

EQUIVALENTES EN ESTADO ESTABLE  
PARA ESTUDIOS DE SISTEMAS DE POTENCIA

Ramiro Alvarez S.

Santiago Sánchez M.

Centro Nacional de Control  
de Energía

Instituto Ecuatoriano de Electrificación

IEEE-SECCION ECUADOR

RESUMEN

En este trabajo se resalta la importancia de los equivalentes en estado estable para sistemas eléctricos de potencia. Los equivalentes topológicos más conocidos, el de Ward y el de REI, con sus variaciones, han sido detallados, dando énfasis en su uso para estudios fuera de línea. Se ha proporcionado ciertos parámetros para escoger un buen equivalente y al final se ha desarrollado un ejemplo de aplicación para cada método de equivalencia.

INTRODUCCION

Necesidad de los Equivalentes[5,6,10,11,12]

La implementación de un centro de control moderno requiere considerar funciones de control y supervisión relativas a la seguridad en la operación del sistema. Para determinar el estado del sistema, un estudio de evaluación de contingencias es necesario. El equivalente es parte primordial de estos análisis.

Es importante, para estudios de operación y de planificación del sistema, el reducir en lo posible el número de barras de las áreas interconectadas con el área de interés, por las siguientes razones:

- 1) Economía Computacional.- Al reducirse el sistema, el requisito de memoria necesaria para procesar y almacenar el mismo será menor, lo que conjuntamente con un menor tiempo de ejecución del flujo de carga, permitirá al centro de control reaccionar más rápidamente ante cualquier contingencia presente en el sistema. Adicionalmente, el tamaño del computador será menor, trayendo consigo los beneficios colaterales de espacio físico y precio.
- 2) Adquisición y Supervisión de Datos.- Un sistema reducido requiere un menor número de unidades remotas de recolección de datos. Estos terminales se ubicarán en las barras de unión entre áreas y de ser posible, en otras barras importantes del sistema externo.
- 3) Operador.- El operador, al tener un sistema más pequeño que supervisar, tomará con mayor facilidad las decisiones apropiadas en caso de emergencia.

Aplicación de los Equivalentes

Un equivalente puede ser utilizado para dos situaciones. La primera, cuando se conocen los datos de flujo de carga de todo el sistema de potencia, siendo el propósito de la equivalencia simplemente la reducción del sistema eliminando algunas barras del área externa. El equivalente, entonces, se ha obtenido fuera de línea. La segunda aplicación (en línea) ocurre cuando solamente se conoce el flujo de carga de la parte interna del sistema. En este caso el problema es construir un equivalente externo en tiempo real usando los datos del área externa disponibles por cualquier medio y luego ajustar este equivalente en concordancia con el flujo resultante del área interna, generalmente obtenido por el estimador de estado.

El proyecto Centro Nacional de Control de Energía (INECEL) tiene un grupo de trabajo encargado de estudiar e implementar programas sobre los diferentes métodos de cálculo de equivalentes a ser usados fuera de línea.

El presente trabajo es uno de los resultados del grupo y resume los métodos más conocidos sobre equivalentes. Al final de este documento se presenta un ejemplo detallado de cálculo de equivalentes y un listado de la bibliografía más representativa sobre el tema.

TIPOS DE EQUIVALENTES

La reducción matemática de un sistema eléctrico de potencia se realiza desde dos perspectivas. La una es el problema en estado estable y la otra es el problema dinámico. Para cada caso existe una representación equivalente del sistema.

Equivalentes en Estado Estable[7,12]

Un equivalente en estado estable es una representación reducida de un sistema de potencia para ser usada en análisis del sistema en estado estable. Los equivalentes de este tipo se clasifican, de acuerdo a la representación real, en equivalentes topológicos y no topológicos.

- 1) Equivalentes Topológicos.- Son aquellos que tienen una representación física. Se los obtiene mediante transformaciones topológicas. Estos equivalentes requieren los datos del flujo de carga del caso base y pueden ser aplicados tanto para uso fuera de línea como

para uso en línea. Los equivalentes topológicos más utilizados son el modelo de Ward y el modelo REI, con sus variaciones.

2) Equivalentes no Topológicos.- Estos modelos no tienen una representación física y se forman mediante procesos de identificación y de estimación de parámetros. Utilizan datos en tiempo real, no necesitan de un caso base y se usan generalmente para estudios en línea. En vez de operar con la matriz de admitancia estos equivalentes tratan con la matriz jacobiana del sistema, por lo que se los conoce también como Equivalentes Jacobianos y de Linealización. En este trabajo no se detallarán estos modelos.

### Equivalentes Dinámicos [1]

Un equivalente dinámico es una presentación reducida de un sistema de potencia para ser utilizada en estudios de estabilidad transitoria. Un modelo de este tipo proporciona la respuesta del sistema debido a perturbaciones en el área de interés. Las técnicas usadas para construir equivalentes dinámicos son mayormente tres: equivalentes basados en factores de distribución, equivalentes basados en análisis modal y equivalentes basados en coherencia. No se tratará equivalentes dinámicos en este trabajo.

### EQUIVALENTES EN ESTADO ESTABLE [9]

#### Planteamiento del Problema.

En el análisis de sistemas de potencia, la red puede tratarse como un sistema completo o como un sistema reducido. Según [9] el equivalente se formula así:

"Dado un flujo de carga resuelto de un sistema interconectado inicial y un área de interés AI dentro del mismo, encuentre un nuevo flujo de carga equivalente que tenga un menor número de barras y de líneas que el sistema original. El nuevo sistema equivalente debe ser tal que para cambios en las condiciones de operación de AI, los resultados del sistema reducido sean aproximados a los resultados del sistema completo original".

La parte interna, área de estudio o área de interés se modela explícitamente de igual manera y con los mismos valores que para el flujo del caso base. La parte externa, área a reducir, o área regional se representa por un equivalente conectado a las barras de frontera o de interconexión entre ambas áreas (Figura No. 1). Después de la reducción, el estado original del sistema no debe alterarse. Cabe anotar que al ser el equivalente una aproximación matemática del sistema real, no existe un equivalente exacto.

