

UNA REVISION DE LAS METODOLOGIAS UTILIZADAS EN LA  
PLANIFICACION DE LA OPERACION A LARGO PLAZO DE SEP.

GALO NINA  
DOSNI-INECEL

RESUMEN

El problema de la planificación de la producción de los sistemas eléctricos de potencia da lugar a problemas computacionales formidables que por razones de viabilidad computacional debe ser descompuesto temporalmente en horizontes de planificación a largo, medio y corto plazo. Esta es una descomposición de tipo jerárquico que permite el control en los ciclos estacionales hidráulicos y de la demanda eléctrica, cada uno de los cuales se resuelve independientemente tomando en cuenta las interacciones entre ellas.

El propósito de este trabajo es revisar las metodologías utilizadas en el horizonte de planificación a largo plazo con un énfasis especial en los algoritmos utilizados para reducir el esfuerzo computacional empleado.

INTRODUCCION

La planificación de la producción de un sistema eléctrico de potencia tiene como objetivo principal la determinación de cuanto, cuando y como producir de tal manera de minimizar los costos de producción a lo largo del período de planificación, manteniendo un grado de confiabilidad adecuado.

Para la planificación de la producción se asume que los sistemas de generación, transmisión y transformación, además de los contratos de intercambio son conocidos y la mejor utilización de estos sistemas tiene que ser obtenida. Para esto se deben tomar muchas decisiones como por ejemplo: el manejo de los embalses, la utilización de las unidades de generación tando hidro como termoeléctricas, los intercambios de energía, las ventas y compras entre empresas eléctricas, la programación de los mantenimientos y los inventarios de combustibles necesarios entre otros.

Mucha información es requerida para tomar todas las decisiones que están implícitas en esta planificación, muchas veces esta información debe ser mensual anual u horaria.

En base a estas consideraciones es obvio que esta planificación da lugar a problemas computacionales formidables que por razones de viabilidad computacional deben ser descompuestos temporalmente en horizontes de planificación a largo, medio y corto plazo. Esta es una descomposición de tipo jerárquico que permite el control en los ciclos estacionales hidráulicos y de la demanda eléctrica (diarios, mensuales, anuales y multianuales) cada uno de los cuales se resuelve independientemente llevando en cuenta las interacciones entre ellos, y usando diferentes metodologías relacionadas fundamentalmente con la aleatoriedad de las variables involucradas.

Los intervalos de tiempo asumidos en los estudios de planificación de la producción en nuestro medio son mostrados en la figura No.1.

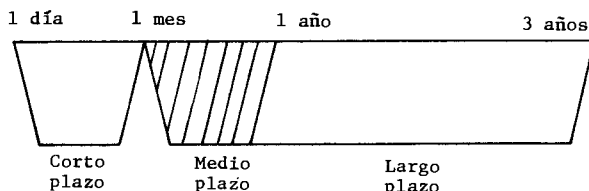


Figura 1 Descomposición de la planificación de la producción

La planificación a largo plazo tiene como objetivo la determinación de la evolución de los grandes reservorios del sistema, de manera de satisfacer la demanda al menor costo de producción y con una determinada probabilidad de déficits de energía en el futuro.

Como resultado de esta planificación se obtienen los valores incrementales de la energía almacenada para todos los embalses del sistema durante el período de planificación o lo que es lo mismo los niveles de generación que se deben cumplir al final de este período, que son datos que se interrelacionan con el medio plazo.

En esta planificación se deben considerar las afluencias estocásticas, la previsión de la demanda, los límites hidráulicos y eléctricos, la potencia máxima, los costos de producción y las previsiones de disponibilidades de las unidades hidro y termoeléctricas.

Debido a que es imposible tener una previsión perfecta de las sequencias futuras de las afluencias y también de la demanda, este problema es esencialmente estocástico. La existencia de múltiples reservorios interconectados y la necesidad de una optimización de múltiples etapas caracteriza el problema como de gran tamaño. Finalmente la función objetivo es no lineal debido no únicamente a los costos de producción térmica que son no lineales sino también a las expresiones que relacionan la producción hidroeléctrica con la afluencia y el nivel de los embalses.

Los métodos utilizados para la solución del problema de planificación en el largo plazo son variados pudiendo mencionarse, simulaciones numéricas, programación dinámica, programación no lineal, y teoría de control óptimo.

El presente trabajo es una revisión de los métodos que en los últimos años han sido utilizados para esta planificación. La formulación más simple para un solo embalse es presentada en la segunda sección; en la tercera sección se trata la teoría de la agregación que es un método utilizado para resolver el problema de la dimensionalidad que se plantea al utilizar la programación dinámica; en la cuarta sección se discute la operación de embalses en paralelo y finalmente en la sección quinta la obtención de los costos de producción es revisada.

FORMULACION POR PROGRAMACION DINAMICA ESTOCASTICA

El objetivo de la planificación a largo plazo es la obtención de la política de operación de los embalses este problema puede ser planteado como un proceso de decisiones secuenciales cuya solución será obtenida utilizando programación dinámica.

En la formulación más usual la política óptima de operación es establecida en función del estado del embalse, dado por el volumen almacenado y alguna información acerca de la afluencia al mismo y usa programación dinámica estocástica.

La formulación siguiente, Nina G, 1982, puede ser utilizada si el pronóstico de la afluencia está disponible al inicio de cada período.

