

PEREIRA*, PAULO SÉRGIO PhD.

YOSHIDA*, OTAVIANO SANAÉ Eng.

CIPRESSO*, FRANCISCO DE ASSIS Eng.

* UNIVERSIDADE DE UBERLÂNDIA-MG-BRASIL.

RESUMO

O artigo apresenta os fundamentos matemáticos para modelar as características polares de relés de distância, tais como: ohm, reatância, impedância com "off set", impedância pura e mho. A partir das equações gerais um circuito foi idealizado, o qual permite a implementação das várias características, utilizando-se a técnica de comparação de fase. Resultados são apresentados e validando que o circuito representa as características polares com grande precisão.

INTRODUÇÃO

Os relés de proteção eletromecânicos tornaram-se bastante difundidos e conhecidos nos países Sul-Americanos. Sabe-se, todavia, que os relés de distância eletromecânicos estão deixando de serem fabricados e a oferta de mercado tem sido até então pelos seus sucessores, os relés estáticos. Percebe-se, no entanto, que existe uma lacuna na formação de engenheiros no que se refere ao conhecimento dos fundamentos e dos circuitos dos relés-estáticos, impossibilitando no processo de compra escolher o relé, baseando-se no circuito que melhor se adapte a uma determinada aplicação, bem como resolver problemas simples que surgem na manutenção de seus circuitos.

Assim sendo, o artigo objetiva contribuir ao entendimento dos relés estáticos, apresentando formulações matemáticas e um circuito que permite obter as várias características de relés de distância que são encontrados no mercado.

1.- PROJETO DE RELÉS DE PROTEÇÃO

A detecção da falta no sistema elétrico pode ser executada, não somente pela identificação da amplitude das grandezas elétricas (o que é caracterizado no circuito do relé por

um comparador de amplitude), como também pelo defasamento entre as grandezas elétricas (o que é caracterizado no circuito do relé por um comparador de fase).

Há relés que entendemos ter suas funções facilmente implementadas por comparadores de amplitude, tais como sobre corrente, sobre tensão etc. Todavia, alguns relés são mais facilmente implementados por comparadores de fase, como os direcionais.

No entanto, a seção que se segue, ilustra que todas as características de relés que são implementados por comparadores de amplitude podem ser implementados com comparadores de fase e vice-versa.

1.1. UTILIZAÇÃO DE COMPARADORES DE AMPLITUDE PARA EXECUTAR A FUNÇÃO DE COMPARADORES DE FASE

Seja, por exemplo, um relé que trabalha com dois fasores \vec{A} , \vec{B} e possui um comparador de amplitude ajustado para operar quando $|\vec{A}| > |\vec{B}|$.

Se os sinais para o relé são manipulados de modo que o relé recebe como entradas os fasores $(\vec{A}+\vec{B})$ e $(\vec{A}-\vec{B})$, e utilizando-se no relé o mesmo comparador de amplitude, conclui-se que o comparador de amplitude está, na verdade, executando a função de um comparador de fase. Isto explica-se, considerando-se que o comparador de amplitude usa como critério para operação $|\vec{A}+\vec{B}| > |\vec{A}-\vec{B}|$, e ele só operará quando \vec{A} e \vec{B} tiverem a mesma polaridade (ou seja, defasamento menor que 90° , o que é típico de um comparador de fase), conforme está ilustrado na figura 1.

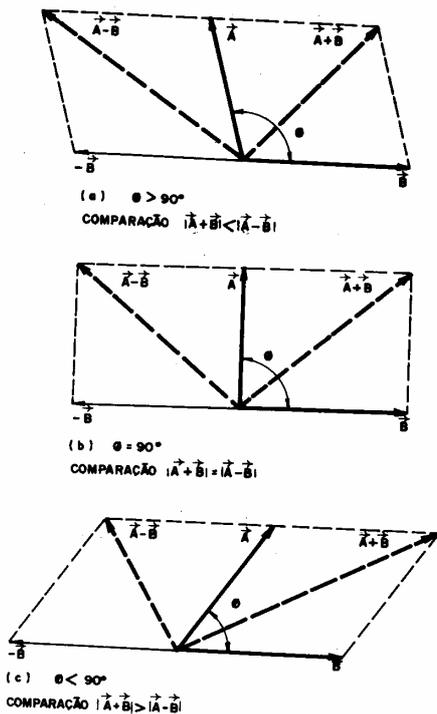


Figura 1.- Utilização de comparadores de amplitude para executar a função de comparadores de fase.