### EQUIVALENTES TOPOLOGICOS

#### Método de Admitancias de Ward [8,13,14,15]

Requiere de un flujo de carga del sistema de potencia, con el que se determinan voltajes en magnitud y ángulo para cada una de las barras y las potencias de generación requeridas para satisfacer la carga más las

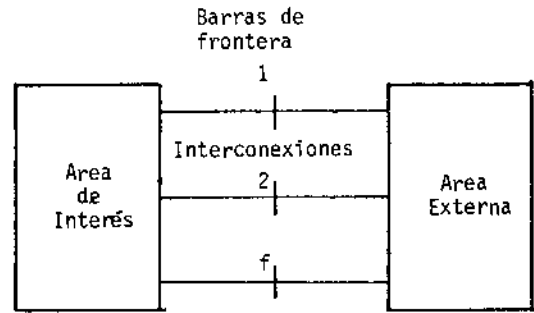


Figura 1. Representación del sistema de potencia

pérdidas. Este método permite una representación lineal del área externa, AE, en la cual, tanto generación como carga son modelados como admitancias shunt. La generación se representa como una resistencia negativa en serie con una reactancia capacitiva, y la carga se modela como una resistencia en serie con una reactancia inductiva.

Con la modelación de generación y carga como admitancias, el área externa se convierte en una red pasiva, la misma que puede reducirse mediante el método de eliminación de Kron.

La ecuación de equilibrio es:

$$\begin{bmatrix} I_i \\ I_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{ii} & Y_{ie} \\ Y_{ei} & Y_{ee} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_i \\ E_e \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Área de interés} \\ \text{Área Externa} \end{array} \quad (1)$$

de donde,  $(Y_{ii} - Y_{ie} Y_{ee}^{-1} Y_{ei}) E_i =$

$$= I_i - Y_{ie} Y_{ee}^{-1} I_e \quad (2)$$

si,  $Y_{eq} = Y_{ii} - Y_{ie} Y_{ee}^{-1} Y_{ei}$  (3)

$$I_{eq} = I_i - Y_{ie} Y_{ee}^{-1} I_e \quad (4)$$

entonces,  $Y_{eq} E_i = I_{eq}$  (5)

El sistema así reducido tiene la misma dimensión que el área de interés, y está compuesto por admitancias serie y shunt que se conectan a las barras de frontera. En la figura 2 se muestra un esquema del sistema reducido.

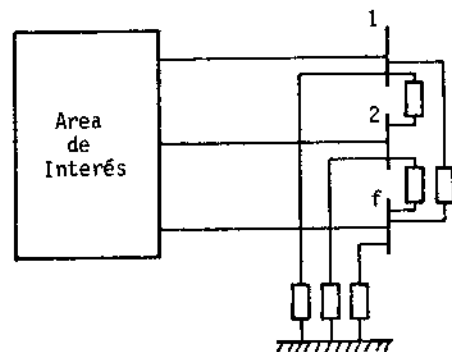


Figura 2. Equivalente Ward de Admitancias.

Método de Inyecciones de Ward [13,14,15]

A partir del flujo de carga del caso base se transforman las inyecciones de potencia del área externa, en inyecciones de corriente que se distribuyen proporcionalmente en el sistema. A continuación se procede a reducir la matriz de admitancias y el vector de corrientes en la misma forma que el método de admitancias de Ward. Finalmente, las corrientes equivalentes en las barras frontera o cualquier otra barra del sistema externo que haya sido retenida, se convierten nuevamente en potencias  $S$ . Estas potencias  $S$  son aditivas a cualquier otra potencia existente en las barras frontera o en la barra retenida en el sistema externo (Figura 3).

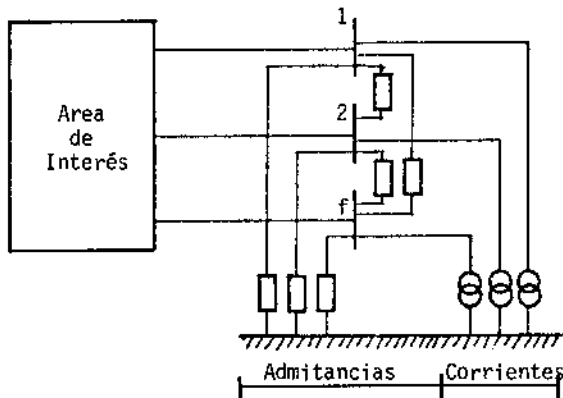


Figura 3. Equivalente Ward de Inyecciones de Corriente.

La figura 4 ilustra la forma del equivalente con barras retenidas.

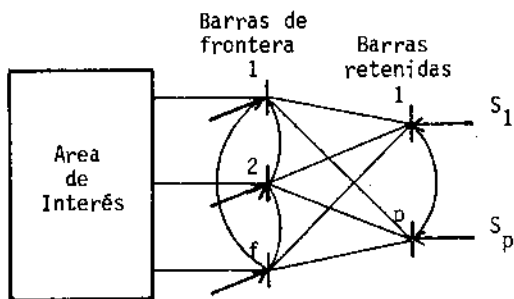


Figura 4. Equivalente con barras retenidas e inyecciones de potencia.

La no retención de barras de voltaje controlado implica que el suministro de reactivos de las barras de generación del sistema externo es fijado a los valores del caso base, lo que quiere decir que ante cualquier contingencia en el área de interés, el aporte de potencia reactiva del área externa es constante.

Existen dos alternativas para la retención de barras de generación en el área externa:

- 1) Se conservan, en el proceso de reducción, todas las barras P-V.
- 2) Se conservan únicamente cierto número de barras P-V.

La primera alternativa no es de mucha utilidad cuando el área externa posee un gran número de generadores. En esta forma se perdería uno de los principales objetivos del cálculo de equivalentes cual es la reducción del tamaño del sistema.

Algunos de los criterios usados para la selección de generadores importantes son:

- 1) Mantener los generadores con máxima capacidad de reactivos. Esto es, mantener los generadores para los cuales la diferencia entre la producción de reactivos del caso base y su límite de reactivos es máxima.
- 2) Eliminar todos los generadores que no producen suficiente potencia activa o reactiva para cubrir sus propios requerimientos locales.
- 3) El número de generadores a ser mantenidos deberá ser un pequeño porcentaje del número total de las barras del área externa.

Equivalente Extendido de Ward [16]

En los modelos de equivalentes mencionados anteriormente, no se ha tomado en cuenta el efecto que la variación de voltaje tiene sobre el equivalente, asumiendo que el voltaje no varía ante una contingencia del sistema interno. Generalmente, este no es el caso, pues un equivalente debería modelar también la variación de potencia reactiva en el sistema, es decir, debería incluir barras de generación del tipo P-V para entregar o absorber este flujo de reactivos en el sistema total.

El equivalente extendido de Ward considera que las barras frontera se conectan a un circuito equivalente ficticio que incluye generadores, líneas y barras P-V. Estas barras de tensión controlada se conectan a las barras de frontera a través de una admitancia ficticia  $y_{fi}$ , y se asume que el voltaje a ambos lados de la línea es el mismo, e igual al de la barra frontera. Con esto, el nuevo equivalente no tiene pérdidas y los generadores proporcionan solamente potencia reactiva cuando el sistema lo exija (potencia activa igual a cero).