Estado: El volumen almacenado en el embalse al inicio del período  $V_K$ , y la afluencia incremental al embalse durante el período  $K$ ,  $A_K$ , que da alguna clase de información sobre la tendencia hidrológica.

Decisión: Es la salida a través de las turbinas  $Q_K$

Ecuación de transición de estado:

$$V_{K+1} = V_K + A_K - Q_K$$

Conjunto de estados viables:

$$\underline{V}_K \leq V_K \leq \bar{V}_K$$

que son los niveles inferiores  $\underline{V}_K$  y superiores del embalse  $\bar{V}_K$

conjunto de decisiones viables:

$$\underline{Q}_K \leq Q_K \leq \bar{Q}_K$$

donde  $\underline{Q}_K$  y  $\bar{Q}_K$  son las salidas mínimas y máximas de la salida a través de las turbinas.

Costo elemental:  $C_K(Q_K)$  corresponde al costo de operación para satisfacer la demanda con las unidades de generación hidro y termoeléctricas.

Ecuación de Recursión

$$\bar{J}_K[V_K, A_K] = \min_{Q_K} \{ C_K(Q_K) + \sum_{A_{K+1}} P[A_{K+1} | A_K] \bar{J}_{K+1}[V_K + A_K - Q_K, A_{K+1}] \}$$

Donde  $P[A_{K+1} | A_K]$  es la probabilidad condicional

de tener la afluencia  $A_{K+1}$  dado  $A_K$

Ejemplo: Se considera un problema de tres etapas, cada etapa tiene únicamente dos valores discretos de las afluencias  $A_K$  y dos valores del volumen almacenado  $V_K$ . La tabla 1 da los valores de las afluencias y volúmenes discretizados en las tres etapas.

TABLA 1

|       |    |    |    |    |
|-------|----|----|----|----|
| K     | 1  | 2  | 3  | 4  |
| $A_K$ | 10 | 30 | 10 | 30 |
|       | 20 | 40 | 20 | 40 |
| $V_K$ | 20 | 10 | 20 | 10 |
|       | 30 | 20 | 30 | 20 |

Las probabilidades de transición están dadas en la Tabla 2.

TABLA 2

| Período 1 | PERIODO 2 |         | PERIODO 3 |                 |
|-----------|-----------|---------|-----------|-----------------|
|           | $A_{K+1}$ | 30 40   | Período 2 | $A_{K+1}$ 10 20 |
| $A_K$     |           |         | $A_K$     |                 |
| 10        |           | 0.7 0.3 | 30        | 0.6 0.4         |
| 20        |           | 0.2 0.8 | 40        | 0 1.0           |

Para el caso de este ejemplo, el costo elemental será  $C_K(Q_K) = Q_K^2$  y la ecuación de recursión será:

$$\bar{J}_K[V_K, A_K] = \min_{Q_K} [Q_K^2 + \sum P[A_{K+1} | A_K]$$

$$\bar{J}_{K+1}[V_K + A_K - Q_K, A_{K+1}]] \quad y$$

$$\bar{J}_3[V_3, A_3] = \min_{Q_3} Q_3^2 \quad \text{A continuación siguen}$$

los cálculos recursivos

Etapas 3  $\bar{J}_3[V_3, A_3] = \min_{Q_3} Q_3^2$

| $V_u$ | $A_u$ | 10   | 10   | 20   | 20   | $\bar{J}^*$ | $Q^*$ |
|-------|-------|------|------|------|------|-------------|-------|
| $V_3$ | $A_3$ |      |      |      |      |             |       |
| 20    | 10    | 400  | 400  | 100  | 100  | 100         | 10    |
| 20    | 20    | 900  | 900  | 400  | 400  | 400         | 20    |
| 30    | 10    | 900  | 900  | 1600 | 1600 | 900         | 30    |
| 30    | 20    | 1600 | 1600 | 900  | 900  | 900         | 30    |

$$\bar{J}_2[V_2, A_2] = \min_{Q_2} \{ Q_2^2 + \sum_{A_3} P[A_3 | A_2] \bar{J}_3[V_2 + A_2 - Q_2, A_3] \}$$

Etapa 2

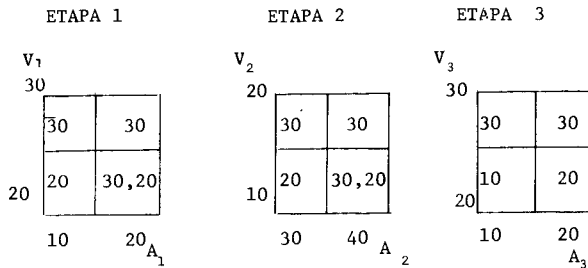
|                |                | V <sub>3</sub> | 20   | 30   | J*   | Q*    |
|----------------|----------------|----------------|------|------|------|-------|
| V <sub>2</sub> | A <sub>2</sub> |                |      |      |      |       |
| 10             | 30             |                | 620  | 1000 | 620  | 20    |
| 10             | 40             |                | 1300 | 1300 | 1300 | 30,20 |
| 20             | 30             |                | 1120 | 1300 | 1120 | 30    |
| 20             | 40             |                | 2000 | 1800 | 1800 | 30    |

$$\bar{J}_1 [V_1, A_1] = \min_{Q_1} \{ Q_1^2 + \sum P [A_2 | A_1] \bar{J}_2 [V_1 + A - Q_1, A_2] \}$$

