índice}, l.poisson.intervalo, l.destinos.intervalo)$$

Como resultado se obtiene una lista con 3 vectores, el primer vector (vector.1) se halla conformado por 2 componentes, la primera registra el valor del total de pasajeros que no abordan por el circuito y la segunda almacena el número de pasajeros que llegaron en última instancia y no abordaron en $[t_{i-1}, t_i[$, el segundo vector devuelve los tiempos de llegadas de forma ordenada colocando primero los valores que se benefician del circuito y después los tiempos de llegada de los pasajeros que no se beneficiaron del circuito y el tercer vector es el simil del segundo vector pero almacena información respecto a los destinos.

$$s.circuitos \rightarrow (\text{vector.1}, \text{vector.llegadas.ord}, \text{vector.destinos.ord})$$

```

s.circuitos<-function(q,indice,lp.intervalo,ld.intervalo){
  r<-lp.intervalo
  r1<-ld.intervalo
  posiciones<-(1:length(r))
  ind<-indice[2]
  ap<-1
  bp<-which(r==max(r[r<ind]))
  if(length(posiciones)==1){
    r2p<-1
  }
  else{

```

```

r2<-c(ap,bp)
if(bp[1]==1){
  r2p<-bp
}
else{
  ifelse(length(bp)==1,x<-length(r),
                                                x<-c((length(r)-length(bp)+1):length(r)))
  r2p<-c(x,1:length(ap))
}
}
if(q==1){
  ### c1: servicio de 1 a 22 T.Norte-T.Recreo (no suben 23-35) ###
  aux<-which(r1>22 & r1<36)
  k<-match(bp,aux,nomatch=0)
  k<-length(k[k>0])
  s<-match(r2p,aux,nomatch=0)
  s<-s[s>0]
  aux1<-c(aux[s],setdiff(aux,aux[s]))
  l.ord<-c(setdiff(posiciones,aux1),aux1)
}
else if(q==2){
  ### c2a: servicio de 1 a 32 T.Norte-T.MV (no suben 33-35) ###
  aux<-which(r1>32 & r1<36)
  k<-match(bp,aux,nomatch=0)
  k<-length(k[k>0])
  s<-match(r2p,aux,nomatch=0)
  s<-s[s>0]
  aux1<-c(aux[s],setdiff(aux,aux[s]))
  l.ord<-c(setdiff(posiciones,aux1),aux1)
}
else if(q==3){
  ### c2b: servicio todas las paradas T.Norte-T.Quitumbe ###
  aux<-which(r1>35)
  k<-match(bp,aux,nomatch=0)
  k<-length(k[k>0])
  s<-match(r2p,aux,nomatch=0)
  s<-s[s>0]
  aux1<-c(aux[s],setdiff(aux,aux[s]))
  l.ord<-c(setdiff(posiciones,aux1),aux1)}
}

```

```

else if(q==4){
  ### c4: servicio de 11 a 35 T.Quitumbe-Ejido (no suben 1-10)###
  aux<-which(r1>0 & r1<11)
  k<-match(bp,aux,nomatch=0)
  k<-length(k[k>0])
  s<-match(r2p aux,nomatch=0)
  s<-s[s>0]
  aux1<-c(aux[s],setdiff(aux,aux[s]))
  l.ord<-c(setdiff(posiciones,aux1),aux1)
}
else if(q==5){
  ### c5: sevicio de 8 a 22 T.Sur-Colón (no suben 1-7 y 23-35) ###
  aux<-which((r1>0 & r1<8)|(r1>22 & r1<36))
  k<-match(bp,aux,nomatch=0)
  k<-length(k[k>0])
  s<-match(r2p,aux,nomatch=0)
  s<-s[s>0]
  aux1<-c(aux[s],setdiff(aux,aux[s]))
  l.ord<-c(setdiff(posiciones,aux1),aux1)
}
else if(q==6){
  ### CQ-R: servicio 22 a 35 T.Sur-T.Quitumbe (no suben 1-21) ###
  aux<-which(r1>0 & r1<22)
  k<-match(bp,aux,nomatch=0)
  k<-length(k[k>0])
  s <-match(r2p,aux,nomatch=0)
  s<-s[s>0]
  aux1<-c(aux[s],setdiff(aux,aux[s]))
  l.ord<-c(setdiff(posiciones,aux1),aux1)
}
resultado<-list(c(length(aux1),k),r[l.ord],r1[l.ord])
return(resultado)
}

```

La función *arreglar* es una función complemento de la función *abordaje.1* cuya finalidad es ordenar de forma cronológica la llegada de los pasajeros que se encuentran en la parada j durante el intervalo $[t_{i-1}, t_i]$. La información de la llegada de un pasajero a una parada es almacenada de forma vectorial, siendo un vector para el tiempo de llegada y otro para el destino de los pasajeros, en ese sentido la función *arreglar* permite almacenar las posiciones que ocupan los pasajeros que fueron ordenados cronológica-

mente dentro de un vector “resultado”, el mismo que sirve como base para ordenar de igual forma al vector que contiene los destinos de los pasajeros manteniendo una relación unívoca entre el vector de llegada y destino de aquellos pasajeros que fueron ordenados. Para completar esta tarea de ordenamiento la función *arreglar* a su vez hace uso de la función *reorganizar*.

Lo antes mencionado puede ser explicado mediante el siguiente ejemplo. Supongamos que el vector resultante del evento $i-1$ es $x=(5,3,1,6,7,8)$ que representa los tiempos de llegada de los pasajeros y sea $x'=(4,5,8,7,10,3)$ los destinos de los pasajeros (las componentes del vector corresponden a las paradas de su destino, que fueron codificadas previamente). Los vectores x y x' ahora llamados x_o y x'_o debido a que se encuentran ordenados son equivalentes a $x_o=(1,3,5,6,7,8)$ y $x'_o=(8,5,4,7,10,3)$. Cabe notar que si se ordenaran los vectores x y x' de manera independiente se perdería la relación entre el tiempo de llegada y destino del pasajero, ya que si bien el vector x puede resultar ordenado satisfactoriamente debido a que provienen de un Proceso de Poisson no homogéneo de incrementos independientes, el vector x' no, ya que dichos valores dependen de la matriz de origen destino y en su mayoría de casos son valores repetidos, de tal forma que al ordenar el vector x' la componente que almacena el destino de un pasajero en un inicio sería asignado a otro tras la ordenación, es decir, se perdería la vinculación entre el tiempo de llegada y destino de un pasajero.

```
arreglar<-function(vector){
  vector1<-sort(vector)
  r<-duplicated(vector)*vector
  if(length(unique(r[r>0]))==0){
    resultado<-match(vector1,vector)
  }
  else{
    resultado<-match(vector1,vector)
    resultado[reorganizar(vector1)]<-reorganizar(vector)
  }
  return(resultado)
}
```

```
reorganizar<-function(vector){
  r<-duplicated(vector)*vector
  a<-sort(unique(r[r>0]))
  b<-0
  for(i in 1:length(a)){
```

```

    t<-which(vector==a[i])
    b<-c(b,t)
  }
  return(b[b>0])
}

```

Abordaje de pasajeros por capacidad: es una función que complementa el resultado de la función *abordaje* de circuitos (*abordaje.1*). Esta determina el total de pasajeros que pueden abordar durante el evento considerando la restricción de capacidad del vehículo. De esta manera las funciones (*abordaje.1* y *abordaje.2*) permiten establecer el número de pasajeros que abordan y no abordan, ya sea por el circuito o la capacidad del vehículo.

- **Input:** la función recibe 5 parámetros de entrada, estos son: el resultado de la función *abordaje.1*, la matriz de destinos de pasajeros, el resultado de la función *tmin* (índice), y los datos fijos que corresponden a la capacidad del vehículo y el total de paradas.

$$abordaje.2 \leftarrow (abordaje.1, m. \text{ destinos, índice, capacidad, paradas})$$

- **Output:** una lista conformada por 5 vectores, el primer vector contiene información de lo sucedido durante el evento y sus componentes se encuentran representadas por:
 - 1.- La posición de la lista l.poisson que corresponde al máximo valor de llegada, tal que es menor al tiempo del anterior evento t_{i-1} . Representa el mismo valor obtenido mediante la función (*abordaje.1*) en su primera componente.
 - 2.- La posición de la lista l.poisson que corresponde al máximo valor de llegada que es menor al tiempo actual t_i . Representa el mismo valor obtenido mediante la función (*abordaje.1*) en su segunda componente.
 - 3.- El número de pasajeros dispuestos a abordar, es el resultado del análisis de beneficio de destino por el circuito.
 - 4.- El total de pasajeros que no abordaron por la capacidad del vehículo durante el evento.
 - 5.- El total de pasajeros que abordan durante el evento.
 - 6.- El número de pasajeros que desembarcan durante el evento, representa los pasajeros que alcanzaron su destino y por ende salen del sistema.
 - 7.- La posición del último pasajero en abordar, útil para la evaluación del siguiente evento.

El segundo vector determina los destinos de los pasajeros que abordaron durante el evento actual.

El tercer vector almacena los destinos que se encuentran presentes en el vehículo. Se incluyen los destinos de los pasajeros que abordaron durante el evento actual (segundo vector). Este vector permite contabilizar el total de pasajeros que desembarcarán en una parada futura durante el siguiente evento.

El cuarto vector almacena las llegadas de los pasajeros ordenados (`l.poisson.ord`) de acuerdo a quienes abordan o no durante el evento actual en el intervalo $[t_{i-1}, t_i[$.

El quinto vector es equivalente al anterior pero almacena información respecto a los destinos de los pasajeros (`l.destinos.ord`) durante el evento actual en el intervalo $[t_{i-1}, t_i[$.