El equivalente extendido de Ward se compone, entonces, del equivalente de corrientes de Ward, más un nuevo circuito que no contribuye ni potencia activa al sistema de estudio, ni potencia reactiva al caso base. Esto se muestra en la figura 5.

Para determinar el valor de las admitancias  $y_{fi}$ , se hace un equivalente de Thevenin en las barras de frontera para lo cual se cortocircuitan los generadores del sistema externo y se determina el valor de la admitancia a tierra (ó  $z$  de circuito abierto).

Para hallar las  $y_{fi}$  considere una matriz  $Y_{eq}$  compuesta por todas las barras del sistema externo más las barras de frontera.

$$Y_{eq} = \begin{array}{c|c|c} & \begin{array}{c} i \\ j \end{array} & \\ \hline \begin{array}{c} e \\ f \end{array} & \begin{array}{c} Y_{EE} \\ \vdots \\ Y_{FE} \end{array} & \begin{array}{c} Y_{EF} \\ \vdots \\ Y_{FF} \end{array} \\ \hline & \begin{array}{c} i \\ j \end{array} & \end{array}$$

y una columna (o fila) de una barra de frontera

$$Y_{fi} = i [Y_{11} \dots Y_{1e} \dots Y_{f1} \dots Y_{ff}]^T$$

Según la teoría de redes, el sumatorio de todas las admitancias de la columna (o fila) de  $Y$  de barra es igual al negativo de la admitancia conectada a tierra. En este caso para  $Y_{fi}$  cuando la columna (o fila) corresponde a la barra de frontera, encontramos el valor de la admitancia buscada  $y_{fi}$  para la  $i$ -ésima barra de frontera.

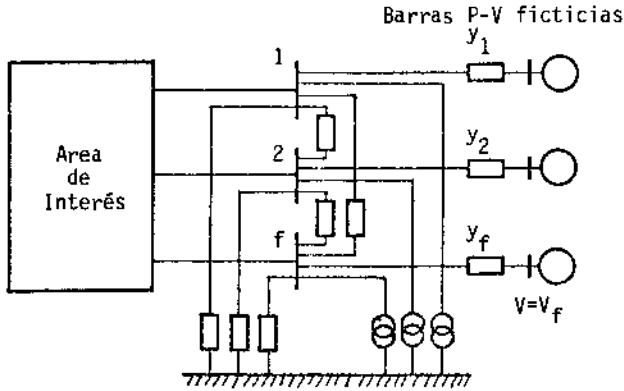


Figura 5. Equivalente Ward Extendido.

#### Equivalente REI [7,3,17]

Muchas situaciones físicas al transformarlas en conceptos matemáticos pierden su identidad. Cuando se usa la computadora se tiende a subestimar la importancia del ser humano en el problema real. Paul Dimeo, en su teoría general de Análisis Modal considera esta situación y da una perspectiva diferente a la solución de equivalentes al considerar, además de las formulaciones matemáticas también las relaciones entre el hombre y la computadora.

La red REI de tipo radial (R), equivalente (E) para un nodo, e independiente (I) del resto del circuito, preserva la identidad de los generadores eliminados como fuentes de voltaje controlado.

En el equivalente REI, la parte no lineal de la red (generadores y cargas) se linealiza mediante una conexión a través de un circuito equivalente sin pérdidas a un nodo ficticio R. En este nodo equivalente, la potencia aparente  $S$  es igual a la suma de las potencias aparentes de los generadores conectados a él.

Después de la conexión de esta red ficticia, los nodos activos se hacen pasivos y el equivalente proporciona las inyecciones que había originalmente a través de sus conexiones con el circuito inicial. El paso final es eliminar los nodos ficticios G y las barras no esenciales del sistema externo por el método de eliminación de Gauss, reteniendo los nodos R conjuntamente con las barras de frontera.

Para comprender mejor este equivalente, en el diagrama de la figura 6 se detalla las  $N$  barras activas del sistema externo con sus

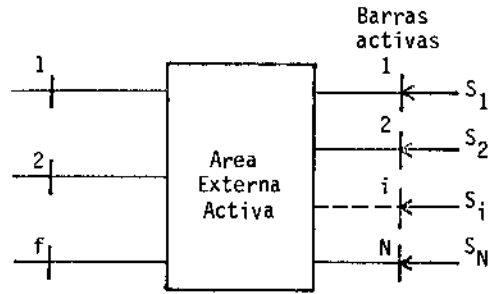


Figura 6. Inyecciones de potencia al área externa.

inyecciones de potencia  $S_1, S_2, \dots, S_N$ . El primer paso para obtener el equivalente REI consiste en conectar una red REI a estas barras activas como muestra la figura 7.

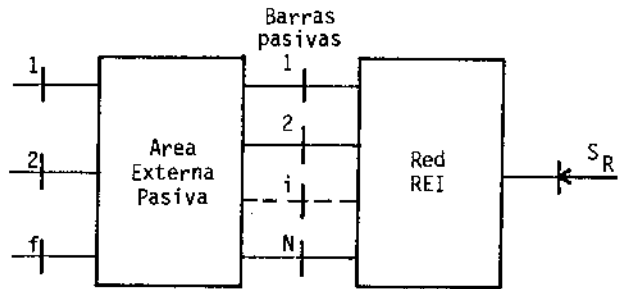


Figura 7. Conexión de la red REI al área externa.

Después de la conexión, los  $N$  nodos son ahora pasivos y la red REI tiene un sólo nodo activo ficticio R, con inyección de potencia  $S_R$ .

La red REI (Figura 8) es básicamente un circuito en estrella que conecta el nodo ficticio G a cada nodo activo a través de una admitancia  $y_i$ , y al nodo R mediante la admitancia  $y_R$ . El voltaje en el nodo G se pone en cero, por considerarse éste como su óptimo valor [17].

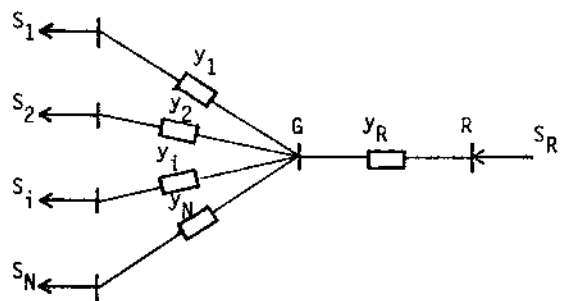


Figura 8. Red REI.

