

ESTUDIO TEORICO - EXPERIMENTAL
DE UN ARREGLO DE DIPOLOS
ALIMENTADOS CON FASE DISTINTA ,
EN EL RANGO DE UHF

Tesis previa a la obtención del
título de Ingeniero en la espe-
cialización de Electrónica y Te-
lecomunicaciones de la Escuela
Politécnica Nacional

JOSE LUIS HIDALGO B.

QUITO
Julio de 1971

Certifico que este trabajo ha sido realizado en su totalidad por el señor José Luis Hidalgo B.

A handwritten signature in cursive script, reading "Kanti Hore". The signature is written in black ink and is positioned above a horizontal line.

Dr. Kanti Hore
CONSULTOR DE TESIS

Quito, Julio de 1971

dedico este trabajo a:

SEÑOR VICTOR HIDALGO Y

SRA. EMERITA BAUTISTA DE HIDALGO

P R O L O G O

El propósito del presente trabajo a más de cumplir con un requisito previo a la obtención del título de Ingeniero en la especialización de Electrónica y Telecomunicaciones de la Escuela Politécnica Nacional, trata de fomentar en las futuras generaciones la inquietud de la investigación y su aplicación en beneficio de la humanidad. El principio de colaboración conjunta con Instituciones ajenas a la Escuela Politécnica Nacional ha impulsado la realización de esta tesis.

Dejo constancia expresa de mi eterno agradecimiento a quienes han sabido inculcar en mí el espíritu de trabajo en beneficio de los demás y guiarme durante mi formación académica en las aulas de la Escuela Politécnica Nacional; así como también a quienes en una u otra forma me han ayudado y colaborado para que el presente trabajo cumpla con sus objetivos.

En especial a mi consultor de Tesis Dr. Kanti Hore, al Ingeniero Efraín Del Pino; a los personeros y compañeros de la Dirección Nacional de Frecuencias así como también al Asesor de Unión Internacional de Telecomunicaciones señor Johannes Berger y a mi gran amigo Helmuth Reyes.

Por último vaya mi perdurable gratitud a toda mi familia: Marco, Milton, Rosita, Florencio, Marianita que con su abnegación y colaboración constantes supieron ser el sostén en todos los momentos difíciles y alegres de mi vida estudiantil.

I N D I C E G E N E R A L

	Página
PROLOGO	IV-V
INTRODUCCION	1
<u>Capítulo Primero:</u> EXPOSICION DEL PROBLEMA	6
1.1 Método convencional para calcular el campo eléctrico.	8
1.2 Método del vector de Poynting.	9
<u>Capítulo Segundo:</u> ANALISIS TEORICO DEL ARREGLO	11
2.1 Análisis general del arreglo	12
2.1.1 Aproximaciones necesarias	16
2.2 Elementos alimentados en fase o caso <u>broa</u> side	23
2.2.1 Configuraciones de Campo	23
2.2.2 Análisis de la ecuación (31)	25
2.2.3 Programa para la computación del factor del arreglo	26
2.2.4 Análisis de la ecuación (34)	31
2.2.5 Ganancia del Arreglo	35
2.3 Elementos alimentados en fase distinta	42
2.3.1 Configuraciones de Campo	42

VII

2.3.2	Análisis del Factor del Arreglo	43
2.3.3	Ganancia del Arreglo Tipo "End-fire"	44
<u>Capítulo Tercero: VERIFICACION EXPERIMENTAL</u>		85
3.1	Introducción	86
3.1.1	Mediciones en las Antenas	86
3.1.2	Impedancia de la Antena	88
3.1.3	Configuración de radiación	88
3.1.4	Distancia permisible para tomar medicio <u>n</u> es para el diagrama de radiación	90
3.2	Criterios para el diseño y construcción de la antena	93
3.3	Mediciones Realizadas	96
3.3.1	Estación Receptora	100
3.3.2	Estación Transmisora	102
3.4	Mediciones del Diagrama de radiación pa <u>r</u> a arreglos tipo "end-fire" y "broad - side".	104
3.4.1	Factores que deben ser tomados en cuenta	104
<u>Capítulo Cuarto: CONCLUSIONES</u>		116
4.1	Comparación entre los valores medidos y calculados	117
4.2	Explicación de las diferencias obtenidas entre la teoría y la verificación-experimental	118

VIII

4.2.1	Justificación de las diferencias obteni das para el caso "broadside"	119
4.2.2	Justificación de las diferencias obteni das para el caso "end-fire"	120
APENDICE A		
	Campo de Radiación de un dipolo simé - trico	123
APENDICE B		
	Análisis de $F_0(\theta, \beta h)$	128
APENDICE C		
	Análisis del Factor del Arreglo	132
APENDICE D		
	Estación Auxiliar Móvil	140
APENDICE E		
	El Balún	145
BIBLIOGRAFIA		151

IX

I N D I C E D E T A B L A S

	Página	
Tabla 2.1	Valores de $N_{F_0}(\theta, \pi/2)$ para 2-10 elementos.	34
Tabla 2.2	Valores de Resistencia de Radiación caso "Broadside".	40
Tabla 2.3	Valores de la Ganancia Relativa en la dirección de su máxima Radiación (Directividad Relativa).	41
Tabla 2.4	Valores de Resistencia de Radiación caso "End-fire".	47
Tabla 2.5	Valores de la Ganancia Relativa en la dirección de su máxima Radiación (Directividad Relativa).	48
Tabulación de Computación		49 y 84
Tabla 3.1	Valores calculados en la parte <u>ex</u> perimental.	105

I N D I C E D E G R A F I C O S

		Página
Fig. 3-12	Diagrama de Radiación Caso "Broadside" con 2 elementos	107
Fig. 3-13	Diagrama de Radiación con 3 elementos Caso "Broadside"	108
Fig. 3-14	Diagrama de Radiación con 4 elementos Caso "Broadside"	109
Fig. 3-15	Diagrama de Radiación con 5 elementos Caso "Broadside"	110
Fig. 3-16	Diagrama de Radiación con 2 elementos Caso "End-fire"	111
Fig. 3-17	Diagrama de Radiación con 3 elementos Caso "End-fire"	112
Fig. 3-18	Diagrama de Radiación con 4 elementos Caso "End-fire"	113
Fig. 3-19	Diagrama de Radiación con 5 elementos Caso "End-fire"	114
Fig. 3-20	Diagrama de Radiación con 6 elementos Caso "End-fire"	115

I N T R O D U C C I O N

En los sistemas de telecomunicaciones las antenas desempeñan un papel muy importante en la transmisión y recepción de datos. Convierten la energía entregada por la línea de alimentación en una onda electromagnética que - pueda ser radiada a través del espacio sin auxilio de conductores.

El Estudio Teórico-Experimental de un Arreglo de Dipolos Alimentados con Fase Distinta, en el Rango de UHF, que constituye el tema de este trabajo es un tópico de interés en la teoría de antenas.

Se ha creído necesario realizar primero un estu - dio teórico y luego la verificación experimental de los - resultados obtenidos anteriormente. A fin de que de este modo se pueda realizar una comparación entre ambos análi - sis y de esa manera llegar a conclusiones que permitan establecer una valoración de las mismas.

El análisis teórico se ha hecho en base del méto - do clásico de las ecuaciones de Maxwell.

La parte experimental fue factible de realizarse gracias a la cooperación de la Dirección Nacional de Fre - cuencias, Institución que permitió la utilización de su -

"estación auxiliar móvil para comprobación técnica." Además haciendo uso de los equipos disponibles en el laboratorio del Departamento de Electrónica de la Facultad de Ingeniería Eléctrica de la Escuela Politécnica Nacional.

Se empieza el presente trabajo con una exposición en el primer capítulo que da una idea general del problema a tratarse.

El capítulo segundo contiene el estudio teórico-necesario para encontrar las configuraciones de campo y ganancia del arreglo. Se comienza con un análisis general para luego especificar los casos de interés: radiación normal al eje del arreglo "caso broadside" y radiación paralela al eje del arreglo "caso end-fire."

En esta sección se han realizado varias aproximaciones a fin de simplificar los cálculos. La utilización de una computadora facilitó el procedimiento de operaciones y tabulación de los resultados.

Se incluye además el programa FORTRAN secuencial y las tablas obtenidas al compilar y resolver dicho programa en la computadora 1130 existente en la Universidad Central del Ecuador.

El tercer capítulo contiene una descripción general de los diferentes métodos de medida. Algunos de ellos fueron ensayados en el laboratorio de acuerdo con las posibilidades existentes. Por último se expone una revisión del método empleado y de los aparatos utilizados.

Las diferentes mediciones fueron llevadas a cabo en un lugar seleccionado que cumplía con las características técnicas de no interferencias, carencia de obstáculos, y otras. Las cercanías de la Parroquia San Antonio de Pichincha fueron escogidas para este propósito.

Una vez que se terminó con las mediciones, se procedió a tabularlas para grafizar los resultados correspondientes y de esta manera tener una base de juicio para establecer una comparación.

En la experimentación se utilizó una frecuencia de 600 MHz, la que corresponde a la banda nueve.

Finalmente, en el capítulo cuarto se expone una comparación de los resultados obtenidos en la parte teórica y en la verificación experimental a fin de poder obtener las conclusiones, puesto que uno de los propósitos de esta tesis es establecer la necesidad de la experimenta

tación siempre y cuando se realice un estudio teórico.

CAPITULO PRIMERO
EXPOSICION DEL PROBLEMA

El ingeniero debe tener un conocimiento general - sobre los diferentes componentes constitutivos de los sistemas de Telecomunicaciones.

La antena constituye una de esas partes. Este hecho involucra utilizar, según sea el compromiso de planificación o distribución de canales de acuerdo a los Reglamentos Nacionales y Convenios Internacionales, la radia-ción dada por la misma.

Las radiocomunicaciones que establecen contactos-entre dos puntos utilizan antenas que radían la energía -electromagnética requerida desde el transmisor a varias-direcciones fijas en el espacio (ángulo acimut determina-do). Por tanto la noción de la configuración de radia-ción junto con la ganancia tienen una importancia funda-mental.

Este trabajo tiene el propósito de exponer como varía el campo eléctrico de un arreglo lineal de dipolos según el número de sus elementos para las dos formas de alimentación utilizadas en la práctica.

En la parte teórica se presenta el análisis gene-ral de la variación de campo de acuerdo con el número de-

elementos y la separación entre los mismos.

El método utilizado para este análisis se basa, -
asumiendo a priori una distribución espacial de corriente
(usualmente sinusoidal) para cada elemento del arreglo.

Esta asunción es válida solamente para los casos -
en que se consideren dipolos de longitudes cercanas a la -
longitud de resonancia.

A fin de calcular la ganancia directiva, se utili
zó el método del vector de Poynting para encontrar la re-
sistencia de radiación y luego poderla relacionar directa
mente con una antena dipolo de referencia.

1.1 METODO CONVENCIONAL PARA CALCULAR EL CAMPO ELECTRICO

Este método consiste en obtener la configuración de
campo producida por una antena utilizando la determina -
ción del vector de intensidad de campo magnético y luego -
sumando vectorealmente los efectos producidos por cada -
elemento (principio de superposición). De este modo se ob
tiene el campo total. Las condiciones ideales que se nece
sitan hacen que este sea un método aproximado,

En las aproximaciones utilizadas se cuentan entre otras que el conductor constitutivo de la antena tiene - que ser infinitamente delgado y además poseer una conductibilidad perfecta. También es necesario asumir que exista una línea de vista sin obstáculos entre el transmisor y el receptor y finalmente el medio de propagación tiene que ser homogéneo y sin ningún obstáculo que produzca reflexiones indeseadas.

En la experimentación que se llevó a cabo se trató de conseguir al máximo estas condiciones ideales. Sin embargo no fue posible cumplir con las mismas y quizás esto sea una de las causas de las diferencias obtenidas entre los resultados teóricos y los resultados medidos. Cabe - aquí sin embargo recalcar que la teoría de cualquier problema físico constituye únicamente un modelo matemático - de la realidad y que los métodos, equipos, técnicas de medición involucran siempre aproximaciones y adolecen de - errores intrínsecos.

1.2 METODO DEL VECTOR DE POYNTING

Consiste en la integración del vector de flujo de potencia por unidad de superficie, sobre una superficie ce-

rrada que envuelva a la antena. De esta manera si $I(0)$ es la corriente terminal, la potencia radiada vendría dada por:

$$P = R I^2(0) = \frac{\mu}{4\pi} \oint_S (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot d\vec{S}$$

Siendo R la resistencia de radiación

La precisión del método consiste en el grado de aproximación entre la distribución de corriente asumida y la real. Mientras mayor sea ésta, los resultados serán más exactos.

C A P I T U L O S E G U N D O

A N A L I S I S T E O R I C O D E L A R R E G L O

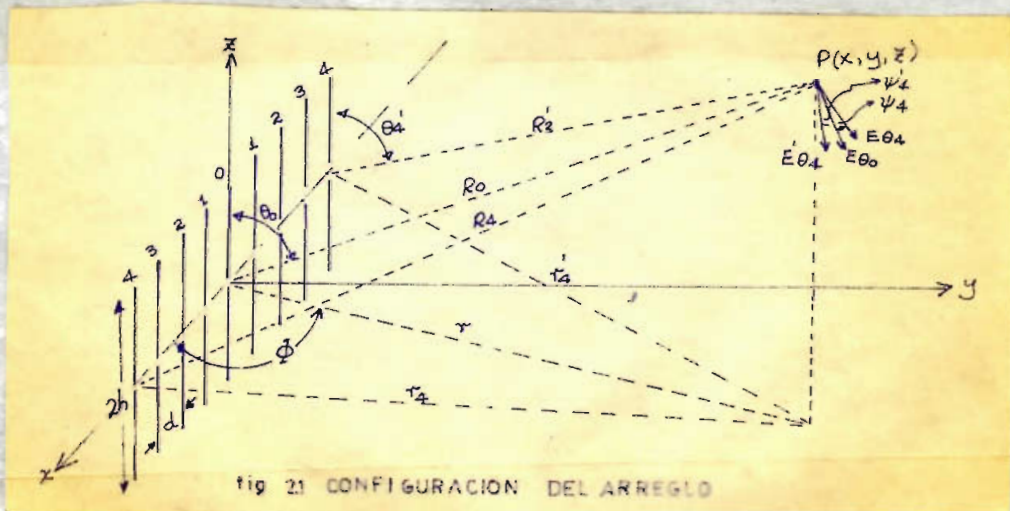
2.1 ANALISIS GENERAL DEL ARREGLO

La primera parte de este análisis, servirá para determinar la configuración absoluta del campo de radiación para un arreglo de antenas. Debido a que los únicos términos que intervienen en el flujo de potencia promedio son aquellos que dependen en forma inversamente proporcional a la distancia.

Considérese un arreglo de N antenas (dipolos) idénticas, alimentadas en su centro, orientadas de la siguiente manera geométrica:

- (a) Están situadas en el mismo plano.
- (b) Se encuentran paralelas al eje Z con sus centros sobre el eje X .
- (c) Se hallan igualmente distanciadas.

La fig. 2.1 da una idea del arreglo



La longitud de cada elemento es $2h$.

El término "elemento" se considera como una antena básica con la cual se constituye el arreglo. Además se asume que cada elemento es infinitamente delgado. La distancia entre dos elementos sea " d ".

Primeramente se llevará a cabo un análisis para un arreglo constituido por un número impar de elementos y a continuación se tratará el caso de un número par.

Se escoge el sistema de coordenadas de tal forma - que el origen coincida con el elemento central, y se numeran los elementos de la forma siguiente:

$$\begin{array}{ll} 1, 2, 3, 4, \dots, n & \text{para el semieje positivo "X"} \\ 1', 2', 3', 4', \dots, n' & \text{para el semieje negativo "X"} \end{array}$$

Se asume que el arreglo está en el espacio libre a una distancia suficientemente grande desde la tierra u - otro objeto que pueda causar reflexiones. La distribución espacial de corriente en cada elemento es sinusoidal* [1] y tiene la siguiente forma:

$$\begin{aligned} I_{0m} &= K_m I_m \operatorname{sen} \beta h e^{-j\delta_m} \\ I'_{0m} &= K'_m I_m \operatorname{sen} \beta h e^{-j\delta'_m} \end{aligned} \quad (1)$$

* Las diferentes citas bibliográficas, se encuentran al final del trabajo, indicadas por los números entre corchetes a lo largo del texto.

para $m=1,2,3,4,\dots,n$

K_m y K'_m = Constantes de magnitud arbitraria.

δ_m y δ'_m = Angulos de fase

I_m = Amplitud de la corriente compleja que fluye -
en el elemento considerado.

β = Constante de propagación en radianes por me -
tro.

Se define como arreglo lineal uniforme "aquel en el cual -
los elementos están alimentados con corrientes de igual -
magnitud y que tienen una fase progresiva a lo largo del -
eje." [2]

entonces:

$$\begin{aligned} K_m &= K'_m = 1 \\ \delta_m &= -\delta'_m \end{aligned} \quad (2)$$

Según la fig. 2.1; el campo eléctrico en un punto P que -
cumpla con la condición de:

$$R_0^2 \gg h^2 \quad (3)$$

es la suma vectorial del campo eléctrico debido a cada ele -
mento.

$$E_{\theta T} = E_{\theta 0} + \sum_{m=1}^n (E_{\theta m} \cos \psi_m + E'_{\theta m} \cos \psi'_m) \quad (4)$$

ψ_m : Angulo formado entre E_{θ_0} y E_{θ_m}

ψ'_m : Angulo formado entre E_{θ_0} y E'_{θ_m}

E_{θ_0} : Campo eléctrico en el punto P debido al elemento "0"

E_{θ_m} : Campo eléctrico en el punto P debido al elemento "m"

$$E_{\theta_0} = -j\eta \frac{I_m e^{-j\beta R}}{2\pi R \sin\theta} [\cos\beta h - \cos(\beta h \cos\theta)] \quad (5)$$

La deducción de la ecuación (5)* se encuentra en el apéndice A.

