

L E N T E S D E B O C I N A

Tesis previa a la obtención del título de Ingeniero en
la especialización de Electrónica y Telecomunicaciones
de la Escuela Politécnica Nacional.

GABRIEL O. BERNAL GOMEZ.

QUITO

Julio de 1973.

Certifico que este trabajo
ha sido realizado en su to
talidad por el Sr. Gabriel
O. Bernal Gómez.

A handwritten signature in cursive script, appearing to read 'Mario Cevallos', written over a horizontal line.

Eng, Mario Cevallos
CONSULTOR DE TESIS.

Quito, Julio de 1973.

A. MIS PADRES
Y HERMANOS.

P R O L O G O

Los rápidos y profundos cambios en Telecomunicaciones, últimamente logrados en el País, han acrecentado en mí el interés por un estudio más detenido de ciertas materias de Telecomunicaciones.

Este trabajo, justamente, es el resultado de una investigación bibliográfica complementada con análisis teóricos y experimentales, personales, de un tema de los campos de las Microondas y Radiación Electromagnética.

Espero que los aspectos aquí tratados sin pretender ser completos, puedan aportar al estudiante y al profesional una información general y resumida sobre el tema: "Lentes para Antenas de Bocina".

Jamás este trabajo pudo haberse realizado sin antes aplicar los conocimientos recibidos en la Escuela Politécnica Nacional; para ella mis profundos agradecimientos.

Debo al Ing. Mario Cevallos mi reconocimiento. El, como Consultor de Tesis me brindó su invaluable ayuda en la elaboración de ésta.

Es honroso para mí agradecer públicamente al Dr. Kanti Hore, Jefe del Departamento de Electrónica.

Al personal que labora en el Laboratorio del Departamento de Electrónica agradezco su cooperación al ofrecerme libre acceso a los equipos necesarios para la experimentación.

Finalmente, gracias a Alicia, esforzada supo ayudarme a transcribir este trabajo.

Gabriel O. Bernal Gómez.

Quito, Julio de 1973.

VI

I N D I C E G E N E R A L

	Página
PROLOGO	IV
<u>Capítulo Primero:</u> INTRODUCCION Y CONSIDERACIONES GENERALES	1
<u>Capítulo Segundo:</u> TEORIA SOBRE BOCINAS ELECTRO- MAGNETICAS	5
2.1. /Definición	6
2.2. /Tipos de Bocinas	6
2.3. Distribución del Campo Electromagnético dentro de una bocina en sector	8
2.3.1. Distribución para una excitación TE 1,0	8
2.3.2. Condiciones de borde	11
2.3.3. Análisis de las expresiones de campo ob- tenidas	13
2.3.4. Distribución para una excitación TE 0,1	16

VII

2.3.5.	Condiciones de borde	18
2.3.6.	Análisis de la expresión de campo eléctrico obtenida	18
2.4.	Flujo de Energía en una bocina en sector	20
2.5.	Bocinas Piramidales	22
2.5.1.	Comprobación de la distribución cosenoidal de campo eléctrico en una superficie equifase	23
2.5.2.	Impedancia de onda en la apertura de una bocina piramidal	26
2.5.3.	Determinación de las constantes de propagación en una bocina piramidal	27
2.6.	Modelos de radiación	28
2.6.1.	Condiciones para la utilización del método basado en el principio de Huygens	30
2.6.2.	Radiación de la apertura	30
2.6.3.	Funciones de Distribución de Amplitud y Fase	34
2.6.4.	Modelos de radiación en los planos E y H	38
2.7.	Explicación adicional sobre los resultados de la sección 2.6	49
2.8.	Ganancia Directiva de Schelkunoff	51

VIII

	Página
<u>Capítulo Tercero:</u> TEORIA SOBRE LENTES	54
3.1. Propósito de los lentes	55
3.2. Velocidad de Fase e Índice de Refracción	57
3.2.1. Índice de Refracción menor que la unidad	58
3.2.2. Explicación adicional sobre el Índice de Refracción menor que la unidad	65
3.3. Tipos de lentes	66
3.4. Lentes cilíndricos y de revolución de die <u>l</u> éctrico	67
3.4.1. Utilización de estos lentes de acuerdo al tipo de ondas	67
3.4.2. Determinación del perfil de lentes de die <u>l</u> éctrico	69
3.4.3. Aproximación para aperturas pequeñas	73
3.4.4. Reflexiones en el lente y forma de evitar <u>l</u> as	74
3.4.5. Lentes zonales	77
3.4.6. Dependencia de la frecuencia de los lentes zonales	80
3.4.7. Zonas en las superficies hiperbólica de los lentes	83
3.4.8. Efectos de las zonas sobre la iluminación	85
3.5. Lentes con una y dos superficies de refracción	86

IX

	Página	
3.5.1.	Con una superficie de refracción	86
3.5.2.	Con dos superficies de refracción	87
3.6.	Lentes de dieléctricos artificiales	87
3.7.	Lentes metálicos	89
3.7.1.	Lentes metálicos normales	89
3.7.2.	Aproximaciones para aperturas pequeñas	93
3.7.3.	Lentes normales de revolución	94
3.7.4.	Variación de la distribución de Amplitud de campo por efecto de los lentes metálicos	94
3.7.5.	Lentes zonales	102
3.7.6.	Efectos de las zonas en la iluminación de la apertura	107
3.7.7.	Lentes metálicos guiados	108
3.8.	Modelos de radiación de una bocina con lente	113
3.8.1.	Modelos en el plano E	114
3.8.2.	Modelos en el plano H	118
3.9.	Ganancia Directiva y Área Efectiva de una bocina con lente	121
3.10.	Consideraciones de Diseño de los lentes metálicos	123
3.10.1.	Índice de Refracción	123
3.10.2.	Ancho de Banda de un lente metálico	126

	Página
3.10.3. Tolerancia en la variación de la separación entre láminas	135
3.10.4. Tolerancia en el espesor del lente	139
3.10.5. Tolerancia de giro del lente	140
<u>Capítulo Cuarto:</u> DISEÑO DE BOCINAS Y LENTES PARA EXPERIMENTACION	142
4.1. Introducción	143
4.2. Frecuencia de trabajo	143
4.3. Diseño de las bocinas	143
4.3.1. Explicación previa	143
4.3.2. Bocina en sector	144
4.3.3. Bocina piramidal y acoplador de guía	145
4.4. Diseño de los lentes	151
4.4.1. Explicación previa	151
4.4.2. Lente de índice de refracción variable	152
4.4.3. Lente de índice de refracción constante	157
4.4.4. Lente de revolución para la bocina piramidal	161
<u>Capítulo Quinto:</u> RESULTADOS EXPERIMENTALES	164
5.1. Introducción	165

	Página
5.2. Determinación de la Relación de ondas estacionarias e Impedancia	165
5.2.1. Equipo utilizado	165
5.2.2. Forma de medición y resultados	166
5.3. Determinación de los Diagramas de Radiación	175
5.3.1. Equipo utilizado	175
5.3.2. Forma de medición y resultados	176
5.4. Determinación de la ganancia	191
5.5. Discusión de los resultados	193
5.5.1. Análisis de los valores de Relación de Ondas Estacionarias e Impedancia	193
5.2.2. Análisis de los diagramas de Radiación	194
5.2.3. Análisis de los valores de ganancia obtenidos	206
<u>Capítulo Sexto:</u> COMENTARIOS Y CONCLUSIONES	207
APENDICE "A"	211
BIBLIOGRAFIA	223

XII

I N D I C E D E T A B L A S

		Página
Tabla 2-1	Valores de Amplitud de Campo $E(u)$ para $\beta_2 = \pi / 4$	43
Tabla 2-2	Valores de Amplitud de Campo $E(u)$ para $\beta_2 = \pi / 2$	44
Tabla 3-1	Valores del índice de refracción, como función de la separación entre láminas	63
Tabla 3-2	Valores de $A(\vartheta) / A(0)$ como función de θ	100
Tabla 3-3	Valores de $A(y) / A(0)$ como función de θ	100
Tabla 3-4	Valores relativos del campo eléctrico $ E(u) $ en el plano E	116
Tabla 3-5	Valores relativos del campo eléctrico $ E(v) $ en el plano H	119
Tabla 3-6	Ancho de Banda de un lente metálico como función de su espesor t	132
Tabla 3-7	Ancho de Banda de un lente metálico zonal como función del número de zonas K	133
Tabla 4-1	Valores de los radios del contorno elip- tico para diferentes ángulos del lente de "n" constante	160

XIII

		Página
Tabla 4-2	Valores del radio del contorno elíptico para diferentes ángulos en el lente de revolución	163
Tabla 5-1	Valores de "S" y Z_r / Z_o de la bocina en sector	167
Tabla 5-2	Valores de "S" y Z_r / Z_o de la bocina en sector con lente de "n" variable	168
Tabla 5-3	Valores de "S" y Z_r / Z_o de la bocina en sector con lente de "n" constante	168
Tabla 5-4	Valores de "S" y Z_r / Z_o de la bocina piramidal	169
Tabla 5-5	Valores de "S" y Z_r / Z_o de la bocina piramidal con lente	169
Tabla 5-6	Valores relativos de campos para la bocina piramidal con lente	178
Tabla 5-7	Valores relativos de campo para la bocina piramidal sin lente	179
Tabla 5-8	Valores relativos de campo para la bocina en sector sin lente	180
Tabla 5-9	Valores relativos de campo para la bocina en sector con lente de "n" constante	181

XIV

		Página
Tabla 5-10	Valores relativos de campo para la bocina en sector con lente de "n" variable	182
Tabla 5-11	Valores relativos de campo para la bocina piramidal-rectangular	189

C A P I T U L O P R I M E R O

I N T R O D U C C I O N Y C O N S I D E R A C I O N E S

G E N E R A L E S

INTRODUCCION Y CONSIDERACIONES GENERALES.

La bocina electromagnética es un dispositivo radiante de gran uso en Telecomunicaciones aplicable en el rango de las Microondas. A menudo esta antena ha sido utilizada como standard o de referencia para el cálculo de ganancias de otros tipos de elementos radiantes incluyendo conjuntos de antenas de grandes magnitudes y altas ganancias.

Para ciertos casos, sin embargo, ha sido necesario mejorar la ganancia direccional de la bocina o modificar su diagrama de radiación incrementando su lóbulo principal y reduciendo en lo posible los secundarios.

Básicamente los diagramas de radiación de una apertura radiante como es la bocina, dependen de la distribución de Amplitud y Fase que tienen los campos electromagnéticos sobre la apertura. A fin de lograr una radiación de determinadas características es necesario primero fijar o definir la distribución de los campos en la apertura radiante. Aquí se hace necesario el lente electromagnético. Este dispositivo dieléctrico o metálico tiene la propiedad de transformar los frentes de onda emergentes de la bocina según sea su diseño para obtener la distribución electromagnética deseada.

En este trabajo, trataré al lente específicamente como formador de frentes de onda planos que dan lugar a diagramas muy direccionales

ry de alta Directividad.

7

Antes de entrar a analizar las características y formas de diseño de los lentes he creído conveniente, en el Capítulo II efectuar un estudio teórico-matemático de los campos electromagnéticos dentro de las bocinas en sector y piramidal partiendo de las ecuaciones de Maxwell. El objeto de este estudio es determinar la distribución de los campos sobre la apertura de las bocinas. Inmediatamente analizo los diagramas de radiación de una bocina excitada por un modo TE $1,0$ que es el más común y el único posible de utilizarse con los lentes metálicos. Para este fin utilizo el método basado en el principio de Huygens. Como complemento a este capítulo he preparado el apéndice A en el cual llego a determinar las características radiantes de un "Elemento de Huygens" utilizando en el desarrollo los Teoremas de la Equivalencia e Inducción.

En el capítulo III establezco el concepto de Índice de Refracción del cual se desprenden las diferencias de los medios metálicos y dieléctricos y de las cuales se concluyen, a su vez, las propiedades de los lentes electromagnéticos de ambos tipos. Las características de diseño de los lentes también son tratadas en este capítulo así como también las propiedades de radiación del conjunto bocina-lente. Esto último me sirve para efectuar la comparación con la forma de radiación de la bocina sola.

Debo indicar que en el capítulo III incluyo ciertos aspectos de

L

los lentes que no son aplicados en su totalidad en el diseño pero, he creído conveniente mencionarlos en un afán de lograr una visión más completa de esos dispositivos.

✓ El capítulo IV comprende el diseño mismo de dos bocinas: una en sector y otra piramidal y de tres lentes: uno de índice de refracción variable para la bocina en sector, otro de espesor variable también para la misma bocina y un lente de revolución para la bocina piramidal.

La frecuencia de diseño es 10 GHz. Naturalmente todos los elementos diseñados tienen un ancho de banda dentro del cual son utilizables.

Considerando a la parte experimental como un complemento ineludible de la parte teórica he utilizado los lentes y bocinas diseñados para efectuar comprobaciones experimentales que confirmen los estudios de los capítulos II y III. Básicamente las pruebas realizadas fueron: Comprobación de acoplamiento de las cargas mencionadas con el sistema de alimentación de microondas, confirmación de la mejora de la ganancia direccional del conjunto bocina-lente y comparación de los diagramas de radiación de la bocina con y sin lente.

C A P I T U L O S E G U N D O

T E O R I A S O B R E B O C I N A S

E L E C T R O M A G N E T I C A S

2.1. DEFINICION.

La bocina es una antena constituida por una guía de onda cuya sección transversal va incrementándose progresivamente para terminar en una apertura radiante.

Este cambio gradual de su sección transversal da a la bocina la característica de un transformador de impedancia que realiza el a coplamiento de la impedancia característica de la guía de onda con la impedancia intrínseca del espacio libre, permitiendo de esta manera una eficiente transferencia de energía radiante del sistema de - transmisión al espacio libre.

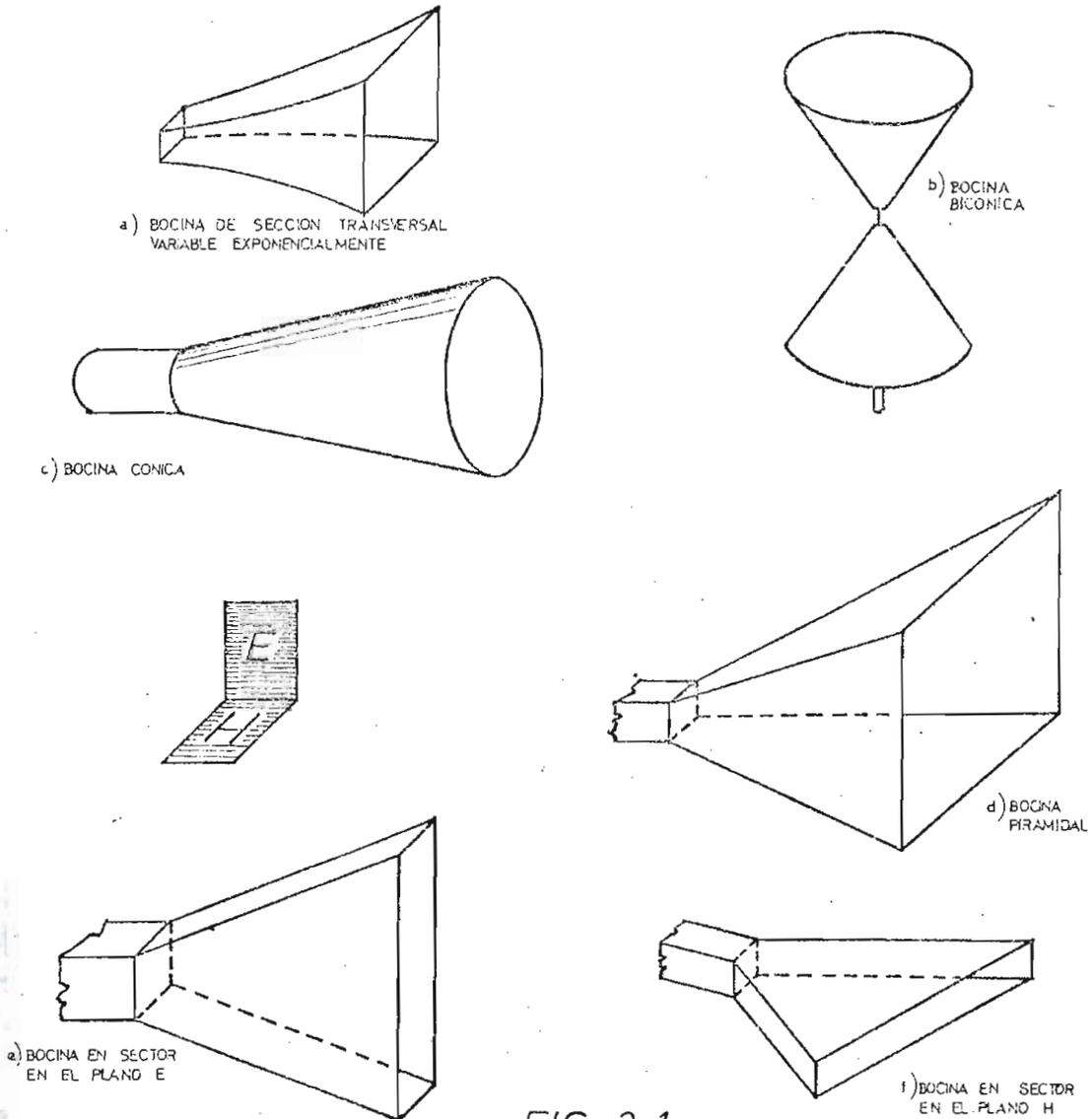
2.2. TIPOS DE BOCINAS.

Existen diferentes tipos de bocinas que de acuerdo a su forma se han clasificado en piramidales, cónicas, bicónicas, de sección variable exponencialmente, etc. Además, tomando en cuenta la posición del vector de campo de excitación, se tienen bocinas en sector en el plano E y bocinas en sector en el plano H. En la figura 2.1. se ha--llan representados algunos tipos de ellos.

Para el desarrollo del presente trabajo tomaremos en cuenta únicamente los tipos de bocina en sector y piramidales, puesto que - los lentes electromagnéticos a analizarse posteriormente tienen relala

ción con este tipo de bocinas.

En las figuras 2.1. (e) y (f) se muestran bocinas en sector en el plano E y H, llamadas así por cuanto su apertura radiante se incrementa únicamente en el plano E o H respectivamente.



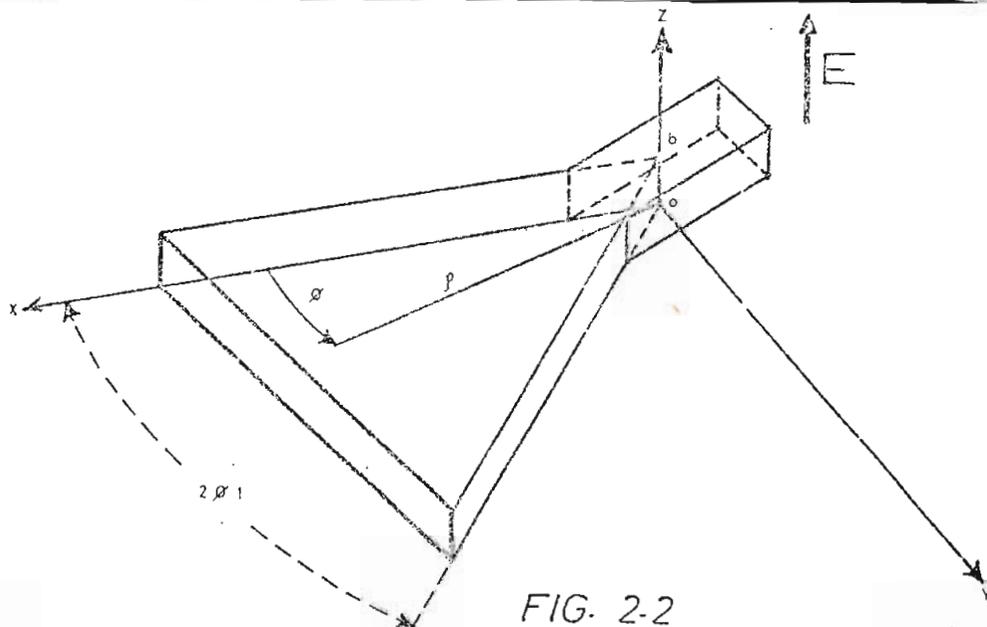
La bocina mostrada en la figura 2.1. (d) es piramidal por cuanto su apertura radiante se incrementa simultáneamente en ambos planos.

2.3. DISTRIBUCION DEL CAMPO ELECTROMAGNETICO DENTRO DE UNA BOCINA EN SECTOR.

2.3.1. Para una excitación TE 1,0.

El problema de la determinación de la distribución de campo electromagnético dentro de una bocina se facilita si se asume que sus paredes son conductores perfectos.

Para determinar la configuración del campo dentro de una bocina en sector excitada por el modo TE 1,0 utilicemos la figura 2.2. en la cual utilizamos un sistema de coordenadas cilíndricas.



Considerando las ecuaciones de Maxwell con variación sinusoidal en el tiempo y asumiendo que en el interior de la bocina rigen condiciones de espacio libre.

$$\nabla \times \bar{E} = -j\omega\mu_0 \bar{H} \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \bar{H} = j\omega\epsilon_0 \bar{E} \quad (2.2)$$

se obtienen las ecuaciones de onda:

$$\nabla^2 \bar{E} = -k_0^2 \bar{E} \quad (2.3)$$

$$\nabla^2 \bar{H} = -k_0^2 \bar{H} \quad (2.4)$$

donde:

$$k_0^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0$$

$$\mu_0 = \text{permeabilidad [Henry/metro]}$$

$$\epsilon_0 = \text{constante dieléctrica [Faradio/metro]}$$

Para el caso específico en que la excitación es del tipo TE 1,0 la componente E_ρ es cero por tratarse de ondas transversales eléctricas*. También la componente E_ϕ es igual a cero por cuanto en este modo el vector de campo eléctrico está polarizado linealmente existiendo una sola componente transversal de campo eléctrico que en este caso es E_z .

* JORDAN E.C., Electromagnetic waves and Radiating Systems, Prentice - Hall, Pág. 267.

Si las condiciones $E_{\rho} = E_{\phi} = 0$ reemplazamos en las ecuaciones (2.1) y (2.2), desarrolladas en coordenadas cilíndricas, llegamos a las siguientes conclusiones:

$$H_z = 0 \quad (a)$$

$$j\omega\epsilon_0 \int E_z = \frac{\partial}{\partial \rho} (\int H_{\phi}) - \frac{\partial}{\partial \phi} H_{\rho} \quad (b)$$

$$-j\omega\mu_0 \int H_{\rho} = \frac{\partial}{\partial \phi} E_z \quad (c)$$

$$j\omega\mu_0 H_{\phi} = \frac{\partial}{\partial \rho} E_z \quad (d)$$

(2.5)

De (2.5) (b), (c) y (d) llegamos entonces a la siguiente ecuación de onda para E_z :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial E_z}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \phi^2} = -k_0^2 E_z \quad (2.6)$$

Para la solución de esta ecuación se utilizará el método de separación de variables. Entonces puede escribirse:

$$E_z = R(\rho) \Phi(\phi) \quad (2.7)$$

Utilizando las siguientes denominaciones:

$$v^2 = -\frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} \quad (2.8)$$

$$x = k_0 \rho \quad (2.9)$$

la ecuación (2.6) se transforma en:

$$\frac{d^2 R}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dR}{dx} + \left(1 - \frac{v^2}{x^2}\right) R = 0 \quad (2.10)$$

cuya solución es*:

$$R = A H_v(x) = A H_v(k_0 \rho) \quad (2.11)$$

donde $H_v(k_0 \rho)$ es la función de Hankel de orden v y argumento $k_0 \rho$ y A es una constante compleja.

La variable Φ se puede obtener de la expresión (2.8) cuya solución está dada por:

$$\Phi = C_3 \cos v\phi + C_4 \operatorname{sen} v\phi \quad (2.12)$$

donde C_3 y C_4 son constantes complejas.

De esta manera:

$$E_z = R\Phi = A H_v(k_0 \rho) [C_3 \cos v\phi + C_4 \operatorname{sen} v\phi] \quad (2.13)$$

2.3.2. Condiciones de borde.

Considerando, para el caso práctico, que el metal de las pare-

* McLACHLAN, Bessel Functions for Engineers, Segunda Edición, Oxford University Press. Pág. 27.

des es de alta conductividad, las condiciones de borde establecen que la componente tangencial de campo eléctrico es cero en $z = 0$ y $z = b$ y en $\phi = 0$ y $\phi = 2\phi_1$

Como la única componente del campo sigue la dirección z , no existe componente tangencial a las paredes superior e inferior de la bocina por lo cual las condiciones de borde automáticamente se cumplen para $z = 0$ y $z = b$.

Las condiciones en $\phi = 0$ establecen que $C_3 = 0$

Las condiciones en $\phi = 2\phi_1$ determinan $\text{sen } v2\phi_1 = 0$, lo cual requiere que: $v2\phi_1 = \pi$ y entonces:

$$v = \frac{\pi}{2\phi_1}$$

La expresión para E_z se reduce finalmente a:

$$E_z = C H_v(k_0 \rho) \text{sen } v\phi \quad (2.14)$$

donde $C = C_4 A$.

Al reemplazar (2.14) en las ecuaciones (2.1) y (2.2) se determinan las componentes de campo magnético:

$$H_\rho = \frac{Cv}{j\omega\mu_0 \rho} \cos v\phi H_v(k_0 \rho) \quad (2.15)$$

$$H_{\phi} = \frac{-jC}{\eta} \sin v\phi \cdot \frac{\partial H_v(k_0 \rho)}{\partial (k_0 \rho)} \quad (2.16)$$

donde $\eta = 2\pi / \lambda_0 \omega \mu_0$

$\lambda_0 =$ longitud de onda en el espacio libre

$$k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$$

2.3.3. Análisis de las expresiones de campo obtenidas.

Es necesario realizar un análisis de las últimas expresiones para el estudio y diseño de los lentes que se hará posteriormente.

De la expresión (2.14) se puede ver que el campo eléctrico tiene en cualquier superficie cilíndrica $\rho = \text{constante}$, una distribución cosenoidal tomando como eje de referencia aquel que pase por la parte media de la superficie $\rho = \text{constante}$, según se puede observar en la figura (2.3.).

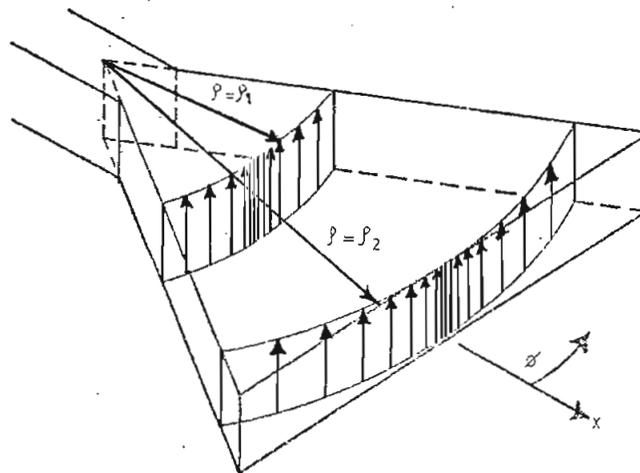


FIG. 2.3

Para fines posteriores es necesario conocer las características de las ondas en regiones cercanas a la apertura de la bocina. Para el efecto usaremos la definición que rige para ondas propagadas exponencialmente dentro de guías de onda y que considera a la constante de atenuación $\bar{\alpha}$ y a la constante de fase $\bar{\beta}$ como la relación logarítmica de decrecimiento de amplitud y cambio de fase en la dirección de propagación respectivamente. De esta manera escribiremos:

$$E_z = E_z^0 e^{-(\bar{\alpha} + j\bar{\beta})\rho} \quad (2.17)$$

La expresión (2.17) es una solución de la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial E_z}{\partial \rho} = -(\bar{\alpha} + j\bar{\beta}) E_z \quad (2.18)$$

Si en la última relación reemplazamos la expresión (2.14), que nos da E_z , llegamos a lo siguiente:

$$\bar{\alpha} + j\bar{\beta} = -\frac{2\pi}{\lambda} \frac{H'_v(k_0 \rho)}{H_v(k_0 \rho)} \quad (2.19)$$

Nos interesa la determinación de $\bar{\alpha}$ y $\bar{\beta}$ para un ρ grande. Por lo tanto en el segundo miembro de 2.19 utilizaremos la aproximación asintótica de la función de Hankel para argumentos $(k_0 \rho)$ mucho mayores que uno.

Dicha aproximación es: *

$$H_\nu(k_0 \rho) \cong \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 \rho}} e^{j[-k_0 \rho + (2\nu+1)\pi/4]} \quad (2.20)$$

Tomando la primera derivada de (2.20) se llega a:

$$H'_\nu(k_0 \rho) \cong -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{\pi}} (k_0 \rho)^{-3/2} e^{j[-k_0 \rho + (2\nu+1)\pi/4]} - j \sqrt{\frac{2}{\pi}} (k_0 \rho)^{-1/2} e^{j[-k_0 \rho + (2\nu+1)\pi/4]} \quad (2.21)$$

Reemplazando (2.20) y (2.21) en (2.19) y separando partes real imaginaria obtenemos:

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{2\beta} \quad (a) \qquad \bar{\beta} = \frac{2\tilde{\pi}}{\lambda_0} \quad (b) \quad (2.22)$$

Se puede observar que para argumentos grandes la constante de fase es $\bar{\beta} = \frac{2\tilde{\pi}}{\lambda_0}$ que es el valor de la constante β_0 para el espacio libre y por lo tanto la longitud de onda en la región de argumento grande se puede considerar igual a la longitud de onda en el espacio libre.

Sabemos que la impedancia característica de onda está dada por - la expresión:

$$Z_0 = - \frac{E_z}{H_\phi} \quad (2.23)$$

* LÖSCH F., Tables of Higher Functions, Sexta edición, McGraw Hill Book Co., pág. 146.

reemplazando (2.14) y (2.16) en (2.23) se determina:

$$Z_o = +j\eta \frac{H_v\left(\frac{2\pi}{\lambda_o}\rho\right)}{H'_v\left(\frac{2\pi}{\lambda_o}\rho\right)} \quad (2.24)$$

Utilizando las aproximaciones (2.20) y (2.21) se llega a:

$$Z_o = \frac{2\pi}{\lambda_o} \eta \left(\frac{2\pi}{\lambda_o} - j \frac{1}{2\rho} \right) / \left(\frac{1}{4\rho^2} + \frac{4\pi^2}{\lambda_o^2} \right) \quad (2.25)$$

Finalmente como $\frac{2\pi}{\lambda_o}\rho$ es mucho mayor que uno, se concluye que:

$$Z_o \approx \eta \quad (2.26)$$

donde $\eta = \sqrt{\frac{\mu_o}{\epsilon_o}} = 377$ ohmios.

2.3.4. Para una excitación TE 0,1.

El campo dentro de una bocina en sector para este tipo de excitación puede ser obtenido siguiendo un proceso similar a la anterior.

En este caso, las componentes $E_z = E_\rho = H_\phi = 0$ con lo cual las ecuaciones de Maxwell (2.1) y (2.2) se reducen a:

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_\rho}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial \rho} &= j\omega\epsilon_o E_\phi & (a) & \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho E_\phi)}{\partial z} = j\omega\mu_o H_\rho & (c) \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho E_\phi)}{\partial \rho} &= -j\omega\mu_o H_z & (b) & \end{aligned} \quad (2.27)$$

De la misma manera la ecuación de onda para la componente E_ϕ se reduce a:

$$\frac{\partial^2 E_\phi}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial E_\phi}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 E_\phi}{\partial z^2} + \left[\left(\frac{\omega}{c} \right)^2 - \frac{1}{\rho^2} \right] E_\phi = 0 \quad (2.28)$$

$$\text{donde } c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

Utilizando también el método de separación de variables se tiene que:

$$E_\phi(\rho, z) = R(\rho) Z(z) \quad (2.29)$$

y reemplazando (2.29) en (2.28) se llega a:

$$\rho^2 \frac{\partial^2 R}{\partial \rho^2} + \rho \frac{\partial R}{\partial \rho} + \left\{ \left[\left(\frac{\omega}{c} \right)^2 - n^2 \right] \rho^2 - 1 \right\} R = 0 \quad (2.30)$$

$$\text{donde } n^2 = - \frac{1}{z} \frac{d^2 z}{dz^2} \quad (2.31)$$

La solución de (2.30) para R es:

$$R = A H_1 \left(\sqrt{\left(\frac{\omega}{c} \right)^2 - n^2} \rho \right) \quad (2.32)$$

Por su parte, de (2.31), se tiene:

$$Z = C_3 \cos nz + C_4 \text{ sen } nz \quad (2.33)$$

Por lo tanto:

$$E_{\phi} = A H_1 \left(\sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - n^2} \rho \right) \left(C_3 \cos n z + C_4 \sin n z \right) \quad (2.34)$$

2.3.5. Condiciones de borde.

Las condiciones de borde establecen que la componente tangencial de campo eléctrico debe ser cero sobre un conductor perfecto. Esto se cumple en las paredes $\phi = 0$ y $\phi = 2\phi_1$ por cuanto la única componente de campo eléctrico que existe es perpendicular a dichas paredes.

Las condiciones $E_{\phi} = 0$ para $z = b$ establecen que $C_3 = 0$ y $n = \pi/b$. Debe observarse que E_{ϕ} tiene una distribución sinusoidal con respecto a la variable z , tomando en cuenta que la una cara horizontal de la bocina se encuentra en el plano $z = 0$.

Finalmente la expresión total para E_{ϕ} queda:

$$E_{\phi} = A C_4 \sin\left(\frac{\pi}{b} z\right) H_1 \left(\sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{b}\right)^2} \rho \right) \quad (2.35)$$

Las componentes del campo magnético pueden ser obtenidas reemplazando (2.35) en: (2.27) (b) y (2.27) (c).

2.3.6. Análisis de la expresión (2.35).

Similarmente al análisis hecho en el caso de una excitación TE 1,0

haremos uso de la expresión:

$$\frac{\partial E_{\phi}}{\partial \rho} = -(\bar{\alpha} + j\bar{\beta}) E_{\phi} \quad (2.36)$$

cuya solución es la ecuación de propagación en el sentido ρ :

$$E_{\phi} = E_{\phi}^0 e^{-(\bar{\alpha} + j\bar{\beta})\rho}$$

Reemplazando la expresión (2.35) en (2.36) y haciendo uso de las aproximaciones (2.20) y (2.21) se llega a determinar finalmente que:

$$\bar{\beta} = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{b}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{b}\right)^2} \quad (2.37)$$

Es decir, la constante dentro de la bocina es exactamente igual a la constante en una guía de onda excitada por el mismo modo*.

La longitud de onda dentro de la bocina será por lo tanto mayor que en el espacio libre y estará dada por $\bar{\lambda} = \frac{2\pi}{\bar{\beta}}$.

$\bar{\beta}$ y $\bar{\lambda}$ están, por lo tanto, determinados por la separación b , para el tipo de excitación TE 0,1.

* JORDAN E.C., Electromagnetic Waves and radiating systems, Prentice Hall, Pág. 267.

2.4. FLUJO DE ENERGIA.

Como una aplicación de las expresiones (2.14), (2.15) y (2.16), podemos determinar que la energía fluye en el sentido radial.

Para el efecto encontramos el vector de Poynting que es una medida del flujo de energía por unidad de área. Si este vector lo integramos sobre el área transversal y normal a ese vector habremos determinado la energía que fluye a través de esa área. En el caso específico de la bocina en sector, esa área es una superficie cilíndrica de ρ constante y localizada entre los límites $\phi = 0$ y $\phi = 2\phi_1$ y entre $Z = 0$ y $Z = b$.

Sabemos que el vector de Poynting* en forma compleja está dado por:

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \bar{E} \times \bar{H}^* \quad (2.38)$$

Sustituyendo en (2.38) las expresiones (2.14) (2.15) y (2.16), obtenemos la componente radial de P:

$$P_\rho = H_\phi^* E_z = -j |C|^2 \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cos^2(v\phi) H_v\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \rho\right) H_v'^*\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \rho\right)$$

* JORDAN E.C., Electromagnetic Waves and radiating systems, Prentice Hall, Pág. 171.

Integrando sobre la superficie cilíndrica tenemos:

$$P_T = -j |C|^2 \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \int_0^{2\phi_1} \int_0^b \cos^2 \nu \phi H_\nu \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \rho \right) H_\nu^* \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \rho \right) dz \rho d\phi$$

La función de Hankel es una combinación de una función de Bessel de primera clase con una función de Bessel de segunda clase:

$$H_\nu = J_\nu - j Y_\nu$$

donde:

J_ν es la función de Bessel de primera clase y

Y_ν es la función de Bessel de segunda clase.

Por lo tanto:

$$P_{T \text{ real}} = |C|^2 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{\phi_1 b \rho}{2} \left[J_\nu \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \rho \right) Y_\nu' \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \rho \right) - Y_\nu \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \rho \right) J_\nu' \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \rho \right) \right]$$

La expresión dentro del corchete conocida como Wroskiano es igual a: $\lambda_0 / \rho \pi^2$

Por lo que finalmente se tiene:

$$P_{T \text{ real}} = |C|^2 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{\phi_1 b \lambda_0}{2\pi^2} \quad (2.39)$$

* McLACHLAN, Bessel Functions for Engineers, Segunda Edición, 1955, Oxford University Press, Pág. 32.

2.5. BOCINAS PIRAMIDALES.

En la sección 2.3.1., se llegó a determinar la expresión (2.14) que nos dá la distribución de la componente transversal del campo eléctrico en una superficie equifase, al excitar una bocina en sector con un modo TE $1,0$. De dicho estudio se puede concluir que la componente transversal de \vec{E} sigue una distribución del tipo $E_{\phi} = C \sin \frac{\pi}{2\phi_1} \phi$. En la determinación de la expresión última se consideró que una de las paredes laterales de la bocina se encontraba situada en el origen de la variable ϕ o sea sobre el eje x (ver figura 2.2).

Por razones de facilidad en estudios posteriores consideraremos que la una pared lateral de la bocina se halla localizada en $\phi = -\phi_1$ es decir que el eje x pasa por el centro de la bocina. En este caso la distribución del campo la podemos expresar como:

$$E_{\phi} = C \cos \frac{\pi}{2\phi_1} \phi$$

En la sección 2.3.4., se llegó a determinar el campo dentro de la misma bocina, pero excitada en este caso por un modo TE $0,1$. También aquí la componente transversal del campo eléctrico tiene una distribución cosenoidal en el sentido transversal.

Lo indicado anteriormente determina que si excitamos a una bocina piramidal con un modo TE $1,0$ la componente transversal del campo e-

l ctrico también tendrá una distribución de tipo cosenoidal.

Por otra parte, en el estudio realizado en la sección 2.3.3. , se concluyó que las características de propagación en la región próxima a la apertura radiante de la bocina en sector en el plano H, son similares a las del espacio libre (para un modo TE 1,0) y en ningún momento dependen de la altura b de la bocina.

Si dicha altura b va aumentando conforme crece \int , tendremos una bocina piramidal, pero las características de propagación básicamente no variarán puesto que no dependen de la dimensión b en el caso que la excitación sea también TE 1,0.

Para confirmar los planteamientos anteriormente hechos, transcribiremos a continuación los resultados a que llegaron ciertos autores - que nos dan las componentes de campo de una onda esférica en una bocina piramidal excitada con un modo TE 1,0 y luego, a partir de esas expresiones haremos un estudio de las características de propagación en la apertura de la bocina piramidal.

2.5.1. Comprobación de la distribución cosenoidal de campo eléctrico en una superficie equifase.

Haciendo referencia a la figura 2.4. en la cual se observa un frente de onda esférico en una bocina piramidal, los autores F. Borgnis

y C. Papas* han llegado a determinar:

$$H_r = \frac{q(q+1)}{r^{3/2}} H_{q+1/2}^{(1)}(kr) \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} \frac{\pi-2\theta}{\pi-2\theta_1}\right) \quad (\text{a})$$

$$H_\theta = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[\sqrt{r} H_{q+1/2}^{(1)}(kr) \right] \frac{d}{d\theta} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} \frac{\pi-2\theta}{\pi-2\theta_1}\right) \quad (\text{b})$$

$$E_\phi = -j\omega\mu_0 \frac{1}{\sqrt{r}} H_{q+1/2}^{(1)}(kr) \frac{d}{d\theta} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} \frac{\pi-2\theta}{\pi-2\theta_1}\right) \quad (\text{c})$$

(2.40)

$$H_\phi = E_r = E_\theta = 0 \quad (\text{d})$$

Donde: $H_{q+1/2}^{(1)}(kr)$ es la función de Hankel de primera clase y orden $q + 1/2$.

$$k = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$$

$$q = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{\pi^2}{4} \left(\frac{2}{\pi-2\theta_1}\right)^2}$$

Si en la expresión (2.40) (c) efectuamos la derivada de la función seno, tendremos:

$$E_\phi = j\omega\mu_0 \frac{1}{\sqrt{r}} H_{q+1/2}^{(1)}(kr) \frac{\pi}{\pi-\theta_1} \cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{\pi-2\theta}{\pi-2\theta_1}\right)$$

Para una superficie equifase $r = \text{constante}$, podemos escribir en

* BORGNIIS F. y PAPANIS CH., Electromagnetic Waveguides and Resonators, Pág. 352.