Para determinar los valores de las admitancias en las ramas se usa las siguientes relaciones:

$$I_i = \frac{S_i^*}{V_i^*} \quad (6) \quad I_R = \sum_{i=1}^N I_i \quad (7)$$

$$S_R = \sum_{i=1}^N S_i \quad (8) \quad V_R = \frac{S_R}{I_R^*} \quad (9)$$

entonces,

$$y_i = -\frac{I_i}{V_i} = -\frac{S_i^*}{|V_i|^2} \quad (10)$$

$$y_R = \frac{I_R}{V_R} = \frac{S_R^*}{|V_R|^2} \quad (11)$$

donde  $I_i$ ,  $V_i$  y  $S_i$  son los valores de corriente, voltaje y potencia aparente en la  $i$ -ésima barra del sistema, respectivamente, para el caso base.

Hasta ahora solamente la parte externa ha sido considerada pues la red REI se conecta a las barras activas. Para encontrar el equivalente del sistema externo se procede a eliminar estas barras y aquellas adicionales o no esenciales, reteniendo las de frontera y los nodos ficticios R. La matriz a reducir es:

$$Y_{eq} = \begin{array}{c|c} Y_{EE} & Y_{EF} \\ \hline Y_{FE} & Y_{FF} \end{array} \begin{array}{l} e \\ f+r \end{array}$$

Barras activas y barras no esenciales.

Barras de frontera y barras ficticias.

El equivalente final, para el caso de un sólo nodo R es:

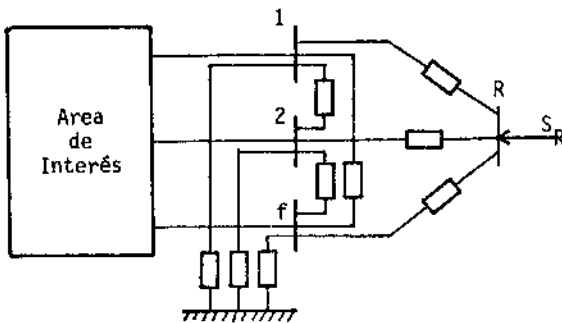


Figura 9. Equivalente REI.

Conviene obtener para un sistema de potencia varias redes REI agrupando las barras de similares características. La agrupación se la puede hacer para cada zona o región geográfica y en cada zona unir generadores en una red REI y cargas en otra red REI. Esto modela mejor el sistema físico, pues la generación se comporta de manera distinta que la carga. Además esto garantiza en cier

ta manera la convergencia del flujo de carga y preserva la porosidad del sistema.

Para una región,

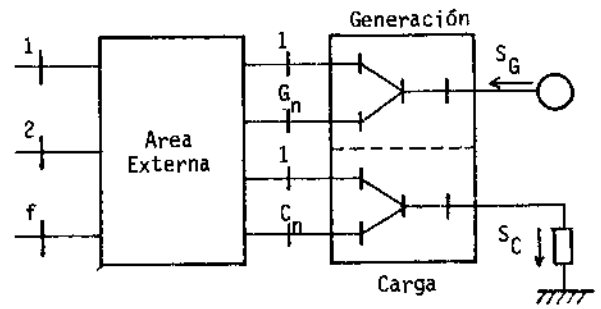


Figura 10. Agrupando generación y carga para una región mediante redes REI.

Para un sistema total,

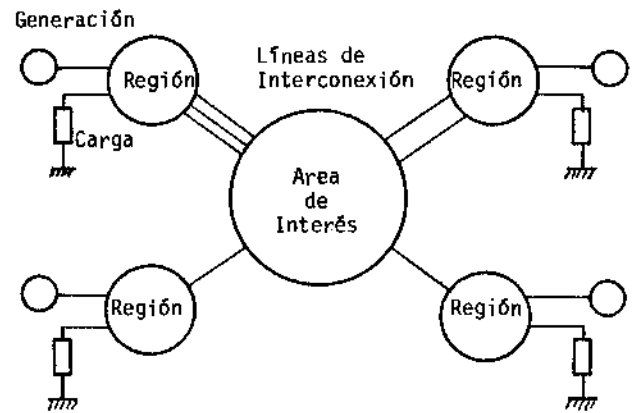


Figura 11. Conexión del área de interés a las regiones interconectadas representadas por redes REI.

#### REQUISITOS DE UN BUEN EQUIVALENTE [7,11]

En la literatura referente a equivalentes, se mencionan ciertos parámetros para determinar la bondad de un modelo. Se ha tratado de reunir en los siguientes temas, aquellos parámetros más significativos para seleccionar el modelo más apropiado de equivalente. Los temas, en orden de importancia son:

- 1) Soporte de Reactivos.- Este es el factor más decisivo. Un modelo con suficiente soporte de potencia reactiva disponible para satisfacer las variaciones de voltaje en el sistema, reflejará de mejor manera el sistema original, especialmente en el caso de contingencias.
- 2) Exactitud.- El tema de la exactitud que tiene el equivalente ante una variedad de contingencias del sistema interno, es de gran importancia. El análisis de errores debe tomar en cuenta no solamente el error del sistema total comparado con el sistema equivalente sino también otros conceptos que den una idea más acertada de la efectividad del modelo.
- 3) Economía.- El modelo debe ser computacionalmente económico en tiempo de ejecución y en uso de memoria. La porosidad del

sistema completo debe mantenerse, de ser posible, para el sistema reducido.

- 4) Condicionamiento.- La reducción del sistema no debe afectar las características de convergencia del sistema original.
- 5) Flexibilidad.- El modelo deberá ser lo suficientemente general para satisfacer varios estados de operación del sistema.
- 6) Adaptabilidad.- El equivalente deberá ser compatible y de fácil adaptación con programas comerciales de flujo de carga.
- 7) Interpretación Física.- Una interpretación física del equivalente ayuda al operador en su evaluación de la situación del sistema.
- 8) Aplicación.- Habrá que definir si el modelo se usará en línea o fuera de línea. Un modelo originalmente diseñado para trabajar en estudios fuera de línea deberá considerar su eventual adaptación para uso en línea, sin mayores cambios.
- 9) Obtención e Implementación.- La obtención e implementación del modelo no deberá presentar mayores problemas.
- 10) Confiabilidad.- El modelo deberá ser lo suficientemente probado en el medio eléctrico.

#### COMPARACION DE LOS MODELOS [11]

Los temas antes mencionados dan ciertas pautas para definir un buen equivalente, sin embargo se recalca que no existe un único equivalente óptimo, sino más bien un equivalente que se adapte mejor a las condiciones particulares de cada sistema. La comparación y decisión final de cuál equivalente a usar se la hará en base a pruebas en el sistema eléctrico donde será usado, aplicando los modelos de equivalentes propuestos y evaluando los resultados.

