

ANALISIS, DISEÑO Y CONSTRUCCION DE SISTEMA ELECTRONICO  
DE CONTROL PARA MAQUINA D.C.

LEDESMA GALINDO BOLIVAR  
ESTUDIANTE INGENIERIA ELECTRICA

BANDA, HUGO ING.  
FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA  
ESCUELA POLITECNICA NACIONAL

RESUMEN

Este trabajo presenta el análisis, diseño y construcción de un sistema realimentado para controlar la velocidad de un motor de Corriente Continua con excitación independiente. Se explica detalladamente los diferentes bloques constitutivos y sus respectivas funciones de transferencia para a continuación efectuar el análisis de estabilidad y de las características dinámicas del sistema de control, utilizando la técnica del "Lugar Geométrico de las Raíces".

El sistema construido permite un amplio rango de control, que va desde el 10% hasta el 100% de la velocidad nominal, con una respuesta razonablemente buena, tanto en estabilidad como en rapidez y, un mínimo error de estado estacionario.

Incluye además una limitación automática de la corriente de arranque. Se discuten los aspectos del diseño y se analizan los correspondientes resultados experimentales.

INTRODUCCION

Los motores de corriente continua, controlados por armadura, son ampliamente usados para mecanismos de control por su rapidez y precisión en la respuesta.(1)

Una de las razones fundamentales para utilizar realimentación es la posibilidad de reducir el error del sistema en estado estacionario. El error es una medida de la exactitud del sistema de control.

Los sistemas están expuestos a perturbaciones externas que pueden modificar su estado estable. Es necesario, entonces, disponer de las realimentaciones más adecuadas para minimizar los efectos de aquellas perturbaciones dentro de límites prácticos.

Aunque cualquier sistema que utiliza un amplificador de potencia a tiristores debería ser tratado como un sistema de muestreo de datos(2), el retardo inherente al convertidor se aproximó simplemente por una función de primer orden.

Es importante determinar la función de transferencia del sistema de control para poder analizar su comportamiento en estado estacionario y las características dinámicas de su respuesta, en base a una modelación que además de ser simple, permita la aproximación necesaria al caso real.

Se prefiere trabajar con sistemas de bajo orden para facilitar el estudio de las características dinámicas y de estabilidad y, la respuesta a señales paso de control.

El control de velocidad se consigue mediante el control de fase de un puente monofásico semicontrolado a diferencia del control por amplitud de señal continua que sólo es factible en servomotores de reducida potencia.

Se utilizó un programa digital disponible en el Laboratorio de Control(3) que permite el análisis de las características dinámicas del sistema mediante la técnica del "Lugar Geométrico de las Raíces".

NOMENCLATURA

$V_s$  = Valor rms del voltaje de la red  
 $f$  = Frecuencia de la red  
 $R_a$  = Resistencia de armadura del motor  
 $L_a$  = Inductancia de armadura del motor  
 $K_v$  = Constante de fuerza contra electromotriz del motor.  
 $K_T$  = Constante de torque del motor  
 $J$  = Momento de Inercia del motor y la carga  
 $B_o$  = Coeficiente de rozamiento del motor  
 $B^*$  = Coeficiente de rozamiento equivalente producido por la carga.  
 $B$  = Coeficiente total de rozamiento del motor y la carga.  
 $\omega$  = Velocidad angular  
 $\Omega$  = Velocidad angular media.  
 $v_a$  = Voltaje en la armadura  
 $V_a$  = Valor medio del voltaje de armadura  
 $i_a$  = Corriente en armadura  
 $I_a$  = Valor medio de la corriente en la armadura.  
 $T_e$  = Torque electromagnético  
 $T_L$  = Torque de carga  
 $K_o$  = Torque producido por la fricción de Coulomb.  
 $\alpha$  = Angulo de activado de los tiristores  
 $\beta$  = Angulo de extinción de la corriente de armadura.  
 $\gamma$  = Angulo de conducción de la corriente de armadura.

1.- DESCRIPCION DEL SISTEMA.

La figura 1.1 muestra el diagrama de bloques del sistema de control.

Un motor de corriente continua con excitación independiente, con su carga, constituyen la planta del sistema. La armadura del motor es alimentada a través de un puente monofásico semicontrolado cuyo ángulo de ac

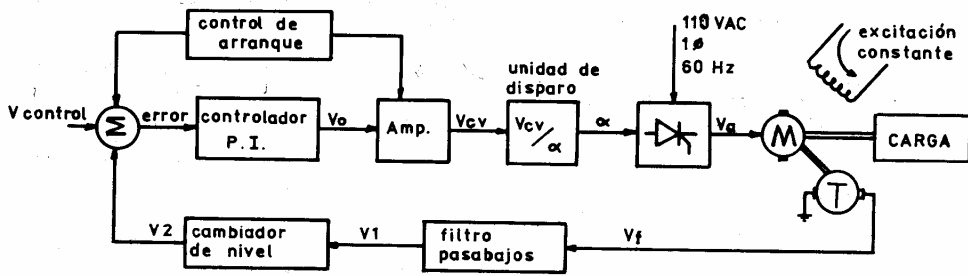


Fig. 1.1.- Diagrama de bloques del Sistema de Control.

tivado es controlado por el voltaje  $V_{cv}$  disponible a la salida del controlador. El controlador es del tipo proporcional integral y provee la ganancia suficiente para satisfacer las condiciones de rapidez de respuesta.

El circuito de campo es alimentado por un rectificador puente monofásico no controlado.

La realimentación se consigue con un pequeño motor de continua usado como tacó-generador, el cual provee la información adecuada para permitir un control eficiente de la velocidad de la máquina. Un filtro pasabajos elimina el rizado de la señal realimentada y el ruido asociado a ella.

Se dispone además un cambiador electrónico de nivel que permite ingresar la señal realimentada con la polaridad conveniente.

Al sumador de entrada se añade una señal que, tan solo durante el arranque, tiende a "ocultar" el verdadero valor del error y actúa sobre el controlador electrónico disminuyendo su ganancia de tal manera que el sistema sea suficientemente lento como para limitar en forma adecuada la corriente transitoria de arranque. Transcurrido el período de arranque, aquella señal pierde totalmente su influencia, dejando al error tomar las magnitudes reales y devolviendo al controlador la ganancia necesaria.

## 2.- FUNCIONES DE TRANSFERENCIA.

### 2.1.- MOTOR DC.

Las ecuaciones diferenciales que gobiernan el funcionamiento del motor con excitación independiente son:

$$v_a(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a}{dt} + K_v \omega(t) \quad (E 2.1)$$

$$T_e(t) = K_T i_a(t) \quad (E 2.2)$$

$$T_e(t) = B_0 \omega(t) + J \frac{d\omega}{dt} + T_L + K_0 \quad (E 2.3)$$

donde  $K_0$  representa las pérdidas debido a la fricción de Coulomb.

