

# CONTROL PREDICTIVO EN TANQUES ACOPLADOS

Edison O. Moromenacho Oscullo, Cristina Z. Rosero Mata, Yadira L. Bravo N.  
[edimoroo@hotmail.com](mailto:edimoroo@hotmail.com), [crisroserom@hotmail.com](mailto:crisroserom@hotmail.com), [yadibravoec@yahoo.com.mx](mailto:yadibravoec@yahoo.com.mx)

## Resumen

El control predictivo, es una técnica de control que en los últimos años ha alcanzado gran aceptabilidad a nivel industrial sobre todo a nivel químico y petroquímico; en el paper se describe el desarrollo del control predictivo para un sistema de tanques acoplados., utilizando la herramienta computacional de MATLAB. Además se describe la evolución, concepto, ventajas, desventajas, elementos y algoritmos del control predictivo, la modelación y simulación, se analiza los resultados obtenidos al aplicar los parámetros al controlador MPC, así como la sintonización del mismo para obtener la respuesta más adecuada del sistema. Se concluirá con una breve descripción de la implementación y recomendaciones para mejora del algoritmo.

**Palabras Claves:** Control Predictivo, MPC, Tanques Acoplados.

## I. INTRODUCCIÓN

A medida que la humanidad ha evolucionado se presentó la necesidad de implementar nuevas tecnologías, para solucionar los problemas que surgían día a día, sean estos a nivel industrial como para mejorar del estilo de vida.

Antiguamente la obtención de un producto industrializado estaba bajo control manual, es decir requería de personal que operara la maquinaria instalada; cuando las variables del proceso se desviaban del valor deseado, el operador humano trataba de corregir el error ya producido. Con la finalidad de ahorrarse dinero y ser más competitivos nació el concepto de control automático comúnmente llamado control clásico cuya idea general es la de automatizar los procesos y mejorar la calidad de los productos.

La competencia en el mercado a nivel industrial da lugar a optimizar el control, y también a buscar nuevas estrategias de control avanzado que ayuden donde los otros tipos de control no han logrado solucionar los problemas de procesos con múltiples variables tanto en la entrada como en la salida, retardos, dinámica compleja, etc. Dando lugar a técnicas como: control difuso, control predictivo, redes neuronales, algoritmos genéticos, etc. Las mismas que permiten una mejor eficiencia y un alto grado de flexibilidad en los procesos industriales.

El objetivo de todo sistema de control en el día de hoy es actuar sobre las variables controladas, para que estas

reaccionen a los cambios del funcionamiento del proceso considerando criterios: económicos, medioambientales, calidad, seguridad, etc.

La diferencia entre las técnicas de los nuevos sistemas de control radica en la complejidad matemática, siendo cada vez más importante incluir las incertidumbres en el diseño del controlador. El resultado de un estudio relacionado con los problemas y desarrollo del control realizado por Takatsu et al. Para la Society of Instrumentation and Control Engineering [4] a 15 plantas consideradas líderes en temas de control se observa que el MPC tiene grandes expectativas a futuro y sencillo de aplicar.

## II. MATERIALES Y MÉTODOS

### A. Control Predictivo

El control predictivo conocido también como control por horizonte deslizante es una técnica de control que utiliza un modelo del proceso (modelo de predicción), con el fin de predecir el valor de las variables controladas a lo largo de un horizonte de predicción, dado por el diseñador del controlador en base a un análisis previo del proceso a controlar; cuyo objetivo principal es calcular las variables manipuladas para que en ese horizonte las variables controladas estén en la consigna especificada, tal como se indica en el diagrama de bloques de la figura 1.

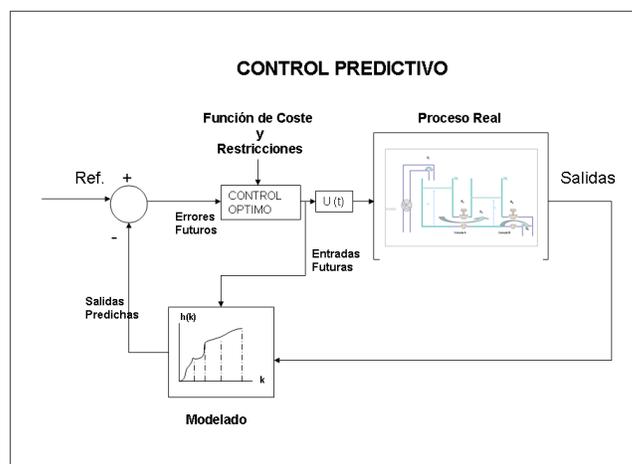


Figura 1. Sistema de Control Predictivo aplicado a Tanques Acoplados.