Se define la función $F_m(\theta_m, \beta h)$ como:

$$F_m(\theta_m, \beta h) = \frac{\cos(\beta h \cos\theta_m) - \cos\beta h}{\sin\theta_m} \quad (6)$$

El campo eléctrico para el elemento m es entonces:

$$E_{\theta_m} = j\eta \frac{I_m e^{-j\beta R_m}}{2\pi R_m} F_m(\theta_m, \beta h) \quad (7)$$

ya que

$$I_0 = I_m \sin\beta h$$

* Para facilitar el desarrollo secuencial se traslada este estudio al final de la tesis.

la ecuación (7) se transforma:

$$E_{\theta m} = j\eta \frac{I_0 e^{-j\beta R_m}}{2\pi R_m} \frac{F_m(\theta_m, \beta h)}{\text{sen } \beta h} \quad (7-a)$$

$$\frac{F_m(\theta_m, \beta h)}{\text{sen } \beta h} = \frac{\cos(\beta h \cos \theta_m) - \cos \beta h}{\text{sen } \beta h \text{ sen } \theta_m} = F_0(\theta_m, \beta h) \quad (8)$$

La función $F_0(\theta_m, \beta h)$ caracteriza el campo eléctrico de un elemento alimentado en el centro. El cual tiene una distribución espacial de corriente sinusoidal. [3]

$$E_{\theta m} = j\eta \frac{I_0 e^{-j\beta R_m}}{2\pi R_m} F_0(\theta_m, \beta h) \quad (7-b)$$

2.1.1 Aproximaciones necesarias

Las distancias entre los centros de los elementos - al punto P pueden deducirse desde la fig. 2.1 y son:

$$R_0 = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (9)$$

$$R_m = \sqrt{(x - md)^2 + y^2 + z^2} \quad (10)$$

$$R'_m = \sqrt{(x + md)^2 + y^2 + z^2} \quad (11)$$

Si se considera un punto P suficientemente alejado entonces:

$$R_0^2 \gg md \quad (12-a)$$

Considerando la desigualdad (12 a) las ecuaciones (10) y (11) llegan a transformarse aproximadamente en:

$$R_m \cong R_0 - \frac{mdx}{R_0} \quad (10-a)$$

$$R'_m \cong R_0 + \frac{mdx}{R_0} \quad (11-a)$$

Las relaciones anteriores referidas a un sistema de coordenadas cilíndricas se cambian a:

$$X = r \cos \phi \quad \gamma \quad r = R_0 \operatorname{sen} \theta$$

por tanto: $X = R_0 \operatorname{sen} \theta \cos \phi$

$$R_m \cong R_0 - md \operatorname{sen} \theta \cos \phi \equiv R_0 - S_m \quad (10-b)$$

$$R'_m \cong R_0 + md \operatorname{sen} \theta \cos \phi \equiv R_0 + S_m \quad (11-b)$$

donde: $S_m = md \operatorname{sen} \theta \cos \phi$

De la figura 2.1 y teniendo presente la ley de los cosenos resulta:

$$\cos \psi_m = \frac{R_0^2 + R_m^2 - (md)^2}{2 R_0 R_m} \quad (13-a)$$

Considerando la ecuación (10 b) $\cos \psi_m = \frac{2R_0^2 - 2R_0 S_m + S_m^2 - m^2 d^2}{2 R_0 (R_0 - S_m)}$ (13-b)

con (12-a) se puede deducir que: $R_o^2 \gg S_m^2$ y reemplazando en (13-b) resulta:

$$\cos \psi_m \cong \frac{R_o^2 + R_o^2}{2 R_o R_o} = 1 \quad (13-c)$$

similarmente con:

$$\cos \psi'_m \cong 1 \quad (14)$$

las ecuaciones (13-c) y (14) indican que en un punto P muy alejado se puede considerar que los vectores de campo \vec{E} - están en la misma dirección.

$$r_m = R_m \text{ sen } \theta_m \cong r - md \cos \phi \quad (15)$$

$$r'_m = R'_m \text{ sen } \theta'_m \cong r + md \cos \phi \quad (16)$$

siendo r_m la distancia desde el elemento m hasta la proyección del punto P sobre el plano XY.

Si z tiene un valor determinado, entonces:

$$R_m \cos \theta_m = R_o \cos \theta = R'_m \cos \theta'_m \quad (17)$$

Reemplazando (10 a); (10 b) y teniendo presente (12-a) se ve que:

$$\cos \theta_m \cong \cos \theta \cong \cos \theta'_m$$

Los inversos de las ecuaciones (15) y (16) son:

$$\frac{1}{R_m \operatorname{sen} \theta_m} \cong \frac{1}{r - md \cos \phi} \quad (15-a)$$

$$\frac{1}{R'_m \operatorname{sen} \theta'_m} \cong \frac{1}{r + md \cos \phi} \quad (16-a)$$

Desarrollando en una serie binomial y seleccionando los dos primeros términos de la misma se llega a:

$$\frac{1}{r - md \cos \phi} \cong \frac{1}{r} \left(1 + \frac{md \cos \phi}{r} \right) \quad (15-b)$$

$$\frac{1}{r + md \cos \phi} \cong \frac{1}{r} \left(1 - \frac{md \cos \phi}{r} \right) \quad (16-b)$$

El campo lejano exige la siguiente restricción:

$$r \gg md \quad (12 b)$$

con la ecuación (12-b), (15-a) y (16a) se convierten en:

$$\frac{1}{R_m \operatorname{sen} \theta_m} \cong \frac{1}{r}$$

$$\frac{1}{R'_m \operatorname{sen} \theta'_m} \cong \frac{1}{r}$$

luego se puede escribir:

$$\frac{1}{R_m \operatorname{sen} \theta_m} \cong \frac{1}{R_0 \operatorname{sen} \theta} \cong \frac{1}{R'_m \operatorname{sen} \theta'_m} \quad (19)$$

Considerando las ecuaciones (12), (14), (18), (19) la ecuación (4) se transforma en:

$$E_{\theta r} = j\eta \frac{I_0 e^{-j\beta R}}{2\pi R} F_0(\theta, \beta h) \left\{ 1 + \sum_{m=1}^{\frac{1}{2}(N-1)} (k_{m1} e^{-j(\delta_{m1} - \beta S_{m1})} + k_{m2} e^{-j(\delta'_{m1} + \beta S_{m1})}) \right\} \quad (20)$$

Es interesante notar que la ecuación (12-b) convierte a (20) en una ecuación no válida para pequeños valores de r , aún si se considera distancias grandes R_0 desde el centro

del arreglo al punto de cálculo.

Debido a que $F_0(\theta, \beta h)$ desaparece en $\theta = 0$ (ver Apéndice B) - la ecuación (20) necesariamente tiene un valor cero para - la componente de campo eléctrico sobre el eje z. Esta afir - mación no es correcta, el campo eléctrico es pequeño pero no cero para $r=0$ y R_0 muy grande.

Por esta razón la ecuación (20) no es estrictamente correc - ta para ángulos pequeños alrededor del eje z, sin embargo el campo eléctrico en estos puntos no tiene significado - práctico.

$$\text{El factor } 1 + \sum_{m=1}^{\frac{1}{2}(N-1)} \left(k_m e^{-j(\delta_m - \beta S_m)} + k'_m e^{-j(\delta'_m + \beta S_m)} \right) \quad (21)$$

se define como el factor del arreglo "A".

En el caso de que el número de elementos sea par el factor del arreglo puede ser obtenido omitiendo los elementos - asignados con números pares y considerando la unidad cen - tral sólo para el primer análisis.

Con estas especificaciones los elementos se hallan espacia - dos por una distancia $2d$.

Si se quiere expresar en función de "d" se tiene - que dividir por dos los términos que forman el exponente - del arreglo. Por las siguientes razones:

a.- Si las unidades son movidas conjuntamente a un espa - ciamiento d entre elementos y

b.- La corriente es referida a I_0 : $I_{0m} = I_0 k_m e^{-j \delta m/2}$

entonces:

$$A(\theta, \phi) = \sum_{m=1,3,5}^{N-1} [k_m e^{-j(\delta m - \beta S_m)/2} + k'_m e^{-j(\delta'_m + \beta S_m)/2}] \quad (22)$$

Se realiza muchas simplificaciones para el caso de importancia práctica de arreglos uniformes cuyas condiciones se hallan especificadas en la ecuación (2).

Por tanto:

$$\begin{aligned} k_m &= k'_m = 1 \\ \delta_m &= \delta'_m = 2\pi m t \end{aligned} \quad (23)$$

También se tiene que la distancia de separación entre elementos "d" referida a longitudes de onda, denominada "separación normalizada" es:

$$m = \frac{d}{\lambda} = \frac{\beta d}{2\pi} \quad (24)$$

Con las ecuaciones (23) y (24), (21) y (22) se transforman por medio de la relación de Euler $e^{jx} = \cos x + j \operatorname{sen} x$ en:

$$A(\theta, \phi, n, t) = 1 + 2 \sum_{m=1}^{\frac{1}{2}(N-1)} \cos 2\pi m (n \operatorname{sen} \theta \cos \phi - t) \quad (25)$$

siendo N un número impar,

y

$$A(\theta, \phi, n, t) = 2 \sum_{x=1,3,5}^{\frac{N}{2}-1} \cos 2\pi (x/2) (n \operatorname{sen} \theta \cos \phi - t) \quad (26)$$

cuando N es un número par,

Teniendo presente que: $i = 2m - 1$ la última ecuación puede ser escrita de la siguiente manera:

$$A(\theta, \phi, \eta, t) = 2 \sum_{m=1}^{\frac{1}{2}N} \cos \pi(2m-1)(\eta \text{ sen } \theta \cos \phi - t) \quad (26-a)$$

donde $m = 1, 2, 3, 4, \dots$

Las expresiones (25) y (26) se convierten en:

$$A(\theta, \phi, \eta, t) = \frac{\text{sen } N\pi(\eta \text{ sen } \theta \cos \phi - t)}{\text{sen } \pi(\eta \text{ sen } \theta \cos \phi - t)} \quad (27)$$

Consecuentemente el factor del arreglo por elemento o factor normalizado del arreglo es:

$$\alpha(\theta, \phi, \eta, t) = \frac{\text{sen } N\pi(\eta \text{ sen } \theta \cos \phi - t)}{N \text{ sen } \pi(\eta \text{ sen } \theta \cos \phi - t)} \quad (28)$$

Se ha creído conveniente llevar a cabo un análisis de este factor y se lo puede encontrar en el Apéndice C.

Los dos casos más importantes de arreglos lineales paralelos son:

a.- Caso de radiación normal al eje del arreglo (Broadside)

Aquel que "eléctricamente requiere flujo de corrientes de igual amplitud y la misma fase en los terminales de entrada." [4]

b.- Caso de radiación paralela al eje (End-fire)

Si la fase de la corriente de base entre elementos su

cesivos es igual a la distancia eléctrica, [5] entonces la fase de las corrientes es igual a la separación normalizada entre los elementos.*

2.2 ELEMENTOS ALIMENTADOS EN FASE O CASO BROADSIDE

De la definición de este caso se tiene que $t=0$ debido a que: $\delta_m = -\delta'_m = 0$, luego el factor del arreglo por elemento según la ecuación (28) se transforma en:

$$a_B(\theta, \phi, \eta) = \frac{\text{sen } N\pi (\eta \text{ sen } \theta \cos \phi)}{N \text{ sen } \pi (\eta \text{ sen } \theta \cos \phi)} \quad (28-a)$$

2.2.1 Configuraciones de Campo

Es conveniente obtener dos expresiones para las configuraciones de campo. Una en el plano horizontal y otra en el plano vertical. Ordinariamente las configuraciones -

* En general para el caso de elementos alimentados con fase distinta, " δ_m " puede tener cualquier valor. Dependiendo del mismo para que se produzca la máxima radiación en un ángulo ϕ determinado. El caso de mayor importancia práctica es el denominado "end-fire" que ocurre cuando:

$$\delta_m = -\beta d m$$

o sea:

$$2\pi m t = -\frac{2\pi}{\lambda} m d ; \quad t = -\eta$$

relativas son suficientes pero en este análisis se consideran configuraciones absolutas.

Considerando la ecuación (27) en la (20) se obtiene:

$$E_{\theta r} = j \eta I_0 \frac{e^{-j\beta R}}{2\pi R} F_0(\theta, \beta h) A(\theta, \phi, \eta, t), \quad (29)$$

y si los elementos son dipolos de media longitud de onda,

$$\beta h = \frac{\pi}{2} ;$$

(29) se convierte en:

$$E_{\theta r} = j \eta I_0 \frac{e^{-j\beta R}}{2\pi R} \frac{\cos(\pi/2 \cos \theta)}{\Delta \eta \theta} \frac{\Delta \eta N \pi (\eta \Delta \eta \theta \cos \phi - t)}{\Delta \eta \pi (\eta \Delta \eta \theta \cos \phi - t)} \quad (30)$$

La configuración en el plano horizontal para el caso Broad side se la puede analizar si se reemplazan las siguientes condiciones en la ecuación (30):

$$t=0 \quad \text{y} \quad \theta = \pi/2 \quad \text{con lo cual}$$

$$|E_{\theta r}| = j \eta \frac{I_0 e^{-j\beta R}}{2\pi R} \frac{\Delta \eta N \pi (\eta \cos \phi)}{\Delta \eta \pi (\eta \cos \phi)}, \quad (31)$$

y en magnitud:

$$|E_{\theta r}| = K_1 \left| \frac{\Delta \eta (N \pi (\eta \cos \phi))}{\Delta \eta \pi (\eta \cos \phi)} \right| \quad (32)$$

de donde:

$$K_1 = \frac{\eta I_0}{2\pi R} = \frac{30 I_0}{R}$$

Esta expresión puede ser llamada configuración absoluta de campo en el plano horizontal. El campo eléctrico en todos los puntos sobre este plano está polarizado verticalmente.

2.2.2 Análisis de la ecuación (31)

a.- Simetría con respecto al eje polar

Al reemplazar ϕ por $-\phi$ se tiene que:

$$E_{\theta r} \Big|_{+\phi} \equiv E_{\theta r} \Big|_{-\phi}$$

por lo cual la curva es simétrica con respecto al eje polar.

b.- Simetría sobre la línea de noventa grados con relación al eje polar.

Si se reemplaza ϕ por $\pi-\phi$ se tiene:

$$E_{\theta r} \Big|_{\phi} \equiv E_{\theta r} \Big|_{\pi-\phi}$$

ya que:

$$\frac{\text{sen } N\pi [\eta \cos(\pi-\phi)]}{\text{sen } \pi [\eta \cos(\pi-\phi)]} = \frac{\text{sen } (N\pi \cos \phi)}{\text{sen } (\pi \cos \phi)},$$

por tanto existe simetría con respecto a la línea de noventa grados.

001501

c.- Valores extremos

Según la ecuación (c-8) del Apéndice C se puede ver -
que la máxima radiación ocurre cuando:

$$N\pi n \cos \phi = 0$$

Es decir si $\phi = \pi/2$. Por esta razón es conocido como -
"broadside." [6]

Los máximos secundarios ocurren cuando

$$\pi (n \cos \phi) \equiv \pm \pi q$$

y tienen un valor de: $\text{sen } \theta \cos \phi = \frac{q}{n}$, $q = 0, 1, 2, \dots$

Los ceros ocurren cuando

$$N\pi n \cos \phi = \pm p\pi \quad \text{donde } p=1,2,3,4, \text{ o sea } \cos \phi = \pm \frac{p}{Nn}$$

2.2.3 Programa para la computación de: $\frac{\text{sen}(N\pi n \cos \phi)}{\text{sen}(\pi n \cos \phi)}$

De la ecuación (31) se puede distinguir claramente -
que la configuración horizontal depende específicamente del

factor del arreglo: $\frac{\text{sen}(N\pi n \cos \phi)}{\text{sen}(\pi n \cos \phi)}$

Con esta condición se cree necesario realizar un -
programa que permita un cálculo inmediato de este factor -
por medio de una computadora. Este programa consta de dos -
lazos principales: el uno que permite el cálculo de la con-
figuración relativa en el plano horizontal, y el otro que -

da la resistencia de radiación.

A fin de poder usar la computadora 1130 disponible en la "Universidad Central del Ecuador", se utilizó el idioma FORTRAN y se unificó los casos "broadside", "end-fire" con sus variaciones propias.

Se incluye además un diagrama de flujo previo al programa con el objeto de clarificar el desarrollo. Este diagrama se muestra en las páginas 28, 29 y 30.

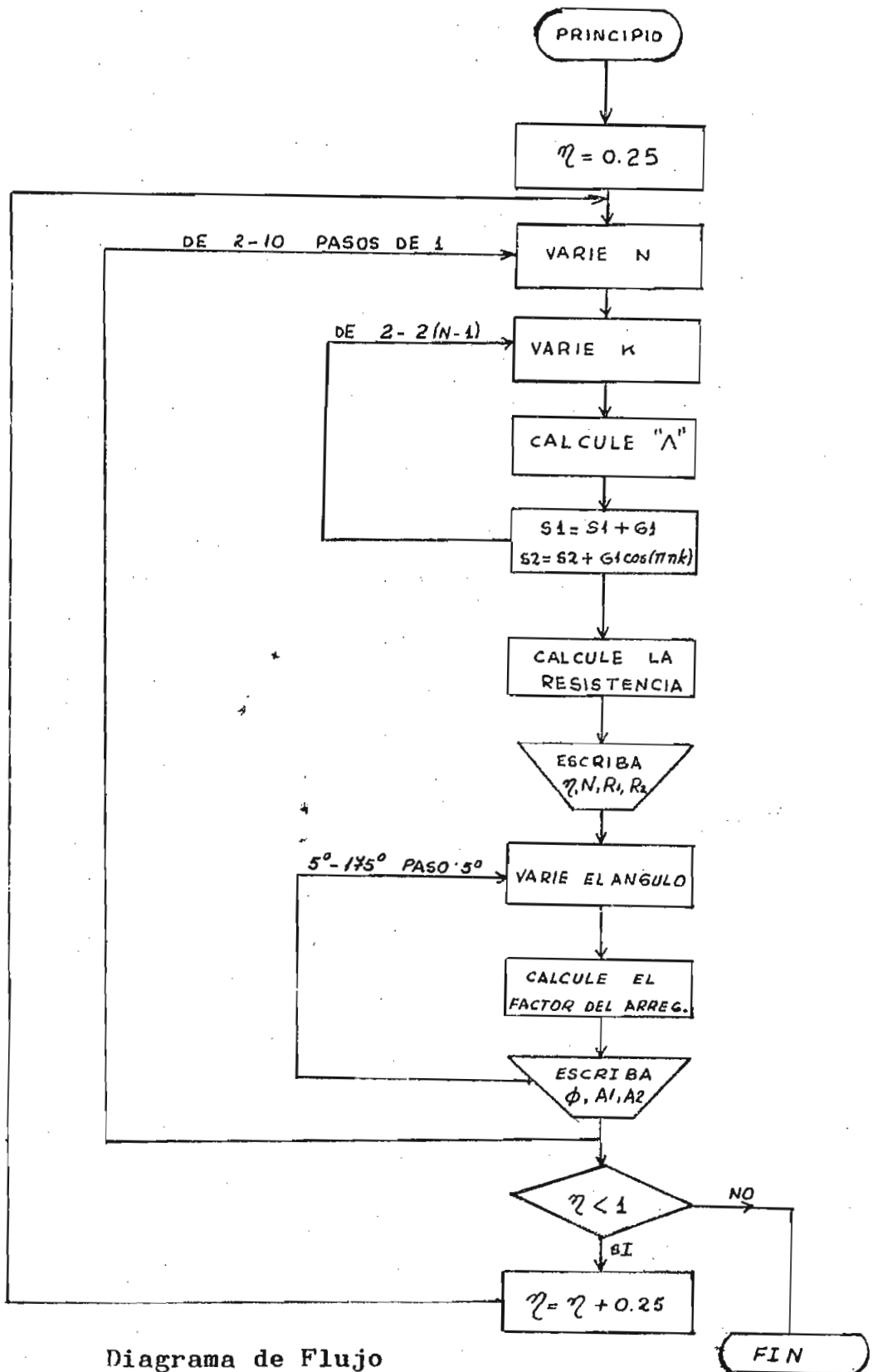


Diagrama de Flujo

La intensidad $E_{\theta T}$ como función de θ desde el arreglo a una distancia R_0 en el plano vertical (plano y-z en la Fig. 2.1) viene dada por la ecuación (30) al reemplazar $\phi = \pi/2$ y $t=0$

$$E_{\theta T} = \lim_{\phi \rightarrow \pi/2} \left\{ j K_1 e^{-j\beta R} \frac{\cos(\pi/2 \cos \theta)}{\sin \theta} \frac{\sin N\pi(\eta \sin \theta \cos \phi)}{\sin \pi(\eta \sin \theta \cos \phi)} \right\} \quad (33)$$

con la Regla de L'Hôpital se tiene:

$$E_{\theta T} = j K_1 e^{-j\beta R} N \frac{\cos(\pi/2 \cos \theta)}{\sin \theta} \quad (34)$$

Como se puede ver, la forma de esta configuración es independiente del ángulo ϕ . Puede ser por tanto denominada configuración absoluta de campo en el plano vertical. Esta configuración tiene la misma forma que la configuración vertical de un sólo elemento (dipolo de media longitud de onda) y es independiente de la separación "d".