abordaje.2 → (vector 1, vector 2, vector 3, `l.poisson.ord`, `l.destinos.ord`)

```
abordaje.2<-function(abordaje.1,m.destinos,indice,capacidad,tot.paradas){
  fila<-indice[3]
  columna<-indice[4]
  p.inicial<-abordaje.1[[1]][1]
  p.final<-abordaje.1[[1]][2]
  l.poisson<-abordaje.1[[2]]
  l.destinos<-abordaje.1[[3]]
  pos.abordaje<-abordaje.1[[1]][7]
  if(abordaje.1[[1]][3]==0 | (abordaje.1[[1]][3]-abordaje.1[[1]][4]==0)){
    p.bajan<-m.destinos[fila,columna]
    v1<-m.destinos[fila,]
    v1[columna]<-0
    l.dest<-v1
    l.desta<-l.dest+0
    resultado<-list(c(p.inicial,p.final,0,0,0,p.bajan,pos.abordaje),
                    l.dest,l.desta,l.poisson,l.destinos)
  }
  else{
    p.bajan<-m.destinos[fila,columna]
    v1<-m.destinos[fila,]
    v1[columna]<-0
    pas.bus<-sum(v1)
    aux<-abordaje.1[[1]][3]-abordaje.1[[1]][4]
    laux.poisson<-l.poisson[1:aux]
    laux.destinos<-l.destinos[1:aux]
```

```

if(capacidad-pas.bus==0){
  aux1<-aux
  abordaje<-0
  l.dest<-c(rep(0,tot.paradas))
  l.desta<-l.dest+v1
  vector.pos<-arreglar1(l.poisson)
  l.poisson.ord<-l.poisson[vector.pos]
  l.destinos.ord<-l.destinos[vector.pos]
  resultado<-list(c(p.inicial,p.final, aux,aux1,abordaje,p.bajan,0),
                 l.dest,l.desta,l.poisson.ord,l.destinos.ord)
}
else if(capacidad-(pas.bus+aux)>=0){
  aux1<-0
  abordaje<-aux-aux1
  l.abordar.destino<-l.aux.destinos
  l.dest<-table(factor(l.abordar.destino,levels=1:tot.paradas))
  l.desta<-l.dest+v1
  resultado<-list(c(p.inicial,p.final, aux,aux1,abordaje,p.bajan,
                 pos.abordaje),l.dest,l.desta,l.poisson,l.destinos)
}
else if(capacidad-(pas.bus+aux)<0){
  aux1<-abs(capacidad-(pas.bus+aux))
  abordaje<-aux-aux1
  ifelse(aux1>=pos.abordaje,auxpos.abordaje<-0,
        auxpos.abordaje<-pos.abordaje-aux1)
  l.abordar.destino<-l.aux.destinos[1:abordaje]
  l.dest<-table(factor(l.abordar.destino,levels=1:tot.paradas))
  l.desta<-l.dest+v1
  r<-l.poisson[(abordaje+1):length(l.poisson)]
  r1<-l.destinos[(abordaje+1):length(l.destinos)]
  vector.pos<-arreglar1(l.poisson[(abordaje+1):length(l.poisson)])
  r<-r[vector.pos]
  r1<-r1[vector.pos]
  l.poisson.ord<-c(l.poisson[1:abordaje],r)
  l.destinos.ord<-c(l.destinos[1:abordaje],r1)
  resultado<-list(c(p.inicial,p.final,aux,aux1,abordaje,p.bajan,
                 auxpos.abordaje),l.dest,l.desta,l.poisson.ord,l.destinos.ord)
}
}
return(resultado)

```

```
}
```

La función descrita trabaja en conjunto con la función *arreglar1* que a su vez hace uso de la función *reorganizar1*, mismas que permiten clasificar las posiciones de los pasajeros que abordan durante el evento. Mantiene bastante similitud con las funciones *arreglar* y *reorganizar* que fueron expuestas con anterioridad, la diferencia radica en que estas funciones ordenan las posiciones de los pasajeros de forma descendente.

```
arreglar1<-function(vector){  
  vector1<-sort(vector,decreasing=TRUE)  
  r<-duplicated(vector)*vector  
  if(length(unique(r[r>0]))==0){  
    resultado<-match(vector1,vector)  
  }  
  else{  
    resultado<-match(vector1,vector)  
    resultado[reorganizar1(vector1)]<-reorganizar1(vector)  
  }  
  return(resultado)  
}
```

```
reorganizar1<-function(vector){  
  r<-duplicated(vector)*vector  
  a<-sort(unique(r[r>0]),decreasing=TRUE)  
  b<-0  
  for(i in 1:length(a)){  
    t<-which(vector==a[i])  
    b<-c(b,t)  
  }  
  return(b[b>0])  
}
```

Análisis del evento: es una función resumen que da cuenta de todo lo sucedido durante el evento actual en el intervalo $[t_{i-1}, t_i[$ en el que se determina la interacción existente entre vehículo-pasajero. Al ser una función resumen recibe como parámetros los resultados de funciones ya calculadas con anterioridad: *abordaje.1* y *abordaje.2*, al igual que otros elementos.

- **Input:** la función recibe 11 parámetros de entrada, estos son: el resultado de la función *tmin* (índice), los circuitos de viaje, el resultado de la función *abordaje.1*

y *abordaje.2*, la matriz histórica de llegadas (*mh.llegadas*), la matriz histórica de salidas (*mh. salidas*), la matriz del evento anterior y los datos fijos que corresponde al tiempo de abertura de puertas del vehículo (*t.puertas*), tiempo de subida y bajada de pasajeros, los tiempos existentes entre cada parada y el total de paradas.

$evento \leftarrow$ (índice, circuitos, *abordaje.1*, *abordaje.2*, *mh. llegadas*, *mh. salidas*, *ev. anterior*, *t.puertas*, *t.subbaj*, *tiempos*, *paradas*)

- **Output:** una lista conformada por 2 vectores, en donde el primer vector representa lo sucedido durante el evento en términos de cantidad, es decir, el flujo de pasajeros existentes. El segundo vector hace referencia a valores de tiempo durante el evento.

Las componentes del primer vector son:

- 1.- Representa el total de pasajeros que desembarcan durante el evento.
- 2.- Es el total de pasajeros que son analizados durante el evento en el intervalo $[t_{i-1}, t_i[$ (representa la suma de la componente 3 y 4).
- 3.- Representa el total de pasajeros que abordan durante el evento.
- 4.- Representa el total de pasajeros que no abordaron durante el evento (por capacidad vehicular o por la línea del circuito que no es de beneficio del usuario, representa la suma de la componente 5 y 6).
- 5.- Es el total de pasajeros que no abordaron durante el evento por el circuito.
- 6.- Es el total de pasajeros que no abordaron durante el evento por la capacidad del vehículo.
- 7.- Representa la posición del último pasajero en abordar, útil para evaluación del siguiente evento.

Las componentes del segundo vector son:

- 1.- Es el tiempo de permanencia del vehículo en la parada en donde se lleva a cabo el evento.
- 2.- Representa el tiempo de salida del vehículo de la parada donde se llevo a cabo el evento.
- 3.- Es el tiempo de llegada estimado a la próxima parada.
- 4.- Representa el tiempo de salida de la parada $j + 1$ durante el evento anterior.
- 5.- Es el tiempo que dura una aglomeración en caso de existencia.

evento → (vector 1, vector 2)

```
evento<-function(indice,circuitos,abordaje.1,abordaje.2,mh.llegadas,
                 mh.salidas,ev.anterior,t.puertas,t.subbaj,tiempos,tot.paradas){
  fil<-indice[3]
  col<-indice[4]
  circuito<-abordaje.1[[1]][3:6]
  capacidad<-abordaje.2[[1]][3:7]
  p.bajan<-capacidad[4]
  tot.per<-circuito[1]
  t.abor<-capacidad[3]
  tn.abor<-circuito[2]+capacidad[2]
  n.abor.cir<-circuito[2]
  n.abor.cap<-capacidad[2]
  pos.abordaje<-capacidad[5]
  ### Análisis de aglomeramiento ###
  t.parada<-round(((p.bajan+t.abor)*t.subbaj/60)+(t.puertas/60),2)
  t.sal.parada<-indice[2]+t.parada
  aglo<-aglomeramiento(tot.paradas,indice,t.sal.parada,mh.llegadas,
                      mh.salidas,ev.anterior,circuitos,tiempos,semaforos)
  resultado<-list(c(p.bajan,tot.per,t.abor,tn.abor,n.abor.cir,n.abor.cap,
                  pos.abordaje),c(t.parada,aglo))
  return(resultado)
}
```

Aglomeramiento: es una función que permite medir el tiempo de aglomeración entre el viaje $i - 1$ y el viaje i en una determinada parada. La aglomeración en nuestro estudio es consecuencia directa del número de pasajeros que aborden durante el evento analizado.

- **Input:** la función recibe 9 parámetros de entrada, estos son: el dato fijo del total de paradas, el resultado de la función *tmin* (índice), el tiempo de salida del vehículo del viaje i en la parada j , la matriz histórica de llegadas (*mh.llegadas*), la matriz histórica de salidas (*mh.salidas*), la matriz del evento anterior, los circuitos o líneas de transporte, los tiempos entre paradas y el parámetro semáforos que hace referencia al total de semáforos existente entre cada parada de la red de transporte.

aglomeramiento ← (paradas, índice, t.sal.parada, mh.llegadas, mh.salidas, ev.anterior, circuitos, tiempos, semáforos)

- **Output:** un vector que determina el efecto de aglomeración durante el evento i entre el vehículo que se encuentra en la parada $j + 1$ y el vehículo que sale de la parada j .

Las componentes del vector resultado son:

- 1.- Representa el tiempo de salida del vehículo de la parada j durante el evento del viaje i ($v1$).
- 2.- El tiempo de llegada estimado a la parada $j + 1$ del vehículo del viaje i que sale de la parada j ($v2$).
- 3.- Representa el tiempo de salida del vehículo que está presente en la parada $j + 1$ y hace referencia al evento anterior ($v3$).
- 4.- Representa el tiempo de aglomeración que se produce cuando el tiempo de salida del vehículo que se encuentra en la parada $j + 1$ es mayor que el tiempo de llegada estimado del vehículo que proviene de la parada j , caso contrario este tiempo es equivalente a cero.

$$\text{aglomeramiento} \rightarrow (v1, v2, v3, t.\text{aglomeramiento})$$

```
aglomeramiento<-function(tot.paradas,indice,t.sal.parada,mh.llegadas,
                        mh.salidas,ev.anterior,circuitos,tiempos,semaforos){
  fil<-indice[3]
  col<-indice[4]
  ifelse(mh.salidas[fil,col]>0,aux<-mh.salidas[fil,col],aux<-t.sal.parada)
  if(col<tot.paradas){
    td<-tiempos[1,col+1]
    sema<-semaforos[1,col+1]
    tsem<-round((sum(rtriangle(sema,0,30,15)))/60,2)
    if(fil-1==0 | (sum(is.na(mh.llegadas[1:(fil-1)],indice[4]))*1
                    == length(mh.llegadas[1:(fil-1),col]))){
      tlpp<-aux+td+tsem
      tsal.ant.even<-0
      t.aglo<-0
      resultado<-c(aux,tlpp,tsal.ant.even,t.aglo)
    }
    else{
      tsal.ant.even<-mh.salidas[ev.anterior[2,col],col+1]
      tlepp<-aux+td+tsem
      q<-circuitos[ev.anterior[2,col]]
      ifelse((q==1 & col ==21) | (q==5 & col==21),tsal.ant.even<-0,
```

```

        tsal.ant.even<-tsal.ant.even)
    if(tsal.ant.even>=tlepp){
        t.aglo<-tsal.ant.even-tlepp
        tlpp<-tsal.ant.par+0.17
    }
    else{
        t.aglo<-0
        tlpp<-tlepp
    }
    resultado<-c(aux,tlpp,tsal.ant.even,t.aglo)
}
}
else{
    resultado<-c(mh.llegadas[fil,tot.paradas],0,0,0)
}
return(resultado)
}

```

Capítulo 4

Análisis de Resultados

4.1 Antecedentes

En el presente capítulo se describen los resultados obtenidos en la simulación, considerando varios escenarios. Inicialmente se analizan 2 opciones al momento de realizar un viaje. El primero hace referencia a viajes directos de los pasajeros, es decir, un pasajero aborda el vehículo i únicamente si el circuito le permite alcanzar su destino. El segundo escenario considera la elección del usuario en poder realizar transbordos para alcanzar su destino, con la restricción que las transferencias de líneas únicamente pueden darse en los terminales y no en alguna parada intermedia. Estos 2 escenarios son aplicados tanto para el sentido de circulación sur-norte como norte-sur.