Hallando las transformadas de Laplace de las expresiones anteriores, se puede representar a la máquina por el diagrama de bloques de la Fig. 2.1.

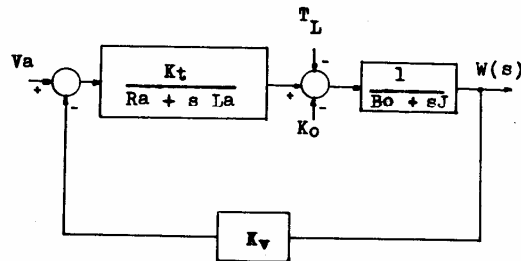


Fig. 2.1.- Representación en bloques de la máquina eléctrica.

Si la carga mecánica presenta un torque proporcional a la velocidad, se puede asumir que:

$$T_L = B' \omega$$

y evidentemente, en el diagrama de bloques bastaría substituir  $B$  por  $(B_0 + B')$  para considerar la carga.

Los datos de placa del motor utilizado son:

$$\begin{aligned} W &= 1725 \text{ rpm.} \\ V_a &= 125 \text{ Vdc.} \\ I_a &= 3.5 \text{ A.} \\ P_o &= 1/3 \text{ HP.} \end{aligned}$$

Los parámetros eléctricos y mecánicos medidos en laboratorio:

$$\begin{aligned} R_a &= 3.88 \text{ ohms.} \\ L_a &= 15.56 \text{ mH.} \\ K_t &= 0.3521 \text{ N-m/A.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 K_v &= 0.512543 \text{ V/rd/s} \\
 J &= 8.021 \text{ E-04 N-M s}^2/\text{rd.} \\
 K_o &= 8.02 \text{ E-02 N-m} \\
 B_o &= 3.646 \text{ E-04 N-m/(rd/s)} \\
 B &= B_o + B' = 9.6772 \text{ E-03 N-m/(rd/s)} \quad (\text{E 2.4})
 \end{aligned}$$

Así, la función de transferencia del motor controlado por armadura y con carga proporcional a la velocidad se puede escribir de la siguiente manera:

$$\frac{W(s)}{V_a(s)} = \frac{28319,9168}{s^2 + 262,387s + 17818,4} \quad (\text{E 2.5})$$

## 2.2.- CONVERTOR AC-DC SEMICONTROLADO.

El puente semicontrolado que se utilizó se muestra en la Fig. 2.2.

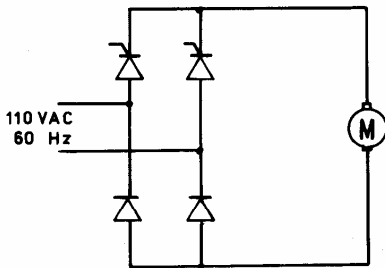


Fig. 2.2.- Rectificador semicontrolado monofásico, tipo puente.

Para fines de modelación, el convertor AC-DC semicontrolado, tipo puente monofásico, puede ser representado como un amplificador de potencia cuyo voltaje medio de salida dependerá del ángulo de activado que sea fijado para los tiristores mediante el voltaje de control ( $V_{cv}$ ), disponible a la salida del controlador.

La función de transferencia correspondiente, además de ser función del ángulo de activado de los tiristores, va a depender de las condiciones de trabajo del motor. El sistema convertor-motor puede trabajar en régimen de conducción continua o discontinua. Para el sistema analizado, el caso general corresponde a la conducción discontinua.

Por otro lado, la corrección del voltaje de salida del convertor no se efectúa necesariamente en el mismo instante en que se corrige el ángulo de activado con el voltaje  $V_{cv}$ , sino que puede existir, en el peor de los casos, un retardo igual al período de activado de los tiristores que, para una frecuencia de la red igual a 60 Hz., resulta ser: 1/120 seg.

Para simplificar el análisis, el retardo inherente a la unidad convertora puede ser aproximado por una función de primer orden cuya constante de tiempo es igual a la mitad

del período entre dos pulsos consecutivos de disparo. Esta constante de tiempo resulta del promedio entre el mínimo (cero) y el máximo tiempo que se puede retardar la acción de control.

Entonces, la función de transferencia del convertor tendrá la forma:

$$\frac{V_a(s)}{\alpha(s)} = \frac{G_c}{1 + 1/240 s} \quad (\text{E 2.6})$$

Para establecer la ganancia estática del convertor es necesario estudiar el conjunto convertor-motor y determinar sus condiciones de estado estable.

A continuación se desarrolla el procedimiento para analizar la ganancia del conjunto convertor-motor en estado estacionario para el caso de conducción discontinua.

Las formas de onda, aproximadas, de voltaje y corriente en la armadura del motor se muestran en la Fig. 2.3.

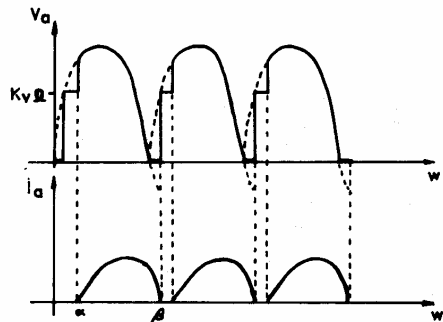


Fig. 2.3.- Formas de onda del voltaje y corriente en la armadura.

En general, el rizado de velocidad es despreciable, por lo que se puede tomar valores medios a las expresiones (E.2.1), (E.2.2) y (E.2.3), considerando a la velocidad constante e igual a su valor medio, sin incurrir en errores de importancia:

$$V_a = I_a R_a + K_v \Omega \quad (\text{E.2.7})$$

$$K_T I_a = T_L + B \quad (\text{E.2.8})$$

El voltaje medio en armadura es:

$$V_a = \frac{2 V_s}{\pi} (1 + \cos \alpha) + K_v \Omega \left( \frac{\pi + \alpha - \beta}{\pi} \right) \quad (\text{E.2.9})$$

Resolviendo las ecuaciones anteriores resulta:

$$\Omega = \frac{\frac{2 V_s}{\pi} (1 + \cos \alpha) - \frac{T_L R_a}{K_T}}{\frac{B R_a}{K_T} + \frac{K_v}{\pi} (\beta - \alpha)} \quad (\text{E.2.10})$$

Para evaluar el ángulo de extinción,  $\beta$ , es necesario obtener la expresión de la corriente de armadura para el período de conducción, ( $\alpha < \omega t \leq B$ ), para lo cual se resuelven las ecuaciones (E. 2.1), (E. 2.2) y (E. 2.3) con la condición inicial  $i_a(t) = 0$  para  $t = \alpha/(2\pi f)$ , y considerando a la velocidad angular aproximadamente constante:

$$i_a(t) = K_5 e^{-xt} + K_2 + K_3 \sin 2\pi ft + K_4 \cos 2\pi ft \quad (E. 2.11)$$

donde,

$$x = \frac{B R_a + K_T K_V}{B L_a}$$

$$K_2 = \frac{K_V T_L}{L_a B x}$$

$$K_3 = \frac{\sqrt{2} V_s x}{L_a (x^2 + 4\pi^2 f^2)}$$

$$K_4 = \frac{K_3 2\pi f}{x}$$

$$K_5 = -e^{-\frac{x\alpha}{2\pi f}} (K_2 + K_3 \sin \alpha + K_4 \cos \alpha)$$

Haciendo  $i_a = 0$  para  $t = \beta/(2\pi f)$  se obtiene

$$K_5 e^{-\frac{x\beta}{2\pi f}} + K_2 + K_3 \sin \beta + K_4 \cos \beta = 0 \quad (E. 2.12)$$

de donde se puede hallar el valor de  $\beta$  por métodos numéricos.