De acuerdo a la revisión de la literatura sobre equivalentes y a ciertas pruebas en un sistema real realizadas por los autores, resultados que se presentarán en un artículo posterior, se resume los siguientes comentarios generales para cada técnica de equivalencia.

#### Equivalentes de Ward

Los equivalentes del tipo Ward son los más comunes y más usados. Son de fácil implementación pues tratan sólo con la Y de barra. El modelo de admitancias es menos exacto que el de corrientes. Los modelos clásicos representan con buena exactitud el flujo de MW, pero no tienen la posibilidad de incluir el soporte de MVARs, ya que la generación se fija al valor del caso base y no pueden variar para otras condiciones de operación. Los modelos de Ward tienen una representación física por lo que son fáciles de comprender. El modelo Ward extendido tiene mayor aplicación en estudios en línea. La porosidad de la matriz Y de barra es bastante alta, ofreciendo buena economía en procesamiento. Los equivalentes de Ward han sido utilizados con bastante acogida desde hace mucho tiempo por lo que son modelos probados y confiables.

#### Equivalentes REI

En estos modelos, el soporte de reactivos es satisfactorio debido a la presencia del nodo R. Son menos exactos que los modelos de Ward. La porosidad del sistema se afecta debido a los nodos R y G. El equivalente REI tiene un menor condicionamiento que el de Ward. Es sumamente flexible permitiendo agrupar barras de similares características. Tiene dos propiedades relevantes: a) Aproxima efectivamente las relaciones de potencia de entrada y de salida del circuito original, y b) Mantiene la identidad física del sistema original. Un programa convencional de flujo de carga, deberá modificarse para incluir el modelo de REI, pero su implementación no es difícil. Su uso en línea es muy satisfactorio y es de comprobada confiabilidad y efectividad.

#### COMENTARIOS SOBRE LOS METODOS [9]

En un sistema de potencia, las ecuaciones que gobiernan en estado estable son no lineales, por tanto no existe un sistema reducido que responda exactamente en la misma forma al sistema de potencia completo, ante cualquier cambio en el área de interés; consecuentemente, ningún equivalente representará exactamente el área externa. Es necesario indicar que los métodos de cálculo de equivalentes, que han sido estudiados, dan una respuesta adecuadamente cercana a la que se obtendría al analizar el sistema de potencia completo.

En esta sección se comentará sobre algunos aspectos importantes para todos los métodos de cálculo de equivalentes: respuesta de reactivos del área externa, efecto de las admitancias shunt en la reducción, convergencia del flujo de carga y porosidad del equivalente.

#### Respuesta de Potencia Reactiva

Una de las cualidades que todo equivalente debe poseer es la capacidad del área externa para suministrar potencia reactiva al área de interés. Bajo esta premisa se puede deducir que tanto el método de admitancias de Ward, como el de inyecciones (sin retención de barras P-V) entregan una cantidad de potencia reactiva fija, para cualquier contingencia en el área de interés, e igual a aquella que produce el área externa en el caso base del flujo de carga. Esto es, la inyección de potencia reactiva del generador no es permitida variar, a fin de mantener el nivel de voltaje al valor especificado. La retención de generadores permite una mejor respuesta del área externa, al igual que los métodos de Ward extendido y el equivalente REI de Domo.

#### Efecto de las Admitancias Shunt en el Proceso de reducción [14,15,16]

Las admitancias shunt equivalentes son las admitancias capacitivas de la línea y las de compensación de reactivos vistas desde las barras de frontera. Puesto que las impedancias serie son relativamente pequeñas, las admitancias shunt externastienden a ser agregadas a las barras de frontera. Esto es, la suma de las admitancias shunt equivalentes es aproximadamente la suma de todas las admitancias en paralelo del área externa.

Es posible deducir de lo anterior, que estas admitancias, grandemente capacitivas, pueden generar una gran cantidad de MVAR. Al existir una relación muy importante entre el voltaje y la cantidad de potencia reactiva que pueden suministrar las admitancias capacitivas, se puede establecer la tendencia de las admitancias a empeorar las características de respuesta del sistema externo. Esto nos lleva a concluir que es mejor -más seguro- no incluir las admitancias shunt en el proceso de reducción del sistema externo, debiéndose notar que en cierta forma el efecto de estas admitancias se ve reflejado en los voltajes encontrados con la solución del flujo de carga del caso base.

### Convergencia del Flujo de Carga

Se ha podido establecer que la relación X/R de los elementos serie del circuito equivalente juegan un papel importante en la convergencia, particularmente la de los métodos desacoplados de flujo de carga donde la resistencia se desprecia al compararla con la reactancia. Esto mejora la convergencia.

El método de admitancias de Ward posee, antes de la reducción, admitancias shunt de valor relativamente grande, con relaciones X/R bajas, y componentes positivos o negativos de acuerdo con la carga o generación representada. Luego del proceso de reducción las admitancias shunt toman valores aún mucho más grandes y es por esto que los elementos serie presentan relaciones X/R bajas. A diferencia del método de admitancias, los métodos de inyecciones, Ward extendido y REI poseen relaciones X/R normales. Valores típicos de X/R varían entre 4 y 8.

### Porosidad del Equivalente

La porosidad del equivalente afecta a la cantidad de memoria y al tiempo de proceso de la computadora. Sin embargo, la porosidad del modelo reducido depende de la conectividad del sistema antes de la reducción. Por ejemplo, si todas las barras del área externa, de un sistema de gran conectividad, son eliminadas, se obtendrá como resultado un equivalente relativamente denso. Se puede aumentar el grado de porosidad si se eliminan ciertas admitancias de bajo valor en el equivalente; el problema es determinar el valor de la admitancia -que servirá como discriminadamente- bajo el cual serán eliminados los elementos del equivalente.

Un equivalente REI tiende siempre a ser más denso que su contraparte Ward debido a que crea interconexiones adicionales. A fin de solucionar este problema se pueden tomar medidas tendientes a mejorar la porosidad; una de tales medidas es seleccionar un gran número de nodos REI para separar el circuito externo -aumentado- en submatrices de alta conectividad.

### APLICACIONES Y PROYECCION FUTURA

Los equivalentes pueden ser aplicados para uso tanto en tiempo real como fuera de línea. Los equivalentes para uso fuera de línea básicamente han estado guiados a cubrir los tres tipos clásicos de problemas

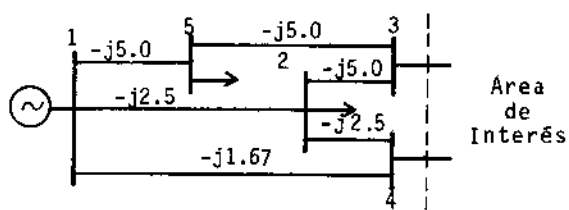
en análisis de sistemas de potencia: flujo de carga, cortocircuitos y estabilidad. Los equivalentes para uso en tiempo real son aplicados en el análisis de contingencias -pérdidas de generación, salidas de líneas, etc- y requieren del conocimiento de voltaje en magnitud y ángulo, al igual que las inyecciones de potencia en la barra frontera. Siendo el problema ahora encontrar los valores de las admitancias que conectarán entre sí las barras de frontera de tal forma que satisfagan las condiciones de voltaje y potencia conocidas.