De forma adicional dentro de estos 2 escenarios se consideran parámetros que influyen de manera directa en los tiempos de viaje de un pasajero, estos son: el tiempo de viaje entre paradas y el tiempo extra generado por los semáforos. Para los tiempos de viaje entre paradas se utilizaron 3 tipos de velocidades dependiendo de la ubicación geográfica de las paradas. La razón principal es que en determinados puntos se concentran una mayor cantidad de tráfico ya sea por la distancia entre las paradas o por invasiones en la vía. Así, para el tramo comprendido entre la T.Quitumbe - T.sur y Alameda - Colon se utilizó una velocidad de 25 km/h, para el tramo comprendido entre la T. Sur y Alameda se utilizó una velocidad de 20 km/h debido a que corresponde a la zona céntrica de la capital donde no se tiene exclusividad en el carril, mientras que el tramo que va desde la Colón hasta la T.Norte se estimó una velocidad de 30 km/h debido a que se tiene una zona sin muchas intersecciones viales y carril exclusivo. Cabe mencionar que estas velocidades son consideradas promedio ya que el Trolebús puede alcanzar una velocidad máxima de 35 km/h y una mínima de 16.34 km/h cuando se encuentra en los horarios de mayor afluencia de pasajeros. Para el tiempo de semáforo se consideró de forma general la existencia de un solo semáforo entre parada, cuyo tiempo es generado

a partir de una distribución triangular (Bellei G. y Gkoumas K.) [2] de parámetros (0,30,20) que responden al valor mínimo, máximo y moda representado en segundos. Todos estos supuestos son de carácter dinámico, por lo que pueden ser modificados para analizar distintos escenarios.

Por otra parte para el análisis de resultados se consideró un escenario base, que además de los supuestos antes nombrados incluye la restricción de capacidad vehicular y la variación de la demanda (incremento y decremento). Bajo este enfoque se consideró el escenario base con la restricción de capacidad del vehículo igual a 180 mientras que el nivel de demanda es la que se obtiene a partir de la matriz Origen-Destino. A partir de este escenario se consideró una variación en la capacidad de +/- 10 usuarios estableciendo un intervalo de análisis de [150;210] pasajeros, mientras que en la demanda se consideró una variación de +/- 5% estableciendo un intervalo de [80%;120%] en incremento o decrecimiento de la demanda de usuarios. En ese sentido se tiene 63 escenarios posibles de acuerdo a estas restricciones, un total de 252 escenarios al considerar ambos sentidos y la opción del usuario en escoger un viaje directo o una transferencia.

Para verificar la calidad de los resultados se realizó un número adecuado de simulaciones (10) de cada escenario con lo que se obtuvo un estimador de la media apropiado ya que se alcanzó un coeficiente de variación menor al 2% en cada una de las matrices obtenidas. Todos los experimentos fueron realizados en un computador con procesador core i7 de 4 núcleos y RAM de 16GB con lo que se obtuvo resultados en un tiempo aproximado de 2 a 3 minutos por cada escenario simulado.

4.2 Resultados de la simulación

En esta sección describiremos los escenarios que son resultado de la simulación. Primeramente nos centraremos en el escenario actual que considera la demanda que proviene de la matriz Origen-Destino y la capacidad del trolebús de 180 pasajeros.

La flota operativa que dispone el sistema trolebús es de 103 unidades que se encuentran operando en base a 6 circuitos. La asignación de flota asociada a cada circuito durante los días laborables (lunes-viernes) es presentada en las figuras 4.1 y 4.2. El flujo de vehículos puede alcanzar un máximo de 62 unidades y un mínimo de 10 unidades dependiendo de la hora de servicio.

Es evidente que la mayor concentración de la flota, así como la planificación de los circuitos durante el día se encuentra en el circuito "C1", a diferencia de los demás

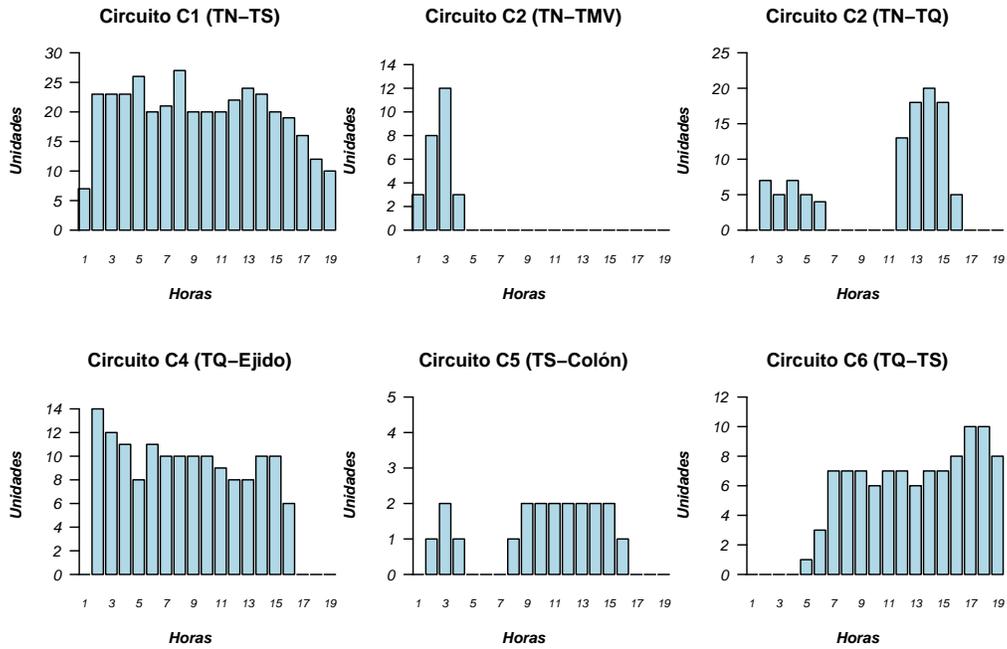


Figura 4.1: Disponibilidad de flota por circuitos (sentido Norte-Sur)

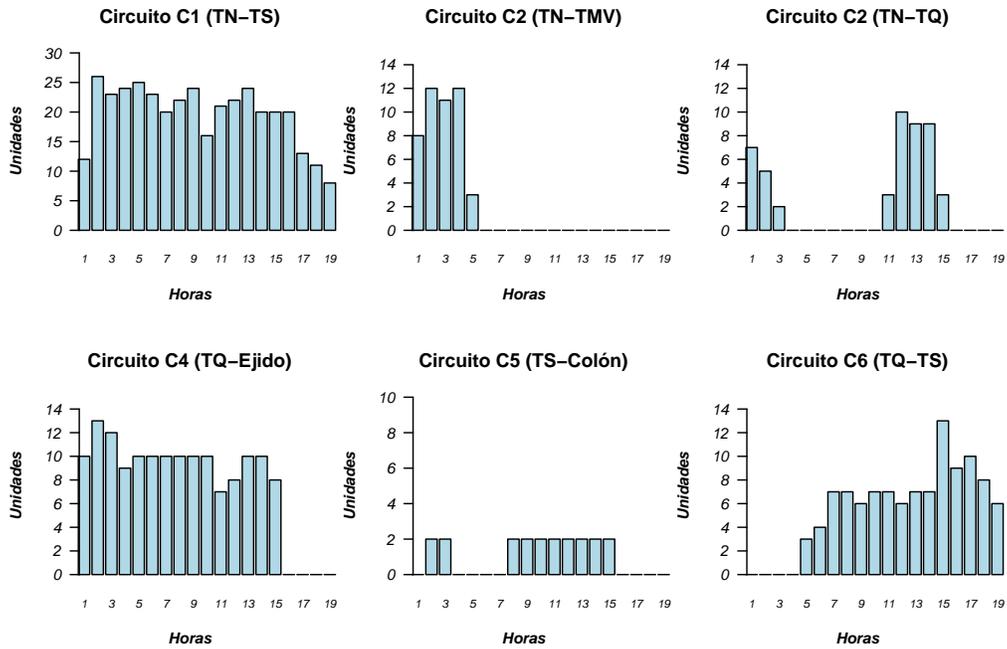


Figura 4.2: Disponibilidad de flota por circuitos (sentido Sur-Norte)

quienes se encuentran en menor proporción y en horas específicas como es el caso del circuito “C2” y “C5”. De acuerdo a esta distribución se observa, que tanto para el servicio en sentido norte-sur como sur-norte, muchos usuarios necesitan realizar al menos un transbordo para alcanzar su destino ya que líneas que cubren la mayoría de estaciones de la red (por ejemplo, circuito C2) no se encuentran en funcionamiento durante todo el día.

4.2.1 Nivel de servicio

El nivel de servicio de un sistema de transporte toma como referencia la cobertura de la demanda al igual que los tiempos de viaje. Al analizar la demanda de pasajeros durante un día se observa que la cobertura que brinda el sistema Trolebús es alrededor del 99 % para ambos sentidos. El 1 % de demanda insatisfecha representa alrededor de 1600 usuarios para el sentido sur-norte mientras que alrededor de 1200 para el otro sentido de servicio. La figura 4.3 muestra el comportamiento de la demanda durante las 19 horas de servicio para cada uno de los sentidos de viaje.

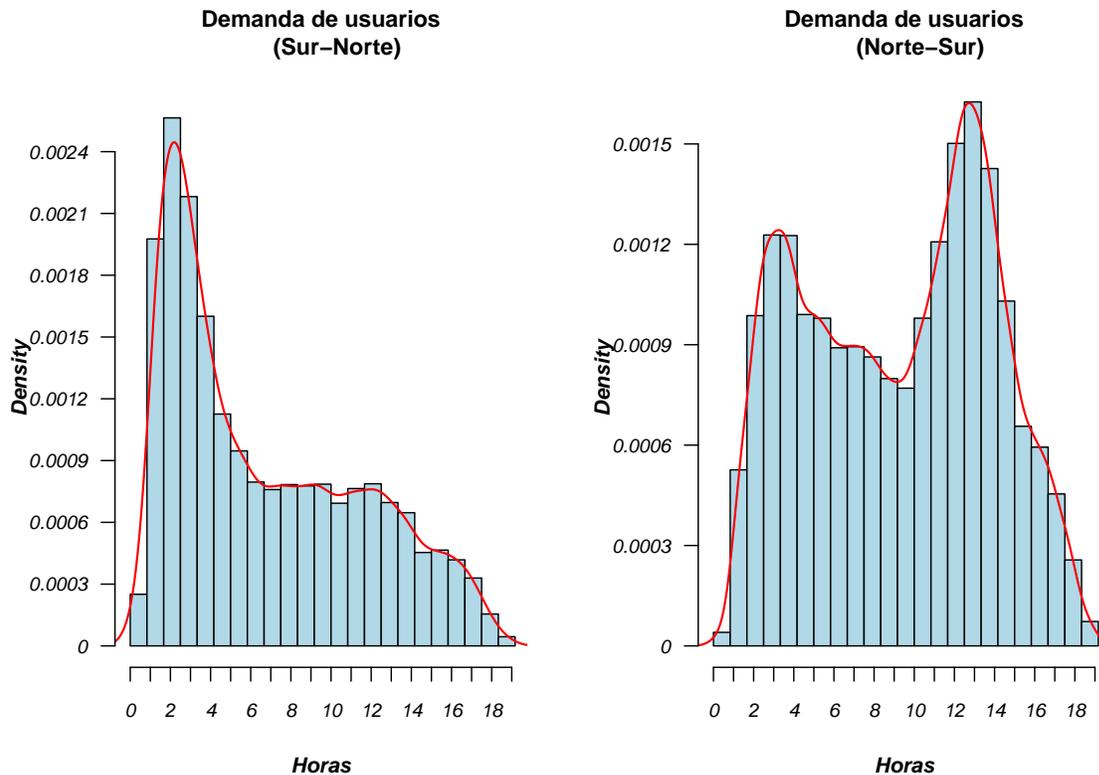


Figura 4.3: Demanda de usuarios

Se puede notar que la demanda es asimétrica. La distribución de demanda muestra que para el sentido sur-norte, la mayor concentración se sitúa en el horario de 06h00-09h00, mientras que para el sentido norte-sur la mayor concentración se da en 3 distintos hora-

rios, siendo el más sobresaliente el de 16h00-19h00. Una hipótesis del comportamiento de la demanda se debe por la ubicación geográfica de los lugares de trabajo que se encuentran en mayor proporción al norte de la ciudad, generándose un mayor flujo de usuarios en la mañana en el sentido sur-norte para alcanzar su lugar de empleo y viceversa para el sentido norte-sur para el retorno a sus hogares al terminar su jornada laboral.