### Ventajas y Desventajas

Como es conocido la técnica MPC (Control Predictivo Basado en Modelo) es utilizada con mayor aceptabilidad en la industria Química y el sector Petroquímico; por el fácil entendimiento de su algoritmo de control y adaptabilidad a cualquier tipo de planta. Convirtiéndose en la técnica de control que mejor representa los cambios de funcionamiento en los procesos.

#### Ventajas

- Maneja con relativa facilidad sistemas multivariados.
- Se puede tomar en cuenta limitaciones físicas y tecnológicas de los actuadores; así como razones de seguridad, calidad, etc.  
Debido a que existe la posibilidad de formular restricciones en su algoritmo.
- Se le facilita la calibración y el entendimiento al grupo humano que no tenga instrucción avanzada de control y trabaja en la industria; ya que los fundamentos teóricos son intuitivos.
- Es una estrategia abierta a nuevas innovaciones como: problemas de robustez, modelos no lineales, aplicación a nuevos sistemas; porque se fundamenta en conceptos básicos de control.
- Dependiendo del algoritmo de control a implementarse se podría incluir la compensación Feedforward (Compensación en Retardo).
- En procesos tipo Batch o en robótica donde se tiene previo conocimiento de los puntos de consigna futuros resulta una gran ayuda.
- Tiene una amplia aplicación en sistemas lineales, no lineales, con grandes retardos e inestables.

#### Desventajas

- Requiere de Software y Hardware avanzados ya que se necesita de un buen nivel de procesamiento para poder resolver el algoritmo de control, lo cual hace ineficiente a sistemas rápidos.
- Resulta ineludible identificar y modelar la dinámica del proceso lo más próximo posible al real.
- La metodología del control predictivo solo puede ejecutarse mediante una computadora por su algoritmo de minimización (Función de Coste).

### Elementos básicos de control predictivo

Como se vio anteriormente hay diferentes tipos de controladores predictivos, que se diferencian entre sí de acuerdo a la aplicación donde sean empleados pero todos y cada uno de ellos tienen los mismos elementos básicos los mismos que se detallan a continuación:

- Modelo del Proceso
- Modelo de las Perturbaciones
- Función de Coste
- Obtención de la ley de Control

### Modelo del proceso

Es aquel a partir del cual se calcula las predicciones  $\hat{y}(t+k|t)$ ; y tiene que representar lo más cerca posible la dinámica del proceso, tales como: respuesta al impulso, escalón, función de transferencia, variables de estado.

### Modelo de las Perturbaciones

Es muy importante el análisis del modelo de perturbaciones debido a que se tiene que tomar en cuenta que hay: entradas no medibles, ruido, modelación de la planta, también errores del modelo del proceso.

El modelo más utilizado es ARIMA (Autorregresivo Integrado de Media Móvil), porque considera cambios en la calidad de material y procesos con balance de energía; donde la diferencia entre la salida y lo calculado es [2]:

$$n(t) = \frac{C(z^{-1})e(t)}{D(z^{-1})} \quad (1)$$

### Función de coste

El objetivo de esta función es obtener la ley de control, donde la expresión de la función coste es [2]:

$$J(N, N_1, N_2, N_u) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) \left[ \hat{y}(t+j|t) - w(t+j) \right]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda(j) \left[ \Delta u(t+j-1) \right]^2 \quad (2)$$

Donde:

$N_1$ : Límite mínimo de predicción, con valores grandes de  $N_1$  se obtiene una respuesta suave del proceso y en procesos con tiempo muerto (d):  $N_1 > d$ .

$N_2$ : Límite máximo de predicción

$N_u$ : Horizonte de control ( $N_u \neq N_2$ )

$\delta(j), \lambda(j)$ : Pesos que pueden ser constantes o exponenciales.

### Trayectoria hacia el punto de referencia

El fin del control predictivo es que la salida futura trate de seguir a una determinada señal de referencia en el horizonte de predicción teniendo como principal ventaja la disminución de retardos debido a que se puede conocer previamente la señal de referencia  $r(t+k)$  o el instante de cambio en el caso de que la referencia sea constante.