Teniendo un generador como carga mecánica del motor, se pudo registrar el gráfico indicado en la Fig. 2.4.

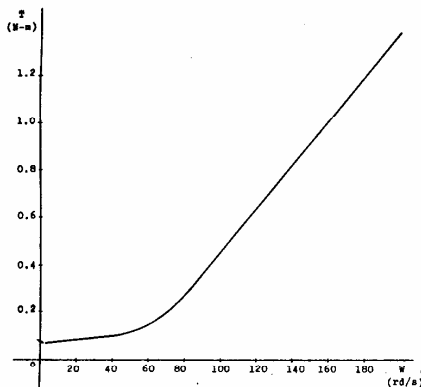


Fig. 2.4.- Comportamiento del Torque electromagnético en función de la velocidad angular.

En la Fig. 2.4, se aprecian dos sectores bien definidos. En cada uno de ellos se pueden establecer los parámetros y constantes para la evaluación del ángulo de extinción y la velocidad media.

Se implementó un programa digital capaz de evaluar el ángulo de extinción seleccionando el sector de trabajo adecuado. Los resultados obtenidos se presentan en la TABLA I, en donde además se puede apreciar la variación del voltaje de armadura y la velocidad angular media en función del ángulo de activado  $\alpha$ .

TABLA I

ALFA	BETA	W(RD/S)	VA(VOLT)
40	184.434	197.130	115.753
45	184.433	196.437	115.349
50	184.432	195.054	114.544
55	184.430	192.974	113.332
60	184.428	190.192	111.711
65	184.424	186.708	109.681
70	184.419	182.525	107.244
75	184.411	177.652	104.404
80	184.399	172.100	101.170
85	184.383	165.888	97.550
90	184.359	159.037	93.557
95	184.326	151.573	89.206
100	184.280	143.530	84.522
105	184.216	134.945	79.519
110	184.127	125.863	74.227
115	184.005	116.333	68.674
120	183.839	106.413	62.893
125	183.614	96.105	56.922
130	183.309	85.661	50.801
135	182.898	74.975	44.574
140	182.346	64.188	38.288
145	191.346	45.828	27.473
150	191.346	35.253	21.427
155	191.346	25.209	15.574
160	191.346	15.702	10.033
165	191.346	7.001	4.963
170	191.345	-0.515	0.583

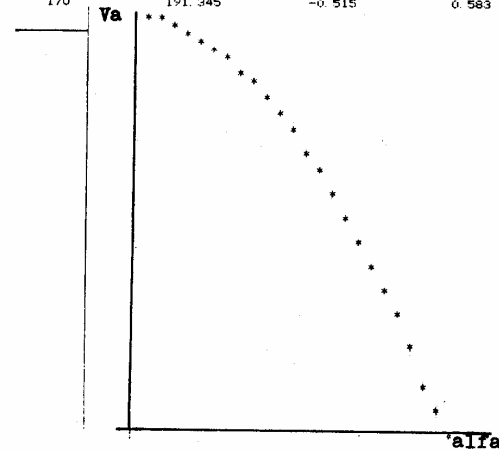


Fig. 2.5.- Variación de la velocidad media en función del ángulo de activado  $\alpha$ .

El valor medio de la pendiente de la curva mostrada en la Fig. 2.5, en su parte más lineal, se puede evaluar mediante una regresión lineal, obteniéndose el siguiente resultado,

$$\frac{dw}{d\alpha} = -1.46177861 \quad (E. 2.13)$$

Utilizando el producto de la función de transferencia de la Planta, (E. 2.5), con la función de transferencia del convertidor, (E. 2.6), se puede obtener el valor final de la velocidad en estado estable, aplicando una entrada paso de ángulo,

$$W = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\alpha}{s} G_c \frac{1}{1 + \frac{1}{240}s} \cdot \frac{28319,9162}{s^2 + 262,387s + 17818,4} \quad (\text{E. 2.14})$$

Por lo tanto,

$$\frac{W}{\alpha} = G_c \frac{28319,9162}{17818,4} = -1,46177861 \quad (\text{E. 2.15})$$

de donde,

$$G_c = -0,9197257436 \quad (\text{E. 2.16})$$

Entonces, la función de transferencia del conversor AC-DC puede ser aproximadamente expresada como,

$$\frac{V_a(s)}{\alpha(s)} = -0,919726 \frac{1}{1 + \frac{1}{240}s} = \frac{-220,73424}{s + 240} \quad (\text{E. 2.17})$$

### 2.3. UNIDAD DE DISPARO.

Esta unidad, implementada con dos timers 555, es la encargada de generar el ángulo de activado (alfa) de los tiristores, cuyo valor es proporcional al voltaje de control  $V_{cv}$ .

Esto se consigue haciendo trabajar al timer 555 como un monoestable generador de pulsos cuyo ancho será controlado por  $V_{cv}$ . El monoestable será disparado en cada cruce por cero del voltaje de línea consiguiendo con ello la necesaria sincronización. La característica de linealidad se logra con la adición de una fuente de corriente en el circuito asociado al monoestable.

La inclusión de un inversor a la salida del timer permite habilitar o no el tren de pulsos para el activado de los tiristores.

El circuito equivalente de la unidad de disparo se puede esquematizar como se muestra en la Fig. 2.6.

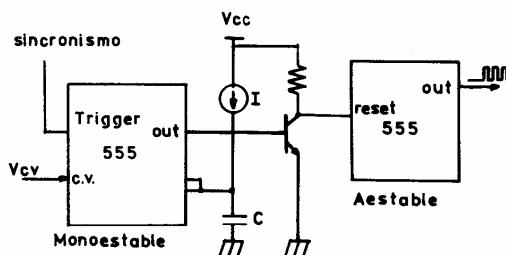


Fig. 2.6.- Circuito esquemático de la unidad de disparo.