1.2. UTILIZAÇÃO DE COMPARADORES DE FASE PARA EXECUTAR A FUNÇÃO DE COMPARADORES DE AMPLITUDE

Considere, agora, um relé que trabalha com dois fasores \vec{A} e \vec{B} , e possui um comparador de fase ajustado para operar quando o defasamento " λ " é menor que 90° . Se as entradas são manipuladas de tal modo que o relé recebe os fasores $(\vec{A} + \vec{B})$ e $(\vec{A} - \vec{B})$ e utilizamos o mesmo relé (mesmo comparador de fase), conclui-se da figura 2 que o relé opera para o caso "c", isto é, defasamento $\lambda < 90^\circ$. No entanto, esta condição existe sempre que $|\vec{A}| > |\vec{B}|$, e desta forma o comparador de fase está sendo usado para realizar uma função de um comparador de amplitude.

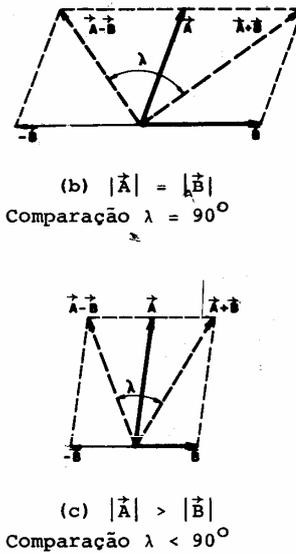
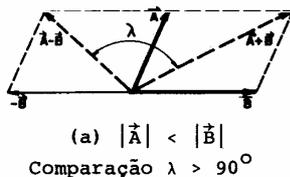


Fig. 2 - Utilização de comparadores de fase para executar a função de comparadores de amplitude.

2.- EQUAÇÕES GERAIS PARA COMPARADORES

Considerando-se que dois fasores \vec{A} e \vec{B} devam ser comparados a fim de identificar a falta no sistema, eles podem ser combinados gerando dois fasores \vec{S}_1 e \vec{S}_2 , funções das variáveis \vec{A} e \vec{B} .

Assim, a expressão geral para as variáveis \vec{S}_1 , \vec{S}_2 de entrada dos comparadores são:

$$\vec{S}_1 = \vec{C}_1 \vec{A} + \vec{C}_2 \vec{B} \quad (1)$$

$$\vec{S}_2 = \vec{C}_3 \vec{A} + \vec{C}_4 \vec{B} \quad (2)$$

Particularmente para relés de distância os fasores \vec{A} e \vec{B} representam, respectivamente, a tensão e corrente do sistema, e portanto \vec{K}_1 , \vec{K}_2 , \vec{K}_3 e \vec{K}_4 devem ser devidamente escolhidos para poder haver compatibilidade de grandezas na comparação. Considerando-se \vec{A} e \vec{B} como as grandezas no primário, tem-se

$$\vec{S}_1 = \vec{C}_1 \vec{V}_L + \vec{C}_2 \vec{I}_L \quad (3)$$

$$\vec{S}_2 = \vec{C}_3 \vec{V}_L + \vec{C}_4 \vec{I}_L \quad (4)$$

Todavia, como o relé trabalha com as grandezas no secundário dos transformadores de corrente (Tc's) e transformadores de potencial (TP's), temos:

$$\vec{S}_1 = \vec{k}_1 \vec{V}_{L_s} + \vec{k}_2 \vec{I}_{L_s} \quad (5)$$

$$\vec{S}_2 = \vec{k}_3 \vec{V}_{L_s} + \vec{k}_4 \vec{I}_{L_s} \quad (6)$$

onde:

$$\vec{V}_{L_s} = \frac{\vec{V}_L}{NTP} \quad (7)$$

$$\vec{I}_{L_s} = \frac{\vec{I}_L}{NTC} \quad (8)$$

Assim se $\vec{Z}_{L_s} = \frac{\vec{V}_{L_s}}{\vec{I}_{L_s}}$ (9)

tem-se $\vec{Z}_{L_s} = \frac{\vec{V}_{L_s}}{\vec{I}_{L_s}} = \frac{\vec{V}_L}{\vec{I}_L} \frac{NTC}{NTP} = \vec{Z}_L \left(\frac{NTC}{NTP} \right)$ (10)

$$\vec{\beta} = (NTC/NTP) \quad (11)$$

$$\vec{Z}_{L_s} = \vec{\beta} \cdot \vec{Z}_L \quad (12)$$

Isto indica que os ajustes do relé que está conectado do lado secundário dos transdutores devem ser feitos levando em consideração apenas o vetor $\vec{\beta}$. Na verdade os TC's e TP's são assumidos sem erros de fase e relação e β é, normalmente, calculado pela relação de dois números puros, dados pelas placas dos transdutores.