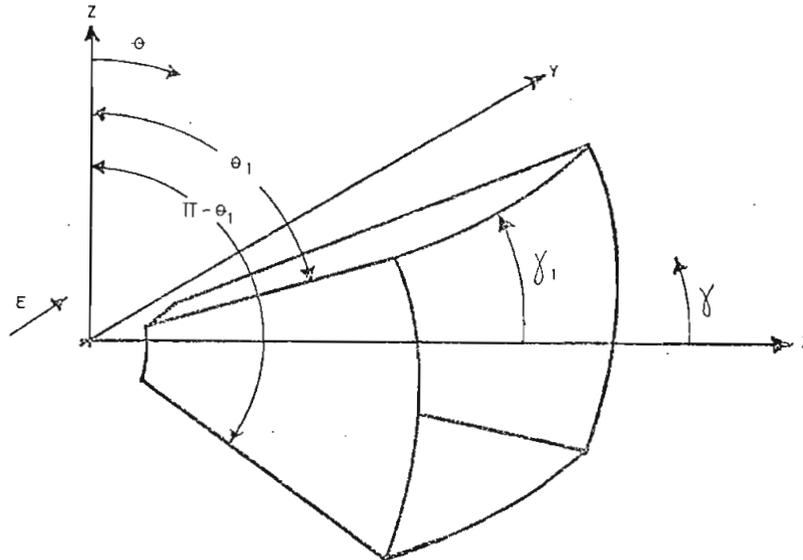


FIG. 2-4

general:

$$E_{\phi} = C \cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{\pi - 2\theta}{\pi - 2\theta_1}\right)$$

Sustituyendo la variable θ por su complemento $\gamma = \frac{\pi}{2} - \theta$, tenemos:

$$E_{\phi} = C \cos\left(\frac{\pi \gamma}{2 \gamma_1}\right) \quad (2.41)$$

Claramente podemos observar la distribución cosenoidal que tiene la única componente de campo eléctrico E_{ϕ} en el sentido transversal.

2.5.2. Impedancia de onda en la apertura de la bocina.

La impedancia de onda en el sentido radial está dada por la expresión $Z_o = - E_{\phi} / H_{\theta}$, si en ella sustituimos (2.40) (b) y (2.40) (c) llegamos a lo siguiente:

$$Z_o = \frac{j\omega\mu_0 \frac{1}{\sqrt{r}} H_{q+1/2}^{(1)}(kr)}{\frac{1}{r} \frac{d}{dr} [\sqrt{r} H_{q+1/2}^{(1)}(kr)]} = \frac{j\omega\mu_0 H_{q+1/2}^{(1)}(kr)}{\frac{1}{2r} H_{q+1/2}^{(1)}(kr) + \frac{1}{k} \frac{dH_{q+1/2}^{(1)}(kr)}{d(kr)}} \quad (2.42)$$

Como a nosotros nos interesa la determinación de Z_o en la apertura de la bocina, o sea donde $kr \gg 1$, podemos utilizar las expresiones asintóticas de la función de Hankel de primera clase y su primera derivada:

$$H_{q+1/2}^{(1)}(kr) = \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} e^{j[kr - (2q+2)\pi/4]} \quad (a)$$

$$\frac{dH_{q+1/2}^{(1)}(kr)}{d(kr)} = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{\pi}} (kr)^{-3/2} e^{ja} + j\sqrt{\frac{2}{\pi}} (kr)^{-1/2} e^{ja} \quad (b)$$

$$\text{donde: } a = kr - (2q + 2) \pi / 4 \quad (2.43)$$

De esta manera:

$$Z_0 = \frac{j\omega\mu_0\sqrt{\frac{2}{\pi kr}} e^{ja}}{\frac{1}{2r}\sqrt{\frac{2}{\pi kr}} e^{ja} + \frac{1}{k}\left(-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{\pi}}(kr)^{-3/2} e^{ja} + j\sqrt{\frac{2}{\pi}}(kr)^{-1/2} e^{ja}\right)}$$

Simplificando y eliminando los términos inversamente proporcionales a r se llega finalmente a

$$Z_0 \cong \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \eta \quad (2.44)$$

Se puede observar que la impedancia de onda en la apertura de la bocina es aproximadamente igual a la impedancia intrínseca del espacio libre η .

2.5.3. Determinación de las constantes de propagación.

La misma asunción generalizada de que la propagación de las ondas a través de guías sigue una ley exponencial, podemos utilizar en el caso de una bocina piramidal para determinar las constantes de atenuación y fase:

$$E_\phi = E_\phi^0 e^{-(\bar{\alpha} + j\bar{\beta})r}$$

que es una solución de la ecuación:

$$\frac{d E_{\phi}}{dr} = -(\bar{\alpha} + j\bar{\beta}) E_{\phi}$$

De esta manera tenemos:

$$\frac{\bar{\alpha} + j\bar{\beta}}{k} = -\frac{\frac{d H_{q+1/2}^{(1)}(kr)}{d(kr)}}{H_{q+1/2}^{(1)}(kr)}$$

-Utilizando las aproximaciones asintóticas para la función de Hankel para argumentos mucho mayores que uno, llegamos a determinar:

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{2r} \quad \text{(a)}$$

$$\bar{\beta} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \quad \text{(b)}$$

(2.45)

-Es decir, la constante de fase $\bar{\beta}$ en la apertura de la bocina es igual al β en el espacio libre.

2.6. MODELOS DE RADIACION.

El método que vamos a utilizar para determinar los modelos de radiación se basa en el principio de Huygens que dice:

"Cada partícula en cualquier frente de onda actúa como una nueva"

fuente de disturbio emitiendo ondas secundarias y estas ondas secundarias se combinan para formar un nuevo frente de onda".

Utilizando este principio se puede considerar que la apertura radiante de la bocina es un arreglo bidimensional de fuentes secundarias infinitesimales con apropiada distribución de amplitud y fase.

Cada uno de estos elementos radiantes produce un campo lejano y al integrar el efecto de uno de ellos sobre el área rectangular que ocupa la apertura radiante se determina el campo lejano total producido por la apertura de la bocina.

En la determinación del campo producido por un elemento de Huygens juegan un papel importante los teoremas de Inducción y de Equivalencia. Este proceso se encuentra realizado en el apéndice A de este trabajo.

Por lo pronto aceptaremos que el campo eléctrico lejano generado por un elemento de Huygens está dado por las siguientes componentes:

$$E_{\theta} = j \frac{E_{0,y} \, dx \, dy \, e^{-j\beta r}}{\lambda_0 r} \sin \phi \quad (2.46)$$

$$E_{\phi} = j \frac{E_{0,y} \, dx \, dy \, e^{-j\beta r}}{\lambda_0 r} \cos \phi \quad (2.47)$$

2.6.1. Condiciones para la utilización de este método.

En este desarrollo se asumirán las siguientes condiciones:

- a) El campo en la apertura radiante es el mismo que aquel que hubiere cuando la bocina fuese de longitud infinita, eliminando así - los efectos de discontinuidad.
- b) La longitud de la bocina es de algunas longitudes de onda, es decir la apertura se encuentra en la región donde la longitud de la onda transmitida es igual a la del espacio libre.
- c) El ángulo de apertura no es muy grande (menor que 60°) a fin de e vitar perturbaciones en la garganta de la bocina producidas por - variaciones bruscas de la sección transversal.
- d) Las dimensiones de la apertura son grandes con relación a la longitud de onda, de manera que la radiación producida por las paredes de la bocina es despreciable.
- e) El modo de excitación es TE 1,0.

2.6.2. Radiación de la apertura.

En la figura (2.5) se muestra una apertura de bocina de dimensiones a y b.

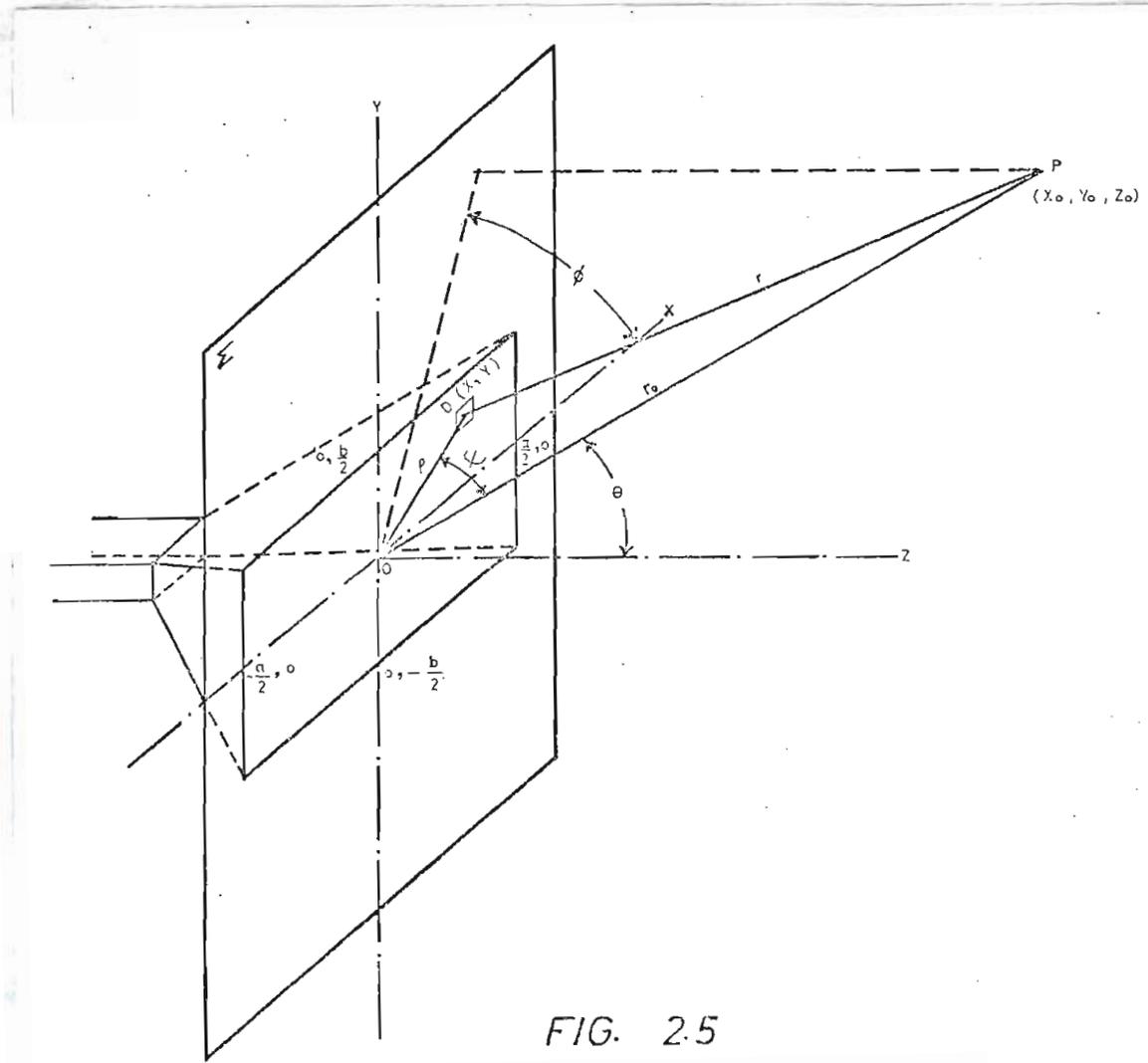


FIG. 2.5

El punto P, donde se trata de determinar el campo, se halla localizado en un sistema de coordenadas esféricas y a una distancia r de la apertura. Estando P lo suficientemente lejano se puede aceptar que r es paralelo a r_0 .

Un elemento localizado en el origen del sistema de coordenadas, producirá un campo dado por las componentes:

$$E_{\theta}^{\circ} = j \frac{E_{0,y} dx dy e^{-j\beta r_0}}{\lambda_0 r_0} \sin \phi \quad (2.48)$$

$$E_{\phi}^{\circ} = j \frac{E_{0,y} dx dy e^{-j\beta r_0}}{\lambda_0 r_0} \cos \phi \quad (2.49)$$

Un elemento D cualquiera radiará de la forma:

$$E_{\theta}^D = j \frac{E_{0,y} dx dy e^{-j\beta r_0}}{\lambda_0 r_0} \sin \phi e^{j\beta \rho \cos \psi + j F(x,y)} \quad (2.50)$$

$$E_{\phi}^D = j \frac{E_{0,y} dx dy e^{-j\beta r_0}}{\lambda_0 r_0} \cos \phi e^{j\beta \rho \cos \psi + j F(x,y)} \quad (2.51)$$

En (2.50) y (2.51), $F(x, y)$ es la fase propia de cada elemento. Es función de la posición de los elementos dentro del arreglo que constituye la apertura y será definida posteriormente.

En las mismas expresiones se observa que si r es grande, la relación $1/r$ se puede aceptar como constante para un P lejano y es por eso que en el denominador de las igualdades (2.50) y (2.51) se ha escrito r_0 . Para consideraciones de fase, sin embargo, no se puede hacer esa aproximación y al contrario es muy necesario determinar las diferencias de las trayectorias de los elementos radiantes hasta el punto P; pues las diferencias de trayectoria dan lugar a diferencias de fase que pesan mucho en la forma de los diagramas de radiación.

En (2.50) y (2.51), la diferencia de fase entre las radiaciones de los elementos O y D está dada por $\beta \rho \cos \psi$, que es el producto de

la constante de fase β por la diferencia entre las distancias r_0 y r .

En la figura (2.4) podemos observar que, por Geometría, se cumple:

$$r = \left[(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + z_0^2 \right]^{1/2}$$

donde (x_0, y_0, z_0) son coordenadas del punto P y (x, y) son las coordenadas del punto D.

De acuerdo a la misma figura se cumplen las siguientes relaciones: $x_0 = r_0 \text{ sen } \theta \text{ cos } \phi$, $y_0 = r_0 \text{ sen } \theta \text{ sen } \phi$, $z_0 = r_0 \text{ cos } \theta$; si ellas se reemplazan en la expresión que nos dá r , se llega a lo siguiente:

$$r \cong r_0 \left[1 - \frac{2}{r_0} \text{ sen } \theta (x \text{ cos } \phi + y \text{ sen } \phi) \right]^{1/2}$$

pero como x / r_0 y y / r_0 , son muy pequeños comparados con la unidad, sus cuadrados los serán más aún y haciendo uso de la expansión Binomial podemos escribir finalmente la siguiente expresión para $r_0 - r$:

$$\int \cos \psi = r_0 - r = x \text{ sen } \theta \text{ cos } \phi + y \text{ sen } \theta \text{ sen } \phi \quad (2.52)$$

Por lo cual:

$$E_{\phi}^D = \frac{j E_{0,y} dx dy e^{-j\beta r_0}}{\lambda_0 r_0} \cos \phi e^{j\beta(x \cos \phi + y \sin \phi) \sin \theta + j F(x,y)} \quad (2.53)$$

$$E_{\theta}^D = \frac{j E_{0,y} dx dy e^{-j\beta r_0}}{\lambda_0 r_0} \sin \phi e^{j\beta(x \cos \phi + y \sin \phi) \sin \theta + j F(x,y)} \quad (2.54)$$

Extendiendo a toda la superficie ab se tiene:

$$E_{\phi} = \frac{j e^{-j\beta r_0}}{\lambda_0 r_0} \cos \phi \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} E_{0,y}(x,y) e^{j\beta(x \cos \phi + y \sin \phi) \sin \theta + j F(x,y)} dx dy \quad (2.55)$$

$$E_{\theta} = \frac{j e^{-j\beta r_0}}{\lambda_0 r_0} \sin \phi \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} E_{0,y}(x,y) e^{j\beta(x \cos \phi + y \sin \phi) \sin \theta + j F(x,y)} dx dy \quad (2.56)$$

2.6.3. Funciones $E_{0,y}(x,y)$ y $F(x,y)$.

La función $E_{0,y}(x,y)$ que aparece en las expresiones (2.55) y (2.56) influye en el perfil de la curva de amplitud del campo. En el estudio del campo dentro de una bocina realizado en la sección (2.3) se -

hubo determinado que la componente transversal de campo eléctrico sigue, en general, una ley de distribución del tipo $C \cos \pi x/a$.

Por lo tanto esta misma distribución de campo existirá en la a apertura de la bocina y utilizaremos la expresión:

$$E_{O,y}(x,y) = C \cos \frac{\pi x}{a} \quad (2.57)$$

La superficie sobre la apertura de la bocina es plana, pero el frente de onda emergente desde la garganta de la bocina no lo es. Dicho frente de onda puede ser esférico o cilíndrico según la bocina sea piramidal o en sector. Esto determina que no todos los elementos radiantes localizados en la apertura plana se hallen en fase.

De esta manera, se considera que la fase de los elementos radiantes en la apertura sigue una distribución de tipo cuadrático* tomando como elemento de fase cero aquel que se halla en el punto central.

Para obtener la función $F(x,y)$ haremos el siguiente análisis: en la figura (2.6a) tenemos una bocina piramidal cuya apertura tiene dimensiones a y b. En la figura (2.6b) tenemos el corte de la misma bocina en el plano $y = 0$ y allí se observa un frente de onda esférico AOA'

* TERMAN F., Electronic and Radio Engineering, Mc Graw Hill Book Co., Pág. 914.

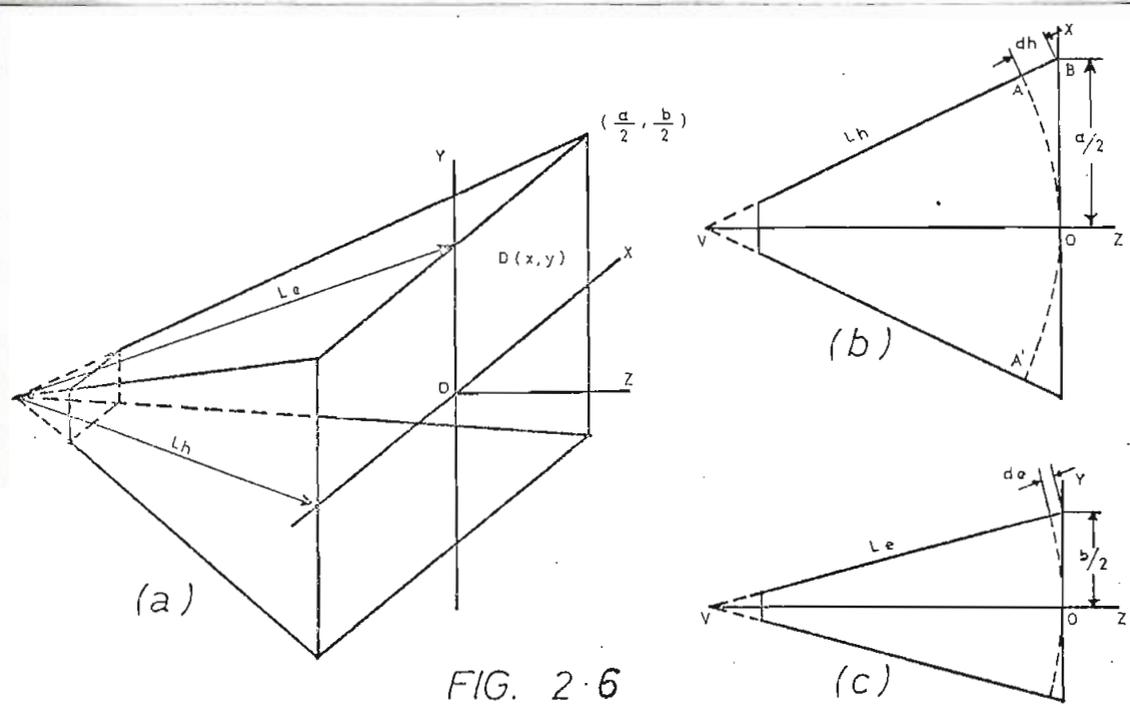


FIG. 2-6

que llega a la apertura localizada sobre el eje x . La máxima diferencia de fase existente entre los elementos localizados sobre el plano de la apertura dependerá de la diferencia entre las distancias VO y VB o sea dependerá de d_h , debido a que el frente de onda llega primero al punto central y más tarde al extremo B . Por Geometría se tiene:

$$d_h = L_h - \left[L_h^2 - \left(\frac{a}{2} \right)^2 \right]^{1/2}$$

Utilizando la aproximación dada por la expansión Binomial podemos escribir: $d_h \approx \frac{a^2}{8L_h}$

De esta manera la máxima desviación de fase sobre el eje x estará dada por:

$$F_{\text{máx}}(x) = \beta \frac{a^2}{8L_h} \quad (2.58)$$

Donde β es la constante de fase.

Por otra parte, si aceptamos una distribución cuadrática de fase sobre el eje x tendremos:

$$F(x) = k_1 x^2 \quad (2.59)$$

Para un x máximo igual a $a/2$ tendremos un $F(x)$ máximo que es el que nos dá la expresión 2.58. De esta manera k_1 puede ser determinado de 2.58 y 2.59, así:

$$\frac{\beta a^2}{8L_h} = k_1 \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$\text{de allí: } k_1 = \frac{\beta}{2L_h}$$

y entonces

$$F(x) = \frac{\beta}{2L_h} x^2 \quad (2.60)$$

Haciendo un análisis similar para el plano $x = 0$ y utilizando

la figura (2.6c) llegamos a la siguiente expresión que nos dá la distribución sobre el eje y:

$$F(y) = \frac{\beta}{2L_e} y^2 \quad (2.61)$$

De (2.60) y (2.61) se concluye que un elemento cualquiera D de coordenadas x,y tendrá la siguiente distribución de fase:

$$F(x,y) = - \left(\frac{\beta}{2L_h} x^2 + \frac{\beta}{2L_e} y^2 \right) \quad (2.62)$$

El signo menos se debe a que la fase de los elementos localizados en los extremos está atrasada con respecto a la del elemento central.

Reemplazando (2.62) en (2.55) y (2.56) se tiene:

$$E_\phi = \frac{j e^{-j\beta r_0}}{\lambda_0 r_0} \cos\phi \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} C \cos \frac{\pi x}{a} e^{j\beta(x \cos\phi + y \sin\phi) \sin\theta - j\left(\frac{\beta}{2L_h} x^2 + \frac{\beta}{2L_e} y^2\right)} dx dy \quad (2.63)$$

$$E_\theta = \frac{j e^{-j\beta r_0}}{\lambda_0 r_0} \sin\phi \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} C \cos \frac{\pi x}{a} e^{j\beta(x \cos\phi + y \sin\phi) \sin\theta - j\left(\frac{\beta}{2L_h} x^2 + \frac{\beta}{2L_e} y^2\right)} dx dy \quad (2.64)$$

2.6.4. Modelos en los planos E y H.

Para el tipo de excitación TE 1,0 el plano H ocupará la posición $\phi = 0$ y el plano E la posición $\phi = \pi/2$.

a) En el plano E: $\cos \phi = 0$ y por lo tanto la expresión (2.63) es -
cero y nos queda:

$$\begin{aligned}
 E(\theta) &= j \frac{e^{-j\beta r_0}}{\lambda_0 r_0} C \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} \cos \frac{\pi x}{a} e^{j\beta y \sin \theta} e^{-j \frac{\beta}{2L_h} x^2} e^{-j \frac{\beta}{2L_e} y^2} dx dy = \\
 &= j \frac{e^{-j\beta r_0}}{\lambda_0 r_0} C \int_{-a/2}^{a/2} \cos \frac{\pi x}{a} e^{-j \frac{\beta}{2L_h} x^2} dx \left[\int_{-b/2}^{b/2} e^{j\beta y \sin \theta} e^{-j \frac{\beta}{2L_e} y^2} dy \right] \quad (2.65)
 \end{aligned}$$

La expresión fuera del corchete tiene un valor determinado y como nos interesa únicamente valores relativos la llamaremos K_1 . Entonces:

$$E(\theta) = K_1 \int_{-b/2}^{b/2} e^{j\beta y \sin \theta} e^{-j \frac{\beta}{2L_e} y^2} dy \quad (2.66)$$

que puede escribirse:

$$E(\theta) = K_2 \int_{-1}^1 e^{j \frac{\pi b}{\lambda_0} \bar{y} \sin \theta} e^{-j \beta_2 \bar{y}^2} d\bar{y} \quad (2.67)$$

$$\text{Donde: } K_2 = \frac{b}{2} K_1 \quad ; \beta_2 = \frac{\beta b^2}{8 L_e} \quad ; \bar{y} = \frac{2}{b} y$$

La solución de (2.67) está dada por:

$$E(\theta) = K_2 \sqrt{\frac{\pi}{2\beta_2}} \left\{ C(m_2) - C(m_1) - j [S(m_2) - S(m_1)] \right\} \quad (2.68)$$

donde:

$$m_2 = \sqrt{\frac{2\beta_2}{\pi}} \left(1 - \frac{\frac{\pi b}{\lambda_0} \text{sen } \theta}{2\beta_2} \right) \quad (a) \quad (2.69)$$

$$m_1 = \sqrt{\frac{2\beta_2}{\pi}} \left(-1 - \frac{\frac{\pi b}{\lambda_0} \text{sen } \theta}{2\beta_2} \right) \quad (b)$$

$$C(m) = \int_0^m \cos\left(\frac{\pi}{2} y^2\right) dy \quad (c)$$

$$S(m) = \int_0^m \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} y^2\right) dy \quad (d)$$

$C(m)$ y $S(m)$ son conocidas como las integrales de Fresnel.

A continuación se efectúa la representación de las curvas de amplitud de $E(\theta)$ como función de $u = \frac{\pi b}{\lambda_0} \text{sen } \theta$.

Utilizamos u como variable independiente a fin de generalizar las representaciones, puesto que no se conoce b y λ_0 .

En las tablas* (2-1) y (2-2) se pueden encontrar los diferentes valores de $E(\theta)$ para diferentes valores de u . Cada una de estas tablas se ha construido para un valor de β_2 ; en la primera para $\beta_2 = \pi/4$ y en la segunda para $\beta_2 = \pi/2$. Los modelos indicados en la figura se han hecho tomando en cuenta los valores relativos de cada punto con respecto al valor máximo de cada curva de acuerdo a la relación:

$$db = 20 \log \frac{|E(u)|}{|E(o)|} \quad (2.70)$$

Observando las dos curvas de la figura (2-7) se puede concluir que mientras mayor es la desviación máxima de fase β_2 son mayores los lóbulos secundarios y a su vez el lóbulo fundamental decrece. A continuación hacemos el cálculo de los dos valores máximos de amplitud de cada una de las curvas:

Para $\beta_2 = \pi/2$ se tiene:

$$|E(o)| = \left| K_2 \sqrt{\frac{2\pi}{2\pi}} \left[C(m_2(o)) - C(m_1(o)) - j \{ S(m_2(o)) - S(m_1(o)) \} \right] \right| = 1.79 K_2$$

Para $\beta_2 = \pi/4$ se tiene:

* $C(m)$ y $S(m)$ han sido tomadas de "Tables of Higher Functions" de Friedrich Lössch. Pág. 29-35.

$$\left| E(\omega) \right| = \left| K_2 \sqrt{\frac{2\pi}{\pi}} \left[C(m_2(\omega)) - C(m_1(\omega)) - j \{ S(m_2(\omega)) - S(m_1(\omega)) \} \right] \right| = 1.95 K_2$$

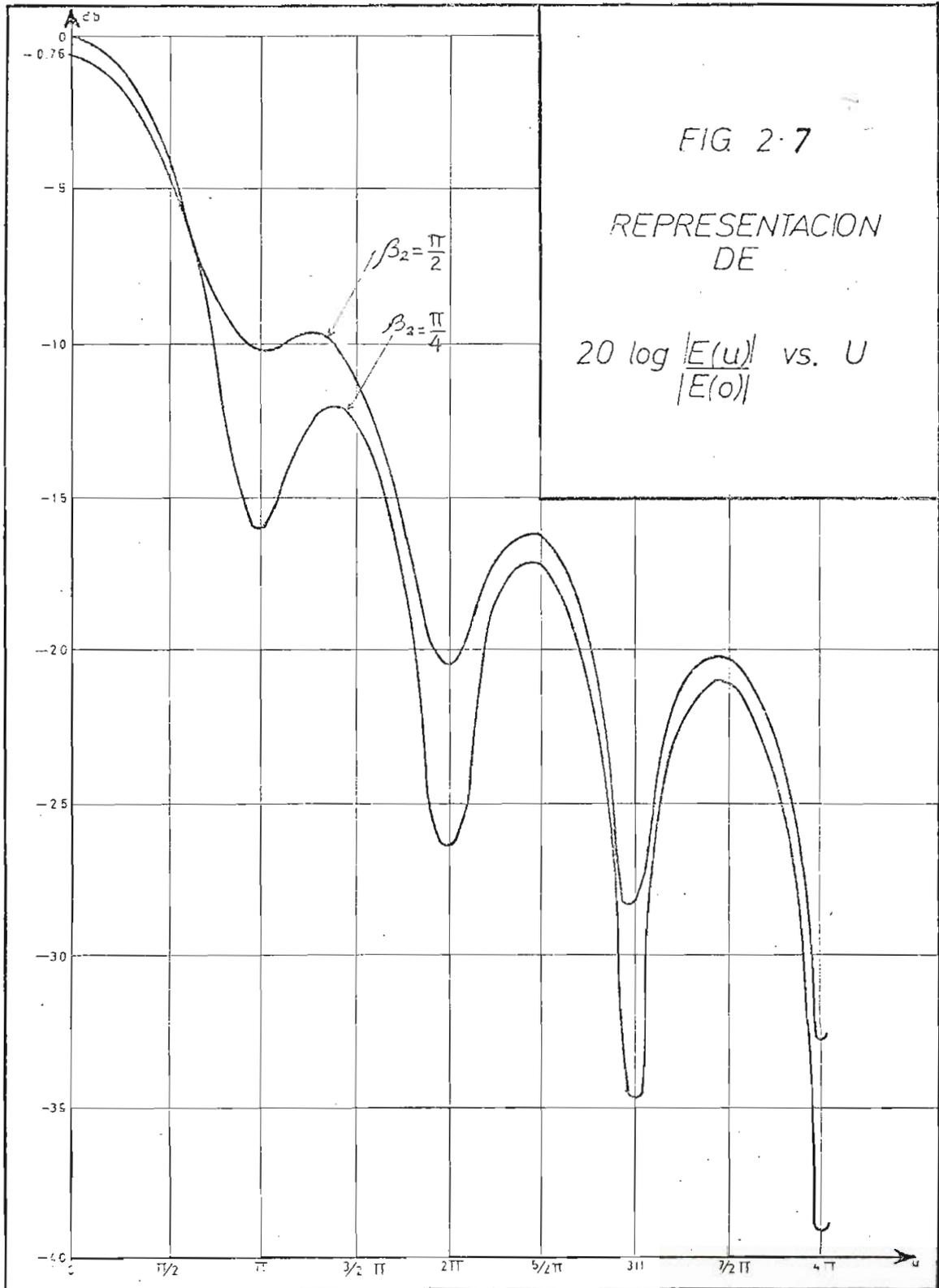
Haciendo la relación en decibeles se tiene que la diferencia entre los dos valores máximos es 0,76 db.

T A B L A 2 - 1

Valores de Amplitud del Campo (Eu) para $\beta_2 = \pi / 4$				
$u [\pi]$	m_2	m_1	$ E(u) / K_2 \sqrt{2}$	$db = 20 \log \frac{ E(u) }{ E(0) }$
0	+0.707	-0.707	1.38	00.00
1/6	+0.472	-0.943	1.3200	-00.39
1/3	+0.235	-1.178	1.1400	-01.66
1/2	0.000	-1.414	0.8900	-03.82
2/3	-0.235	-1.650	0.6020	-07.20
5/6	-0.471	-1.885	0.3360	-12.28
1	-0.707	-2.120	0.2180	-16.30
7/6	-0.940	-2.350	0.2800	-13.86
4/3	-1.180	-2.590	0.3390	-12.00
3/2	-1.414	-2.830	0.3255	-12.56
5/3	-1.645	-3.060	0.2470	-14.94
11/6	-1.890	-3.300	0.1480	-19.84
2	-2.120	-3.530	0.0627	-26.84
13/6	-2.350	-3.770	0.1154	-21.56
7/3	-2.590	-4.010	0.1820	-17.60
5/2	-2.830	-4.240	0.2850	-17.44
8/3	-3.070	-4.480	0.1543	-19.04
17/6	-3.300	-4.720	0.0763	-24.16
3	-3.540	-4.950	0.0240	-34.70
19/6	-3.770	-5.180	0.0738	-25.44
10/3	-4.010	-5.420	0.1043	-22.44
7/2	-4.240	-5.650	0.1150	-21.58
11/3	-4.480	-5.900	0.1056	-22.32
23/6	-4.720	-6.130	0.0640	-26.68
4	-4.950	-6.360	0.0155	-39.00

T A B L A 2 - 2

Valores de Amplitud del Campo $E(u)$ para $\beta_2 = \pi/2$				
$u [\pi]$	m_2	m_1	$ E(u) / K_2$	$db=20 \log \frac{ E(u) }{ E(0) }$
0	+1.000	-1.000	1.7900	-00.00
1/6	+0.834	-1.165	1.7150	-00.37
1/3	+0.667	-1.332	1.5000	-01.54
1/2	+0.500	-1.500	1.2090	-03.42
2/3	+0.333	-1.667	0.8920	-06.04
5/6	+0.167	-1.834	0.6680	-08.56
1	0.000	-2.000	0.5970	-09.54
7/6	-0.167	-2.168	0.6140	-09.30
4/3	-0.333	-2.334	0.6330	-09.03
3/2	-0.500	-2.500	0.5550	-10.17
5/3	-0.667	-2.667	0.4110	-12.80
11/6	-0.834	-2.834	0.2620	-16.70
2	-1.000	-3.000	0.1833	-19.80
13/6	-1.165	-2.170	0.2350	-17.64
7/3	-1.332	-3.333	0.2890	-15.84
5/2	-1.500	-3.500	0.2960	-15.64
8/3	-1.667	-3.667	0.2470	-17.20
17/60	-1.834	-3.834	0.1345	-22.48
3	-2.000	-4.000	0.0777	-27.24
19/6	-2.168	-4.170	0.123	-22.62
10/3	-2.334	-4.330	0.1854	-17.68
7/2	-2.500	-4.500	0.1973	-19.70
11/3	-2.667	-4.667	0.1630	-20.80
23/6	-2.834	-4.834	0.0988	-25.16
4	-3.000	-5.000	0.0421	-32.56



b) en el plano H: $\text{sen } \theta = 0$, por lo tanto la expresión (2.64) es igual a cero y nos queda que el campo $E(\theta)$ está dada por la expresión:

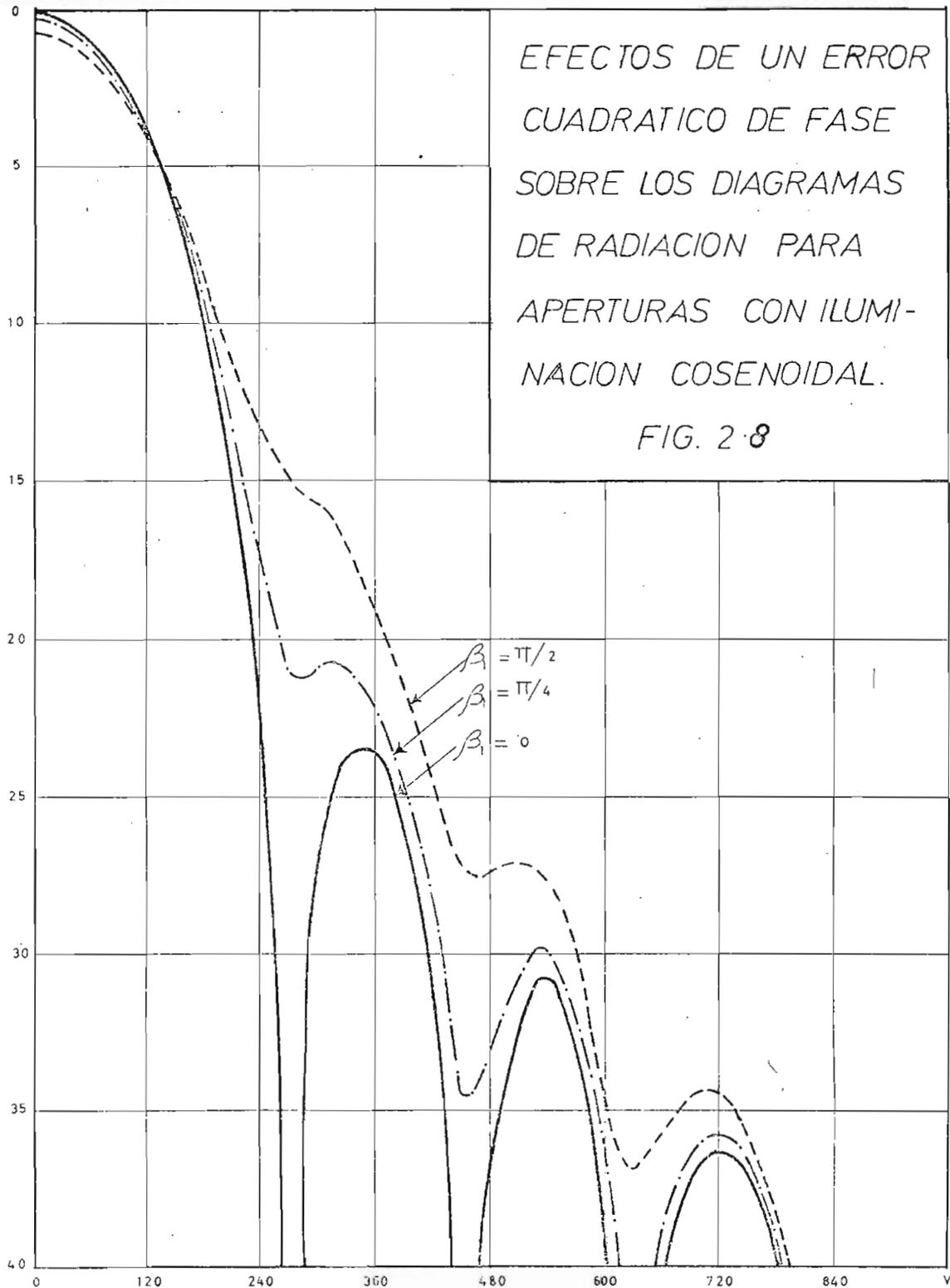
$$\begin{aligned}
 E(\theta) &= j \frac{e^{-j\beta r_0}}{\lambda_0 r_0} C \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} \cos \frac{\pi x}{a} e^{j\beta x \text{sen } \theta} e^{-j\frac{\beta}{2L_h} x^2} e^{-j\frac{\beta}{2L_e} y^2} dx dy = \\
 &= j \frac{e^{-j\beta r_0}}{\lambda_0 r_0} C \int_{-b/2}^{b/2} e^{-j\frac{\beta}{2L_e} y^2} dy \left[\int_{-a/2}^{a/2} \cos \frac{\pi x}{a} e^{j\beta x \text{sen } \theta} e^{-j\frac{\beta}{2L_h} x^2} dx \right] \quad (2.71)
 \end{aligned}$$

La expresión que queda fuera del corchete tiene un valor determinado, por no ser función de θ y como para el cálculo de los puntos de la curva de amplitud de campo, nos interesa solamente valores relativos entre sí la llamaremos K_3 . Entonces:

$$E(\theta) = K_3 \int_{-a/2}^{a/2} \cos \frac{\pi x}{a} e^{j\beta x \text{sen } \theta} e^{-j\frac{\beta}{2L_h} x^2} dx \quad (2.72)$$

que a su vez haciendo un cambio de variable puede escribirse de la siguiente manera:

$$E(\theta) = K_4 \int_{-1}^1 \cos \frac{\pi \bar{x}}{2} e^{j\frac{\pi a}{\lambda_0} \bar{x} \text{sen } \theta} e^{-j\beta_1 \bar{x}^2} d\bar{x} \quad (2.73)$$



2.7. Explicación adicional sobre los resultados de la sección 2.6.

Las expresiones (2.67) y (2.73) nos han servido para obtener los modelos de radiación en el plano E y H respectivamente de una bocina piramidal.

Para el caso de una bocina en sector en el plano H la onda emergente es del tipo cilíndrico, como se había visto en la sección 2.3., por lo tanto hay una distribución cuadrática de fase en el sentido del eje x pero, siendo constante en el sentido y. Por otra parte la distribución de amplitud a lo largo del eje x es del tipo cosenoidal. En estas circunstancias la misma ley que gobierna el diagrama de radiación en el plano H de una bocina piramidal, dada en la expresión 2.73 puede ser aplicable a una bocina en sector en el plano H para obtener el diagrama en ese plano.