Hay que tomar en cuenta que se puede tener una trayectoria de referencia real ( $r(t+k)$ ), que es muy diferente a la trayectoria de referencia  $w(t+k)$ , la cual es una suave aproximación desde el valor actual de la salida  $y(t)$  a la referencia  $r(t+k)$  teniendo [2]:

$$w(t+k) = \alpha w(t+k-1) + (1-\alpha)r(t+k) \quad k = 1 \dots N \quad (3)$$

Donde:

$$\alpha = 0 < \alpha < 1$$

$\alpha \approx 1$  La aproximación será más suave.

$\alpha \approx 0$  La aproximación será más rápida.

Como se observa en la figura 2:

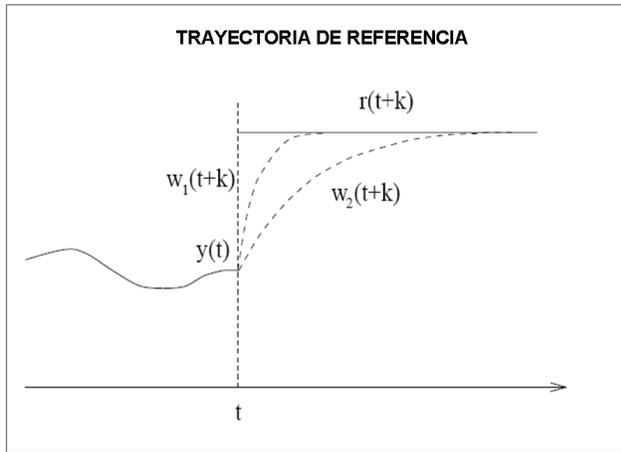


Figura 2. Trayectoria de Referencia  
Fuente: Model Predictive Control, Second Edition.  
Elaboración: E.F. Camacho and C. Bordons.

### Restricciones

Hay que tomar en cuenta que en todo proceso hay límites de funcionamiento por seguridad, medio ambiente y debido al equipo que se utiliza como válvulas, sensores, velocidad de respuesta, etc.

Las restricciones que se pueden incluir en los modelos de control predictivo son [2]:

$$\begin{aligned} u_{\min} &\leq u(t) && \leq u_{\max} && \forall t \\ du_{\min} &\leq u(t) - u(t-1) && \leq du_{\max} && \forall t \\ y_{\min} &\leq y(t) && \leq y_{\max} && \forall t \end{aligned}$$

### Obtención de la ley de Control

Se define por  $u(t+k|t)$  y se obtiene de:

- Optimizar la función de coste  $J$
- Calculo de  $y(t+k|t)$ , haciendo uso del modelo elegido y reemplazando en  $J$ .
- Cuando el modelo es lineal y sin restricciones se tiene una solución analítica y en otros casos la solución será mediante métodos iterativos.

Con el objetivo de no obtener señales de control de alta frecuencia no deseables que provocarían inestabilidad, se debe estructurar la ley de control para disminuir el número de grados de libertad en el horizonte de predicción, lo cual mejora la robustez y el comportamiento del sistema.

La principal técnica para estructurar la ley de control es usar el horizonte de control  $N_u$ , la cual considera que después de un periodo de control  $N_u < N_2$  la señal de control se mantiene constante es decir [2]:

$$\Delta u(t+j-1) = 0 \quad (4)$$

Es importante recalcar que la señal de control  $u(t+k|t)$  no permanece constante debido a la estrategia de horizonte móvil ya que deber ser calculada cada siguiente muestreo, como se observa en la figura 3:

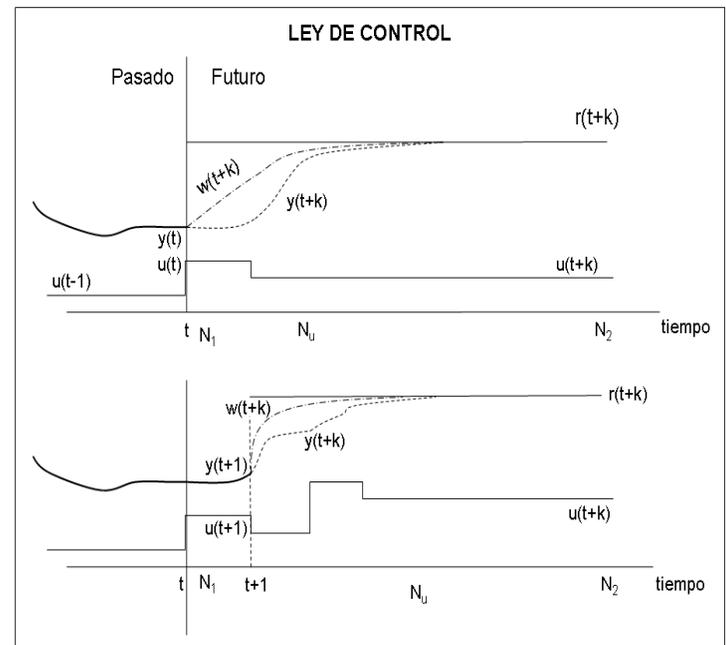


Figura 3. Ley de Control

### Algoritmos de control predictivo

Los algoritmos de control predictivo más destacados son:

- Control por Matriz Dinámica
- Model Algorithmic Control
- Predictive Functional Control
- Extended Prediction Self Adaptive Control
- Extended Horizon Adaptive Control
- Control Predictivo Generalizado

Nos concentraremos en el estudio del control predictivo generalizado; ya que este será el algoritmo que vamos usar para implementar en nuestro sistema de tanques acoplados:

### Control Predictivo Generalizado

- Fue desarrollado por Clarke et al y utiliza el modelo Controlled Auto-Regressive Integrated Moving Average (CARIMA):

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})z^{-d}u(t-1) + C(z^{-1})\frac{e(t)}{\Delta} \quad (5)$$

Donde:

$d$  = tiempo muerto del sistema

$$\Delta = 1 - z^{-1}$$

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_naz^{-na}$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_{nb}z^{-nb}$$

$$C(z^{-1}) = 1 + c_1z^{-1} + c_2z^{-2} + \dots + c_{nc}z^{-nc}$$

$C(z^{-1})$  = ruido y es difícil de calcular por lo que su aplicación es de diseño para excluir las perturbaciones y perfeccionar la robustez.

- La función objetivo es cuadrática:

$$J(N_1, N_2, N_u) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) [y(t+j|t) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda(j) [\Delta u(t+j-1)]^2 \quad (6)$$

Donde:

$\delta(j)$  = peso de ponderación, puede ser una constante o una exponencial.

$\lambda(j)$  = peso de ponderación, puede ser una constante o una exponencial.

$w(t+j)$  = tiene forma exponencial desde el valor actual de la salida hasta la referencia.

### B. Sistema de tanques acoplados

El control predictivo en la presente tesis pretende ser aplicado a un sistema bien conocido y ampliamente utilizado en el sector industrial como es el de tanques acoplados; este proceso se basa en la ley de vasos comunicantes, cuyo objetivo es controlar el nivel en el último recipiente (figura 4).



Figura 4. Modulo de Tanques Acoplados

De forma general el equipamiento del prototipo está formado por 2:

**Estructura:** Fabricada en fibra de vidrio constituida por una base sólida con el fin de sostener a los tanques y un tanque reservorio; se escogió este material por su resistencia, durabilidad y fácil transporte (figura 5).



Figura 5. Estructura de Tanques acoplados

**Tanques acoplados:** Son tres tanques construidos de material acrílico transparente (PLEXY-GLASS) de 4 mm. Seleccionado por ser resistente y liviano (figura 6).



Figura 6. Tanques Acoplados

El control se realizará solo a dos tanques; para ello se obtendrá la función de transferencia total de la planta que está formada por tres bloques (figura 7):

- Bomba centrífuga
- Tanques acoplados
- Sensor de nivel más acondicionamiento de señal

### Bomba Centrífuga

La función de transferencia se obtiene en [1]:

$$G_b(s) = \frac{Q_b(s)}{V_i(s)} = Kb = 16,26[\text{cm}^3/\text{V} * \text{s}] \quad (7)$$