2.2.4 Análisis de la ecuación (34)

Considerando la ecuación (8), la magnitud de (34) puede ser escrita de la siguiente manera:

$$|E_{\theta T}| = K_1 N |F_0(\theta, \pi/2)| \quad (34 a)$$

donde

$$F_0(\theta, \pi/2) = \frac{\cos(\pi/2 \cos \theta)}{\sin \theta} \quad (35)$$

Se puede tener una buena aproximación para esta última ecuación descomponiendo en un sumatorio en forma de una serie de Fourier y escogiendo unicamente el primer término. [7]
Esto da como resultado:

$$F_0(\theta, \pi/2) \cong 0.954 \operatorname{sen} \theta \quad (36)$$

por tanto:

$$E_{\theta T} = j K_1 e^{-j\beta R} N (0.954 \operatorname{sen} \theta) \quad (34-b)$$

La configuración del campo depende directamente de la función $\operatorname{sen} \theta$ y posee las siguientes características:

a.- Simetría con respecto al eje polar

Dado que la función seno es una función impar, la ecuación (34-b) no es simétrica con respecto al eje polar.

b.- Simetría sobre la línea de 90 grados:

ya que $\operatorname{sen} \operatorname{sen}(\pi - \theta) \equiv \operatorname{sen} \theta$

se tiene que existe simetría con respecto a una línea que pase por el polo (punto cero) y sea perpendicular al eje polar.

c.- Valores extremos

El máximo ocurre cuando $\theta = \pi/2$ y $\theta = 3\pi/2$ y depende del número de antenas que se consideren en el arreglo.

Cuando $\theta = 0$, $\theta = \pi$ el valor de la configuración de campo -

es cero.

La ecuación $NF_0(\theta, \pi/2)$ se encuentra tabulada en la tabla - (2.1) para valores de N comprendidos entre 2 y 10.

Se han dibujado las configuraciones horizontales para los - casos de $N=2,3,4,5$ (Figs. 3.12, 3.13, 3.14, 3.15)

TABLA 2.1. VALORES DE $N F_0(\theta, \pi/2)$ CON $F_0(\theta, \pi/2) \cong 0.954 \operatorname{sen} \theta$

GRADOS	N								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0.1663	.2494	.3326	.4158	.4989	.5821	.6652	.7484	.8315
10	.3313	.4970	.6626	.8283	.9940	1.1596	1.3253	1.4909	1.6566
15	.4938	.7407	.9877	1.2346	1.4814	1.7284	1.9753	2.2222	2.4691
20	.6526	.9789	1.3051	1.6314	1.9577	2.2840	2.6103	2.9366	3.2628
25	.8064	1.2095	1.6127	2.0159	2.4190	2.8223	3.2254	3.6286	4.0318
30	.9540	1.4310	1.9080	2.3850	2.8620	3.3390	3.8160	4.2930	4.770
35	1.0944	1.6416	2.1888	2.7360	3.2832	3.8304	4.3776	4.9248	5.4720
40	1.2264	1.8397	2.4529	3.0661	3.6793	4.2926	4.9058	5.5189	6.1322
45	1.3492	2.0237	2.6983	3.3728	4.0474	4.7220	5.3967	6.0712	6.7458
50	1.4616	2.1924	2.9232	3.6540	4.3848	5.1156	5.8464	6.5772	7.3080
55	1.5629	2.3444	3.1259	3.9073	4.6888	5.4703	6.2518	7.0332	7.8147
60	1.6524	2.4786	3.3048	4.1310	4.9572	5.7833	6.6095	7.4357	8.2619
65	1.7311	2.5966	3.4621	4.3276	5.1932	6.0587	6.9242	7.7897	8.6553
70	1.7929	2.6894	3.5859	4.4823	5.3788	6.2752	7.1717	8.0682	8.9646
75	1.8430	2.7645	3.6860	4.6075	5.5290	6.4505	7.3720	8.2935	9.2150
80	1.8790	2.8185	3.7580	4.6975	5.6371	6.5766	7.5161	8.4556	9.3951
85	1.9007	2.8511	3.8015	4.7518	5.7022	6.6526	7.6029	8.5533	9.5036
90	1.908	2.862	3.816	4.770	5.724	6.678	7.632	8.586	9.54

2.2.5 Ganancia del arreglo

Se define como ganancia de una antena: "la relación entre la potencia necesaria a la entrada de una antena de referencia y la potencia suministrada a la entrada de la antena en cuestión, a fin de que ambas produzcan en una dirección dada el mismo campo a la misma distancia. Salvo indicación contraria, la cifra que expresa la ganancia de una antena se refiere a la dirección del lóbulo principal de radiación."

Generalmente la antena de referencia se toma a la antena isotrópica, dipolo de media longitud de onda o la antena vertical corta.

Ganancia isotrópica o absoluta de una antena: "ganancia (G_{is}) de una antena en una dirección dada cuando la antena de referencia sea una antena isotrópica aislada en el espacio." Ganancia relativa de una antena: "ganancia (G_d) de una antena en una dirección dada, cuando la antena de referencia sea un dipolo de media longitud de onda sin pérdidas aislado en el espacio y cuyo plano ecuatorial contenga la dirección dada." Ganancia con relación a una antena vertical corta: "ganancia (G_v) de una antena en una dirección dada, cuando la antena de referencia sea una antena vertical ideal, de longitud mucho menor que un cuar

to de longitud de onda y situada en la superficie de una tierra plana perfectamente conductora." [8]

De acuerdo con las definiciones indicadas anteriormente y teniendo presente el caso práctico se analizará la ganancia relativa del arreglo. Para este análisis es necesario encontrar la potencia de radiación.

La potencia total de radiación se obtiene por integración de la componente normal del vector de Poynting " \bar{S} " sobre una esfera de gran radio del valor R .

$$W = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} S R^2 \sin \theta \, d\theta \, d\phi \quad (37)$$

$$\bar{S} = \bar{E} \times \bar{H} \quad (38)$$

la componente normal de \bar{S} vale:

$$S_r = E_\theta H_\phi = \frac{1}{\eta} E_\theta^2 \quad \text{ya que } \frac{E_\theta}{H_\phi} = \eta \quad (39)$$

para los componentes de radiación de campo.

Introduciendo $E_{\theta r}$ dado por (30) en (37) se tiene:

$$S_r = \frac{30 I_0^2}{\pi R^2} \left[F_0(\theta, \pi/2) A(\theta, \phi, \eta, t) \right]^2, \quad \text{de donde} \quad (39-a)$$

$$W = \frac{30 I_0^2}{\pi R^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} F_0^2(\theta, \pi/2) A^2(\theta, \phi, \eta, t) \sin \theta \, d\theta \, d\phi \quad (37-a)$$

El vector de Poynting es justamente el producto de los valores máximos en el tiempo de las intensidades de campo E_θ y H_ϕ . El valor promedio (en tiempo) del vector de Poynting será pues la mitad del valor máximo, o sea:

$$W_{AV} = \frac{30 I_0^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi F_0^2(\theta, \pi/2) A^2(\theta, \phi, r, t) \sin\theta d\theta d\phi \quad (37-b)$$

La expresión (37-b) luego de integrada [9] toma la forma de:

$$W_{AV} = \frac{30 I_0^2}{2\pi} (0.945)^2 \left[\frac{8\pi N}{3} + 4\pi \sum_{r=2}^{2N-2} (2N-r) \cos(r\pi t) \Lambda(r\pi\eta) \right] \quad (37-c)$$

donde $r = 2, 4, 6, 8, \dots$ entero par

y la función Λ queda definida por:

$$\Lambda(r, \pi, \eta) = \frac{\sin(r\pi\eta)}{r\pi\eta} - \frac{\sin(r\pi\eta)}{(r\pi\eta)^3} + \frac{\cos(r\pi\eta)}{(r\pi\eta)^2}$$

Para el caso "broadside" se tiene que $t=0$, entonces:

$$W_{AV} = \frac{30 I_0^2}{2\pi} (0.945)^2 \left[\frac{8\pi N}{3} + 4\pi \sum_{r=2}^{2N-2} (2N-r) \Lambda(r\pi\eta) \right] \quad (37-d)$$

La resistencia externa o de radiación, referida a la corriente sinusoidal máxima viene dada por

$$R_0 = \frac{60}{2\pi} (0.945)^2 \left[\frac{8\pi N}{3} + 4\pi \sum_{r=2}^{2N-2} (2N-r) \Lambda(r\pi\eta) \right] \quad (40)$$

Luego para este caso particular se tiene que:

$$R_0 = \frac{2W}{I_0} \quad (40-a)$$

La ganancia relativa de una antena en la dirección de su máximo (llamada directividad relativa D_r) viene dada por:

$$G_d = \frac{(E_{\theta r \text{ arreglo}})^2}{(E_{\theta r \text{ dipolo } \lambda/2})^2} \Bigg|_{\theta = \pi/2 ; \phi = \pi/2} \quad (41)$$

ya que el máximo principal ocurre cuando: $\phi = \pi/2$.

La potencia suplida por el arreglo (considerando al arreglo como una sólo antena con iguales características de radiación) es: $P_N = 1/2 I_0^2 R_{in}$

donde R_{in} es la resistencia de entrada.

"En la práctica la resistencia ohmica de la antena puede ser completamente despreciada en comparación con su resistencia de radiación. Es decir que se puede considerar a la antena con una conductividad infinita". [10]

"La resistencia de radiación de una antena en función de su diámetro es constante, siempre que el diámetro sea pequeño comparado con la longitud de la antena." [11]
Por tanto $R_{in} \cong R_0$

La potencia suplida por un elemento aislado es:

$$P_1 = 1/2 I_1^2 R_1$$

donde R_1 es la resistencia de una antena aislada, que para el caso de un dipolo de media longitud de onda tiene un valor de 73Ω . [12]

Para una potencia constante $P_N = P_1$ tal que:

$$I_1/I_0 = (R_0/R_1)^{1/2} \quad (42)$$

Considerando la ecuación (42) en la (41) se tiene que:

$$G_d = \frac{R_1}{R_0} A^2(\pi/2, \pi/2, n) = \frac{R_1}{R_0} N^2 \quad (41-a)$$

debido a que

$$A^2(\pi/2, \pi/2, n) = N^2$$

La ganancia en decibeles es:

$$G = 10 \log G_d \quad (43)$$

o sea:

$$G = 10 \log \left\{ \frac{R_1}{R_0} N^2 \right\} \quad (43-a)$$

La resistencia de radiación se ha calculado para $N=2$ a $N=10$ por medio de la computadora IBM 1130 y se halla tabulada conjuntamente con la ganancia relativa en las tablas (2.2) (2.3).

El programa FORTRAN necesario para que trabaje la computadora se incluye en el programa general que se ilustra en las páginas 28, 29 y 30.

TABLA 2.2 VALORES DE LA RESISTENCIA DE RADIACION MEDIDA EN OHMIOS.

Reistencia de radiación "Caso Broadside"				
Nº	$\eta = .0.25$	$\eta = .050$	$\eta = 0.75$	$\eta = 1.00$
2	224.02	121.16	99.451	148.31
3	354.89	176.32	125.04	226.54
4	442.33	229.06	165.73	305.37
5	535.20	283.16	207.01	384.54
6	654.91	336.39	239.22	463.92
7	772.21	390.23	271.15	543.46
8	870.18	443.62	309.58	623.11
9	969.51	497.35	348.16	702.84
10	1083.90	550.81	381.69	782.64

TABLA 2.3 VALORES DE LA GANANCIA RELATIVA EN
LA DIRECCION DE SU MAXIMA RADIACION.
"DIRECTIVIDAD RELATIVA".

Directivad caso Broadside en dB				
Nº	$\eta = 0.25$	$\eta = 0.50$	$\eta = 0.75$	$\eta = 1.00$
2	1,153	3.82	4.677	2.940
3	2.674	2.712	7.205	4.624
4	4.224	7.075	8.480	5.825
5	5.33	8.092	9.453	6.763
6	6.035	8.93	10.408	7.531
7	6.66	9.621	11.202	8.183
8	7.229	10.225	11.787	8.749
9	7.853	10.751	12.299	9.249
10	8.462	12.222	12.818	9.697

2.3 ELEMENTOS ALIMENTADOS EN FASE DISTINTA

De la definición del caso "end-fire" se sabe que $t=n$

En el presente trabajo se considera únicamente $t=90$.

Considerando $t=t_E$ en (28) se tiene que el factor del arreglo por elemento está dado por la siguiente expresión:

$$a_E(\theta, \phi, t_E, t_E) = \frac{\Delta \text{sen} [N\pi t_E (\Delta \text{sen} \theta \cos \phi - 1)]}{N \Delta \text{sen} [\pi t_E (\Delta \text{sen} \theta \cos \phi - 1)]} \quad (28-b)$$

2.3.1 Configuraciones de campo

La configuración en el plano horizontal (plano ecuatorial) se obtiene, si $\theta = \pi/2$ y depende del factor del arreglo.

Por tanto la ecuación (30) se convierte en:

$$E_{\theta\tau} = jK_1 \cdot \frac{\Delta \text{sen} [N\pi t_E (\Delta \text{sen} \theta \cos \phi - 1)]}{\Delta \text{sen} [\pi t_E (\Delta \text{sen} \theta \cos \phi - 1)]} e^{-j\beta R} \quad (44)$$

y en magnitud:

$$|E_{\theta\tau}| = K_1 \left| \frac{\Delta \text{sen} [N\pi t_E (\Delta \text{sen} \theta \cos \phi - 1)]}{\Delta \text{sen} [\pi t_E (\Delta \text{sen} \theta \cos \phi - 1)]} \right| \quad (45)$$

2.3.2 Análisis del factor del arreglo

a.- Simetría respecto al eje polar

Ya que la función coseno es par, resulta que el arreglo es simétrico con respecto al eje polar.

b.- Simetría sobre la línea de noventa grados

El factor del arreglo no es simétrico con respecto al eje de noventa grados.

Esto se deduce porque:

$\cos(\pi - \phi) = -\cos \phi$ y entonces cambian la magnitud y el signo de la ecuación (28-b).

c.- Valores extremos

El máximo principal ocurre cuando:

$$N\pi t_E (\text{sen } \theta \cos \phi - 1) = 0 ;$$

entonces $\theta = \pi/2$, $\text{sen } \theta \cos \phi = 1$

Es siempre conveniente localizar los valores principales en el plano ecuatorial $\theta = \pi/2$.

por tanto $\cos \phi = \pm 1$; $\phi = 0$

La máxima radiación sucede en el plano ecuatorial y sobre el eje paralelo al elemento central (eje y). Los valores secundarios se consiguen si

$$\pi t_E (\text{sen } \theta \cos \phi - 1) = \pm \pi q \quad , \quad q = 1, 2, \dots$$

luego $\text{sen } \theta \cos \phi = 1 \pm q/t_E$

considerando el plano de $\theta = \pi/2$

Los ceros están definidos por

$$N\pi l_E (\Delta \sin \theta \cos \phi - 1) = \pm p\pi \quad p = 1, 2, \dots$$

$$\theta = \pi/2 \quad \cos \phi = 1 \pm p/Nl_E$$

El factor del arreglo se ha programado, calculado, y los resultados se muestran en las tablas indicadas en las páginas: 48.....84.

La configuración absoluta de campo en el plano vertical es obtenida cuando ϕ toma el valor de $\pi/2$

Con esta condición la ecuación (30) se convierte en

$$E_{\theta T} = j\eta \frac{I_0 e^{-j\beta R}}{2\pi R} \frac{\cos(\pi/2 \cos \theta)}{\Delta \sin \theta} \frac{\sum (N\pi l_E)}{\Delta \sin(\pi l_E)} \quad (46)$$

En la ecuación (46) se puede notar claramente que $\frac{\sum (N\pi l_E)}{\Delta \sin(\pi l_E)}$ es una expresión que en ningún caso depende de θ y para cada número de elementos tiene un valor determinado. Por esta razón es considerada constante y el análisis pertinente de la ecuación (46) es similar al presentado para el caso "broadside" en el numeral 2.2.4.

2.3.3 Ganancia del arreglo tipo "end-fire"

Se puede encontrar la potencia total radiada a partir de la ecuación (37-c) con las siguiente condiciones:

luego:

$$W_{Av} = \frac{30 I_0^2}{2\pi} (0.945)^2 \left[\frac{8\pi N}{3} + 4\pi \sum_{\tau=2}^{2N-2} (2N-\tau) \cos(\tau\pi t_E) \Lambda(\tau\pi t_E) \right] \quad (47)$$

Para este caso la resistencia de radiación queda determinada en una forma similar a la que se llevó a cabo para el caso "broadside", por lo tanto:

$$R_0 = \frac{60}{2\pi} (0.945)^2 \left[\frac{8\pi N}{3} + 4\pi \sum_{\tau=2}^{2N-2} (2N-\tau) \cos(\tau\pi t_E) \Lambda(\tau\pi t_E) \right] \quad (48)$$

El cálculo de la resistencia de radiación para este tipo de arreglo se halla tabulada en forma aproximada, debido a que (48) es también una fórmula aproximada, en la tabla (3.5).