Etapa 1

|                |                | V <sub>2</sub> | 10   | 20   | J*   | Q*    |
|----------------|----------------|----------------|------|------|------|-------|
| V <sub>1</sub> | A <sub>1</sub> |                |      |      |      |       |
| 20             | 10             |                | 1224 | 1424 | 1224 | 20    |
| 20             | 20             |                | 2064 | 2064 | 2064 | 30,20 |
| 30             | 10             |                | 1724 | 2444 | 1724 | 30    |
| 30             | 20             |                | 2764 | 2564 | 2564 | 30    |

La solución óptima será:



TECNICAS DE AGREGACION

La solución de la ecuación de recurrencia utilizada en la Programación Dinámica Estocástica usualmente requiere la discretización del espacio de estado, lo que trae como consecuencia que el número de estados discretizados y por tanto el esfuerzo computacional se incrementa exponencialmente con el número de variables de estado. Esto significa que la solución de la ecuación de recurrencia no es viable desde el punto de vista del esfuerzo computacional, aún para un número pequeño de embalses. Por lo tanto es necesario desarrollar métodos que sean útiles para aproximar la solución del problema de operación con un costo computacional razonable. Una estrategia frecuentemente utilizada es reducir el número de variables de estado por agregación del almacenamiento en los embalses del sistema bajo estudio.

A continuación se describen los conceptos fundamentales del método de agregación cuyo objetivo principal es conseguir una representación por medio de un sólo embalse de un sistema de múltiples embalses, el cual reciba, guarde y libere energía potencial y además obtener una función de generación

denominada productividad, que relacione la energía potencial liberada con la potencia generada.

PRODUCTIVIDAD

La potencia generada en una planta hidroeléctrica considerada como función del agua liberada depende de la altura total; esto es la diferencia entre el nivel actual y el de descarga; figura 2 y de la eficiencia total de la planta. La manera por la cual esos factores tienen influencia en la productividad se discute inmediatamente para un caso idealizado.

Considérese un embalse con paredes verticales y un fondo plano, de tal manera que la altura del agua en el embalse es una función lineal del volumen.

NIVEL ACTUAL - VOLUMEN MAXIMO

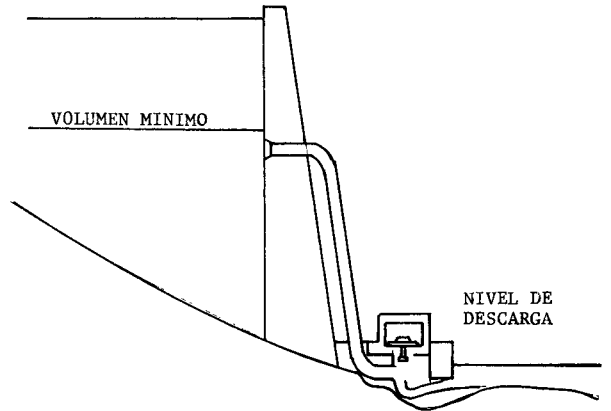


Figura 2. Esquema simplificado de una unidad de generación hidroeléctrica con embalse.

Considérese también que el nivel de descarga aumenta linealmente con el agua pasando por las turbinas Q. La potencia P está dada entonces por:

$$P = \eta K(aV - bQ)Q$$

en donde V es el volumen del agua almacenada, aV es la altura actual del embalse, bQ es la altura del nivel de descarga, (aV - bQ) es la altura total, η es la eficiencia del conjunto turbina-generador y K es una constante que depende del tipo de turbina.

La potencia en función del turbinamiento Q se ilustra en la figura 3 para diferentes cantidades de agua almacenada, la curva S<sub>1</sub> para un volumen V<sub>1</sub>, y la curva S<sub>2</sub> para un volumen V<sub>2</sub>, siendo que

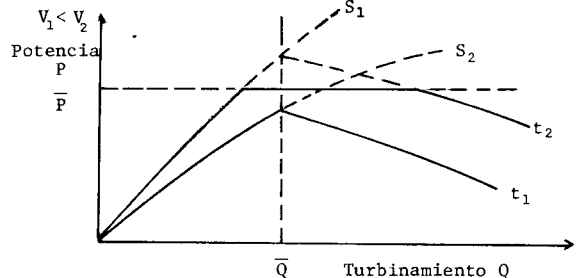


FIGURA 3 PRODUCTIVIDAD PARA UN CASO IDEAL

Para turbinas de capacidad limitada la potencia puede aumentar hasta el punto en que el turbinamiento  $Q$  es igual a la capacidad máxima de turbinamiento  $\bar{Q}$ . Un turbinamiento mayor que  $\bar{Q}$  contribuye solamente al aumento del nivel de descarga pero no a la potencia. Para turbinamientos mayor que  $\bar{Q}$  la generación es dada por las curvas  $t_1$  y  $t_2$  que corresponden a los volúmenes  $V_1$  y  $V_2$  respectivamente.

La capacidad máxima  $\bar{P}$  de los generadores también puede ser un factor limitante en la generación. como se muestra en la figura 3, para un almacenamiento igual a  $V_2$  las potencias para los dos volúmenes  $V_1$  y  $V_2$  están dadas por las líneas de trazo continuo en la figura 3.

Se denomina productividad entonces a la función  $p(V, Q)$  definida como

$$P(V, Q) = \eta K (aV - bQ)$$

para el caso ideal y

$$P(V, Q) = 10^{-3} g \eta_T \eta_G h_\ell$$

en general, donde  $g$  es la constante gravitacional,  $\eta_T$  eficiencia de la turbina,  $\eta_G$  eficiencia del generador y  $h_\ell$  la altura total o neta.

