## ANALISIS DE ELEMENTOS NO LINEALES Y NEGATIVOS PARA PEQUEÑA SEÑAL EN MEZCLA PARAMETRICA

ING. DOUGLAS MOYA
ESCUELA POLITECNICA NACIONAL

### 1. INTRODUCCION

Se realiza el análisis de un modelo de mezclador paramétrico al que está conectada una resistencia no lineal negativa, utilizando un método análogo al de Manley - Rowe, y se obtiene las ecuaciones de energía del sistema. En base a ellos se hace evaluación del rendimiento, demostrándose que éste puede ser alto.

### 2. RELACIONES DE ENERGIA

Supondremos que el voltaje es una función acotada y biyectiva de la corriente que circula por el elemento resistivo no lineal negativo. Por lo tanto, tanto corriente como voltaje pueden expandirse en Series de Fourier.

Prestemos atención a la Figura 1, que es el diagrama esquemático de un mezclador paramétrico. La primera rama es una resistencia no lineal R, la segunda es un circuito L-C serie sintonizado a la frecuencia de la señal $\omega_1$, la tercera es otro circuito serie sintonizado a la frecuencia de bombeo $\omega_0$, y en la última sacamos la señal $m\omega_1 + n\omega_0$.

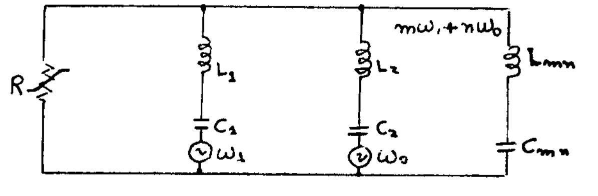



Fig. 1. Modelo de Mezclador paramétrico con R no lineal y negativa.

Las expresiones de Fourier para el voltaje y la corriente son:

$$v = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_{mn}\, e^{j(m\omega_1 + n\omega_0)t} \qquad (1)$$

$$i = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_{mn}\, e^{j(m\omega_1 + n\omega_0)t} \qquad (2)$$

puesto que v e i son funciones reales, $v = v^*$, $i = i^*$ lo que conduce a

$$V_{mn} = V^*_{-m-n}$$

$$I_{mn} = I^*_{-m-n} \qquad (3)$$

La potencia activa asociada con el término mn es

$$P_{mn} = 2R_e[V_{mn}\, I^*_{mn}] = V^*_{mn}\, I_{mn} + V_{mn}\, I_{mn} \qquad (4)$$

La potencia reactiva es

$$Q_{mn} = 2\, \text{Imág}[V_{mn}\, I^*_{mn}] = j[V^*_{mn}\, I_{mn} - V_{mn}\, I^*_{mn}] \qquad (5)$$

de (1) podemos decir

$$V_{mn} = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{T_1} \omega_0 dt \int_0^{T_2} v\, e^{-j(m\omega_1+n\omega_0)t'}\, \omega_1 dt' \qquad (6)$$

con $T_1$ y $T_2$ los períodos de $\omega_0$ y $\omega_1$, respectivamente. Entonces

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} j_m V_{mn} I^*_{mn} =$$

$$= \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{T_1} \omega_0 dt \int_0^{T_2} dt' v \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} j_m I_{mn}\, e^{-j(m\omega_1+n\omega_0)t'} \omega_1 \qquad (7)$$

Desde (2) $$\frac{\partial i}{\partial(\omega_1 t)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_{mn}\, jm e^{j(m\omega_1+n\omega_0)t}$$

$$= - \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} I^*_{mn}\, jm\, e^{-j(m\omega_1+n\omega_0)t} \qquad (8)$$

Sustituyendo (8) en (7)

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} j_m V_{mn} = -\frac{1}{4\pi^2} \int_0^{T_1} \omega_0 dt \int_0^{T_2} \omega_1 v \frac{\partial i}{\partial(\omega_1 t')} dt' =$$

$$= -\frac{1}{4\pi^2} \int_0^{T_1} \omega_0 dt \int_{i(o)}^{i(T_2)} v di \qquad (9)$$

pero $i(o) = i(T_2)$ por ser i periódica, por lo que la integral de (9) es cero. Así:

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} j_m V_m I^*_{mn} =$$

$$= \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} jm(V_{mn} I^*_{mn} - V^*_{mn} I_{mn})$$

$$= \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} m\, Q_{mn} = 0 \qquad (10)$$

Similarmente se puede demostrar que

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} n\, Q_{mn} = 0 \qquad (11)$$

Las ecuaciones (10) y (11) dan poca información con respecto al comportamiento de resistencias no lineales.

Podemos atacar el problema desde otro lado. Multipliquemos (6) por $-m^2 I^*_{mn}$ y sumemos sobre m y n, para obtener:

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} -m^2\, V_{mn}\, I^*_{mn} =$$

$$= \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{T_1} \omega_0 dt \int_0^{T_2} \omega_1 dt' v \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} -m^2\, I^*_{mn}\, e^{-j(m\omega_1+n\omega_0)t'} \qquad (12)$$

$$\frac{\partial^2 i}{\partial(\omega_1 t)^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} -m^2\, I_{mn}\, e^{j(m\omega_1+n\omega_0)t} =$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} -m^2\, I^*_{mn}\, e^{-j(m\omega_1+n\omega_0)t} \qquad (13)$$

De modo que (12) puede reordenarse así:

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} m^2\, V_{mn}\, I^*_{mn} =$$

$$= \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{T_1} \omega_0 dt \int_0^{T_2} \omega_1 v \frac{\partial^2 i}{\partial(\omega_1 t')^2} dt' \qquad (14)$$