La función de transferencia de la unidad de disparo será igual a la constante de proporcionalidad entre el ángulo de activado (alfa) y el voltaje  $V_{cv}$  que lo controla. Esto es:

$$\frac{\alpha}{V_{cv}} = \frac{C \cdot 180}{I \cdot (0.5f)} = 3 \frac{C}{I} \quad (\text{E. 2.18})$$

Para los valores de  $C = 0,1 \mu\text{F}$  e  $I = 0,15 \text{ mA}$  se tiene que,

$$\frac{\alpha}{V_{cv}} = 14,59 \quad (\text{E. 2.19})$$

*$\alpha = 14,59 V_{cv}$*

### 2.4. CONTROLADOR.

Con el propósito de tener un sistema tipo 1 para garantizar un error de posición de estado estacionario igual a cero, hacemos el controlador del tipo proporcional integral (P.I.) el cual, a más de añadir a la función de transferencia de lazo abierto un polo en el origen, agrega un cero el cual ayuda a mejorar el régimen transitorio de la respuesta.

El controlador se hace a la vez sumador, a una de cuyas entradas ingresará el voltaje de referencia y a la otra la señal realimentada ( $V_2$ ).

Para simplificar el circuito se optó por implementar una sola fuente auxiliar para polarización. Es necesario entonces tener un voltaje referencial igual a  $V_{cc}/2$  para los operacionales. La configuración del controlador se muestra en la Fig. 2.7.

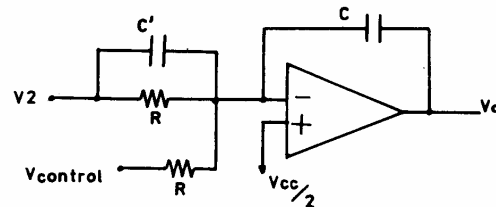


Fig. 2.7.- Controlador P.I.

La función de transferencia, respecto a la señal  $V_2$  será:

$$\frac{V_o(s)}{V_2(s)} = - \frac{C' s + \frac{1}{RC}}{C s} \quad (\text{E. 2.20})$$

Haremos que  $V_{ref}$  pueda variar de  $V_{cc}/2$  a  $V_{cc}$ , por lo cual será necesario que  $V_2$  varíe de 0 a  $V_{cc}/2$  para que se puedan equilibrar las corrientes, haciendo que el controlador deje de integrar algún momento.

Para el controlador P.I. se utilizaron los valores de  $R = 75 \text{ Kohms}$ , y  $C = 0.44 \mu\text{F}$ ., para tener un punto de partida conveniente en el cálculo de los otros componentes. Notese que en realidad el controlador agrega un polo al origen independientemente de los valores de los elementos del circuito.

Se escogió el cero de la función de transferencia del controlador lo suficientemente cercano al origen para que su influencia sea notoria. Para un valor de  $C' = 2.2 \mu\text{F}$ , se tiene que:

$$z = -6.06$$

y la ganancia del controlador igual a 5.

Entonces, el controlador provee la siguiente función de transferencia al lazo de control:

$$\frac{V_0(s)}{V_2(s)} = -5 \frac{s + 6.06}{s} \quad (\text{E. 2.21})$$

$V_2$  debe variar de tal forma que cuando la velocidad sea máxima,  $V_2$  tienda a cero, y cuando sea mínima,  $V_2$  sea aprox.  $V_{cc}/2$ . Para ello se puede implementar un circuito como el que se muestra en la Fig. 2.8.

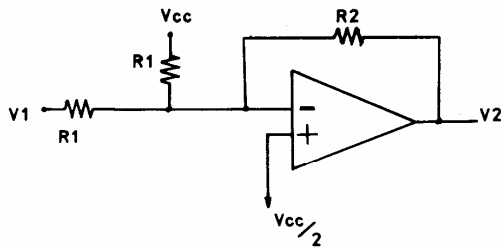


Fig. 2.8.- Amplificador de entrada para la señal del tacómetro.

Para los niveles de voltaje del tacómetro utilizado y, tomando en cuenta los límites propios de saturación del operacional se puede establecer que:

$$R_2 = 150 \text{ K}\Omega$$

$$R_1 = 75 \text{ K}\Omega$$

Resultando,

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = -2 \quad (\text{E. 2.22})$$

En cascada al controlador P.I. se agrega un amplificador sin inversión, cuyo objetivo, a más de acoplar las impedancias del P.I. y de la unidad de disparo, es proporcionar un control manual sobre la ganancia total del lazo.

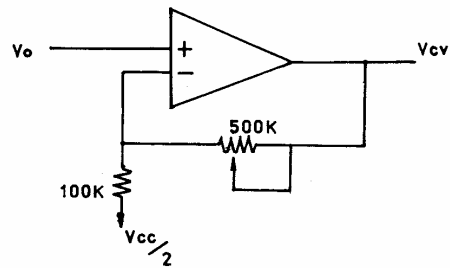


Fig. 2.9.- Amplificador de ganancia variable  $G \approx 1$  a 5.

A través de la variación de la ganancia, será posible ajustar convenientemente las características dinámicas del sistema de control.

## 2.5. TACOGENERADOR.

Se utiliza un pequeño motor de corriente continua e imán permanente como generador tácométrico para proporcionar información de la velocidad al sistema de control.

La característica del tacho-generador se puede apreciar en la Fig. 2.10.

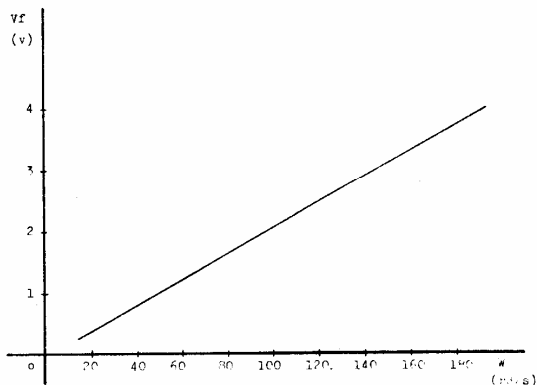


Fig. 2.10.- Característica voltaje-velocidad del tacho-generador.

Dada la excelente linealidad del tacho-generador, su función de transferencia se puede obtener con precisión hallando la pendiente de la curva mostrada en la Fig. 2.10.

$$\frac{V_f(s)}{\omega(s)} = \frac{1}{48,653} \quad (\text{E. 2.23})$$

## 2.6. FILTRO DE ENTRADA TACOMETRICA.

Está constituido por una red R-C como la que se muestra en la Fig. 2.11.

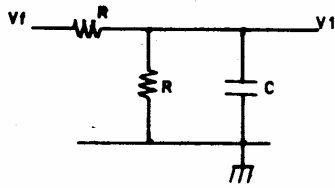


Fig. 2.11.- Filtro pasabajos para la entrada tacométrica.