Na prática temos normalmente:

\vec{k}_1, \vec{k}_3 como números escalares
 \vec{k}_2, \vec{k}_4 como vetores impedâncias réplicas da linha que são representados por \vec{Z}_{R_1} e \vec{Z}_{R_2} , referidos ao secundário pela constante β

Portanto:

$$\vec{S}_1 = \vec{k}_1 \vec{V}_{L_s} + \vec{Z}_{R_1} \vec{I}_{L_s} = a + jb = S_1 \angle \alpha_1 \quad (13)$$

$$\vec{S}_2 = \vec{k}_3 \vec{V}_{L_s} + \vec{Z}_{R_2} \vec{I}_{L_s} = c + jd = S_2 \angle \alpha_2 \quad (14)$$

Usando-se a tensão de fase como referência, tem-se:

$$\vec{V}_{L_s} = V_{L_s} \angle 0 \quad (15)$$

$$\vec{I}_{L_s} = I_{L_s} \angle -\theta_L \quad (16)$$

$$\vec{Z}_{R_1} = Z_{R_1} \angle \theta_1 \quad (17)$$

$$\vec{Z}_{R_2} = Z_{R_2} \angle \theta_2 \quad (18)$$

3.- OBTENÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS PELA TÉCNICA DE COMPARAÇÃO DE FASE

O critério de operação é que o defasamento " λ " entre os dois fasores ($\lambda = \alpha_1 - \alpha_2$) esteja dentro de um valor previamente ajustado. Tipicamente utiliza-se $\pm 90^\circ$.

$$\text{Assim: } -90 \leq \lambda \leq +90 \quad (19)$$

Portanto:
$$\frac{\vec{S}_1}{S_2} = \frac{ac + bd + j(bc - ad)}{c^2 + d^2} = \frac{S_1 \angle \lambda}{S_2} \quad (20)$$

$$\cos \lambda = \frac{ac + bd}{(ac+bd)^2 + (bc-ad)^2} \quad (21)$$

Para $\cos \lambda \geq 0$, implica em:

$$ac + bd \geq 0 \quad (22)$$

sendo V_{L_s} o vetor referência, segue:

$$\vec{S}_1 = K_1 V_{L_s} + Z_{R_1} I_{L_s} \angle \theta_1 - \phi_L \quad (23)$$

$$\vec{S}_2 = K_3 V_{L_s} + Z_{R_2} I_{L_s} \angle \theta_2 - \phi_L \quad (24)$$

$$\therefore \vec{S}_1 = K_1 V_{L_s} + Z_{R_1} I_{L_s} \cos(\theta_1 - \phi_L) + j Z_{R_1} I_{L_s} \sin$$

$$(\theta_1 - \phi_L) = a + jb \quad (25)$$

$$\vec{S}_2 = K_3 V_{L_s} + Z_{R_2} I_{L_s} \cos(\theta_2 - \phi_L) + j Z_{R_2} I_{L_s} \sin$$

$$(\theta_2 - \phi_L) = c + jd \quad (26)$$

assim:

$$(ac+bd) = [K_1 V_{L_s} + Z_{R_1} I_{L_s} \cos(\theta_1 - \phi_L)] [K_3 V_{L_s} + Z_{R_2} I_{L_s} \cos(\theta_2 - \phi_L)] + [Z_{R_1} I_{L_s} \sin(\theta_1 - \phi_L)] [Z_{R_2} I_{L_s} \sin(\theta_2 - \phi_L)] \quad (27)$$

Para o critério de operação tem-se:

$$K_1 K_3 V_{L_s}^2 + V_{L_s} I_{L_s} [K_1 Z_{R_2} \cos(\theta_2 - \phi_L) + K_3 Z_{R_1} \cos(\theta_1 - \phi_L)] + Z_{R_1} Z_{R_2} I_{L_s}^2 \cos(\theta_1 - \theta_2) \geq 0 \quad (28)$$