Las siguientes definiciones tienen por objeto caracterizar la representación en un sólo embalse de los múltiples embalses de un sistema, el cual se denomina Embalse Equivalente y su característica principal la Energía Almacenada.

#### EMBALSE EQUIVALENTE

Es un embalse ficticio que reproduce las características del sistema completo.

#### ENERGIA ALMACENADA EN EL SISTEMA

Es la energía total que puede ser generada turbinando toda el agua de todos los embalses; con afluencias incrementales nulas, (afluencias naturales llegando a cada uno de los embalses) siguiendo una política de operación razonable.

Como se destacó anteriormente la productividad es una función tanto del volumen  $V$  como del turbinamiento  $Q$ , sin embargo a fin de tener un tratamiento más simplificado del sistema se desprecia la variación del nivel de descarga en la productividad.

La Energía Almacenada en el sistema va a depender entonces, de la forma en que se defina la productividad y de la política de operación adoptada. En el análisis de la Energía Almacenada se pueden adoptar dos definiciones para caracterizar completamente al sistema, el volumen almacenado en cada embalse  $V_i$  y el porcentaje del volumen almacenado  $V_i / \bar{V}_i$ , estas representaciones del sistema se denominan estado.

De esta manera analizaremos la Energía Almacenada para:

- La productividad independiente del estado
- La productividad dependiente del estado y la Operación del sistema "en paralelo"
- La productividad dependiente del estado y la operación del sistema parametrizado.

#### PRODUCTIVIDAD INDEPENDIENTE DEL ESTADO

Se analizará la Energía Almacenada en primer lugar para un embalse aislado.

#### EMBALSE AISLADO

La Energía almacenada es definida como la energía que puede ser generada cuando se pasa toda el agua almacenada por las turbinas con afluencias nulas.

Por lo tanto como

$$P_i = p_i(V) Q_i = p_i Q_i$$

$$y \quad Q_i = -\frac{dV_i}{dt}, \quad P_i = \frac{dE_i}{dt}$$

$$\frac{dE_i}{dt} = -p_i \frac{dV_i}{dt}$$

$$E_i = \int_0^V -p_i dv = \int_0^{V_i} p_i dv = p_i V_i$$

si se toma  $\lambda_i = \frac{V_i}{\bar{V}_i}$  como estado se tiene:

$$E_i = \bar{V}_i \int_0^{\lambda_i} p_i d\lambda = \bar{V}_i p_i \lambda_i$$

un concepto muy importante es el de productividad equivalente  $\bar{p}_i$  que es numéricamente igual a la energía generada por una unidad de agua saliendo del embalse  $i$  pasando por todas las turbinas aguas abajo de  $i$ .

#### VARIOS EMBALSES

Como las productividades son independientes de los estados es indiferente para el embalse  $i$  el modo de operación de los otros embalses y es suficiente saber que eventualmente el agua liberada en  $i$  pasará por todas las turbinas.

Suponiendo que el agua liberada  $Q_i$  en el embalse  $i$  pasa inmediatamente por todos las turbinas aguas abajo la potencia generada por  $Q_i$  está dada por:

$$P_i = \sum_{j \in J_i} p_j Q_i$$

$$\bar{P}_i = \sum_{j \in J_i} p_j$$

y

$$P_i = \bar{P}_i Q_i$$

donde  $J_i$  conjunto de índices de los embalses aguas abajo de  $i$ . Para varios embalses por tanto todo sucede como si el embalse  $i$  estuviese aislado con productividad  $\bar{P}_i$ .

#### PRODUCTIVIDAD DEPENDIENTE DEL ESTADO

La energía almacenada es definida como la energía producida cuando el agua que deja un embalse pasa inmediatamente por todas las turbinas aguas abajo. La imposibilidad de definir de esta manera la Energía Almacenada viene del hecho que no se puede conocer la potencia de los embalses ya que ésta depende del estado del embalse y ésta a su vez depende de la operación adoptada para el sistema total. Dos formas de operación han sido propuestas para resolver este problema, las que se describen a continuación.

#### OPERACION EN PARALELO

En cualquier instante el sistema está caracterizado por el vector de estado

$$[\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p]^T = \left[ \frac{V_1}{\bar{V}_1}, \frac{V_2}{\bar{V}_2}, \dots, \frac{V_p}{\bar{V}_p} \right]^T$$

La operación en paralelo consiste en considerar los estados  $\lambda_i$  iguales esto es  $\lambda = \lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_p$ , lo que significa que los embalses siempre operan al

mismo porcentaje del volumen máximo. El número real  $\lambda \in [0,1]$  caracteriza totalmente el estado del sistema en un instante dado.

El cálculo de la energía almacenada para este caso sigue a continuación

$$\bar{p}_i(\lambda) = \sum_{j \in J_i} p_j(\lambda)$$

y

$$P_i = \bar{p}_i(\lambda) Q_i$$

pero,

$$\lambda_i = \lambda = \frac{V_i}{\bar{V}_i}$$

$$dE_i = -\bar{p}(\lambda_i) dV_i$$

$$E_i = \int_0^{\lambda} \bar{p}_i(\tau) d\tau$$

y la energía almacenada en el sistema será  $\sum_{i=1}^p E_i$

**OPERACION PARAMETRIZADA**

En este caso se supone que para cada embalse se define una función  $f_i: [0,1] \rightarrow [0,1]$  con las siguientes propiedades  $f_i(0) = 0$  y  $f_i(1) = 1$ . Si el estado del sistema  $[\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p]$  es tal que  $\lambda_i = f_i(u)$ ,  $i = 1, \dots, p$ ,  $u \in [0,1]$  caracteriza completamente el estado del sistema Figura 4.