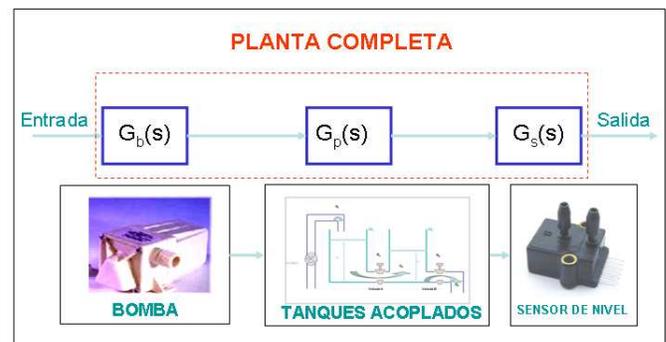


Figura 7. Diagrama de Bloques

### Tanques Acoplados

Se procede a modelar (figura 8):

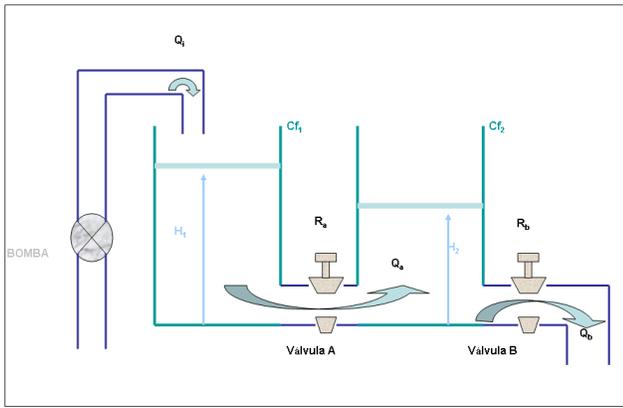


Figura 8. Modelo de Tanques Acoplados

Estados:

$H_1$  = nivel en el primer tanque

$H_2$  = nivel en el segundo tanque

Variable manipulada:

$Q_i$  = velocidad de flujo de la bomba

Variable controlada:

$H_2$  = nivel en el segundo tanque

Perturbaciones:

Variaciones en el flujo causadas por la válvula A y B.

Modelando el sistema de la figura 8 y reduciendo a la mínima expresión se obtiene la siguiente función de transferencia (8) que relaciona el nivel del tanque secundario (salida) con el caudal de entrada de la bomba.

$$G_p(s) = \frac{H_2(s)}{Q_i(s)} = \frac{1}{s^2 \left( \frac{2\sqrt{H_1 - H_2}}{K_v} * A^2 \right) + s \left( A \left( 2 + \sqrt{\frac{H_1 - H_2}{H_2}} \right) \right) + \frac{K_v}{2\sqrt{H_2}}} \quad (8)$$

Donde:

- $H_1$  y  $H_2$  = alturas alrededor del punto de operación
- $A$  = sección transversal de los tanques
- $K_v$  = Es definido por la norma IEC 534-1987 de válvulas de control del siguiente modo:  
Caudal de agua (de 5 a 40 °C) en m<sup>3</sup>/h que pasa a través de la válvula a una apertura dada y con una pérdida de 1 bar.

Reemplazando los parámetros la aproximación lineal de (8) es:

$$G_p(s) = \frac{1}{s^2(227,326608) + s(338,91168825) + 32,25} \quad (9)$$

Sensor de Presión Diferencial

Para medir el nivel en el último tanques se usará un sensor de presión diferencial cuya función de transferencia más su acondicionamiento se obtiene en [1]:

$$G_s(s) = \frac{V_o(s)}{H(s)} = 0,25 [V/cm] \quad (10)$$

Del diagrama de bloques la función de transferencia total de la planta es:

$$G_{PT}(s) = G_b(s) * G_p(s) * G_s(s) \quad (11)$$

Donde:

$G_{PT}(s)$  = función de transferencia de la planta total

$G_b(s)$  = función de transferencia de la bomba

$G_s(s)$  = función de transferencia del sensor

Entonces:

$$G_{PT}(s) = 16,26 * \frac{1}{s^2(227,326) + s(338,911) + 32,25} * 0,25 \quad (12)$$

$$G_{PT}(s) = \frac{4,065}{s^2(227,326608) + s(338,91168825) + 32,25} \quad (13)$$

Se discretiza (13) con un retenedor de orden cero, periodo de muestreo de 2 s, con la función c2d de Matlab [5]

$$G_{PT}(s) = \frac{0.01576 z^{-1} + 0.006088z^{-2}}{1 - 0.8774 z^{-1} + 0.05071z^{-2}} \quad (14)$$

C. Creación e Implementación del Algoritmo Control Predictivo

El MPC es implementado para controlar el nivel en el último tanque y se aplica a (14) función de transferencia total del Sistema.