Si se considera que la dirección de máxima intensidad de campo para el caso "end-fire" ocurre cuando ϕ es cero, o 180 grados, la ecuación (41) se transforma en:

$$G_d = \frac{R_1}{R_0} A^2 \left| \pi/2, \left\{ \frac{0}{\pi} \right\}, t_E, t_E \right. \quad (49)$$

(43) por tanto es

$$G = 10 \log \frac{R_1}{R_0} A^2 \left| \pi/2, \left\{ \frac{0}{\pi} \right\}, t_E, t_E \right. \quad (50)$$

Las tabulaciones de las ecuaciones (49) y (50) se encuentran en las tablas ilustradas en las páginas 47 - 48

para un número de elementos desde $N=2$ hasta $N=10$. Y los gráficos obtenidos se muestran en las figuras 3.16, 3.17, 3.18 y 3.19, y 3.20.

TABLA 2.4. VALORES DE LA RESISTENCIA DE RADIACION
MEDIDA EN OHMIOS.

Resistencia de Radiación "Caso End-fire"				
Nº	$\eta = 0.25$	$\eta = 0.50$	$\eta = 0.75$	$\eta = 1.00$
2	142.88	186.31	142.88	153.74
3	257.76	312.04	219.15	238.75
4	372.62	442.59	295.42	324.97
5	498.36	575.86	372.89	411.87
6	624.09	710.87	450.37	499.20
7	754.65	847.08	528.38	586.83
8	885.20	948.17	606.39	674.69
9	1018.47	1121.95	684.70	762.71
10	1151.74	1260.27	763.01	850.87

TABLA 2.5 VALORES DE LA GANANCIA RELATIVA EN LA DIRECCION DE SU MAXIMA RADIACION. "DIRECTIVIDAD RELATIVA".

Directividad relativa "Caso End-fire" en dB				
Nº	$\eta=0.25$	$\eta=0.50$	$\eta=0.75$	$\eta=1.00$
2	3.103	1.965	3.103	2.935
3	4.028	3.218	4.813	4.624
4	4.946	4.229	6.041	5.826
5	5.562	4.994	6.989	6.763
6	6.232	5.627	7.766	7.531
7	6.784	6.126	8.424	8.184
8	7.203	6.942	8.992	8.749
9	7.654	7.203	9.489	9.230
10	8.048	7.608	9.948	9.688

LOBULO DE RADIACION DE ARREGLOS BROADSIDE Y ENDFIRE

JOSE LUIS HIDALGO B.

ETA = 0.25

BROADSIDE

ENDFIRE

N = 2

R1 = 224.02719 OHMIOS

R2 = 142.88424 OHMIOS

5	1.41843	1.99999
10	1.43098	1.99985
15	1.45154	1.99928
20	1.47958	1.99775
25	1.51435	1.99458
30	1.55492	1.98893
35	1.60016	1.97986
40	1.64880	1.96633
45	1.69941	1.94731
50	1.75049	1.92180
55	1.80046	1.88888
60	1.84774	1.84776
65	1.89082	1.79787
70	1.92826	1.73884
75	1.95881	1.67061
80	1.98142	1.59338
85	1.99531	1.50765
95	1.99531	1.31420
100	1.98143	1.20884
105	1.95883	1.09963
110	1.92828	0.98820
115	1.89085	0.87622
120	1.84777	0.76541
125	1.80049	0.65741
130	1.75052	0.55382
135	1.69944	0.45607
140	1.64883	0.36547
145	1.60019	0.28316
150	1.55494	0.21009
155	1.51437	0.14707
160	1.47960	0.09472
165	1.45156	0.05354
170	1.43099	0.02388
175	1.41844	0.00598

LOBULO DE RADIACION DE ARREGLOS BROADSIDE Y ENDFIRE

JOSE LUIS HIDALGO B.

ETA = 0.25

BROADSIDE

ENDFIRE

N = 3

R1 = 354.89740 OHMIOS

R2 = 257.75653 OHMIOS

5	1.01195	2.99996
10	1.04772	2.99943
15	1.10699	2.99713
20	1.18917	2.99103
25	1.29327	2.97838
30	1.41778	2.95587
35	1.56052	2.91984
40	1.71854	2.86646
45	1.88800	2.79205
50	2.06422	2.69335
55	2.24166	2.56788
60	2.41418	2.41424
65	2.57522	2.23234
70	2.71821	2.02359
75	2.83695	1.79095
80	2.92603	1.53886
85	2.98127	1.27303
95	2.98129	0.72713
100	2.92608	0.46129
105	2.83701	0.20920
110	2.71829	-0.02345
115	2.57531	-0.23222
120	2.41428	-0.41414
125	2.24177	-0.56779
130	2.06432	-0.69328
135	1.88811	-0.79199
140	1.71864	-0.86642
145	1.56061	-0.91981
150	1.41786	-0.95585
155	1.29334	-0.97836
160	1.18923	-0.99102
165	1.10703	-0.99713
170	1.04775	-0.99942
175	1.01197	-0.99996

LOBULO DE RADIACION DE ARREGLOS BROADSIDE Y ENDFIRE

JOSE LUIS HIDALGO B.

ETA = 0.25

BROADSIDE

ENDFIRE

N = 4

R1 = 442.33545 OHMIOS

R2 = 372.62915 OHMIOS

5	0.01696	3.99991
10	0.06829	3.99857
15	0.15530	3.99284
20	0.27990	3.97760
25	0.44412	3.94605
30	0.64962	3.89012
35	0.89693	3.80103
40	1.18473	3.67009
45	1.50909	3.48969
50	1.86290	3.25429
55	2.23557	2.96156
60	2.61305	2.61320
65	2.97847	2.21560
70	3.31317	1.77987
75	3.59825	1.32137
80	3.81630	0.85861
85	3.95326	0.41164
95	3.95332	-0.35859
100	3.81640	-0.65120
105	3.59840	-0.86959
110	3.31336	-1.01138
115	2.97868	-1.07970
120	2.61328	-1.08240
125	2.23580	-1.03070
130	1.86313	-0.93777
135	1.50929	-0.81728
140	1.18491	-0.68213
145	0.89709	-0.54362
150	0.64975	-0.41091
155	0.44423	-0.29096
160	0.27998	-0.18859
165	0.15537	-0.10692
170	0.06833	-0.04774
175	0.01698	-0.01197

LOBULO DE RADIACION DE ARREGLOS BROADSIDE Y ENDFIRE

JOSE LUIS HIDALGO B.

ETA = 0.25

BROADSIDE

ENDFIRE

N = 5

R1 = 535.20202 OHMIOS

R2 = 498.35894 OHMIOS

5	-0.98789	4.99982
10	-0.94999	4.99715
15	-0.88155	4.98568
20	-0.77303	4.95524
25	-0.62071	4.89237
30	-0.40767	4.78133
35	-0.12528	4.60566
40	0.23484	4.35017
45	0.67656	4.00349
50	1.19678	3.56079
55	1.78339	3.02616
60	2.41408	2.41434
65	3.05654	1.75102
70	3.67047	1.07134
75	4.21135	0.41656
80	4.63566	-0.17075
85	4.90672	-0.65241
95	4.90684	-1.19840
100	4.63588	-1.24850
105	4.21164	-1.16543
110	3.67082	-0.97599
115	3.05693	-0.71384
120	2.41447	-0.41434
125	1.78377	-0.10980
130	1.19712	0.17391
135	0.67685	0.41925
140	0.23508	0.61712
145	-0.12509	0.76588
150	-0.40752	0.86952
155	-0.62060	0.93557
160	-0.77496	0.97316
165	-0.88150	0.99140
170	-0.94996	0.99828
175	-0.98788	0.99989

LOBULO DE RADIACION DE ARREGLOS BROADSIDE Y ENDFIRE

JOSE LUIS HIDALGO B.

ETA = 0.25

BROADSIDE

ENDFIRE

N = 6

R1 = 654.91455 OHMIOS

R2 = 624.08923 OHMIOS

5	-1.41823	5.99968
10	-1.42772	5.99501
15	-1.43493	5.97496
20	-1.42663	5.92177
25	-1.38410	5.81221
30	-1.28352	5.61966
35	-1.09741	5.31754
40	-0.79752	4.88378
45	-0.35932	4.30639
50	0.23205	3.58886
55	0.97537	2.75450
60	1.84757	1.84795
65	2.80092	0.93252
70	3.76447	0.08302
75	4.65100	-0.62546
80	5.36892	-1.13070
85	5.83719	-1.39526
95	5.83739	-1.21635
100	5.36928	-0.85803
105	4.65150	-0.41196
110	3.76505	0.04689
115	2.80151	0.45421
120	1.84813	0.76525
125	0.97586	0.95851
130	0.23246	1.03409
135	-0.35901	1.00849
140	-0.79730	0.90767
145	-1.09726	0.76049
150	-1.28343	0.59360
155	-1.38406	0.42855
160	-1.42662	0.28078
165	-1.43493	0.16001
170	-1.42773	0.07158
175	-1.41823	0.01796

LOBULO DE RADIACION DE ARREGLOS BROADSIDE Y ENDFIRE

JOSE LUIS HIDALGO B.

ETA = 0.25

BROADSIDE

ENDFIRE

N = 7

R1 = 772.21423 OHMIOS

R2 = 754.64453 OHMIOS

5	-1.02377	6.99950
10	-1.09306	6.99203
15	-1.20131	6.95996
20	-1.33579	6.87503
25	-1.47531	6.70059
30	-1.58810	6.39583
35	-1.63075	5.92232
40	-1.54979	5.25298
45	-1.28721	4.38242
50	-0.79057	3.33631
55	-0.02727	2.17679
60	0.99977	1.00023
65	2.23952	-0.07447
70	3.58844	-0.92697
75	4.89910	-1.46147
80	6.00243	-1.63088
85	6.74031	-1.45116
95	6.74062	-0.40013
100	6.00301	0.21126
105	4.89985	0.71242
110	3.58927	1.02234
115	2.24032	1.11184
120	1.00047	1.00008
125	-0.02673	0.73995
130	-0.79019	0.39878
135	-1.28698	0.04069
140	-1.54969	-0.28538
145	-1.63074	-0.55054
150	-1.58815	-0.74481
155	-1.47539	-0.87254
160	-1.33587	-0.94656
165	-1.20139	-0.98284
170	-1.09311	-0.99657
175	-1.02379	-0.99978

LOBULO DE RADIACION DE ARREGLOS BROADSIDE Y ENDFIRE

JOSE LUIS HIDALGO B.

ETA = 0.25

BROADSIDE

ENDFIRE

N = 8

R1 = 870.18371 OHMIOS

R2 = 885.20044 OHMIOS

5	-0.03392	7.99925
10	-0.13643	7.98804
15	-0.30884	7.93997
20	-0.54978	7.81286
25	-0.85004	7.55271
30	-1.18585	7.10126
35	-1.51205	6.40783
40	-1.75778	5.44533
45	-1.82817	4.22758
50	-1.61595	2.82290
55	-1.02448	1.35720
60	-0.00024	0.00025
65	1.43361	-1.06641
70	3.15500	-1.69489
75	4.94542	-1.81609
80	6.52445	-1.46791
85	7.61183	-0.79259
95	7.61229	0.69049
100	6.52528	1.11342
105	4.94648	1.19537
110	3.15609	0.96338
115	1.43459	0.52001
120	0.00051	0.00021
125	-1.02399	-0.47205
130	-1.61571	-0.81323
135	-1.82814	-0.98993
140	-1.75788	-1.01198
145	-1.51224	-0.91638
150	-1.18606	-0.75008
155	-0.85024	-0.55688
160	-0.54994	-0.37044
165	-0.30896	-0.21263
170	-0.13651	-0.09538
175	-0.03396	-0.02394

LOBULO DE RADIACION DE ARREGLOS BROADSIDE Y ENDFIRE

JOSE LUIS HIDALGO B.

ETA = 0.25

BROADSIDE

ENDFIRE

N = 9

R1 = 969.51001 OHMIOS

R2 = 1018.47009 OHMIOS

5	0.97565	8.99892
10	0.89783	8.98292
15	0.75302	8.91430
20	0.52233	8.73316
25	0.18804	8.36396
30	-0.25580	7.72813
35	-0.78879	6.76429
40	-1.34843	5.45436
45	-1.81961	3.85002
50	-2.03813	2.08877
55	-1.81727	0.38680
60	-1.00022	-0.99976
65	0.47119	-1.84280
70	2.49524	-2.02018
75	4.78807	-1.57251
80	6.92526	-0.70806
85	8.44768	0.25619
95	8.44834	1.30759
100	6.92642	1.13469
105	4.78946	0.60205
110	2.49659	-0.07032
115	0.47227	-0.65619
120	-0.99952	-0.99991
125	-1.81696	-1.05028
130	-2.03815	-0.84917
135	-1.81984	-0.49217
140	-1.34876	-0.08446
145	-0.78913	0.29105
150	-0.25610	0.58722
155	0.18780	0.79064
160	0.52216	0.91147
165	0.75290	0.97145
170	0.89776	0.99430
175	0.97562	0.99964

LOBULO DE RADIACION DE ARREGLOS BROADSIDE Y ENDFIRE

JOSE LUIS HIDALGO B.

ETA = 0.25

BROADSIDE

ENDFIRE

N = 10

R1 = 1083.92090 OHMIOS

R2 = 1151.74048 OHMIOS

5	1.41782	9.99852
10	1.42121	9.97652
15	1.40188	9.88224
20	1.32263	9.63388
25	1.13480	9.12993
30	0.78809	8.26953
35	0.24986	6.98452
40	-0.46551	5.27975
45	-1.26410	3.26965
50	-1.95178	1.19131
55	-2.24744	-0.62657
60	-1.84792	-1.84758
65	-0.54266	-2.24671
70	1.65649	-1.81790
75	4.43351	-0.81097
80	7.19743	0.33969
85	9.24394	1.17885
95	9.24484	1.02794
100	7.19896	0.25823
105	4.43527	-0.53333
110	1.65805	-1.03287
115	-0.54158	-1.09499
120	-1.84741	-0.76556
125	-2.24743	-0.21842
130	-1.95211	0.34294
135	-1.26458	0.76546
140	-0.46599	0.98111
145	0.24948	0.99880
150	0.78782	0.87345
155	1.13465	0.67316
160	1.32255	0.45678
165	1.40186	0.26464
170	1.42121	0.11913
175	1.41783	0.02993

LOBULO DE RADIACION DE ARREGLOS BROADSIDE Y ENDFIRE

JOSE LUIS HIDALGO B.

ETA = 0.50

BROADSIDE

ENDFIRE

N = 2

R1 = 121.16897 OHMIOS

R2 = 186.31399 OHMIOS

5	0.01195	1.99996
10	0.04772	1.99943
15	0.10699	1.99713
20	0.18917	1.99103
25	0.29327	1.97838
30	0.41778	1.95587
35	0.56052	1.91984
40	0.71854	1.86646
45	0.88800	1.79205
50	1.06422	1.69335
55	1.24166	1.56788
60	1.41418	1.41424
65	1.57522	1.23234
70	1.71821	1.02359
75	1.83695	0.79095
80	1.92603	0.53886
85	1.98127	0.27303
95	1.98129	-0.27286
100	1.92608	-0.53870
105	1.83701	-0.79079
110	1.71829	-1.02345
115	1.57531	-1.23222
120	1.41428	-1.41414
125	1.24177	-1.56779
130	1.06432	-1.69328
135	0.88811	-1.79199
140	0.71864	-1.86642
145	0.56061	-1.91981
150	0.41786	-1.95585
155	0.29334	-1.97837
160	0.18923	-1.99102
165	0.10703	-1.99713
170	0.04775	-1.99943
175	0.01197	-1.99996

LOBULO DE RADIACION DE ARREGLOS BROADSIDE Y ENDFIRE

JOSE LUIS HIDALGO B.

ETA = 0.50

BROADSIDE

ENDFIRE

N = 3

R1 = 176.32455 OHMIOS

R2 = 312.04315 OHMIOS

5	-0.99985	2.99985
10	-0.99772	2.99772
15	-0.98855	2.98855
20	-0.96421	2.96421
25	-0.91398	2.91399
30	-0.82545	2.82545
35	-0.68581	2.68581
40	-0.48369	2.48370
45	-0.21144	2.21144
50	0.13256	1.86743
55	0.54173	1.45827
60	0.99990	1.00009
65	1.48132	0.51868
70	1.95226	0.04774
75	2.37439	-0.37439
80	2.70962	-0.70962
85	2.92545	-0.92545
95	2.92554	-0.92554
100	2.70979	-0.70980
105	2.37463	-0.37463
110	1.95253	0.04745
115	1.48161	0.51837
120	1.00019	0.99979
125	0.54199	1.45799
130	0.13279	1.86719
135	-0.21125	2.21125
140	-0.48355	2.48355
145	-0.68570	2.68570
150	-0.82538	2.82538
155	-0.91394	2.91395
160	-0.96419	2.96420
165	-0.98854	2.98856
170	-0.99771	2.99773
175	-0.99985	2.99985

LOBULO DE RADIACION DE ARREGLOS BROADSIDE Y ENDFIRE

JOSE LUIS HIDALGO B.

ETA = 0.50

BROADSIDE

ENDFIRE

N = 4

R1 = 229.06756 OHMIOS

R2 = 442.59741 OHMIOS

5	-0.02391	3.99964
10	-0.09534	3.99430
15	-0.21276	3.97141
20	-0.37157	3.91081
25	-0.56132	3.78660
30	-0.76264	3.57037
35	-0.94493	3.23650
40	-1.06609	2.76928
45	-1.07577	2.17097
50	-0.92314	1.46888
55	-0.56901	0.71851
60	-0.00013	0.00013
65	0.75819	-0.59315
70	1.63618	-0.97472
75	2.52470	-1.08708
80	3.29281	-0.92125
85	3.81485	-0.52571
95	3.81507	0.52540
100	3.29321	0.92107
105	2.52522	1.08706
110	1.63673	0.97488
115	0.75870	0.59347
120	0.00027	0.00028
125	-0.56873	-0.71804
130	-0.92299	-1.46841
135	-1.07573	-2.17055
140	-1.06614	-2.76894
145	-0.94503	-3.23624
150	-0.76276	-3.57019
155	-0.56144	-3.78649
160	-0.37168	-3.91075
165	-0.21285	-3.97138
170	-0.09539	-3.99429
175	-0.02394	-3.99964

LOBULO DE RADIACION DE ARREGLOS BROADSIDE Y ENDFIRE

JOSE LUIS HIDALGO B.

