

SELECCION DE UNIDADES TERMICAS DE GENERACION,
UTILIZANDO EL METODO "BRANCH AND BOUND"
DE PROGRAMACION ENTERA

BORJA, MARCO ING.
INELIN CIA.LTDA

MENA, ALFREDO ING.
ESCUELA POLITECNICA NACIONAL

RESUMEN

En este trabajo se plantea la resolución del problema de Selección de Unidades Térmicas, utilizando el método "BRANCH AND BOUND" de Programación Entera. Se trata de lograr una aproximación para dicha solución al resolver al problema período por período (hora - por hora) por separado, haciendo algunas modificaciones al método.

INTRODUCCION

En los últimos años se ha observado un incremento en el tamaño y complejidad de los Sistemas Eléctricos de Potencia. Este período se ha caracterizado por un notable aumento en los costos de los diversos tipos de combustible, por lo cual, se hace necesaria la determinación más sistemática de las unidades térmicas de generación que deben cubrir la demanda del sistema.

La Ingeniería ha trabajado con relativo éxito en el aumento del rendimiento de calderas, turbinas y generadores, habiéndose conseguido un mejoramiento continuo, de tal modo que, se puede afirmar que cada unidad nueva de generación que se agrega a una Central Térmica, opera con mejor rendimiento que cualquiera de las unidades viejas similares. De este modo, cuando un sistema opera para una condición dada de carga, se debe trabajar de forma que el costo total de operación sea el mínimo.

Se tiene tres aspectos muy relacionados entre sí:

- 1.- Proyección de Demanda para períodos cortos y largos
- 2.- Selección de Unidades de Generación
- 3.- Despacho Económico de Carga.

Por Proyección de Demanda se entiende, la predicción de la carga del sistema por hora de funcionamiento [6]. Por Selección de Unidades, se define a la determinación y uso de una combinación óptima de generadores para cubrir la demanda de carga hora por hora, minimizando todos los factores de costo. En el problema de Despacho Económico de Carga se minimizan los costos de combustible de las unidades.

El problema de Selección de Unidades de Generación debe comprender los siguientes puntos: [6]

- 1.- Proyección de Demanda para un período corto
- 2.- Requerimientos de Reserva del sistema
- 3.- Seguridad del sistema
- 4.- Costos de Encendido de las unidades
- 5.- Costos de Apagado de las unidades
- 6.- Costos de Generación mínima de las unidades
- 7.- Costo incremental de combustible para cada unidad
- 8.- Costos de mantenimientos de las unidades
- 9.- Costos debidos a pérdidas en las líneas de transmisión.
- 10.- Costo debido al intercambio de potencia entre sistemas.

Para la realización de este trabajo se asume conocida la proyección de demanda para un período corto de 24 horas a lo mucho. No se toma en cuenta a los costos de mantenimiento ni costos por intercambio de potencia entre sistemas. Tampoco se consideran los costos por pérdidas en las Líneas de Transmisión ya que se asume que las unidades térmicas están en la

misma central o muy cerca entre sí, por lo cual, se pueden despreciar dichas pérdidas.

Para la estimación de la confiabilidad del Sistema de Generación de un Sistema Eléctrico de Potencia, se tiene dos aproximaciones básicas: la aproximación determinística y la probabilística [7]. Como el objetivo de este trabajo no es el cálculo de dicho aproximación no se plantea ningún modelo para ese propósito.

En este trabajo se trata sólo a Unidades Térmicas de Generación. Es cierto que en nuestro país la Energía Eléctrica generada por Unidades Hidráulicas se está constituyendo en la base de la Generación del Sistema Interconectado, sin embargo en algunos sistemas regionales se utiliza aún la generación térmica, de ahí la utilidad de este estudio.

1.- FORMULACION DEL PROBLEMA

1.1.- FUNCION DE COSTOS

La función objetivo del Problema de Selección de Unidades Térmicas es la Función de Costos de operación del sistema, la misma que incluye a los costos de generación, costos de encendido y de apagado de las unidades de generación. Esta Función de Costos debe ser minimizada.

$$F = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{Nth} [F_{gi}(P_{it}) + F_{si} + F_{di}Z_{it}] \quad (1)$$

La función F de Costos, se descompone así: [1]

Costos de Generación:

$$F_{gi}(P_{it}) = a_{it} F_{gi}(P_{min}) + \sum_{j=1}^{NB} K_{ji} P_{jit} \quad (2)$$

donde: $F_{gi}(P_{min})$: Costo de producir la Potencia mínima en la unidad i.

P_{jit} : Potencia adicional producida por la unidad i, en el período t, correspondiente al segmento lineal j.