La función de transferencia está dada por,

$$\frac{V_1(s)}{V_f(s)} = T \frac{1}{s + T/a} \quad (\text{E. 2.24})$$

donde:

$$T = \frac{1}{RC}$$

$$a = 1/2$$

Para filtrar el ruido del taco-generador no es necesario un filtro con una frecuencia de corte muy baja. Sin embargo los valores de:

$$R = 4.7 \text{ Kohms}$$

$$C = 15 \mu\text{F.}$$

ubican al polo del filtro en  $p = -28.3$  con lo cual se logra mejorar la configuración del L.G.R., como se indica en la Fig. 2.12.

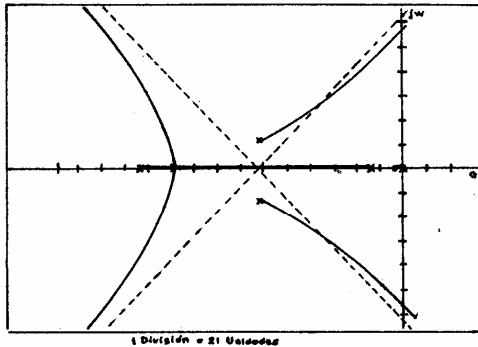


Fig. 2.12.- Lugar geométrico de las raíces del lazo principal de control.

La función de transferencia del filtro es:

$$\frac{V_1(s)}{V_f(s)} = 14.18 \frac{1}{s + 28.36} \quad (\text{E. 2.25})$$

### 3. CIRCUITOS AUXILIARES.

#### 3.1. CONTROL DE ARRANQUE.

Al arrancar al motor, el circuito de control detecta la velocidad excesivamente baja con la que aquel inicia su movimiento, y, busca hacerle ganar velocidad lo más rápidamente posible.

Sin embargo, es conveniente que el motor arranque lentamente para limitar las elevadas corrientes de un arranque brusco.

Se puede anticipar, entonces, que el control de arranque será antagónico con el sistema realimentado ya que buscan objetivos opuestos.

Se implementa un sistema que, a la vez que produce, durante el arranque, un aparente voltaje de referencia cercano a cero, disminuye considerablemente la ganancia del controlador, haciendo del sistema mucho más lento en respuesta.

Se añade, entonces, una entrada adicional al controlador, a la cual entra el voltaje de una red R-C muy lenta, como se muestra en la Fig. 3.1.

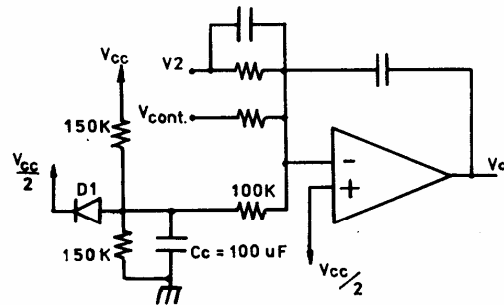


Fig. 3.1.- Diagrama Circuitual del Control de arranque.

Cuando el capacitor  $C_c$  se carga hasta un voltaje de  $V_{cc}/2$ , esa señal pierde totalmente su influencia.

La inclusión del diodo  $D_1$  en la red R-C garantiza la rápida descarga de  $C_c$  al apagar el control.

Para disminuir la ganancia del controlador durante el arranque, se añade la siguiente red al amplificador final: (Fig. 3.2).

La señal de la red R-C controla la resistencia óhmica del FET y, por consiguiente, la ganancia del amplificador.

Cuando el capacitor se carga hasta  $V_{cc}/2$ , la resistencia del canal del FET se reduce hasta el valor  $r_{on}$  que para el FET utiliza

do es aproximadamente 1 Kohm., con lo cual el sistema habrá recuperado su ganancia.

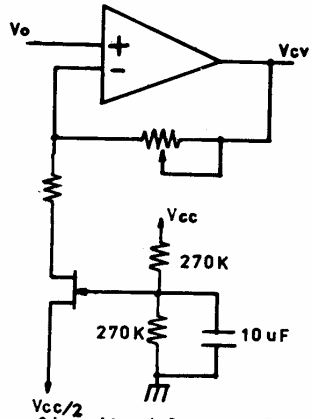


Fig. 3.2.- Circuito del control automático de ganancia para el arranque.

### 3.2. CONTROL DE PERTURBACIONES EN EL INSTANTE DE ENCENDIDO.

El circuito de control está aislado eléctricamente del circuito de fuerza y el acoplamiento se consigue mediante opto-triacs para el activado de los tiristores.

A pesar del control de arranque, en el instante del encendido aparece por pocos milisegundos un tren de pulsos que, al activar los tiristores, produce un transitorio en el arranque del motor para luego volver normalmente a trabajar el control de arranque.

Se puede evitar ese transitorio indeseable, si al encender el circuito de control, se asegura que durante algunos milisegundos permanezca deshabilitado el timer generador de

pulsos de disparo. Se añade, entonces, una red como la que se muestra a continuación. (Figura 3.3.).

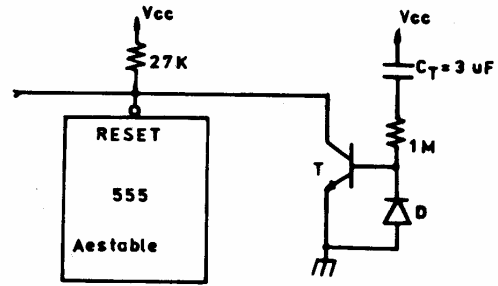


Fig. 3.3.- Diagrama Circuital del control de perturbaciones en el encendido.

Al encender el circuito, el capacitor  $C_T$  se encuentra descargado y por lo tanto, el transistor T permanecerá saturado durante el proceso de carga de  $C_T$ .

El diodo D permite la descarga de  $C_T$  al apagar el circuito de control.

### 4. DIAGRAMAS GENERALES.

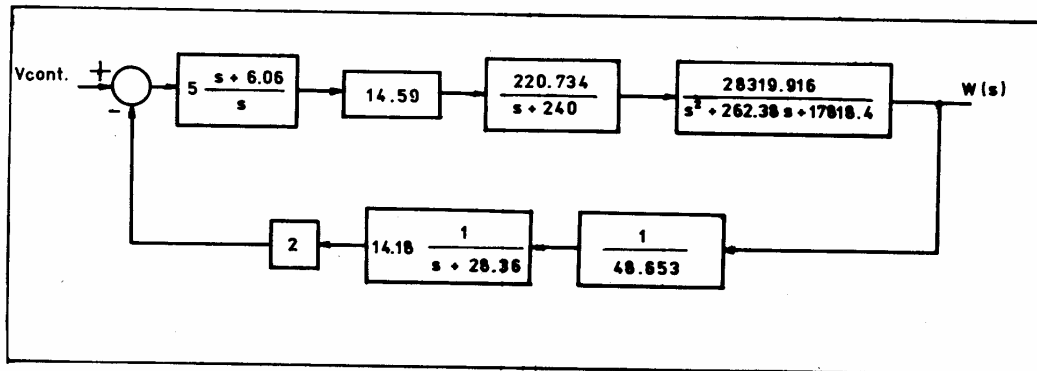


Fig. 4.1.- Diagrama de Bloques del Sistema de Control.