Similarmente la expresión (2.67) determina el diagrama de radiación en el plano E de una bocina en sector en ese mismo plano.

Esto confirma la exposición del autor D. Rhodes quien experimentalmente* llegó a determinar que el diagrama de radiación en un -

* RHODES D., An Experimental Investigation of the Radiation Patterns of Electromagnetic Horn Antennas, Proceedings of the IRE, Septiembre de 1948, pág. 1101.

plano (E o H) depende únicamente de la distribución de amplitud y fase existentes a lo largo de ese plano, independientemente de la distribución en el otro plano.

Por su parte los autores Barrow y Lewis F*., mantienen que el modelo en el plano E de una bocina en sector el plano H y el modelo en el plano H de una bocina en sector en el plano E básicamente son los mismos que aquellos originados por la guía de alimentación en el caso que ésta radiara sin bocina.

Para nuestros fines como se verá en el capítulo III, únicamente nos interesa el análisis de los modelos de radiación de las bocinas en sector en el plano en que las bocinas incrementan su sección transversal.

* BARROW y LEWIS F., The Sectorial Electromagnetic Horn. Proceedings of the IRE, Enero de 1939, Pág. 44.

2.8. GANANCIA DIRECTIVA DE SCHELKUNOFF.

El autor Schelkunoff ha ideado un método para determinar las ganancias directivas de las bocinas piramidales y en sector para casos en que la curvatura de los frentes de onda no sea mayor.

En este trabajo nos limitaremos únicamente a mencionar los resultados a que dicho autor llegó* pues, ellos los utilizaremos en el diseño de bocinas para la parte práctica.

Para una bocina en sector en el plano H la ganancia directiva máxima está dada por:

$$g_{H \text{ máx}} = \frac{4\pi b R_m}{\lambda_0 a} \left\{ [C(u) - C(v)]^2 + [S(u) - S(v)]^2 \right\} \quad (2.74)$$

Para una bocina en sector en el plano E:

$$g_{E \text{ máx}} = \frac{64 a R_e}{\pi \lambda_0 b} [C^2(\omega) + S^2(\omega)] \quad (2.75)$$

Para una bocina piramidal la ganancia directiva está dada por:

$$g_{\text{máx}} = \frac{\pi}{32} \left(\frac{g_{H \text{ máx}} \lambda_0}{b} \right) \left(\frac{g_{E \text{ máx}} \lambda_0}{a} \right) \quad (2.76)$$

* SCHELKUNOFF S., Antenna Theory and Practice, John Wiley & Son, Inc. 1952, Pág. 524.

En las figuras (2.9) (a) y (b) podemos observar las curvas -
 construidas a base de las ecuaciones (2.74) y (2.75). Allí también
 podemos ver a que corresponde R_m , R_e , a y b.

Por su parte:

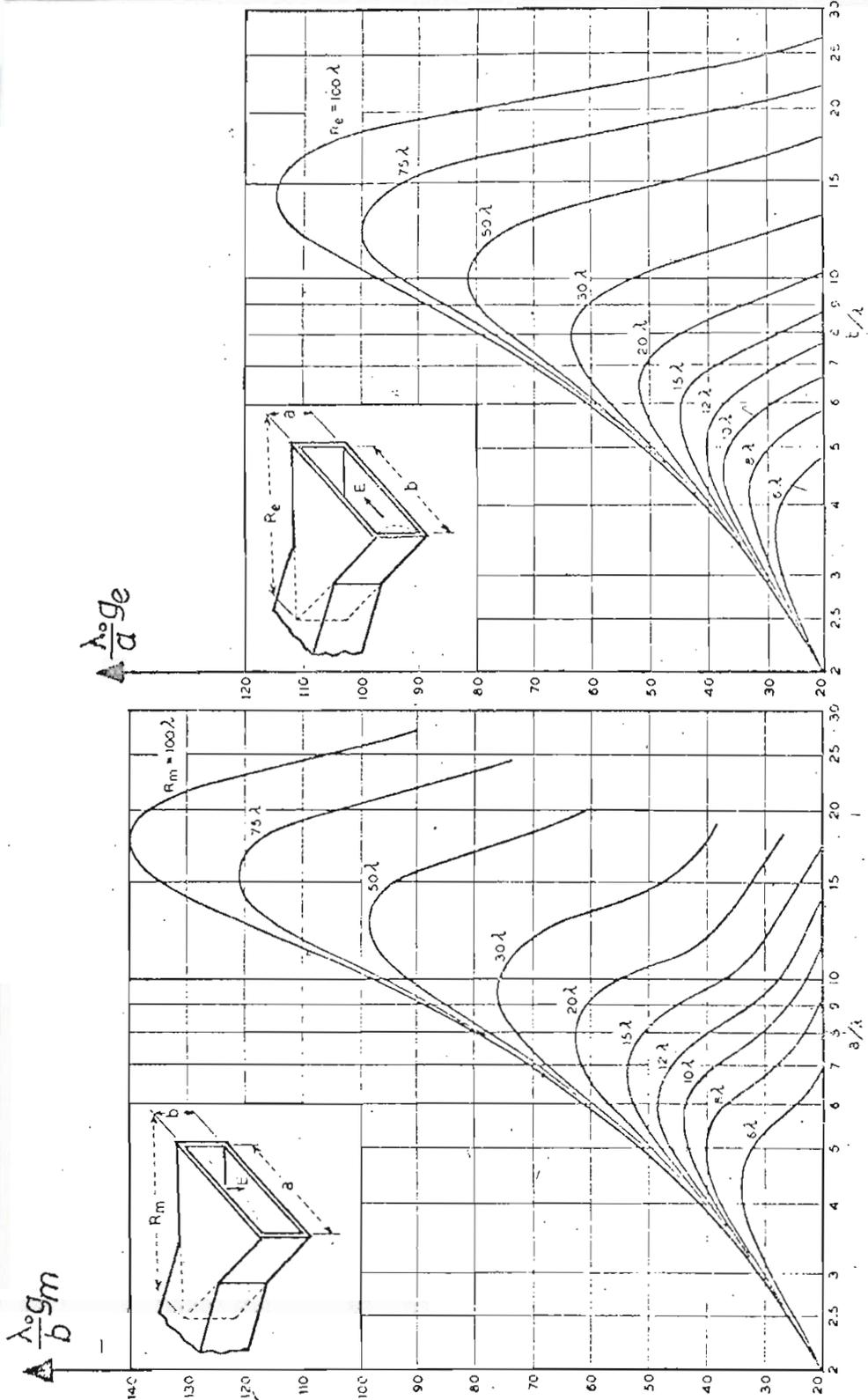
$$C(u) = \int_0^u \cos\left(\frac{1}{2} \pi t^2\right) dt$$

$$S(u) = \int_0^u \operatorname{sen}\left(\frac{1}{2} \pi t^2\right) dt$$

$$u = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\sqrt{\lambda_0 R_m}}{a} + \frac{a}{\sqrt{\lambda_0 R_m}} \right)$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\sqrt{\lambda_0 R_m}}{a} - \frac{a}{\sqrt{\lambda_0 R_m}} \right)$$

$$\omega = \frac{b}{\sqrt{2 \lambda_0 R_e}}$$



(a) (b) FIG. 2-9

Plano H Plano E

Directividad de bocinas en sector

C A P I T U L O T E R C E R O

T E O R I A S O B R E L E N T E S

3.1. PROPOSITO DE LOS LENTES.

En Optica se utilizan dispositivos que actúan sobre los rayos de luz para producir determinados efectos. Similarmente, en Microondas donde la longitud de onda se aproxima a la de la luz, se puede utilizar también dispositivos que actúen sobre los rayos y frentes de onda electromagnética para lograr determinadas características de propagación. Uno de estos dispositivos es el lente electromagnético.

En el capítulo segundo se vió que dentro de una bocina se tiene una determinada configuración de campo y un sistema de ondas esféricas o cilíndricas, según el tipo de bocina, cuyos frentes de onda tienen su origen en la garganta formada por una unión de la guía de alimentación con la bocina.

Las ondas así formadas llegan a la apertura de la bocina que es una superficie plana, por lo tanto no todos los puntos de la apertura tienen la misma fase. En la figura 3.1. podemos ver que mientras la onda propagada ha llegado a la apertura en la parte central, en los extremos todavía tiene que recorrer una distancia d .

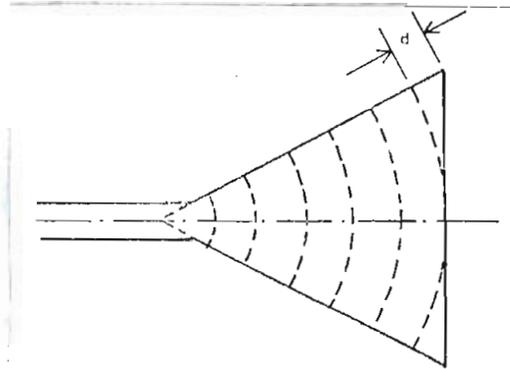


FIG. 3.1

La función de los lentes es justamente corregir esa diferencia de fase de elementos de la apertura radiante, formando frentes de onda planos. Esto se puede conseguir, ya sea aumentando la velocidad de la onda en los extremos o disminuyéndola en la parte central.

Las diferencias de fase en la apertura, hemos visto en el Capítulo II, hacen que los modelos de radiación tengan lóbulos secunda---rios mayores.

Por otra parte, el uso de un lente adecuadamente diseñado para una bocina piramidal puede aumentar el área efectiva a un 80% de su área real, mientras que el área efectiva de la misma bocina, sin lente, se ha comprobado es aproximadamente un 45% de su área real*. Como la ganancia directiva es proporcionar al área efectiva, ésa se incrementará también.

En las curvas (2.9) se puede observar que para una dimensión de apertura dada, se requiere de una determinada longitud de bocina para lograr la máxima ganancia (diseño óptimo). De manera que para una dimensión de apertura igual a 40λ , se requiere aproximadamente una longitud óptima de 800λ . El uso de un lente en la apertura de esa misma bocina puede reducir esa longitud a 38λ , a fin de obtener los mismos resultados**.

* y ** KOCK W. E., Metal Lens Antennas, Proceedings of the I.R.E. and Waves and Electrons, Noviembre de 1946. Pág. 830.

3.2. VELOCIDAD DE FASE E INDICE DE REFRACCION.

Velocidad de fase es la velocidad con la cual se propagan las su perfcies equifases, entendiéndose por estas a aquellas en las cuales - cualquier componente particular de campo electromagnético alcanza su má ximo valor en tiempo, en el mismo instante para todos los puntos de la superficie.

El índice de refracción n de un medio determinado es la relación entre la velocidad de una onda electromagnética en el espacio libre denominado v_0 y su velocidad de fase v a través de dicho medio.

$$n = \frac{v_0}{v} \quad (3.1)$$

Para materiales dieléctricos el índice de refracción, a las fre cuencias de microondas, es mayor que la unidad, de ahí que un lente e- lectromagnético dieléctrico opere similarmente a un lente óptico, re- fractando los rayos de acuerdo a la ley de Snell como se puede ver en el prisma dieléctrico de la figura (3.2)

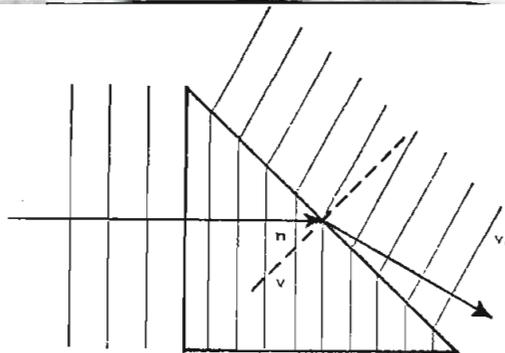


FIG. 3.2

3.2.1. Índice de refracción menor que uno.

A frecuencias de radio es posible también crear un medio en el cual las ondas electromagnéticas tengan velocidades de fase mayores que en el espacio libre es decir que el índice de refracción sea menor que uno.

En el análisis de propagación de ondas del tipo TE en un medio no conductor, entre placas paralelas infinitamente grandes y perfectamente conductoras, como las mostradas en la figura (3.3), se tiene que la constante de propagación $\bar{\gamma}$ está dada por*:

$$\bar{\gamma} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0} \quad (3.2)$$

donde: a es la separación entre placas.

ω es la frecuencia angular

μ_0 y ϵ_0 son las constantes de permeabilidad y dieléctrica del medio entre placas, que en nuestro caso específico será dieléctri

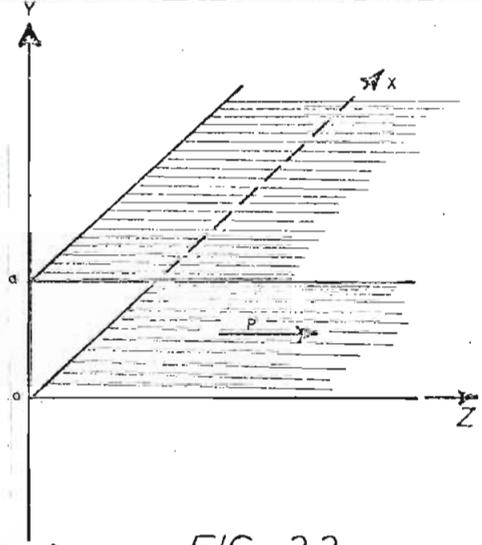


FIG. 3.3

* JORDAN E.C., Electromagnetic Waves and Radiating Systems, Prentice Hall, Inc. Pág. 184.

co aire.

m es un entero: 0, 1, 2, 3..... Para el modo dominante $m = 1$

En la expresión (3.2) se puede considerar tres posibilidades:

- a) Cuando $(\pi/a)^2 > \omega^2 \mu_0 \epsilon_0$, la expresión en el radicando es positiva y $\bar{\gamma}$ es un real puro, por lo tanto la propagación no puede ocurrir. Existe únicamente atenuación de la onda y está determinada por la constante. $\bar{\gamma} = \bar{\alpha} = \left[\left(\frac{\pi}{a} \right)^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \right]^{1/2}$
- b) Cuando la frecuencia es lo suficientemente alta y $\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 > (\pi/a)^2$ con lo cual $\bar{\gamma}$ es puramente imaginario y la constante de propagación $\bar{\gamma}$ está dada por:

$$\bar{\gamma} = j\bar{\beta} = j \sqrt{\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 - \left(\frac{\pi}{a} \right)^2} \quad (3.3)$$

En estas circunstancias las ondas se propagan con una constante de fase determinada por (3.3)

- c) Cuando $\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 = \left(\frac{\pi}{a} \right)^2$ se tiene la situación límite entre las posibilidades a) y b). Aquí existe la frecuencia de corte f_c en la cual cesa el movimiento de las ondas y está dada por

$$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{1}{2a\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (3.4)$$

La correspondiente longitud de onda para f_c será:

$$\lambda_c = \frac{v_0}{f_c} = \frac{1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}{1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \cdot 2a} = 2a \quad (3.5)$$

En este trabajo nos interesa únicamente la posibilidad b) en la cual se cumple:

$$f > \frac{1}{2a \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (3.6)$$

Es decir que para una separación entre láminas a , solo se propagarán las frecuencias superiores a la frecuencia de corte f_c . En otras palabras, solo se propagarán las ondas cuyas longitudes de onda en el espacio libre sean menores que λ_c . De manera que una onda λ_0 para poder propagarse entre dos láminas separadas una distancia a debe cumplir:

$$\lambda_0 < \lambda_c \quad \text{Ver expresión (3.5)}$$

Por lo tanto:

$$\lambda_0 < 2a \quad (3.7)$$

y finalmente para que exista propagación

$$(\lambda_0/2) < a \quad (3.8)$$

Es decir que para que sea posible la propagación del modo dominante entre dos placas conductoras se requiere, que la separación entre ellas sea mayor que la mitad de la longitud de la onda a la frecuencia de trabajo. Con el objeto de impedir la propagación del modo inmediato superior la separación a debe ser menor que λ_0 . Por lo tanto a debe cumplir:

$$\frac{\lambda_0}{2} < a < \lambda_0 \quad (3.9)$$

Por otra parte sabemos que la velocidad de fase v_f y la longitud de onda $\bar{\lambda}$ dentro de las placas están relacionadas a la constante de fase $\bar{\beta}$ de la siguiente manera:

$$v_f = \bar{\lambda} f = \frac{2\pi}{\bar{\beta}} \cdot \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\omega}{\bar{\beta}} \quad (3.10)$$

Reemplazando (3.3) en (3.10) se tiene:

$$v_f = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2}} \quad (3.11)$$

que a su vez puede ser escrita como:

$$v_f = \frac{1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\pi}{\omega} \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} a\right)^2}} = \frac{v_0}{\sqrt{1 - \left(\lambda_0/2a\right)^2}} \quad (3.12)$$

En (3.12) se puede ver que v es mayor que v_0 . El índice de refracción n será entonces menor que uno y estará dado por:

$$n = v_0 / v_f \quad (3.13)$$

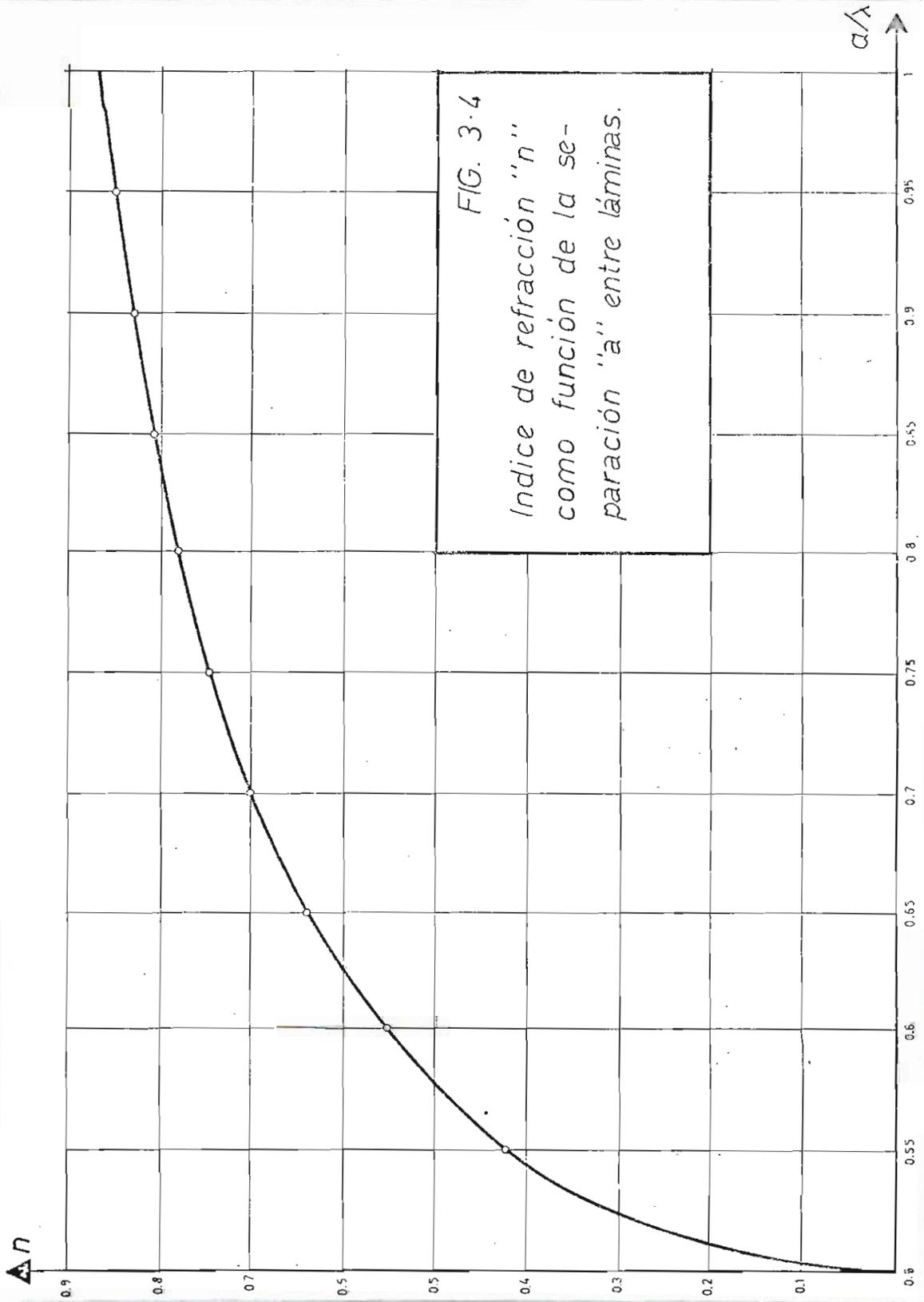
y entonces:

$$n = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{2a}\right)^2} \quad (3.14)$$

Como esta expresión será usada a menudo en este trabajo se han calculado diferentes valores de n en función de a/λ_0 que se hallan en la tabla (3.1) y representados en la figura (3.4):

T A B L A 3 - 1

Valores de n como función de la separación entre láminas "a"			
a/λ.	n	a/λ.	n
0.50	0.000	0.76	0.754
0.52	0.275	0.78	0.768
0.54	0.380	0.80	0.780
0.56	0.452	0.82	0.792
0.58	0.508	0.84	0.805
0.60	0.552	0.86	0.815
0.62	0.592	0.88	0.820
0.64	0.625	0.90	0.830
0.66	0.654	0.92	0.840
0.68	0.678	0.94	0.847
0.70	0.700	0.96	0.857
0.72	0.720	0.98	0.863
0.74	0.735	1.00	0.867



3.2.2. Explicación adicional.

Es importante notar en el análisis último que las ondas TE no tienen componente de campo eléctrico en la dirección z y al reemplazar esa condición en las ecuaciones de Maxwell que gobiernan el comportamiento de campo entre placas, la componente E_y es también cero con lo cual queda únicamente la componente E_x que es paralela a las láminas conductoras.

Un análisis semejante puede hacerse en guías de onda rectangulares por un modo TE 1,0. En este caso se llega también a obtener una constante de fase $\bar{\beta}$ dada por la expresión*:

$$\bar{\beta} = \sqrt{\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2} \quad (3.15)$$

Donde "a" es la dimensión de la guía perpendicular al vector eléctrico, como puede apreciarse en la figura (3.5).

De lo dicho se concluye que se puede conseguir un índice de refracción menor que la unidad entre placas conductoras infinitamente grandes entre las cuales se propagan ondas TE, cuyo vector E es paralelo a las placas, así como también dentro de una guía de onda rectangular exc

* JORDAN E.C., Electromagnetic Waves and Radiating Systems, Prentice Hall, Inc., Pág. 267.

tada por un modo TE 1,0.

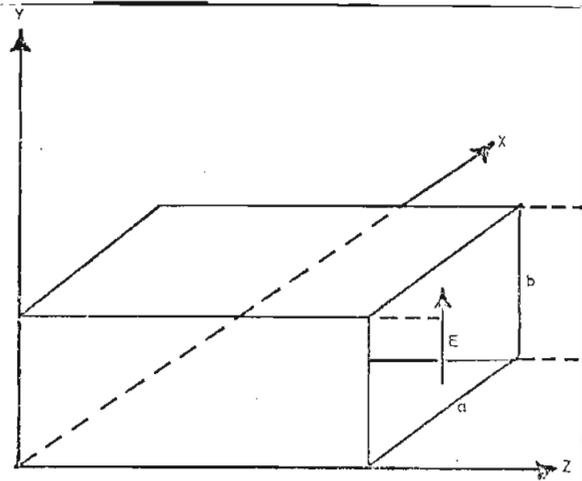


FIG. 3.5.

3.3. TIPOS DE LENTES.

La existencia de medios con índices de refracción mayores y menores que la unidad sirve como base para la clasificación de los lentes electromagnéticos, según se puede observar en el cuadro a continuación:

$n > 1$

de dieléctrico

- a) cilíndricos
- b) de revolución
- c) de una superficie de refracción
- d) de dos superficies de refracción

$$\begin{array}{l}
 n > 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{de dieléctrico} \\ \text{"artificial"} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{a) de "moléculas" macroscópicas} \\ \text{b) lentes "longitud de trayecto} \\ \text{ria.} \end{array} \right. \\
 \\
 n < 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{metálicos normales} \\ \text{metálicos guiados} \end{array} \right.
 \end{array}$$

En este trabajo se analizarán, de preferencia, los lentes de tipo metálico tanto normales como guiados y los de dieléctricos natural puesto que son factibles de construcción en nuestro medio.

3.4. LENTES CILINDRICOS Y DE REVOLUCION DE DIELECTRICO.

3.4.1. Utilización de estos lentes de acuerdo al tipo de onda.

Como en el titular se indica, los materiales usados en la construcción de estos lentes son dieléctricos a los cuales se les dá formas determinadas, a fin de que actuen apropiadamente sobre las ondas que reciben.

Según se había visto en el capítulo 2, las ondas que se producen en una bocina en sector, son de tipo cilíndrico, y para lograr tener superficies equifases planas, la curvatura del frente de onda debe ser corregida en una dirección como se pueden ver en la figura -

(3.6). Esto determina que el lente también debe ser de tipo cilíndrico, variando su perfil en un solo sentido, como puede observarse en la misma figura.

En el caso de una bocina piramidal las ondas generadas son esféricas y para lograr superficies equifases planas se deben utilizar lentes de revolución que corrijan la curvatura esférica.

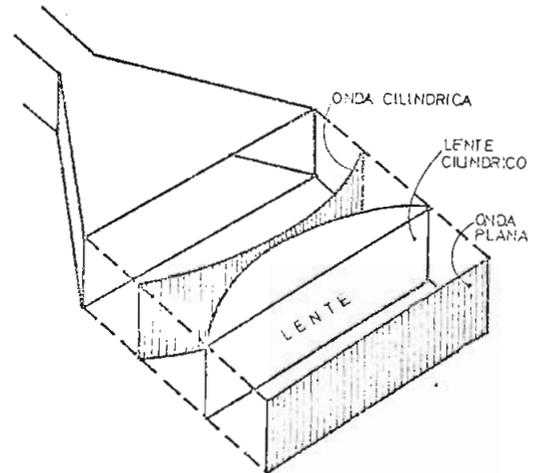


FIG. 3.6

El perfil de un lente de revolución quedará definido al conocer el perfil de una superficie G que pase por su centro, la cual al girar sobre el eje $z-z'$, generará el cuerpo de revolución, que constituye el lente, como puede verse en la figura (3.7)

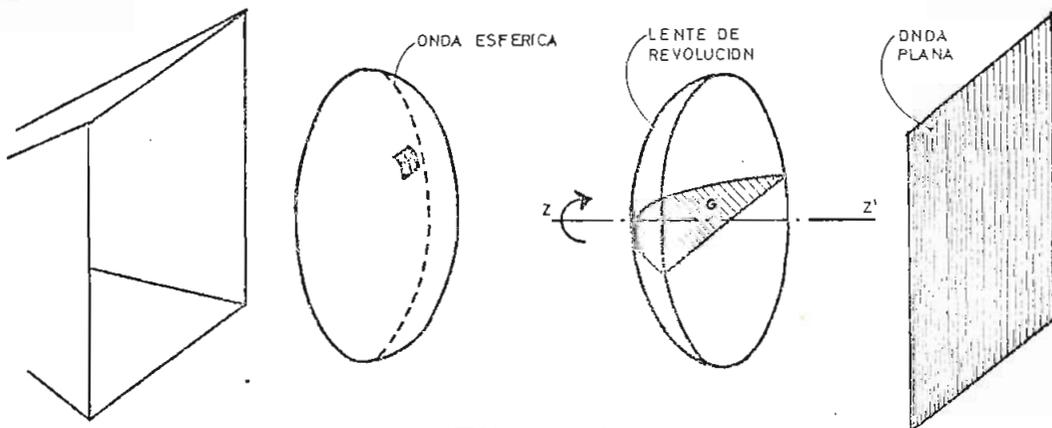


FIG. 3.7

3.4.2. Determinación del perfil de lentes cilíndricas y revolución.

Según lo indicado en la sección 3.4.1., el mismo análisis para la determinación del perfil de un lente cilíndrico puede ser aplicado a un lente de revolución.

Comenzaremos diciendo que si la velocidad de fase v dentro de un dieléctrico es menor que la velocidad en el espacio libre v_0 , se puede aprovechar esta propiedad para reducir la velocidad de fase en la parte central de la superficie equifase. Esto obliga a pensar que el lente dieléctrico debe ser de espesor mayor en su parte central y así lo representamos en la figura (3.8)

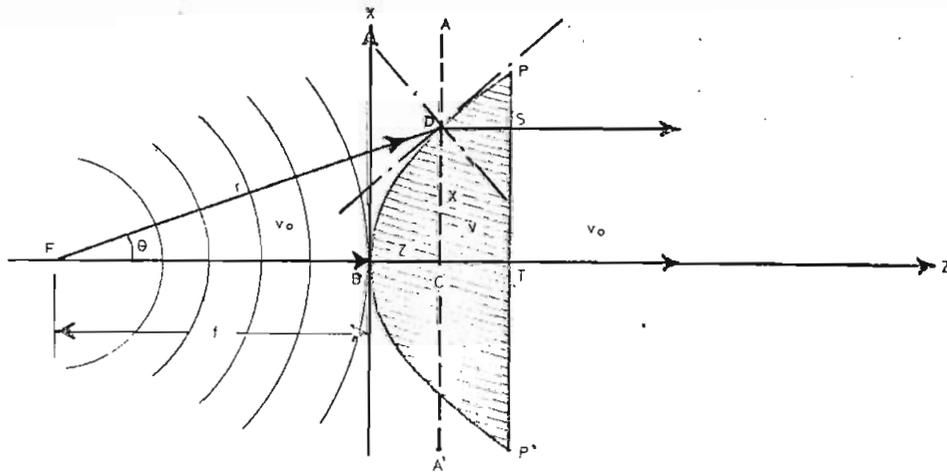


FIG. 3.8

El punto F corresponde a la fuente de ondas, localizadas en la garganta de la bocina. Un rayo cualquiera FD se refractará en el punto D de acuerdo a la ley de Snell. El perfil de la superficie de refracción PBP' que lo vamos a determinar debe ser tal que el rayo

se refracte en el punto D, paralelamente al eje z. Por su parte el rayo FB al incidir normalmente en B se refracta en la misma z.

Para que la onda sea plana a la salida del eje se requiere que el tiempo de recorrido de un rayo a lo largo de una trayectoria cualquiera FDS debe ser igual al tiempo de recorrido a lo largo de la trayaectoria FBCT. Sabiendo que el tiempo es igual a la distancia recorrida sobre la velocidad de fase, podemos escribir:

$$\frac{FD}{v_0} + \frac{DS}{v} = \frac{FB}{v_0} + \frac{BC}{v} + \frac{CT}{v} \quad (3.16)$$

Las distancias DS y CT son iguales y como ambas son recorridas dentro del dieléctrico, pueden simplificarse, de manera que la condición (3.16) queda:

$$\frac{FD}{v_0} = \frac{FB}{v_0} + \frac{BC}{v} \quad (3.17)$$

En la figura (3.8) se puede determinar:

$$\begin{aligned} FD &= \sqrt{(FB + BC)^2 + CD^2} = \sqrt{(f + z)^2 + x^2} & (a) \\ FB &= f & (b) \\ BC &= z & (c) \end{aligned} \quad (3.18)$$

Reemplazando (3.18) (a) (b) y (c) en (3.17) se tiene:

$$\frac{\sqrt{(f+z)^2 + x^2}}{v_0} = \frac{f}{v_0} + \frac{z}{v} ; \quad \sqrt{(f+z)^2 + x^2} = f + z v_0 / v \quad (3.19)$$

Reemplazando $v_0 / v = n =$ índice de refracción y ordenando se llega a:

$$(n^2 - 1) z^2 + 2f (n - 1) z - x^2 = 0 \quad (3.20)$$

La expresión (3.20) nos da el perfil PBP' y por Geometría Analítica se puede determinar que corresponde a una Hipérbola con las siguientes características:

$$\text{Dominio: de } -\infty \text{ a } -\frac{2f}{n-1} \text{ y de } 0 \text{ a } +\infty \quad (3.21)$$

$$\text{Codominio: de } -\infty \text{ a } +\infty \quad (3.22)$$

$$\text{Ecuaciones de las asíntotas: } x = \pm \sqrt{n^2 - 1} \left(z + \frac{f}{n+1} \right) \quad (3.23)$$

$$\text{Centro de las asíntotas: } z = -\frac{f}{n+1} \text{ y } x = 0 \quad (3.24)$$

De las últimas expresiones se pueden apreciar mejor observando la figura (3.9)

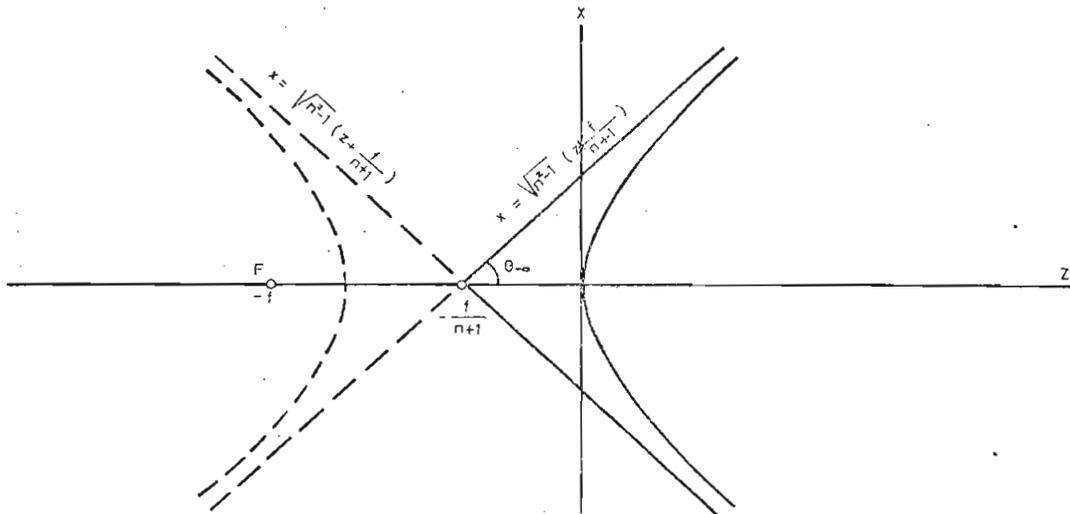


FIG. 3.9

De la figura (3.9) y por Trigonometría se puede llegar a determinar que el ángulo θ_{∞} que hacen las asíntotas con el eje z está dado por: $\theta_{\infty} = \arccos 1/n$. Este ángulo nos dá la apertura máxima que puede tener la bocina que ilumina al lente.

Una forma más fácil de expresar la ecuación es en coordenadas polares. Para esto, se puede ver en la figura (3.8) que:

$$x = r \operatorname{sen} \theta \quad (a) \quad \text{y} \quad z = r \operatorname{cos} \theta - f \quad (b) \quad (3.25)$$

Reemplazando (3.25) (a) y (b) en (3.20) se llega finalmente a:

$$r = \frac{(n-1) f}{n \cos \theta - 1} \quad (3.26)$$

3.4.3. Aproximación del perfil para aperturas pequeñas.

Para casos en que la bocina sea de apertura pequeña se puede aproximar la ecuación del perfil hiperbólico al de una circunferencia de radio R . En la figura (3.10) y considerando que el ángulo Δ es pequeño se puede aceptar que:

$$x = R \operatorname{sen} \Delta \quad (a) \quad \text{y} \quad z = R - R \cos \Delta \quad (b) \quad (3.27)$$

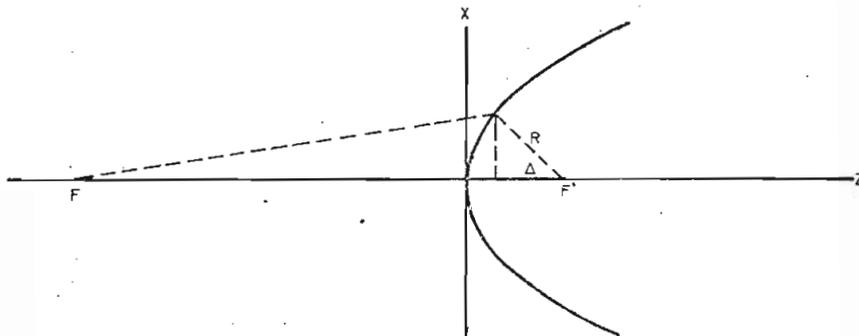


FIG. 3-10

Reemplazando (3.27) (a) y (b) en (3.20) se llega:

$$(n^2 - 1) R^2 (1 - \cos \Delta)^2 + 2f (n - 1) R (1 - \cos \Delta) - R^2 \operatorname{sen}^2 \Delta = 0 \quad (3.28)$$

Dividiendo todo para $2R (1 - \cos \Delta)$:

$$\frac{n^2 - 1}{2} R (1 - \cos \Delta) + f (n - 1) - \frac{R \operatorname{sen}^2 \Delta}{2(1 - \cos \Delta)} = 0 \quad (3.29)$$

Efectuando productos y simplificando se llega finalmente a:

$$R = f (n - 1) + \frac{1}{2} n^2 R (1 - \cos \Delta) \quad (3.30)$$

Para Δ pequeño, $\cos \Delta$ tiende a uno y el paréntesis $(1 - \cos \Delta)$ a cero por lo cual:

$$R = f (n - 1) \quad (3.31)$$

que es el radio de la circunferencia que puede sustituir al perfil hiperbólico generalizado, para aperturas pequeñas.

3.4.4. Reflexiones del lente y formas de evitarlas.

En la figura (3.11) se puede observar que un rayo FD saliente de la fuente F que llega al punto D con **incidencia** oblicua va a producir un rayo DS que se refracta y otro que se refleja en la dirección DE.

A su vez el rayo transmitido DS, al incidir en el punto S produce un rayo que se transmite al espacio libre y otro R que se refleja y que se refracta en el punto D, de acuerdo a la ley de Snell e incide nuevamente sobre la fuente F. Este tipo de reflexión puede ser suficiente para causar un desacoplamiento entre la bocina y su guía de alimentación. Para eliminar este efecto se puede girar el

lente un pequeño ángulo α con el objeto de que los rayos reflejados no converjan en el punto F como se observa en la figura (3.12) (a).

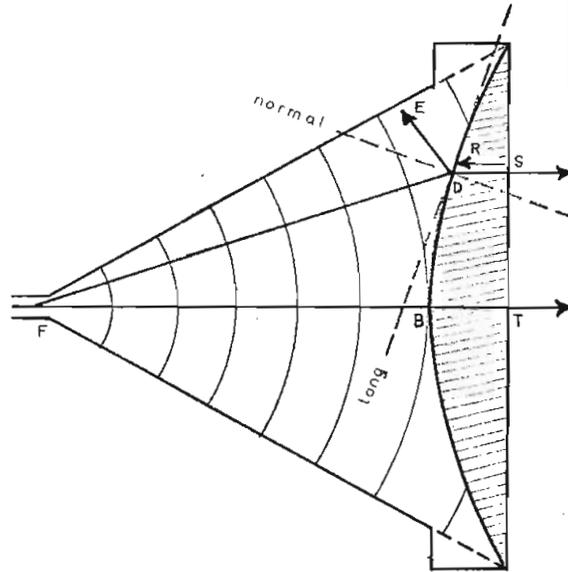


FIG. 3-11

Otra forma de anular esa reflexión es diseñando el lente en dos mitades cuyas distancias focales f_1 y f_2 difieran en $\lambda_0/4$, como se indica en la figura (3.12) (b).

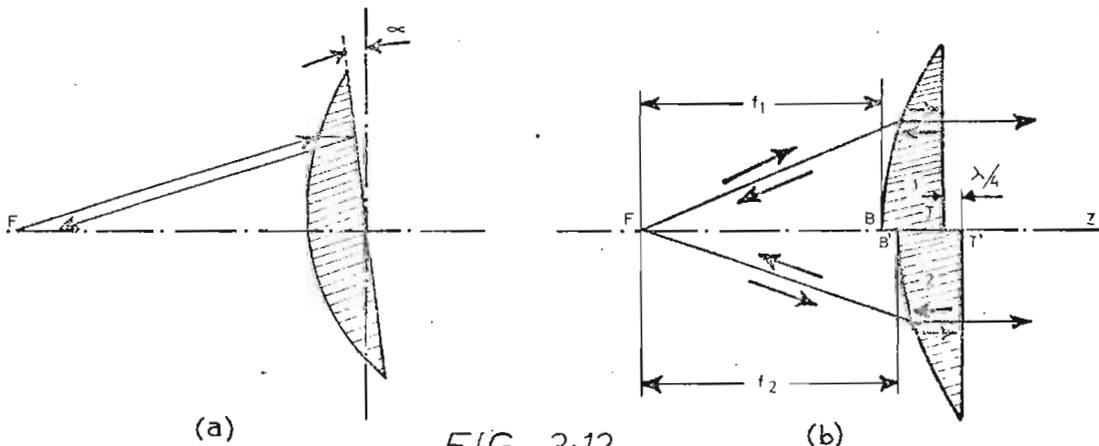


FIG. 3-12

De esta manera, un rayo en la mitad 1, inmediatamente antes del eje z, sale de la fuente F, atraviesa el lente de índice n se re refleja en t para regresar nuevamente al punto F. La correspondiente trayectoria eléctrica es: $FB + n BT + n TB + BF$.