La cobertura de la demanda de usuarios puede ser desagregada por hora de servicio, siendo de interes el análisis de aquellas horas en donde existe mayor afluencia de pasajeros. En las siguientes figuras las barras de color celeste hacen referencia al sentido sur-norte, mientras que las de color naranja se refieren al sentido norte-sur.

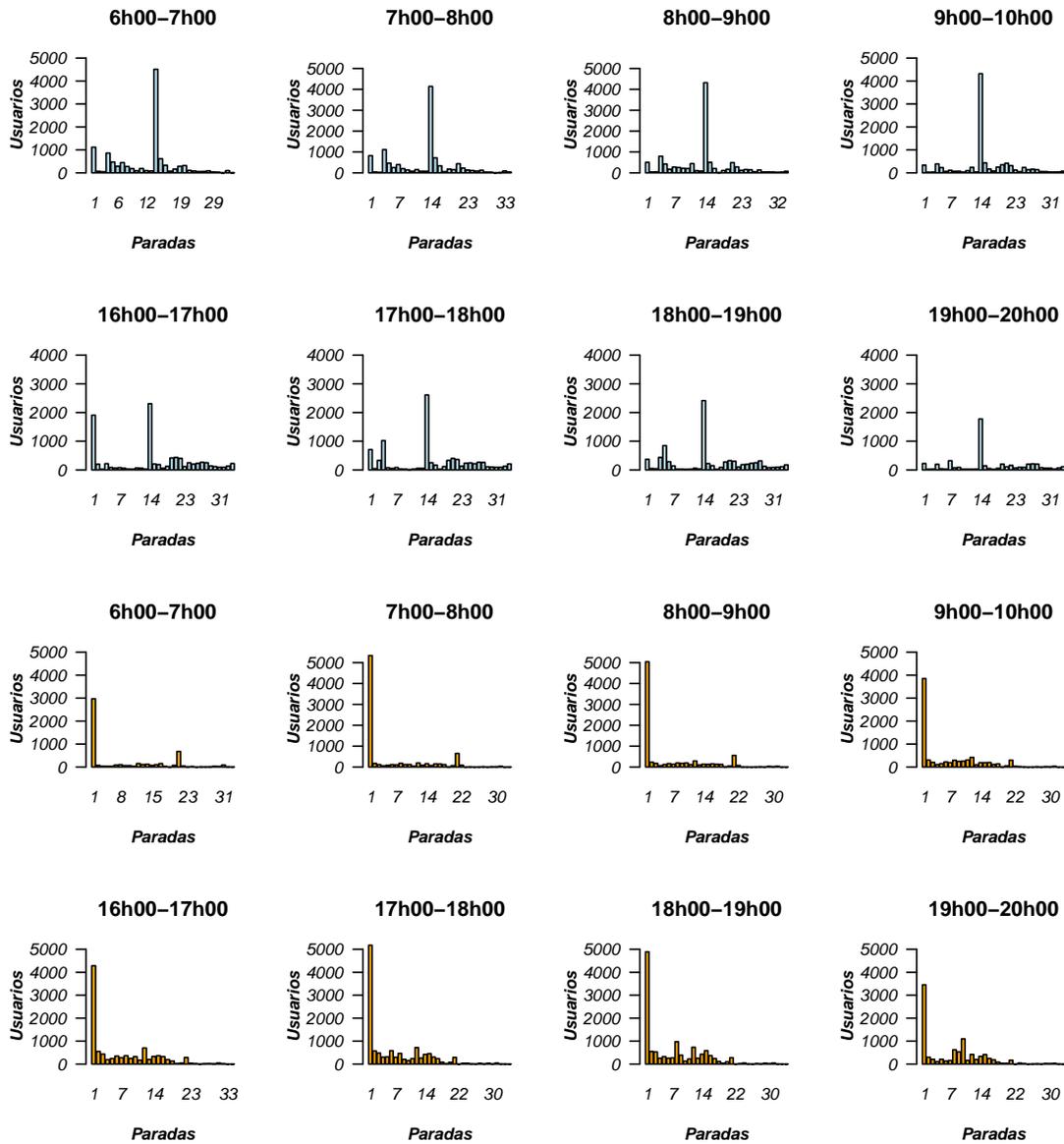


Figura 4.4: Cobertura de demanda por hora

Para el sentido sur-norte se tiene que los circuitos que brindan servicio en el horario de 06h00-09h00 permiten transportar alrededor de 32.000 pasajeros, siendo la terminal sur la que mayor afluencia de pasajeros recibe (aproximadamente 10.500). La cobertura en esta parada durante el horario de 07h00-09h00 en promedio alcanza el 81% de la demanda sin contabilizar las aglomeraciones de pasajeros que llegaron en la hora anterior. La falta de cobertura de la demanda es causa del número de despachos que registra el diagrama de marcha en este horario, para este caso un total de 47 unidades si únicamente se considera los circuitos $C1$ y 49 si se adiciona 2 vehículos que corresponden al circuito $C5$ (ver figura 4.2). Cabe mencionar que debido a la alta demanda los vehículos que salen de esta parada lo hacen en su capacidad máxima lo que dificulta el ingreso de pasajeros en las próximas paradas, salvo el caso en que se realice un desembarque de pasajeros.

En el sentido norte-sur las frecuencias que funcionan en el horario de 16h00-19h00 permiten transportar alrededor de 34.000 usuarios, lo que representa aproximadamente la cuarta parte de la demanda total que se genera durante el día. Al igual que en el sentido opuesto, la mayor concentración de demanda se da en los terminales.

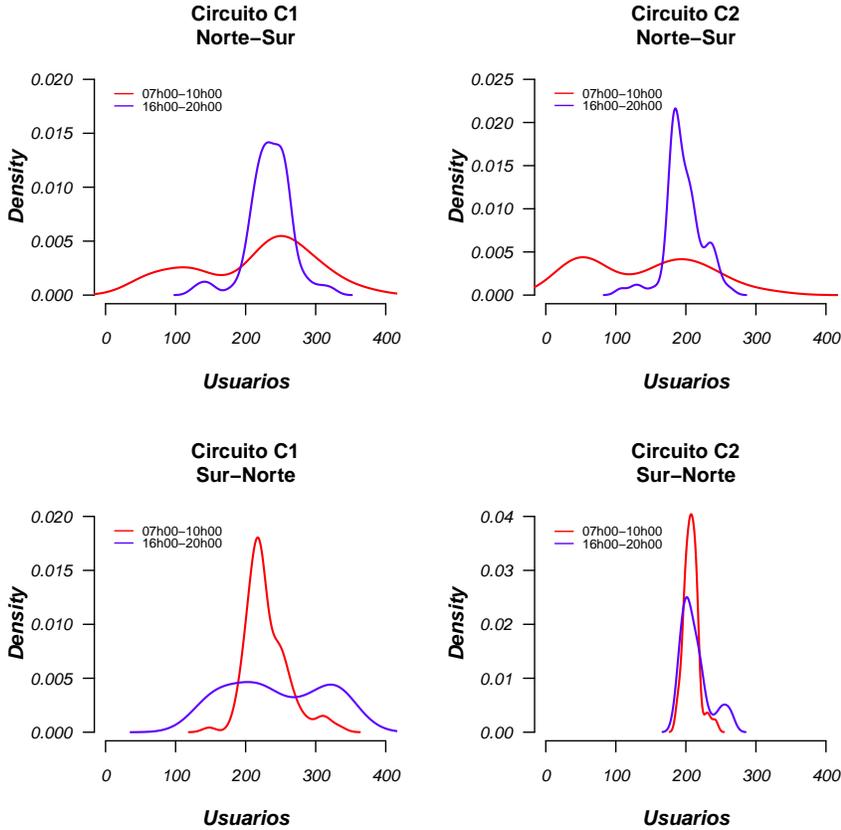


Figura 4.5: Cantidad de usuarios por viaje

Al analizar la cobertura de la demanda por circuito, en especial de aquellos que tienen

un mayor recorrido dentro de la red considerando el escenario de viajes directos, se tiene que aproximadamente se cubre la demanda de 200 a 300 usuarios por cada viaje en las horas de mayor afluencia de pasajeros sin importar el sentido de viaje. En la figura 4.5, se presenta el número de pasajeros cubiertos por viaje del circuito C1 y C2. Adicionalmente se puede observar que en el sentido sur norte la cantidad de usuarios atendidos converge a 200 pasajeros por viaje tanto en la mañana como en la tarde, esto nos quiere decir que existen muy pocos desembarques durante el viaje lo que genera aglomeraciones de usuarios en las paradas debido a que no pueden ingresar por la restricción de capacidad del vehículo. Por otro lado, sobre el circuito C1 se puede notar que se generan mayor número de embarques/desembarques cubriendo de este modo una mayor demanda.

La tabla 4.1 y 4.2 muestran los tiempos de viaje promedio simulados de cada circuito por hora de servicio considerando los escenarios con transferencias y sin transferencias. Los valores entre paréntesis que se encuentran dentro de estas tablas hacen referencia al tiempo obtenido en el sentido de viaje norte-sur, mientras que el símbolo -/(-) representa un valor nulo debido a que no se generó un viaje de ese circuito durante esa hora.

En la tabla 4.1 se puede apreciar que existe una variación promedio de 3 minutos entre los sentidos de viaje sur-norte y norte-sur. Esta variación se atribuye a que en el sentido norte-sur existe una parada adicional (Plaza Grande), por lo que diremos que la inclusión de una parada con demanda promedio origina un aumento de 3 minutos en el tiempo total de viaje. Al analizar el escenario con transferencia de viaje de los usuarios, el tiempo de viaje mantiene una diferencia alrededor de 2 minutos respecto al escenario de viajes directos en el sentido de viaje norte-sur, mientras que en el sentido sur-norte se alcanza una variación de 0,5 minutos. De igual forma al analizar los tiempos de viaje bajo el escenario de transferencia entre el sentido norte-sur y sur-norte se muestra que el tiempo de viaje difieren en promedio 3 minutos, alcanzando una mayor diferencia en el circuito C2 y un mínima en el circuito C6.