ETA = 0.50

BROADSIDE

ENDFIRE

N = 5

R1 = 283.16754 OHMIOS

R2 = 575.86572 OHMIOS

5	0.99957	4.99928
10	0.99317	4.98861
15	0.96578	4.94289
20	0.89391	4.82235
25	0.74936	4.57735
30	0.50683	4.15776
35	0.15614	3.52778
40	-0.28233	2.68507
45	-0.74384	1.67905
50	-1.11499	0.61989
55	-1.24825	-0.33171
60	-1.00009	-0.99990
65	-0.28699	-1.24965
70	0.85906	-1.04546
75	2.26336	-0.48543
80	3.63245	0.21319
85	4.63282	0.78191
95	4.63326	0.78218
100	3.63320	0.21362
105	2.26424	-0.48501
110	0.85985	-1.04520
115	-0.28642	-1.24966
120	-0.99980	-1.00020
125	-1.24823	-0.33224
130	-1.11516	0.61923
135	-0.74411	1.67837
140	-0.28261	2.68447
145	0.15590	3.52730
150	0.50665	4.15742
155	0.74925	4.57715
160	0.89385	4.82223
165	0.96575	4.94284
170	0.99316	4.98866
175	0.99957	4.99928

LOBULO DE RADIACION DE ARREGLOS BROADSIDE Y ENDFIRE

JOSE LUIS HIDALGO B.

ETA = 0.50

BROADSIDE

ENDFIRE

N = 6

R1 = 336.39917 OHMIOS

R2 = 710.87072 OHMIOS

5	0.03586	5.99874
10	0.14274	5.98008
15	0.31610	5.90022
20	0.54068	5.69064
25	0.78109	5.26914
30	0.97439	4.56170
35	1.03246	3.53630
40	0.86322	2.24232
45	0.41522	0.83797
50	-0.26345	-0.41918
55	-0.98090	-1.23861
60	-1.41418	-1.41424
65	-1.21028	-0.94685
70	-0.16013	-0.09541
75	1.63299	0.70312
80	3.70344	1.03613
85	5.36405	0.73920
95	5.36480	-0.73883
100	3.70464	-1.03614
105	1.63423	-0.70351
110	-0.15924	0.09483
115	-1.20991	0.94639
120	-1.41428	1.41414
125	-0.98129	1.23894
130	-0.26390	0.41987
135	0.41487	-0.83708
140	0.86304	-2.24144
145	1.03244	-3.53554
150	0.97447	-4.56113
155	0.78123	-5.26879
160	0.54083	-5.69046
165	0.31622	-5.90018
170	0.14282	-5.98009
175	0.03591	-5.99874

LOBULO DE RADIACION DE ARREGLOS BROADSIDE Y ENDFIRE

JOSE LUIS HIDALGO B.

ETA = 0.50

BROADSIDE

ENDFIRE

N = 7

R1 = 390.23376 OHMIOS

R2 = 847.08178 OHMIOS

5	-0.99914	6.99800
10	-0.98635	6.96815
15	-0.93196	6.84065
20	-0.79163	6.50791
25	-0.52028	5.84702
30	-0.09975	4.76436
35	0.42257	3.26138
40	0.90260	1.50015
45	1.11257	-0.17736
50	0.83461	-1.32972
55	0.03030	-1.61028
60	-0.99981	-1.00019
65	-1.61946	0.08280
70	-1.13421	0.94780
75	0.73636	1.04157
80	3.50052	0.34514
85	5.99484	-0.58008
95	5.99601	-0.58058
100	3.50225	0.34455
105	0.73786	1.04134
110	-1.13348	0.94814
115	-1.61956	0.08349
120	-1.00039	-0.99959
125	0.02969	-1.61016
130	0.83427	-1.33020
135	1.11256	-0.17832
140	0.90283	1.49900
145	0.42289	3.26029
150	-0.09945	4.76351
155	-0.52008	5.84646
160	-0.79151	6.50762
165	-0.93190	6.84052
170	-0.98634	6.96820
175	-0.99914	6.99799

LOBULO DE RADIACION DE ARREGLOS BROADSIDE Y ENDFIRE

JOSE LUIS HIDALGO B.

ETA = 0.50

BROADSIDE

ENDFIRE

N = 8

R1 = 443.62548 OHMIOS

R2 = 984.17883 OHMIOS

5	-0.04781	7.99699
10	-0.18981	7.95225
15	-0.41581	7.76149
20	-0.69044	7.26683
25	-0.93368	6.29849
30	-1.01606	4.75682
35	-0.79560	2.72505
40	-0.21467	0.55766
45	0.57274	-1.15581
50	1.15167	-1.83249
55	1.01852	-1.28613
60	0.00026	-0.00027
65	-1.34073	1.04889
70	-1.78868	1.06557
75	-0.28031	0.12071
80	3.03870	-0.85015
85	6.51338	-0.89758
95	6.51508	0.89725
100	3.04098	0.85053
105	-0.27875	-0.11998
110	-1.78842	-1.06522
115	-1.34141	-1.04927
120	-0.00055	-0.00057
125	1.01816	1.28547
130	1.15185	1.83252
135	0.57321	1.15663
140	-0.21422	-0.55635
145	-0.79535	-2.72363
150	-1.01603	-4.75563
155	-0.93379	-6.29768
160	-0.69061	-7.26635
165	-0.41597	-7.76126
170	-0.18992	-7.95217
175	-0.04787	-7.99698

LOBULO DE RADIACION DE ARREGLOS BROADSIDE Y ENDFIRE

JOSE LUIS HIDALGO B.

ETA = 0.50

BROADSIDE

ENDFIRE

N = 9

R1 = 497.35607 OHMIOS

R2 = 1121.95337 OHMIOS

5	0.99857	8.99571
10	0.97730	8.93181
15	0.88747	8.66010
20	0.66101	7.96058
25	0.24646	6.61380
30	-0.32474	4.53940
35	-0.86852	1.97030
40	-1.05685	-0.45929
45	-0.60396	-1.89391
50	0.39101	-1.77334
55	1.23437	-0.40623
60	1.00018	0.99980
65	-0.49249	1.20979
70	-1.93912	0.14291
75	-1.25130	-0.94609
80	2.35213	-0.80326
85	6.90996	0.33501
95	6.91231	0.33575
100	2.35494	-0.80273
105	-1.24994	-0.94646
110	-1.93954	0.14206
115	-0.49358	1.20944
120	0.99960	1.00040
125	1.23463	-0.40519
130	0.39167	-1.77277
135	-0.60348	-1.89436
140	-1.05678	-0.46062
145	-0.86878	1.96859
150	-0.32510	4.53783
155	0.24615	6.61268
160	0.66082	7.95991
165	0.88738	8.65982
170	0.97727	8.93177
175	0.99856	8.99569

LOBULO DE RADIACION DE ARREGLOS BROADSIDE Y ENDFIRE

JOSE LUIS HIDALGO B.

ETA = 0.50

BROADSIDE

ENDFIRE

N = 10

R1 = 550.81909 OHMIOS

R2 = 1260.26465 OHMIOS

5	0.05975	9.99410
10	0.23645	9.90629
15	0.51077	9.53391
20	0.81549	8.58296
25	1.00596	6.78612
30	0.88039	4.12168
35	0.30877	1.05762
40	-0.54471	-1.41492
45	-1.10907	-2.23818
50	-0.73554	-1.17039
55	0.51414	0.64920
60	1.41418	1.41424
65	0.56495	0.44199
70	-1.54315	-0.91929
75	-2.01826	-0.86903
80	1.49160	0.41730
85	7.17716	0.98905
95	7.18028	-0.98886
100	1.49482	-0.41810
105	-2.01741	0.86844
110	-1.54429	0.91982
115	0.56385	-0.44103
120	1.41428	-1.41414
125	0.51497	-0.65020
130	-0.73498	1.16928
135	-1.10918	2.23805
140	-0.54522	1.41606
145	0.30830	-1.05570
150	0.88018	-4.11973
155	1.00600	-6.78465
160	0.81566	-8.58206
165	0.51096	-9.53349
170	0.23659	-9.90627
175	0.05982	-9.99408

LOBULO DE RADIACION DE ARREGLOS BROADSIDE Y ENDFIRE

JOSE LUIS HIDALGO B.

ETA = 0.75

BROADSIDE

ENDFIRE

N = 2

R1 = 99.45184 OHMIOS

R2 = 142.88439 OHMIOS

5	-1.40147	1.99991
10	-1.36269	1.99871
15	-1.29623	1.99355
20	-1.19968	1.97984
25	-1.07023	1.95146
30	-0.90530	1.90118
35	-0.70323	1.82117
40	-0.46406	1.70376
45	-0.19032	1.54237
50	0.11241	1.33248
55	0.43511	1.07267
60	0.76530	0.76543
65	1.08764	0.41773
70	1.38490	0.04102
75	1.63943	-0.34923
80	1.83487	-0.73476
85	1.95795	-1.09601
95	1.95800	-1.67280
100	1.83497	-1.86004
105	1.63957	-1.96922
110	1.38507	-1.99958
115	1.08783	-1.95593
120	0.76550	-1.84781
125	0.43531	-1.68812
130	0.11260	-1.49160
135	-0.19014	-1.27335
140	-0.46391	-1.04760
145	-0.70309	-0.82678
150	-0.90519	-0.62101
155	-1.07014	-0.43803
160	-1.19961	-0.28332
165	-1.29619	-0.16046
170	-1.36266	-0.07162
175	-1.40145	-0.01796

LOBULO DE RADIACION DE ARREGLOS BROADSIDE Y ENDFIRE

JOSE LUIS HIDALGO B.

ETA = 0.75

BROADSIDE

ENDFIRE

N = 3

R1 = 125.04911 OHMIOS

R2 = 219.15197 OHMIOS

5	0.96412	2.99967
10	0.85693	2.99487
15	0.68023	2.97427
20	0.43924	2.91978
25	0.14539	2.80822
30	-0.18042	2.61449
35	-0.50546	2.31666
40	-0.78464	1.90281
45	-0.96377	1.37892
50	-0.98736	0.77552
55	-0.81067	0.15063
60	-0.41431	-0.41410
65	0.18297	-0.82550
70	0.91797	-0.99831
75	1.68775	-0.87803
80	2.36677	-0.46012
85	2.83358	0.20125
95	2.83377	1.79827
100	2.36713	2.45977
105	1.68820	2.87786
110	0.91844	2.99833
115	0.18338	2.82568
120	-0.41400	2.41442
125	-0.81050	1.84975
130	-0.98731	1.22487
135	-0.96384	0.62143
140	-0.78478	0.09748
145	-0.50565	-0.31643
150	-0.18062	-0.61433
155	0.14520	-0.80812
160	0.43908	-0.91972
165	0.68010	-0.97425
170	0.85684	-0.99486
175	0.96408	-0.99967

LOBULO DE RADIACION DE ARREGLOS BROADSIDE Y ENDFIRE

JOSE LUIS HIDALGO B.

ETA = 0.75

BROADSIDE

ENDFIRE

N = 4

R1 = 165.73062 OHMIOS

R2 = 295.42004 OHMIOS

5	0.05027	3.99919
10	0.19495	3.98719
15	0.41449	3.93583
20	0.67272	3.80086
25	0.91462	3.52868
30	1.06864	3.06945
35	1.05869	2.39786
40	0.82819	1.53818
45	0.37374	0.58444
50	-0.22341	-0.29910
55	-0.78784	-0.91109
60	-1.08237	-1.08240
65	-0.88863	-0.76256
70	-0.11360	-0.08198
75	1.12752	0.65587
80	2.50785	1.07284
85	3.59006	0.87544
95	3.59054	-1.33535
100	2.50865	-2.71524
105	1.12836	-3.69793
110	-0.11296	-3.99584
115	-0.88834	-3.57094
120	-1.08242	-2.61360
125	-0.78813	-1.43449
130	-0.22379	-0.33541
135	0.37341	0.48204
140	0.82798	0.94548
145	1.05862	1.08840
150	1.06869	1.00253
155	0.91474	0.79202
160	0.67288	0.54389
165	0.41464	0.31680
170	0.19507	0.14288
175	0.03033	0.03592

LOBULO DE RADIACION DE ARREGLOS BROADSIDE Y ENDFIRE

JOSE LUIS HIDALGO B.

ETA = 0.75

BROADSIDE

ENDFIRE

N = 5

R1 = 207.01507 OHMIOS

R2 = 372.89398 OHMIOS

5	-1.03458	4.99839
10	-1.12260	4.97441
15	-1.21751	4.87203
20	-1.24630	4.60534
25	-1.12425	4.07789
30	-0.78701	3.22110
35	-0.23904	2.05025
40	0.40029	0.71789
45	0.89264	-0.47748
50	0.96224	-1.17408
55	0.46787	-1.12794
60	-0.41403	-0.41440
65	-1.14949	0.50695
70	-1.07529	0.99495
75	0.16075	0.64897
80	2.23483	-0.32816
85	4.19559	-1.16074
95	4.19652	0.43550
100	2.23617	2.59070
105	0.16183	4.40422
110	-1.07490	4.99168
115	-1.14975	4.15885
120	-0.41459	2.41503
125	0.46742	0.57184
130	0.96211	-0.72455
135	0.89284	-1.23525
140	0.40067	-1.08798
145	-0.23866	-0.58344
150	-0.78674	-0.00824
155	-1.12412	0.46119
160	-1.24628	0.76562
165	-1.21756	0.92341
170	-1.12266	0.98463
175	-1.03462	0.99903

LOBULO DE RADIACION DE ARREGLOS BROADSIDE Y ENDFIRE

JOSE LUIS HIDALGO B.

ETA = 0.75

BROADSIDE

ENDFIRE

N = 6

R1 = 239.22000 OHMIOS

R2 = 450.36846 OHMIOS

5	1.39967	5.99718
10	1.33480	5.95525
15	1.16369	5.77684
20	0.82244	5.31699
25	0.28859	4.42919
30	-0.35615	3.05445
35	-0.89059	1.33599
40	-1.01396	-0.31506
45	-0.54363	-1.32091
50	0.33159	-1.26534
55	0.99142	-0.29881
60	0.76551	0.76520
65	-0.36160	0.97433
70	-1.37559	0.12280
75	-0.86397	-0.88252
80	1.59279	-0.83171
85	4.62471	0.39675
95	4.62626	0.60683
100	1.59468	-2.10358
105	-0.86302	-4.97498
110	-1.37586	-5.98545
115	-0.36240	-4.56351
120	0.76505	-1.84893
125	0.99160	0.46914
130	0.33213	1.41617
135	-0.54318	1.09087
140	-1.01386	0.19429
145	-0.89081	-0.60602
150	-0.35654	-0.99740
155	0.28822	-0.99404
160	0.82218	-0.76081
165	1.16354	-0.46498
170	1.33473	-0.21341
175	1.39965	-0.05386

LOBULO DE RADIACION DE ARREGLOS BROADSIDE Y ENDFIRE

JOSE LUIS HIDALGO B.

ETA = 0.75

BROADSIDE

ENDFIRE

N = 7

R1 = 271.15686 OHMIOS

R2 = 528.37866 OHMIOS

5	-0.92701	6.99549
10	-0.69631	6.92846
15	-0.29091	6.64445
20	0.25962	5.92148
25	0.81539	4.56552
30	1.10944	2.58596
35	0.86533	0.38282
40	0.07024	-1.25469
45	-0.78917	-1.55985
50	-0.92496	-0.51198
55	-0.03649	0.80740
60	0.99988	1.00012
65	0.75619	-0.09993
70	-0.82976	-0.98991
75	-1.57719	-0.34076
80	0.68774	0.93928
85	4.85937	0.72589
95	4.86172	-1.45061
100	0.69001	1.32205
105	-1.57683	5.39265
110	-0.83077	6.97664
115	0.75551	4.76709
120	1.00024	1.00146
125	-0.03576	-1.36382
130	-0.92471	-1.38780
135	-0.78955	-0.15382
140	0.06967	0.88443
145	0.86499	1.08449
150	1.10948	0.62765
155	0.81568	-0.02576
160	0.25998	-0.55007
165	-0.29061	-0.84879
170	-0.69612	-0.96934
175	-0.92692	-0.99806

LOBULO DE RADIACION DE ARREGLOS BROADSIDE Y ENDFIRE

JOSE LUIS HIDALGO B.

ETA = 0.75

BROADSIDE

ENDFIRE

N = 8

R1 = 309.58514 OHMIOS

R2 = 606.38928 OHMIOS

5	-0.10048	7.99324
10	-0.38592	7.89279
15	-0.78660	7.46924
20	-1.13392	6.40660
25	-1.16125	4.48028
30	-0.64822	1.86194
35	0.28206	-0.63880
40	0.98136	-1.82263
45	0.69383	-1.08497
50	-0.43557	0.58314
55	-1.00730	1.16490
60	-0.00030	0.00032
65	1.18407	-1.01608
70	0.22643	-0.16341
75	-1.72172	1.00153
80	-0.33087	0.14156
85	4.88971	-1.19235
95	4.89300	1.81976
100	-0.32851	-0.35550
105	-1.72230	-5.64438
110	0.22517	-7.96511
115	1.18428	-4.76063
120	0.00063	-0.00158
125	-1.00717	1.83315
130	-0.43626	0.65387
135	0.69331	-0.89500
140	0.98153	-1.12083
145	0.28264	-0.29061
150	-0.64775	0.60762
155	-1.16112	1.00532
160	-1.13406	0.91666
165	-0.78685	0.60118
170	-0.38614	0.28285
175	-0.10060	0.07179

LOBULO DE RADIACION DE ARREGLOS BROADSIDE Y ENDFIRE

JOSE LUIS HIDALGO B.

ETA = 0.75

BROADSIDE

ENDFIRE

N = 9

R1 = 348.16375 OHMIOS

R2 = 684.70105 OHMIOS

5	1.06783	8.99035
10	1.22222	8.84701
15	1.31054	8.24593
20	1.10072	6.76260
25	0.42742	4.17759
30	-0.52260	0.95393
35	-1.06368	-1.54619
40	-0.52566	-1.85064
45	0.65712	-0.11358
50	0.87600	1.28900
55	-0.40178	0.44215
60	-1.00011	-0.99987
65	0.53166	-0.32451
70	1.14336	0.98320
75	-1.24547	-0.00900
80	-1.29485	-1.04330
85	4.71446	0.58093
95	4.71880	-1.59349
100	-1.29283	-0.66080
105	-1.24701	5.72242
110	1.14266	8.95008
115	0.53278	4.54441
120	-0.99975	-0.99853
125	-0.40266	-1.73076
130	0.87558	0.41248
135	0.65772	1.29348
140	-0.52502	0.28977
145	-1.06372	-0.84421
150	-0.52314	-1.00499
155	0.42688	-0.41460
160	1.10045	0.29035
165	1.31052	0.75232
170	1.22231	0.94908
175	1.06791	0.99677

LOBULO DE RADIACION DE ARREGLOS BROADSIDE Y ENDFIRE

JOSE LUIS HIDALGO B.