Un rayo de la mitad 2, inmediatamente después del eje z que sale de f se refleja en T' y regresa a F deberá recorrer la siguien te trayectoria eléctrica $FB + \lambda_0/4 + n B' T' + n T' B' + \lambda_0/4 BF$.

Como $BT = B' T'$, la diferencia entre las dos trayectorias es $\lambda_0/2$ que equivale a una diferencia en fase de 180° , anulándose de esta manera los efectos de reflexión en F de la mitad 1 con los de la mitad 2.

Existe finalmente otra forma de evitar la reflexión en la su perficie recta del lente por medio de un acoplamiento de cuarto de onda. Para el efecto los autores, Morita y Cohn* han simulado un medio que acople el lente al medio exterior (espacio libre) formando un sistema de agujeros, cilindros, corrugaciones verticales u horizontales todas ellas de apropiada profundidad y diseño. Este método constituye una técnica especial y detallada que no será tratada en este trabajo, pero para quienes estén interesados en ella, pueden

* MORITA T. y COHN S.B., Microwave Lens Matching by Simulated Quarter Wave Transformers, IRE Transactions on Antennas and Propagation, Enero 1959, Pág. 31.

encontrarla en la referencia al pie de la página anterior.

3.4.5. Lentes zonales.

Comenzaremos esta sección diciendo que, si en un lente dieléctrico se mantiene constante el "diámetro" PP' (ver figura 3.8), el espesor BT aumenta al reducir la distancia focal f, haciéndose mas abultado y pesado.

Lo dicho puede demostrarse obteniendo una expresión en la cual se tenga BT como función de f. Para el efecto utilicemos la igualdad (3.17) que puede escribirse como:

$$FD = FB + nBC \quad (3.32)$$

Particularizando (3.32) para el caso en que el rayo pase por el extremo P tendremos:

$$FP = f + nBT \quad (3.33)$$

En la figura(3.8) se puede observar que:

$$FP^2 = (f + BT)^2 + TP^2 \quad (3.34)$$

Reemplazando (3.33) en (3.34) se tiene:

$$(f + nBT)^2 = (f + BT)^2 + \overline{TP}^2 \quad (3.35)$$

De donde:

$$\overline{BT}^2 (n^2 - 1) + 2f BT (n - 1) - \overline{TP}^2 = 0 \quad (3.36)$$

La raíz positiva de BT obtenida de (3.36) es:

$$BT = \frac{1}{n^2 - 1} \left[\sqrt{f^2 (n - 1)^2 + (n^2 - 1) \overline{TP}^2} - f (n - 1) \right] \quad (3.37)$$

Si en la última expresión damos valores a f , podemos ver que si ésta decrece, el espesor BT aumenta. De esta manera en una bocina de - corta longitud, el espesor de un lente colocado sobre su apertura será grande.

Como una solución a este problema se han diseñado los lentes zo nales, en los cuales se ha removido parte del material dieléctrico sin que cambie el comportamiento mismo del lente.

Consideremos la figura (3.13) (a) donde se muestra una parte de un lente dieléctrico.

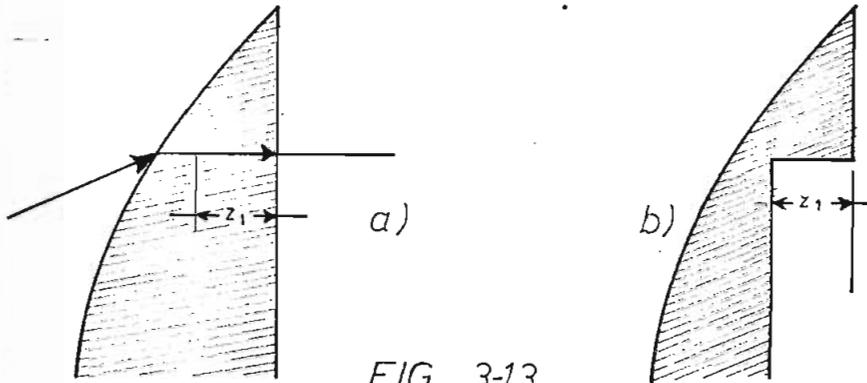


FIG. 3-13

La variación de la fase a lo largo de la distancia z_1 , dentro del dieléctrico, será:

$$\beta_d z_1 = \frac{2\pi}{\lambda_d} z_1 = \frac{2\pi n}{\lambda_0} z_1 \quad (3.38)$$

donde: β_d = constante de fase en el dieléctrico

λ_d = longitud de onda dentro del dieléctrico

n = índice de refracción.

Si una porción de espesor z_1 es removida, la configuración que da como se indica en la figura (3.13) (b). Ahora se tendrá un cambio de fase a lo largo de z_1 , pero en el medio exterior, donde la constante de fase es β_0 y la longitud de onda es λ_0 :

$$\beta_0 z_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0} z_1 \quad (3.39)$$

Se puede escoger la profundidad z_1 de manera que la separación de la porción del lente, se la haga cada vez que el dieléctrico produzca un cambio de fase 2π relativo al cambio que experimenta la onda a través del medio exterior. Lo último puede expresarse, con la ayuda de las expresiones (3.38) y (3.39), como se indica a continuación:

$$\frac{2\pi n}{\lambda_0} z_1 - \frac{2\pi}{\lambda_0} z_1 = 2\pi \quad (3.40)$$

Entonces:

$$z_1 = \frac{\lambda_0}{n-1} \quad (3.41)$$

La expresión (3.41) nos dá la apropiada profundidad que debe tener una zona y como en ningún punto se requiere corregir la fase en más de 2π , el espesor máximo de lente está dado por $\lambda_0 / n - 1$. En la parte central del lente, se debe considerar, sin embargo, un espesor adicional que sea suficiente para hacer estable al sistema desde el punto de vista mecánico.

3.4.6. Dependencia de la frecuencia de los lentes zonales.

Los lentes dieléctricos sin zonas son independientes de la frecuencia. Los lentes zonales sí dependen de la frecuencia como se puede ver en la expresión (3.41). Por lo tanto la utilización de los lentes -

zonales va acompañada de un compromiso entre peso y ancho de banda.

En la figura (3.14) el ancho inicial del lente, antes de formar las zonas, es BT . Luego de extraer diferentes porciones para formar K zonas, el espesor sobre el eje es: $BT' = BT - (K - 1) z_1$.

El rayo que pasa por el extremo P del lente deberá recorrer la trayectoria FP para llegar al plano aa' de salida del lente. El rayo central, en cambio, debe recorrer la trayectoria: $FB + nBT' + T'T$. Por lo tanto a la frecuencia de trabajo f_0 debe cumplirse:

$$FP - (K - 1) \lambda_0 = FB + nBT' + T'T \quad (3.42)$$

donde: $(K-1) \lambda_0$ corresponde al número entero de longitudes de onda que

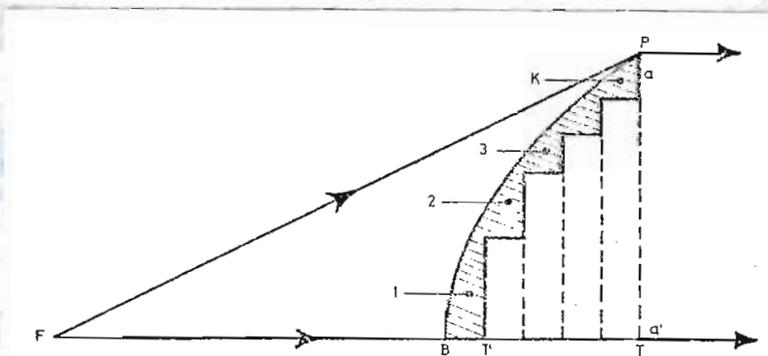


FIG. 3.14

difieren las dos trayectorias debido a la existencia de las zonas. La expresión (3.42) puede escribirse:

$$FP = FB + nBT' + T'T + (K - 1) \lambda_0 \quad (3.43)$$

A una frecuencia f_1 se tendrá:

$$FP + \delta = FB + nBT' + T'T + (K - 1) (\lambda_0 + \Delta\lambda_0) \quad (3.44)$$

donde δ mantiene la igualdad matemática, pues el momento que varía la frecuencia, el camino electromagnético del rayo central sufrirá una variación $(K - 1)\Delta\lambda_0$, lo largo de las $(K - 1)$ zonas, como se puede ver en el último término del segundo miembro de la expresión (3.44).

Restando (3.43) de (3.44) se tiene:

$$\delta = (K - 1) \Delta\lambda_0 \quad (3.45)$$

Lo que corresponde a una variación de fase $\Delta\phi$:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} (K - 1) \Delta\lambda_0 \quad (3.46)$$

A una frecuencia f_1 , cercana a la de trabajo f_0 , el frente de onda saliente del lente no será plano sino que tendrá una pequeña curvatura hacia adentro o hacia afuera. Experimentalmente* se ha demostrado que mientras la fase no sufra un cambio $\Delta\phi$ mayor que $\pm \pi/4$ entre las fases del centro y la periferie del lente, el comportamiento mismo del dispositivo no varía. Por lo tanto de acuerdo a (3.46) y se-

* KOCK E.E., Metal Lens Antennas, Proceedings of the I.R.E. and Waves and Electrons, Noviembre de 1946, Pág. 832.

gún la última explicación se desprende la siguiente relación:

$$\frac{2\pi}{\delta} \geq 2\pi \frac{\Delta\lambda_0}{\lambda_0} (K-1) \quad (3.47)$$

En el caso extremo se debe cumplir:

$$\frac{\Delta\lambda_0}{\lambda_0} = \frac{1}{8(K-1)} \quad (3.48)$$

Como esta variación es permitida a uno y otro lado de la frecuencia central, el ancho de banda B del lente estará dado por:

$$B \cong 2 \frac{\Delta\lambda_0}{\lambda_0} = \frac{1}{4(K-1)} \quad (3.49)$$

y en porcentaje:

$$B \cong \frac{25}{K-1} \% \quad (3.50)$$

De la última expresión se puede concluir que al aumentar el número de zonas K, disminuye el ancho de banda.

3.4.7. Formación de zonas en la superficie hiperbólica del lente.

En la sección se vió que las zonas pueden formarse en la superficie plana del lente, pero también son factibles de realizarse en la superficie hiperbólica, como puede observarse en la figura (3.15)

La ecuación de la hipérbola correspondiente a la primera zona según establece (3.26), está dada por

$$r = \frac{(n-1) f_1}{n \cos \theta - 1}$$

De acuerdo a lo establecido en (3.41) la longitud focal de la segunda zona variará en $\lambda_0/n - 1$ y la correspondiente ecuación de la hipérbola será:

$$r = \frac{(n-1) (f_1 - \lambda_0/n - 1)}{n \cos \theta - 1} \quad (3.51)$$

Generalizando a una zona K, tenemos:

$$r = \frac{(n-1) \left[f_1 - (K-1) \frac{\lambda_0}{n-1} \right]}{n \cos \theta - 1} \quad (3.52)$$

que puede escribirse:

$$r = \frac{(n-1) f_1 - (K-1) \lambda_0}{n \cos \theta - 1} \quad (3.53)$$

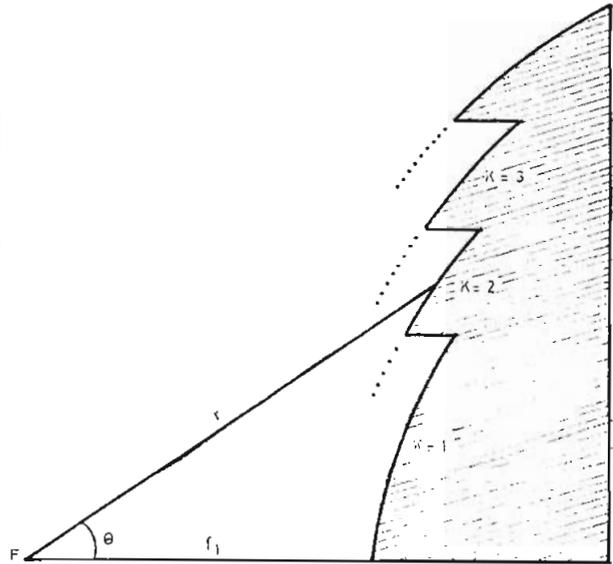


FIG. 3-15

3.4.8. Efectos de las zonas en la iluminación de la apertura.

La presencia de zonas en los lentes de dieléctrico produce efectos negativos en la iluminación como se verá a continuación.

En los lentes que tienen zonas en la superficie hiperbólica, como se indica en la figura (3.16) (a) existen rayos como el FA que no son refractados de manera correcta debido a que inciden sobre la base aa' de cada zona. Naturalmente una refracción de este tipo producirá decrecimiento de la potencia transmitida y de la ganancia direccional.

En los lentes con zonas en la superficie plana la situación no es crítica como puede verse en la figura 3.16 (b), sin embargo pueden ocurrir pequeñas perturbaciones en la base de la zona bb' , justo dentro y fuera del dieléctrico.

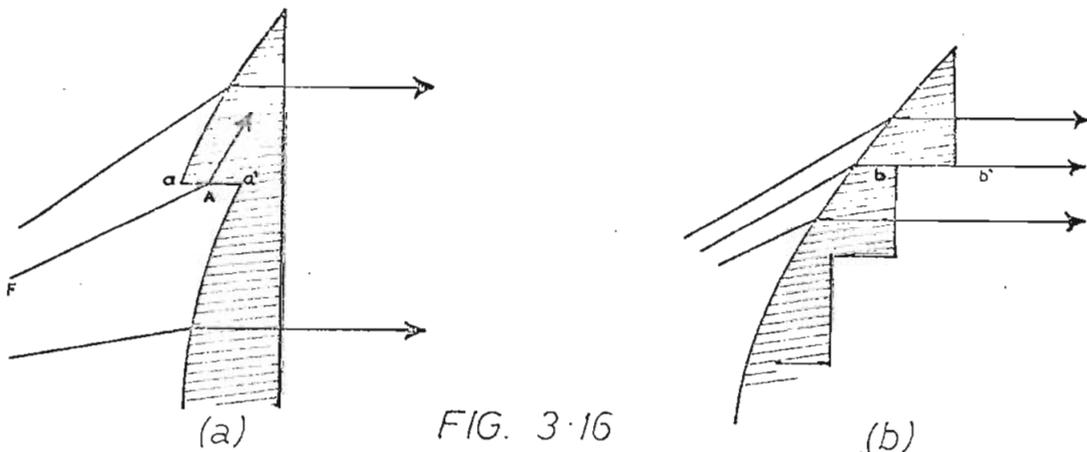


FIG. 3.16

3.5. LENTES CON UNA Y DOS SUPERFICIES DE REFRACCION.

3.5.1. Con una superficie de refracción.

En la clasificación general de los lentes se ha mencionado entre los lentes dieléctricos a los de una y dos superficies de refracción. En el numeral 3.4.1. se analizaron los lentes cilíndricos y de revolución. Estos lentes al mismo tiempo caen dentro del tipo con una sola superficie de refracción, pues los rayos de la onda incidente se refractan solamente en la superficie hiperbólica y salen normalmente a través de la superficie plana.

A continuación mencionaremos a los cóncavos entre los lentes con una superficie de refracción. Uno de ellos se muestra en la figura (3.17). Los rayos salientes de la fuente F inciden normalmente sobre la superficie esférica PEP' y se refractan en la superficie PTP'.

El radio de la cara esférica, en coordenadas polares está dado por: $r_1 = f - d =$ constante. La superficie elíptica y está definida por la ecuación*

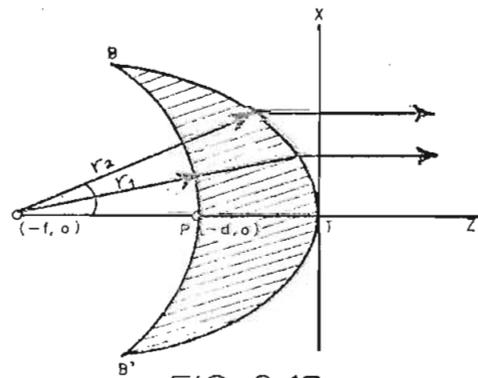


FIG. 3-17

* THOUREL L., The Antenna, Chapman & Hall, 1960, Pág. 345.

$$r_2 = \frac{f(n-1)}{n - \cos \theta} \quad (3.54)$$

3.5.2. Con dos superficies de refracción.

Entre los lentes con dos superficies de refracción mencionaremos al plano - conexo representado en la figura (3.18)*

Claramente se puede ver que un rayo saliente de F se refracta tanto en la superficie plana como en la superficie curva.

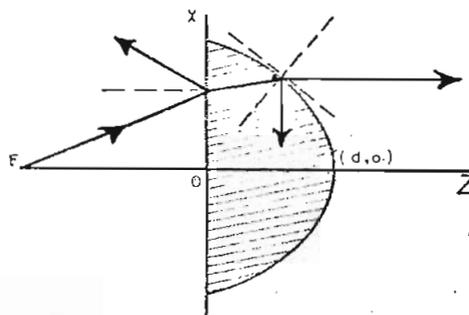


FIG. 3-18

La complejidad en el diseño de estos lentes se ve compensado con la ventaja de que los rayos reflejados no convergen en la fuente f produciendo desacoplamiento.

3.6. LENTES DE DIELECTRICOS ARTIFICIALES.

El diseño, la construcción y la utilización de lentes a base de "dieléctricos artificiales" constituye una técnica muy particular y variada.

* JASIK H., Antenna Engineering Handbook, Mc Graw-Hill Book Co. Inc., 1961, Pág. 14-4.

Como estos tipos de lentes no serán usados en la práctica de este trabajo, no realizaremos un análisis de la estructura de ellos, únicamente explicaremos en forma breve lo que es un dieléctrico artifi---cial.

Un dieléctrico artificial es un medio con índice de refracción mayor que la unidad y está constituido por un conjunto de elementos metálicos que pueden ser esferas, discos o tiras localizados convenientemente, simulando de esta manera una estructura molecular macroscópica.

Basándose en la teoría de Líneas de Transmisión y determinando equivalencias entre elementos de una línea y de dieléctricos artifi---ciales, el autor W.M. Sharpless* llega a determinar un índice de re---fracción equivalente para estos medio artificiales en función de las -dimensiones de los elementos metálicos y su separación.

Teniendo estos materiales un $n > 1$, la determinación de los -perfiles de los lentes construidos con ellos, será similar a la estu---diada en la sección (3.4.2) para dieléctricos naturales.

*SHARPLESS W.M., "Artificial Dielectrics for Microwaves", Proceedings of the IRE., Noviembre de 1951, Pág. 1389.

3.7. LENTES METÁLICOS.

En la sección (3.2.1.) se demostró que es posible crear un medio con índice de refracción menor que la unidad, en el cual la velocidad de fase es mayor que en el espacio libre.

Utilizando esa posibilidad, se pueden crear lentes de un $n < 1$. Sin embargo, de acuerdo a la forma en que se refractan los rayos en estos lentes metálicos, se pueden considerar dos tipos diferentes: lentes metálicos normales y lentes metálicos guiados.

3.7.1. Lentes metálicos normales.

Consideremos una fuente de ondas cilíndricas F , cuyo vector \vec{E} es tangente al frente de onda como se puede ver en la figura (3.19).

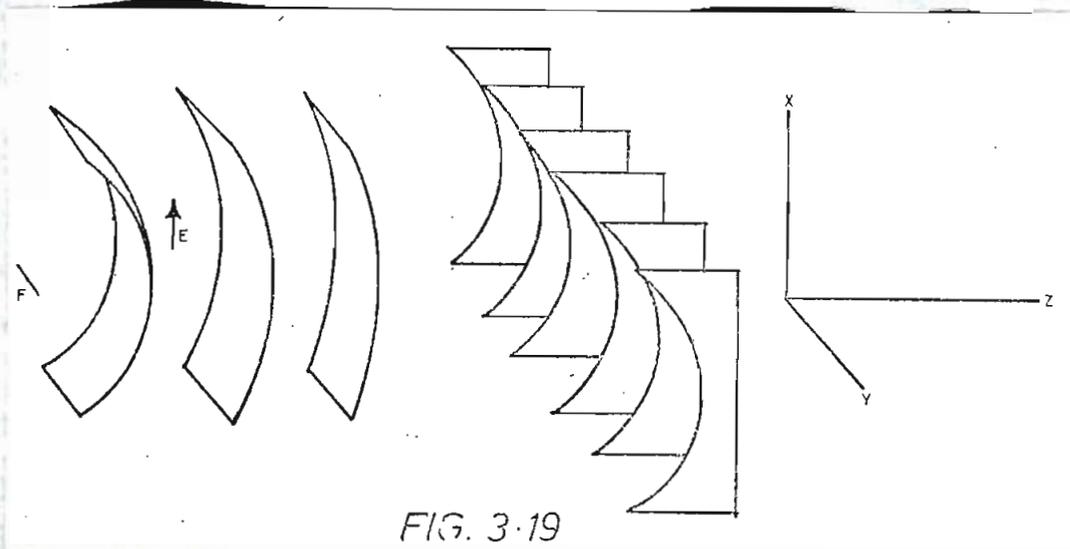


FIG. 3-19

ra FBCS debe ser igual al tiempo de recorrido a lo largo de FBT. La última condición la podemos expresar como:

$$\frac{FD}{v_0} + \frac{DC}{v} + \frac{CS}{v} = \frac{FB}{v_0} + \frac{BT}{v} \quad (3.55)$$

como: $CS = BT$ (a)

$$FD = \sqrt{(f - z)^2 + x^2} \quad (b)$$

$$DC = z \quad (c)$$

$$\text{y } FB = f = \text{distancia focal} \quad (d) \quad (3.56)$$

la expresión (3.55) queda

$$\frac{\sqrt{(f - z)^2 + x^2}}{v_0} + \frac{z}{v} = \frac{f}{v_0} \quad (3.57)$$

reemplazando $n = v_0/v$ en (3.57) y ordenando queda finalmente:

$$(1 - n^2) z^2 - 2f(1 - n)z + x^2 = 0 \quad (3.58)$$

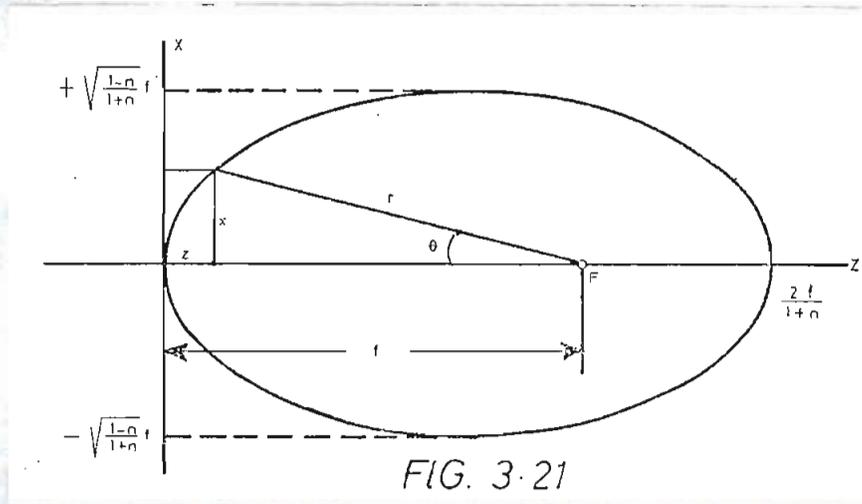
la expresión (3.58) nos dá el perfil PBP'. Por Geometría Analítica se puede determinar que dicha expresión corresponde a una elipse con las siguientes características:

$$\text{Dominio: de } 0 \text{ a } \frac{2f}{1+n} \quad (3.59)$$

Codominio:

$$\text{de } -\sqrt{\frac{1-n}{1+n}} f \leq z \leq +\sqrt{\frac{1-n}{1+n}} f \quad (3.60)$$

Estos resultados pueden verse mejor en la figura (3.21)



La expresión (3.58) se puede transformar a coordenadas polares para lo cual reemplazaremos $x = r \sin \theta$ y $z = f - r \cos \theta$. La expresión a la que se llega es:

$$r = \frac{(1-n)f}{1-n \cos \theta} \quad (3.61)$$

En ecuaciones paramétricas* la misma elipse estará dada por:

$$z = f \frac{(1-\cos \theta)}{(1-n \cos \theta)} \quad (a) \quad x = f \frac{(1-n) \sin \theta}{1-n \cos \theta} \quad (3.62)$$

* SOUTHWORTH G., Principles and Applications of Waveguide Transmission, D-Van Nostrand Company, Inc., 1961, Pág. 463.

3.7.2. Aproximación del perfil para aperturas pequeñas.

Para casos en que la bocina sea de apertura pequeña, la forma elíptica del lente puede aproximarse a una circular de radio $R = (1 - n) f$. Esto lo podemos demostrar en el desarrollo a continuación.

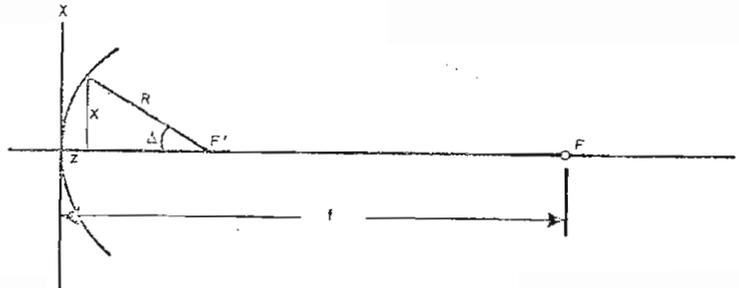


FIG. 3.22

En la figura (3.22) se puede ver que para un Δ pequeño se cumple:

$$z = R (1 - \cos \Delta) \quad (a) \quad \text{y} \quad x = R \operatorname{sen} \Delta \quad (b) \quad (3.63)$$

Sustituyendo (3.63) (a) y (b) en (3.58) se llega a:

$$\frac{(1-n)^2}{2} R (1 - \cos \Delta) - f (1-n) + R \frac{\operatorname{sen}^2 \Delta}{2(1 - \cos \Delta)} = 0 \quad (3.64)$$

Efectuando productos, simplificando y reagrupando se tiene:

$$R - f (1 - n) - \frac{1}{2} n^2 R (1 - \cos \Delta) = 0 \quad (3.65)$$

Para un Δ pequeño, $\cos \Delta$ tiende a 1 y el paréntesis $(1 - \cos \Delta)$ tiende a cero, por lo cual nos queda finalmente:

$$R = f (1 - n) \quad (3.66)$$

3.7.3. Lentes metálicos normales de revolución.

El análisis realizado para determinar el perfil de un lente metálico cilíndrico nos sirve también para los lentes metálicos de revolución. Para el caso que se trate de corregir frentes de onda esféricos, la forma de la superficie de refracción estará dada por un elipsoide de rotación generado por una elipse que gira alrededor de su eje mayor. Esta elipse puede ser calculada a partir de las ecuaciones (3.58) o (3.61) o (3.62) (a) y (b).

La superficie de salida de estos lentes será también plana, como en el caso de los lentes cilíndricos.

3.7.4. Variación de la distribución de amplitud del campo por efecto de los lentes metálicos normales.

Hemos visto como un lente metálico normal puede actuar sobre una superficie equifase cilíndrica o esférica para transformarlas en planas. Veamos ahora como ha variado la distribución de amplitud del campo por acción del lente.

sólido diferencial $d\Omega$ como el indicado en la figura (3.24) será:

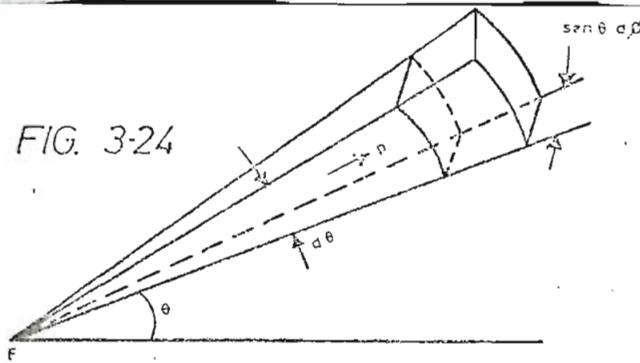
$$dp = d\Omega \bar{\Phi}(\theta) \quad (3.68)$$

donde $\bar{\Phi}(\theta)$ es la intensidad de radiación o potencia por ángulo sólido unitario

$$A \text{ su vez: } d\Omega = \text{sen } \theta \, d\theta \, d\phi \quad (3.69)$$

Sustituyendo (3.69 en (3.68):

$$dp = \text{sen } \theta \, d\theta \, d\phi \, \bar{\Phi}(\theta) \quad (3.70)$$



y la potencia total p radiada sobre la componente anular de ángulo sólido será:

$$p = \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta} \text{sen } \theta \, d\theta \, \bar{\Phi}(\theta) \, d\phi = 2\pi \text{sen } \theta \, d\theta \, \bar{\Phi}(\theta) \quad (3.71)$$

Asumiendo que no existen pérdidas en el lente, p debe ser igual a W . Por lo tanto de (3.67) y (3.71) se tiene:

$$P(\theta) = \text{sen } \theta \, d\theta \, \bar{\Phi}(\theta) \quad (3.72)$$

$$P(\rho) = \frac{\sin \theta \Phi(\theta)}{\rho \left(\frac{d\rho}{d\theta} \right)} \quad (3.73)$$

pero $\rho = R \sin \theta$ y a su vez $R = \frac{(1-n)f}{1-n \cos \theta}$, según lo determina (3.58)

Por lo tanto (3.73) se transforma en:

$$P(\rho) = \frac{\sin \theta \Phi(\theta)}{\frac{(1-n)f}{1-n \cos \theta} \sin \theta \left(\frac{d}{d\theta} \frac{(1-n)f \sin \theta}{1-n \cos \theta} \right)} \quad (3.74)$$

Efectuando la derivada y simplificando se llega a:

$$P(\rho) = \frac{(1 - n \cos \theta)^3 \Phi(\theta)}{(1-n)^2 f^2 (\cos \theta - n \cos^2 \theta - n \sin^2 \theta)} \quad (3.75)$$

La potencia por unidad de superficie $P(\rho)$ para un $\theta = 0$ será:

$$P(0) = \frac{\Phi(0)}{f^2} \quad (3.76)$$

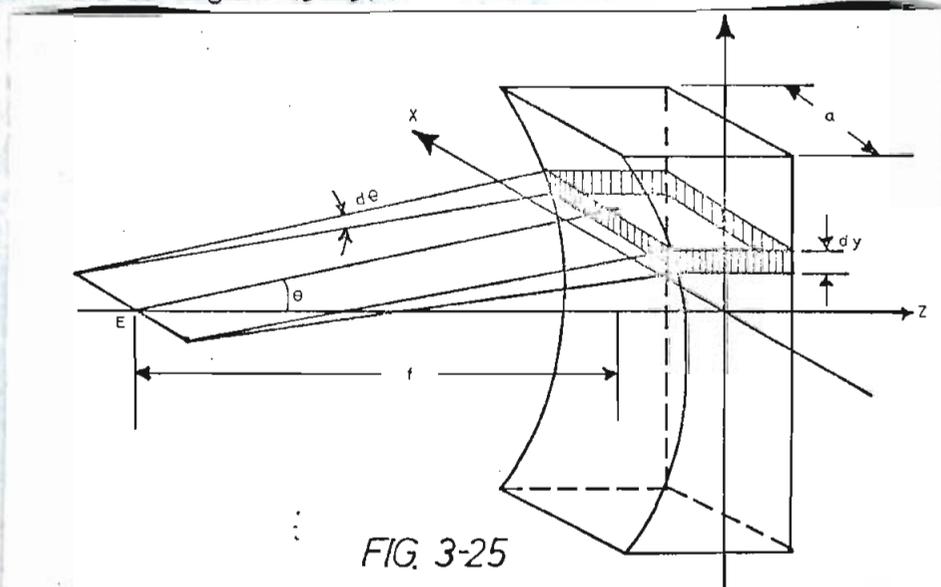
La relación de la potencia $P(\rho)$ a una distancia ρ y la potencia a una distancia 0 estará dada por (3.75)/(3.76) y nos queda:

$$\frac{P(\rho)}{P(0)} = \frac{(1 - n \cos \theta)^3}{(1-n^2)(\cos \theta - n)} \quad (3.77)$$

De allí que la relación de una amplitud $A(\theta)$ a la amplitud $A(0)$ será:

$$\frac{A(\theta)}{A(0)} = \left[\frac{(1-n \cos \theta)^3}{(1-n)^2 (\cos \theta - n)} \right]^{1/2} \quad (3.78)$$

Para el caso de un lente cilíndrico metálico que actúa sobre ondas cilíndricas, se puede hacer un análisis semejante. Para el efecto consideremos la figura (3.25).



La potencia W que pasa a través de la sección rectangular a dy será:

$$W = P(y) dy a \quad (3.79)$$

donde $P(y)$ es la potencia por unidad de superficie a una altura y .

La potencia a través de un elemento a $d\theta$ será:

$$p = a \, d\theta \, \Phi(\theta) \quad (3.80)$$

$$\text{Por su parte: } y = R \, \text{sen } \theta \text{ y } R = \frac{(1-n) f}{1-n \cos \theta}$$

Finalmente se llega a:

$$\frac{A(y)}{A(0)} = \left[\frac{(1 - n \cos \theta)^2}{(1-n)(\cos \theta - n)} \right]^{1/2} \quad (3.81)$$

En las tablas (3.2) y (3.3) se han determinado valores para $A(\theta) / A(0)$ y $A(y) / A(0)$ en función de θ respectivamente y sus representaciones se encuentran en la figura (3.26).

Observando la figura (3.26) concluimos que la distribución primaria de amplitud de campo ha sido afectada por los lentes tanto de revolución como cilíndricas y así las amplitudes $A(\theta)$ y $A(y)$ van aumentando con θ lo que quiere decir que la iluminación primaria se atenúa mas hacia el centro del lente. Lógicamente esta variación en la iluminación repercutirá en los diagramas de radiación y en la ganancia directiva de la bocina. Sin embargo para ángulos θ pequeños, se puede aceptar que la atenuación del campo es uniforme manteniéndose la misma distribución primaria.

T A B L A 3 - 2

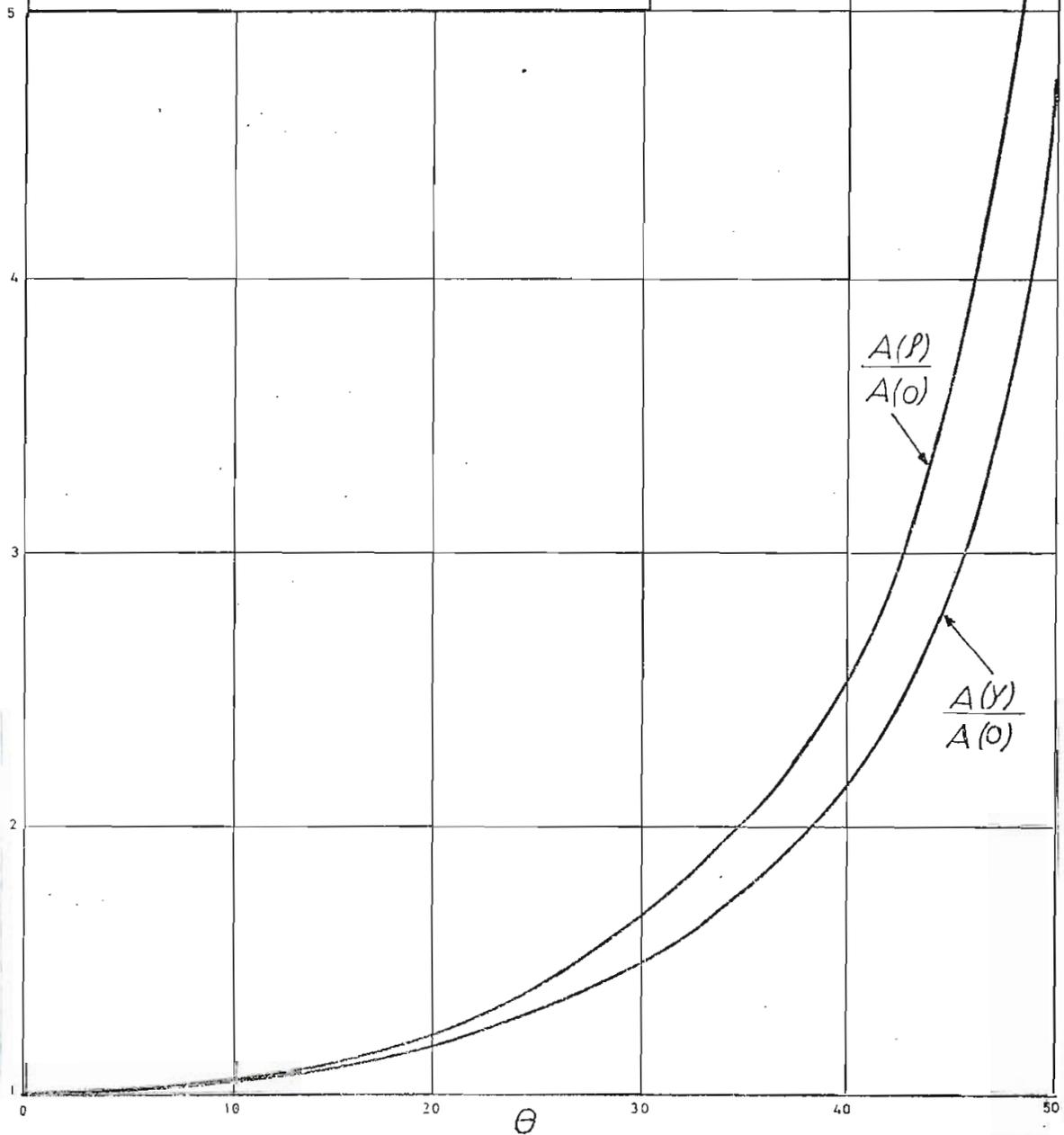
A (β) / A (0) como función de θ	
θ	A (β) / A (0)
0	1.00
10	1.05
20	1.24
30	1.60
40	2.42
50	6.00

T A B L A 3 - 3

A (y) / A (0) como función de θ	
θ	A (y) / A (0)
0	1.00
10	1.04
20	1.18
30	1.49
40	2.08
50	4.80

EFFECTO DE UN LENTE
METALICO SOBRE LA
ILUMINACION PRIMARIA

FIG 3-26



3.7.5. Lentes Zonales.

De manera similar a los lentes dieléctricos, los lentes metálicos normales pueden hacerse más livianos utilizando el sistema de zonas. Para eso se separa una porción de lente cada vez que ella produzca un avance de fase igual a 2π con relación al avance de la misma onda pasante por el espacio libre.

La variación de fase a lo largo de una distancia z_1 dentro del lente será:

$$\beta_m z_1 = \frac{2\pi}{\lambda_m} z_1 = \frac{2\pi n}{\lambda_0} z_1 \quad (3.82)$$

donde: β_m = constante de fase dentro del lente

λ_m = longitud de onda dentro del lente

λ_0 = longitud de onda en el espacio libre

n = índice de refracción.

Si una porción del lente de espesor z_1 es removida, se tendrá una nueva variación de fase a lo largo de z_1 , pero ahora en el espacio libre y será igual a:

$$\beta_0 z_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0} z_1 \quad (3.83)$$

Si escogemos z_1 de manera que la diferencia entre las expresio-

nes (3.82) y (3.83), sea igual a 2π , la fase en la apertura no habrá variado y tendremos:

$$\frac{2\pi}{\lambda_0} z_1 - \frac{2\pi n}{\lambda_0} z_1 = 2\pi \quad (3.84)$$

Y por lo tanto:

$$n_1 = \frac{\lambda_0}{1 - n} \quad (3.85)$$

La expresión (3.85) nos dá el espesor de cada zona.

Para el caso en que las zonas se formen en la superficie elíptica del lente, la ecuación, en polares, del perfil de la primera zona, será la conocida expresión:

$$r_1 = \frac{(1-n) f_1}{1 - n \cos \theta} \quad (3.86)$$

En la segunda zona, la distancia focal f_1 , tendrá un aumento igual al espesor de una zona z_1 y por lo tanto la ecuación correspondiente será:

$$r_2 = \frac{(1-n) \left(f_1 + \frac{\lambda_0}{1-n} \right)}{1 - n \cos \theta} \quad (3.87)$$

y en general para una zona K:

$$r_k = \frac{(1-n) \left[f_1 + (k-1) \frac{\lambda_0}{1-n} \right]}{1 - n \cos \theta} \quad (3.88)$$

que puede escribirse:

$$r_k = \frac{(1-n) f_1 + (k-1) \lambda_0}{1 - n \cos \theta} \quad (3.89)$$

La formación de las zonas elípticas puede observarse mejor en la figura (3.27).