La productividad equivalente y la Energía Almacenada estarán dadas por

$$\bar{p}_i(u) = \sum_{j \in J_i} p_j(u)$$

y

$$E_i = \int_0^u \bar{p}_i(v) \frac{df_i(v)}{dv} dv$$

y la Energía Almacenada en el sistema será

$$\sum_{i=1}^p E_i = EA$$

$i=1$

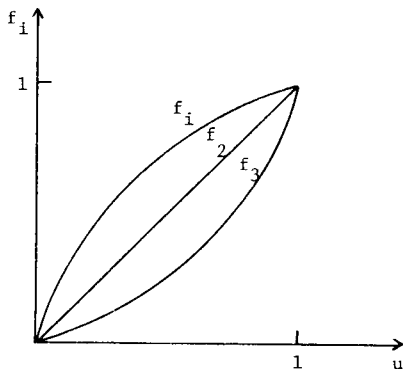


Figura 4. Funciones de Parametrización,  $f_1$  embalse aguas abajo,  $f_2$  corresponde a la operación en paralelo,  $f_3$  embalse aguas arriba.

**LA ENERGIA ALMACENADA COMO VARIABLE DEL ESTADO**

Dada una parametrización  $f_i(u)$  con funciones crecientes  $i=1, \dots, p$  se puede obtener la Energía Almacenada como una función de  $u$ ,  $EA(u)$  que también es creciente y continua y se caracteriza por ser  $EA(0)=0$  y  $EA(1)=EA_{max}$ . Esta curva es inversible y puede definirse entonces la inversa, el estado  $u$  en función de la Energía Almacenada  $u(EA)$  y  $EA$  puede ser utilizada como estado del sistema.

Con esta nueva variable de estado se pueden calcular las funciones de productividad  $p_i(EA)$  y  $\bar{p}_i(EA)$  y el sistema se comporta como un embalse que cede energía al mercado y recibe energía de los ríos.

**EJEMPLO:** El siguiente es un ejemplo del cálculo de la Energía Almacenada cuando la productividad depende del estado para un embalse aislado. El embalse considerado es Pisayambo. En general la productividad está dada por:

$$p = 10^{-3} \eta_g \eta_T \eta_G \eta_L h$$

Esta ecuación para el caso de Pisayambo será

$$p = 10^{-3} \frac{8.2 \times 0.7305}{2.63} = 10^{-3} \times 2.2776 h$$

La Energía Almacenada por otro lado está dada por

$$E = \int_0^V p dv$$

o transformando a ecuaciones de diferencias.

$$E_j = E_{j-1} + p_j \Delta V = E_{j-1} + p (V_i - V_{i-1})$$

Entonces para una altura neta de 416.30 m se tendrá una productividad de 0.948, para 418,30 la productividad será 0.953 y

$$E_2 = 0 + 0.953 (15.20 - 10.10) = 4.86$$

$$E_3 = 4.86 + 0.957 (21.20 - 15.20) = 10.60$$

y así sucesivamente, los datos necesarios entonces para el cálculo son las curvas cota-area-volumen, la altura neta, los niveles máximo y mínimo. Los cálculos totales constan en la Tabla 3.

TABLA 3

**CARACTERISTICAS DEL EMBALSE PISAYAMBO**

| COTA | VOLUMEN (HM <sup>3</sup> ) | AREA (mil m <sup>2</sup> ) | ALTURA NETA (m) | ENERGIA ALMA. (GWH) |
|------|----------------------------|----------------------------|-----------------|---------------------|
| 3565 | 100.70                     | 4850                       | 440.30          | 88.70               |
| 3563 | 91.60                      | 4750                       | 438.30          | 79.50               |
| 3561 | 82.60                      | 4500                       | 436.30          | 70.60               |
| 3559 | 74.00                      | 4450                       | 434.30          | 62.00               |
| 3557 | 65.10                      | 4300                       | 432.30          | 53.30               |
| 3555 | 56.50                      | 4020                       | 430.30          | 44.80               |
| 3553 | 48.50                      | 3950                       | 428.30          | 37.00               |
| 3551 | 41.00                      | 3700                       | 426.30          | 29.70               |
| 3549 | 33.50                      | 3500                       | 424.30          | 22.40               |
| 3547 | 27.00                      | 3250                       | 422.30          | 16.20               |
| 3545 | 21.20                      | 3023                       | 420.30          | 10.60               |
| 3543 | 15.20                      | 2850                       | 418.50          | 4.90                |
| 3541 | 10.10                      | 2400                       | 416.30          | --                  |

OPERACION EN PARALELO

La representación del sistema como un embalse equivalente será razonablemente aproximada si los embalses tienen una gran capacidad de regulación y la región es hidrológicamente homogénea, esto es, si hay una fuerte correlación espacial entre las afluencias de los diferentes embalses. La región debe también ser eléctricamente interconectada lo que significa que la demanda puede ser alimentada por la generación de cualquier unidad hidroeléctrica.