El algoritmo de control predictivo se desarrolló en Matlab usando el Model Predictive Control Toolbox; donde se ingresa la función de transferencia de la planta, parámetros del controlador, restricciones y finalmente se realiza la simulación. Las condiciones para los parámetros del controlador son:

- Un horizonte de predicción corto reduce el tiempo donde el regulador MPC predice las salidas de la planta. Por lo tanto, un corto horizonte de predicción reduce la capacidad de predicción del regulador MPC.
- Un horizonte de predicción largo aumenta la capacidad de predicción del regulador MPC. Sin embargo, un horizonte de predicción largo disminuye la interpretación del regulador MPC añadiendo cálculos suplementarios al algoritmo de control.
- Un horizonte de control corto causa unos cambios cuidadosos de la acción de control; es decir el regulador intenta alcanzar el setpoint cambiando la variable manipulada sólo unas veces y en pequeñas cantidades.
- Una acción de control grande en un horizonte de control corto podría sobrepasar el valor del setpoint, después de los finales de horizonte de control. Sin embargo, como el regulador sigue ejecutando, la variable manipulada finalmente se colocará alrededor del setpoint.
- Un horizonte de control largo produce cambios más agresivos de acción de control. Estos cambios agresivos pueden causar la oscilación y/o energía gastada.

Analizando el modelo de acuerdo a la figura 7 de la planta completa y su respuesta paso en lazo abierto (figura 9), juntamente con las condiciones ya mencionadas se definieron los siguientes parámetros:

Tiempo de muestreo = 2 segundos

$N_u = 30$  segundo

$N = 60$  segundos

Las restricciones en la señal controlada es decir el caudal de entrada de la bomba son:

$Q_{i\max} = 378$  [cm<sup>3</sup>/seg.]

$Q_{i\min} = 0$  [cm<sup>3</sup>/seg.]

Las restricciones en la salida es decir el nivel de agua en el último tanque:

$H_{2\max} = 38$  [cm]

$H_{2\min} = 0$  [cm]

Los pesos de ponderación son:

$\alpha = 0,9$

$\delta = 0,2$

$\lambda = 2$

Se le dará mayor peso al nivel del último tanque, es decir la variable  $H_2$

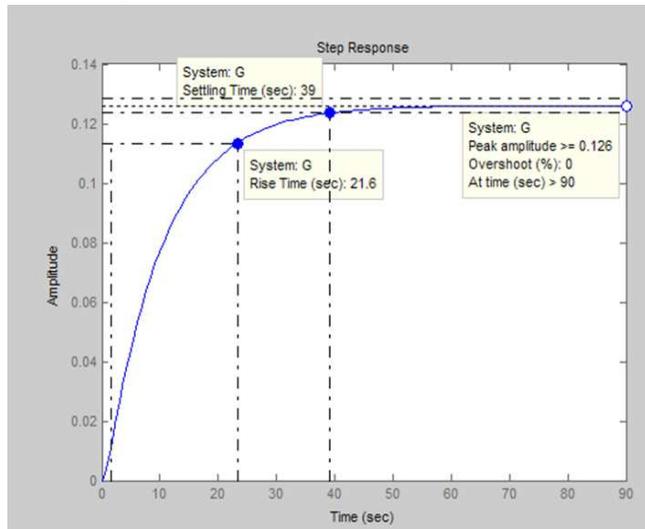


Figura 9. Respuesta paso en lazo abierto del sistema

### III. RESULTADOS Y DISCUSIONES

Simulando el controlador predictivo con los parámetros definidos se obtiene la respuesta paso; donde se puede observar que se mejora el tiempo de establecimiento del sistema de 39 segundos a 21,2 segundos; este tiempo se puede reducir si se disminuye el intervalo de muestro así tendríamos un control más agresivo; pero para la presente aplicación al tener constantes de tiempo muy grandes se prefiere un control conservador (figura 10 y 11).