En nuestro país, el Centro Nacional de Control de Energía, se halla implementando un programa de cálculo de equivalentes, para uso fuera de línea. Los métodos por los que se podrá optar son: Ward de inyecciones, Ward extendido y REI. Igualmente, cuando toda la infraestructura se halle implementada, el CNCE contará con un programa para el cálculo de equivalentes en tiempo real para análisis de contingencias.

### APENDICE

#### EJEMPLO DE APLICACION DE EQUIVALENTES

Se ha tomado el modelo de cinco barras del libro "Elements of Power System Analysis" de W.D. Stevenson, capítulo ocho.



Los datos del sistema son los siguientes:

Línea	z p.u.	y p.u.
1-2	j0.40	-j2.5
1-4	j0.60	-j1.67
1-5	j0.20	-j5.0
2-3	j0.20	-j5.0
2-4	j0.40	-j2.5
3-5	j0.20	-j5.0

Se ha tomado solamente la parte reactiva de Y para efectos de facilidad de cálculo a lo largo de todo el problema.

El flujo de carga del caso base ha proporcionado el siguiente resultado:

Barra	Generación (%)				Carga (%)	
	V p.u.	$\delta$ (°)	MW	MVAR	MW	MVAR
1	1.020	0.0	65.1	32.9	0.0	0.0
2	0.955	-3.9	0.0	0.0	60.0	30.0
3	1.040	2.0	100.0	47.7	0.0	0.0 *
4	0.923	-8.0	0.0	0.0	40.0	10.0 *
5	0.993	-2.1	0.0	0.0	60.0	20.0
TOTAL DEL SISTEMA			165.1	80.6	160.0	60.0

Las barras 3 y 4 se supone que se conectan al área de interés, mediante la generación y la carga conectadas a sus extremos. El sistema externo lo forman las barras 1, 2 y 5.

### 1. Método Pasivo de Admitancias de Ward

No se consideran barras activas en el área externa. La Y de barra del sistema total, ubicando primero las barras de frontera es:

$$Y = -j \begin{array}{c|ccccc} & \text{nodo 3} & 4 & 1 & 2 & 5 \\ \hline 3 & 10.0 & 0.0 & 0.0 & -5.0 & -5.0 \\ 4 & 0.0 & 4.17 & -1.67 & -2.5 & 0.0 \\ 1 & 0.0 & -1.67 & 9.17 & -2.5 & -5.0 \\ 2 & -5.0 & -2.5 & -2.5 & 10.0 & 0.0 \\ 5 & -5.0 & 0.0 & -5.0 & 0.0 & 10.0 \end{array}$$

Eliminando las barras 5, 2, y 1 mediante el Método de Reducción de Kron, elemento por elemento y un nodo a la vez.

Eliminando el nodo 5, se obtiene Y'

Por ejemplo:

$$Y'_{33} = Y_{33} - Y_{35} Y_{53} Y_{55}^{-1} = 10.0 - (-5.0)(-5.0)/10.0 = 7.5$$

$$Y'_{34} = Y_{34} - Y_{35} Y_{54} Y_{55}^{-1} = 0.0 - (-5.0)(0.0)/10.0 = 0.0$$

$$Y'_{31} = Y_{31} - Y_{35} Y_{51} Y_{55}^{-1} = 0.0 - (-5.0)(-5.0)/10.0 = -2.5$$

$$Y'_{32} = Y_{32} - Y_{35} Y_{52} Y_{55}^{-1} = -5.0 - (-5.0)(0.0)/10.0 = -5.0$$

etcétera.

$$Y' = -j \begin{array}{c|cccc} & 3 & 4 & 1 & 2 \\ \hline 3 & 7.5 & 0.0 & -2.5 & -5.0 \\ 4 & 0.0 & 4.17 & -1.67 & -2.5 \\ 1 & -2.5 & -1.67 & 6.67 & -2.5 \\ 2 & -5.0 & -2.5 & -2.5 & 10.0 \end{array}$$

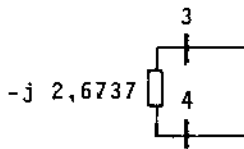
Eliminando el nodo 2, se obtiene Y''

$$Y'' = -j \begin{array}{c|ccc} & 3 & 4 & 1 \\ \hline 3 & 5.0 & -1.25 & -3.75 \\ 4 & -1.25 & 3.545 & -2.295 \\ 1 & -3.75 & -2.295 & 6.045 \end{array}$$

Finalmente eliminando el nodo 1, obtengo Y<sub>eq</sub>

$$Y_{eq} = -j \begin{array}{c|cc} & 3 & 4 \\ \hline 3 & 2.6737 & -2.6737 \\ 4 & -2.6737 & 2.6737 \end{array}$$

El circuito equivalente es:



No tiene conexiones a tierra, por lo que la matriz es singular.

### 2. Equivalente Activo de Admitancias de Ward

Se transforma todas las inyecciones de potencia en admitancias a tierra mediante la relación  $y_D = -S_D^* / |V_D|^2$ . Se usa los valores de S y V del caso base.

$$y_{10p.u.} = \frac{-P_1 + jQ_1}{|V_1|^2} = \frac{-0.651 + j0.329}{(1.020)^2}$$

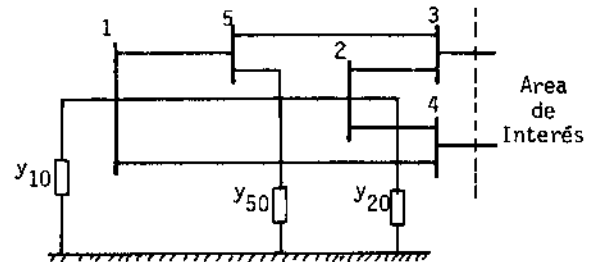
$$= -0.6257 + j 0.3162$$

$$y_{20p.u.} = \frac{P_2 - jQ_2}{|V_2|^2} = \frac{0.6 - j0.3}{(0.955)^2}$$

$$= 0.6579 - j 0.3289$$

$$y_{50p.u.} = \frac{P_5 - jQ_5}{|V_5|^2} = \frac{0.6 - j 0.2}{(0.933)^2}$$

$$= 0.6085 - j 0.2028$$



La nueva Y de barra, incluyendo las nuevas susceptancias es:

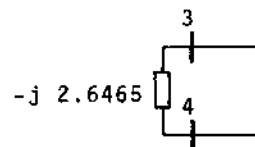
$$Y = -j \begin{array}{c|ccccc} & 3 & 4 & 1 & 2 & 5 \\ \hline 3 & 10.0 & 0.0 & 0.0 & -5.0 & -5.0 \\ 4 & 0.0 & 4.17 & -1.67 & -2.5 & 0.0 \\ 1 & 0.0 & -1.67 & 8.8538 & -2.5 & -5.0 \\ 2 & -5.0 & -2.5 & -2.5 & 10.3289 & 0.0 \\ 5 & -5.0 & 0.0 & -5.0 & 0.0 & 10.2028 \end{array}$$

Eliminando los nodos 5, 2, 1 por el método de Kron, se tiene:

$$Y_{eq} = -j \begin{array}{c|cc} & 3 & 4 \\ \hline 3 & 2.8184 & -2.6465 \\ 4 & -2.6465 & 2.6722 \end{array}$$

Las admitancias a tierra se han despreciado por ser mucho menores que las correspondientes a Y<sub>eq</sub>.

El circuito equivalente es:





3. Método Ward de Inyecciones de Corriente

Se transforman las inyecciones de potencia activa y reactiva de las barras 1, 2 y 5, en inyecciones de corriente mediante la relación  $I_E = S_E^* / E_E$ . La matriz  $Y_{EE}$  es la misma que para el caso de un sistema pasivo.

Las inyecciones de corriente en el sistema externo están dadas el vector

$$I'_B = D I_E$$

donde D es una matriz de factores de distribución dada por

$$D = - Y_{BE} Y_{EE}^{-1}$$

Para el problema en cuestión:

$$D = \begin{bmatrix} -0.0 & 5.0 & 5.0 \\ 1.67 & -2.5 & -0.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.16542 & 0.04136 & 0.08271 \\ 0.04135 & 0.11034 & 0.02068 \\ 0.08271 & 0.02068 & 0.14136 \end{bmatrix}$$

$$-Y_{BE} \quad Y_{EE}^{-1}$$

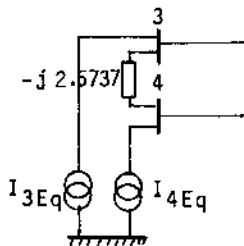
$$D = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.6203 & 0.6551 & 0.8102 \\ 0.3797 & 0.3449 & 0.1898 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Note que el sumatorio de  $d_{ij} = 1.0$  para  $j = 3, 4; i = 1, 2, 5$ .

El vector  $I_E = [I_1 \ I_2 \ I_5]^T$  cuyo valor se da en el equivalente REI del ejemplo. El vector  $I'_B$  de corrientes equivalentes es:

$$I'_B = \begin{bmatrix} I_{3eq} \\ I_{4eq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.6203 I_1 + 0.6551 I_2 + 0.8102 I_5 \\ 0.3797 I_1 + 0.3449 I_2 + 0.1898 I_5 \end{bmatrix}$$

El equivalente es, gráficamente,



4. Equivalente Extendido de Ward

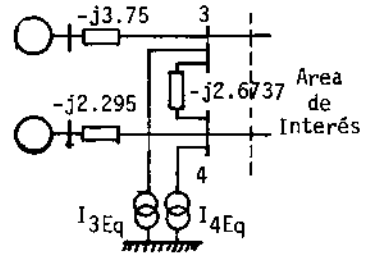
Se cortocircuita el generador de la barra 1 y se calcula una nueva  $Y_{eq}$  eliminando los nodos de carga 2 y 5.

$$Y = -j \begin{matrix} & \begin{matrix} 3 & 4 & 2 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 3 \\ 4 \\ 2 \\ 5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 10.0 & 0.0 & -5.0 & -5.0 \\ 0.0 & 4.17 & -2.5 & 0.0 \\ -5.0 & -2.5 & 10.0 & 0.0 \\ -5.0 & 0.0 & 0.0 & 10.0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$Y_{eq} = -j \begin{matrix} & \begin{matrix} 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 5.0 & -1.25 \\ -1.25 & 3.545 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad \begin{matrix} Y_{30} = Y_{33} + Y_{34} = -j 3.75 \\ Y_{40} = Y_{43} + Y_{44} = -j 2.295 \end{matrix}$$

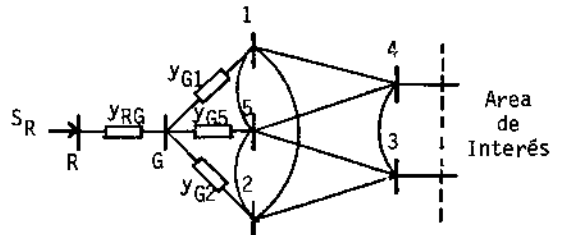
$y_{30}$  y  $y_{40}$  son los valores de las admitancias que conectan los generadores ficticios a las barras de frontera.

El circuito equivalente es:



5. Equivalente REI

Reordenando las barras del sistema externo,



Se halla los valores de  $I_i = S_i^* / V_i^*$

$$I_1 = 0.6382 - j 0.3225$$

$$I_2 = -0.6054 + j 0.3561$$

$$I_5 = -0.5965 + j 0.2234$$

$$y, \quad V_R = S_R / I_R^*$$

$$I_R = I_1 + I_2 + I_5 = -0.5637 + j 0.257$$

$$S_R = S_1 + S_2 + S_5 = -0.549 - j 0.171$$

$$V_R = 0.9282 \angle -7.2085$$

Mediante un cálculo igual al de las admitancias de Ward,

$$y_{Gi} = - S_i^* / |V_i|^2, \quad y_{G1} = -0.6257 + j 0.3162$$

$$y_{G2} = 0.6579 - j 0.3289$$

$$y_{G3} = 0.6085 - j 0.2028$$

$$y_{RG} = S_R^* / |V_R|^2 = \frac{-0.549 + j 0.171}{(0.9282)^2} = -0.6377 + j 0.1985$$

(Observe el signo de  $y_{RG}$ , es positivo por definición, opuesto a las  $y_{Gi}$ ).