Claramente hay situaciones en las cuales estas condiciones no se dan; una solución para resolver este problema es representar las unidades hidroeléctricas en cada valle o cuenca como embalses equivalentes separados. Esto lleva al problema de operar los embalses en paralelo lo que será discutido en esta sección. Inmediatamente se describen los diferentes métodos utilizados para realizar esta operación.

METODO DE DAVIS

Esta técnica puede ser considerada como una extensión estocástica del algoritmo de programación dinámica por aproximaciones sucesivas. El algoritmo de aproximaciones sucesivas tiene como estrategia básica la solución de una secuencia de subproblemas de una sola variable de estado, las cuales son definidas usando las soluciones actuales para los otros estados. El principal problema que surge en el caso estocástico es como definir problemas de una sola variable de estado.

Inmediatamente se describirá la formulación matemática del problema, para luego describir el método de solución empleado.

FORMULACION DEL PROBLEMA

Se considera que todas cuencas  $i=1, \dots, N$  tienen un embalse equivalente y todas las variables son dadas en energía. El problema que deberá ser resuelto es:

$$\min E[\sum_k c_k(Q_{1k}, \dots, Q_{Nk}) + \sum_k \Lambda_k(V_{1k}, \dots, V_{Nk}, Q_{1k}, \dots, Q_{Nk}, A_{1k}, \dots, A_{Nk})] \quad (1)$$

sujeto a:

$$V_{ik+1} = V_{ik} + A_{ik} - Q_{ik} \quad , \quad i=1, \dots, N, k=1, \dots, K \quad (2)$$

$$\underline{v}_{ik} \leq V_{ik} \leq \bar{v}_{ik} \quad , \quad i=1, \dots, N, k=1, \dots, K \quad (3)$$

$$\underline{Q}_{ik} \leq Q_{ik} \leq \bar{Q}_{ik} \quad , \quad i=1, \dots, N, k=1, \dots, K \quad (4)$$

Donde  $\Lambda_k(V_{1k}, \dots, V_{Nk}, Q_{1k}, \dots, Q_{Nk}, A_{1k}, A_{Nk})$  es el costo de posibles déficits y  $c_k(Q_{1k}, \dots, Q_{Nk})$  es el costo de operación, todos en la etapa  $k$ .

Las afluencias serán consideradas estadísticamente independientes con distribuciones discretas.

$$P[A_{ik} = a_{ijk}] = P_{ijk} \geq 0 \quad (5)$$

El primer resultado que se obtendrá será establecer que el valor esperado en (1) puede ser tomado primero con respecto a las diferentes distribuciones de las afluencias a los embalses diferentes de  $i$  y luego con respecto a la afluencia del embalse.

Esto es posible debido a que para cada embalse  $i$  las variables de control  $Q_{ik}$  para  $k=1, \dots, K$  y las distri-

buciones de las afluencias  $P_{ijk}$  determinan las distribuciones de probabilidad  $i_{jk}$  de  $V_{ik}$  y  $Q_{ik}$ . Estas distribuciones son estadísticamente independientes de las distribuciones correspondientes para otros embalses, lo que nos permite llegar a la distribución de  $c_k$  y  $\Lambda_k$ .

Por tanto,

$$E[\sum_k c_k(Q_{1k}, \dots, Q_{Nk}) + \sum_k \Lambda_k(V_{1k}, \dots, V_{Nk}, A_{1k}, \dots, A_{Nk})] = \sum_k E[c_k(Q_{1k}, \dots, Q_{Nk})] + \sum_k E[\Lambda_k(V_{1k}, \dots, V_{Nk}, Q_{1k}, \dots, Q_{Nk}, A_{1k}, \dots, A_{Nk})]$$

Si se da una secuencia de afluencias para el embalse  $i$  con variables de estado y control  $V_{1k}, Q_{1k}$  asociadas  $k=1, \dots, K$ . Se puede calcular el valor esperado de la función objetiva para este embalse tomando los valores esperados con respecto a  $V_{jk}$  y  $Q_{jk}$  para los embalses  $j \neq i$ , de la función objetiva.

De la siguiente manera:

$$f_{ik}(Q_{ik}) = E_{\sum_{j \neq i} Q_{jk}} [c_k(Q_{1k}, \dots, Q_{ik}, \dots, Q_{Nk})] \quad (6)$$

$$h_{ik}(Q_{ik}, V_{ik}) = E_{\sum_{j \neq i} \sum_{j \neq i} V_{jk}} [\Lambda_k(Q_{1k}, \dots, Q_{Nk}, V_{1k}, \dots, V_{Nk}, A_{1k}, \dots, A_{Nk})] \quad (7)$$

Lo que nos permite deducir que

$$\sum_k E[c_k(Q_{1k}, \dots, Q_{Nk})] + \sum_k E[\Lambda_k(Q_{1k}, \dots, Q_{Nk}, V_{1k}, \dots, V_{Nk}, A_{1k}, \dots, A_{Nk})] = E[\sum_k f_{ik}(Q_{ik}) + \sum_k h_{ik}(Q_{ik}, V_{ik})]$$

La formulación del problema como de programación dinámica de una sola variable es inmediata pues el problema

$$\min_{Q_{ik}, A_{ik}} E[\sum_k f_{ik}(Q_{ik}) + \sum_k h_{ik}(Q_{ik}, V_{ik})]$$

tiene como ecuación recursiva

$$\bar{J}_k[V_{ik}] = \min_{Q_{ik}, A_{ik}} E[f_{ik}(Q_{ik}) + h_{ik}(Q_{ik}, V_{ik}) + \bar{J}_{k+1}[V_{ik} + A_{ik} - Q_{ik}]]$$

que puede ser resuelta utilizando Programación Dinámica.