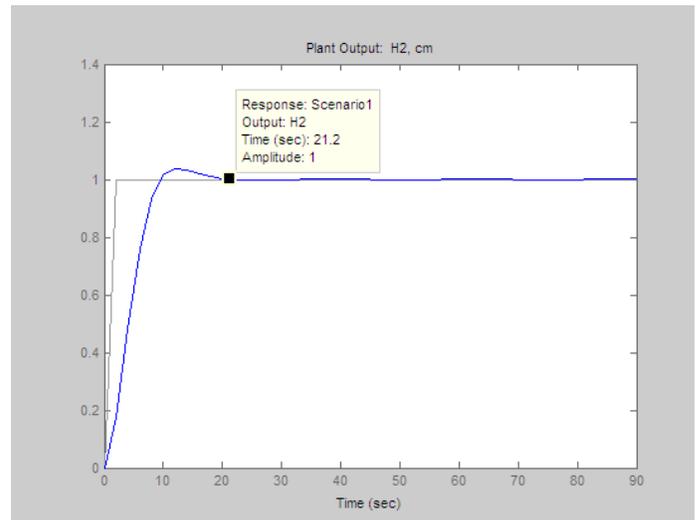


Figura 10. Respuesta paso del sistema con el controlador implementado.

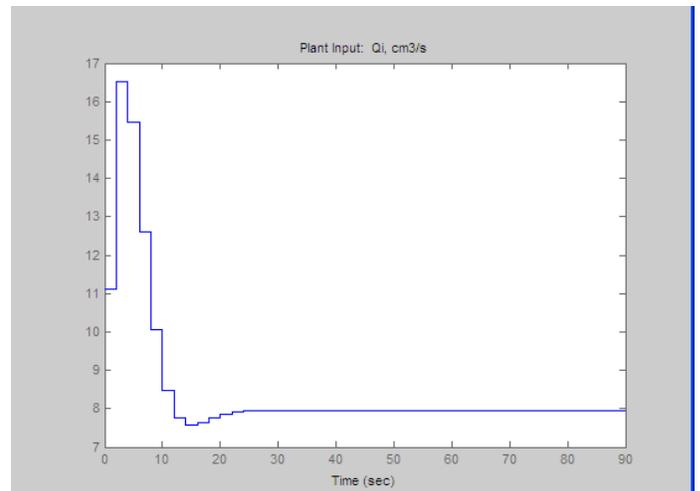


Figura 11. Señal de control

Para concluir la simulación se implementará en el simulink (figura 12 y 13)

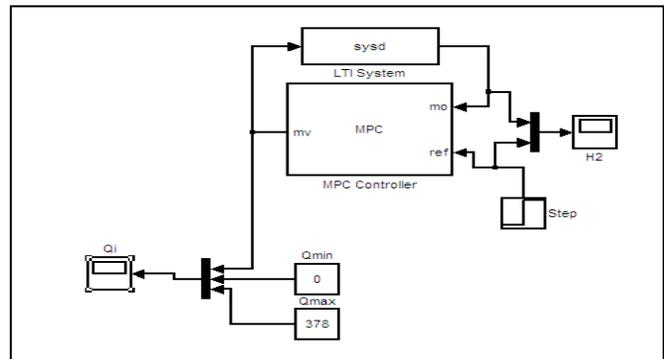


Figura 12. Simulink

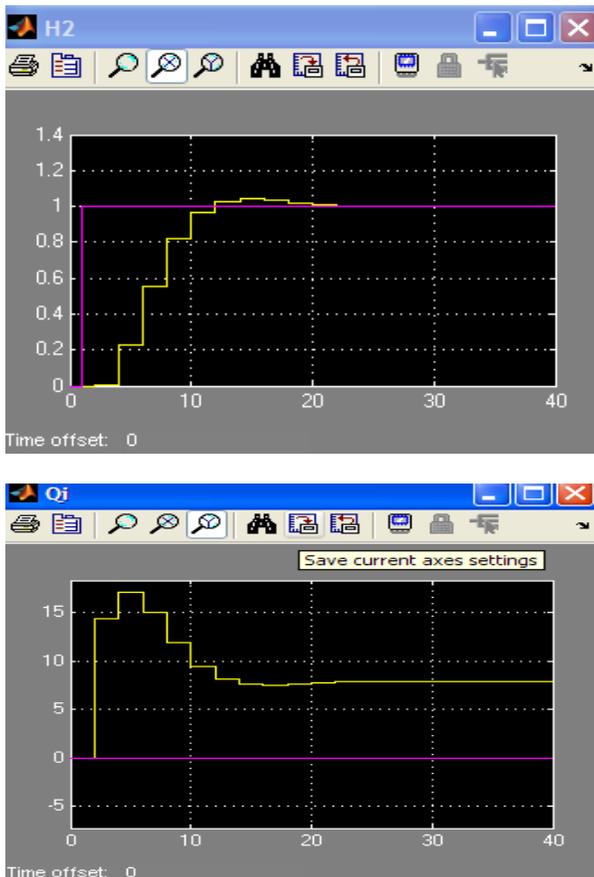


Figura 13. Resultados obtenidos a partir del control predictivo de las variables manipuladas y controladas.