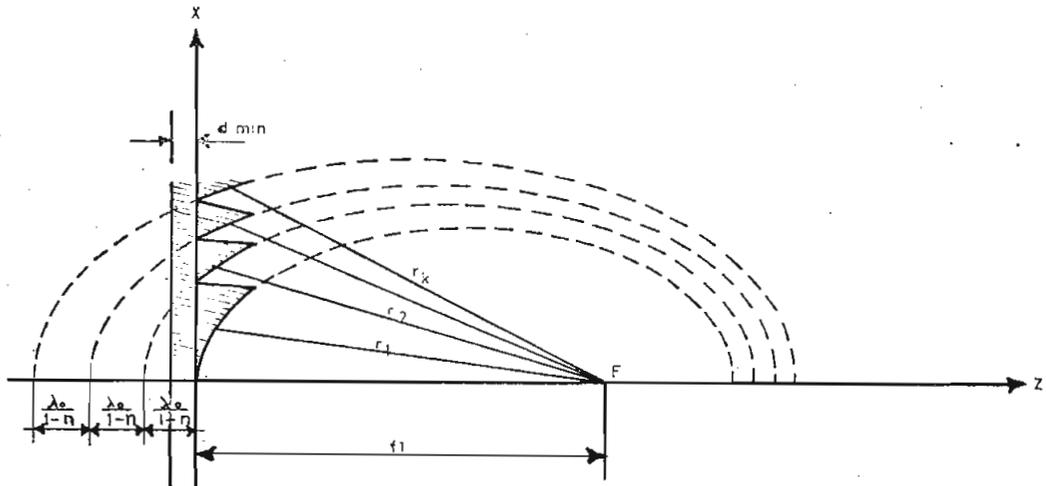


FIG. 3.27

Como se puede ver en la figura (3.27), existe un espesor mínimo d_{\min} que sirve únicamente para mantener la estabilidad mecánica del lente.

De acuerdo a lo establecido en la expresión (3.58), las ecuaciones de los perfiles de cada zona en coordenadas cartesianas serán:

Para la zona 1:

Se puede observar que un rayo que sale de F y que pasa inmediatamente antes del punto a, tendrá que recorrer la trayectoria Faef y por lo tanto el avance de fase ϕ_1 a lo largo de esta trayectoria será:

$$\phi_1 = \beta_o r_1 + \frac{\lambda_o}{1-n} \beta_m + d_{\min} \beta_m \quad (3.93)$$

donde β_m y β_o son las constantes de fase dentro y fuera del lente respectivamente.

Un rayo que sale de F y que pasa inmediatamente después del punto a, tendrá que recorrer la trayectoria Fbcd y el avance de fase ϕ_2 a lo largo de esta trayectoria será:

$$\phi_2 = \beta_o r_2 + \beta_m \left[\frac{\lambda_o}{1-n} - (r_2 - r_1) \cos \theta_m \right] + d_{\min} \beta_m \quad (3.94)$$

De acuerdo a la expresión (3.61)

$$r_1 = \frac{(1-n) f_1}{1-n \cos \theta_m}$$

y además:

$$\beta_o = \frac{2\pi}{\lambda_o} \quad \text{y} \quad \beta_m = \frac{2\pi}{\lambda_m} = \frac{2\pi n}{\lambda_o}$$

por lo tanto ϕ_1 se transforma en:

$$\phi_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{(1-n)f_1}{1-n \cos \Theta_m} + \frac{2\pi n}{1-n} + d_{\min} \beta_m \quad (3.95)$$

Por su parte y de acuerdo a la expresión (3.89), r_2 será:

$$r_2 = \frac{(1-n)f_1 + \lambda_0}{1-n \cos \Theta_m} \quad (3.96)$$

y ϕ_2 se transforma en:

$$\phi_2 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{(1-n)f_1 + \lambda_0}{1-n \cos \Theta_m} + \frac{2\pi n}{\lambda_0} \left\{ \frac{\lambda_0}{1-n} - \cos \Theta_m \left[\frac{(1-n)f_1 + \lambda_0}{1-n \cos \Theta_m} + \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{(1-n)f_1}{1-n \cos \Theta_m} \right] \right\} + d_{\min} \beta_m \quad (3.97)$$

Simplificando

$$\phi_2 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{(1-n)f_1}{1-n \cos \Theta_m} - \frac{2\pi n}{1-n} + 2\pi + d_{\min} \beta_m \quad (3.98)$$

La diferencia de fase estará dada por: (3.98) menor (3.95):

$$\phi_2 - \phi_1 = 2\pi \quad (3.99)$$

3.7.6. Efectos de las zonas en la iluminación de la apertura.

Si bien es cierto que la formación de las zonas en un lente me
tálico puede alivianar su estructura, en cambio, produce sombras en

En las figuras (3.30) (a) y (b) mostramos otro tipo de lentes metálicas conocidos como guiados.

En este caso, un rayo que llega al lente no se refracta por la ley de Snell sino que es obligado a tomar una trayectoria entre las láminas.

Según el estudio realizado en la sección (3.2.2) para que sea posible la propagación entre láminas, es condición necesaria que el vector E sea paralelo a ellas.

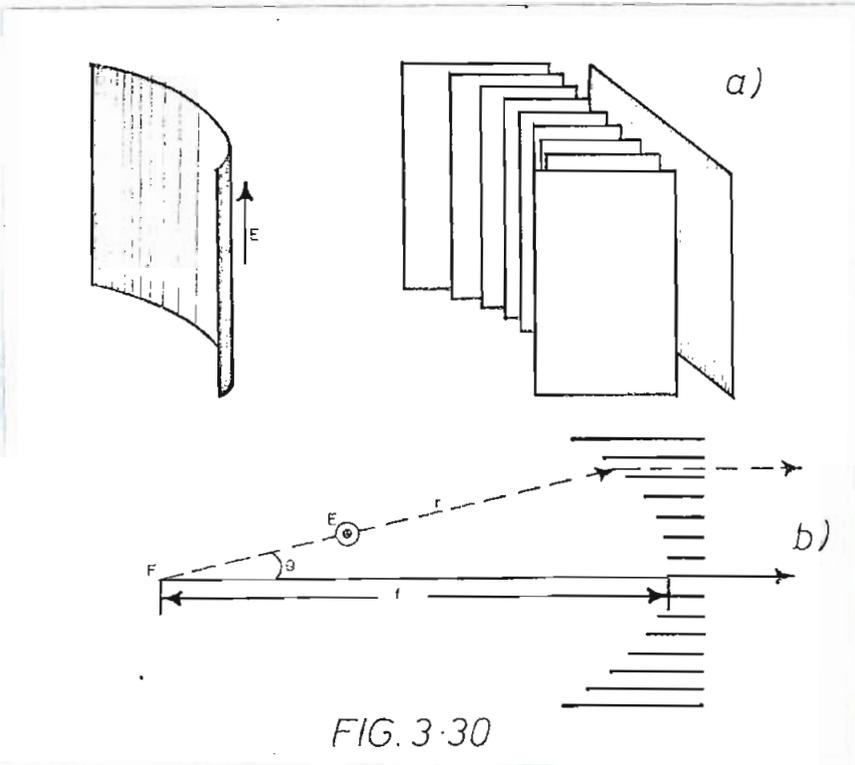


FIG. 3.30

Como se puede observar, todas las láminas que conforman el lente son de forma rectangular, pero los anchos varían de acuerdo a la forma que debe tomar el perfil del lente a la entrada, para conseguir que la onda cilíndrica aumente su velocidad de fase hacia los extremos, logrando un frente de onda plano a la salida. Este perfil puede ser calculado de una manera similar a la utilizada en la sección (3.7.1) y se ha llegado a determinar que es elíptico y está dado por la expresión:

$$r = \frac{(1-n) f}{1 - n \cos \theta} \quad (3.100)$$

Utilizando el principio de que el índice de refracción n para una frecuencia dada, depende de la separación entre láminas, se puede también aumentar la velocidad de fase de la onda cilíndrica hacia sus extremos, haciendo que los rayos en esta sección pasen a través de un medio con un índice de refracción menor; de esta manera se puede ir disminuyendo progresivamente la separación entre placas a partir del punto central, manteniendo constantemente el espesor del lente y así éste quedará conformado por un conjunto de guías de onda de igual longitud " d ", pero de diferentes anchos como se puede observar en la figura (3.31) - (a).

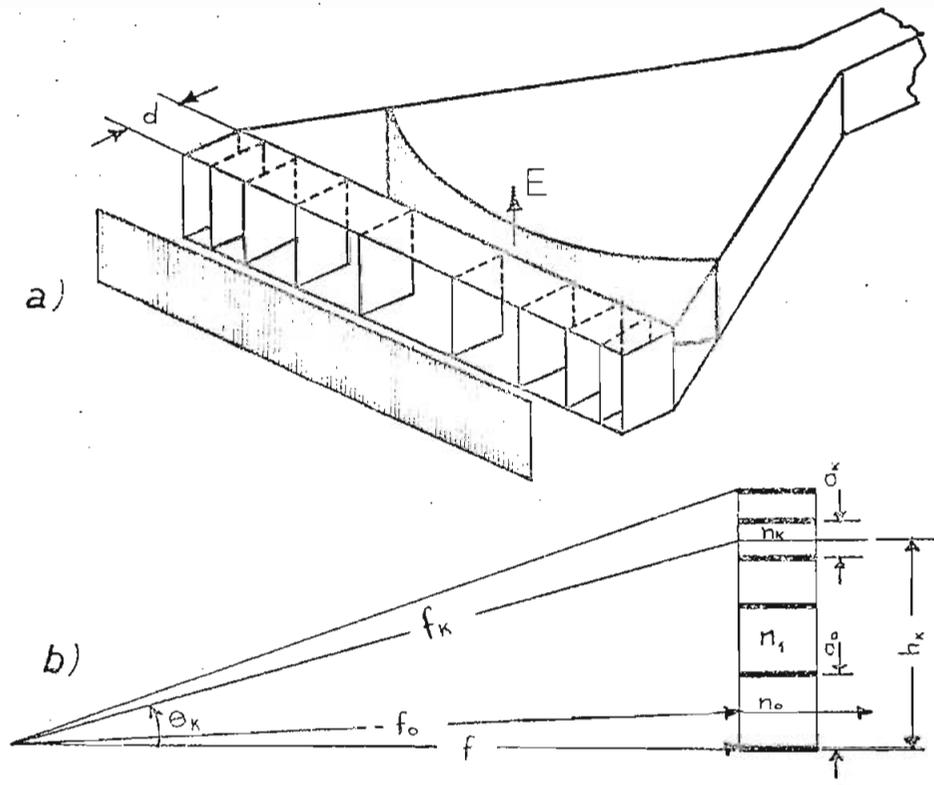


FIG. 3-31

En la figura (3.31) (b) podemos ver que un rayo que sale de F y pasa por la primera guía de índices n_0 , tendrá que recorrer una trayectoria electromagnética igual a: $f_0 + n_0 d$. Un rayo cualquiera que sale

de F y pasa por la guía de índice n_k , deberá recorrer una trayectoria igual también a $f_0 + n_0 d$. Por lo tanto se puede observar en la figura que:

$$f_k + n_k d - (f_0 + n_0 d) = 0 \quad (3.101)$$

o en su defecto, el primer miembro de la igualdad anterior puede ser igualado a un número entero de longitudes de onda:

$$f_k + n_k d - (f_0 + n_0 d) = m \lambda. \quad (3.102)$$

donde:

$\lambda.$ = longitud de la frecuencia de trabajo

m = 0, 1, 2, 3,

d = longitud de lente que es constante para todas las guías

y puede ser escogida arbitrariamente.

Como $f_k = \frac{f}{\cos \theta_k}$, la expresión (3.102) puede escribirse:

$$\frac{f}{\cos \theta_k} + n_k d - (f_0 + n_0 d) = m \lambda. \quad (3.103)$$

Una vez escogido el ancho de la guía central, queda determinado el paréntesis $(f_0 + n_0 d)$. Se puede entonces escoger sucesivamente el ancho de las otras guías. Por ejemplo: escogido el ancho n_k , éste de-

termina n_k y θ_k de acuerdo a las siguientes relaciones:

$$n_k = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{2a_k}\right)^2} \quad (3.104)$$

$$\theta_k = \arctg \frac{h_k}{f} = \frac{\sum_0^{k-1} a_n + \frac{a_k}{2}}{f} \quad (3.105)$$

El escogimiento de a_k debe ser ancho de manera que n_k y θ_k al ser reemplazados en (3.103) hagan cumplir esa relación.

Al mismo tiempo, debe observarse que en cada guía a_k debe ser mayor que $\lambda_0/2$ para que sea posible la propagación del modo fundamental.

3.8. MODELOS DE RADIACION DE UNA BOCINA CON LENTE.

En el capítulo 2, en la sección (2.6.3), se llegaron a determinar expresiones que nos dan los modelos de radiación de una bocina considerando distribuciones de amplitud y de fase en su apertura.

El momento que colocamos un lente en la apertura de la bocina, la distribución de fase en su apertura es uniforme, de manera que la función de distribución de fase $F(x, y)$ que está dada por la expresión (2.62) es igual a cero por cuanto las desviaciones máximas de fase k_1 y k_2 son también cero.

La distribución de amplitud en la apertura, también varía con la utilización de un lente, según se vió en la sección (3.7.4). Para nuestro análisis consideraremos sin embargo que los ángulos de apertura en la bocina no son grandes manteniéndose la misma distribución de amplitud que se tenía en una bocina sin lente; es decir una distribución del tipo $C \cos \frac{\pi x}{a}$.

Haciendo referencia a la figura (2.5), podemos utilizar las expresiones (2.65) y (2.71) que nos dan los modelos de amplitud de $E(\theta)$ en los planos E y H respectivamente, particularizando para el caso en que $k_1 = k_2 = 0$.

3.8.1. Modelos en el plano E.

De acuerdo a la expresión (2.65) se tiene:

$$|E(\theta)| = \left| \frac{j e^{-j\beta r_0}}{\lambda_0 r_0} C \right| \left| \int_{-a/2}^{a/2} \cos \frac{\pi x}{a} dx \int_{-b/2}^{b/2} e^{j\beta y \sin \theta} dy \right| \quad (3.106)$$

Integrando:

$$|E(\theta)| = \left| \bar{K}_1 \right| \frac{\text{sen} \left(\frac{\pi b}{\lambda_0} \text{sen} \theta \right)}{\frac{\pi b}{\lambda_0} \text{sen} \theta} \quad (3.107)$$

$$\text{donde: } \bar{K}_1 = j \frac{2 ab e^{-j\beta r_0} C}{\pi \lambda_0 r_0}$$

En la tabla (3.4) se han calculado diferentes valores de amplitud de campo de acuerdo a la expresión (3.107), como función de

$$u = \frac{\pi b}{\lambda_0} \text{ sen } \theta.$$

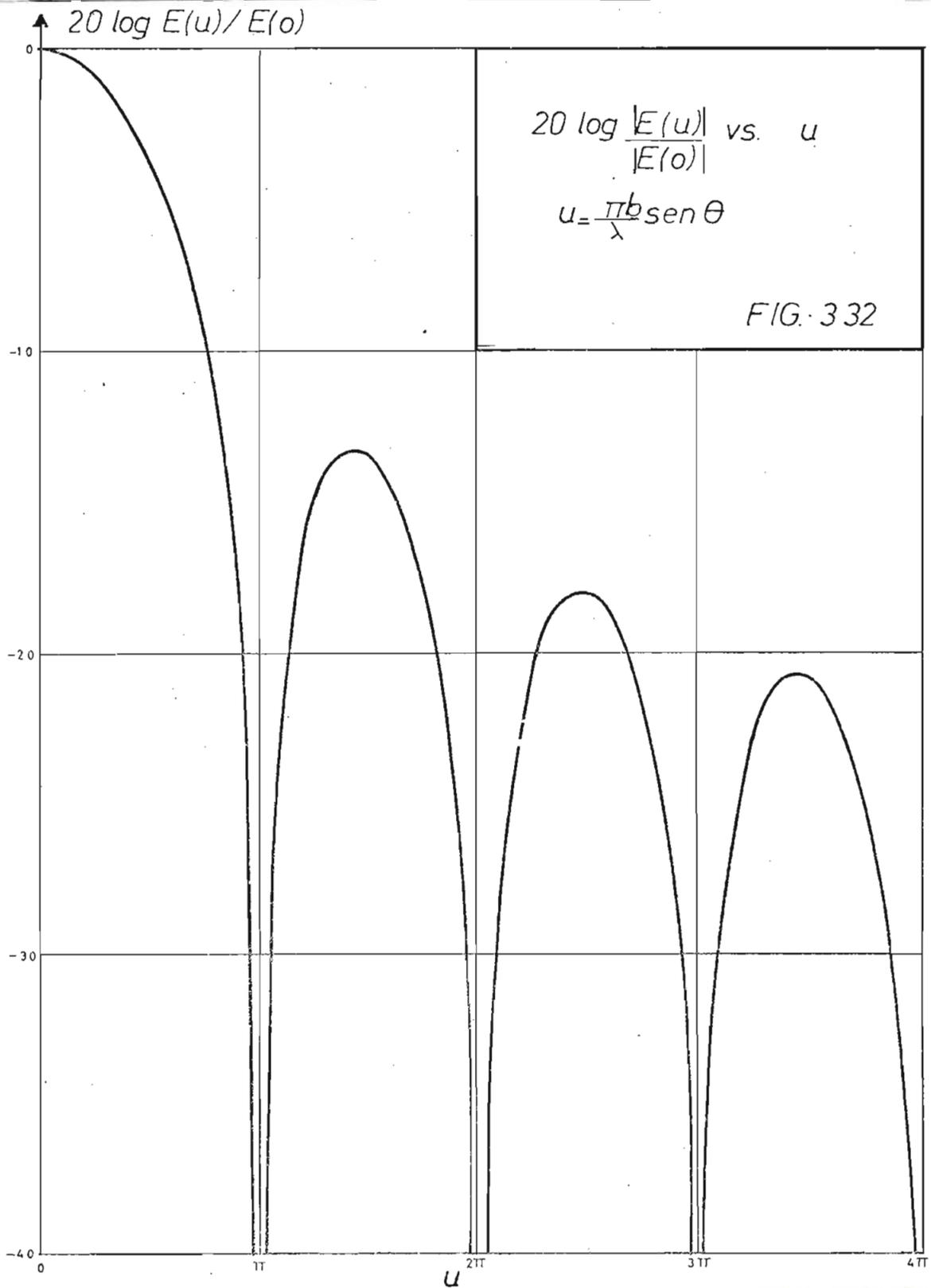
Se han calculado también los valores relativos de cada $E(u)$ con respecto al valor máximo $E(0)$, de acuerdo a la siguiente relación:

$$db = 20 \log \frac{|E(u)|}{|E(0)|} \quad (3.108)$$

En la figura (3.32) se representan los diferentes valores obtenidos de acuerdo a (3.108) y en ella se pueden observar que existen valores periódicos de u para los cuales la amplitud del campo se hacen cero. Además, comparando este modelo con aquellos obtenidos en la figura (2.7) cuando se consideró la bocina sin lente, se puede concluir que los niveles de los lóbulos secundarios relativos al lóbulo principal se reducen con la utilización del lente.

T A B L A 3 - 4

u	$\frac{ E(u) }{ K_1 } = \frac{\text{sen } u}{u}$	$-20 \log \frac{1}{ E(u) }$
0	1.0000	-00.00
1 $\pi/6$	0.9560	-00.40
2 $\pi/6$	0.8270	-01.65
3 $\pi/6$	0.6360	-03.92
4 $\pi/6$	0.4140	-07.66
5 $\pi/6$	0.1922	-14.32
π	0.0000	-00
7 $\pi/6$	0.1365	-17.30
8 $\pi/6$	0.2070	-13.68
9 $\pi/6$	0.2120	-13.48
10 $\pi/6$	0.1655	-15.64
11 $\pi/6$	0.0867	-21.24
2π	0.0000	-00
13 $\pi/6$	0.0733	-22.70
14 $\pi/6$	0.1182	-18.54
15 $\pi/6$	0.1272	-17.90
16 $\pi/6$	0.1033	-19.72
17 $\pi/6$	0.0562	-25.00
3π	0.0000	-00
19 $\pi/6$	0.0502	-25.90
20 $\pi/6$	0.0827	-21.64
21 $\pi/6$	0.0908	-20.74
22 $\pi/6$	0.0752	-22.48
23 $\pi/6$	0.0415	-17.64
4π	0.0000	-00



3.8.2. Modelos en el plano H.

De la ecuación (2.71) se determina que:

$$|E(\theta)| = \left| j \frac{e^{-j\beta r_0} C}{\lambda_0 r_0} \right| \left| \int_{-a/2}^{a/2} dy \int_{-b/2}^{b/2} \cos \frac{\pi x}{a} e^{j\beta x \text{sen} \theta} dx \right| \quad (3.109)$$

Efectuando la integral se llega a:

$$|E(\theta)| = \left| \bar{k}_3 \right| \frac{\cos \left(\frac{\pi a}{\lambda_0} \text{sen} \theta \right)}{\frac{\pi^2}{4} - \left(\frac{a\pi}{\lambda_0} \text{sen} \theta \right)^2} \quad (3.110)$$

$$\text{donde: } \bar{k}_3 = \frac{\pi e^{-j\beta r_0}}{2 \lambda_0 r_0} ab$$

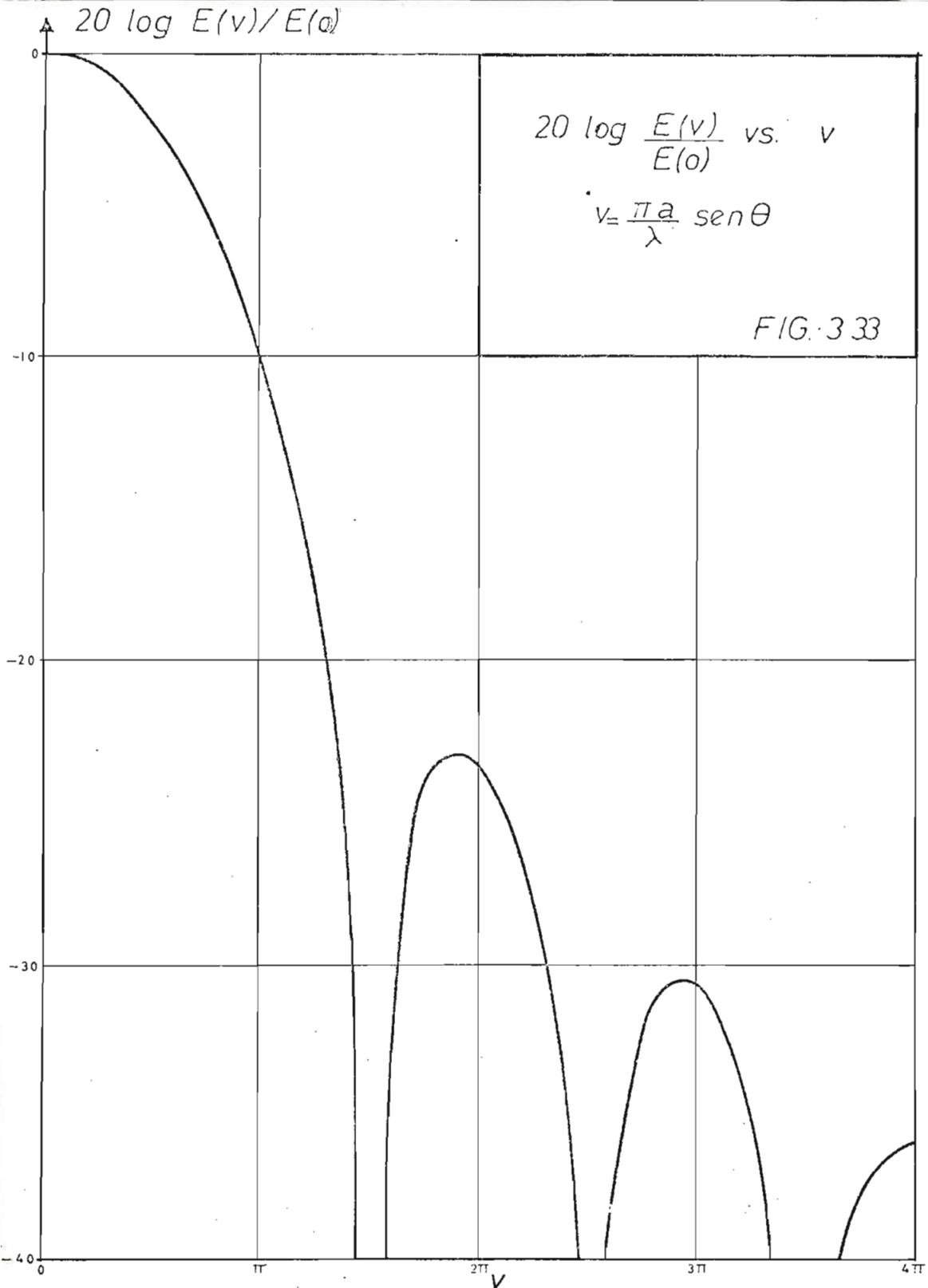
Utilizando la expresión (3.110) se han calculado diferentes valores de amplitud de campo en función de $v = \frac{\pi a}{\lambda_0} \text{sen} \theta$. La figura (3.33) es una representación gráfica de los diferentes valores de $E(v)$, relativos a $E(0)$, de acuerdo a la expresión siguiente:

$$db = 20 \log \frac{|E(v)|}{|E(0)|} \quad (3.111)$$

También en este caso, existen valores periódicos de v , para los cuales el campo $E(v)$ es igual a cero. Una comparación de la curva de la figura (3.33) con las de la figura (2.8) nos lleva a la conclusión de que los niveles de los lóbulos secundarios relativos al lóbulo principal se reducen con la utilización del lente.

T A B L A 3 - 5

u	$\frac{ E(v) }{ \bar{K}_3 } = \frac{\cos v}{2.465 - v^2}$	$-20 \log \frac{0.406}{ E(v) }$
0	0.4060	-00.00
1 $\pi/6$	0.3950	-00.26
2 $\pi/6$	0.3660	-00.92
3 $\pi/6$	0.3180	-01.90
4 $\pi/6$	0.2610	-03.86
5 $\pi/6$	0.1985	-06.24
π	0.1350	-09.56
7 $\pi/6$	0.0792	-14.21
8 $\pi/6$	0.0332	-21.76
9 $\pi/6$	0.0000	$-\infty$
10 $\pi/6$	0.0201	-26.12
11 $\pi/6$	0.0282	-23.18
2 π	0.0270	-23.56
13 $\pi/6$	0.0197	-26.30
14 $\pi/6$	0.0097	-32.40
15 $\pi/6$	0.0000	$-\infty$
16 $\pi/6$	0.0074	-34.82
17 $\pi/6$	0.0113	-31.00
3 π	0.0116	-30.92
19 $\pi/6$	0.0089	-33.12
20 $\pi/6$	0.0047	-38.84
21 $\pi/6$	0.0000	$-\infty$
22 $\pi/6$	0.0038	-40.50
23 $\pi/6$	0.0061	-36.50
4 π	0.0064	-36.02



3.9. GANANCIA DIRECTIVA Y AREA EFECTIVA DE UNA BOCINA CON LENTE.

Por definición la ganancia directiva está dada por la expresión:

$$g = \frac{4\pi \bar{\Phi}}{W} \quad (3.112)$$

donde: $\bar{\Phi}$ es la intensidad de radiación y

W es la potencia total radiada por la antena.

La intensidad de radiación de la apertura de la bocina excitada por un modo TE $1,0$, considerando que la distribución de amplitud es del tipo $C \cos \frac{\pi x}{a}$, ha sido calculada por Schelkunoff*, quien parte de la intensidad de radiación de un elemento unitario de Huygen e integra su efecto sobre el área de apertura ab . El resultado final es:

$$\bar{\Phi} = \frac{C^2 a^2 \sin^2\left(\frac{\pi b}{\lambda_0} \sin\theta \sin\phi\right) \cos^2\left(\frac{\pi a}{\lambda_0} \sin\theta \cos\phi\right) (1 + \cos\theta)^2}{240 \pi \sin^2\theta \sin^2\phi \left(\pi^2 - \beta^2 a^2 \sin^2\theta \cos^2\phi\right)^2} \quad (3.113)$$

La intensidad de radiación máxima $\bar{\Phi}_{\text{máx}}$ se tiene para un $\theta = 0$ y se puede obtener levantando la indeterminación en la expresión (3.113) por medio de la Ley de L'Hospital y se llega a:

* SCHELKUNOFF S., Antenna Theory and Practice, John Wiley & Son Inc., 1952, Pág. 523.

$$\Phi_{\text{máx}} = \frac{C^2 a^2 b^2}{60 \pi^3 \lambda_0^2} \quad (3.114)$$

La potencia total radiada W puede encontrarse considerando a la bocina como una guía de sección grande excitada por un modo TE $1,0$. De esta manera el vector de Poynting en la dirección z será:*

$$P_z = - \frac{1}{2} E_y H_x^* = \frac{1}{2} \frac{C^2 \cos^2(\pi x/a)}{\eta} \quad (3.115)$$

Haciendo referencia a la figura (2.5) e integrando (3.115) sobre la superficie ab , se tendrá la potencia total W :

$$W = \frac{1}{2 \times 480 \pi} \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} C^2 \cos^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx dy = \frac{C^2 ab}{480 \pi} \quad (3.116)$$

Reemplazando (3.114) y (3.116) se tiene la ganancia directiva máxima $g_{\text{máx}}$:

$$g_{\text{máx}} = \frac{32 ab}{\pi \lambda_0^2} \quad (3.117)$$

El área efectiva A , por definición, está dada por:

$$A = \frac{\lambda_0^2}{4 \pi} g \quad (3.118)$$

* Los campos E_y y H_x^* han sido obtenidos de: Electromagnetic Waves and Radiating Systems de J.E. JORDAN. Capítulo 9, Pág. 267.

Reemplazando (3.117) en (3.118) se tiene finalmente:

$$A = \frac{4}{5} ab = 80\% \text{ del \u00e1rea de apertura.} \quad (3.119)$$

3.10. CONSIDERACIONES DE DISE\u00d1O DE LOS LENTES METALICOS.

3.10.1. Indice de refracci\u00f3n.

El primer factor que debe tomarse en cuenta en el dise\u00f1o de los lentes met\u00e1licos normales es el \u00edndice de refracci\u00f3n n que est\u00e1 determinado por la separaci\u00f3n entre placas. Este factor puede ser escogido pero para ello debe tomarse en cuenta que su valor influye en el espesor del lente, as\u00ed como tambi\u00e9n en el coeficiente de reflexi\u00f3n de energ\u00eda.

Para confirmar lo dicho en el p\u00e1rrafo anterior, recordemos la expresi\u00f3n (3.62) (a) que nos da el perfil del lente en forma param\u00e9trica. Un an\u00e1lisis de ella nos lleva a la conclusi\u00f3n que para una distancia focal f determinada y para un \u00e1ngulo θ dado, el valor de z crece conforme el valor de n se aproxima la unidad y por lo tanto el espesor del lente se hace m\u00e1s abultado.

Para ver como var\u00eda el factor de reflexi\u00f3n con n , consideremos la figura (3.34); un rayo cualquiera FD se refracta en el punto D del lente de acuerdo a la ley de Snell.

En ese punto D, de acuerdo a las condiciones de borde, las componentes tangenciales de campo deben cumplir:

$$\cos \theta_1 (E_i - E_r) = \cos \theta_2 E_t \quad (a)$$

$$H_i + H_r = H_t \quad (b)$$

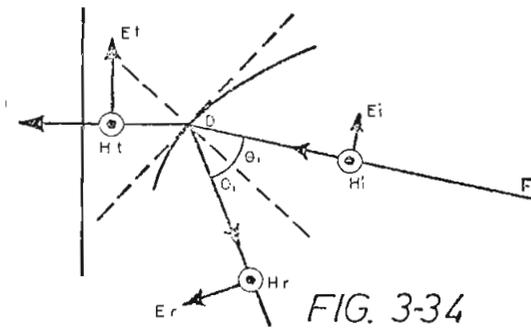


FIG. 3-34

(3.120)

La expresión (3.120) (b), la podemos poner en función de las componentes de campo eléctrico. Para el efecto sabemos que en el es pacio libre se cumple:

$$H_i = E_i / \eta \quad (a) \quad \text{y} \quad H_r = E_r / \eta \quad (b) \quad (3.121)$$

Dentro de las guías que conforman el lente, se cumple para una onda TE*.

$$\frac{E_t}{H_t} = \text{Impedancia de onda} = \frac{\eta}{\beta / \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (3.122)$$

Utilizando la misma nomenclatura que en la sección (3.2.1.), (3.122), se puede transformar en:

* JORDAN E.C., Electromagnetic Waves and Radiating Systems, Prentice Hall, Inc. Pág. 280.

$$\frac{E_t}{H_t} = \frac{\eta}{n} \quad (3.123)$$

donde n es el índice de refracción.

Reemplazando (3.121) (a) y (b) y (3.123) en (3.120) (b) se tiene:

$$n (E_i + E_r) = E_t.$$

Combinando (3.120) (a) y (3.124) se llega a:

$$\frac{E_r}{E_i} = \frac{\cos \theta_1 - n \cos \theta_2}{\cos \theta_1 + n \cos \theta_2} \quad (3.125)$$

Manteniendo una distancia focal f y dando valores a n se puede ver que de acuerdo a la expresión (3.58) el lente se hace menos abultado para un n más pequeño. Al mismo tiempo un rayo FD forma ángulos θ_1 y θ_2 más pequeños, los cuales están en tal proporción que la relación E_r / E_i aumenta. Esto se puede comprender mejor determinando gráficamente θ_1 y θ_2 y reemplazando esos valores en (3.125). Para el caso en que $\theta_1 = \theta_2 = 0$ la expresión (3.125) se hace más simple y allí se puede ver más claramente como se incrementa el factor de reflexión al disminuir n .

Es necesario entonces llegar a un compromiso aceptable para de

terminar n de manera que no se produzca mucha reflexión ni tampoco de lugar a un espesor grande. Experimentalmente* se ha llegado a determinar que un $n = 0,6$ es el mas aconsejable.

3.10.2. Ancho de banda de un lente metálico.

Siendo como n depende de la frecuencia en los lentes metálicos, estos son sensitivos a la frecuencia y tiene un ancho de banda determinado.

A frecuencias superiores o inferiores de la del diseño el frente de onda saliente del lente no será plano sino que tendrá cierta curvatura. Como se manifestó en la sección (3.4.9) se ha llegado a demostrar que una variación de fase entre el centro y el extremo del lente igual a $\pm \frac{\pi}{4}$ ($\pm \frac{\lambda_0}{8}$), puede ser tolerada para un comportamiento satisfactorio del dispositivo.

En el lente de la figura (3.35) y a la frecuencia de diseño f_0 , debe cumplirse que las trayectorias electromagnéticas para los dos rayos, indicados en la figura sean iguales:

$$FA + nAB = FC + nCD + nDE \quad (3.126)$$

pero $nAB = nDE$ y nos queda:

$$FA = FC + nCD \quad (3.127)$$

* KOCK W.E., Metal-Lens Antennas, Proceedings of the I.R.E. and Waves and Electrons, Noviembre de 1946. Pág. 830.

A una frecuencia cercana a la de trabajo, el índice de refracción varía y por lo tanto la trayectoria eléctrica del rayo que se refracta en C también cambia. Para seguir manteniendo la igualdad matemática en (3.127), debemos incluir en el primer miembro un término δ equivalente a la diferencia entre las trayectorias eléctricas de los rayos FA y FC, luego de la variación de n :

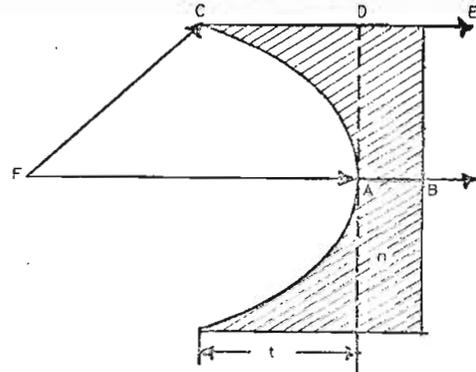


FIG. 3-35

$$FA + \delta = FC + n'CD \quad (3.128)$$

donde n' es el índice de refracción a la nueva frecuencia.

Restando (3.127) de (3.128) se tiene:

$$\delta = (n' - n) CD = \Delta n t \quad (3.129)$$

Para pequeños cambios de frecuencia, se tendrán pequeños cambios de longitud de onda y podemos describir:

$$\frac{\Delta n}{\Delta \lambda_0} = \frac{dn}{d\lambda_0} = \frac{d \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{2b}\right)^2}}{d\lambda_0} \quad (3.130)$$

Efectuando la derivada se llega a:

$$\Delta n = \Delta \lambda_0 \left(\frac{n^2 - 1}{n \lambda_0} \right) \quad (3.131)$$

reemplazando (3.131) en (3.129) se tiene:

$$\delta = \frac{\Delta \lambda_0}{\lambda_0} \cdot \frac{n^2 - 1}{n} \cdot t \quad (3.132)$$

$$\left| \frac{\Delta \lambda_0}{\lambda_0} \right| = \frac{n}{(1 - n^2) t} |\delta| \quad (3.133)$$

Por lo tanto:

$$B \cong \frac{2 n |\delta|}{(1 - n^2) t} \quad (3.134)$$

Tomando en cuenta una tolerancia de variación de fase igual a $\pi/4$ la correspondiente variación en la trayectoria será $= \lambda_0/8$, con lo cual

$$B \cong \frac{2 n \lambda_0}{8 (1 - n^2) t} ; B = \frac{25 n}{(1 - n^2) t} \% \quad (3.135)$$

donde t es el espesor en el extremo del lente y está dado en longitudes de onda.

Un análisis similar puede ser desarrollado para los lentes zonales. Consideremos el lente de la figura (3.36)

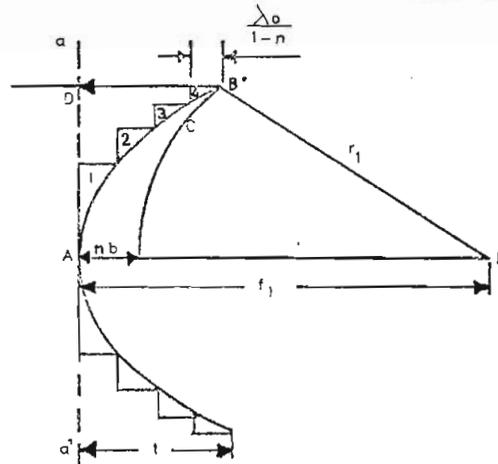


FIG. 3.36

Un rayo central saliente de F tendrá que recorrer la trayectoria FA hasta llegar al plano aa'. Un rayo que pasa por el extremo B del lente, tendrá que recorrer la trayectoria: FB + nCB + CD.

De esta manera, a la frecuencia de trabajo se cumple:

$$FA + (K - 1) \lambda_0 = FB + nCB + CD \quad (3.136)$$

El término $(k - 1) \lambda_0$ debemos colocar en el primer miembro a fin de establecer la igualdad matemática, y corresponde al número entero de longitudes de onda en que difieren las dos trayectorias, debido a la formación de las zonas. La expresión (3.136) la vamos a escribir:

$$FA = FB + nCB + CD - (k - 1) \lambda_0 \quad (3.137)$$

A una frecuencia cercana a la de trabajo escribiremos:

$$FA + \delta = FB + n'CB + CD - (k - 1) (\lambda_0 + \Delta \lambda_0). \quad (3.138)$$

donde δ mantiene la igualdad matemática, debido a que el variar la frecuencia, varía n y también el término $(k - 1)\lambda_0$; es decir ha variado la trayectoria electromagnética del rayo que pasa por el extremo - del lente.

Restando (3.137) de (3.138) se tiene:

$$\delta = (n' - n) CB - (k - 1) \lambda_0. \quad (3.139)$$

$$\delta = \Delta n CB - (k - 1) \Delta \lambda_0. \quad (3.140)$$

Según la expresión (3.131) se tiene:

$$\Delta n = \frac{n^2 - 1}{n} \cdot \frac{\Delta \lambda_0}{\lambda_0} \quad (3.141)$$

Además si consideramos que el espesor del lente ha sido dividido en un número K de zonas el ancho CB será igual a $\lambda_0 / (1 - n)$.