ETA = 0.75

BROADSIDE

ENDFIRE

N = 10

R1 = 381.69201 OHMIOS

R2 = 763.01330 OHMIOS

5	-1.39606	9.98674
10	-1.27958	9.78990
15	-0.91217	8.96949
20	-0.18659	6.98229
25	0.70381	3.67215
30	1.12134	-0.04833
35	0.46595	-2.17708
40	-0.73741	-1.33043
45	-0.81890	0.90979
50	0.53405	1.13445
55	0.83248	-0.69061
60	-0.76508	-0.76566
65	-0.60581	0.88052
70	1.35701	0.20375
75	-0.32014	-0.99838
80	-2.04502	0.62501
85	4.34097	0.55563
95	4.34642	0.84583
100	-2.04380	1.58462
105	-0.32226	-5.62438
110	1.35750	-9.93152
115	-0.60469	-4.12795
120	-0.76595	1.84668
125	0.83189	1.08859
130	0.53486	-1.26913
135	-0.81838	-0.75206
140	-0.73797	0.81727
145	0.46525	0.98859
150	1.12129	0.01649
155	0.70429	-0.82371
160	-0.18606	-0.99893
165	-0.91183	-0.72191
170	-1.27945	-0.35083
175	-1.39603	-0.08969

LOBULO DE RADIACION DE ARREGLOS BROADSIDE Y ENDFIRE

JOSE LUIS HIDALGO B.

ETA = 1.00

BROADSIDE

ENDFIRE

N = 2

R1 = 148.31259 OHMIOS

R2 = 153.74118 OHMIOS

5	-1.99985	1.99985
10	-1.99772	1.99772
15	-1.98855	1.98855
20	-1.96421	1.96421
25	-1.91398	1.91399
30	-1.82545	1.82545
35	-1.68581	1.68581
40	-1.48369	1.48370
45	-1.21144	1.21144
50	-0.86743	0.86743
55	-0.45826	0.45827
60	-0.00009	0.00009
65	0.48132	-0.48131
70	0.95226	-0.95225
75	1.37439	-1.37439
80	1.70962	-1.70962
85	1.92545	-1.92545
95	1.92554	-1.92554
100	1.70979	-1.70980
105	1.37463	-1.37463
110	0.95253	-0.95254
115	0.48161	-0.48162
120	0.00019	-0.00020
125	-0.45800	0.45799
130	-0.86720	0.86719
135	-1.21125	1.21124
140	-1.48355	1.48355
145	-1.68570	1.68570
150	-1.82538	1.82538
155	-1.91394	1.91394
160	-1.96419	1.96419
165	-1.98854	1.98854
170	-1.99771	1.99771
175	-1.99985	1.99985

LOBULO DE RADIACION DE ARREGLOS BROADSIDE Y ENDFIRE

JOSE LUIS HIDALGO B.

ETA = 1.00

BROADSIDE

ENDFIRE

N = 3

R1 = 226.54016 OHMIOS

R2 = 238.75433 OHMIOS

5	2.99942	2.99942
10	2.99092	2.99089
15	2.95433	2.95434
20	2.85813	2.85813
25	2.66335	2.66336
30	2.33229	2.33230
35	1.84196	1.84197
40	1.20136	1.20137
45	0.46759	0.46760
50	-0.24755	-0.24754
55	-0.78999	-0.78998
60	-1.00000	-1.00000
65	-0.76832	-0.76833
70	-0.09319	-0.09321
75	0.88897	0.88895
80	1.92282	1.92281
85	2.70737	2.70737
95	2.70772	2.70772
100	1.92341	1.92342
105	0.88961	0.88962
110	-0.09267	-0.09266
115	-0.76804	-0.76803
120	-1.00000	-1.00000
125	-0.79023	-0.79024
130	-0.24795	-0.24796
135	0.46713	0.46712
140	1.20093	1.20092
145	1.84161	1.84160
150	2.33204	2.33203
155	2.66320	2.66319
160	2.85804	2.85805
165	2.95430	2.95432
170	2.99088	2.99090
175	2.99950	2.99942

LOBULO DE RADIACION DE ARREGLOS BROADSIDE Y ENDFIRE

JOSE LUIS HIDALGO B.

ETA = 1.00

BROADSIDE

ENDFIRE

N = 4

R1 = 305.37072 OHMIOS

R2 = 324.97351 OHMIOS

5	-3.99857	3.99857
10	-3.97725	3.97725
15	-3.88630	3.88631
20	-3.64976	3.64977
25	-3.18364	3.18366
30	-2.43204	2.43206
35	-1.41938	1.41941
40	-0.29876	0.29877
45	0.64498	-0.64496
50	1.08217	-1.08217
55	0.82029	-0.82030
60	0.00018	-0.00019
65	-0.85114	0.85113
70	-1.04101	1.04101
75	-0.15260	0.15261
80	1.57769	-1.57766
85	3.28746	-3.28745
95	3.28829	-3.28830
100	1.57884	-1.57886
105	-0.15174	0.15172
110	-1.04081	1.04080
115	-0.85152	0.85153
120	-0.00039	0.00040
125	0.81992	-0.81992
130	1.08223	-1.08223
135	0.64543	-0.64544
140	-0.29810	0.29808
145	-1.41871	1.41869
150	-2.43150	2.43148
155	-3.18328	3.18326
160	-3.64956	3.64955
165	-3.88621	3.88620
170	-3.97722	3.97722
175	-3.99856	3.99856

LOBULO DE RADIACION DE ARREGLOS BROADSIDE Y ENDFIRE

JOSE LUIS HIDALGO B.

ETA = 1.00

BROADSIDE

ENDFIRE

N = 5

R1 = 384.54034 OHMIOS

R2 = 411.87072 OHMIOS

5	4.99714	4.99714
10	4.95456	4.95456
15	4.77377	4.77379
20	4.31079	4.31080
25	3.43011	3.43014
30	2.10730	2.10733
35	0.55086	0.55089
40	-0.75809	-0.75807
45	-1.24895	-1.24895
50	-0.69115	-0.69117
55	0.41407	0.41406
60	0.99999	1.00000
65	0.35864	0.35866
70	-0.89811	-0.89810
75	-1.09870	-1.09871
80	0.77444	0.77440
85	3.62249	3.62246
95	3.62402	3.62405
100	0.77609	0.77613
105	-1.09820	-1.09819
110	-0.89873	-0.89874
115	0.35793	0.35791
120	1.00000	1.00000
125	0.41470	0.41472
130	-0.69055	-0.69054
135	-1.24892	-1.24891
140	-0.75868	-0.75870
145	0.54993	0.54989
150	2.10639	2.10635
155	3.42944	3.42941
160	4.31039	4.31037
165	4.77359	4.77359
170	4.95450	4.95455
175	4.99721	4.99713

LOBULO DE RADIACION DE ARREGLOS BROADSIDE Y ENDFIRE

JOSE LUIS HIDALGO B.

ETA = 1.00

BROADSIDE

ENDFIRE

N = 6

R1 = 463.92694 OHMIOS

R2 = 499.20196 OHMIOS

5	-5.99499	5.99499
10	-5.92062	5.92058
15	-5.60660	5.60662
20	-4.81754	4.81757
25	-3.38154	3.38159
30	-1.41473	1.41478
35	0.49074	-0.49071
40	1.42354	-1.42353
45	0.86805	-0.86806
50	-0.48264	0.48262
55	-1.01005	1.01005
60	-0.00027	0.00029
65	1.02376	-1.02376
70	0.18577	-0.18579
75	-1.35745	1.35744
80	-0.25368	0.25372
85	3.68748	-3.68743
95	3.68993	-3.68998
100	-0.25187	0.25183
105	-1.35788	1.35789
110	0.18473	-0.18471
115	1.02391	-1.02391
120	0.00058	-0.00060
125	-1.00986	1.00986
130	-0.48337	0.48339
135	0.86733	-0.86730
140	1.42365	-1.42365
145	0.49169	-0.49173
150	-1.41348	1.41342
155	-3.38049	3.38044
160	-4.81687	4.81684
165	-5.60628	5.60630
170	-5.92047	5.92050
175	-5.99514	5.99498

LOBULO DE RADIACION DE ARREGLOS BROADSIDE Y ENDFIRE

JOSE LUIS HIDALGO B.

ETA = 1.00

BROADSIDE

ENDFIRE

N = 7

R1 = 543.46411 OHMIOS

R2 = 586.83422 OHMIOS

5	6.99199	6.99200
10	6.87312	6.87311
15	6.37524	6.37527
20	5.15188	5.15193
25	3.04213	3.04220
30	0.47524	0.47530
35	-1.37815	-1.37813
40	-1.35401	-1.35403
45	0.19735	0.19733
50	1.10981	1.10981
55	0.04879	0.04881
60	-1.00000	-0.99999
65	0.13411	0.13409
70	1.07501	1.07502
75	-0.76698	-0.76694
80	-1.20815	-1.20818
85	3.47758	3.47750
95	3.48110	3.48118
100	-1.20675	-1.20672
105	-0.76838	-0.76841
110	1.07470	1.07469
115	0.13520	0.13522
120	-0.99999	-0.99999
125	0.04781	0.04778
130	1.10974	1.10974
135	0.19836	0.19839
140	-1.35338	-1.35336
145	-1.37878	-1.37881
150	0.47376	0.47369
155	3.04065	3.04058
160	5.15087	5.15081
165	6.37475	6.37472
170	6.87294	6.87302
175	6.99221	6.99197

LOBULO DE RADIACION DE ARREGLOS BROADSIDE Y ENDFIRE

JOSE LUIS HIDALGO B.

ETA = 1.00

BROADSIDE

ENDFIRE

N = 8

R1 = 623.11193 OHMIOS

R2 = 674.68774 OHMIOS

5	-7.98799	7.98800
10	-7.80997	7.81000
15	-7.07089	7.07094
20	-5.30185	5.30193
25	-2.44107	2.44116
30	0.54719	-0.54713
35	1.83257	-1.83257
40	0.58540	-0.58544
45	-1.10713	1.10712
50	-0.48005	0.48007
55	0.98769	-0.98768
60	0.00037	-0.00039
65	-0.95921	0.95922
70	0.83792	-0.83790
75	0.30331	-0.30335
80	-1.81180	1.81181
85	3.00843	-3.00834
95	3.01308	-3.01318
100	-1.81143	1.81142
105	0.30163	-0.30160
110	0.83895	-0.83897
115	-0.95879	0.95878
120	-0.00078	0.00080
125	0.98796	-0.98797
130	-0.47900	0.47897
135	-1.10759	1.10761
140	0.58416	-0.58413
145	1.83253	-1.83253
150	0.54867	-0.54873
155	-2.43916	2.43907
160	-5.30041	5.30033
165	-7.07016	7.07010
170	-7.80974	7.80972
175	-7.98796	7.98795

LOBULO DE RADIACION DE ARREGLOS BROADSIDE Y ENDFIRE

JOSE LUIS HIDALGO B.

ETA = 1.00

	BROADSIDE	ENDFIRE
N = 9	R1 = 702.84411 OHMIOS	R2 = 762.71032 OHMIOS
5	8.98285	8.98285
10	8.72910	8.72909
15	7.68560	7.68567
20	5.26208	5.26219
25	1.63005	1.63015
30	-1.47413	-1.47408
35	-1.71121	-1.71124
40	0.48544	0.48540
45	1.14387	1.14389
50	-0.69340	-0.69338
55	-0.50141	-0.50144
60	0.99999	0.99999
65	-0.59581	-0.59578
70	-0.27709	-0.27713
75	1.18386	1.18387
80	-1.88935	-1.88933
85	2.31503	2.31491
95	2.32073	2.32085
100	-1.89042	-1.89044
105	1.18302	1.18300
110	-0.27556	-0.27553
115	-0.59697	-0.59700
120	0.99999	0.99999
125	-0.50030	-0.50027
130	-0.69435	-0.69438
135	1.14321	1.14320
140	0.48674	0.48677
145	-1.71033	-1.71030
150	-1.47531	-1.47536
155	1.62776	1.62765
160	5.26016	5.26005
165	7.68458	7.68451
170	8.72873	8.72875
175	8.98288	8.98280

LOBULO DE RADIACION DE ARREGLOS BROADSIDE Y ENDFIRE

JOSE LUIS HIDALGO B.

ETA = 1.00

	BROADSIDE	ENDFIRE
N = 10	R1 = 782.64331 OHMIOS	R2 = 850.86670 OHMIOS
5	-9.97642	9.97643
10	-9.62828	9.62831
15	-8.21232	8.21242
20	-5.03400	5.03414
25	-0.67882	0.67893
30	2.14376	-2.14374
35	1.05221	-1.05226
40	-1.30566	1.30564
45	-0.27860	0.27864
50	1.08153	-1.08154
55	-0.75790	0.75788
60	-0.00046	0.00049
65	0.67243	-0.67245
70	-1.10179	1.10179
75	1.32377	-1.32375
80	-1.41829	1.41824
85	1.44904	-1.44891
95	1.45557	-1.45572
100	-1.42081	1.42086
105	1.32458	-1.32460
110	-1.10144	1.10143
115	0.67128	-0.67125
120	0.00097	-0.00101
125	-0.75883	0.75885
130	1.08114	-1.08113
135	-0.27713	0.27708
140	-1.30627	1.30629
145	1.05059	-1.05053
150	2.14434	-2.14437
155	-0.67631	0.67619
160	-5.03156	5.03140
165	-8.21094	8.21084
170	-9.62782	9.62787
175	-9.97652	9.97635

C A P I T U L O T E R C E R O

V E R I F I C A C I O N E X P E R I M E N T A L

3.1 INTRODUCCION

3.1.1 Mediciones en las antenas

El objeto de llevar a cabo mediciones en las antenas es obtener datos para el diseño y verificar el comportamiento de los sistemas ya instalados.

Los tipos de medición que se efectúan son:

- 1) Determinación de la impedancia
- 2) Diagrama direccional
- 3) Ganancia de potencia

Los métodos empleados para los distintos tipos de medición dependen de la frecuencia de trabajo. Así, para alta frecuencia (UHF, microondas), la resistencia de pérdidas asociada es por lo común muy pequeña si se la compara con la resistencia de radiación y por lo mismo puede ser despreciada. En este rango la antena tiene dimensiones físicas pequeñas y en muchos casos los efectos de tierra son insignificantes. El diagrama de radiación es altamente direccional.

En frecuencias bajas hay un contraste con las características descritas anteriormente. Las dimensiones -

físicas son grandes y ya existe una influencia muy notoria de la tierra. El diagrama de radiación se presenta moderadamente direccional y no puede despreciarse la resistencia de pérdidas.

Una antena receptora actúa como un generador equivalente de tensión interna V (determinada por las características de la misma y la intensidad de campo incidente) - que tenga una impedancia interna Z_a , tal como se ilustra - en la figura (3.1 b). Esta impedancia equivalente Z_a es - igual a la que presentaría cuando fuese excitada por un - transmisor (Figura 3.1 c). De un modo similar el diagrama direccional es el mismo cuando dicha antena radie energía o cuando actúe como receptora con idéntica polarización. De estas propiedades se pueden deducir las características si se la ensaya como elemento receptor o transmisor según la facilidad de experimentación.

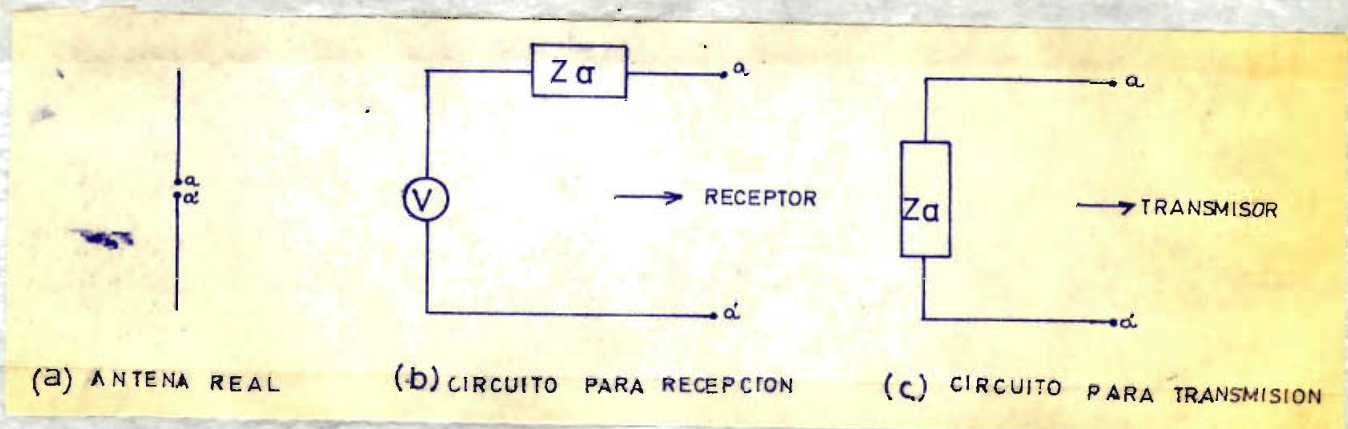


Fig. 3.1 Circuitos equivalentes de una antena

3.1.2 Impedancia de la antena

Una característica muy importante de una antena es la impedancia que presenta ésta a determinada tensión aplicada. Tiene las dos componentes: resistiva y reactiva.

Componente resistiva: Es la suma de las resistencias de radiación y de pérdidas. Como se explicó antes y considerando que la frecuencia de experimentación en la presente tesis está en el rango UHF se puede desprestigiar la resistencia de pérdidas y por tanto la componente resistiva se reduce exclusivamente a la resistencia de radiación. La potencia radiada será la potencia disipada por dicha resistencia al paso de la corriente de entrada a la antena.

Componente reactiva: Esta componente indica la naturaleza de la impedancia. Si es nula se tiene el punto de resonancia, cuando sea inductiva la frecuencia es mayor que la resonancia y si es capacitiva es menor.

3.1.3 Configuración de radiación

Se define para el caso de transmisión como la radiación relativa que la antena produce en direcciones diferentes (diversos ángulos con referencia a un punto fijo).

El diagrama de radiación (diagrama direccional) [13] puede ser expresado en niveles de tensión, de potencia o el equivalente en decibeles comparados a un nivel determinado.

Los diagramas direccionales se representan generalmente en coordenadas polares. Sin embargo se puede preferir la utilización de coordenadas rectangulares a fin de detallar los lóbulos secundarios.

Un procedimiento típico para obtener estos diagramas consiste en radiar determinada potencia con la antena en prueba y detectar con un equipo medidor de campo la intensidad producida en diversas direcciones. Esto no impide que el procedimiento a usarse sea el contrario, esto es excitar la antena de rastreo y recibir la muestra del campo producido en la antena de prueba.

La orientación relativa puede conseguirse moviendo la antena móvil alrededor de la fija o simplemente manteniendo ambas antenas fijas y girando el eje de una de ellas de acuerdo a un graduador. Esta última posibilidad requiere que exista un trayecto libre a cualquier tipo de obstáculos que puedan producir interferencias perjudiciales.