K_{ji} : Costo de producir la potencia P_{jit}

a_{it} : $\begin{cases} 1, & \text{si la unidad es seleccionada para generar en el período t;} \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$

NB : Número de segmentos lineales usados para modelar la unidad térmica.

Un ejemplo se visualiza en la figura 1.1.

Costos de Encendido:

$$F_{si} = [K_{ci}(1 - e^{-\alpha_i \tau}) + K_{Ti}] Y_{it} \quad (3)$$

Donde: K_{ci} : Costo de encender el caldero i, cuando ha estado enfriándose.

α_i : Constante de tiempo de enfriamiento

K_{Ti} : Costo de encender la turbina i.
 τ : Tiempo que el caldero i ha estado en
 friándose.
 Y_{it} : $\begin{cases} 1, & \text{si la unidad i es encendida en el} \\ & \text{período t.} \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$

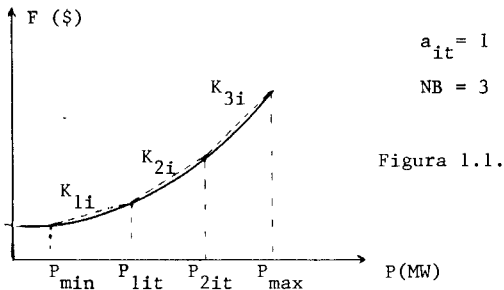


Figura 1.1.

El costo de apagado de la unidad i F_{di} , es generalmente despreciado. [3].

Z_{it} es una variable que toma el valor de 1 cuando la unidad es apagada y 0 en otro caso.

1.2.- RESTRICCIONES DEL PROBLEMA

La generación del sistema debe satisfacer la demanda con sus respectivas pérdidas.

$$\sum_{i=1}^{Nth} P_{it} = P_{It} \quad (4)$$

$$P_{it} = P_{i,min} a_{it} + \sum_{j=1}^{NB} P_{jit} \quad (5)$$

$P_{i,min}$: Potencia mínima que puede generar la unidad i.

Toda unidad térmica tiene restricción en su capacidad de generación, determinada por su límite térmico de funcionamiento y la capacidad de la máquina motriz [6].

$$\sum_{j=1}^{NB} P_{jit} \leq a_{it} (P_{i,max} - P_{i,min}) \quad (6)$$

$i = 1, \dots, Nth$

Se debe satisfacer una relación entre las variables indicadoras de encendido y apagado de las unidades, Y_{it} , Z_{it} , con la variable a_{it} .

$$Y_{it} - Z_{it} = a_{it} - a_{it-1} \quad i=1, \dots, Nth \quad (7)$$

$$t=1, \dots, T$$

Además, en cada problema específico, se podría incluir otras restricciones como límites en la capacidad de generación de potencia reactiva de cada unidad, restricción en la demanda de potencia reactiva del sistema, aunque en este trabajo no se ha tomado en cuenta a dichas restricciones.

Conforme a lo expuesto, el Problema de Selección de Unidades es un problema de tipo Lineal Entero-Mixto.

2.- METODO DE SOLUCION

Como el Algoritmo "BRANCH AN BOUND" (Apéndice A) es apto para resolver problemas lineales entero-mixtos y el problema de Selección de Unidades Térmicas de

Generación cae dentro de este tipo de problemas, se utilizó este algoritmo en el desarrollo de este trabajo. Para lograr una implementación práctica que permita resolver al problema con menor esfuerzo y obtener resultados buenos se realizó algunas modificaciones en el planteamiento inicial. Tales modificaciones son:

- 1.- Se resuelve al problema en forma "Desacoplada" [1] esto es, no se plantea el problema para los T períodos de una sola vez, sino que se lo resuelve período por período. De este modo se desprecia a los indicadores de encendido y apagado de las unidades Y_{it} , Z_{it} . Con esta modificación, un problema de veinte unidades térmicas, 24 períodos de selección y $NB=3$ que inicialmente necesitaba 3384 restricciones, ahora sólo necesitaba 81 restricciones.
- 2.- Para disminuir el tiempo de búsqueda de la solución óptima se forma previamente una lista de prioridad de las unidades térmicas [3], la que se hace en base a los valores de costo incremental de las unidades (\$/MW). De acuerdo al desarrollo de este trabajo, esa lista de prioridad es necesaria para la solución del problema y para calcular correctamente los costos de operación de las unidades térmicas.