Por otra parte, al analizar los tiempos de viaje promedio que se dan durante el día se evidencian múltiples diferencias entre los tiempos obtenidos mediante la simulación y los tiempos de viaje que reporta la EPMTPQ. Se observa que el circuito 2 es aquel que muestra mayor variación en los tiempos promedios de viaje, se registra una diferencia de hasta 7 minutos, mientras que el circuito C6 es aquel con menor variación de tiempos con aproximadamente 1 minuto. Los demás circuitos en promedio difieren en +/- 1,6 minutos en el sentido de servicio norte-sur. En el sentido sur-norte la diferencia oscila

Horas de servicio	Circuitos					
	C1	C2 (TMV-TN)	C2 (TQ-TN)	C4	C5	CQ-R
5:00-6:00	34.6/(37)	51.1/(53.6)	58.5/(-)	42/(-)	-/(-)	-/(-)
6:00-7:00	37.1/(38.5)	54.5/(54.5)	61.2/(61.4)	45.8/(45.6)	26.6/(28.7)	-/(-)
7:00-8:00	38.3/(40.2)	55.3/(56.6)	61.7/(63.2)	46.6/(46.8)	29.1/(27.9)	-/(-)
8:00-9:00	38.9/(41)	56.9/(57.2)	-/(63.8)	47.8/(47.7)	-/(29.6)	-/(-)
9:00-10:00	39.8/(41.8)	57.6/(-)	-/(66.9)	46.2/(47.8)	-/(-)	22.8/(23.6)
10:00-11:00	39.3/(42.4)	-/(-)	-/(66.9)	45.5/(48.6)	-/(-)	23.3/(22.4)
11:00-12:00	40.1/(43.2)	-/(-)	-/(-)	46.6/(48.9)	-/(-)	23.3/(22.3)
12:00-13:00	40.4/(42.3)	-/(-)	-/(-)	47.1/(49.3)	28.9/(30.5)	23.7/(22.3)
13:00-14:00	40.1/(42.1)	-/(-)	-/(-)	45.4/(49.2)	28.3/(30.8)	23.4/(22.6)
14:00-15:00	39.2/(41.5)	-/(-)	-/(-)	44.9/(47.7)	26/(30.1)	23.4/(22.1)
15:00-16:00	39.2/(41.3)	-/(-)	60.3/(-)	45.0/(48.1)	26.6/(30.1)	23.4/(22.2)
16:00-17:00	39.2/(42.2)	-/(-)	61.9/(65.7)	45.3/(49.8)	26.7/(30.8)	24.3/(22.4)
17:00-18:00	38.8/(41.2)	-/(-)	62.7/(66.3)	44.3/(50.7)	25.8/(31.7)	24/(23.4)
18:00-19:00	38.4/(40.9)	-/(-)	62.6/(65.8)	43.9/(50.1)	26.9/(30.7)	23.7/(23.5)
19:00-20:00	36.6/(40.3)	-/(-)	61.9/(64.4)	43/(48.2)	25.2/(30.6)	23.1/(23.3)
20:00-21:00	36.0/(38.4)	-/(-)	-/(61.3)	-/(45.8)	-/(27.1)	23.7/(22.8)
21:00-22:00	36.3/(38.6)	-/(-)	-/(-)	-/(-)	-/(-)	23.1/(22.4)
22:00-23:00	36.0/(38.3)	-/(-)	-/(-)	-/(-)	-/(-)	22.9/(22.3)
23:00-24:00	35.2/(36.4)	-/(-)	-/(-)	-/(-)	-/(-)	22.8/(22.1)
Promedio	38.1/(40.4)	55.1/(55.5)	61.4/(64.6)	45.3/(48.3)	27/(29.9)	23.4/(22.6)

Tabla 4.1: Tiempos promedios de viaje simulados por circuitos (viajes directos)

Horas de servicio	Circuitos					
	C1	C2 (TMV-TN)	C2 (TQ-TN)	C4	C5	CQ-R
5:00-6:00	34.9/(38.2)	51.2/(55.4)	59/(-)	42.8/(-)	-/(-)	-/(-)
6:00-7:00	38/(40)	55.9/(57.1)	63.5/(63.3)	46/(47.3)	27.6/(27.9)	-/(-)
7:00-8:00	38.8/(41.7)	56.5/(59.1)	64.3/(67)	45.6/(48.7)	29.9/(29.3)	-/(-)
8:00-9:00	38.4/(42.6)	56.8/(59.4)	-/(67.9)	45.8/(49.7)	-/(30)	-/(-)
9:00-10:00	39.7/(43.2)	58.6/(-)	-/(69.2)	46.9/(50.9)	-/(-)	24.2/(23.1)
10:00-11:00	41.6/(43.5)	-/(-)	-/(68.9)	47.7/(50.4)	-/(-)	24.1/(24.7)
11:00-12:00	41.6/(44.6)	-/(-)	-/(-)	47.7/(50.9)	-/(-)	24.2/(24.4)
12:00-13:00	41.3/(44.1)	-/(-)	-/(-)	46.2/(51.5)	28.9/(32.2)	24.1/(24.2)
13:00-14:00	40/(43.8)	-/(-)	-/(-)	46/(52.5)	27.7/(33)	23.7/(24.7)
14:00-15:00	39.8/(42.8)	-/(-)	-/(-)	45.2/(49.5)	26.7/(30.7)	24.2/(24.4)
15:00-16:00	39.6/(42.6)	-/(-)	62/(-)	45.9/(50.1)	27.1/(31.8)	23.8/(23.7)
16:00-17:00	39.4/(43.1)	-/(-)	62/(70)	44.6/(51.8)	27.2/(33.3)	24.1/(24.2)
17:00-18:00	38.4/(43.8)	-/(-)	61.3/(71.2)	44.5/(53.7)	26.1/(31.4)	23.6/(25.4)
18:00-19:00	38.7/(44.1)	-/(-)	60.4/(70.9)	44.2/(52.9)	27/(34.3)	23.4/(26.4)
19:00-20:00	36.9/(41.1)	-/(-)	58.9/(67.2)	43.2/(50.8)	25.5/(31)	23.2/(25.6)
20:00-21:00	36.2/(39.6)	-/(-)	-/(63.1)	-/(47.2)	-/(28.1)	24.1/(24.2)
21:00-22:00	36.6/(39.9)	-/(-)	-/(-)	-/(-)	-/(-)	23.7/(23.9)
22:00-23:00	36.6/(40.5)	-/(-)	-/(-)	-/(-)	-/(-)	23.2/(23.5)
23:00-24:00	35.3/(37.6)	-/(-)	-/(-)	-/(-)	-/(-)	22.7/(23)
Promedio	38.5/(41.9)	55.8/(57.8)	61.4/(67.9)	45.5/(50.5)	27.4/(31.1)	23.8/(24.4)

Tabla 4.2: Tiempos promedios de viaje simulados por circuitos (viajes con transferencia)

alrededor de 2 minutos. En la figura 4.6 se observa la comparación entre los tiempos promedio de viaje simulados y planificados, donde las líneas de color rojo y azul representan el tiempo promedio de viaje de un circuito al considerar los escenarios de viaje directo y viaje con transferencia en ambos sentidos. De igual forma en el circuito C1 se puede apreciar la diferencia de aproximadamente 3 minutos entre los sentidos de viaje norte-sur y sur-norte, diferencia que en cierta forma es explicada por la existencia de una parada adicional (Plaza Grande) en el sentido norte-sur.

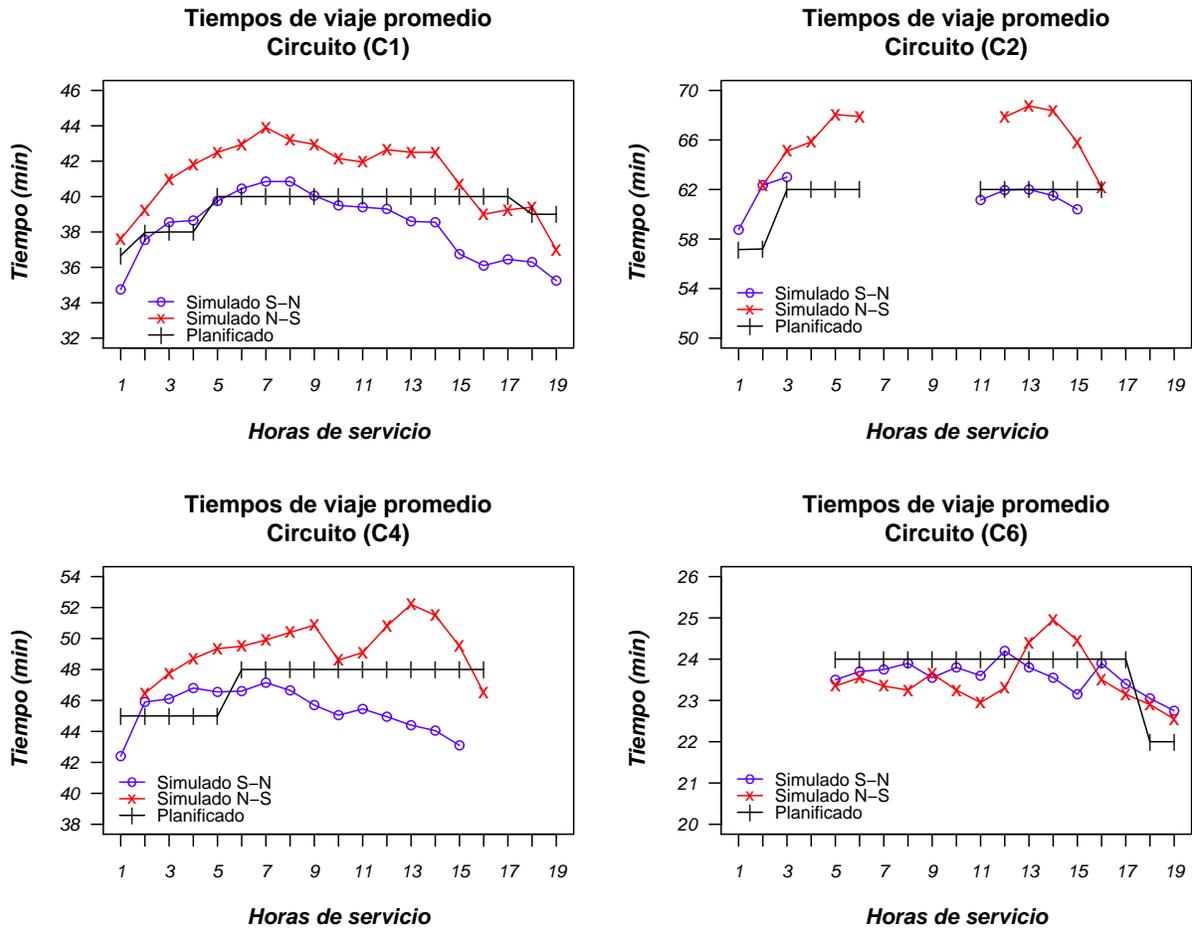


Figura 4.6: Tiempo planificado vs tiempo de simulación

El escenario con transferencia de viajes muestra que durante un día de servicio alrededor de 16.500 usuarios realizan un transbordo para alcanzar su destino en el sentido sur-norte y 15.000 para el sentido norte-sur, lo que representa alrededor del 12% de la demanda total durante el día, es decir, 1 de cada 10 pasajeros realiza un transbordo para alcanzar su destino si se considera la planificación de líneas y circuitos actual. Si bien el tiempo de viaje promedio entre el escenario de viajes directos y transferencias oscila entre 0,5 y 2 minutos, la diferencia se observa en el aumento de la demanda en aquellas paradas que sirven como punto de transferencia, es así, que la parada El Ejido

recibe cerca del 80% de transbordos de usuarios si consideramos el sentido de viaje sur-norte y la terminal Sur si consideramos el otro sentido de viaje con alrededor del 92% de las transferencias durante el día.