La determinación experimental completa exige una cantidad de puntos a considerarse. Se acostumbra generalmente en la práctica, en los sistemas altamente direccionales obtener solamente diagramas en un plano que contenga al eje del lóbulo principal y sea paralelo al plano de polarización del campo eléctrico. Este diagrama se conoce como diagrama E [14]

En muchos casos el plano de polarización del campo radiado varía apreciablemente con la dirección. Este efecto es debido a una polarización cruzada (polarización mixta vertical y horizontal). Se nota más en los lóbulos secundarios debido a que la polarización principal es pequeña y de magnitud comparable con la otra polarización.

3.1.4 Distancia permisible para tomar mediciones para el diagrama de radiación

La distancia entre la antena transmisora y la receptora debe ser suficientemente grande de lo contrario aparecen efectos que impiden que los resultados obtenidos sean los valores propios del campo de radiación. La distancia mínima para obtener resultados aceptables debe ser tal que el campo de inducción sea despreciable en comparación con el término de radiación.

Existen dos factores prácticos que son necesarios tomarse en cuenta:

- a) La antena de recepción tiene que recibir un campo compuesto de ondas planas.
- b) Es indispensable considerar la atenuación que presenta la onda por efecto del medio físico de separación entre la antena transmisora y la receptora.

Con estos criterios la distancia de separación debería ser mayor que algunas longitudes de onda. En las frecuencias comprendidas en la banda nueve (300 a 3000 Mhz) a una distancia de 5 a 6 longitudes de onda se consiguen estos propósitos siempre que las dos antenas sean comparables en sus dimensiones físicas.

Si alguna de las antenas es más grande que una longitud de onda y la distancia de separación entre las mismas es pequeña, suceden generalmente tres errores:

- 1) Error de fase: Hay una diferencia de longitudes entre el camino recorrido por las ondas desde el foco de excitación hasta el extremo de la antena receptora "R", que aquel al punto medio "R," según se indica en la Fig. 3.2.

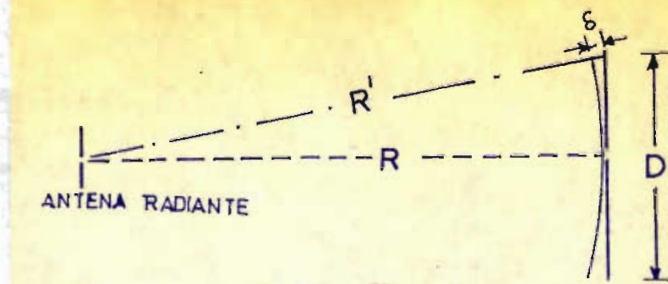


Fig. 3.2 Geometría de un sistema formado por una pequeña antena transmisora y una antena receptora de gran abertura.

Por dicha razón la onda se atrasa hasta llegar a los extremos de la abertura de la antena receptora. Este error no tiene efecto cuando la distancia es suficientemente grande y por tanto las ondas que llegan tienen un frente plano (igual fase) al incidir en D.

- 2) Error de amplitud: Si una de las antenas es direccional se observa lo siguiente:

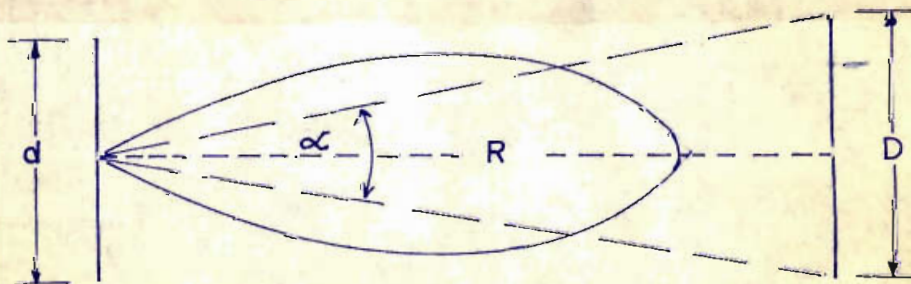


Fig. 3.3 Ilustración del error de amplitud

Debido precisamente a la característica direccional de la antena, si la distancia R es pequeña habrá una amplitud - distinta cuando el frente de onda llegue a D , siendo mayor en la parte central y menor en los extremos.

3) Errores debido a la interacción, o realimentación: Es tos errores no sólo dependen de la distancia pequeña, también suceden debido al mal acoplamiento de impedancia. Consisten en que una parte de la potencia radiada por la - antena transmisora es captada por la receptora. De esta po tencia, una porción es vuelta a radiar por la receptora. A su vez, parte de la potencia rerrradiada es recibida por la antena transmisora la que vuelve a radiar hacia la recepto ra y así sucesivamente.

3.2 CRITERIOS PARA EL DISEÑO Y CONSTRUCCION DE LA ANTENA

Una vez terminado el estudio teórico es necesario lle var a cabo la parte experimental.

Considerando la facilidad práctica en cuanto a las di mensiones y manejo de la antena se escogió la frecuencia - de 600 MHz. Esta frecuencia se encuentra en el rango de - UHF y tiene una longitud de onda de 50 cm. en el espacio - libre.

Las antenas fueron construidas con alambre de cobre, de diámetro 4.115 mm. (alambre # 6 AWG), el criterio que primó para esta selección fue:

La consideración de la relación D/λ

$$D/\lambda = \frac{4.115}{500} = 0.0082,$$

indica que cada elemento puede ser aproximado a un radiador de diámetro pequeño en comparación con λ y por tanto se acerca mucho a la condición asumida en la parte teórica.

Se construyeron arreglos de antenas para los dos casos "broadside" y "end-fire".

Para el primero se utilizó 5 elementos con un espaciamiento entre los mismos de media longitud de onda. El gráfico 3.4 da una idea clara de la forma como se construyó y alimentó el arreglo.

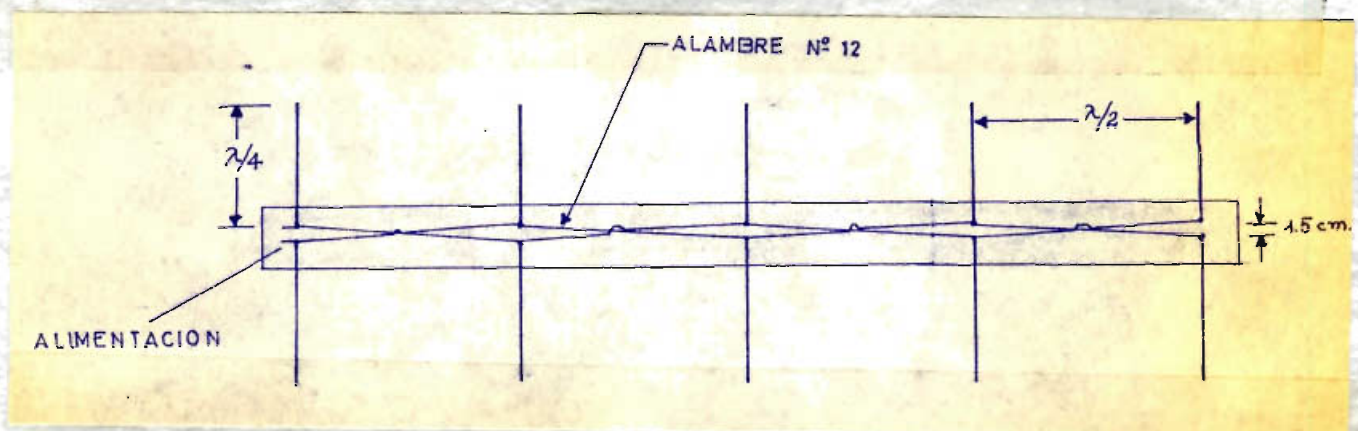


Fig. 3.4 Caso de radiación normal al eje del arreglo (broadside)

Con la separación de media longitud de onda se tiene una variación de fase de 180 grados entre cada uno de los elementos y si se los conectan en la forma indicada, la fase de la corriente en los elementos será la misma.

Los elementos fueron cortados con dimensión de 0.2452λ .^[15] a fin de tener impedancias puramente resistivas. Para la alimentación se utilizó alambre de cobre # 12 AWG y los puntos de suelda se hicieron con el tipo autógena con fundente de plata. El soporte de las antenas fue de madera de 2 x 2 pulgadas de sección transversal y los respectivos elementos de la antena fueron aislados del soporte con pequeños rectángulos de baquelita.

La experimentación se realizó con 2, 3, 4, 5 elementos respectivamente.

En el caso "end-fire" se tenía una separación de un cuarto de longitud de onda lo que permitió un defasamiento progresivo entre los elementos de 90 grados. Se experimentó con 2, 3, 4, 5, 6 elementos. La figura 3.5 indica la estructura experimental llevada a cabo para este arreglo.

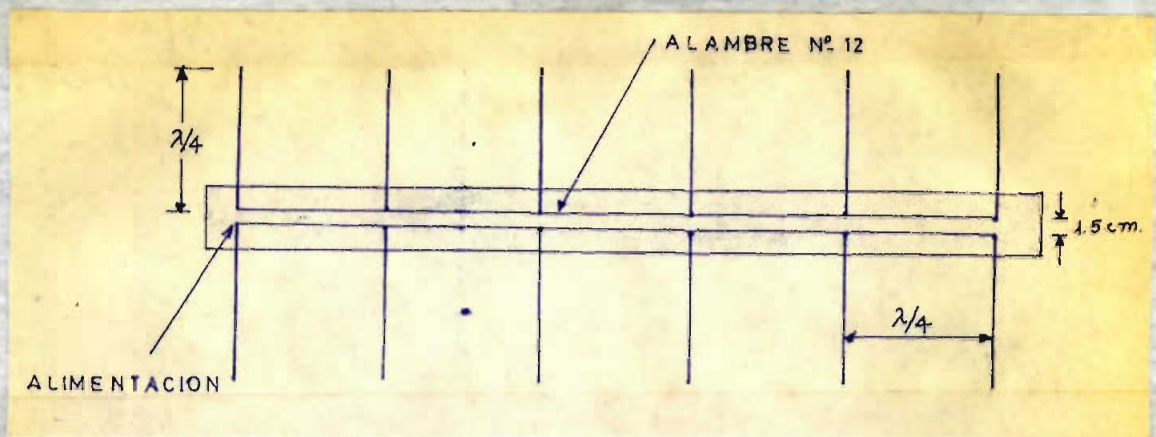


Fig. 3.5 Caso de radiación paralela al eje del arreglo - "end-fire"

3.3 MEDICIONES REALIZADAS

Se experimentó con tres métodos descritos a continuación. Los dos primeros no resultaron muy útiles por su poca sensibilidad y estabilidad. El último presentó gran sensibilidad pero existía la dificultad de inestabilidad de la medida por razones de interferencias e interrupciones en la línea de vista entre la transmisión y recepción, factores que dificultaron la utilización del laboratorio propio de la Escuela Politécnica Nacional para las medidas.

Por este motivo fue preciso buscar un sitio plano, libre de cualquier obstáculo y donde no existan señales armónicas o espúreas que imposibiliten la realización de las

medidas.

Se seleccionó la Parroquia de San Antonio de Pichincha y allí se pudo llevar a cabo la parte experimental de este trabajo.

El primer método consistió en utilizar una antena dipolo cuya salida fue rectificada por medio de un diodo de alambre de oro que responde con su característica lineal a las frecuencias altas y esa señal fue medida en un voltímetro electrónico. Esquemáticamente el método está ilustrado en la Fig. 3.6. Se tenía en esta frecuencia una estación de telegrafía que quizá debido a combinación de armónicas y mezclas con las frecuencias de sintonía en los aparatos de medición producían un desplazamiento irregular de las agujas de los equipos de medida.

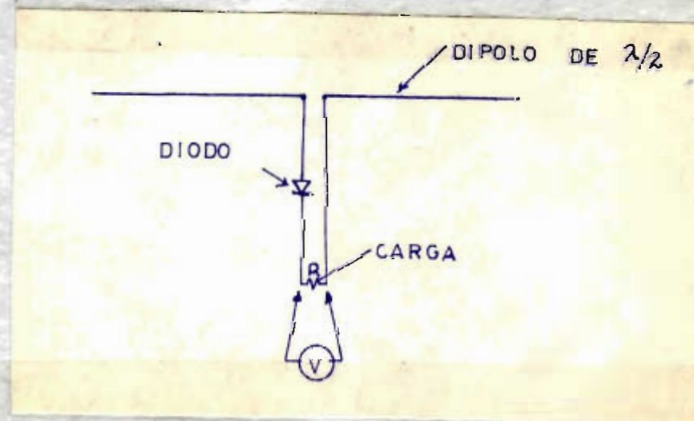


Fig. 3.6 Método de medición rectificando la señal de entrada.

Debido a los siguientes factores las mediciones no fueron confiables:

1. La sensibilidad del voltímetro fue muy pequeña y a la distancia especificada en la sección 3.1.4 practicamente no había indicación.
2. La señal de ruido se encontraba en el orden de magnitud de la señal a medirse de modo que era inconveniente tratar de amplificar esta última.

A continuación se intentó medir la intensidad de campo utilizando los circuitos de sintonía de un receptor (se usó un aparato de T.V. que tenía canales en el rango UHF). Para este fin se alimentaba el receptor por medio de una antena dipolo de media longitud de onda, según se indica en la figura 3.7.

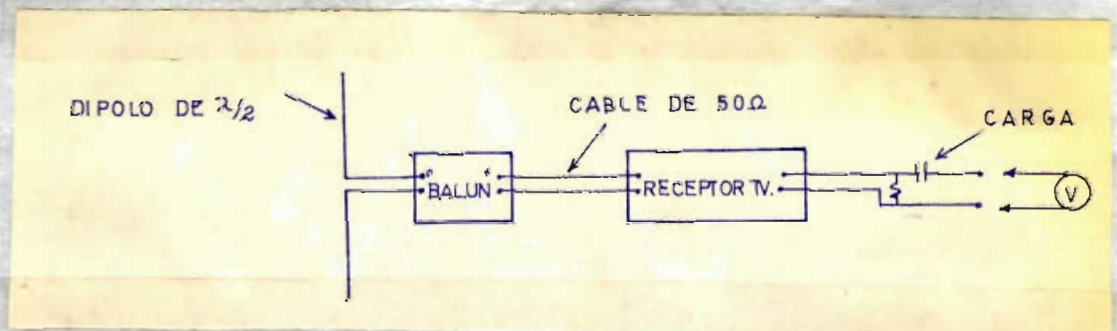


Fig. 3.7 Método utilizando los circuitos de sintonía UHF de un receptor de televisión.

También en este caso se presentaron las mismas dificultades anotadas anteriormente.

Finalmente se logró la experimentación con los equipos de "UHF" disponibles en la Escuela Politécnica Nacional y constituidos por los siguientes:

1. Balun "General Radio" Tipo 874-UB
2. Amplificador de frecuencias intermedia con una unidad de detección ensamblada "General Radio" Tipo 1216-A.
3. Generador de señal "General Radio" Tipo 1209-C.
4. Oscilador Local "General Radio" Tipo 1215-C.
5. Una Fuente de Poder "General Radio" Tipo 1267-A.
6. Filtro pasabajos de 1000 MHz "General Radio" Tipo 874 F-1000-L.
7. Mezclador "General Radio" Tipo 874-MRL.
8. Unidad terminal para 300 ohms "General Radio" Tipo 874-UB-P1.
9. Cable coaxial de 50 Ω Tipo 874 R-22 L-A con conectores "General Radio" Tipo 874-CA.

Con estos equipos se instalaron dos estaciones: una receptora y otra transmisora, de la manera ilustrada en la figura 3.8.

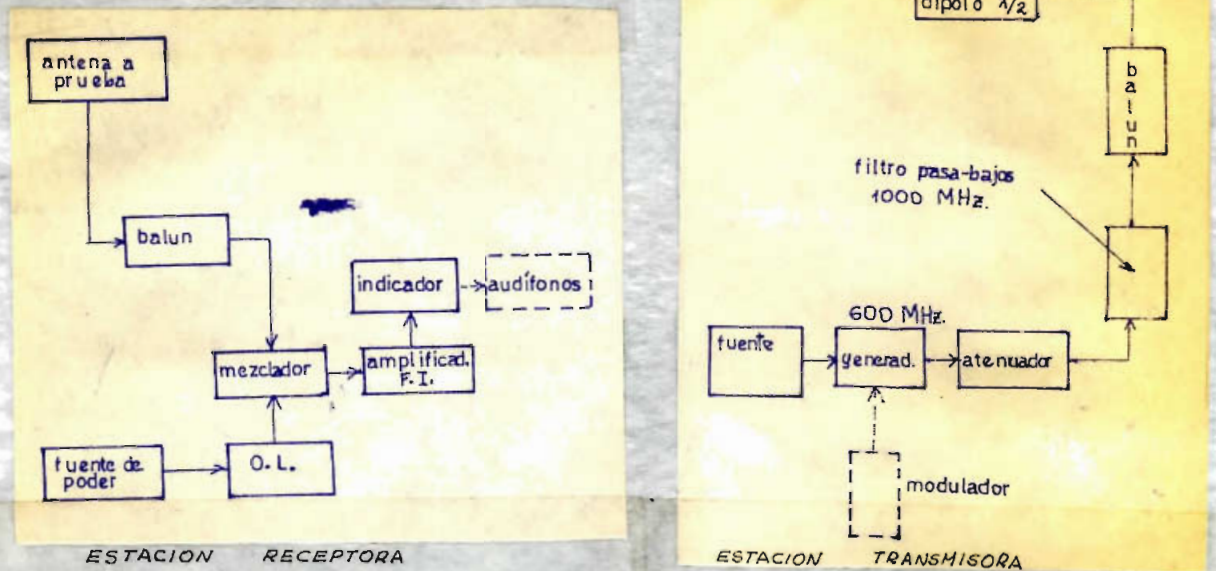


Fig. 3.8 Diagrama en bloques de los circuitos empleados.

3.3.1 Estación receptora

Se buscó el mejor lugar donde debía fijarse la estación receptora, dentro o fuera de la "estación móvil auxiliar".

Fue conveniente hacerlo dentro de la estación móvil por el blindaje total que presentaba y la facilidad para -

La estación móvil auxiliar es una camioneta con instalaciones necesarias para diversas mediciones en el campo. El anexo D da un ligero resumen del montaje existente.

poder anotar los datos observados.

Las fotos siguientes, (Fig. 3.9 y 3.10) dan una indicación de la distribución de los instrumentos así como - del mástil que sostenía la antena.



Fig. 3.9 Instalaciones realizadas dentro de la - estación auxiliar móvil



Fig. 3.10 Instalaciones - sobre el techo de la estación auxiliar móvil.

Se mezcla la señal recibida por la antena (antena a pruebas) con otra de un generador auxiliar (oscilador local) y como resultado se obtiene una señal que tiene una -

componente de frecuencia igual a la diferencia de las frecuencias de las dos señales anteriores. La señal diferencia (llamada frecuencia intermedia) se amplifica, rectifica y finalmente se indica en un instrumento.