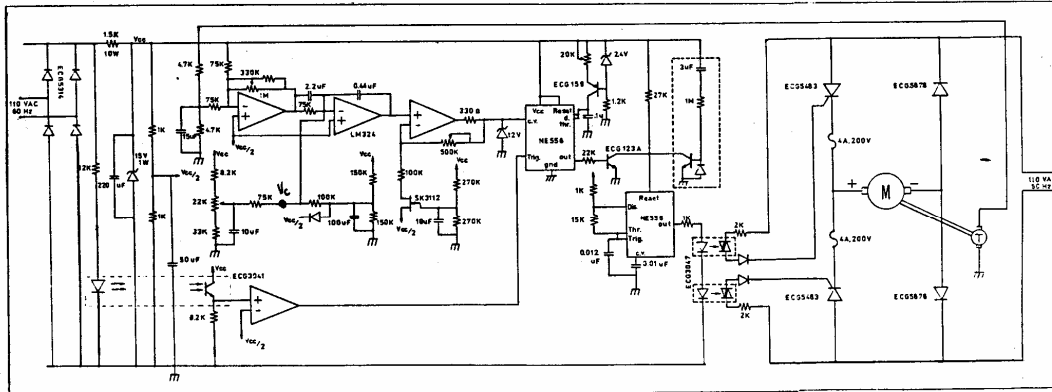


Fig. 4.2.- Diagrama Circuital del Sistema de Control.

5. RESULTADOS.

5.1. CARACTERISTICAS DINAMICAS DEL SISTEMA.

De la teoría clásica de Control, el método del "Lugar Geométrico de las Raíces" permite analizar las características de estabilidad, rapidez de respuesta y sobretiro del sistema de lazo cerrado, en forma aproximada.

Para estudiar los efectos de la variación de la ganancia dinámica  $K_d$  se debe considerar la siguiente función de transferencia de lazo abierto, de acuerdo al diagrama de bloques de la Fig. 4.1.

$$GH(s) = K_s K_d \frac{s + 6.06}{s(s+28.36)(s+240)(s + 262,367s+17818,4)}$$

(E. 5.1)

donde  $K_s = 265769430, s$

Utilizando un programa digital se pudo obtener la configuración del L.G.R. que se muestra en la Fig. 5.1, para  $K_d$  como parámetro variable.

El sistema de lazo cerrado es, por lo tanto, condicionalmente estable.  $K_d$  considera la ganancia del controlador, valor que se puede ajustar manualmente, y las variaciones que puedan tener los valores de los elementos pasivos que constituyen el circuito de control.

De la función  $GH(s)$  se puede determinar, en forma analítica, el valor de la ganancia dinámica crítica, con lo cual es posible establecer que el sistema tiene un Margen de Ganancia = 10,02 db.

Se implementó un programa digital que permitió establecer el valor del Margen de fase del sistema de control.

El programa arroja el siguiente resultado:  
MF = 64,107 grados.

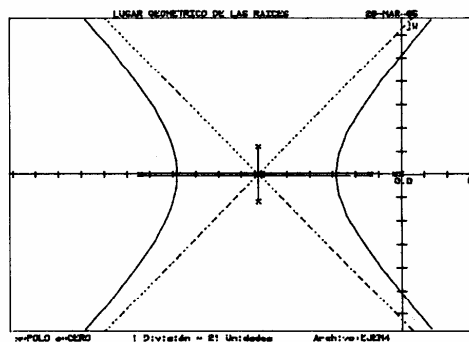


Fig. 5.1.- L.G.R. del sistema para  $K_d$  como parámetro variable y condiciones nominales de carga.

Experimentalmente se verificó que aún incrementando  $K_d$  a 4 el sistema de lazo cerrado permanece estable, aunque el tiempo de estabilización y el máximo sobretiro crecen considerablemente. Esto permite afirmar que el sistema, en la práctica, tiene un Margen de Ganancia algo mayor a 12 db.

Si la carga mecánica acoplada al motor DC presenta la característica de "torque proporcional a la velocidad", las variaciones de carga, en el motor, pueden ser tratadas como variaciones del coeficiente de rozamiento (B) de la planta.

La función de transferencia equivalente de lazo abierto que permite estudiar los efectos de las variaciones de B es:

$$GH'(s) =$$

$$= K_b \frac{s(s+28.36)(s+240)(s+249.357)}{(s+21.44 \pm j72.173)(s+235.06 \pm j70.453)(s+4.718)} \quad (E. 5.2)$$

donde  $K_b = 1246,6876 B$ .

El programa digital disponible en el Laboratorio de Control permite obtener la configuración del L.G.R. que se muestra en la Fig. 5.2.

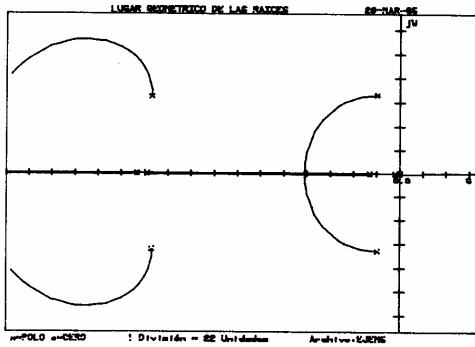


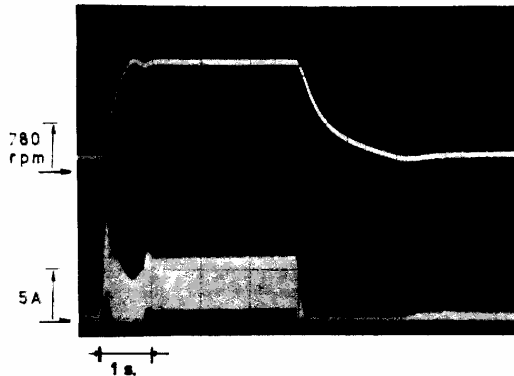
Fig. 5.2.- L.G.R. del sistema para B como parámetro variable.

El sistema de lazo cerrado es, por lo tanto, absolutamente estable en cualquier condición de carga.

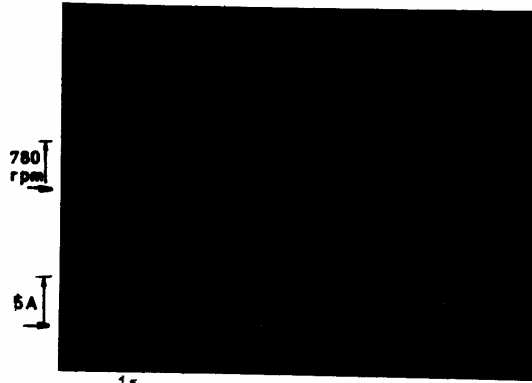
Para el motor con la carga acoplada se tiene que  $B = 9.6772 E-03$  y para el motor en vacío  $B = 3.646 E-04$ . Por lo tanto,  $K_b$  varía desde 12 con el motor a carga nominal a 0.45 con el motor en vacío.