Por ejemplo si se tiene dos unidades térmicas:

- UNIDAD 1: Potencia Mínima = 75MW
 Rango de Potencia = 75-300 MW
 Costo Incremental (\$/MW) = 19,74
 Costo de Generación Mínima = \$1.480,50
- UNIDAD 2: Potencia Mínima = 60 MW
 Rango de Potencia = 60-250 MW
 Costo Incremental (\$/MW) = 20,34
 Costo de Generación Mínima = \$1.220,40

En este caso, en el problema específico en que participen la unidad 1 y 2, la unidad 1 es tomada en cuenta primero que la unidad 2 en la búsqueda de la respectiva solución.

- 3.- Se toma en cuenta también, el número de horas necesarias para el encendido de las unidades térmicas, por lo cual, una unidad que luego de ser utilizada se apaga, no podrá ser tomada en cuenta para el problema hasta que transcurra el número de horas requerido para su encendido.
- 4.- Asimismo, para acelerar la búsqueda de la solución óptima se forma una restricción adicional que especifica el número mínimo de unidades que deben ser encendidas en cada período, para que se satisfagan los requerimientos de demanda y se conserva de dicho período [1], todo esto relacionado con la lista de prioridad de las unidades térmicas.

3.- EJEMPLOS

Aquí se presentan dos ejemplos, tomados de la literatura técnica, con los cuales se probó la implementación.

EJEMPLO 1.- Los datos para este ejemplo se toman de la referencia [3]. Se trata de 4 unidades térmicas y 6 períodos de selección de una hora cada uno. Los datos se presentan en la tabla 3.1.

UNIDAD	POTENCIA MAXIMA (MW)	POTENCIA MINIMA (MW)	F(P) = λP	COSTO ENCENDIDO (\$) (COSTO ENCENDIDO)	HORAS PARA ENCEND.
1	80	25	23,54 P	350	4
2	250	60	20,34 P	400	5
3	300	75	19,74	1100	5
4	60	20	28,00 P	0	0

Tabla 3.1.

La Curva de Costo vs. Potencia Generada de este tipo de unidades térmicas es una recta, $F(P) = \lambda P$ (Fig.3.1)

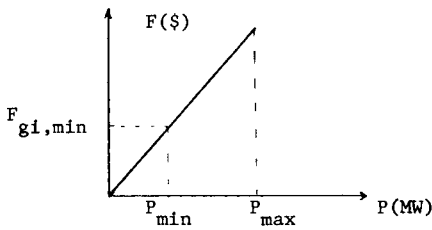


Figura 3.1.

La lista de prioridad de las unidades es la siguiente:

- UNIDAD 3: $\lambda_3 = 19,74$
 ↓
 UNIDAD 2: $\lambda_2 = 20,34$
 UNIDAD 1: $\lambda_1 = 23,54$
 UNIDAD 4: $\lambda_4 = 28,00$

Con el reordenamiento se obtiene la Tabla 3.2.

UNIDAD	NIVEL	RANGO DEL NIVEL	COSTO DE GENERACION MINIMA (\$)	COSTO P. NIVEL (\$/MWh)	COSTO DE ENCENDIDO (\$)	HORAS PARA ENCENDIDO
1*	1	75-300	1480,50	19,74	1100	5
2*	1	60-250	1.200,40	20,34	400	5
3*	1	20-80	468,50	23,54	350	4
4*	1	20-60	140,00	28,00	0	0

Tabla 3.2.

Los valores de demanda de potencia, se presentan en la tabla 3.3.

PERIODO	DEMANDA (MW)
1	450
2	530
3	600
4	540
5	400
6	420

Tabla 3.3.

Los resultados de la selección de unidades se dan en la tabla 3.4.

UNIDAD	PERIODOS					
	1	2	3	4	5	6
1*	300	300	300	300	300	300
2*	150	230	250	240	100	120
3*	0	0	0	0	0	0
4*	0	0	50	0	0	0

Tabla 3.4.

Costo de Generación = \$ 59.103
 Costo de Encendido = \$ 0.
 Costo Total de Operación = \$ 59.103

EJEMPLO 2.- Este ejemplo se toma de la referencia [1]. El problema se basa en 5 unidades térmicas y 13 períodos de selección, de una hora cada uno. Los datos se muestran en la Tabla 3.5 y tabla 3.6.