En la simulación realizada se utilizó los parámetros descritos con anterioridad, pero debido a que el control predictivo es un control intuitivo se puede cambiar cada uno de estos parámetros para mejorar el sistema dando como lugar una mejor sintonización del mismo de acuerdo a los requerimientos de la planta.

#### IV. CONCLUSIONES

Como se observó se realizaron simulaciones con una herramienta computacional, la cual presta algunas plataformas para poder realizar la simulación teniendo la misma respuesta en dos de ellas workspace y simulink; teniendo en cuenta que se utilizó los mismos parámetros de simulación para el control predictivo.

El control predictivo nos permite añadir restricciones al sistema brindando una gran ayuda ya que de esta manera en el momento de la implementación se disminuye los costos de inversión en hardware sin embargo requiere un alto costo computacional.

A pesar de existir varios parámetros con los cuales se calibra el controlador predictivo son esenciales el horizonte de control, horizonte de predicción y el intervalo de control; ya que con estos se puede sintonizar el sistema. En el momento de reducir el intervalo de control se disminuye el tiempo de

establecimiento pero se tendrá una acción brusca que puede provocar oscilaciones en el sistema.

Si bien es cierto el control predictivo necesita de una carga computacional bastante alta es uno de las herramientas que despiertan grandes expectativas a nivel industrial ya que nos permite solucionar problemas como no linealidades, sistemas multivariables, etc.

La siguiente etapa será comprobar el control predictivo en un prototipo de tanques acoplados para lo cual se incluirá un sensor de caudal con la finalidad de tener un control más fino del caudal de entrada a los tanques ayudando de esta manera a tener menos perturbaciones en el sistema y mejorando significativamente el control (lo esperado de acuerdo a las simulaciones presentadas).

#### REFERENCES

- [1] Benítez Mejía Diego Santiago, (1994). Diseño y construcción de un sistema de control de nivel de líquidos, Quito: Escuela Politécnica Nacional-Escuela de Ingeniería.
- [2] Camacho. E.F., and Bordons C.,(2004). Model Predictive Control (2da ed). London: Springer –Verlag.
- [3] Clarke D. W, Mohtadi C y Tuffs P.S. (1987) “Predictive Control Part I. The Basic Algorithm”. Automatic
- [4] Tajatsy H., Itoh T. y Araki M. (1998) “Future needs for the control theory in industries. Report and topics of the control technology survey in Japanese industry.” Journal of Process Control.
- [5] SHANIAN, Bahram-Hassul, Michael. Control System Design Using Matlab, Prentice Hall 1993.



**Cristina Zulay Rosero Mata.** Nació el 26 de Agosto de 1984 en la ciudad Tulcán. Sus estudios los realizó en la escuela y colegio “La Providencia” en la ciudad de Quito donde obtuvo el título de bachiller en Físico-Matemático siendo abanderada del mismo. Sus estudios superiores los realizó en la Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica en la carrera Ingeniería Electrónica y Control de la Escuela Politécnica Nacional (Quito-Ecuador 2003-2009). Actualmente se encuentra terminando su proyecto de

titulación (relacionado con Control Predictivo) para obtener el título de Ingeniera en Electrónica y Control.  
crisroserom@hotmail.com



**Edison Oswaldo Moromenacho Oscullo.** Nació el 22 de Abril de 1982 en la ciudad Quito. Sus estudios los realizó en la “Escuela Experimental Eugenio Espejo” y colegio “C.O.T.A.C” (Colegio Técnico Aeronáutico de Aviación Civil) en la ciudad de Quito donde obtuvo el título de bachiller en Físico-Matemático. Sus estudios superiores los realizó en la Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica en la carrera Ingeniería Electrónica y Control de la Escuela Politécnica Nacional (Quito-Ecuador 2002-2009). Actualmente se encuentra terminando su proyecto de

titulación (relacionado con Control Predictivo) para obtener el título de Ingeniero en Electrónica y Control.  
edimoroo@hotmail.com