Dividindo-se a equação anterior por $V_{L_s}^2$ e sabendo-se que $(V_{L_s} / I_{L_s}) = Z_{L_s}$, tem-se:

$$K_1 K_3 Z_{L_S}^2 + Z_{L_S} [K_1 Z_{R_2} \cos(\theta_2 - \phi_L) + K_3 Z_{R_1} \cos(\theta_1 - \phi_L)] + Z_{R_1} Z_{R_2} \cos(\theta_1 - \theta_2) \geq 0 \quad (29)$$

A partir da análise dessa equação e lembrando que:

$$\vec{S}_1 = \vec{K}_1 \vec{V}_{L_S} + \vec{Z}_{R_1} \vec{I}_{L_S} \quad (30)$$

$$\vec{S}_2 = \vec{K}_3 \vec{V}_{L_S} + \vec{Z}_{R_2} \vec{I}_{L_S} \quad (31)$$

atribui-se valores específicos para as constantes de modo a se obter as características clássicas dos relés.

3.1. CARACTERÍSTICAS OHM

A característica é obtida fazendo-se $K_1 = -K$, $K_2 = 0$, $\vec{Z}_{R_1} = \vec{Z}_{R_2} = Z_R \angle \theta$

$$\vec{S}_1 = -K \vec{V}_{L_S} + \vec{Z}_R \vec{I}_{L_S} \quad (32)$$

$$\vec{S}_2 = \vec{Z}_R \vec{I}_{L_S} \quad (33)$$

A equação 29 torna-se:

$$-Z_{L_S} K Z_R \cos(\theta - \phi_L) + Z_R^2 \geq 0 \quad (34)$$

$$Z_{L_S} \cos(\theta - \phi_L) \leq \frac{Z_R}{K} \quad (35)$$

A figura 3 indica a característica do relé.

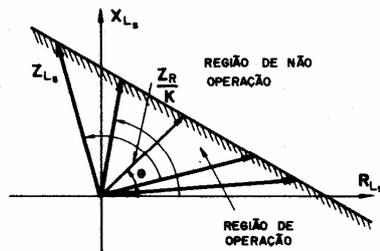


Figura 3 - Característica do Relé Ohm.

3.2.- CARACTERÍSTICA DE REATÂNCIA

É uma particularidade do caso Ohm para $\theta =$

$$\frac{\pi}{2}$$

Neste caso tem-se:

$$\vec{S}_1 = -K \vec{V}_{L_S} + j X \vec{I}_{L_S} \quad (36)$$

$$S_2 = j X \vec{I}_{L_S} \quad (37)$$

E a equação 29 torna-se:

$$Z_{L_S} \text{sen} \phi_L \leq \frac{X_R}{K} \quad (38)$$

A figura 4 indica a característica do relé.

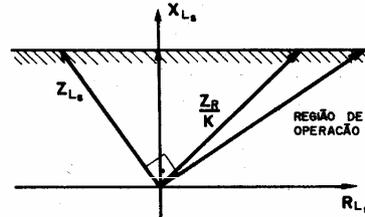


Figura 4 - Característica do relé.

3.3. CARACTERÍSTICA DE IMPEDÂNCIA COM OFF SET

É obtida fazendo-se $K_1 = K$, $K_3 = -K$, $\theta_1 = \theta_2 = \theta$ e neste caso obtém-se:

$$\vec{S}_1 = K \vec{V}_{L_S} + \vec{Z}_{R_1} \vec{I}_{L_S} \quad (39)$$

$$\vec{S}_2 = -K \vec{V}_{L_S} + \vec{Z}_{R_2} \vec{I}_{L_S} \quad (40)$$

Para essas condições a equação 29 torna-se:

$$-K^2 Z_{L_S}^2 + K Z_{L_S} Z_{R_2} \cos(\theta - \phi_L) - K Z_{L_S} Z_{R_1} \cos(\theta - \phi_L) + Z_{R_1} Z_{R_2} \geq 0 \quad (41)$$

que representa a equação de um círculo com as seguintes características:

- Raio: $(Z_{R_1} + Z_{R_2}) \frac{2K}{2}$

- Centro: $\frac{Z_{R_2} - Z_{R_1}}{2K} \angle \theta$

A figura 5 indica a característica do relé.