4.2.2 Irregularidades en el servicio

En esta sección realizaremos un análisis respecto a las irregularidades que se presenta en el nivel de servicio que brinda el sistema Trolebús, siendo de principal interés el análisis de los tiempos de aglomeración que se generan entre las unidades y el tiempo promedio de espera de los usuarios en la parada entre cada viaje que se realiza durante el día.

En la figura (4.7) se observa los tiempos de aglomeración promedio que se generan en las horas de mayor afluencia de usuarios (07h00-09h00 y 16h00-20h00). La mayor concentración de estos tiempos se da en el intervalo de $[0;0,5]$ minutos, es decir, en valores menores a 30 segundos. Además, no existe mayor diferencia al considerar los escenarios de viaje directo y viaje por transferencia de los usuarios.

Cabe mencionar que debido a la gran cantidad de valores que se generan durante la simulación, no es posible observar todos los tiempos de aglomeración que se dan en las paradas durante un día de servicio, por lo que nos centraremos en aquellas paradas donde existe mayor cantidad de ellos. En el sentido de viaje norte-sur las paradas con mayor densidad en tiempos de aglomeración son: Villaflora, Alameda, Plaza Grande y Plaza del Teatro, mientras que para el sentido sur-norte las paradas son: Villaflora, Sto. Domingo y Alameda. La parada Villaflora se muestra en ambos sentidos ya que es una parada de gran dimensión en la cual existe mayor afluencia de pasajeros en relación a las demás. Adicionalmente, esta es una parada que cuenta con 2 andenes que sirven para el abordaje y desembarque de pasajeros.

Al considerar los tiempos de espera en las paradas, la mayor concentración de valores se sitúa en el intervalo $[0,2]$ minutos con mayor densidad en el sentido sur-norte, aunque se alcanza valores máximos de 8 hasta 12 minutos. Se mantiene un comportamiento de densidad similar en todas las paradas que conforman la red de transporte. Adicionalmente se tiene que el incremento en los tiempos de espera es proporcional al tiempo de aglomeración que se da en las paradas.

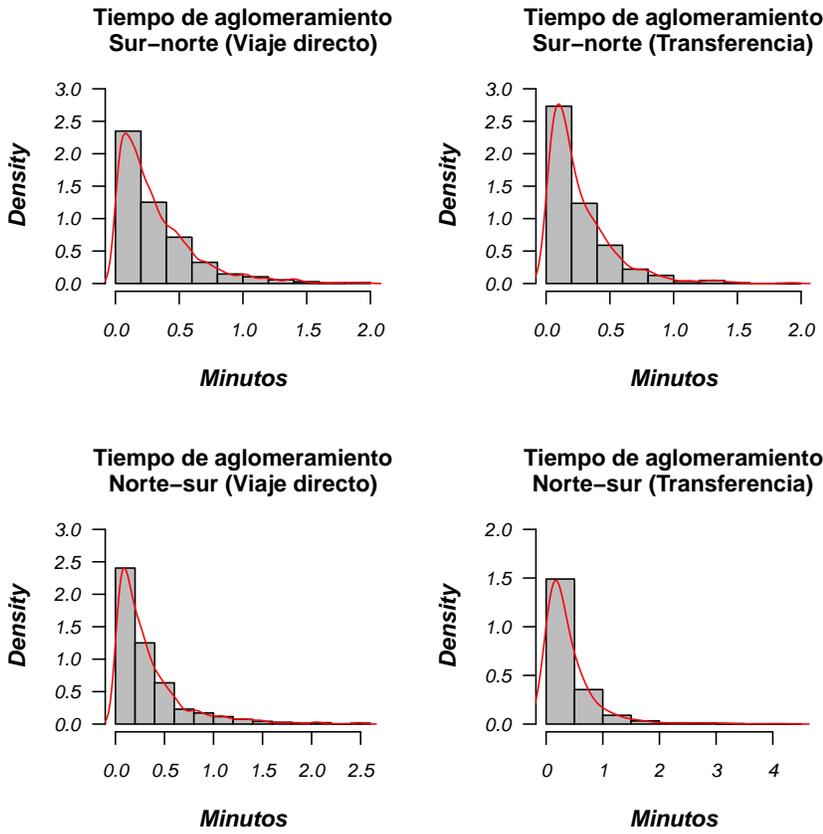


Figura 4.7: Tiempo de aglomeraciones

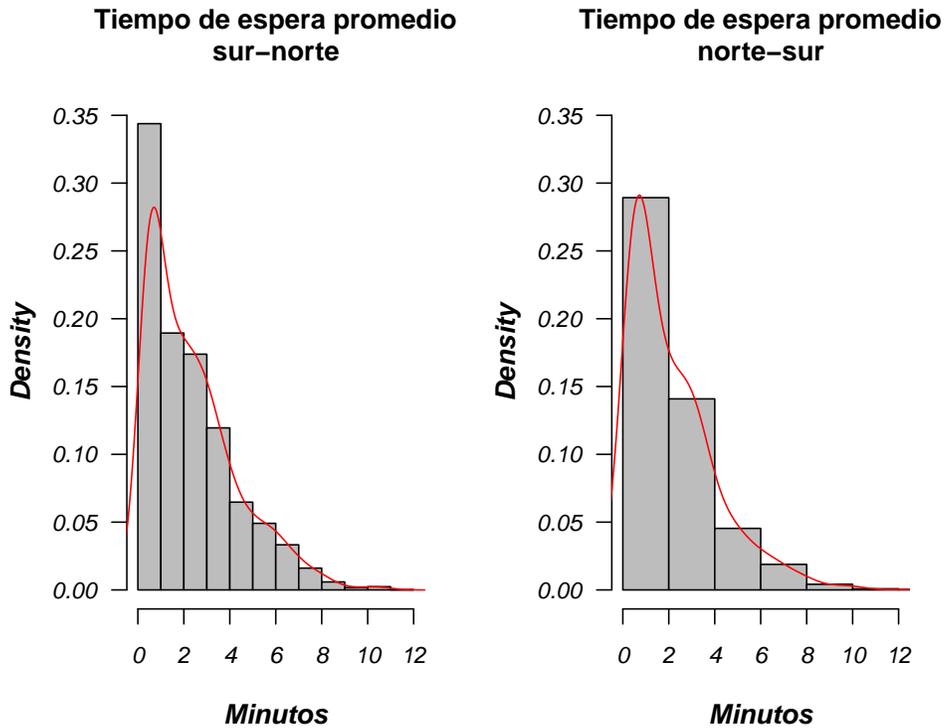


Figura 4.8: Tiempo de espera promedio en paradas

4.3 Escenarios de simulación

4.3.1 Análisis de demanda

En esta sección describimos los resultados de distintos escenarios considerando los parámetros de entrada en cuanto a la capacidad vehicular y la demanda de usuarios a lo largo de la red de transporte durante un día de servicio.

Al analizar la cobertura de la demanda bajo el diagrama de marcha actual se tiene que esta varía dependiendo del sentido del servicio. Así, en el sentido sur-norte se alcanza una cobertura mínima del 88,3 % al considerar una demanda con un incremento del 20 % sobre la matriz Origen-Destino actual y con una capacidad mínima de 150 usuarios por vehículo. Por otro lado, se logra una cobertura máxima de hasta el 99,5 % considerando el escenario en el cual la capacidad vehicular es máxima (210 pasajeros) y una demanda mínima (20 % menos de la estimada por la matriz Origen-Destino simulada). De aquí en adelante por facilidad de redacción nombraremos a un escenario mediante un par ordenado, donde la primera componente hace referencia a la capacidad del vehículo y la segunda componente a la demanda de usuarios que responde a una variación porcentual de las matrices OD. Por ejemplo, diremos que el valor de 0.8 responde al 80 % de la demanda generada por las matrices OD y 1.15 responde a un incremento de 15 % de la demanda obtenida por las matrices OD.

Al considerar los escenarios en el sentido sur-norte dependiendo de la elección de viaje, se evidencia que los viajes directos tienen una mayor cobertura que aquellos escenarios que consideran transbordos, exceptuando los casos cuyos pares ordenados son (190-210,0.8-0.9), es decir, una variación de capacidad entre 190 y 210 con una variación de demanda entre 80 % y 90 %. La razón fundamental de este fenómeno es por los destinos de viaje de los pasajeros, ya que la demanda es cubierta si y solo si un usuario alcanza su destino. En ese sentido, un pasajero cuando realiza un transbordo ocupa un puesto adicional en la capacidad del siguiente vehículo que le permitirá alcanzar su destino, es decir, aumenta el número de llegadas de pasajeros en una parada lo que conlleva al aumento de la demanda de la misma. Como se mencionó con anterioridad el mayor porcentaje de transbordos en este sentido de viaje se da en la parada El Ejido consecuencia del circuito C2 que tiene una cobertura de la red desde la terminal Quitumbe hasta El Ejido. Esta parada, al ser una parada intermedia, no se generan despachos hacia el norte por lo que el aumento de la demanda por transbordos no puede ser satisfecha de manera adecuada. En las tablas 4.3 y 4.4 se muestra datos de cobertura de la demanda, donde el primer valor es asociado al escenario de viajes directos, mientras que el segundo (valor entre paréntesis) hace mención a viajes realizados con transbordos.

Variación de demanda	Variación de capacidad						
	150	160	170	180	190	200	210
0,8	98,9/(96,8)	99,2/(98,1)	99,2/(98,7)	99,2/(99,1)	99,2/(99,3)	99,2/(99,4)	99,2/(99,5)
0,85	98,5/(95,8)	99,0/(96,8)	99,2/(98,1)	99,1/(98,7)	99,2/(99,3)	99,2/(99,3)	99,2/(99,3)
0,9	98,5/(94,5)	98,7/(95,7)	99,0/(97,1)	99,2/(98,3)	99,2/(98,5)	99,2/(99,2)	99,2/(99,3)
0,95	97,7/(93,3)	98,2/(94,9)	98,6/(95,7)	99,0/(96,9)	99,2/(98,2)	99,2/(98,7)	99,2/(98,9)
1	97,4/(92,2)	97,9/(93,7)	98,3/(95,2)	98,8/(96,7)	99,2/(97,0)	99,2/(98,3)	99,2/(98,7)
1,05	95,7/(91,3)	97,6/(92,5)	98,1/(94,2)	98,5/(95,4)	98,9/(96,5)	99,2/(97,1)	99,2/(98,1)
1,1	94,2/(90,4)	96,5/(91,5)	97,6/(92,9)	98,1/(94,0)	98,5/(95,4)	98,9/(96,3)	99,2/(97,2)
1,15	92,5/(89,4)	95,1/(90,8)	97,3/(91,9)	97,8/(93,4)	98,1/(94,5)	98,5/(95,6)	98,9/(96,5)
1,2	90,5/(88,3)	93,2/(89,6)	95,6/(91,1)	97,4/(92,1)	97,8/(93,4)	98,3/(94,7)	98,6/(95,8)

Tabla 4.3: Cobertura de demanda (sentido sur-norte)