METODO DE SOLUCION

El algoritmo que se utiliza es el siguiente

- Paso 1. Especificar los valores iniciales para los turbinamientos de todos los embalses, construir las distribuciones para  $Q_{ik}$  y  $V_{ik}$  y sea  $i = N$ .
- Paso 2. Para todos los embalses  $j = 1, \dots, N$  diferentes de  $i$ ,  $j \neq i$  construir las funciones  $f_{jk}$  y  $h_{jk}$ .

Paso 3. Resolver el subproblema de optimización para el i-ésimo embalse para  $k=1, \dots, k$  obteniéndose las políticas óptimas  $Q_{ik}^*$ .

Paso 4 Actualizar las distribuciones para  $Q_{ik}$  utilizando las políticas óptimas  $Q_{ik}^*$  y  $V_{ik}$  y si no es el último embalse tomar otro e ir al paso 2, sino ir al Paso 5.

Paso 5 Si converge el algoritmo parar sino ir al paso 2.

Dos consideraciones prácticas deben ser discutidas con mayor detalle.

La primera es como son calculadas las funciones de distribución para las variables  $Q_{ik}$  y  $V_{ik}$ . Para esto se asume que las variables han sido discretizadas de tal manera que cualquier valor admisible  $j$  pertenece a una secuencia de enteros no negativos tales que  $V_{ik} \leq j \leq \bar{V}_{ik}$ ,  $Q_{ik} \leq j \leq \bar{Q}_{ik}$  y  $A_{ik} \leq j \leq \bar{A}_{ik}$ . Por tanto si  $P[V_{ik}(\cdot)]$  se conoce,  $P[V_{ik+1}(\cdot)]$  y  $P[Q_{ik}]$  pueden ser generadas iniciándolas a cero y considerando cada combinación de estado  $V_{ik}$  y afluencia  $A_{ik}$  determinando luego la variable de control usada  $Q_{ik}$  y el estado alcanzado  $V_{ik+1}$  e incrementado su probabilidad  $P[V_{ik+1}(\cdot)]$  por  $P[V_{ik}(\cdot)] P[A_{ik}(\cdot)]$  así como también  $P[Q_{ik}(\cdot)]$ .

Dadas las distribuciones de probabilidad  $P[Q_{ik}(\cdot)]$  y  $P[V_{ik}(\cdot)]$ , la distribución de probabilidades de la suma de dos o más variables aleatorias independientes es dada por la convolución de sus distribuciones individuales.

La segunda consideración es que en lugar de evaluar el valor esperado de una función aleatoria como en (6) y (7) se puede evaluar la función del valor esperado de las variables. Esto aumenta la eficiencia computacional sin tener un significativo impacto en la precisión o consistencia del método.

#### METODO DE TURGEON

En este método la optimización de un sistema de N embalses es descompuesto en N subproblemas en los cuales un embalse es optimizado conociendo el contenido total de energía del resto de los embalses. La característica de retroalimentación global del problema es retenida y el método puede manejar todas las incertidumbres, así como las constantes locales en cada cuenca hidrológica.

Inmediatamente se describirá la formulación matemática del problema, para luego describir el método de solución empleado.

#### FORMULACION DEL PROBLEMA

El problema que se considerará estará dado por las relaciones (1) a (5). Este es un problema de N variables que será descompuesto en N subproblemas de dos variables de estado  $V_{ik}$  y  $V_{ck}$ , donde  $c$  es el índice correspondiente a los embalses equivalentes agregados diferentes de  $i$ . Sus parámetros son calculados de la siguiente manera:

$$\bar{V}_{ck} = \sum_{j \neq i} \bar{V}_{jk} \cdot V_{ck} = \sum_{j \neq i} V_{jk}, A_{ck} = \sum_{j \neq i} A_{ck}$$

$$\bar{Q}_{ck} = \sum_{j \neq i} \bar{Q}_{jk} \quad \text{y} \quad Q_{ck} = \sum_{j \neq i} Q_{jk}$$

El objetivo de cada subproblema es encontrar  $Q_{ik}$  y  $Q_{ck}$  para cada embalse  $i$  y cada etapa  $k$ , comenzando al final del horizonte de tal manera de minimizar la

la función de recursión.

$$\bar{J}_k[V_{ik}, V_{ck}] = \min E \{ c_k(Q_{ik}, Q_{ck}) + \Lambda(Q_{ik}, Q_{ck}, A_{ik}, A_{ck}, Q_{ik}, Q_{ck}, A_{ik}, A_{ck}, V_{ik}, V_{ck}) + \bar{J}_{k+1}[V_{ik+1}, V_{ck+1}] \}$$

sujeta a :

$$\underline{V}_{ik} \leq V_{ik} \leq \bar{V}_{ik} \quad \text{y} \quad \underline{V}_{ck} \leq V_{ck} \leq \bar{V}_{ck}$$

$$\underline{Q}_{ik} \leq Q_{ik} \leq \bar{Q}_{ik} \quad \text{y} \quad \underline{Q}_{ck} \leq Q_{ck} \leq \bar{Q}_{ck}$$

$$V_{ik+1} = V_{ik} + A_{ik} - Q_{ik} \quad \text{y} \quad V_{ck+1} = V_{ck} + A_{ck} - Q_{ck}$$

Para  $i=1, \dots, N$ ,  $k=1, \dots, K$

que puede ser resuelta utilizando Programación Dinámica.