3.3.2 Estación transmisora

Esta estación se encontraba localizada a una distancia de 20 metros de la receptora y constaba del equipo siguiente:

Una antena dipolo de media longitud de onda alimentada por un generador con la frecuencia de 600 MHz. A través de un sistema de acoplamiento y desbalanceamiento (Ver anexo E), se utilizó un filtro pasabajos de 1000 MHz. para evitar las armónicas del generador. La distribución de las diversas partes se indican a continuación en la foto (Fig.3.11)

El método de operación total fue el siguiente:

Al funcionar la estación transmisora la antena respectiva radiaba una onda electromagnética y a la distancia prescrita antes ésta se transformaba en una onda plana que era captada por la estación receptora (antena a prueba). Y por el sistema especificado para esa estación se indicaba un valor del campo en el aparato de medida. La antena a prueba podía girarse según indicaba el graduador acopa-

do al soporte de antenas propio de la estación auxiliar móvil.



Fig. 3.11 Instalaciones necesarias en la estación transmisora.

Las condiciones especiales del terreno permitían que ningún obstáculo causara reflexiones y se pudiese utilizar bajo las necesidades previstas en 3.1.3.

Para poder sintonizar exactamente la frecuencia de trabajo se utilizó un oscilador de 1000 Hz como modulador en la estación transmisora y por medio de audífonos dis -

puestos en la receptora se pudo controlar dicha sintonización.

3.4 MEDICIONES DEL DIAGRAMA DE RADIACION PARA ARREGLOS - TIPO "END-FIRE" Y BROADSIDE"

3.4.1 Factores que deben ser tomados en cuenta

En las mediciones fue necesario sintonizar exactamente la frecuencia de transmisión.

Se debía lograr en cada medida un ajuste preciso del amplificador de F.I., cualquier desequilibrio causaba lecturas falsas.

En los lóbulos pequeños tiene mucha influencia el cable de $300\ \Omega$ que alimentaba la antena de recepción debido a que cualquier rozamiento con el soporte producía un efecto no deseado de reflexiones y radiaciones espúreas. Finalmente fue conveniente asegurar la antena al soporte.

En el sistema de transmisión se llevó a cabo el mejor acoplamiento posible entre la antena y el cable de alimentación a fin de evitar ondas estacionarias que influyesen desfavorablemente.

Procediendo de la manera expuesta se consiguieron los valores indicados a continuación en la tabla 3.1.

Tabla 3.1

GRADOS	B R O A D S I D E				E N D - F I R E				
	Nº DE	DE	ELEMENTOS		Nº DE	DE	ELEMENTOS		
	2	3	4	5	2	3	4	5	6
0	5	10	16	22	30	32	33	33	34
10	15	20	20	22	30	32	33	33	34
20	15	21	23	20	30	31.5	32	32.5	33.5
30	16	21	26	15	29.5	30	31	32	32
40	20	21	27	22	28.5	28	27	30	26
50	26	12	26	23	27	26	23	27	16
60	28	22	24	21	25	23	18	23	12
70	31	26	31	29	18	16	12	13	14
80	34	28	34	33	14	11	8	15	19
90	36	34	36	35	10	~0	8	15	15
100	34	28	34	33	~0	5	14	21	15
110	32	26	32	29	8	18	16	13	14
120	29	22	24	21	9	20	19	12	17
130	26	11	26	22	13	22	19	17	20
140	20	21	26	22	13	24	9	20	18
150	15	21	26	15	15	25	9	21	17
160	15	21	23	20	16	25	18	21	16
170	15	20	20	22	16	25	17	21	15
180	5	20	16	22	16	25	17	21	15
190	5	20	20	22	16	25	17	21	15
200	16	21	23	20	16	25	17	21	15
210	16	21	26	15	15	25	9	21	15
220	20	21	27	22	12	24	8	21	18
230	27	12	27	23	13	22	19	18	20
240	29	22	24	21	8	19	18	12	16
250	32	26	31	29	8	16	16	13	14
260	35	28	34	33	~0	5	14	20	15
270	36	34	36	35	9	~0	8	15	14
280	34	28	34	32	13	10	9	15	19
290	31	27	32	28	18	16	13	13	15
300	28	22	25	21	25	22	18	22	13
310	26	12	26	23	27	27	24	27	10

320	20	21	26	23	28.5	28	28	31	26
330	16	21	26	15	29.5	30	31	32	31
340	14	20	23	20	30	31.5	32	32.5	33.5
350	15	20	20	22	30	32	33	33	34

La representación gráfica de estos resultados se indican en las mismas figuras grafizadas con los valores obtenidos en la parte teórica. Figs. 3.12, 3.13, 3.14, 3.15, 3.16, 3.17, 3.18, 3.19, 3.20.

Fue necesario introducir dos escalas para este propósito, una lineal normalizada (factor del arreglo normalizado) con indicación máxima de 1 y otra expuesta en dB de atenuación, ya que el instrumento de medida indicaba los valores recibidos en dB.

C Á P I T U L O C U A R T O

C O N C L U S I O N E S

4.1 COMPARACION ENTRE LOS VALORES MEDIDOS Y CALCULADOS

Una vez terminado el estudio teórico y la correspondiente experimentación respecto al tema propuesto se debe entonces establecer la comparación correspondiente entre los valores obtenidos en los dos casos. Si se observan los gráficos 3.12 y 3.20 se encuentran diferencias.

En las cuatro primeras figuras referentes al caso "Broadside" se puede ver que los diagramas de radiación coinciden aproximadamente en ambos casos. La diferencia es mayor para el arreglo compuesto de dos elementos.

En cuanto al caso "end-fire", a pesar de que tienen la misma forma las dos curvas se nota mayor diferencia. Acentuándose más ésta para arreglos compuestos de pocos elementos (2 y 3).

Es interesante anotar que en todos los casos los diagramas de radiación presentan una forma muy parecida en cuanto al lóbulo principal. Sin embargo en la verificación experimental los valores obtenidos son algunos DB menores que aquellos del estudio teórico.

En lo concerniente a los lóbulos pequeños (secunda -

rios) el arreglo "end-fire" difiere en mayor proporción - que el "broadside" pues existe un incremento de los valores relativos.

Las curvas obtenidas teóricamente tienen una simetría completa, mientras que las experimentales presentan una simetría relativa, siendo así que algunos valores no coinciden exactamente. Se nota esta última observación especialmente en los valores mínimos (15 a 20 dB por ejemplo) y no resulta preciso dibujar dichos puntos.

En el diagrama de radiación caso "end-fire" para dos y tres elementos aparece un lóbulo pequeño no previsto en el desarrollo, mientras que con más dipolos se aumenta solamente la magnitud de los lóbulos secundarios.

4.2 EXPLICACION DE LAS DIFERENCIAS OBTENIDAS ENTRE LA TEORIA Y LA VERIFICACION EXPERIMENTAL

A fin de poder dar una explicación de las diferencias halladas se efectuará un análisis separado para los dos casos estudiados anteriormente.

4.2.1 Justificación de las diferencias obtenidas para el caso "Broadside"

Las diferencias obtenidas en el diagrama de radiación se deben principalmente a las siguientes causas:

- a) En el estudio teórico realizado anteriormente (sección 2) se introducen algunas aproximaciones tales como diámetro infinitesimal para los radiadores, propagación en un medio completamente homogéneo libre de toda clase de obstáculos, constantes dieléctrica de la tierra y del medio verdaderamente fijas, distribución de corriente considerada sinusoidal, alimentación estrictamente en la misma fase, etc. Estas consideraciones hacen que los resultados no coincidan con la realidad física.
Si hubiese sido posible conseguir características iguales se habría notado que las diferencias quizá serían menores.
- b) Al recortar el material de las antenas para ir eliminando el número de elementos quedó una superficie no muy pulida que por causa del efecto pelicular aumentó la resistencia y por ende la impedancia total.
- c) Para realizar la alimentación de los diferentes dipolos fue necesario emplear soldadura. Considerando la frecuencia utilizada aumentó la resistencia intrínseca -

del conductor, la cual, a pesar de ser pequeña influye en la resistencia de radiación.

- d) Si se considera que las antenas fueron colocadas sobre el techo de la camioneta a una distancia aproximada de 1.80 metros se producían ciertas reflexiones que aumentaban o disminuían según una suma vectorial la magnitud y variaban la dirección del campo recibido.
- e) El soporte para la antena (eje perpendicular al techo del carro) produce el mismo efecto que otro radiador.
- f) La misma "estación móvil auxiliar" produce perturbaciones en el campo.
- g) Se utilizó alambre que tiene un diámetro y conductibilidad finitos.
- h) Cuando se realizaba el seccionamiento de los elementos a fin de variar su número, el soporte de madera donde estaban fijados no fue recortado y por tanto pudo tener efectos extraños que intervenían en la medición.

4.2.2 Justificación de las diferencias obtenidas para el caso "end-fire"

A más de las diferencias anotadas anteriormente y que influyen en igual forma a este caso, se pudo observar claramente la variación que causaba el cable de alimenta

ción de 300Ω en las mediciones. Este cable presentaba el efecto de radiación y considerando que cada elemento se alimenta con un atraso de fase con respecto al anterior, al variar el eje de giro del arreglo se producían reflexiones que se sumaban o restaban según las circunstancias. Se nota mucho este efecto en los lóbulos pequeños. En dichos casos también tiene una influencia notoria el ruido existente en el medio ambiente. Esto puede ser la causa de la aparición de los lóbulos extraños no previstos en el cálculo.

En general todos los factores que se obtienen en la experimentación se ven afectados en mayor o menor porcentaje por muchos errores no especificados como son: errores debidos a la medición, errores de la lectura, errores producidos por el viento que hacía variar el ángulo del graduador, errores en el mismo graduador y la no exactitud en el trabajo de los equipos.

Sin embargo se puede concluir, a pesar de las diferencias anotadas que existe una concordancia bastante buena entre la teoría y la práctica, ratificando de esta manera el hecho de que toda investigación científica debe considerar por igual ambos métodos. El modelo matemático que describe un fenómeno físico involucra idealizaciones y simplificaciones necesarias e inherentes. Los resultados obte

nidos de esta manera deben corregirse según las influencias y posibilidades que ofrece la experimentación.

A P E N D I C E A

CAMPO DE RADIACION DE UN DIPOLO SIMETRICO

Este apéndice describe el campo eléctrico distante para el dipolo simétrico de iguales corrientes de brazo.

Si asumimos que la distribución espacial de corriente es sinusoidal y de la siguiente forma:

$$I(z) = I_m \operatorname{sen} \beta (h - |z|) \quad \text{para} \quad -h \leq z \leq h \quad (\text{A-1})$$

y donde $I_m = \frac{I_0}{\operatorname{sen} \beta h}$

β = constante de propagación en radianes por metro.

$I(z)$ = amplitud de la corriente en amperios que fluyen por el elemento dz .

z = distancia desde el origen de referencia en el centro de la antena al elemento dz (Ver Fig. A.1).

h = media longitud de la antena.

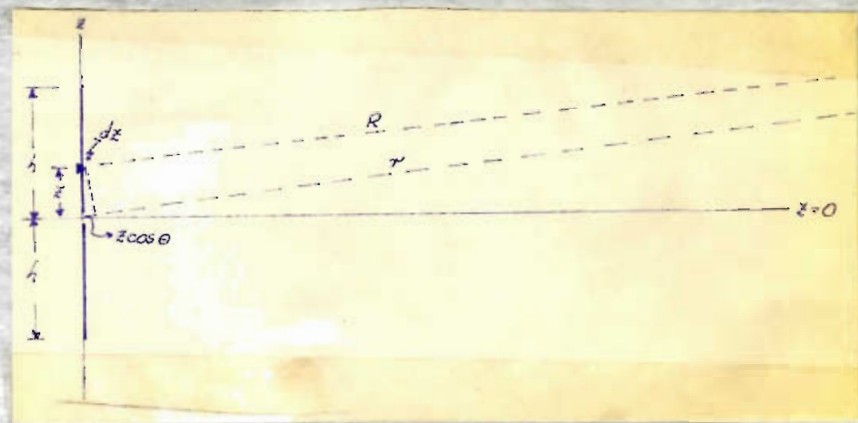


Fig. A.1 Dipolo alimentado en el centro con corriente sinusoidal asumida.

forma: $R = r - z \cos \theta$

Con estas aproximaciones (A-2) se transforma en:

$$A_z = \frac{\mu e^{-j\beta r}}{4\pi r} I_m \int_{-h}^h \text{sen } \beta(h-|z|) e^{j\beta z \cos \theta} dz \quad (\text{A-4})$$

Debido a que la corriente fluye unicamente en la dirección z , la expresión $\mu \vec{H} = \nabla \times \vec{A}$ se reduce a:

$$\mu H_\phi = - \text{sen } \theta \frac{\partial A_z}{\partial r}$$

cuando solamente se considera el campo distante.

La expresión para el campo magnético será:

$$H_\phi = - \frac{I_m}{4\pi} \text{sen } \theta \int_{-h}^h \text{sen } \beta(h-|z|) e^{j\beta z \cos \theta} \left[\frac{r(-j\beta e^{-j\beta r} - e^{-j\beta r})}{r^2} \right] dz \quad (\text{A-5})$$

Considerando que el campo de radiación es inverso a la distancia (A-5) llega a:

$$H_\phi = j \frac{I_m \beta e^{-j\beta r}}{4\pi r} \text{sen } \theta \int_{-h}^h \text{sen } \beta(h-|z|) e^{j\beta z \cos \theta} dz \quad (\text{A-5a})$$

El campo eléctrico tendrá un valor dado por: $E_\theta = \eta H_\phi$ [17]
y será:

$$E_\theta = j \frac{I_m \eta \beta e^{-j\beta r}}{4\pi r} \text{sen } \theta \int_{-h}^h \text{sen } \beta(h-|z|) e^{j\beta z \cos \theta} dz \quad (\text{A-6})$$

En función de la frecuencia (A-6) es:

$$E_\theta = j \frac{\omega \mu e^{-j\beta r}}{4\pi r} I_m \text{sen } \theta \int_{-h}^h \text{sen } \beta(h-|z|) e^{j\beta z \cos \theta} dz$$

debido a $\beta\eta = \omega\mu$

ya que el origen es fijo, las corrientes en los brazos de la antena son iguales. Luego $I_{m_1} \equiv I_{m_2} \equiv I_m$

Anotando que $|z| = z$ para $0 \leq z \leq h$ y que $|z| = -z$ para $-h \leq z \leq 0$ el campo eléctrico es evaluado y

$$E_{\theta} = -j\eta \frac{I_m e^{-j\beta r}}{2\pi r} \left[\frac{\cos\beta h - \cos(\beta h \cos\theta)}{\sin\theta} \right] \quad (\text{A-7})$$

Siendo η la impedancia intrínseca o característica del espacio libre, con un valor de aproximadamente 120π - ohmios.

La ecuación (A-7) se transforma en:

$$E_{\theta} = \frac{j60 I_m e^{-j\beta r}}{r} \left[\frac{\cos(\beta h \cos\theta) - \cos\beta h}{\sin\theta} \right] \quad (\text{A-7a})$$

en función de I_0 se tiene finalmente:

$$E_{\theta} = \frac{j60 I_0 e^{-j\beta r}}{r} \left[\frac{\cos(\beta h \cos\theta) - \cos\beta h}{\sin\theta \sin\beta h} \right] \quad (\text{A-7b})$$

A P E N D I C E B

ANALISIS DE $F_0(\theta, \beta h)$

$$F_0(\theta, \beta h) = \frac{\cos(\beta h \cos \theta) - \cos \beta h}{\text{sen } \theta \text{ sen } \beta h} \quad (\text{B-1})$$

Las propiedades direccionales de los campos eléctricos y magnéticos en la zona lejana de una antena alimentada en el centro y muy delgada están contenidas en la función definida en (B-1).

Esta función depende únicamente de θ debido a que la antena es rotacionalmente simétrica y por tanto el campo es independiente de ϕ .

Un gráfico de la magnitud de (B-1) como función de θ , demuestra las propiedades direccionales de los campos. Tal gráfico se conoce con el nombre de "configuración de campo" en un plano que contiene la antena.

Este gráfico puede ser representado en forma rectangular si se considera θ como abscisa y $F_0(\theta, \beta h)$ como ordenada; o alternativamente en forma polar si θ es medido como ángulo y $F_0(\theta, \beta h)$ radialmente hacia afuera.

Para el caso de dipolos de media longitud de onda

$$F_0(\theta, \pi/2) = \frac{\cos(\pi/2 \cos \theta)}{\text{sen } \theta} \quad (\text{B-2})$$

Los gráficos rectangular y polar de la ecuación -
(B-1) se indican en la figura B-1 para valores de $\beta_0 h = \pi/2, \pi, 3\pi/2, 2\pi,$

en el primer cuadrante, debido a que existe simetría para el resto de cuadrantes.

Los valores extremos y ceros de (B-1) son de importancia especial. Los valores de θ para los cuales ellos -
ocurren son facilmente determinables; a saber:
para los ceros:

$$\cos(\beta h \cos \theta) - \cos(\beta h) = 0 \quad (\text{B-3})$$

transformando en producto de sumas se tiene:

$$\text{sen} \left[\frac{1}{2} \beta h (1 + \cos \theta) \right] \text{sen} \left[\frac{1}{2} \beta h (1 - \cos \theta) \right] = 0 \quad (\text{B-4})$$

para que se cumpla (B-4) es necesario que:

$$\frac{1}{2} \beta h (1 + \cos \theta) = n\pi \quad \text{siendo } n=0,1,2,\dots$$

$$\text{o sea: } \theta_1 = \text{arc cos} \left[\frac{2n\pi}{\beta h} - 1 \right] \quad (\text{B-5})$$

$$\text{Y } \frac{1}{2} \beta h (1 - \cos \theta) = n\pi \quad \text{siendo } n=0,1,2,\dots$$

$$\text{o sea: } \theta_2 = \text{arc cos} \left[1 - \frac{2n\pi}{\beta h} \right] \quad (\text{B-6})$$

teniendo presente que θ_1 y θ_2 están en el primer cuadrante. Ya que la función $\cos(x)$ es par resulta entonces:

$$\theta = \arccos \left| \frac{2n\pi}{\beta h} - 1 \right| \quad (\text{B-7})$$

con $n=0,1,2,\dots$

En el caso particular de dipolos de media onda se tiene que:

$$\theta = \arccos |4n-1| \quad ; \quad n=0,1,2,\dots \quad (\text{B-8})$$

la cual se cumple unicamente para $n=0$, o sea $\theta = 0, \pi$.

Cuando $n=0$ se indetermina (B-1) pero se puede hallar el valor de (B-1) utilizando la regla de L'Hôpital.

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\cos(\beta h \cos \theta) - \cos \beta h}{\text{sen } \theta} = \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(\beta h \cos \theta) \beta h \text{sen } \theta}{\cos \theta} = 0$$