Variación de demanda	Variación de capacidad						
	150	160	170	180	190	200	210
0,8	99,1/(100)	99,1/(100)	99,1/(100)	99,1/(100)	99,1/(100)	99,1/(100)	99,0/(100)
0,85	99,1/(100)	99,1/(100)	99,0/(100)	99,1/(100)	99,0/(100)	99,1/(100)	99,1/(100)
0,9	98,8/(100)	99,0/(100)	99,0/(100)	99,1/(100)	99,0/(100)	99,1/(100)	99,1/(100)
0,95	98,0/(98,6)	99,0/(100)	99,1/(100)	99,1/(100)	99,1/(100)	99,1/(100)	99,1/(100)
1	95,9/(96,3)	98,4/(99,4)	99,0/(100)	99,1/(100)	99,1/(100)	99,1/(100)	99,1/(100)
1,05	93,1/(93,4)	96,8/(97,2)	98,6/(100)	99,1/(100)	99,1/(100)	99,0/(100)	99,1/(100)
1,1	90,8/(91,0)	94,1/(94,7)	97,5/(97,8)	98,8/(100)	99,1/(100)	99,1/(100)	99,1/(100)
1,15	88,8/(89,1)	91,8/(92,0)	94,8/(95,3)	97,6/(98,5)	98,8/(100)	99,1/(100)	99,1/(100)
1,2	86,1/(86,2)	89,8/(89,8)	92,6/(92,9)	95,7/(96,4)	97,9/(98,7)	99,0/(100)	99,1/(100)

Tabla 4.4: Cobertura de demanda (sentido norte-sur)

Como se observa en las tablas anteriores en algunos casos no se logra una cobertura del 100 % de la demanda, esto se debe a que algunos usuarios durante el día de servicio del Trolebús no pudieron alcanzar su destino ya sea por el circuito o la capacidad del vehículo. En la tabla 4.3 se evidencia que al aumentar la capacidad del vehículo (190 a 210) la cobertura converge al valor de 99.2 % lo que podría significar que el usuario no fue atendido debido a que el circuito no le permitió alcanzar su destino si considerásemos el escenario de viajes directos. Esta causalidad se debe a que no todos los circuitos se encuentran disponibles durante el horario de servicio del Trolebús, como es el caso del circuito “C2” (ver figura 4.2).

La diferencia de cobertura de demanda bajo los escenarios de viaje directo y transbordos puede alcanzar un máximo de 5 puntos porcentuales, como es el caso (180,1.2). En promedio se tiene una diferencia porcentual de 2.4 puntos en el sentido de viaje sur-norte.

Al analizar el sentido de viaje norte-sur se tiene que en la mayor parte de escenarios, la demanda es satisfecha en un 100 % si se considera los viajes con transbordos, mientras que por viajes directos la demanda satisfecha se mantiene constante y converge al valor de 99.1 % (ver tabla 4.4). La causa de este valor se debe por la planificación de líneas ya que de acuerdo a la figura (4.1) los circuitos C2 se encuentran presentes en horas específicas durante el día. Esto genera aglomeración en las paradas de aquellos usuarios que requieren de este circuito para alcanzar su destino, y que en algunos casos no logran abordar porque la capacidad del vehículo se encuentra al máximo durante el evento. Esto genera demanda insatisfecha al final del día por aquellas personas que no abordaron debido a que su tiempo de llegada a una parada fue después del último viaje del circuito o porque es necesario que se realice un transbordo no permitido en el actual escenario. La diferencia entre cobertura de demanda por viajes directos y transbordos en promedio es de 1 punto porcentual para este sentido de viaje.

4.3.2 Análisis de tiempos

En el análisis de los tiempos de viaje promedio por circuito se evidencia que su crecimiento es proporcional al aumento en los parámetros de capacidad y demanda. Nos centraremos en los circuitos C1 y C2 considerando los escenarios de viajes directos y transbordos en ambos sentidos.

Al observar la figura 4.9 se tiene que en el sentido sur norte el circuito C1 alcanza un tiempo mínimo de viaje alrededor de 37.4 minutos al considerar el par ordenado (150,0.8) y un máximo de 40 minutos al considerar el par (210,1.2) durante un día de

servicio. La diferencia de tiempo de viaje generado entre el escenario de transbordo y viaje directo en este circuito es de aproximadamente 30 segundos, mientras que la variación por aumento en demanda considerando capacidades de 150, 180 y 210 es de 9, 11 y 14 segundos, respectivamente. Los valores colocados en el extremo superior izquierdo de la figura 4.9 hacen referencia a la capacidad del vehículo.

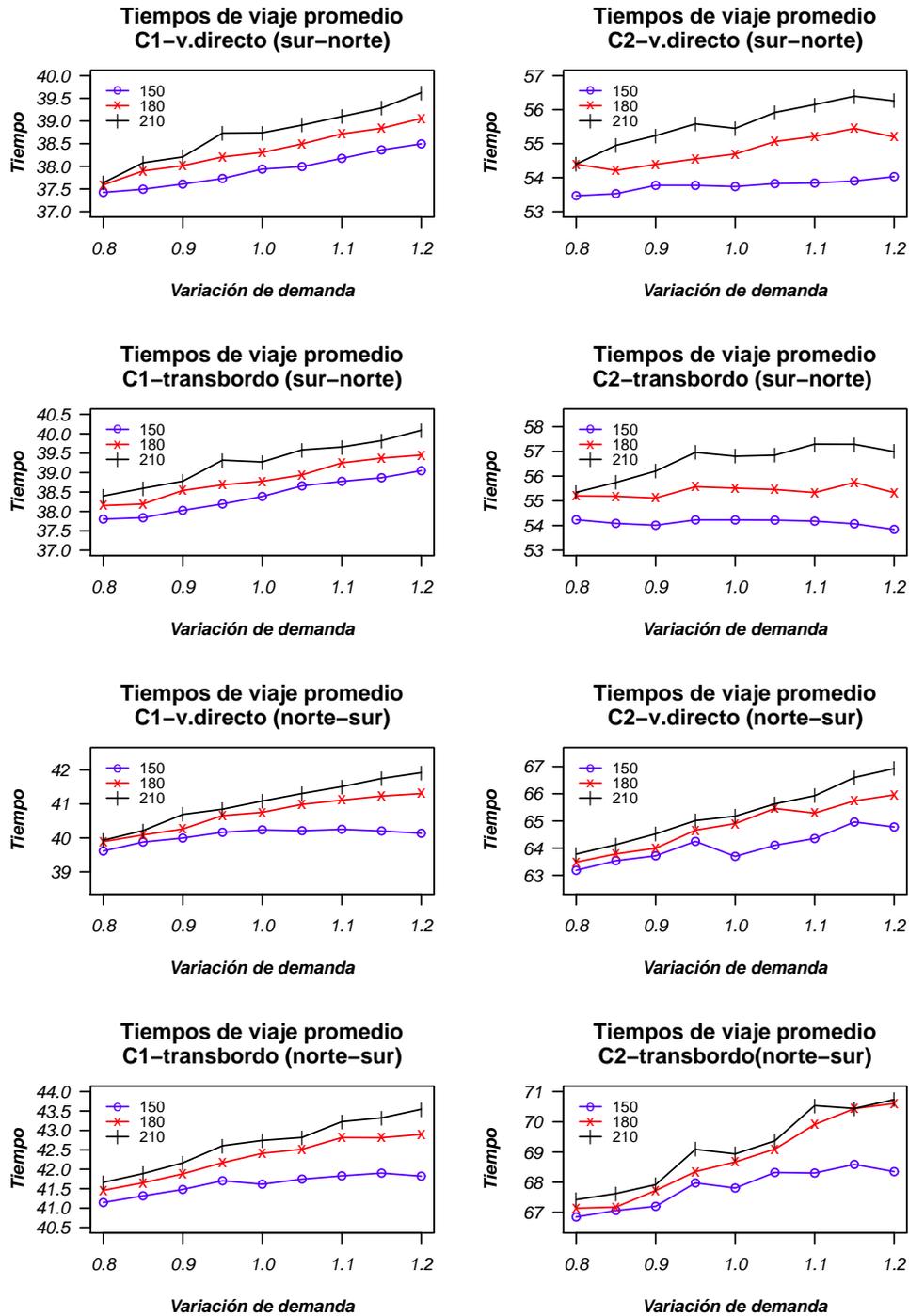


Figura 4.9: Tiempos promedios de viaje (variación de demanda y capacidad).

Al analizar el circuito C2 en el sentido sur norte se tiene que el incremento o reducción

en la demanda no tiene un efecto (creciente/decreciente) marcado en los tiempos de viaje si se considera una capacidad fija de 150 o 180 pasajeros en el vehículo. Este comportamiento corrobora la idea en que los usuarios que viajan en este sentido lo hacen a lo largo de la red, es decir, existen muy pocos desembarques en paradas intermedias lo que influencia en forma directa al tiempo total de viaje. La variación de los tiempos de viaje promedio se da en el intervalo [53.5,54.2] al considerar el circuito C2 (T.Morán Valverde-T.Norte). La diferencia en tiempos de viaje al considerar los escenarios de transbordo y viaje directos es en aproximadamente 40 segundos.

De forma adicional, al observar la figura 4.9 se evidencia que a mayor incremento de la capacidad vehicular y demanda de usuarios, los tiempos promedios de viaje se ven aumentados, siendo el mayor incremento en el circuito C2 ya que este realiza su recorrido a lo largo de la red. La razón de este comportamiento de crecimiento se debe al supuesto de que el tiempo de parada de un vehículo es directamente proporcional al número de pasajeros que embarquen y desembarquen. En ese sentido, al realizar la simulación no se consideró tiempos constantes en parada de los vehículos debido a que el sistema Trolebús carece de un modelo automatizado de transporte, que permita estimar de forma precisa los tiempos de salida y llegada de un vehículo a cualquiera de las paradas que conforman la red de transporte.

Por otra parte, al analizar el sentido de viaje norte-sur del circuito C1 se puede notar una pendiente creciente en los tiempos de viaje promedio si se considera las capacidades de 180 y 210 usuarios, mientras que al considerar una capacidad de 150 los tiempos de viaje con el aumento de demanda vienen a permanecer constantes, es decir, la capacidad del vehículo se encuentra saturada al máximo impidiendo que nuevos usuarios puedan abordar, salvo el caso que exista un desembarque previo. En este sentido el circuito C1 puede alcanzar un viaje promedio mínimo de 39 minutos en el par (150,0.8) y un máximo de hasta 44 minutos (210,1.2). Al considerar el circuito C2 (T.Norte-T.Quitumbe) en el sentido de viaje norte-sur se tiene un valor máximo de viaje de hasta 71 minutos, siendo el mayor valor generado en todo el sistema si se considera el escenario con transbordo de pasajeros. Una razón puede atribuirse a la existencia de una parada adicional y además porque los destinos de los usuarios son distribuidos en paradas intermedias, lo que genera una gran cantidad de embarques y desembarques influyendo en el tiempo final de viaje. La mayor diferencia en tiempos de viaje se da entre la capacidad de 150 con las de 180 y 210 pudiendo ser de hasta 2 minutos.

En los tiempos de aglomeración, al considerar una capacidad fija y variaciones en cuanto a la demanda se tiene que con el crecimiento/decrecimiento de la demanda los

tiempos de aglomeración aumentan/disminuyen.