UNIDAD	NIVEL	RANGO DEL NIVEL	COSTO DE GENERACION MINIMA (\$)	COSTO POR NIVEL (\$/MWh)	COSTO DE ENCENDIDO (\$)	HORAS PARA ENCENDIDO
1	1	75-95	27,97	0,29	50	4
	2	95-135		0,31		
	3	135-150		0,33		
2	1	40-60	17,50	0,33	30	3
	2	60-92		0,36		
	3	92-100		0,55		
3	1	20-30	8,54	0,371	10	3
	2	30-40		0,381		
	3	40-50		0,486		
4	1	15-30	8,25	0,45	12,5	4
	2	30-40		0,465		
	3	40-50		0,546		
5	1	0-5	2,0	0,40	5	1
	2	5-15		0,45		
	3	15-25		0,50		

Tabla 3.5

PERIODO	DEMANDA (MW)
1	220
2	200
3	160
4	160
5	200
6	225
7	275
8	275
9	200
10	220
11	275
12	350
13	275

Tabla 3.6

Las unidades de acuerdo a la referencia [1], ya están ordenadas de acuerdo a una lista de prioridad.

Los resultados de la Selección de unidades se dan en la tabla 3.7.

UNIDAD	PERIODOS												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	150	150	120	120	150	150	150	150	140	150	150	150	150
2	70	50	40	40	50	75	92	55	40	50	92	100	92
3	0	0	0	0	0	0	33	20	20	20	33	50	33
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	50	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 3.7.

Costo de Generación = \$ 1.098
 Costo de Encendido = \$23.0
 Costo Total de Operación = \$ 1.121,0

Como aclaración se asume [4], para los costos de encendido de las unidades al tiempo $t=0$, que todas ellas están listas para entrar en funcionamiento, por lo cual, no se toman en cuenta dichos costos para el primer período de selección.

En cuanto a los resultados de los ejemplos 1 y 2 se analizan a continuación:

EJEMPLO 1.- El costo total obtenido en la referencia es \$ 60.105 y el obtenido en este trabajo es \$ 59.103. Si a los resultados de este trabajo se le suman los costos de encendido correspondientes al primer período, se obtiene: nuevo costo total de este trabajo = \$ 59.103 + \$ 1.100 + \$ 400 = \$ 60.603, con lo cual el porcentaje absoluto de error es = 0,82 %.

EJEMPLO 2.- El costo total obtenido en este trabajo es igual al dado en la referencia, por lo cual el porcentaje absoluto de error es 0,0 %. En resumen, los resultados obtenidos en estos dos ejemplos a partir de la implementación lograda en este trabajo son muy satisfactorios.

4.- CONCLUSIONES

Como resultado de este trabajo se tiene lo siguiente:

Se resuelve el problema de Selección de Unidades Térmicas en forma desacoplada (período por período), con las modificaciones indicadas anteriormente. Los resultados obtenidos son muy cercanos al óptimo y además al disminuirse considerablemente el número de restricciones de cada problema, también se disminuye el requerimiento de memoria y tiempo de ejecución del computador.

5.- APENDICE A

Método "BRANCH AND BOUND" de Programación Entera.- El problema general lineal entero-mixto se puede expresar así:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } Z(x,y) &= cx + dy & (A.1) \\ Ax + Dy &= b & (A.2) \\ x \geq 0, y &\geq 0 & (A.3) \\ y &: \text{ Vector Entero.} & (A.4) \end{aligned}$$

Donde: A: Matriz de Dimensión $m \times n$
 D: Matriz de Dimensión $m \times n'$
 b: Vector Independiente

Para resolver este problema con el método "BRANCH AND BOUND" se debe implementar tres estrategias, las cuales se desarrollan a continuación.

Estrategia del Límite Inferior: Esta estrategia calcula un límite mínimo para el valor que pueda tomar $Z(x,y)$. Una de las formas de calcular el límite inferior es la relajación de las restricciones que ofrecen mayor dificultad de ser cumplidas. Por relajación se entiende al hecho de no tomar en cuenta ciertas restricciones específicas al resolver un problema [2]. En este caso se relajan requerimientos de que "y" sea vector entero (A.4) y se resuelve al problema como un problema de programación lineal. El valor obtenido $Z(x,y)$, esto es $Z^0(x^0, y^0)$, del problema original relajado es el límite inferior de $Z(x,y)$ en el problema relajado.

Estrategia de Ramificación: Esta estrategia divide al conjunto de todas las soluciones del problema original en dos o más subconjuntos y cada uno de ellos es a su vez, el conjunto de soluciones factibles de un problema obtenido al imponer restricciones adicionales.

En el problema lineal entero-mixto se debe escoger una variable del vector entero "y", tal que "y_j" no sea entero ($j=1, \dots, n'$) y si "y_j" es una variable entera cualquiera la ramificación se logra haciendo que $[y_j]$ sea el entero menor o igual a "y_j". De este modo se genera dos subproblemas candidatos: "y_j - [y_j]" o "y_j - [y_j] + 1", respectivamente. La técnica para seleccionar la variable de ramificación se llama "PENALIZACION" [5].