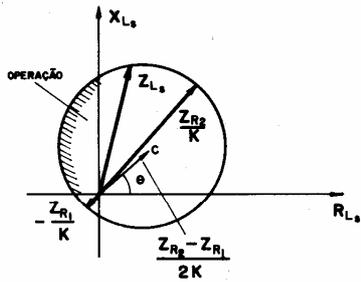


Figura 5 . Característica do relé de impedância com OFF-SET.

Este tipo de característica dá origem a dois casos particulares de relés, que são o de impedância pura e o mho.

3.4. CARACTERÍSTICA DE IMPEDÂNCIA PURA

Neste caso faz-se $Z_{R1} = Z_{R2} = Z_R$, o que implica que o centro está na origem. Resulta:

$$\vec{S}_1 = K\vec{V}_{L_S} + \frac{Z_R}{K}\vec{I}_{L_S} \quad (42)$$

$$\vec{S}_2 = -K\vec{V}_{L_S} + \frac{Z_R}{K}\vec{I}_{L_S} \quad (43)$$

Assim a equação 29 transforma-se em:

$$R_{L_S}^2 + X_{L_S}^2 \leq \left(\frac{Z_R}{K}\right)^2 \quad (44)$$

A figura 6 indica a característica do relé.

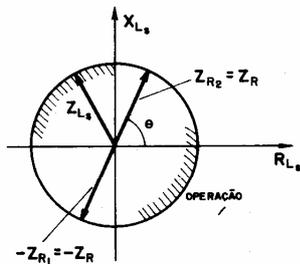


Figura 6. Característica do relé de impedância.

3.5. CARACTERÍSTICA MHO

Neste caso $Z_{R1} = 0$ e $Z_{R2} = Z_R$. Desta forma o raio do círculo vale $(Z_R/2K)$ e passa pela origem, uma vez que o centro tem o mesmo valor do raio. Assim tem-se:

$$\vec{S}_1 = K\vec{V}_{L_S} \quad (45)$$

$$\vec{S}_2 = -K\vec{V}_{L_S} + \frac{Z_R}{K}\vec{I}_{L_S} \quad (46)$$

A equação 29 torna-se:

$$-K^2 Z_{L_S}^2 + KZ_{L_S} Z_R \cos(\theta - \phi_{L_S}) \geq 0 \quad (47)$$

A figura 7 indica a característica.

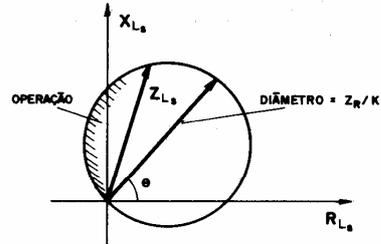


Figura 7 - Característica do relé Mho.

4.- SIMULADOR DE RELÉS ESTÁTICOS

O simulador de Relés Estáticos foi idealizado para atender ao ensino e à treinamentos de engenheiros e técnicos de empresas de energia elétrica. Sua utilização foi idealizada com um texto específico e desta forma a aprendizagem se processa eficiente, gradativa e fácil.

O equipamento é portátil, de fácil manuseio e pode, inclusive, ser utilizado em uma simples mesa de escritório, facilitando a realização do ensino "in Company". Ele é composto das seguintes partes: Protoboard, Defasador 0-360°, Fontes D.C. Reguladas, Gerador de Sinais, Cronômetro e Medidor de Defasagem. A figura 8 ilustra o simulador. Como o simulador trabalha com sinais em níveis menores que 15 volts, normalmente a simulação é feita escalando-se as grandezas dos secundários dos TP's e Tc's.

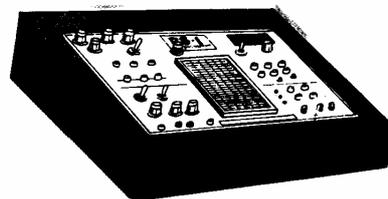
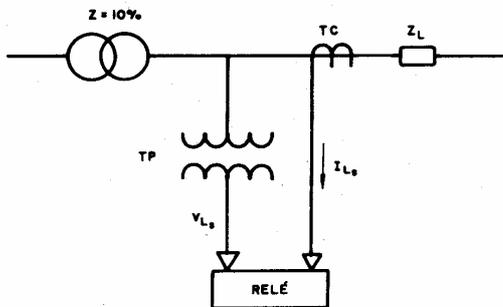


Figura 8. - Simulador de Relés Estáticos.