Al analizar el sentido de viaje sur-norte se evidencia que la mayor concentración en tiempos de aglomeración se centran en valores menores a 30 segundos considerando una capacidad de 150 y 180. Mientras que con la capacidad de 210 los tiempos de aglomeración reducen su densidad en los valores menores a 30 segundos dado que esta se ve incrementada en los tiempos de aglomeración mayores a 1 minuto. Caso similar ocurre para el sentido de viaje norte-sur aunque en menor densidad que el sentido sur-norte

Lo expuesto con anterioridad puede ser visto en la figura (4.10)

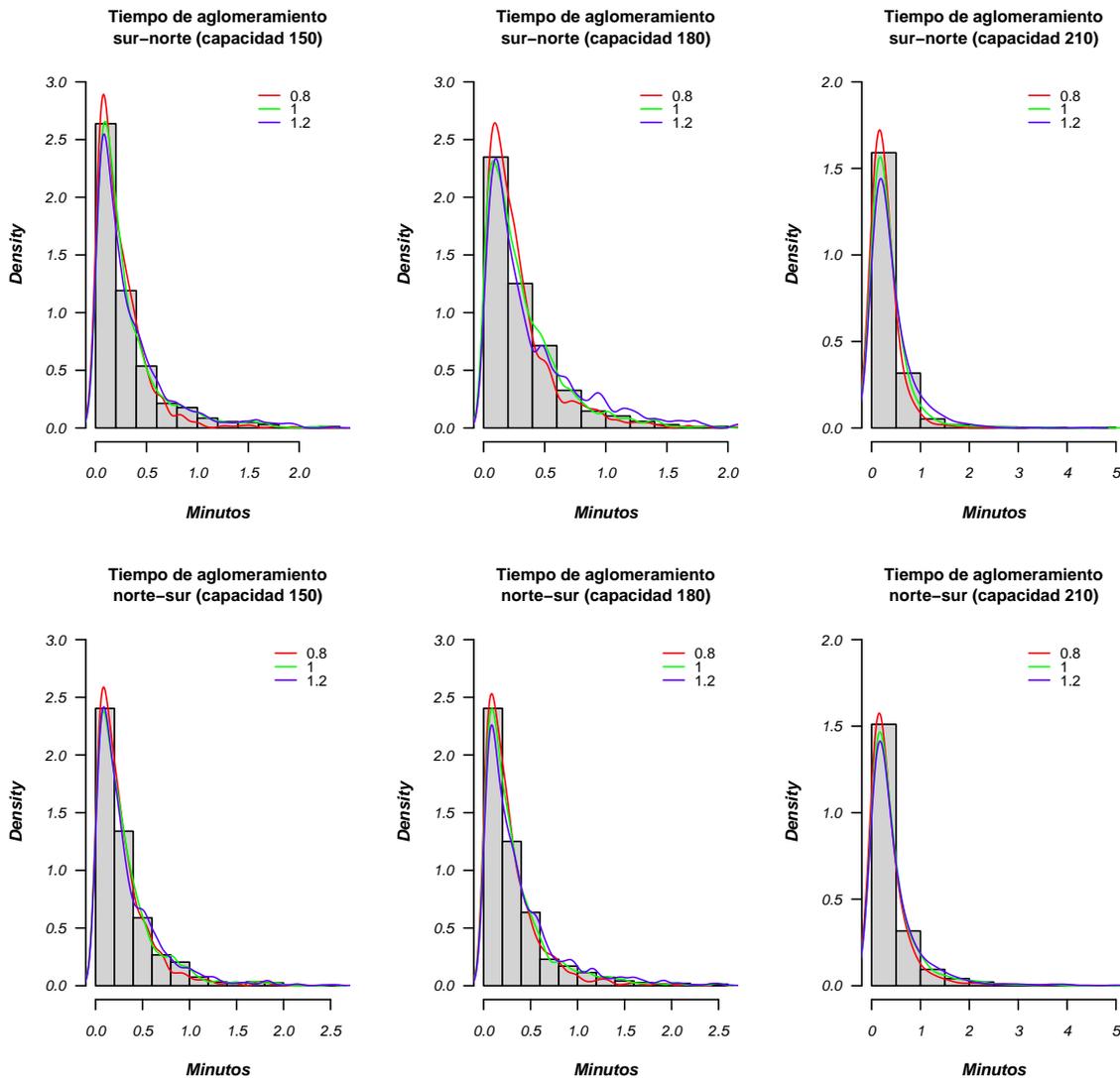


Figura 4.10: Tiempo de aglomeración (escenarios)

Capítulo 5

Conclusiones y Recomendaciones

Una vez finalizado el proceso de simulación podemos concluir que dentro de los principales resultados al analizar la demanda de los usuarios se obtuvo que:

- La planificación actual de líneas en algunos casos no permite cubrir la demanda en su totalidad. En el sentido de viaje norte-sur se alcanza una cobertura alrededor del 99 % bajo el escenario de viajes directos y en su totalidad mediante transbordos. En el sentido de viaje sur norte se alcanza una cobertura de 99.5 % en el mejor de los casos.
- Durante las horas de mayor afluencia se tiene que el viaje de un Trolebús puede cubrir la demanda de 200 a 300 usuarios considerando embarques y desembarques a lo largo de la red. El circuito C2 en el sentido sur-norte realiza una cobertura de 200 usuarios en la mayor parte de sus viajes.
- En las horas de mayor afluencia de pasajeros no se alcanza a cubrir la demanda en su totalidad de acuerdo a la planificación actual.
- Al considerar el escenario con transferencia de viajes, la parada de El Ejido es aquella que recibe mayor cantidad de transbordos de usuarios en el sentido sur-norte, representa alrededor del 12 % de la demanda total. En el sentido norte-sur corresponde a la terminal sur.

Respecto a los tiempos de viaje se tiene que:

- Los tiempos de viaje promedio en las horas de mayor afluencia dependen del sentido y escenario analizado. El circuito C1 tiene un tiempo de viaje promedio de 41 minutos.
- Los tiempos de viaje en el sentido norte-sur muestran una diferencia alrededor de 3 minutos debido a la existencia de una parada adicional.

- Los tiempos de aglomeración en las horas con mayor afluencia se concentran en mayor proporción en el intervalo de $[0,30]$ segundos pudiendo alcanzar valores máximos de 3 hasta 6 minutos.
- Las paradas con mayor cantidad de aglomeraciones durante el día son: Villaflores, Alameda, Plaza Grande y Plaza del Teatro para el sentido norte-sur, mientras que para el sentido sur-norte son Villaflores, Santo Domingo y Alameda.
- Los tiempos de espera en paradas durante el día en mayor proporción se concentra en el intervalo de $[0,2]$ minutos pudiendo alcanzar valores máximos de hasta 12 minutos.
- Los valores de los tiempos de aglomeración son proporcionales al aumento/decremento de la capacidad vehicular y demanda de usuarios.

En base a todos los resultados analizados se observa que la planificación de líneas y frecuencias y el diagrama de marcha actual no son los óptimos, por lo que se recomienda modificarlos dado que un incremento en la demanda no solo implicaría aumento en los tiempos de viaje si no también una mayor cantidad de demanda insatisfecha.

El trabajo presentado puede extenderse a futuro y considerar no solo el sistema de corredor central Trolebús si no también los demás corredores que maneja la EPMTQP. De igual forma se puede incorporar un estudio de costo beneficio al satisfacer la demanda de un usuario considerando la opción de viaje directo o transbordo.

Referencias

- [1] Sun A. and Hickman M. The holding problem at multiple holding stations. *Hickman M, Mirchandani P, Voss S (eds) Computer-aided systems in public transport*, pages 339–362, 2008.
- [2] Gkoumas K. Bellei G. Transit vehicles' headway distribution and service irregularity. *Public Transport 269-289*, 2:269–289, July 2010.
- [3] Murdoch J. Braun J. *A first course in statical programming with R*. Cambridge University Press, USA, 2007.
- [4] Chriqui C. and Robillard P. Common bus lines. *Transport Science*, 1975.
- [5] Castellanos J. Chanca J. Simulación Microscópica de Tráfico Urbano y su Aplicación en un Área de la Ciudad de Zaragoza. *XXV Jornadas de Automática*, September 2004.
- [6] Instituto Nacional de Estadística y Censos (INEC). Anuario de Estadísticas de Transporte. Technical report, Quito-Ecuador, 2008.
- [7] Desaulniers G. and Hickman M.D. Public transit. *C. Barnhart and G. Laporte (Eds.) Handbooks in operations research & management science:Transportation*, 14:69–127, 2007.
- [8] Villacís B. García J. et al. El transporte terrestre de pasajeros en Ecuador y Quito: perspectiva histórica y situación actual. Technical report, Instituto Nacional de Estadística y Censos (INEC)/ Departamento de análisis de información estadística, Quito-Ecuador, 2010.
- [9] Newell G.F. and Potts R.B. Maintaining a bus schedule. *Proc 2nd Aust Road Res Board Conf*, 2(1):388–393, 1964.
- [10] Larrain H. and Muñoz J. C. Public transit corridor assignment assuming congestion due to passenger boarding and alighting. *Networks and Spatial Economics*, 8:241–256, December 2007.

- [11] Spiess H. and Florian M. Optimal strategies: a new assignment model for transit networks. *Transport. Res.*, February 1989.
- [12] De Cea J. and Fernández J.E. Transit assignment for congested public transport system: an equilibrium model. *Transport Science*, 1993.
- [13] Marin J. Introducción a los Procesos Estocásticos. <http://halweb.uc3m.es/esp/Personal/personas/jmmarin/esp/PEst/tema2pe.pdf>.
- [14] Rincón Luis. Introducción a los procesos estocásticos. *Facultad de Ciencias UNAM- Departamento de Matemáticas*, January 2012.
- [15] Hickman M.D. An analytic stochastic model for the transit vehicle holding problem. *Transport Science*, 35(3):215–237, 2001.
- [16] Vallejo A. Moncayo P. et al. Plan Maestro de Movilidad para el Distrito Metropolitano de Quito 2009-2025. Technical report, Municipio del Distrito Metropolitano de Quito, Empresa Municipal de Movilidad y Obras Públicas, Quito-Ecuador, April 2009.
- [17] Nguyen S. Pallotino S. and Gendreau M. Implicit enumeration of hyperpaths in logit models for transit networks. *Transport Science*, 32(1):54–64, 1998.
- [18] Cominetti R. and Correa J. Common-lines and passenger assignment in congested transit networks. *Transport Science*, 2001.
- [19] Sheldon M. Ross. *Simulation*. Elsevier Academic Press, USA, 4 edition, 2006.
- [20] Sheldon M. Ross. *Introduction to Probability Models*. Academic Press, USA, 9 edition, 2007.
- [21] Nguyen S. and Pallotino S. Equilibrium traffic assignment for large scale transit networks. *European Journal of Operational Research*, November 1988.
- [22] Bell M.G.H. Schmöcker et al. Transit assignment: An application of absorbing markov chains. *Transportation and Traffic Theory in the 21st Century*, pages 43–62, 2002.
- [23] Shimamoto Kurauchi Schmöcker and Bell. Transit assignment model incorporating the bus bunching effect. *12thj WCTR Conference on Transport Research*, July 2010.
- [24] Akamatsu T. Cyclic Flows, Markov Process and Stochastic Traffic Assignment. *Transportation research*, 30B:369–386, 1996.

- [25] Nagatani T. Bunching transition in a time-headway model of a bus route. *Phys Rev E*, 63(3):36115, 2001.
- [26] Nagatani T. Interaction between buses and passengers on a bus route. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 296(1):320–330, 2001.
- [27] Nagatani T. Bunching and delay in bus-route system with a couple of recurrent buses. *Physica A*, 305(3):629–639, 2002.
- [28] Vuchic VR. Propagation of schedule disturbances in line-haul passenger transportation. *Rev UITP*, 18(4):281–285, 1969.