Estrategia de Búsqueda.- En cada etapa del proceso se escoge el subconjunto más favorable y se trata de encontrar una solución factible para el mismo, si ésta se encuentra se dice que el subconjunto ha sido sondeado a fondo o si no, el subconjunto se divide en dos subconjuntos simples y el proceso se repite de nuevo. La búsqueda se refuerza por una restricción adicional, impuesta sobre cada subconjunto generado por partición. En cada etapa de la búsqueda se debe encontrar al problema "candidato", de entre aquellos que están en la "lista", con el menor límite inferior (la "lista" es la colección de todos los problemas candidatos no sondeados a fondo en cada etapa del problema). Sea "P" dicho problema candidato. Se borra a P de la lista, se le aplica la estrategia de ramificación y se calcula los límites inferiores de los dos problemas candidatos generados. Si alguno de ellos es no-factible se suspende la búsqueda en esa dirección del árbol. Si cualquiera de ellos es sondeado a fondo se obtiene una solución factible para el problema y se la compara con cualquier otra solución factible anterior persiguiéndose a una nueva etapa de la búsqueda. El proceso termina cuando la lista está vacía. Al terminar si existe una solución factible, será la óptima para el problema original, caso contrario el problema original no tiene solución factible. En la Estrategia del Límite Inferior, se debe resolver un problema de Programación Lineal, por lo cual, en este trabajo se utilizó el Algoritmo SIMPLEX para Programación Lineal [2].

BIBLIOGRAFIA

- [1].- DILLON T., EDWIN K., KOCHS H., TAUD R., "Integer Programming Approach to the Problem of Optimal Unit Commitment with probabilistic Reserve Determination", IEEE, Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. Pas-97, N° 6. Nov/Dec 1978, pp 2154-2166.
- [2].- MURTY KATTA G., "Linear and Combinatorial Programming" Ed. John Wiley and sons Inc., USA, 1976.
- [3].- PANG C., CHEN H., "Optimal Short-Term Thermal - Unit Commitment", IEEE, Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol PAS-95, N° 4, Jul/Aug, 1976 pp.1752-1756.
- [4].- AYOUB A.K., PATTON A.D., "Optimal Thermal Generating Unit Commitment". Electric Power Institute Texas A&M. University College Station, Texas, pp.1752-1756.
- [5].- FORREST J., HIRST J. TOMLIN J., "Practical Solution of large Mixed Integer Programming Problems with Umpire" Management Science, Vol.20, N° 5, pp.736-773, Enero de 1974.
- [6].- NEUENSWANDER J., "Modern Power Systems", International Textbook Company, USA.1971, pp.297-331.
- [7].- BORJA MALDONADO MARCO., "Selección Óptima de Unidades, utilizando Programación Entera", Tesis de Grado, E.P.N., Octubre de 1983, Quito.

BIOGRAFIAS



BORJA MALDONADO, MARCO. Nació en Machala, el 6 de Marzo de 1959. Título de Bachiller en el Colegio "Los Andes" de Quito en 1977. Estudios Superiores en la Escuela Politécnica Nacional, Título de Ingeniero Eléctrico en Diciembre de 1983. Actualmente colabora en la Consultora de Ingeniería Eléctrica INELIN CIA. LTDA.



MENA PACHANO, ALFREDO. Nació en Ambato, Ecuador, en 1944 y se graduó de Ingeniero Eléctrico en la Escuela Politécnica Nacional, en 1966. Realizó estudios de Post-Grado en Técnicas de Alta Tensión en la Universidad Técnica de Braunschweig,

Alemania Federal hasta fines de 1967 y posteriormente obtuvo la Maestría en Sistemas Eléctricos de Potencia en el Instituto Tecnológico de Monterrey, México. Desde 1966 ha dedicado la mayor parte de su tiempo a la docencia superior de la Escuela Politécnica Nacional en donde es Profesor Principal desde 1973.

Fue Presidente de la Asociación de Profesores de la Politécnica, Decano de la Facultad de Ingeniería Eléctrica, Presidente del Colegio de Ingenieros Eléctricos de Pichincha, Vicepresidente de la Sección - Ecuador del IEEE, Vicepresidente de la Sociedad de Ingenieros del Ecuador (SIDE). Fue también miembro del Directorio del Instituto Ecuatoriano de Telecomunicaciones en representación de SIDE. Desde 1982 actúa como Representante del Colegio Nacional de Ingenieros Eléctricos del Ecuador en el Directorio de INECEL.