Las características dinámicas de la respuesta a una entrada escalón unitario pueden ser evaluadas analíticamente para cada condición de  $K_b$ .

Las fotografías 1 y 2, muestran las respuestas del sistema, obtenidas en forma experimental en ambas condiciones de carga:



FOTOGRAFIA 1.- Respuesta dinámica del sistema con el Motor a plena carga ( $K_b = 12$ ).



FOTOGRAFIA 2.- Respuesta dinámica del sistema con el motor en vacío ( $K_b = 0.45$ ).

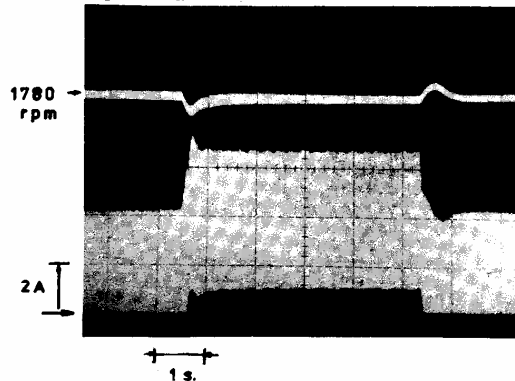
Los valores analíticos y experimentales de las especificaciones de la respuesta del sistema se muestran en la Tabla II:

TABLA II

VALORES ANALÍTICOS Y ESPERIMENTALES DE LOS PARAMETROS DE LA RESPUESTA DEL SISTEMA

CARACTERÍSTICA DINAMICA	$K_b = 12$		$K_b = 0.45$	
	Resultado teórico	Resultado exper.	Resultado teórico	Resultado exper.
Tiempo de Estab. (seg.)	0.6687	0.85	0.6403	0.66
Máximo sobretiro percent.	20.02%	5.1 %	28.9%	5.2 %

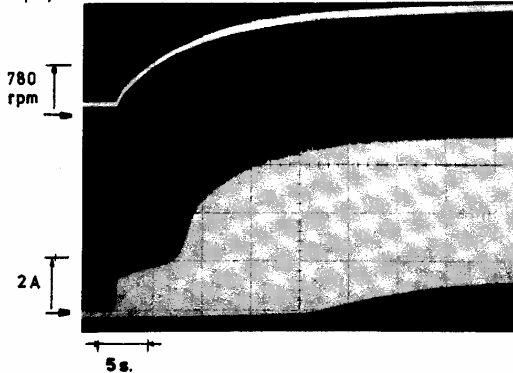
La fotografía 3 muestra la respuesta del sistema a una variación brusca de la carga mecánica del motor, que va desde carga nominal a vacío y viceversa:



FOTOGRAFIA 3.- Respuesta del sistema a perturbación en la carga mecánica.

Sobresale la característica del sistema de mantener un error de estado estable realmente imperceptible, independientemente del estado de carga del motor.

La fotografía 4 muestra simultáneamente la velocidad y la corriente de armadura durante el período de arranque del motor. La prueba se hizo con el motor acoplado a la carga mecánica nominal y seleccionando con la señal de referencia la velocidad nominal (1725 rpm)

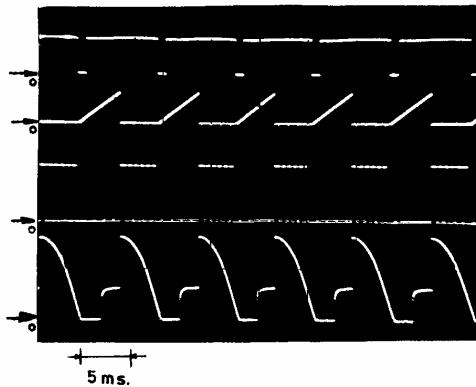


FOTOGRAFIA 4.- Características de velocidad y corriente de armadura durante el período de arranque.

Se puede apreciar que el sistema consigue limitar convenientemente la corriente de la armadura evitando transitorios propios de un arranque brusco.

#### 5.2. CARACTERÍSTICAS DE ESTADO ESTABLE.

La fotografía 5 muestra las formas de onda en los puntos de mayor importancia del circuito de control y la forma de onda de voltaje aplicado a la armadura del motor DC.



FOTOGRAFIA 5.- Formas de onda del circuito de control y del voltaje en armadura.

Se aprecia la característica eminentemente discontinua de la conducción en la forma de onda del voltaje de armadura. Se distingue además el ángulo de activado ( $\alpha$ ) y el de extinción ( $\beta$ ), como el valor de la fuerza

contraelectromotriz reflejada en terminales de armadura.

La figura 5.3. muestra comparativamente las curvas de velocidad angular de estado estable versus ángulo de activado obtenidas mediante programa digital (línea cortada) y en forma experimental.

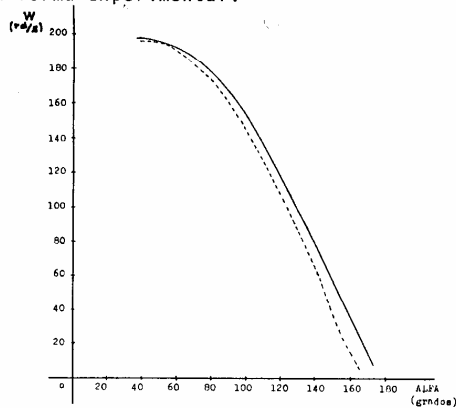
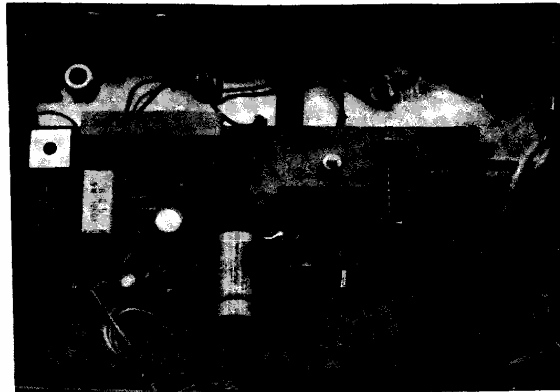


FIG. 5.3.- Curvas de Velocidad angular en función del ángulo de activado ( $\alpha$ ).

En la fotografía 6, puede apreciarse la disposición circuital sobre el impreso.



FOTOGRAFIA 6.- Circuito impreso del sistema de control diseñado.

#### CONCLUSIONES.

Los resultados obtenidos demuestran que:

- El método de modelación adoptado y la utilización de la técnica del "Lugar Geométrico de las Raíces" permiten un análisis muy apegado al real comportamiento del sistema de control a pesar de tratarse de un sistema no lineal y en esencia, de menor grado de datos.