De esta manera (3.140) se transforma en:

$$\delta = \frac{n^2 - 1}{n} \cdot \frac{\Delta \lambda_0}{\lambda_0} \cdot \frac{\lambda_0}{1 - n} - (k - 1) \Delta \lambda_0. \quad (3.142)$$

De allí se obtiene:

$$\left| \frac{\Delta \lambda_0}{\lambda_0} \right| = \frac{n |\delta|}{(1+nk) \lambda_0} \quad (3.143)$$

y entonces el ancho de banda de este lente será:

$$B \cong \frac{2 n |\delta|}{(1+nk) \lambda_0} \quad (3.144)$$

Aceptando el criterio, ya conocido, que $\delta \leq \frac{1}{8} \lambda_0$, tenemos finalmente:

$$B \cong \frac{25 n}{1+kn} \% \quad (3.145)$$

En las tablas (3.6) y (3.7) se han calculado valores de B para un lente sin zonas de espesor t y para un lente zonal de K pasos, para un índice de refracción $n = 0,5$. Para el efecto hemos utilizado las expresiones (3.135) y (3.145) y las representaciones gráficas respectivas se encuentran en la figura (3.37)

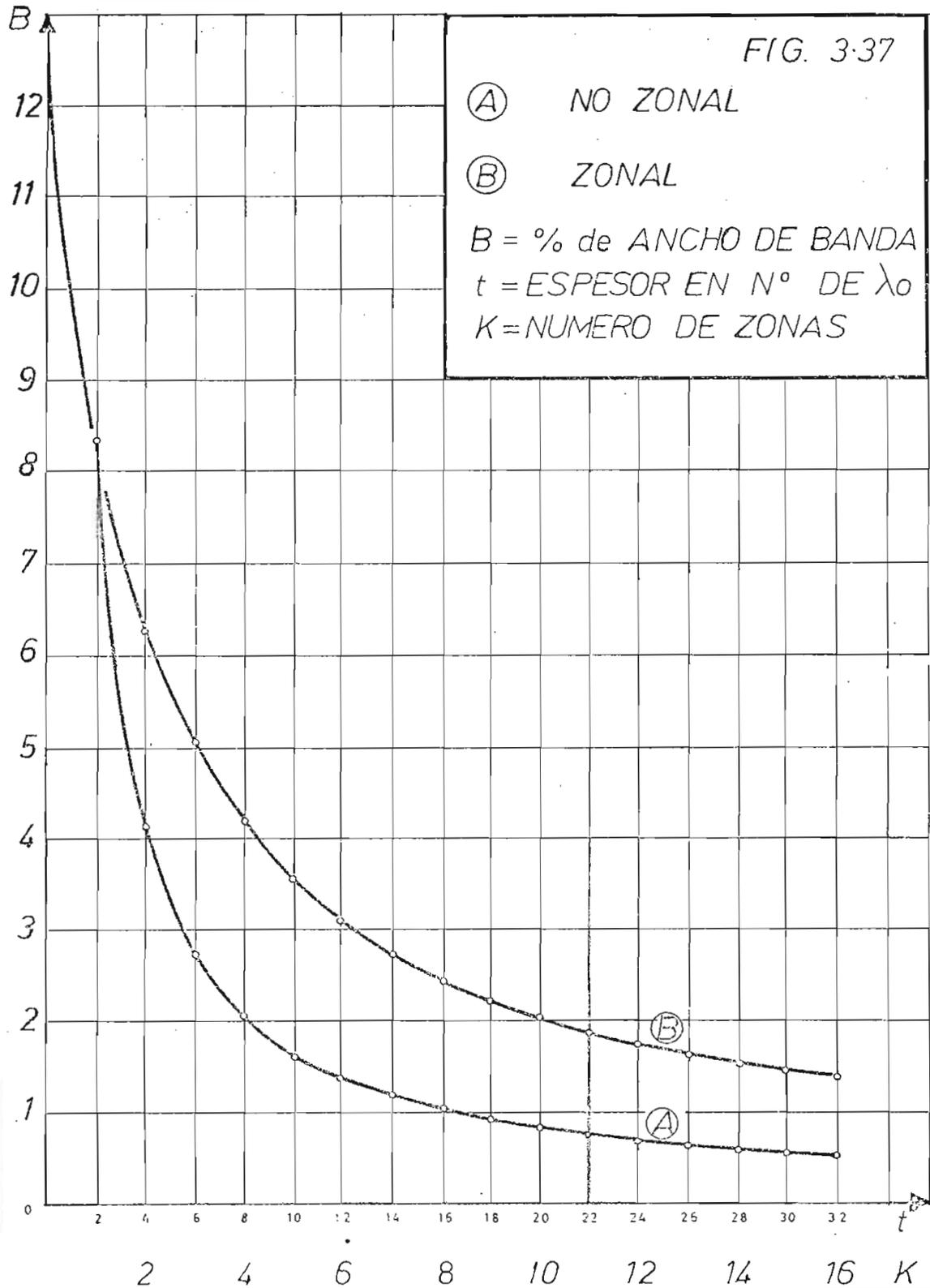
El hecho de que la trayectoria a través de un medio sensitivo a la frecuencia ($n < 1$) se reduce al formar las zonas en un lente metálico y esto hace que el ancho de banda mejore en los lentes zonales, como puede verse en las curvas de la figura (3.37)

T A B L A 3 - 6

Ancho de banda de un lente metálico como función de su espesor t $n = 0.5$			
$t (\lambda_0)$	$B (\%)$	$t (\lambda_0)$	$B (\%)$
2	8.35	18	0.92
4	4.16	20	0.84
6	2.77	22	0.76
8	2.08	24	0.70
10	1.67	26	0.64
12	1.39	28	0.60
14	1.19	30	0.56
16	1.05	32	0.52

T A B L A 3 - 7

Ancho de banda de un lente metálico zonal como función del # de zonas K	
K	B
0	12.5
2	6.25
4	4.17
6	3.12
8	2.50
10	2.09
12	1.79
14	1.56
16	1.39



3.10.3. Tolerancia en la variación de la separación entre láminas.

De acuerdo a la expresión (3.9), la separación entre láminas a puede variar entre $0,5 \lambda_0$ y λ_0 , para que sea posible la propagación del modo dominante. El diseño del lente metálico se lo hace a partir de una separación a_0 escogida para lograr un índice de refracción de terminado y cualquier error en esa separación, traerá como consecuencia diferencias de fase a la salida del lente. A continuación veremos cual será la tolerancia de error en la separación entre láminas.

En la figura (3.38) se puede observar una superficie equifase CAC' (línea a trazos) que incide sobre la superficie elíptica del lente CBC'.

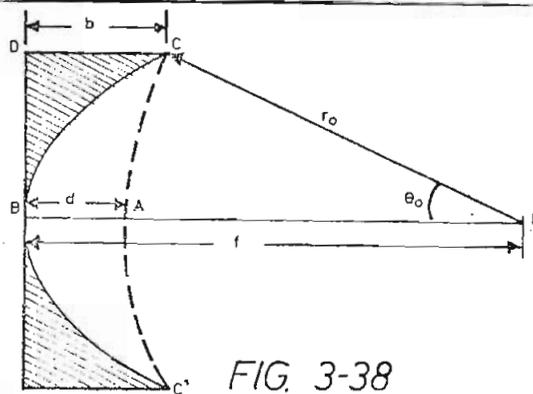


FIG. 3-38

El avance de fase del frente de onda en el punto D está dado

por:

$$\phi_D = \frac{2\pi b}{\lambda_g} = \frac{2\pi b n}{\lambda_0} \quad (3.146)$$

donde: λ_0 = longitud de onda en el espacio libre

λ_g = longitud de onda dentro del lente.

La expresión (3.146) también la podemos escribir como:

$$\phi_D = \frac{2\pi b}{\lambda_0} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{2a_0}\right)^2} \quad (3.147)$$

Ahora bien, en la parte central del lente se cumple:

$$d = f - r_0 \quad (3.148)$$

de acuerdo a (3.61) se tiene:

$$r_0 = \frac{(1 - n) f}{1 - n \cos \theta_0} \quad (3.149)$$

donde el $\cos \theta_0$ puede ser determinado de la ecuación paramétrica

(3.62) (a), para un $z = b$ y se tiene:

$\cos \theta_0 = \frac{b - f}{bn - f}$, de esta manera (3.149) se puede escribir como:

$$r_0 = \frac{1 - n}{1 - n \frac{b - f}{bn - f}} \quad (3.150)$$

y reemplazando (3.150) en (3.148) se llega finalmente a:

$$d = bn \quad (3.151)$$

Por lo tanto, el avance de fase en B, será el que se tiene a lo largo de bn :

$$\phi_B = -\frac{2\pi}{\lambda_0} nb \quad (3.152)$$

Para un espaciamento correcto a_0 , la diferencia entre ϕ_B y ϕ_D , debe ser cero. Por lo tanto de (3.147) y (3.152) se tiene:

$$0 = \phi_D - \phi_B = \frac{2\pi b}{\lambda_0} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{2a_0}\right)^2} - \frac{2\pi}{\lambda_0} nb \quad (3.153)$$

de donde se obtiene:

$$\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{2a_0}\right)^2} = n \quad ; \quad \left(\frac{\lambda_0}{2}\right)^2 = (1 - n^2) a_0^2 \quad (3.154)$$

Para el caso en que el espaciamento a_0 sufra una variación Δa_0 en el extremo del lente, se tendrá en dicho extremo un espaciamento $a = a_0 + \Delta a_0$ y la fase en el punto D será:

$$\phi_D = \frac{2\pi b}{\lambda_0} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{2a}\right)^2} \quad (3.155)$$

En este momento existirá una diferencia de fase entre los trayectos AB y CD, que estará dada por:

$$\phi_D - \phi_B = \frac{2\pi b}{\lambda_0} \left[\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{2a}\right)^2} - n \right] \quad (3.156)$$

Reemplazando (3.154) en (3.156) se tienen:

$$\phi_D - \phi_B = \frac{2\pi b}{\lambda_0} \left[\sqrt{1 - (1 - n^2) \left(\frac{a_0}{a}\right)^2} - n \right] \quad (3.157)$$

En esta parte, cabe recordar que una variación sobre la frecuencia de trabajo trae como consecuencia que la onda saliente no es plana y tiene cierta curvatura hacia adentro o hacia afuera y se ha dicho también que la diferencia de fase tolerable, entre la parte central y el extremo del lente es $\pm \frac{\pi}{4} \left(\pm \frac{\lambda_0}{8} \right)$, para que no varíe el comportamiento del lente.

El momento que en una sección del lente se produzca un error en la separación entre láminas, se tendrá también un error en la fase, - en esa sección del lente. Este es un tipo de variación al azar en la fase de la apertura.

En el análisis que estamos desarrollando, consideramos que ese error se presenta en el extremo del lente, es decir en la parte más crítica. Experimentalmente* se ha demostrado que una variación al azar de la fase de apertura, igual a $\pm \frac{\pi}{8} \left(\pm \frac{\lambda_0}{16} \right)$ es permitida; este criterio aplicaremos en la expresión (3.157). De esta manera:

$$\phi_D - \phi_B = \pm \frac{\pi}{8} = \frac{2\pi b}{\lambda_0} \left[\sqrt{1 - (1 - n^2) \left(\frac{a_0}{a}\right)^2} - n \right] \quad (3.158)$$

* KOCK W.E., Metal Lens Antennas, Proceedings of the I.R.E. and Waves and Electrons, Noviembre de 1946, Pág. 832.

mente lo podemos expresar de la siguiente manera:

$$\frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta b - \frac{2\pi}{\lambda_m} \Delta b = \pm \Delta \phi \quad (3.161)$$

Aceptando el criterio conocido referente a la variación de fase al azar, podemos escribir:

$$\frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta b - n \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta b = \pm \frac{\pi}{8} \quad (3.162)$$

De la última expresión se concluye que la tolerancia de variación del espesor del lente es:

$$\Delta b = \pm \frac{\lambda_0}{16(1-n)} = \pm \frac{0.03 \lambda_0}{1-n} \quad (3.163)$$

3.10.5. Tolerancia de giro del lente.

En la sección (3.10.1) se vió que la utilización de un índice de refracción mayor que 0.6 podía reducir la reflexión producida en el lente. Sin embargo, puede ser necesario girar el lente un pequeño ángulo α , con el objeto de que los rayos reflejados en la superficie plana del lente no converjan nuevamente en la fuente F produciendo el correspondiente desacoplamiento, como se puede ver en la figura (3.39)

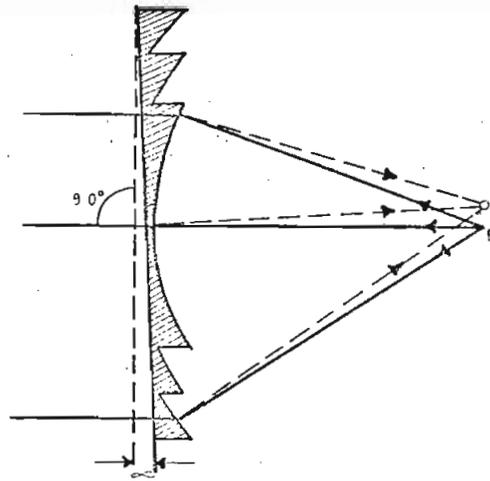


FIG. 3-39

Las líneas a trazos corresponden a los rayos reflejados que con
vergen fuera de la fuente F, luego del giro.

CAPITULO CUARTO

DISEÑO DE BOCINAS Y LENTES

PARA EXPERIMENTACION

4.1. INTRODUCCION.

7

A fin de realizar la parte práctica-experimental de esta tesis se han diseñado dos bocinas: una de tipo en sector y otra piramidal, para cada una de las cuales se han diseñado también, sendos lentes me tálicos.

4.2. FRECUENCIA DE TRABAJO.

Tomando en consideración el tipo de generador de microondas - existente en el Laboratorio de la Escuela Politécnica Nacional se ha escogido una frecuencia de trabajo, dentro de la banda X, igual a 10 GHz. lo que determina una longitud de onda en el espacio libre -

$$\lambda_0 = 3 \text{ cms.}$$

4.3. DISEÑO DE LAS BOCINAS

4.3.1. Explicación Previa.

Con el objeto de que la parte práctica esté de acuerdo con la parte teórica desarrollada en los Capítulos II y III, se han diseñado bocinas de apertura grande, es decir de dimensiones de algunas lon gitudes de onda. Además se han considerado también longitudes de boci na de algunas longitudes de onda a fin de que las condiciones a la sa lida de la bocina sean similares a las del espacio libre en especial a lo que a la longitud de onda se refiere.

4.3.2. Bocina en sector.

Las dimensiones en la garganta de la bocina en sector se han escogido a fin de que exista un buen acoplamiento mecánico con la guía de onda de salida del generador cuyas dimensiones son 2.3. cms. x 1 cm convenientes para trabajar en el modo principal TE_{1,0} y sobre la frecuencia de corte. Las dimensiones totales de la bocina sectoral se indican en la figura (4.1).

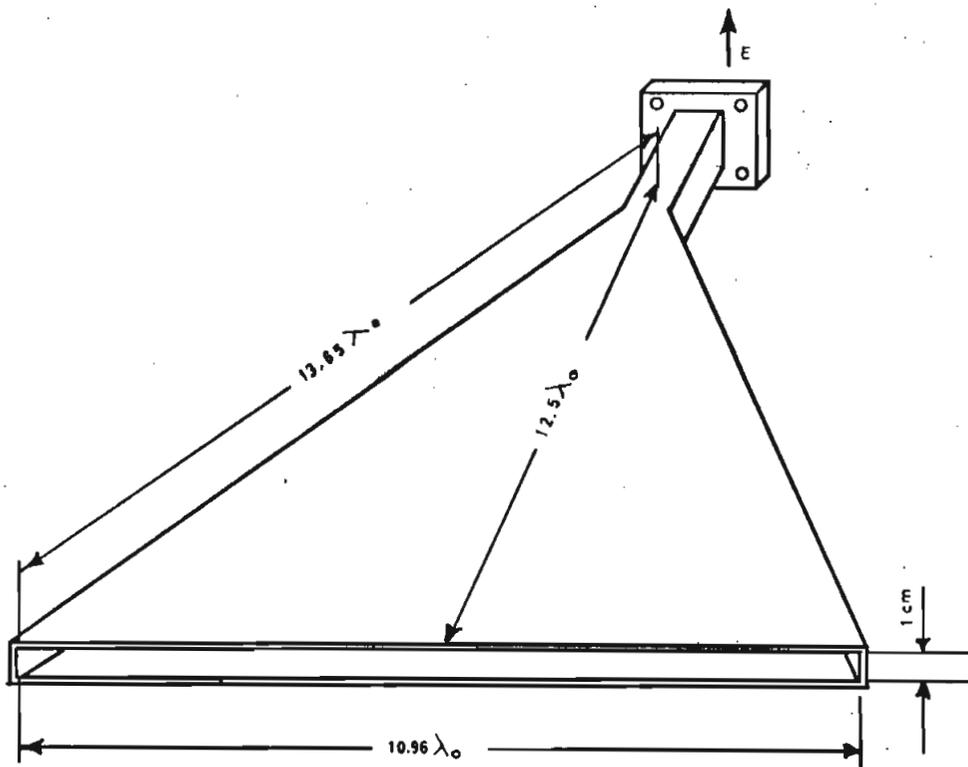


FIG. 4.1

De acuerdo a las curvas de Schelkunoff dadas en la figura (2.9) se puede determinar para esta bocina:

$$\frac{\lambda_0}{b} g_m = 28$$

La longitud de onda λ_0 es 3 cms. La dimensión b en nuestro caso es 1 cm. que es menor que λ_0 , por lo tanto la ganancia directiva máxima de esta bocina está dada aproximadamente por:

$$g_m = \frac{28}{3} = 9.34$$

o en decibeles:

$$G = 10 \log 9.34 = 9.7 \text{ db.}$$

4.3.3. Bocina piramidal y acoplador de guía de onda.

La bocina piramidal ha sido diseñada con una apertura de forma cuadrangular y para lograr una total simetría de las dimensiones en los planos E y H se ha escogido una garganta también de sección cuadrangular. De esta manera la bocina tendrá la forma de una pirámide cuadrangular truncada.

Las guías de onda para la conducción de modos TE 1,0, en la banda X, disponibles en los laboratorios son, sin embargo, de forma rectangular. Esto nos obliga a utilizar una guía de acoplamiento que acople la guía rectangular con la garganta de la bocina, es decir rea

lice las funciones de un transformador de impedancias. Este acoplamiento debe tener tal forma que la sección transversal en cualquier punto de su longitud, asegure la propagación del modo fundamental - TE 1,0 a la vez que corte la propagación de los modos superiores. Por otro lado, debe tener una longitud suficientemente larga (algunas longitudes de onda) con el objeto de que la transformación de impedancias se lo haga paulatinamente evitando desacoplamiento y grandes valores de VSWR.

Cabe añadir que se pudo también haber diseñado la bocina con la garganta rectangular de manera que se acople directamente con la guía disponible. En este caso, sin embargo, la prolongación de las cuatro caras laterales de la bocina no coincidirían en un sólo vértice, sino en dos, y el centro de fase, muy importante de determinar para conocer la longitud focal de los lentes a utilizarse, no sería conocido.

Con la utilización de una garganta cuadrangular podemos aceptar que el centro de fase coincide aproximadamente con el vértice geométrico de la bocina, localizado en la intersección de las cuatro caras laterales prolongadas.

En la figura 4.2. indicamos las dimensiones del diseño del a coplamiento.

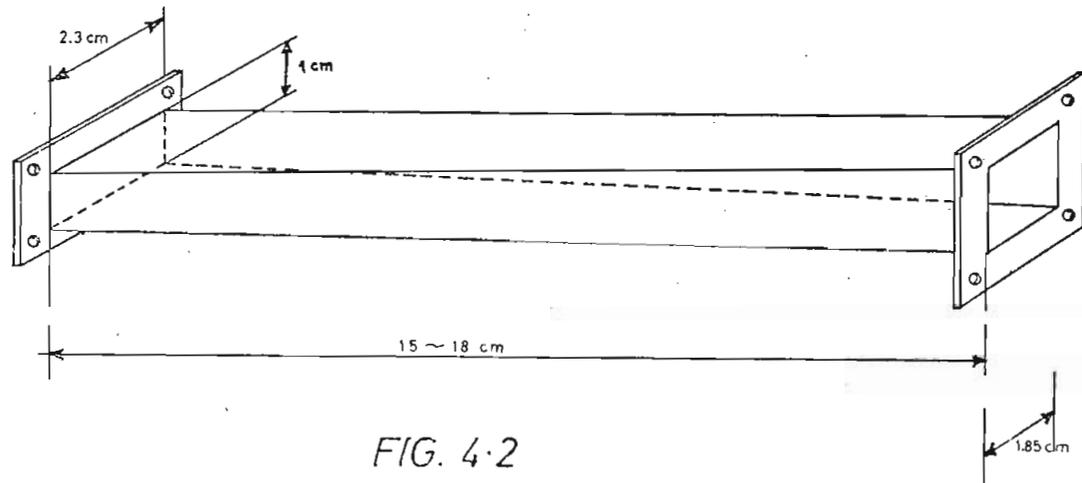


FIG. 4.2

Medidas del extremo rectangular para acoplamiento con la guía de ali
mentación = 2.3 cm x 1 cm.

Medidas del extremo cuadrangular para acoplamiento con la bocina pi-
ramidal: 1,85 cm x 1,85 cm.

Longitud = 20 cms.

La separación de las paredes laterales en cualquier punto a -
lo largo del acoplamiento asegura la buena propagación del modo TE 1,0
por ser siempre mayor que $\lambda_0 / 2$, incluyendo el punto más crítico que
se tiene en el extremo de sección cuadrangular 1.85 cms x 1,85 cms.

Estas dimensiones han sido también escogidas de manera que se

impida la propagación de un posible modo TE 1,1. En la expresión siguiente* tenemos la longitud de onda de corte para un modo TEM,n

$$\lambda_c = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}}$$

que para el caso específico de TE 1,1 es

$$\lambda_c = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{b}\right)^2}}$$

Como la sección transversal en el extremo del acoplamiento es cuadrangular o sea $a = b$, se tiene:

$$\lambda_c = \sqrt{2} a$$

Por lo tanto la no propagación del modo TE 1,1 se logra cuando

$$a < \frac{\lambda_c}{\sqrt{2}}$$

Si λ_c en nuestro caso es 3 cms. entonces se requiere que $a < 3/\sqrt{2}$, lo cual se cumple haciendo que el lado de la sección mida 1,85 cms.

* JORDAN E.C., Electromagnetic Waves and radiating Systems, Prentice Hall, Pág. 265.

Para la bocina piramidal hemos escogido una longitud entre el vértice y el plano de apertura igual a 10λ , y un ángulo de apertura de 50° como se ve en la figura 4.3.

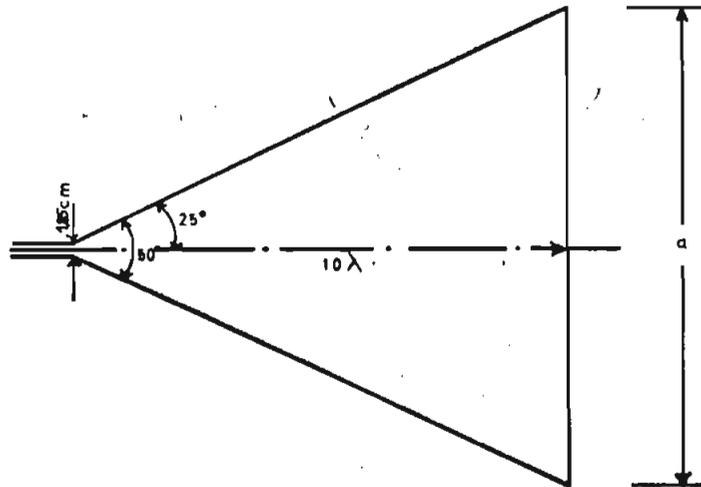


FIG. 4.3

Por Trigonometría, y partiendo de las dimensiones impuestas a la bocina hemos calculado las otras dimensiones correspondientes al lado "a" de la apertura y a la longitud "l".

De esta manera se ha obtenido:

$$a = 9.32 \lambda.$$

$$l = 11.03 \lambda.$$

En la figura 4.4. podemos observar todas las dimensiones para la bocina piramidal o de diseño.

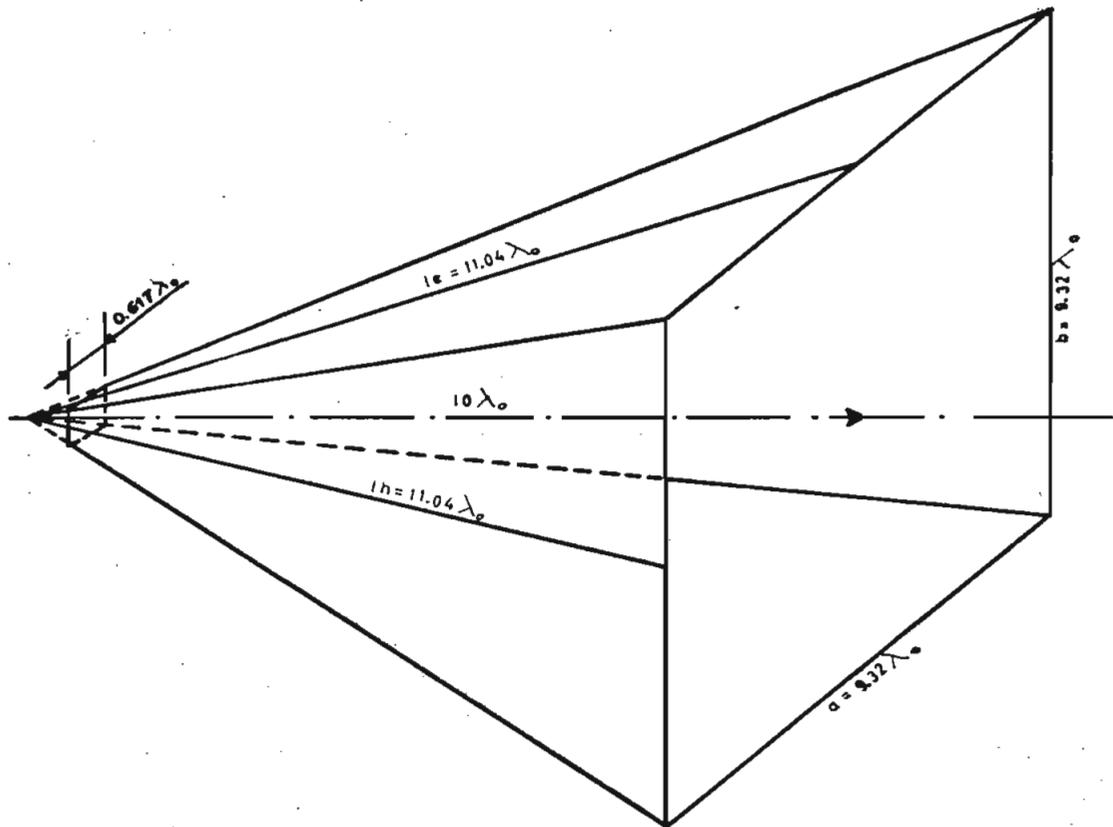


FIG. 4.4

En la figura 4.4 se tiene:

$$a = 9.32 \lambda_0 \quad ; \quad l_h = 11.03 \lambda_0$$

$$b = 9.32 \lambda_0 \quad ; \quad l_e = 11.03 \lambda_0$$

Podemos entonces calcular la ganancia directiva de la bocina: utilizando las curvas de Schelkunoff dadas en la figura (2.9) se obtiene:

$$\frac{\lambda_0}{b} \epsilon_m = 28$$

Como el punto de intersección de b y l_e cae fuera de las curvas de la figura 2.9, podemos utilizar la expresión 2.75 para la determinación de $\frac{\lambda_0}{a} \epsilon_e$. De esta manera:

$$\frac{\lambda_0}{a} \epsilon_e = \frac{64 \times 11.03 \lambda_0}{\pi 9.32 \lambda_0} \left[C^2(1.96) + S^2(1.96) \right] = 8$$

Según la expresión (2.76)

$$\begin{aligned} \epsilon_{\text{máx}} &= \frac{\pi}{32} \left(\epsilon_m \frac{\lambda_0}{b} \right) \left(\epsilon_e \frac{\lambda_0}{a} \right) = \\ &= \frac{\pi}{32} \times 28 \times 8 = 22,0 \end{aligned}$$

$$G \text{ (db)} = 10 \log 22,0 = 13,4 \text{ db.}$$

4.4. DISEÑO DE LOS LENTES.

4.4.1. Explicación previa.

Para la bocina en sector se han construido dos lentes, ambos de tipo "guiado". El uno logra su efecto variando el índice de refracción a lo largo de la dimensión mayor de la apertura de la bocina pero manteniendo constante su espesor. El otro mantiene constante el índice de

refracción pero varía su espesor en función de una elipse.

Experimentalmente se determinará el incremento de ganancia que producen estos lentes sobre la ganancia direccional de la bocina independiente.

En el diseño de los lentes se ha tomado en cuenta, además, la utilización de lámina de metal amarillo de 0.4 mm. de espesor "e", la misma que servirá para la formación de las guías de los lentes.

4.4.2. Lente de índice de refracción variable.

Según se había visto en un capítulo anterior, se trabajará con valores de índice de refracción próximos a 0.6, es decir en la parte media de la curva a/λ . vs n . Para el efecto se ha escogido un n en la parte media del lente igual a 0.8 que corresponde a una separación $a_0 = 0.833\lambda$.

De esta manera, y haciendo referencia a la figura (4.5), la trayectoria eléctrica de un rayo que pasa por la parte media de la primera guía de onda será igual a:

$$f_0 + n_0 d = \frac{f}{\cos \theta_0} + n_0 d \quad (4.1)$$

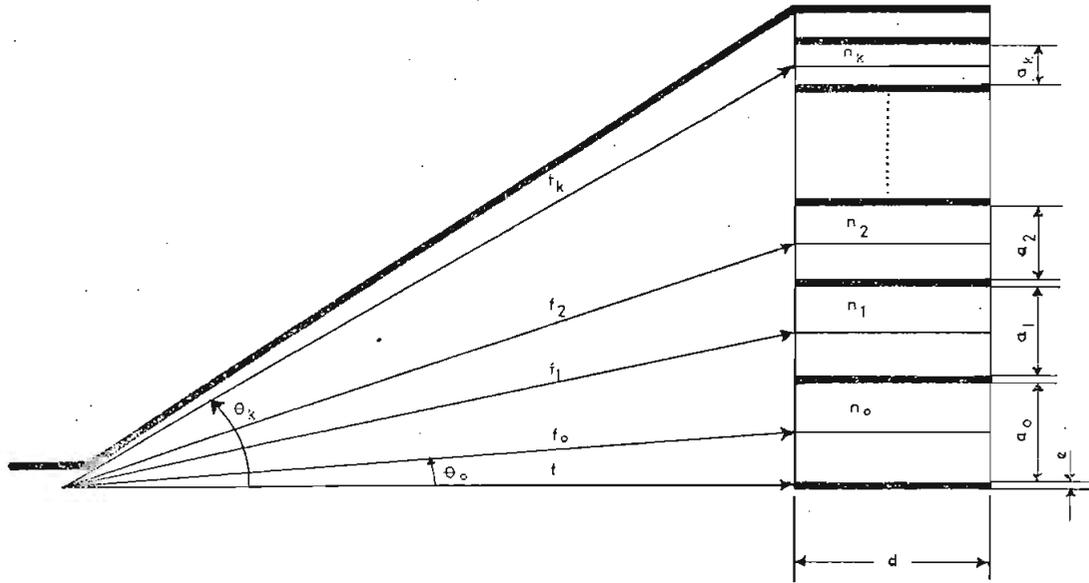


FIG. 4-5

Según la figura 4.1., la distancia f es igual a $12.5 \lambda_0$ y d se ha escogido igual a $2.5 \lambda_0$. Por lo tanto la distancia electromagnética que recorre un rayo en la parte media es igual a:

$$f_0 + n_0 d = \frac{12.5 \lambda_0}{0.9995} + 0.8 \times 2.5 \lambda_0 \approx 14.5 \lambda_0$$

La trayectoria eléctrica de un rayo pasante por la parte media de la guía n_k debe ser entonces:

$$f_k + n_k d - 14.5 \lambda_0 = m \lambda_0 \quad (4.2)$$

$$m = 0, 1, 2, 3 \dots\dots\dots$$

Para nuestro caso utilizaremos $m = 0$. A su vez, por Trigonometría $f_k = 12.5 \lambda_0 / \cos \theta_k$ y la expresión (4.2) se transforma en:

$$\frac{12.5 \lambda_0}{\cos \theta_k} + 2.5 \lambda_0 = 14.5 \lambda_0$$

que a su vez puede escribirse como:

$$\cos \theta_k (5.8 - n_k) = 5 \quad (4.3)$$

donde:

$$n_k = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{2a_k}\right)^2}$$

a_k = ancho de la guía k

y

$$\begin{aligned} \theta_k &= \text{arc tg} \frac{e/2 + ke + \sum_0^{k-1} n a_n + \frac{a_k}{2}}{12.5 \lambda_0} = \\ &= \text{arc tg} \frac{0.0133 \lambda_0 (1 + 2k) + 2 \sum_0^{k-1} n a_n + a_k}{25 \lambda_0} \end{aligned}$$

$$e = 0.4 \text{ mm} = 0.0133 \lambda_0 \text{ para } \lambda_0 = 3 \text{ cms.}$$

La expresión (4.3) debe cumplirse para cada una de las guías. A fin de facilitar el cálculo se ha utilizado la curva $\frac{a}{\lambda_0}$ vs. n dada en la figura 3.4 y luego de un proceso de valoración sucesiva se han determinado los siguientes valores de n_k y a_k que satisfagan la expresión 4.3.

$n_0 = 0.8$	$a_0 = 0.833 \lambda_0$
$n_1 = 0.775$	$a_1 = 0.792 \lambda_0$
$n_2 = 0.74$	$a_2 = 0.744 \lambda_0$
$n_3 = 0.68$	$a_3 = 0.682 \lambda_0$
$n_4 = 0.61$	$a_4 = 0.631 \lambda_0$
$n_5 = 0.54$	$a_5 = 0.594 \lambda_0$
$n_6 = 0.47$	$a_6 = 0.565 \lambda_0$
$n_7 = 0.38$	$a_7 = 0.54 \lambda_0$

De los últimos valores se puede observar que todos los a_k se mantienen entre los límites $\lambda_0/2$ y λ_0 a fin de que el modo TE_{1,0} de la frecuencia de 10 GHz. pueda propagarse entre las guías impidiendo cualquier modo superior.

La suma total de los anchos de cada guía o sea $14 a_k$ y los espesores de las paredes o sea $15e$ nos da $10,96 \lambda_0$ que es la dimensión de la apertura de la bocina. De esta manera los rayos en los extremos de la bocina serán apropiadamente guiados por el lente.

$$r = \frac{1 - n}{1 - n \cos \theta} f \quad (4.6)$$

Las expresiones (4.5) y (4.6) corresponden a la ecuación de una elipse en coordenadas cartesianas y polares respectivamente y, las guías individuales deben tener cierta longitud que den al lente ese perfil elíptico.

En la construcción de este lente se utilizarán 17 guías de onda, de manera que el largo de la apertura sea $10,96 \lambda$. para lograr el acoplamiento con la bocina.

$$\text{Por lo tanto: } 10,96 \lambda = 17 a + 16 \times 0,0133 \lambda.$$

Donde a es el ancho de cada guía y $0,0133 \lambda$ es el espesor del material.

Se ha determinado finalmente un valor $a = 0,632 \lambda$. que corresponde a un índice de refracción $n = 0,61$.

Por otra parte, en la figura 4.7 y de acuerdo a 4.6 se tiene:

$$r_1 = \frac{1 - n}{1 - n \cos \theta_1} f$$

pero $r_1 = 13,65 \lambda$. y $n = 0,61$ por lo tanto:

VALORES DE LOS RADIOS DEL CONITORNO ELIPTICO PARA DIFERENTES ANGULOS

$\cos \Theta$	$n \cos \Theta = 0.61 \cos \Theta$	$1 - n \cos \Theta$	$\frac{1-n}{1-n \cos \Theta}$	$\frac{r}{\lambda_0} = \frac{(1-n)15.43}{1-n \cos \Theta}$
1.00000	0.610000	0.3900000	1.000000	15.430000
0.9998	0.609878	0.390122	0.999680	15.425060
0.9994	0.609634	0.390366	0.999062	15.415527
0.9986	0.609146	0.390854	0.997815	15.396285
0.9976	0.608536	0.391464	0.996260	15.372292
0.9962	0.607682	0.392318	0.994091	15.338824
0.9945	0.606645	0.393355	0.991470	15.298382
0.9925	0.605425	0.394575	0.988405	15.251089
0.9903	0.604083	0.395917	0.985054	15.199383
0.9877	0.602497	0.397503	0.981124	15.138743
0.9848	0.600728	0.399272	0.976777	15.071669
0.9816	0.598776	0.401224	0.972025	14.998346
0.9781	0.596641	0.403359	0.966880	14.918958
0.9744	0.594384	0.405616	0.961500	14.835945
0.9703	0.591883	0.408117	0.955608	14.745031
0.9659	0.589199	0.410801	0.949364	14.648687
0.9613	0.586393	0.413607	0.942924	14.549317
0.9563	0.583343	0.416657	0.936021	14.442804
0.9511	0.580171	0.419830	0.928947	14.333652
0.9455	0.576755	0.423245	0.921452	14.218004
0.9397	0.573217	0.416783	0.913813	14.100135
0.9336	0.569496	0.430504	0.905914	13.978253
0.9272	0.565592	0.434408	0.897773	13.852637
0.9205	0.561505	0.438495	0.889405	13.723519
0.9135	0.557235	0.442765	0.880828	13.591176
0.9063	0.552843	0.447157	0.872176	13.457676

4.4.4. Lente de revolución para la bocina piramidal.

Para la bocina de tipo piramidal se ha diseñado un lente de tipo normal (sigue la ley de Snell). Por razones ya vistas en el capítulo III se ha escogido un índice de refracción $n = 0.6$ y una longitud focal de $12.5 \lambda_0$. En estas condiciones, el espesor del lente sería muy abultado para ángulos grandes por lo cual se ha utilizado el sistema de zonas. El ancho de cada zona, según la expresión (3.85) está dado por:

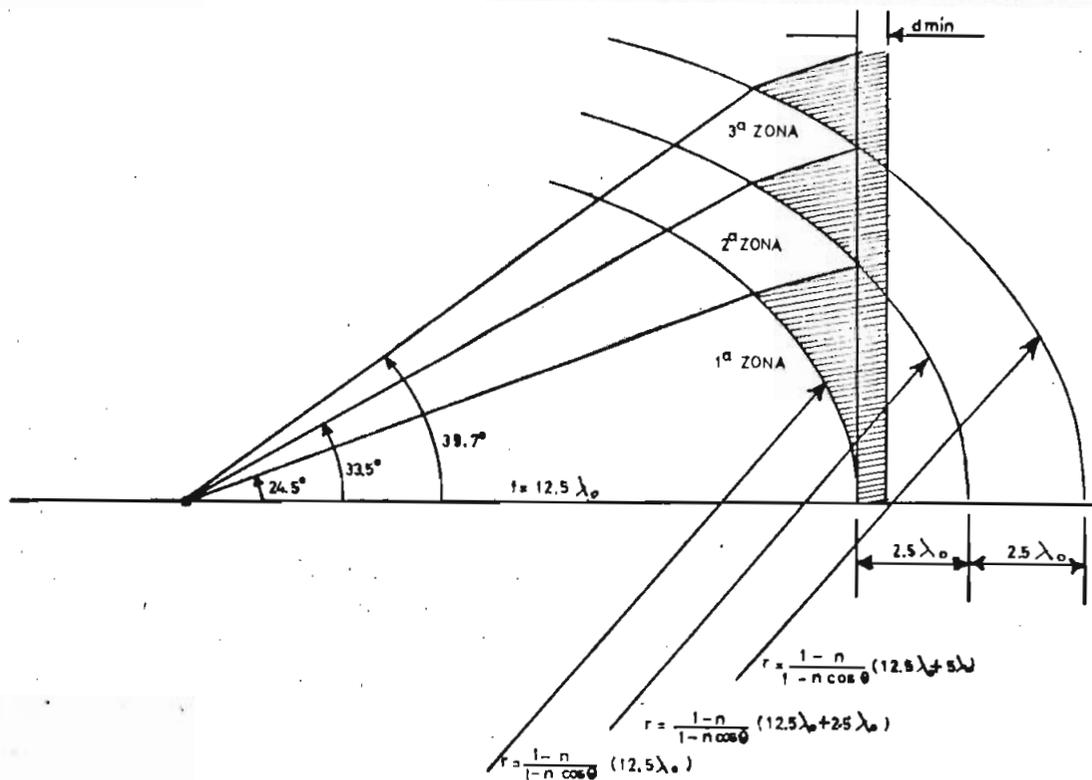
$$\frac{\lambda_0}{1 - 0.6} = 2.5 \lambda_0$$


FIG. 4.9

En la figura 4.9 se indican las ecuaciones de las elipses de cada una de las zonas y los ángulos indicados determinan los puntos donde cada zona adquiere el espesor $\frac{\lambda_0}{1-n} = 2.5 \lambda_0$ y para encontrarlos basta utilizar la ecuación paramétrica (3.62) que nos da las abcisas de los puntos del contorno elíptico:

$$x = \frac{1 - \cos \theta}{1 - n \cos \theta} f$$

De esta manera se puede obtener el perfil de la lámina localizada justamente al centro del conjunto de láminas verticales separadas una distancia $a = 1,875$ cms. para tener un $n = 0,6$.