5.- RESULTADOS DE LABORATÓRIO

5.1.- CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA SIMULADO

Trata-se de um sistema infinito ligado a uma linha, através de um transformador. As características estão indicadas na figura 9.



Z = (0,259 + j0,786) Ω/milha
 NTC = 600/5 ampéres = 120
 NTP = 138000/115 volts = 1200

Figura 9.- Sistema Elétrico

5.2. ESCALAMENTO DAS GRANDEZAS

Os sinais S₁ e S₂ foram escalados por 20 para tornarem-se compatíveis com o nosso simulador.

Assim:

$$\hat{S}'_1 = \hat{K}_1 \frac{\hat{V}_{Ls}}{20} + Z_{R1} \frac{\hat{I}_{Ls}}{20} \quad (48)$$

$$\hat{S}'_2 = \hat{K}_3 \frac{\hat{V}_{Ls}}{20} + Z_{R2} \frac{\hat{I}_{Ls}}{20} \quad (49)$$

onde, durante a falta na linha, foi considerado que a tensão é mantida e a corrente podia crescer até 10 vezes o valor nominal.

Assim:

$$\frac{V_{Ls}}{20} = \frac{115}{20} = 5,75 \text{ volts, representando a tensão do sistema na simulação.}$$

$$\frac{I_{Ls}}{20} = \frac{5 \cdot 10}{20} = 2,5 \text{ volts, representando a corrente do sistema na simulação.}$$

Impedância para ajuste do relé:

$$Z_{Ls} = ZL \frac{NTC}{NTP} \quad (50)$$

5.3.- CIRCUITO USADO PARA SIMULAÇÃO

O circuito completo está indicado na figura 10.

O circuito, basicamente, é composto de uma parte que permite equacionar as variáveis de modo a montar as equações (48) e (49).

Antes da comparação de fase os sinais são colocados em circuitos compostos de amplificadores operacionais alimentados com ± 5 volts. Assim, as entradas do "gate" não-ou, tornam-se ondas quadradas, permitindo uma comparação em fase totalmente independente de amplitude dos sinais.

A tabela verdade para o não-ou exclusivo' é:

| S' ₁ | S' ₂ | SAIDA "y" |
|-----------------|-----------------|-----------|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

$$y = \overline{S'_1 S'_2} + S'_1 S'_2$$

As ondas quadradas que saem do circuito não-ou são então colocadas em um circuito integrador que permite o ajuste de temporização de operação do relé.

Finalmente a saída do integrador é comparada com um valor referência e um "led" indica a operação do relé.

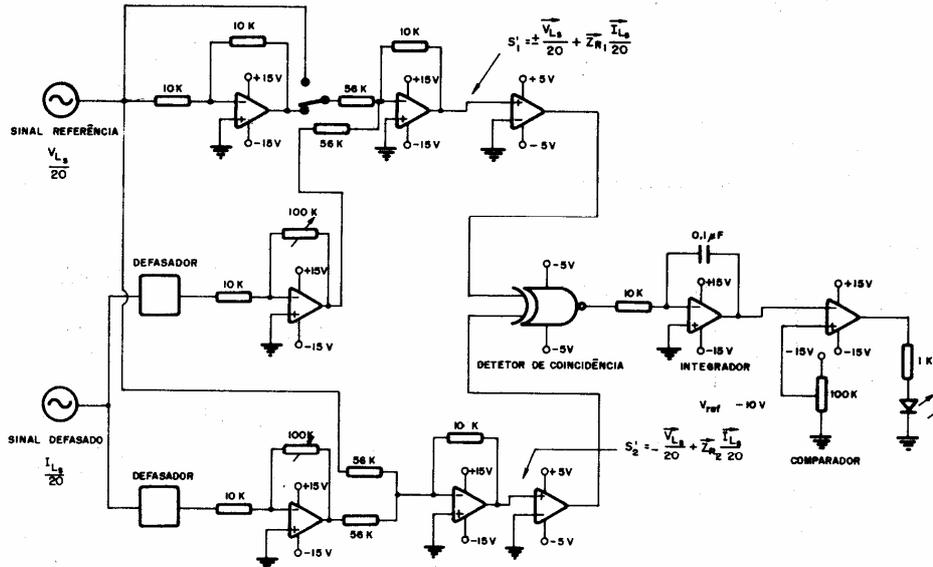


Figura 10.- Circuito para obtenção das características polares.