- La técnica de medición utilizada, permite evaluar los parámetros eléctricos del motor D.C. con la exactitud que se requiere en un proceso de modelación confiable, constituyéndose además en un método extremadamente sencillo de practicar. Si se

dispone de un computador programable.

El sistema construido permite un control amplio de la velocidad del motor D.C. manteniendo constante la velocidad seleccionada independientemente del estado de carga, con un error prácticamente imperceptible y con características dinámicas razonablemente buenas en la respuesta transitoria.

APENDICE.

MEDICION DE PARAMETROS ELECTRICOS DEL MOTOR DC.

Para determinar el valor de la resistencia de armadura ( $R_a$ ) se hace trabajar a la máquina como generador y, manteniendo constante su velocidad, se procede a medir la impedancia de salida del generador en forma convencional.

- Se mide el voltaje generado con la máquina en vacío ( $V_0$ ).
- Se carga al generador y se toma medida de la corriente ( $I$ ) y el voltaje ( $V$ ) sobre la carga.
- Se establece  $R_a$  de acuerdo a:

$$R_a = \frac{V_0 - V}{I} \quad (E. A.1)$$

Si se alimenta la armadura del motor con un rectificador de media onda como se muestra en la Fig. A.1. Es posible medir la inductancia de armadura ( $L_a$ ) con gran exactitud.

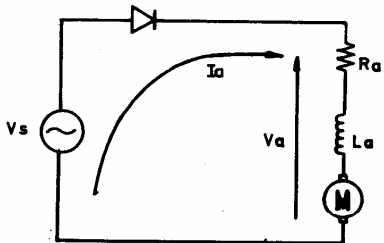


FIG. A.1.- Rectificador de media onda para alimentar la armadura.

A rotor bloqueado se observan las formas de onda de voltaje y corriente en armadura mostrados en la Fig. A.2.

De la solución de las ecuaciones diferenciales<sup>(4)</sup>:

$$S_{in} \beta + \psi (e^{-\beta/\psi} - \cos \beta) = 0 \quad (E. A.2)$$

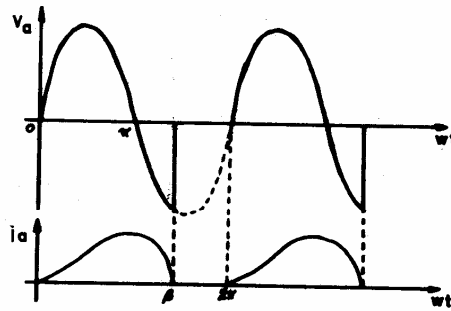


FIG. A.2.- Formas de onda del Voltaje y Corriente en armadura, con rotor bloqueado.

donde:

$$\psi = \frac{2 \pi f L_a}{R_a} \quad (E. A.3)$$

Se registra experimentalmente el valor de  $\beta$  y por un proceso de iteración simple se puede evaluar  $\psi$ . Conociendo previamente  $R_a$  y  $f$  se puede establecer  $L_a$ .

Este periodo permite evaluar la inductancia propia del circuito de armadura.

Para el motor utilizado, este proceso arrojó el siguiente resultado:

$$L_a = 14.16 \text{ mH.}$$

Si se realiza la misma prueba con la máquina en movimiento se puede evaluar la inductancia tomando en cuenta los efectos de rotación, concatenación de flujos, etc. Con el rotor girando, las formas de onda de voltaje y corriente en armadura serán:

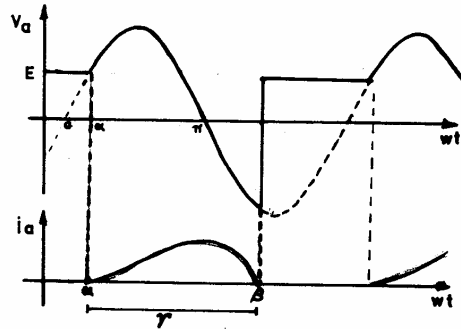


FIG. A.3.- Formas de onda de voltaje y corriente en armadura con rotor en movimiento.

De la solución de las respectivas ecuaciones diferenciales<sup>[5]</sup> se puede plantear la siguiente ecuación trascendente que permite evaluar  $\psi$ :

$$e^{\frac{\alpha-\beta}{\psi}} = \frac{m\sqrt{1+\psi^2} - \sin(\beta - \text{tg}^{-1}\psi)}{m\sqrt{1+\psi^2} - \sin(\alpha - \text{tg}^{-1}\psi)} \quad (\text{E. A.4})$$

donde:

$$m = \frac{E}{\sqrt{2} V_s}$$

$$\alpha = \text{Sin}^{-1}(m)$$

$$\beta = \alpha + \gamma$$

Si la prueba se realiza a una velocidad angular conocida se puede establecer, simultáneamente, el valor de la constante de velocidad  $K_v$  de acuerdo a:

$$K_v = \frac{E}{w} \quad (\text{E. A.5})$$

Los resultados obtenidos fueron:

$$L_a = 15.56 \text{ mH}$$

$$K_v = 0,512543 \text{ V/(rd/s)}$$

#### REFERENCIAS.

- [1] DORF Richard C, "Sistemas Automáticos de Control: Teoría y Práctica", Fondo Educativo Interamericano, 1977.
- [2] THADIAPPAN Krishnan y BELLAMKONDA Ramaswami, "A Fast Response DC Motor Speed Control System", IEEE Transactions on Industry Applications, VOL. IA-10, N° 5, Septiembre/Octubre 1974, pp. 643-651.
- [3] PAZMIÑO ASTUDILLO Ramiro, "Programa para el estudio de estabilidad criterio del lugar geométrico de las raíces", EPN, FIE, 1981.
- [4] y [5] BEDFORD B.D., "Principles of inverter circuits", John Willey, New York, 1964.

#### BIOGRAFIA.



LEDESMA, BOLIVAR. Nació en Quito, el 5 de Diciembre de 1962. Obtuvo su título de Bachiller en Humanidades Modernas en el Colegio San Gabriel (1980) Actualmente cursa sus estudios superiores en la Escuela Politécnica Nacional, Facultad de Ingeniería Eléctrica en la especialización de Electrónica y Control. Desempeña el cargo de Auxiliar de Laboratorio en el Área de Electrónica de Potencia.

BANDA GAMBOA, HUGO A., nació en Quito el 7 de Julio de 1950. Obtuvo el título de Bachiller Técnico en Radiotécnica en el Colegio Central Técnico en 1968. Sus estudios superiores los realizó en la Escuela Politécnica Nacional, obteniendo el título de Ingeniero en Electrónica y Telecomunicaciones en 1975. En la Universidad de Bradford, Inglaterra luego de realizar sus estudios de Post-Grado obtuvo el título de Master of Science in Power Electronics, en 1978. Actualmente presta sus servicios en calidad de Profesor Principal en el Departamento de Electrónica y Control de la Facultad de Ingeniería Eléctrica de la Escuela Politécnica Nacional.