Los perfiles de las demás láminas del conjunto pueden ser determinados por un método gráfico: Giramos cada punto del contorno elíptico de la lámina central hasta lograr la intersección con las demás láminas. Si conocemos la abcisa del punto, que se mantiene constante al efectuar la revolución, se puede determinar las nuevas posiciones del punto sobre los planos de las otras láminas. Si efectuamos este proceso punto por punto, podremos determinar todos los perfiles.

A continuación, la tabla 4-2 que nos da los radios para diferentes ángulos. De esa tabla se puede observar que para cubrir toda la apertura de la bocina se han requerido tres zonas.

T A B L A 4 - 2

VALORES DEL RADIO DEL CONTORNO ELIPTICO PARA DIFERENTES

ANGULOS DEL LINTE DE REVOLUCION

θ	$\frac{1-\eta}{1-\eta \cos \theta}$	$\frac{r}{\lambda_0}$ (PRIMERA ZONA)	$\frac{r}{\lambda_0}$ (SEGUNDA ZONA)	$\frac{r}{\lambda_0}$ (TERCERA ZONA)
0	1.0000	12.5000		
1	0.9997	12.4963		
2	0.9991	12.4888		
3	0.9979	12.4738		
4	0.9964	12.4550		
5	0.9943	12.4288		
6	0.9918	12.3975		
7	0.9888	12.3600		
8	0.9856	12.3200		
9	0.9818	12.2725		
10	0.9777	12.2213		
11	0.9731	12.1638		
12	0.9681	12.1013		
13	0.9630	12.0375		
14	0.9573	11.9663		
15	0.9513	11.8913		
16	0.9451	11.8138		
17	0.9384	11.7300		
18	0.9316	11.6450		
19	0.9244	11.5550		
20	0.9170	11.4625		
21	0.9094	11.3675		
22	0.9015	11.2688	13.5225	
23	0.8934	11.1675	13.4010	
24	0.8851	11.0638	13.2765	
25	0.8767	10.9588	13.1505	
26	0.8682		13.0230	
27	0.8594		12.8910	
28	0.8505		12.7575	
29	0.8416		12.6240	
30	0.8326		12.4890	14.5705
31	0.8235		12.3525	14.4113
32	0.8143		12.2145	14.2503
33	0.8051		12.0765	14.0893
34	0.7958		11.9370	13.9265
35	0.7866			13.7655
36	0.7773			13.6028
37	0.7679			13.4383
38	0.7587			13.2773

CAPITULO QUINTO

RESULTADOS EXPERIMENTALES

5.1. INTRODUCCION.

Con el objeto de comprobar las características dadas en la teoría de los lentes y sus efectos sobre la ganancia y lóbulos de radiación de las bocinas se efectuó la parte experimental de este trabajo, la misma que consta básicamente de tres partes:

- a) Determinación de la relación de ondas estacionarias y de la Impedancia de las bocinas con y sin lentes.
- b) Comparación de los lóbulos de radiación de la bocina cuanto ésta radia con y sin lente.
- c) Determinación del incremento de ganancia que introducen los lentes.

5.2. DETERMINACION DE LA RELACION DE ONDA ESTACIONARIA "S" Y DE LA IMPEDANCIA DE LAS DOS BOCINAS CON Y SIN LENTE.

5.2.1. Equipo Utilizado.

Para efectuar la medición utilizamos el siguiente equipo:

1. Generador de microonda SIVERS LAB
2. Fuente de alimentación para el generador.

3. Atenuador variable (35 dB) SIVERS LAB
4. Guía ranurada con diodo detector
5. Medidor de SWR
6. Terminación en cortocircuito
7. Bocinas y lentes.

El equipo mencionado se le dispuso de acuerdo al arreglo indicado en -
la figura (5.1)

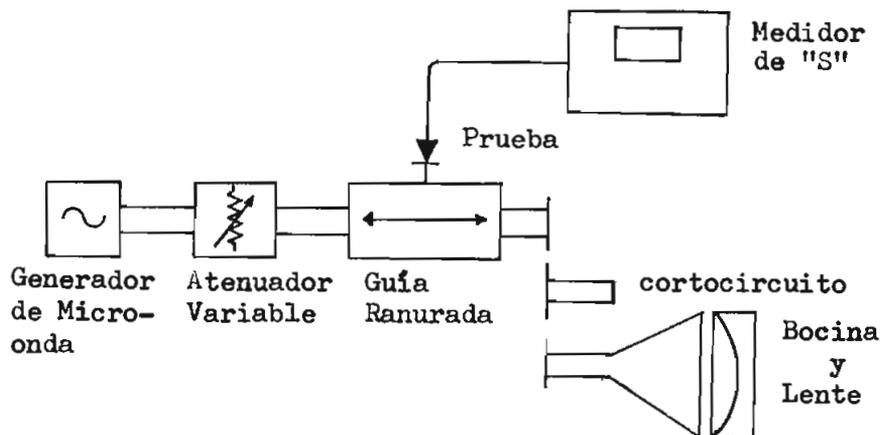


FIG. 5-1

5.2.2. Forma de medición y resultados.

Se utilizó el conocido método que consiste en determinar la dis-
tancia electromagnética entre un mínimo de voltaje cuando el sistema -
está terminado en la impedancia a medirse y un mínimo cuando la impe--

dancia se reemplaza por un cortocircuito. El valor de la relación de onda estacionaria se leyó directamente en el medidor de SWR y la longitud de onda dentro de la guía para cada frecuencia, se determinó a partir de la expresión:

$$\lambda_g = \frac{\lambda_o}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_o}{2a}\right)^2}}$$

$a = \text{ancho de la guía} = 2.3 \text{ cms.}$

De esta manera se han calculado los valores de impedancia normalizada, para cada frecuencia, y se indican en las tablas (5.1), (5.2), (5.3), (5.4) y (5.5) y los correspondientes lugares formados en la Carta de Smith aparecen en las figuras (5.2), (5.3), (5.4), (5.5) y (5.6)

T A B L A 5.1			
Valores de S y Z_r / Z_o de la bocina en sector			
Nº	Frecuencia GHz	S	Z_r / Z_o
1	9.5	1.29	1.08 - j 0.25
2	9.6	1.18	0.87 + j 0.09
3	9.7	1.26	1.07 + j 0.23
4	9.8	1.4	1.36 - j 0.16
5	9.9	1.25	0.92 - j 0.20
6	10.0	1.22	0.84 + j 0.08
7	10.1	1.17	1.01 + j 0.16
8	10.2	1.26	1.23 + j 0.11
9	10.3	1.26	0.88 - j 0.18
10	10.4	1.18	0.85 - j 0.03

T A B L A 5.2

Valores de S y Z_r/Z_o de la bocina en sector con lente de "n" variable			
Nº	Frecuencia GHz	S	Z_r / Z_o
1	9.6	1.5	0.72 + j 0.21
2	9.7	1.41	1.00 + j 0.34
3	9.8	1.4	1.40 + j 0.01
4	9.9	1.31	1.15 - j 0.25
5	10.0	1.2	1.08 + j 0.14
6	10.1	1.15	1.06 - j 0.13
7	10.2	1.18	0.89 - j 0.11
8	10.3	1.32	1.05 + j 0.28
9	10.4	1.4	1.31 - j 0.24

T A B L A 5.3

Valores de S y Z_r/Z_o de la bocina con lente de "n" constante			
Nº	Frecuencia GHz	S	Z_r / Z_o
1	9.6	1.8	0.67 + j 0.36
2	9.7	2.1	1.97 + j 0.41
3	9.8	1.7	0.82 - j 0.45
4	9.9	1.42	0.78 + j 0.23
5	10.0	1.28	1.24 + j 0.13
6	10.1	1.37	0.75 - j 0.10
7	10.2	1.26	1.19 + j 0.15
8	10.3	1.33	0.89 - j 0.25
9	10.4	1.18	0.90 + j 0.13

T A B L A 5.4

Valores de S y Z_r / Z_o de la bocina piramidal

Nº	Frecuencia GHz	S	Z_r / Z_o
1	9.5	1.28	0.78 + j 0.00
2	9.6	1.24	0.88 + j 0.17
3	9.7	1.17	1.10 + j 0.14
4	9.8	1.07	0.99 - j 0.06
5	9.9	1.12	0.90 - j 0.05
6	10.0	1.27	0.83 + j 0.08
7	10.1	1.08	1.05 + j 0.05
8	10.2	1.10	1.08 - j 0.02
9	10.3	1.075	1.04 - j 0.04
10	10.4	1.035	1.00 - j 0.03

T A B L A 5.5

Valores de S y Z_r / Z_o de la bocina piramidal con lente

Nº	Frecuencia GHz	S	Z_r / Z_o
1	9.4	1.76	1.32 + j 0.58
2	9.5	1.25	0.81 + j 0.07
3	9.6	1.8	0.67 + j 0.37
4	9.7	1.2	0.83 + j 0.01
5	9.8	1.12	0.90 + j 0.05
6	9.9	1.65	0.65 - j 0.22
7	10.0	1.2	0.83 + j 0.02
8	10.1	1.27	0.87 - j 0.17
9	10.2	1.45	1.15 - j 0.38
10	10.3	1.15	1.15 + j 0.03

5.3. DETERMINACION DE LOS DIAGRAMAS DE RADIACION.

5.3.1. Equipo utilizado.

Los diagramas de radiación de las bocinas con y sin lente fueron determinados para una frecuencia de 9.7 GHz. por no haber disponible un generador de 10 GHz. (frecuencia de diseño).

A continuación se indica la lista del equipo utilizado en esta parte práctica.

1. Fuente de poder para Klystron marca "Sivers Lab"
2. Oscilador de microonda marca "Philips"
3. Atenuador tipo guía de onda marca "Sivers Lab"
4. Medidor de frecuencia marca "Hewlett Packard"
5. Medidor de SWR marca "Hewlett Packard"
6. Terminación con diodo detector marca "Sivers Lab"
7. Antena de bocina de referencia
8. Antenas de bocina y lentes en prueba con estructura giratoria.

El equipo indicado se dispuso de la manera indicada en la figura (5.7).

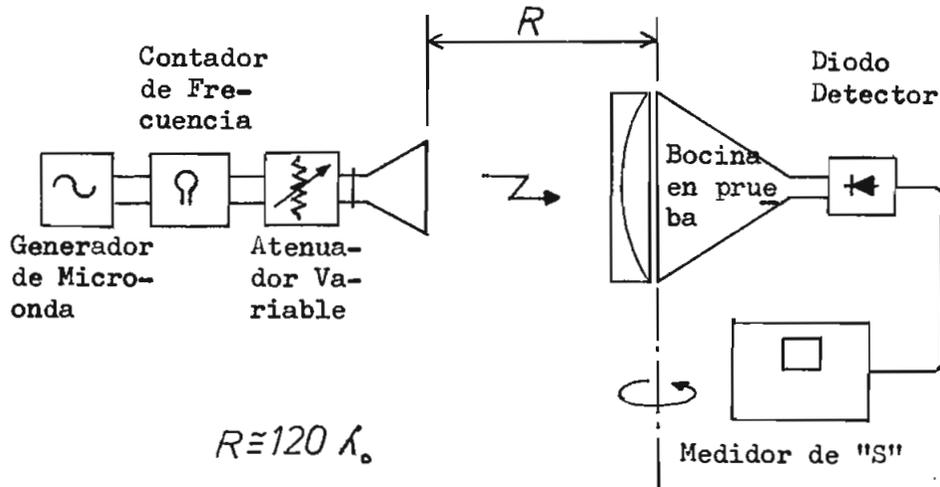


FIG. 5-7

5.3.2. Forma de medición y resultados.

(Radiación Directa)

Las bocinas y lentes en prueba se colocaron en la recepción y para determinar los diagramas de radiación se siguieron los siguientes pasos:

1. Se colocó la bocina en prueba en una posición de $\theta = 0^\circ$ y frente a frente a la bocina de transmisión.
2. Se determinó una atenuación de referencia en el atenuador variable y también una lectura de referencia en el medidor de SWR.

3. Se giró la bocina en prueba hacia uno y otro lado en pasos de 2.5° .
4. Cada 2.5° se cambió la atenuación del atenuador variable aumentando o reduciendo su atenuación hasta lograr exactamente la lectura de referencia obtenida en el paso número 2.

De esta manera se podía saber el campo para cualquier ángulo θ relativos al campo para $\theta = 0$.

Así se han elaborado las tablas 5.6, 5.7, 5.8, 5.9 y 5.10. Las respectivas representaciones se encuentran en los diagramas 5.8, 5.9, 5.10, 5.11 y 5.12.

Se debe indicar que todos los modelos de radiación han sido obtenidos en el plano H únicamente y debido a impedimentos mecánicos no se pudo obtener en el plano E.

T A B L A 5.6

BOCINA PIRAMIDAL CON LENTE			
Lado Izquierdo		Lado Derecho	
θ (Grados)	Nivel Relativo	θ (Grados)	Nivel Relativo
0	0	0	0
2.5	-2	2.5	-1
5	-9	5	-5
7.5	-26	7.5	-14
8.5	-40	9	-34
10	-24.5	10	-21
11	-24	12	-23
12.5	-28	12.5	-27.5
17	-45	15	-35.5
17.5	-38	17.5	-36
20	-28	18.5	-45
21	-25	20	-34.3
22	-23	22.5	-30
23	-22	24	-30
24	-22		
25	-21		

T A B L A 5.7

BOCINA PIRAMIDAL SIN LENTE			
Lado Izquierdo		Lado Derecho	
θ (Grados)	Nivel Relativo	θ (Grados)	Nivel Relativo
0	0	0	0
2.5	-1	2.5	-0.5
5	-1	5	-0.5
7.5	-1.5	7.5	-1
10	-3	10	-2
12.5	-4	15	-4
15	-6	17.5	-6
17.5	-9	20	-8.5
20	-11	22.5	-11.5
22.5	-12.5	25	-14.5
25	-14	27.5	-17.1
27.5	-16.5	30	-20.5
30	-28	32.5	-26.5
35	-19.5	35	-30
37.5	-19	37.5	-26.5
40	-26.5	40	-28

T A B L A 5.8

BOCINA EN SECTOR SIN LENTE			
Lado Izquierdo		Lado Derecho	
θ (Grados)	Nivel Relativo	θ (Grados)	Nivel Relativo
0	0	0	0
2.5	-1	2.5	-0.5
5	-2.5	5	-2
7.5	-4	7.5	-3
10	-4	10	-3
12.5	-4.5	12.5	-3.5
15	-7.5	15	-6
17.5	-7.3	17.5	-7
20	-5.5	20	-5.5
22.5	-5.4	22.5	-5
25.0	-8.5	25	-6
27.5	-11	27.5	-8.8
30	-14.5	30	-12
32.5	-19.6	32.5	-16.9
35	-28.5	33.5	-20
37.5	-19.3	35	-31.5
38	-18.8	37.5	-21
40	-12.5	40	-20.5
42.5	-24	42.5	-23
45	-38.5	45	-32.5

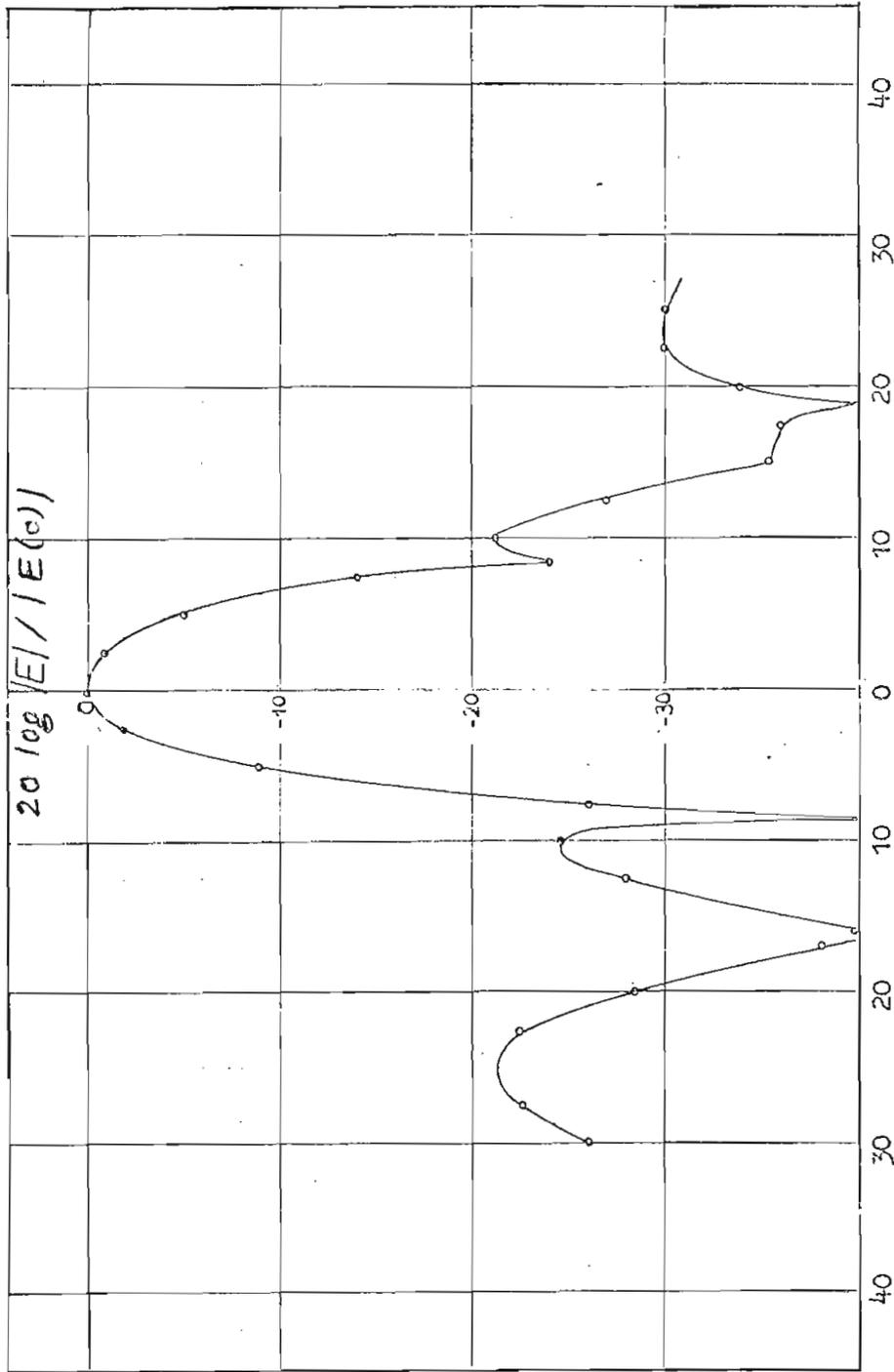
T A B L A 5.9

BOCINA EN SECTOR CON LENTE DE "N" CONSTANTE			
Lado Izquierdo		Lado Derecho	
θ (Grados)	Nivel Relativo	θ (Grados)	Nivel Relativo
0	0	0	0
2.5	-1	2.5	1.5
5	-7.5	5	-8
7.5	-16.9	7.5	-15
10	-15.5	10	-16
12.5	-15.5	12.5	-17.5
15	-17.5	15	-19.3
17.5	-25	17.5	-24.5
20	-17.5	20	-19.1
22	-16	22.5	-18.5
22.5	-16.5	26.5	-25.5
25	-20	27.5	-27
27.5	-28	30	-22
30	-26.9	32.5	-21
32.5	-23	35	-24.5
35	-21	37.5	-32
37.5	-22	40	-29
42.5	-23	42.5	-36.9
45	-28.9	43	-33.5
		45	-27.5

T A B L A 5.10

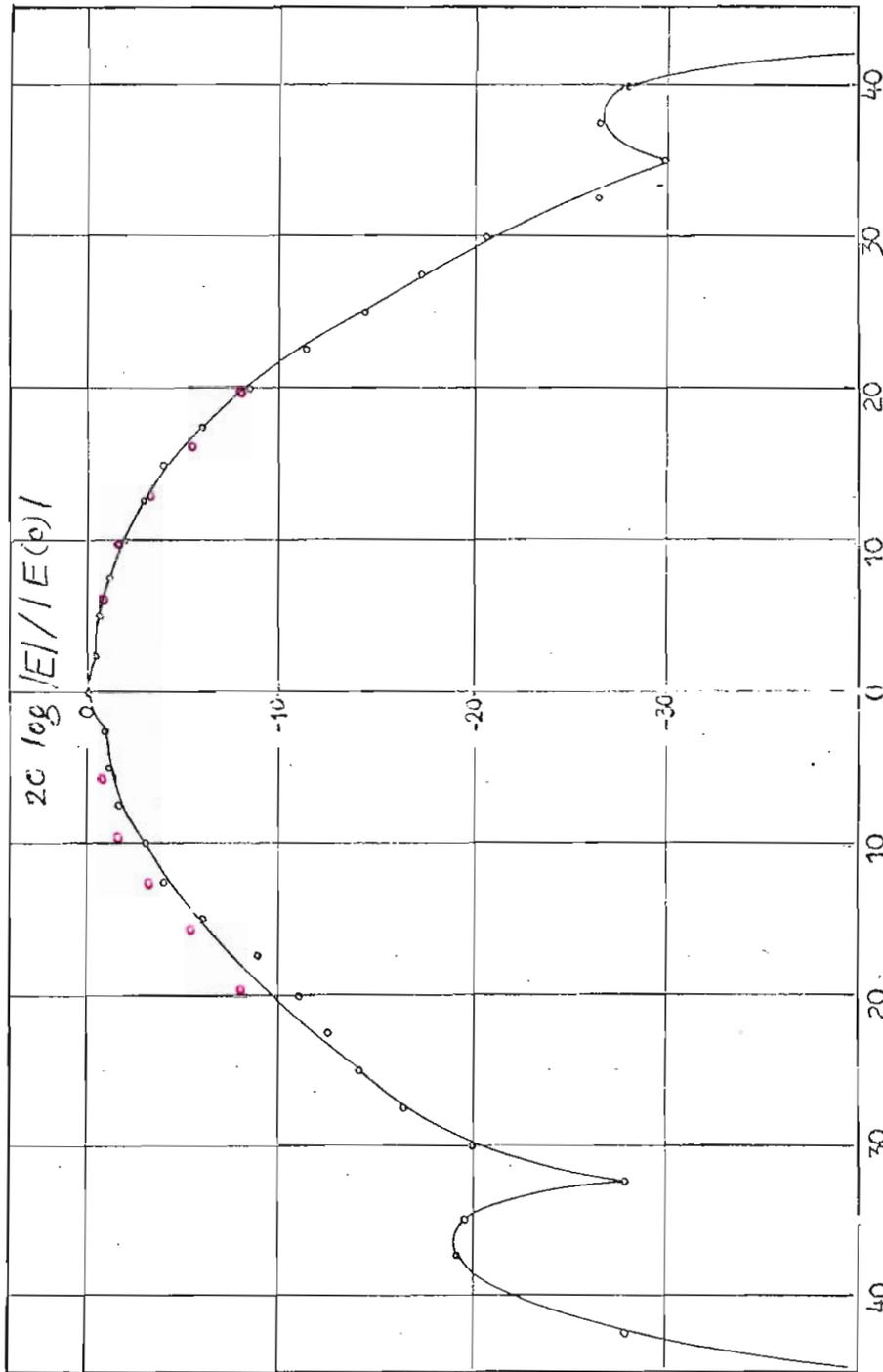
BOCINA EN SECTOR CON LENTE DE "N" VARIABLE

Lado Izquierdo		Lado Derecho	
θ (Grados)	Nivel Relativo	θ (Grados)	Nivel Relativo
0	0	0	0
2.5	-1.5	2.5	-2
5	-7.2	5	-7.5
7.5	-16	7.5	-15
10	-15.2	10	-15
12.5	-15.5	12.5	-16
15	-18.5	15	-19.2
17.5	-24.5	17.5	-25.8
20	-19	20	-18
22	-16	21	-17
22.5	-16.5	22.5	-18
25	-21.5	25	-24
27.5	-28.5	27.5	-26.2
30	-27	30	-20
32.5	-23	32.5	-19
35	-19.5	35	-22
37.5	-23	37.5	-27.5
40	-22.5	40	-27.5
45	-34	44	-33
		45	-29



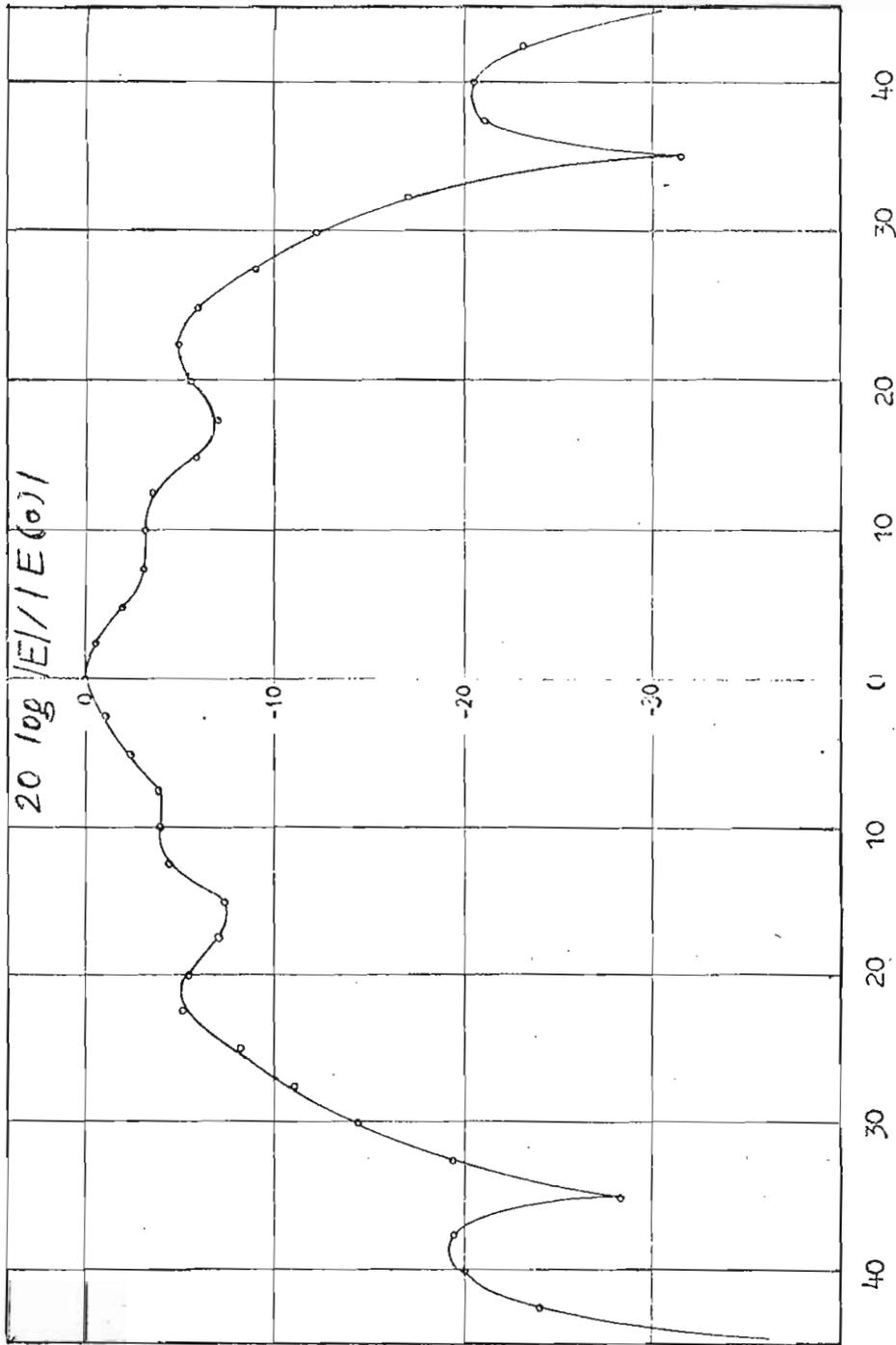
MODELO DE RADIACION EN EL PLANO H DE LA BOCINA PIRAMIDAL CON LENTE

FIG. 5-8



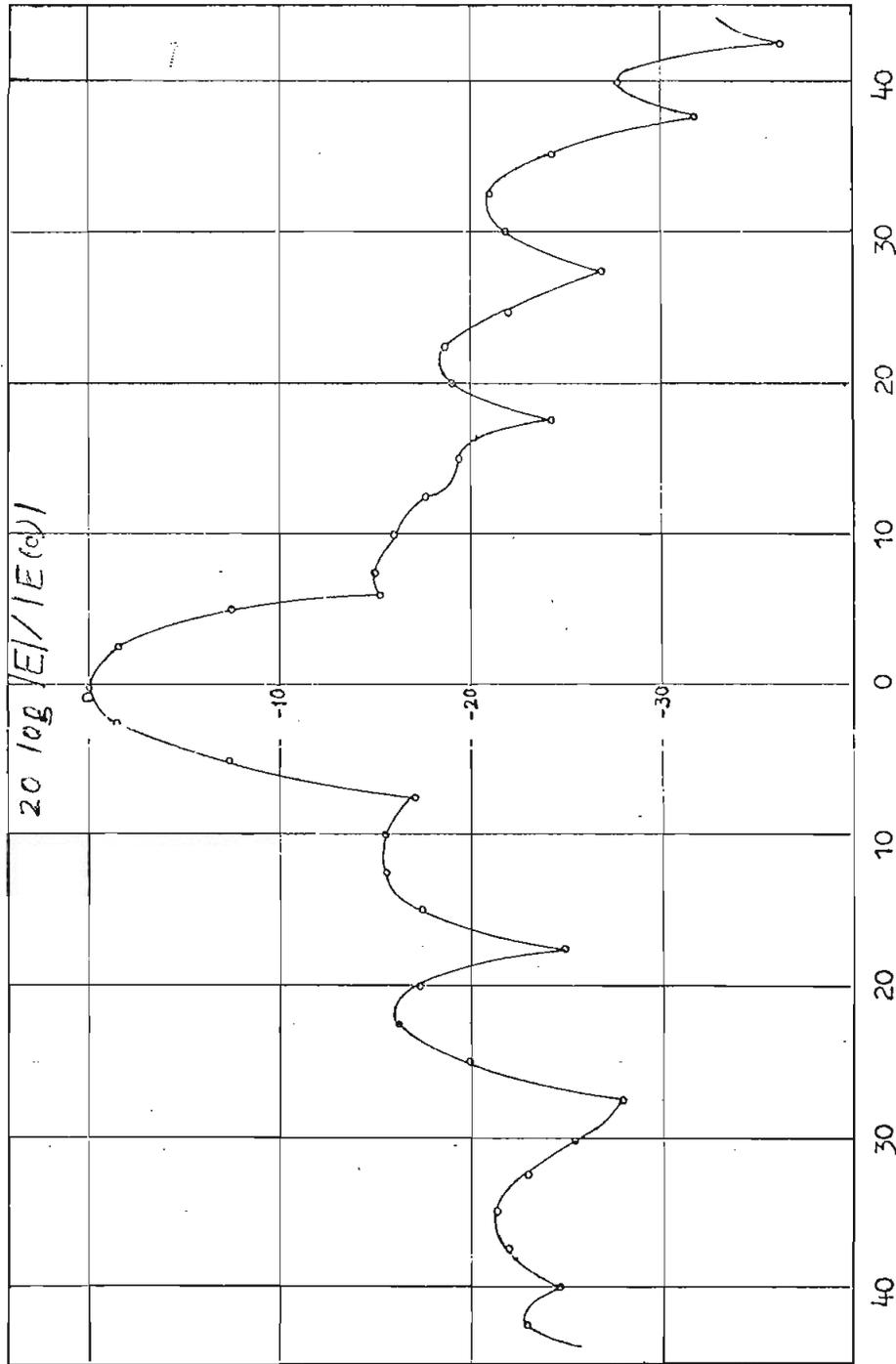
MODELO DE RADIACION EN EL PLANO H DE LA BOCINA PIRAMIDAL SIN LENTE

FIG. 5-9



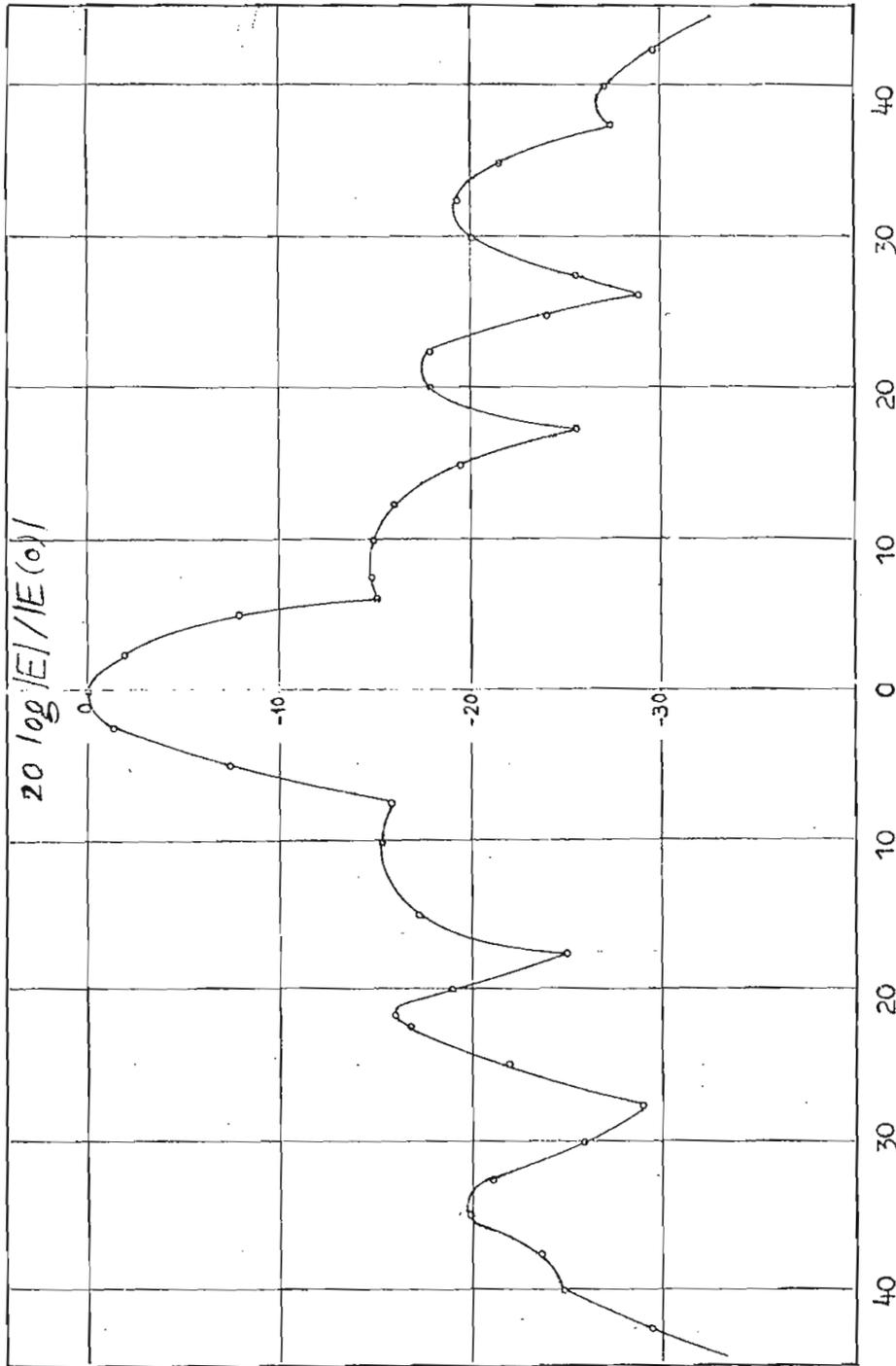
MODELO DE RADIACION EN EL PLANO H DE LA BOCINA EN SECTOR SIN LENTE

FIG. 5-10



MODELO DE RADIACION EN EL PLANO H DE LA BOCINA EN SECTOR CON LENTE DE "7" CONSTANTE

FIG. 5-11



MODELO DE RADIACION EN EL PLANO H DE LA BOCINA EN SECTOR CON LENTE DE "H" VARIABLE

FIG. 5-12

En este punto cabe indicar, que como una práctica adicional se diseñó una bocina piramidal de apertura rectangular. Este diseño no se ha mencionado en el capítulo cuarto pero, dado que esta bocina tiene buena ganancia y ha servido para efectuar comparaciones con la otra bocina piramidal, creo conveniente mencionarlo aquí. Las dimensiones de esta bocina se indican en la figura 5.13, los valores de los niveles de su modelo de radiación se indican en la tabla 5.11 y su representación en la figura 5.14.

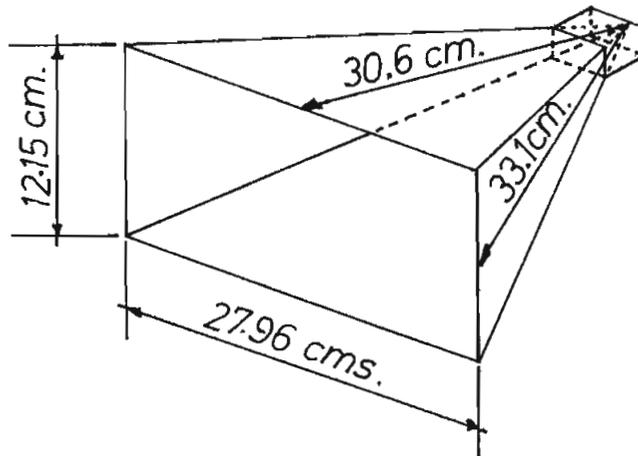
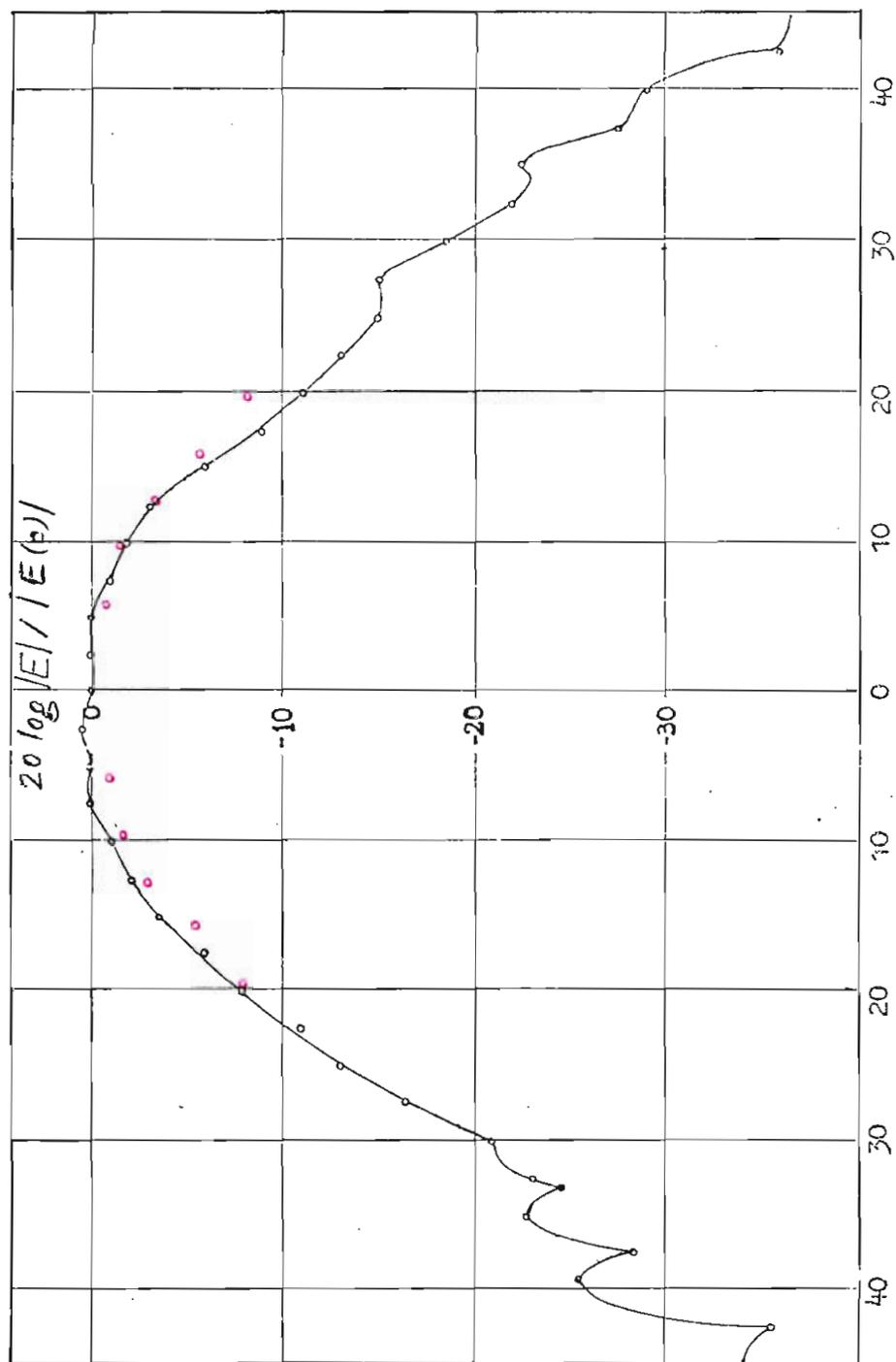


FIG. 5-13

T A B L A 5.11			
BOCINA PIRAMIDAL - RECTANGULAR			
Lado Izquierdo		Lado Derecho	
θ (Grados)	Nivel Relativo	θ (Grados)	Nivel Relativo
0	0	0	0
3	+0.5	2.5	+0.1
5	0	5	0
7.5	0	7.5	-1
10	-1	10	-2
12.5	-2	12.5	-3
15	-3.5	15	-6
17.5	-6	17.5	-9
20	-8	20	-11
22.5	-11	22.5	-13
25	-13	25	-15
27.5	-16.5	27.5	-15
30	-21	30	-18.5
31	-21.5	32.5	-22
32.5	-23	34	-23
33	-24.5	35	-22.5
35	-23	37.5	-27.5
37.5	-28.5	40	-29.2
39	-25.5	42.5	-36
42.5	-35.5	45	-36.5
45	-34		



MODELO DE RADIACION EN EL PLANO H DE LA BOCINA PIRAMIDAL RECTANGULAR

FIG. 5-14

5.4. DETERMINACION DE LA GANANCIA.

No fue posible encontrar la ganancia absoluta de las antenas - pero si se determinó el incremento de ganancia que introducen los lentes sobre la ganancia direccional de las bocinas solas.