5.4.- LEVANTAMENTO DA CARACTERÍSTICA DO RELÉ OHM

Neste caso assumiu-se que a linha tem 50 milhas, e assim a impedância referente a 80 % de primeira zona, referida ao secundário será: $\vec{Z}_{L_s} = 3,3 \angle 72^\circ$

Neste caso adotamos:

$$\vec{K}_1 = -1, \vec{Z}_{R_1} = \vec{Z}_{R_2} = \vec{Z}_{L_s}, \vec{K}_3 = 0$$

as equações 48 e 49, tornam-se:

$$\vec{S}'_1 = \frac{-\vec{V}_{L_s}}{20} + \vec{Z}_{L_s} \frac{\vec{I}_{L_s}}{20} \quad (51)$$

$$\vec{S}'_2 = \vec{Z}_{L_s} \frac{\vec{I}_{L_s}}{20} \quad (52)$$

A característica obtida no laboratório está indicada na figura 11.

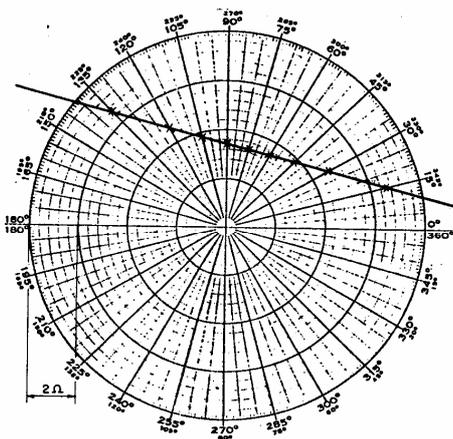


Figura 11.- Característica obtida no laboratório para o relé ohm.

5.5.- LEVANTAMENTO DA CARACTERÍSTICA DO RELÉ DE REATÂNCIA

Considerou-se a linha de 50 milhas e adotou-se o alcance de 1ª zona 80%, a impedância referida ao secundário foi de $3,3 \angle 72^\circ$. A característica foi obtida, fixando-se $\vec{Z}_{L_s} = 3,3 \angle 90^\circ$.

Neste caso, adotamos:

$$\tilde{K}_1 = -1, \tilde{Z}_{R_1} = \tilde{Z}_{R_2} = \tilde{Z}_{L_S}, K_3 = 0$$

A característica obtida no laboratório está indicada na figura 12.

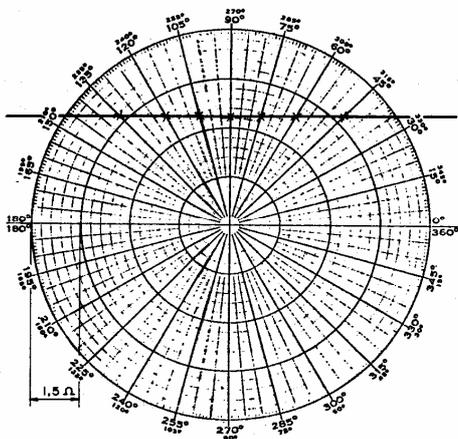


Figura 12.- Característica obtida no laboratório para o relé de Reatância.

5.6.- LEVANTAMENTO DA CARACTERÍSTICA DO RELÉ DE IMPEDÂNCIA COM OFF SET

Assumiu-se, ainda, a linha de 50 milhas e adotou-se:

$K_1=1, K_3=-1, Z_{R_1}=1,1 \angle 36^\circ$, e, utilizando-se a equação 28 obteve-se

$$Z_{R_2} = 3,66 \Omega.$$

A característica obtida em laboratório está indicada na figura 13.

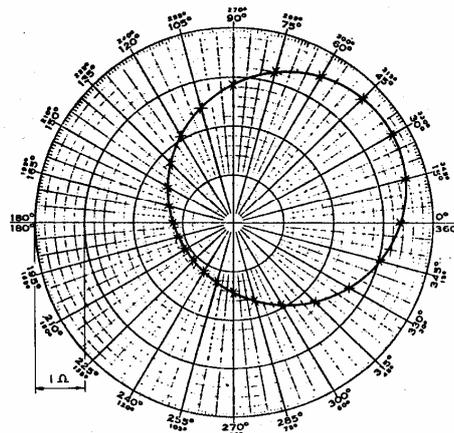


Figura 13.- Característica obtida no laboratório do relé de impedância com Off-Set.