Estructurando la nueva matriz Y del sistema, y ordenando las barras a eliminar (1,2,5,G) y las barras a retener (3,4,R), se tiene: -j

$$R \begin{matrix} & \begin{matrix} 3 & 4 & 1 & 2 & 5 & G \end{matrix} \\ \begin{matrix} 3 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \\ 5 \\ G \end{matrix} & \begin{bmatrix} -0.1985 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.1985 \\ 0.0 & 10.0 & 0.0 & 0.0 & -5.0 & -5.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 4.17 & -1.67 & -2.5 & 0.0 & 0.0 \\ 1.0 & 0.0 & 0.0 & -1.67 & 8.8538 & -2.5 & -5.0 & -0.3162 \\ 0.0 & -5.0 & -2.5 & -2.5 & 10.3289 & 0.0 & 0.3289 \\ 0.0 & -5.0 & 0.0 & -5.0 & 0.0 & 10.2028 & 0.2028 \\ 0.1985 & 0.0 & 0.0 & -0.3162 & 0.3289 & 0.2089 & 0.4140 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

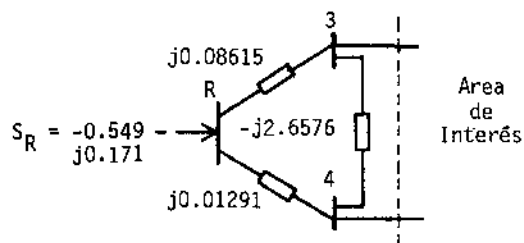
La  $Y_{eq}$  que se obtiene es:

$$Y_{eq} = -j \begin{vmatrix} R & 3 & 4 \\ 3 & -0.0862 & 2.7438 & -2.6576 \\ 4 & -0.0129 & -2.6576 & 2.6705 \end{vmatrix}$$

Se comprueba que  $y_{RG} = Y_{RR} - Y_{R3} - Y_{R4} =$   
 $= -j(-0.2979 + 0.0862 + 0.0129)$   
 $= y_{RG} = j 0.1988$

que es el valor de la inyección de potencia en el modo R.

Circuito equivalente REI



No hay pérdidas entre las barras 3 y 4, barras originales del sistema.

### BIBLIOGRAFIA

[1] Adgaonkar, R.P. "Dynamic Equivalents for Power System Studies" Ph.D. dissertation, Indian Institute of Technology Kampur, July 1979.

[2] Alvarado, F.L.; Elkonyali, E.H., "Reduction in Power Systems" A77 507-7, IEEE PES Summer Meeting, Mexico City, July 1977.

[3] Dima Paul, Nodal Analysis of Power Systems, Abacus Press, England 1975.

[4] Dopazo J.F.; Irisarri, G.; Sasson, A.M. "Real Time External System Equivalent for On-Line Contingency Analysis" F 78 674-4, IEEE PES Summer Meeting, Los Angeles, CA, July 16-21, 1978.

[5] Duran, H.; Arvanitidis, N "Simplification for Area Security Analysis. A New Look at Equivalence", IEEE Trans. Power App. Syst., Vol. PAS-91, March/April, pp. 670-679, 1972.

[6] Dy Liacco, T.E. "An Overview of Power System Control" IEEE Tutorial Course on Energy Control Center Design. Paper No. 77 TU 0010-9-PWR, 1977.

[7] Dy Liacco, T.E.; Savulescu, S.C.; Ramarao, K.A. "An On-Line Topological Equivalent of a Power System", IEEE Trans. Power App. Syst. Vol. PAS-97, Sept./Oct. 1978, pp 1550-1563.

[8] Housos, E.; Irisarri, G. "Real Time Results With On-Line Network Equivalents For Control Center Applications". IEEE PES Summer Meeting, Los Angeles, CA, July 16-21, 1978.

[9] Housos, E.C.; Irisarri, G.; Porter, P.M.; Sasson, A.M "Steady State Network Equivalents for Power System Planning Applications", IEEE Trans. Power. App. Syst., Vol PAS-99, No.6, Nov./Dec/1980, pp. 2113-2120.

[10] Irisarri, G., Lecture Notes on Control Center Short Course, Iowa State University, Ames, Iowa, Dec. 1981.

[11] Sánchez S.; "Review of Steady State Network Equivalents for Power System Studies", M.E. Dissertation, Iowa State University, May 1982.

[12] Savulescu, S.C. "A class of Topological Equivalents For Power Systems", Proc. PSCC, Darmstadt, Aug.1978, pp 605-612.

[13] Savulescu, S.C. Dy Liacco, T.E.; Goldenberg, C.; "Criteria for the Selection of Essential Nodes in Equivalents of Electric Power Systems" IEEE PES Summer Meeting, Mexico City, Mex. July 1977. Paper A 77 557-2.

[14] Stott, B., et. al. "Studies On Power System Load Flow Equivalenting", IEEE Trans. Power App. Syst., Vol PAS-99, No.6, Nov/Dec. 1980, pp.2301-2310.

[15] Stott, B., et.al. "Numerical Testing of Power System Load Flow Equivalents", IEEE Trans. Power App. Syst., Vol. PAS-99, No. 6, Nov./Dec. 1980, pp.2292-2300.

[16] Stott, B., et.al. "Real Time External Equivalents For Static Security Analysis", IEEE Trans. Power App. Syst., Vol. PAS-98, No. 2 March/April 1979, pp.498-508.

[17] Tinney, W.F.; Powel, W.L. "The REI Approach to Power Network Equivalents", Proc. PICA Conf., Toronto, May 1977, pp. 314-320.

[18] Ward, J.B. "Equivalent Circuits for Power Flow Studies", AIEE Trans., Vol. 68, 1949, pp. 373-382.

[19] Witt, D. "Power System Network Reduction For Load Flow Studies", M.S. dissertation, Iowa State University, Ames, 1973.



ALVAREZ SALAZAR RAMIRO

Nació en Loja el 14 de Febrero de 1955. Obtuvo el título de Ingeniero Eléctrico en Junio de 1978 en la Escuela Politécnica Nacional y el Masterado en Ingeniería Eléctrica M.E. de la University of Idaho, Moscow, EE.UU., en Mayo de 1982. Su principal área de

interés es Control de Sistemas de Potencia. Desde 1978 trabaja en la DOSNI, INECEL, en el área de Estudios Eléctricos y, actualmente en el Proyecto Centro Nacional de Control de Energía. Es miembro de IEEE, IES y CIEEPI.



SANCHEZ MINO SANTIAGO

Nació en Quito, Ecuador el 16 de Septiembre de 1956. Obtuvo el título de Ingeniero Eléctrico en la Escuela Politécnica Nacional de Quito, en Agosto de 1980 y el título de Master of Electrical Engineering en Iowa State University, Ames, EE.UU., en Mayo de

1982. Actualmente trabaja en la DOSNI, INECEL, en el Proyecto Centro Nacional de Control de Energía, en los temas de equivalentes y pronóstico de carga. Es miembro del CIEEPI y del IEEE.