Para el efecto se utilizó la misma disposición de equipo indicada en la figura 5.7.

El procedimiento fue el siguiente:

- a) Colocando el lente sobre la bocina en prueba se determinó una lectura de referencia en el medidor de SWR y se anotó la atenuación del atenuador variable en la parte de transmisión.
- b) Retirado el lente de la bocina en prueba se redujo la atenuación del atenuador variable hasta lograr la misma lectura de referencia en el medidor de SWR.

La diferencia entre las dos lecturas del atenuador en los pasos a) y b) corresponde al incremento de ganancia direccional que aporta el lente.

Es necesario indicar que las antenas de transmisión y recepción deben ser colocadas frente a frente para llevar a cabo este experimento.

De esta manera se obtuvieron los siguientes resultados:

- a) Incremento de ganancia producido por el lente de revolución sobre la bocina piramidal simétrica igual a 14 dB.
- b) Incremento de ganancia del lente de "n" constante sobre la bocina en sector = 3 dB.
- c) Incremento de ganancia del lente de "n" variable sobre la bocina en sector = 2 dB.
- d) La ganancia de la bocina piramidal rectangular es 6 dB mayor que la de la piramidal simétrica.

5.5. DISCUSION DE LOS RESULTADOS.

5.5.1. Análisis de los valores de Relación de Ondas Estacionarias e Impedancia obtenidos.-

Para la realización de esta parte experimental se despejó convenientemente el espacio localizado frente a las bocinas y lentes en prueba con el objeto de evitar reflexiones de señal. Debe anotarse que el tamaño de un objeto pequeño resulta comparable a la longitud de onda de frecuencia dentro de la banda X.

Los puntos de Z_r / Z_o , obtenidos para cada frecuencia e indicados en las Cartas de Smith de las figuras 5-2, 5-3, 5-4, 5-5 y 5-6 forman lugares que tienden a cerrarse alrededor del punto correspondiente al acoplamiento ($Z_r / Z_o = 1$). Claramente se puede observar que las curvas de las figuras correspondientes a las bocinas sin lente se aproximan más hacia el centro de la carta demostrando así que el acoplamiento es bueno. En estas condiciones los valores de "S" son inferiores a 1.4 para la bocina en sector e inferiores a 1.28 para la bocina piramidal simétrica dentro de la banda de ± 0.5 GHz alrededor de la frecuencia de diseño.

Lo anterior confirma uno de los primeros puntos tratados en la teoría en el que se considera a la bocina como acoplador de la impedancia de onda de la guía de alimentación y la impedancia intrínse

ca del espacio libre.

Los valores de "S" para el caso del conjunto bocina-lente son en promedio mayores que aquellos de las bocinas solas. Es natural que la introducción del lente en un sistema acoplado introduce cierto desacoplamiento debido a la diferencia de Impedancia de onda en el lente y el espacio libre. También las paredes que forman el lente producen reflexiones.

Resulta difícil aplicar cualquiera de las técnicas mencionadas en el capítulo III, conducentes a mejorar el valor de "S", evitando u orientando apropiadamente las señales reflejadas. La más factible de efectuarla, inclinando el lente un pequeño ángulo, fue posible realizarlo momentáneamente más no de manera continua como para efectuar mediciones en toda la banda. Más aún, por las características del lente, una inclinación de éste, da lugar a pérdidas de energía.

Las curvas 5-3, 5-4 y 5-6 muestran curvas más alejadas del punto de acoplamiento debido a mayores valores de "S". La situación no es crítica, sin embargo, y se puede concluir que los lentes metálicos pueden acoplarse con relativa facilidad a una antena de bocina especialmente en ciertas frecuencias.

5.2.2. Diagramas de radiación.-

Iniciaré este punto indicando que los diagramas de radiación han sido obtenidos para las proximidades de $\theta = 0$ en vista de que esa es la zona que nos interesa y por la distribución de campo que existe en las aperturas de las bocinas con lentes, se determinó en el capítulo III, que el lóbulo mayor de radiación se tiene para $\theta = 0$.

a) Bocina piramidal simétrica y lente de revolución.-

Tomando en cuenta las dimensiones de la bocina piramidal simétrica dadas en la figura 4-4, la diferencia máxima de fase en el plano H, de acuerdo a la expresión (2.58) es:

$$\beta_1 = \frac{2\pi a^2}{8 \lambda_0 L_h} = \frac{2\pi \times 27.96^2}{8 \times 3.1 \times 33.12} = 2\pi \times 0.95$$

De acuerdo a este valor se han calculado los valores teóricos del diagrama de radiación, dentro del rango de ángulos que da la figura 10-4 del libro "Antenna Handbook" de Jasik*. Los valores teóricos están indicado con puntos rojos en la figura 5-9. Se puede notar una coincidencia casi total de los valores teóricos y los experimentales.

* JASIK H., "Antenna Engineering Handbook", Mc Graw Hill Book Co. Inc., 1961, pág. 10-5

El diagrama de radiación en el plano H del conjunto bocina piramidal-lente de la figura 5-6, se aproxima bastante al teórico dado por la figura 3-33. Si bien es cierto que el campo debe ser teóricamente cero para valores de " v " iguales a $3\pi/2$, $5\pi/2$, $7\pi/2$, $9\pi/2$, en el experimento se obtuvieron valores mínimos de campo, aunque no iguales a cero, para los correspondientes valores de θ ($\theta = \text{arc sen } \lambda \cdot v / \pi a$).

Comparando las figuras 5-8 y 5-9 correspondientes a los modelos de la bocina piramidal simétrica con y sin lente respectivamente claramente se puede concluir que el lente ha logrado cambiar el diagrama primario de poca directividad. Para tener una idea de este aumento de directividad observamos que el ancho del lóbulo principal en los puntos de media potencia ha sido reducido de 25° a 6° con el primer lóbulo secundario a 21 dB bajo el nivel máximo con la utilización del lente de revolución.

Si bien es cierto que las curvas experimentales se aproximan a las teóricas, hay diferencias entre ellas. Las razones de estas diferencias pueden resumirse de la siguiente manera:

- I) La frecuencia de diseño de todos los dispositivos fue 10 GHz, de safortunadamente la falta de un generador de esta frecuencia obligó a efectuar la práctica en 9.7 GHz. Naturalmente que esta frecuencia está localizada dentro de banda de utilización de los

lentes, según se había determinado en el capítulo III.

II) Fallas de construcción. Existen de hecho algunas pequeñas fallas originadas durante la construcción: fallas en las dimensiones de la bocina, fallas en el espaciamiento y perfil de las láminas - del lente y fallas de acoplamiento mecánico de los dos dispositivos. Tomando en cuenta que la longitud de onda a la frecuencia - de experimentación es 3.1 cms, todos los errores tienen su participación en la alteración de la distribución de campo y su efecto en la radiación.

Cabe indicar que en el lado izquierdo de los diagramas de la bocina con y sin lente existen lóbulos secundarios de mayor nivel que en el derecho posiblemente por una alteración del campo primario por algún defecto de la bocina.

III) Las sombras formadas por las zonas hace que la distribución de amplitud de campo eléctrico en el plano H, teóricamente considerada como sinusoidal, tenga sus interrupciones que afectan el diagrama de radiación.

IV) Las propiedades de las ondas electromagnéticas, a estas frecuencias, bastante cercanas a la de la luz, que han hecho posible la utilización de los lentes electromagnéticos hacen que - estas antenas se encuentren sujetas a aberraciones y fenómenos

similares a los ópticos. Uno de ellos es el fenómeno de la difracción que se produce en las paredes laterales dando lugar a los efectos de borde que, se ha llegado a determinar, son causantes de lóbulos secundarios de mayor nivel e incluso lóbulos traseros.

Como la distribución de Amplitud de campo es sinusoidal en el plano H, el campo es cero en las paredes laterales paralelas - al vector eléctrico, sin embargo la distribución uniforme en - el plano E hace que este campo no sea cero en las paredes normales al vector eléctrico. Es este campo difractado en las paredes normales al campo eléctrico que afecta el diagrama en el plano H*.

Más aún en el caso de nuestra bocina piramidal se ha colocado un marco metálico alrededor de la bocina para soporte del lente, cualquier campo difractado va a ser reflejado por el marco con la consecuente alteración de los modelos.

- V) Cabe indicar finalmente que la experimentación fue realizada - en un espacio cerrado sujeta a reflexiones incluyendo aquellas

* RUSSO P.M., RUDDUCK R.C., PETERS JR., A method for computing E - plane Patterns of Horn Antennas., IEEE Transactions on Antenna and Propagation., March 1965, pág. 223.

producidas por los propios equipos de experimentación. Las reflexiones producidas se suman al campo propagado y dependiendo de su fase van a alterar los modelos.

b) Bocina en sector y lentes respectivos.-

La máxima diferencia de fase que se tiene en la apertura de la bocina en sector, de acuerdo a sus dimensiones es:

$$\beta_1 = \frac{2\pi}{3.1} \cdot \frac{\overline{32.88}^2}{8 \times 40.95} = 2\pi \times 1.06$$

Como se ve, la diferencia máxima de fase es ligeramente mayor que en la bocina piramidal simétrica y esto ha originado que el diagrama en el plano H de la bocina en sector tenga un lóbulo principal más ancho que el de la bocina piramidal, confirmando el planteamiento teórico que a mayor error de fase en la apertura corresponde menor directividad y consecuentemente lóbulo principal más ancho.

En las figuras 5-12 y 5-11 podemos observar los diagramas de radiación en el plano H para las bocinas con lente de "n" variable y "n" constante respectivamente. De ellos se puede concluir que el comportamiento de los dos lentes es casi idéntico ya que ambos dan origen a diagramas de radiación iguales.

De la comparación de los diagramas de la bocina en sector con

y sin lentes se concluye que el conjunto bocina-lente es más direct cional que la bocina únicamente.

De acuerdo al modelo teórico generalizado y obtenido en la - figura 3-33, deberían existir ceros en $v = 3\pi/2, 5\pi/2, 7\pi/2$, correspondientes en este caso a $\theta = 8.2^\circ, 13.6^\circ, 19.3^\circ \dots$, para el diagrama de la bocina con lente.

Los diagrama obtenidos experimentalmente si bien muestran di rectividad en cambio no presentan los primeros "ceros" o mínimos - que harían al lóbulo principal más fino. Hay dos razones fundamen- tales por las cuales no se ha logrado obtener precisamente el mode lo teórico: distribución no uniforme de fase y desacoplamiento.

Hemos visto en los capítulos II y III que solamente una dis- tribución uniforme de fase sobre la apertura de la bocina da lugar a la formación de "ceros" en el diagrama de radiación, cualquier o tra distribución de fase hace que los "ceros" desaparezcan formán- dose "valles" e incluso que los primeros lóbulos laterales se jun- ten con el principal formando un lóbulo central más ancho y menos directividad*. Esto justamente es lo que ha sucedido en nuestro ca so al usar la bocina con cada uno de los dos lentes.

* SILVER S., "Microwave Antenna Theory and Design", Dover, 1965, pág. 189.

Las razones de este error de fase existente todavía en el conjunto bocina-lente se debe a que el punto en el cual se asumió está localizado el centro de fase no era correcto. Esto lo demuestra el hecho de que ambos lentes tienen efecto similar sobre el diagrama - primario.

Este problema se hubiese resuelto determinando experimentalmente el centro de fase por medio de un conjunto de lentes de diferentes distancias focales.

La segunda razón por la cual no hay total concordancia entre los módulos teórico y experimental es el desacoplamiento producido en las paredes del lente. De las tablas 5-2 y 5-3 se puede observar que a la frecuencia de 9.7 GHz los valores de "S" son 1.41 y 2.1 para la bocina en sector con lentes de "n" variable y constante respectivamente.

Estos valores de "S" nos dan una idea de las múltiples reflexiones en las paredes de los lentes y bocina que naturalmente afectarían la distribución de campo.

A manera de ilustración presento la figura (5-15) en la que a parecen los diagramas de radiación de una bocina en sector con lente sin acoplar y con lentes acoplados.

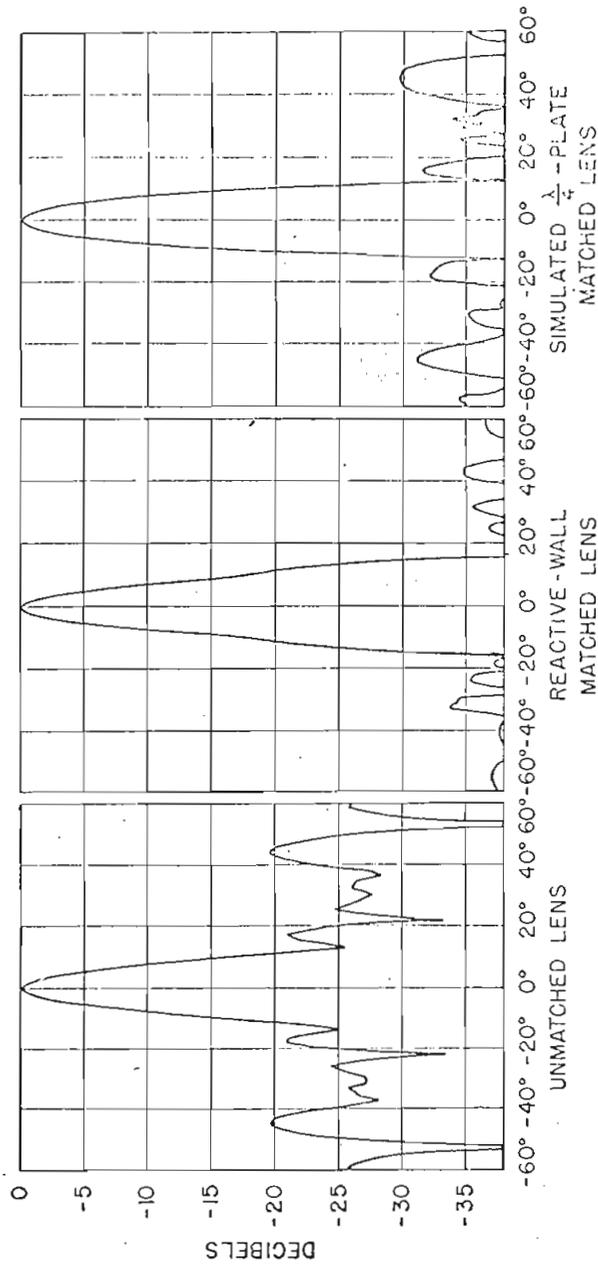


Fig. 3—Radiation patterns of an unmatched dielectric lens and two matched dielectric lenses. Patterns taken at 9.40 kmc, the design frequency of the matched lenses.

FIG 5-15

El autor* menciona que el valor de "S" antes del acoplamiento era 1.6 y luego del acoplamiento 1.02, logrando reducir los lóbulos laterales en 10 y 14 db.

c) Bocina Piramidal Rectangular.-

Esta bocina tiene el diagrama de radiación indicado en la figura 5-14. Los puntos rojos corresponden a los valores teóricos. - Se puede observar que hay concordancia entre la teoría y la práctica.

Comparando los diagramas de las dos bocinas piramidales simétrica y rectangular encontramos que son muy parecidas. Esto confirma lo expuesto en el capítulo II de que los lóbulos de radiación en el plano H dependen únicamente de la distribución de campo a lo largo de ese plano y de las dimensiones de la bocina en ese plano. Como ambas bocinas tienen dimensiones iguales en el plano H, los lóbulos en ese plano tienen también similitud.

5.2.3. Determinación de la ganancia relativa.

No fue posible determinar experimentalmente la ganancia absoluta

* JONES E., MORITA T., COHN S.B., "Measured Performance of Matched Dielectric Lenses.", IRE Transactions on Antenna and Propagation., Enero 1956, pág. 31.

luta de las antenas, debido a la falta de una bocina de referencia de ganancia conocida.

Utilizando los dispositivos en prueba en la parte de recepción se determinó la ganancia relativa de los lentes definida como la energía óptima recibida en el eje óptico de la combinación bocina-lente referida a la energía recibida por la bocina únicamente.

Esta ganancia adicional introducida por el lente de revolución fue 14 db.

De acuerdo a las curvas de Schelkunoff se ha calculado que la directividad de la bocina piramidal simétrica a la frecuencia 9.7 GHz. es 13.2 db. Utilizando la expresión (3.117) se ha determinado que la directividad del conjunto bocina lente es:

$$g = \frac{32}{\pi} \times \frac{27.96^2}{3.1^2} = 828$$

$$G \text{ (db)} = 29.2 \text{ db}$$

Esto determina que el lente, teóricamente, introduce un incremento de directividad 16 db.

El resultado experimental fue 14 db. Los 2 db de diferencia

se deberían a pérdidas de inserción del lente, errores de construcción, sensibilidad de los aparatos de medición y errores en la orientación de las partes de transmisión y recepción.

En lo que se refiere a la bocina y lentes en sector no tenemos una referencia teórica correcta por cuanto todo el análisis teórico desarrollado se hizo suponiendo que las dimensiones de las bocinas son de algunas longitudes de onda. En nuestro caso la bocina en sector y sus lentes fue diseñada con una altura igual a la guía de alimentación disponible y aproximadamente igual a $1/3$.

Experimentalmente se ha determinado que la ganancia relativa de los lentes es 3 db para el lente de índice de refracción constante y 2 db para el lente de índice de refracción variable.

Estos valores experimentales de ganancia relativa de los lentes son aceptables si tomamos en cuenta que los diagramas de radiación no tienen la directividad inicialmente esperada, por razones anteriormente indicadas.

Finalmente hemos visto que la ganancia de la bocina piramidal rectangular es mayor que la de bocina piramidal simétrica. A primera vista se podría pensar que el resultado debería ser al contrario en vista que la apertura de la piramidal simétrica es más grande que la de la piramidal rectangular.

Analizando los resultados de Schelkunoff podemos ver que la directividad está dada por la expresión:

$$g = \frac{\pi}{32} \left(\frac{\mathcal{E}_m \lambda_0}{b} \right) \left(\frac{\mathcal{E}_e \lambda_0}{a} \right)$$

El factor $\frac{\lambda_0 \mathcal{E}_m}{b}$ obtenido de las curvas 2-9 es igual para ambas bocinas, sin embargo el factor $\frac{\lambda_0 \mathcal{E}_e}{a}$ es mayor para la bocina piramidal rectangular debido a que el error de fase en el plano E es menor.

De esta manera, a la frecuencia de 9.7 GHz, la directividad de la bocina piramidal simétrica teóricamente es 13.2 db y de la piramidal rectangular es 20 db. La diferencia teórica de las ganancias es 6.8 dbs.

Experimentalmente se determinó una diferencia de 6 dbs.

CAPITULO SEXTO

COMENTARIOS Y CONCLUSIONES

Luego de la discusión de los resultados experimentales pueden concluir que existe mucha relación entre los teóricos y experimentales.

Es importante notar que en los desarrollos teóricos se han utilizado modelos ideales asumiendo conductores perfectos y la no presencia de superficies de reflexión.

Esta idealización se ha hecho a fin de facilitar la aplicación de la Teoría Electromagnética. Por ejemplo al asumir metales perfectos, de hecho estamos facilitando la utilización de las condiciones de borde. En la realidad habrá una componente tangencial de campo eléctrico que da lugar a pérdidas de acuerdo a la Ley de Joule.

La inexistencia de superficies de reflexión supone la presencia de ondas viajeras únicamente sin la formación de ondas estacionarias.

A parte de lo indicado, durante los desarrollos teóricos se han hecho también algunas aproximaciones, especialmente de tipo geométrico, que se han justificado individualmente al momento de efectuarlas.

En la parte experimental, ya se indicó en el capítulo ante-

rior, se presentaron problemas de construcción y experimentación. Entre estos últimos cabe indicar la falta de estructuras que faciliten la movilización del equipo y antenas en prueba.

Cabe mencionar que se trató de determinar la ganancia absoluta de las antenas por medio de un método propuesto por el autor Silver*. Este método llamado "de Reflexión" no pudo ser llevado a cabo con todo éxito justamente por la falta de estructuras a propósito. En este intento se pudo determinar un valor bastante confiable de la ganancia efectiva de la bocina piramidal, igual a 12.6 db que se aproxima bastante al teórico.

Para finalizar, repito, la experimentación ha justificado la teoría y puedo planter las siguientes conclusiones:

1. La bocina por sí mismo es una antena direccional.
2. Con el uso de los lentes electromagnéticos se puede mejorar notablemente la directividad de las bocinas solas.
3. Los diagramas de radiación de aperturas dependen de la distribución de amplitud y fase del campo sobre ellas.
4. A mayor uniformidad en la distribución de fase corresponde mayor

* SILVER S., "Microwave Antenna Theory and Design", Dover, 1965, pág. 585.

- directividad.
- 5. Los diagramas de radiación en uno de los planos E o H dependen, básicamente, de la distribución del campo en ese plano.

El conjunto bocina-lente es muy directivo y puede usarse con mucha efectividad en sistemas en que se requiere de alta directividad a frecuencias de microonda.

A P E N D I C E " A "

DETERMINACION DEL CAMPO ELECTRICO LEJANO PRODUCIDO POR UN ELEMENTO DE HUYGENS.

En la determinación del campo eléctrico generado por un elemento de Huygens es importante introducir los conceptos de corrientes y cargas magnéticas ficticias. Además recurriremos a los teoremas de Inducción y Equivalencia como poderosas herramientas en la consecución de nuestro objetivo.

1. CORRIENTES MAGNETICAS.

Recordamos las ecuaciones de Maxwell:

$$\nabla \times \bar{H} = \dot{\bar{D}} + \bar{i} \quad (a) \qquad \nabla \times \bar{E} = -\dot{\bar{B}} \quad (b) \qquad (A.1)$$

donde: $\dot{\bar{D}}$ = primera derivada en el tiempo de la densidad de campo eléctrico o densidad de corriente de desplazamiento eléctrico.

\bar{i} = densidad de corriente de conducción eléctrica.

$\dot{\bar{B}}$ = primera derivada en el tiempo de la densidad de campo magnético o densidad de corriente de desplazamiento magnético.

Sabemos además que las expresiones anteriores nos sirven para determinar los campos eléctricos y magnéticos así como también el vec--

tor potencial magnético \bar{A} y el potencial eléctrico escalar V según se indica a continuación:

$$\bar{H} = \bar{\nabla} \times \bar{A} \qquad \bar{E} = -\nabla V - \mu \dot{\bar{A}} \qquad (A.2)$$

$$\bar{A} = \frac{1}{4\pi} \int_{VOL} \frac{\bar{i}(t - \frac{r}{v})}{r} dV \qquad V = \frac{1}{4\pi} \int_{VOL} \frac{\rho(t - \frac{r}{v})}{\epsilon r} dV \qquad (A.3)$$

Estos mismos campos pueden obtenerse, por facilidad en ciertos casos, a partir de una distribución "equivalente" de corriente y cargas magnéticas ficticias.

Comparando las ecuaciones (A.1) (a) y (A.1) (b) se puede observar una falta de simetría entre las dos expresiones, debido a la ausencia de una corriente de conducción magnética.

Si incluimos en (A.1) (b) un término ficticio \bar{i}_m que equivaldría a una densidad de corriente de conducción magnética y trabajando en ausencia de corrientes eléctricas, las ecuaciones (A.1) (a) y (A.1) (b) pueden escribirse:

$$\nabla \times \bar{H}^m = \epsilon \dot{\bar{E}}^m \qquad (a) \qquad \nabla \times \bar{E}^m = -\left(\mu \dot{\bar{H}}^m + \bar{i}_m\right) \qquad (A.4)$$

Comparando estas últimas expresiones con (A.1) (a) y (A.1) (b) se puede observar que existe una dualidad entre ellas con la única dife

rencia de un signo menos que aparece en la expresión lo que indica que la fuerza eléctrico-motriz y la corriente magnética siguen una dirección gobernada por la ley de la mano izquierda.

Finalmente se llegan a determinar expresiones similares a las (A.2) (a), (b) y (A.3) (a), (b), en este caso para corrientes y cargas magnéticas:

$$\bar{E}^m = -\nabla \times \bar{F} \quad (a) \qquad \bar{H}^m = -\nabla \mathcal{F} - \epsilon \dot{\bar{F}} \quad (b) \qquad (A.5)$$

$$\bar{F} = \frac{1}{4\pi} \int_{VOL} \frac{\bar{i}_m(t - \frac{r}{v})}{r} dV \quad (a) \qquad \mathcal{F} = \frac{1}{4\pi} \int_{VOL} \frac{I_m(t - \frac{r}{v})}{\mu r} dV \quad (A.6)$$

donde: \bar{F} = vector potencial eléctrico

\mathcal{F} = potencial magnético escalar

Sabemos además que la discontinuidad de la componente tangencial de H a través de una lámina de corriente eléctrica está dada por la relación:

$$\bar{J} = \bar{n} \times (\bar{H}_1 - \bar{H}_2) \qquad (A.7)$$

donde: \bar{J} es la densidad lineal de corriente eléctrica

\bar{n} es el vector unitario normal a la lámina y

\bar{H}_1 y \bar{H}_2 son los componentes tangenciales en cada uno de los dos

medios.

De manera similar se llega a determinar que la componente tangencial de campo eléctrico E es discontinua a través de una lámina de corriente magnética y en la cual se cumple la relación.

$$\vec{M} = -\vec{n} \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) \quad (\text{A.8})$$

donde \vec{M} es la densidad lineal de corriente magnética.

2. TEOREMAS DE INDUCCION Y EQUIVALENCIA.

El teorema de inducción dice: "Los campos reflejados y transmitidos pueden ser generados por una apropiada distribución de corrientes eléctricas y magnéticas distribuidas sobre la superficie de reflexión. Las densidades lineales de estas corrientes, estarán dadas por las componentes tangenciales del campo incidente".

A continuación aplicaremos este teorema para el caso específico de una bocina.

Considerando la figura (A.1), suponemos una superficie plana S localizada sobre la apertura radiante de la bocina. Dicha superficie separa dos medios homogéneos: el 1 conteniendo un sistema de fuentes F y el 2 libre de ellas.

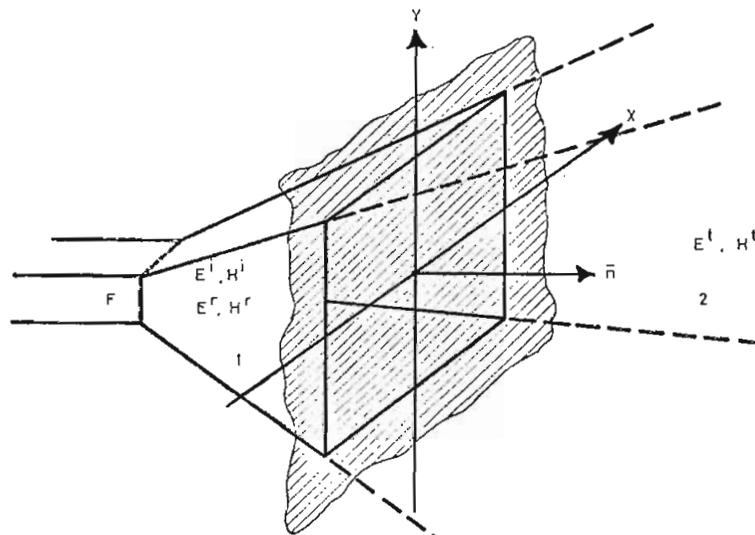


FIG. A-1

El campo incidente E^i, H^i es aquel que existiría en el caso que la bocina fuese de longitud infinita, es decir no habría superficie S .

El momento en que se considera una bocina de longitud finita aparece la superficie S de reflexión y el campo incidente establece un campo reflejado E^r, H^r y uno transmitido E^t, H^t . De esta manera los campos netos serán:

$$E^i + E^r, H^i + H^r \text{ en el medio uno} \quad (a) \quad (A.9)$$

$$E^t, H^t \text{ en el medio dos} \quad (b)$$

Por su parte las condiciones de borde para campos electromagnéticos establecen que:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{s, \tan}^i + \mathbf{E}_{s, \tan}^r &= \mathbf{E}_{s, \tan}^t & (a) \\ \mathbf{H}_{s, \tan}^i + \mathbf{H}_{s, \tan}^r &= \mathbf{H}_{s, \tan}^t & (b) \end{aligned} \quad (A.10)$$

de donde:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{s, \tan}^i &= \mathbf{E}_{s, \tan}^t - \mathbf{E}_{s, \tan}^r & (a) \\ \mathbf{H}_{s, \tan}^i &= \mathbf{H}_{s, \tan}^t - \mathbf{H}_{s, \tan}^r & (b) \end{aligned} \quad (A.11)$$

El subíndice s, \tan indica que el campo es tangencial a la superficie S .

Los campos reflejados y transmitidos conocidos como "inducidos" pueden considerarse como uno solo generado por una distribución apropiada de fuentes secundarias localizadas sobre S a manera de láminas de corrientes eléctricas y magnéticas. El momento que consideramos la presencia de láminas de corriente sobre S , se producen discontinuidades en las componentes tangenciales que según se vió en la sección anterior están dadas por:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{J}} &= \bar{\mathbf{n}} \times (\bar{\mathbf{H}}_{s, \tan}^t - \bar{\mathbf{H}}_{s, \tan}^r) = \bar{\mathbf{n}} \times \bar{\mathbf{H}}_{s, \tan}^i & (a) \\ \bar{\mathbf{M}} &= -\bar{\mathbf{n}} \times (\bar{\mathbf{E}}_{s, \tan}^t - \bar{\mathbf{E}}_{s, \tan}^r) = -\bar{\mathbf{n}} \times \bar{\mathbf{E}}_{s, \tan}^i & (b) \end{aligned} \quad (A.13)$$

3. ELEMENTO DE HUYGENS.

En la figura (A.2) se puede observar un elemento infinitesimal

$dx dy$ que forma parte de un frente de onda plana que viaja en la dirección z y que coincide con la apertura radiante de la bocina.

En la apertura existe una distribución determinada de campo E_y y magnético H_x (para una excitación TE 1,0) y en cada elemento $-dx dy$ se tiene intensidades que las denominaremos $E_{0,y}$ y $H_{0,x}$, las cuales serán funciones de su posición en la apertura como se puede observar en el estudio realizado en la sección 2.3.

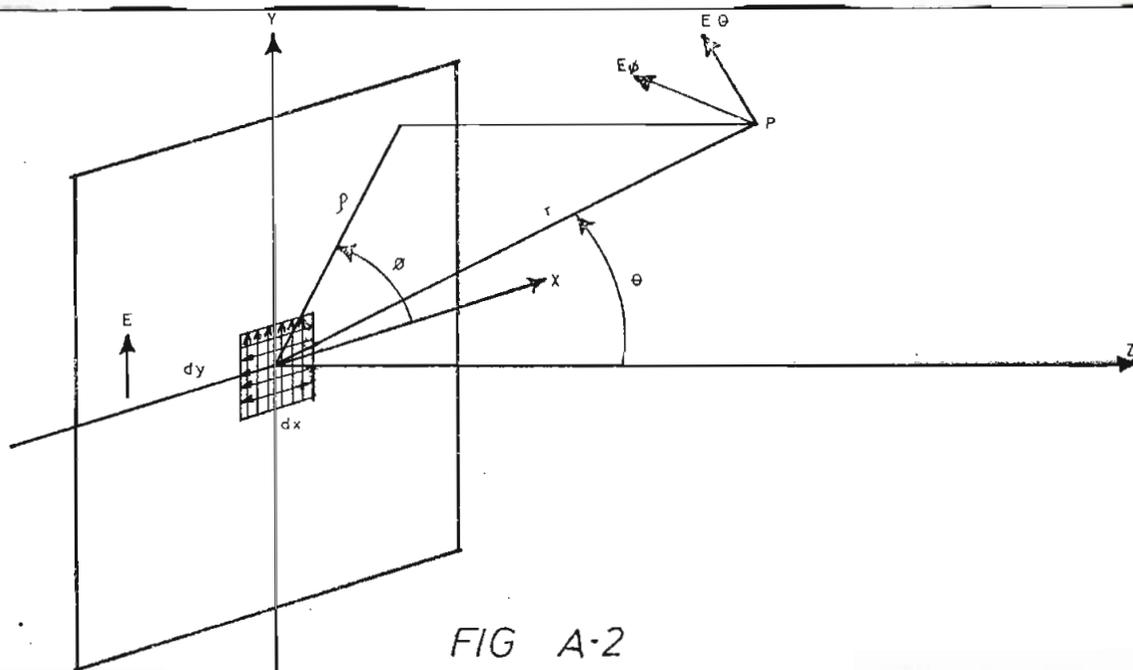


FIG A-2

Por los teoremas vistos las intensidades mencionadas estarán dadas por las siguientes relaciones:

$$J_y = -H_{0,x} \quad (a) \quad \text{y} \quad M_x = E_{0,y} \quad (b) \quad (A.14)$$

A su vez, de acuerdo al estudio efectuado en la sección (2.3.3),

la relación entre el campo eléctrico y la componente transversal de campo magnético en la boca de la bocina es la Impedancia Intrínseca del espacio libre, por lo tanto podemos escribir:

$$E_{o,y} / H_{o,x} = \eta = 120 \pi \quad (\text{A.15})$$

Ahora bien, tomando en cuenta que los potenciales escalares tienen efecto despreciable sobre los campos lejanos, las ecuaciones (A.2) (b) y (A.5) (b) pueden escribirse únicamente en función de los potenciales vectores \bar{A} y \bar{F} :

$$\bar{E} = -j\omega\mu_0\bar{A} \quad (\text{A.16})$$

$$\bar{H} = -j\omega\epsilon_0\bar{F} \quad (\text{A.17})$$

Los vectores \bar{A} y \bar{F} tienen los mismos sentidos de \bar{J}_y y \bar{M}_x respectivamente según lo determinan las expresiones (A.3) (a) y (A.6) (a) y las vamos a calcular a continuación.

Considerando variaciones en el tiempo del tipo $i_0 e^{j\omega t}$ y utilizando la expresión (A.3) (a) tenemos:

$$A_y \bar{J} = \frac{1}{4\pi r} \int_{VOL} \frac{\bar{J} i_0 e^{j\omega(t-\frac{r}{v})}}{r} dV = \frac{\bar{J}}{4\pi r} \int_{VOL} i_0 e^{j(\omega t - \beta r)} dV$$

$$H_{\theta}^m = H_x \cos \phi \cos \theta = -j \frac{\omega \epsilon_0}{4\pi r} E_{0,y} dx dy e^{-j\beta r} \cos \phi \cos \theta \quad (a)$$

$$H_{\phi}^m = -H_x \sin \phi = j \frac{\omega \epsilon_0}{4\pi r} E_{0,y} dx dy e^{-j\beta r} \sin \phi \quad (b)$$

(A.23)

Reemplazando (A.15) en (A.22) (a) y (b) llegamos a:

$$E_{\theta}^e = \frac{j}{2\lambda_0 r} E_{0,y} dx dy \sin \phi \cos \theta e^{-j\beta r} \quad (a)$$

$$E_{\phi}^e = \frac{j}{2\lambda_0 r} E_{0,y} dx dy \cos \phi e^{-j\beta r} \quad (b)$$

(A.24)

A su vez, sabiendo que en un punto P del espacio libre se cumple $E_{\theta} = \eta H_{\phi}$ y $E_{\phi} = -\eta H_{\theta}$ podemos escribir (A.23) (a) y (b) como:

$$E_{\theta}^m = \frac{j}{2\lambda_0 r} E_{0,y} dx dy \sin \phi e^{-j\beta r} \quad (a)$$

$$E_{\phi}^m = \frac{j}{2\lambda_0 r} E_{0,y} dx dy \cos \phi \cos \theta e^{-j\beta r} \quad (b)$$

(A.25)

Las componentes totales en θ y ϕ del campo eléctrico estarán dadas por la suma de los efectos de las corrientes eléctricas y magnéticas. Por lo tanto de (A.24) y (A.25) se concluye

$$E_{\theta} = E_{\theta}^e + E_{\theta}^m = \frac{j E_{0,y} dx dy e^{-j\beta r}}{2 \lambda_0 r} (\cos \theta + 1) \sin \phi \quad (\text{A.26})$$

$$E_{\phi} = E_{\phi}^e + E_{\phi}^m = \frac{j E_{0,y} dx dy e^{-j\beta r}}{2 \lambda_0 r} (\cos \theta + 1) \cos \phi \quad (\text{A.27})$$

En cualquiera de los planos principales ($\phi = 0$ y $\phi = \pi/2$) se anula una de las componentes y el campo total se reduce a:

$$E = j \frac{E_{0,y} dx dy e^{-j\beta r}}{2 \lambda_0 r} (\cos \theta + 1) \quad (\text{A.28})$$

Para campos lejanos se puede aproximar $\cos \theta = 1$ de manera - que la expresión para el campo de un elemento de Huygens queda:

$$E = j \frac{E_{0,y} dx dy e^{-j\beta r}}{\lambda_0 r} \quad (\text{A.29})$$

B I B L I O G R A F I A

JORDAN E.C., Electromagnetic waves and Radiating Systems, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1950.

SCHULKUNOFF S., Antenna Theory and Practice, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1952.

THOUREL L., The Antenna, Chapman & Hall, Londres, 1960.

SOUTHWORTH G., Principles and Applications of Waveguide Transmission D-Van Nostrand Company, Inc., New York, 1961.

SILVER S., Microwave Antenna Theory and Design, Dover Publications Inc., New York, 1965.

HOJAS GUIA DE LABORATORIO, Experimentos para medición de Impedancias en la región de Microondas, Escuela Politécnica Nacional, Quito, 1968.

JASIK H., Antenna Engineering Handbook, Mc Graw Hill Book Co. Inc. New York, 1961.

TERMAN F., Electronic and Radio Engineering, Mc Graw Hill Book Co.,

Kogakusha Co. Ltda., Tokyo, 1955.

BORGNIS F. Y PAPAS CH., Electromagnetic Waveguides and Resonators,
(copias sin referencia).

MC LACHLAN., Bessel Functions for Engineers, Segunda Edición,
Oxford University Press, London, 1955.

JAHNKE, LÖSCH F., Tables of Higher Functions, Sexta Edición, Mc
Graw Hill Book Co., New York, 1960.

KOCK W.E., Metal Lens Antennas., Proceedings of the IRE and Waves
and Electrons, Noviembre de 1946., Pág. 828 - 836.

RHODES., An Experimental Investigation of the Radiation Patterns of
Electromagnetic Horn Antennas., Proceedings of the IRE,
Septiembre de 1948, Pág. 1101 - 1105.

BARROW W. Y LEWIS F., The Sectoral Electromagnetic Horn, Proceedings
of the IRE, Enero de 1939, Pág. 44.

MORITA T. Y COHN S.B., Microwave Lens Matching by Simulated Quarter
Wave Transformers, IRE Transactions on Antennas
and Propagation, Enero 1959, Pág. 31.

RUZE J., Wide-Angle Metal-Plate Optics., Proceedings of the IRE.,
Enero de 1950, Págs. 53 - 59.

LAWRIE R.E. Y PETERS ., Modifications of Horn Antennas for Low
Sidelobe Levels, IRE Transactions on Antennas and Propagations, Septiembre de 1966,
Págs. 605 - 610.

RUSSO P.M., RUDDUCK R.C., y PETERS L., A Method for computing
E-Plane Patterns of Horn
Antennas, IEEE Transactions
on Antennas and Propagation
Marzo 1965, Pág. 223.

JONE E., MORITA Y COHN S.B., Measured Perfomance of Matched Dielectric Lenses, IRE Transactions on Antennas and Propagation, Enero de 1956, Pág. 31.