5.7.- LEVANTAMENTO DA CARACTERÍSTICA DO RELÉ DE IMPEDÂNCIA PURA

Assumiu-se, ainda, a mesma linha, a característica foi obtida particularizando-se a equação usada para o caso de impedância com "off-set", fez-se $Z_{R_1}=Z_{R_2}=Z_{L_S}=3,3 \angle 72^\circ$. A característica obtida no laboratório está indicada na figura 14.

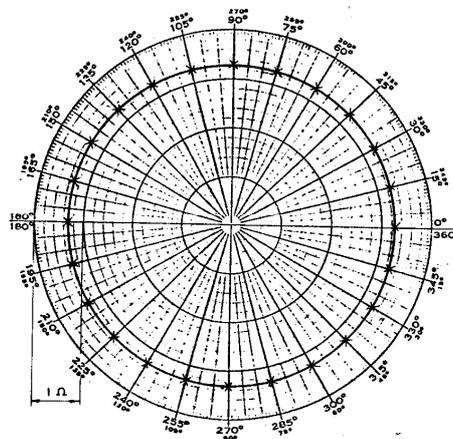


Figura 14.- Característica obtida no laboratório do relé de impedância pura.

5.8.- LEVANTAMENTO DA CARACTERÍSTICA DO RELÉ MHO

O relé mho é, também, um caso particular do relé de impedância com off set quando se faz ($K_1=1, K_3=-1, \vec{z}_{R_1}=0, \vec{z}_{R_2}=\vec{z}_R$).

Observando-se a figura 15 e considerando - se que $\vec{z}_{L_S} = 3,3 \angle 72^\circ$, e para o diâmetro do círculo na linha de 36° , obteve-se $\vec{z}_R = 4,1 \angle 36^\circ$

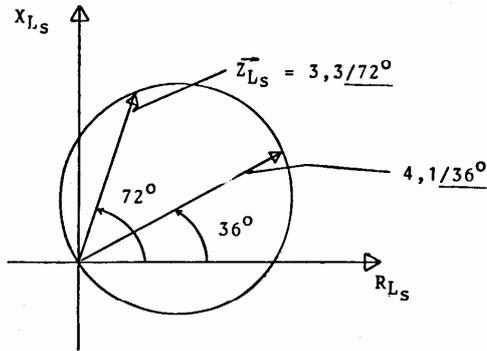


Figura 15.- Característica do Relé MHO, com diâmetro em 36° .

A característica obtida no laboratório está indicada na figura 16.

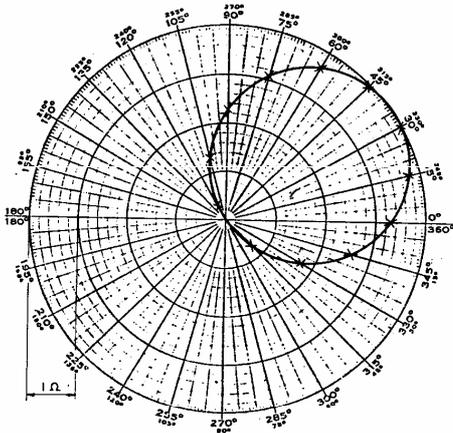


Figura 16.- Característica obtida no laboratório do Relé MHO.

6.- CONCLUSÕES

O trabalho introduz os conceitos matemáticos para construção das características polares dos relés: ohm, reatância, impedância pura "off-set" e mho, e apresenta um circuito, onde, de uma maneira simples, pode-se obter as várias características pela técnica da comparação de fases..

Os resultados de laboratório foram obtidos utilizando-se um simulador que foi especialmente projetado para facilitar o ensino da nova tecnologia de relés estáticos. Os resultados de laboratório apresentados estão de acordo com a teoria e com boa precisão.

BIOGRAFIA: Paulo Sérgio Pereira, nascido em Santos/SP-Brasil em 1951. Engenheiro Eletricista (EFEI) em 1975, Matemático (FAFI) em 1976, Mestre em Engenharia Elétrica em 1977, e PhD-Universidade de Manchester-UMIST-1980. Desde então tem ministrado aulas, realizado consultorias e coordenado pesquisas nas áreas de Proteção e Controle de Sistemas Elétricos. Atualmente está com a Universidade Federal de Uberlândia-MG-Brasil.