El lado derecho de (14) integramos por partes

$$\frac{1}{4\pi^2} \int_0^{T_1} \omega_0 dt \left[ \left[\omega_1 v \frac{\partial i}{\partial(\omega_1 t')}\right]_0^{T_2} - \int_0^{T_2} \omega_1 \frac{\partial v}{\partial(\omega_1 t')} \frac{\partial i}{\partial(\omega_1 t')} dt' \right] \qquad (15)$$

por la periocidad de v e i,

$$\omega_1 v \frac{\partial i}{\partial(\omega_1 t')} \Bigg|_0^{T_2} = 0$$

y también

$$\int_0^{t_2} \omega_1 \frac{\partial v}{\partial(\omega_1 t')} \frac{\partial i}{\partial(\omega_1 t')} dt' = \int_0^{T_2} \frac{\partial i}{\partial v} \left(\frac{\partial v}{\partial \omega_1 t'}\right)^2 dt'$$

Entonces:

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} m^2\, V_{mn}\, I^*_{mn} =$$

$$= \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{T_1} \omega_0 dt \int_0^{T_2} \omega_1 \frac{\partial i}{\partial v} \left(\frac{\partial v}{\partial \omega_1 t'}\right)^2 dt' \qquad (16)$$

y operando por analogía de lo que hicimos para obtener (10) y (11),

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} m^2 V_{mn}\, I^*_{mn} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} m^2\, P_{mn}$$

de modo que la relación de potencia deseada es

$$\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} m^2\, P_{mn} = h \qquad (17)$$

$$\text{con } h = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{T_1} \omega_0 dt \int_0^{T_2} \omega_1 \frac{\partial i}{\partial v} \left(\frac{\partial v}{\partial \omega_1 t'}\right)^2 dt' \qquad (18)$$

Similarmente, siguiendo el mismo procedimiento se puede demostrar que,

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} n^2\, P_{mn} = h \qquad (19)$$

$$\text{con } h = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{T_2} \omega_1 dt \int_0^{T_1} \omega_0 \frac{\partial i}{\partial v} \left(\frac{\partial v}{\partial \omega_0 t'}\right) dt' \qquad (20)$$

## 3. LA RESISTENCIA NO LINEAL NEGATIVA.

La resistencia negativa tiene la propiedad que $\partial i/\partial v < 0$, por lo que los integrales (18) y (20) jamás serán positivas. De aquí las relaciones de potencia son:

$$\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} m^2\, P_{mn} \leq 0 \qquad (21)$$

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} n^2\, P_{mn} \leq 0 \qquad (22)$$

Para el caso de generación de armónicas esto significa que:

$$\frac{|P_{mo}|}{P_{10}} \geq \frac{1}{m^2} \qquad (23)$$

donde $P_{10}$ es la potencia del oscilador local y $P_{mo}$ la asociada con la m ésima armónica.

Para el caso cuando tratamos la modulación,

$$P_{10} + m^2\, P_{mn} \leq 0 \qquad (24)$$

$$P_{01} + n^2\, P_{mn} \leq 0 \qquad (25)$$

$P_{10}$ es la potencia asociada a la frecuencia de bombeo, $P_{01}$ a la de la frecuencia de la señal y $P_{mn}$ a la frecuencia de la señal modulada, la que es negativa para que se cumpla (23) y (24).

Dado que $m^2$, $n^2$ son siempre positivos pueden presentarse problemas de inestabilidad.

En suma, la potencia no se conserva, puesto que

$$Pin = P_{10} + P_{01} \leq - (m^2+n^2)Pmn = (m^2+n^2)\ |Pmn| \tag{26}$$

$$Pout = |Pmn| \tag{27}$$

La eficiencia de conversión es:

$$\eta = \frac{Pout}{Pin} \geq \frac{1}{m^2 + n^2} \tag{28}$$

Para m = n = 1, la mínima eficiencia de conversión es del 50%.

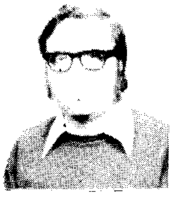
## 4. CONCLUSION

Podríanse utilizar mezcladores paramétricos de muy altos rendimientos usando elementos de resistencia no lineal negativa, obteniéndose condiciones de trabajo superiores a las determinadas por aquellos que usan reactancias no lineales.

## BIBLIOGRAFIA


COLLINS, Fundations for Microwave Engineering, Mc Graw-Hill, Inc. 1966.


## DATOS BIOGRAFICOS DEL AUTOR.



DOUGLAS MOYA A. Nació el 2 de Noviembre de 1951. Estudió la primaria en el Colegio "San Andrés" (1957-1963), la secundaria en el Colegio Nacional "Mejía" (1963-1969), y luego sus estudios superiores en la Escuela Politécnica Nacional (1969-1974) obteniéndo el título de Ingeniero Electrónico. Ha cursado estudios de Post-Grado en Física en la Universidad Nacional de Colombia (1976) y de Técnicas Modernas en Telecomunicaciones en Evry, Francia (1981). Ha publicaco el texto de "Física de Semiconductores" E.P.N. 1.976; Análisis matricial y tensorial, Seminario de contaminación del agua y control del recurso, OEA e IEOS, 1977; "El proceso de la ciencia", Congreso Nacional de Filosofía, Universidad Católica 1978; "Una nueva interpretación al principio de la mínima acción", revista Anales de la Universidad Central, 1981; "Generador magneto - hidrodinámico por efecto Hall", Revista Politécnica 1982.

Actualmente es Profesor Principal de la Escuela Politécnica Nacional.