#### METODO DE SOLUCION

- Paso 1 Especificar las características de todos los embalses equivalentes.
- Paso 2 Para todos los embalses  $j=1, \dots, N$  diferentes de  $i$  construir las características del embalse equivalente agregado.
- Paso 3 Resolver el subproblema de optimización para el i-ésimo embalse y los embalses agregados,  $j=1, \dots, N$  diferentes de  $i$ , para  $k=1, \dots, K$ , obteniéndose las políticas óptimas  $Q_{ik}^*$  y  $Q_{ck}^*$ .
- Paso 4 Si se han analizado todos los embalses parar, sino tomar otro embalse  $i$  e ir al paso 2.

En este método la estocacidad de la hidrología es tratada considerando una muestra finita de secuencias hidrológicas, que pueden ser calculadas con un generador de series sintéticas que usa las series históricas y preserva la correlación serial e histórica.

#### METODO DE EGELAND

En este método, la optimización de todo el sistema es alcanzada mediante la optimización aislada de los subsistemas en los que puede ser descompuesto el sistema total.

Se usa un procedimiento iterativo en el cual estrategias separadas son obtenidas para cada subsistema seguidas de una simulación conjunta, en donde las interconexiones existentes entre los subsistemas son representadas y los intercambios son definidos de acuerdo a reglas pre-establecidas. Las estrategias para cada subsistema son obtenidas de un algoritmo de Programación Dinámica Estocástica que determina para cada etapa del período de planificación los costos esperados marginales de operación (valor del agua). Este valor del agua  $\bar{J}_k$  puede ser obtenido aproximadamente utilizando la relación

$$\bar{J}_k^1[V_k, A_k] = \frac{\delta \bar{J}_k[V_k, A_k]}{\delta V_k} = \frac{\bar{J}_k[V_k, A_k] - \bar{J}_k[V_k^1, A_k]}{V_k - V_k^1}$$

donde  $V_k$  y  $V_k^1$  son valores de discretizaciones adyacentes del volumen en la etapa  $k$ . En la simulación conjunta los intercambios son definidos de manera que se mantengan los subsistemas a costos marginales iguales, para esto se usan los mismos modelos estocásticos de las afluencias usadas en la

obtención de las estrategias para generar series sintéticas.

#### MÉTODOS DE SOLUCION

- Paso 1** Para todos los subsistemas  $i=1, \dots, N$  encontrar la estrategia de operación y el valor del agua usando Programación Dinámica Estocástica.
- Paso 2** Para todas las etapas  $k=1, \dots, K$  y utilizando las series sintéticas simular conjuntamente la operación de los subsistemas de manera de mantener estos a costos marginales iguales y obtener intercambios.
- Paso 3** Si se obtiene convergencia parar, sino añadir los intercambios a la demanda de cada subsistema e ir al paso 1.

La convergencia es alcanzada cuando los intercambios definidos en dos iteraciones sucesivas son iguales.

#### MÉTODO DE GAL

Este es un método que da una solución para un sistema estocástico con muchas variables de estado sin usar un tiempo excesivo de tiempo de computación y de espacio. Este método será designado como el método de iteración de parámetros.

#### FORMULACION DEL PROBLEMA

Sea el siguiente problema de programación dinámica: encontrar una política óptima para las etapas  $K=1, \dots, K=1$ , siendo el vector de estado en la etapa  $k$   $V_k = (V_{1k}, \dots, V_{Nk})$  las coordenadas de este vector son los volúmenes almacenados en los embalses al inicio del período  $k$ ;  $Q_k = (Q_{1k}, \dots, Q_{Nk})$ , el vector de decisiones cuyas coordenadas son las salidas a través de las turbinas de los embalses en la etapa  $k$ ;  $A_k = (A_{1k}, \dots, A_{Nk})$  el vector de afluencias incrementales, sus componentes tienen una distribución conocida y dependen usualmente de  $V_{ik}$ . Usando la notación precedente la ecuación recursiva de la Programación Dinámica que resuelve el problema dado por las ecuaciones (1) a (4) es

$$\bar{J}_K[V_K] = \min_{Q_K} E [c_k(Q_k) + \Lambda_k(Q_k, A_k) + \bar{J} f_k(V_k, Q_k, A_k)]$$

$$\text{sea } E [c_k(Q_k) + \Lambda_k(Q_k, A_k)] = C_k(V_k, Q_k)$$

o sea

$$\bar{J}_k[V_k] = \min_{Q_k} \{ C_k(V_k, Q_k) + E [\bar{J}_{k+1} [f_k(V_k, Q_k, A_k)]] \}$$

Considérese que se asume que las funciones

$\bar{J}_k[V_k], k=1, \dots, K$  pertenecen a cierta familia conocida de funciones

$H = \{h(V_k, a_1, a_2, \dots, a_m) \in A\}$  donde  $A$  es un subconjunto de  $R^m$ . En otras palabras para cada  $K=1, 2, \dots, K$ , existe un vector de parámetros  $a_k = (a_{1k}, \dots, a_{mk})$  tal que  $\bar{J}_k[V_k] = h(V_k, a_{1k}, \dots, a_{mk}) = h(V_k, a_k)$  (7)

Esta situación será designada como la representación perfecta. Para este caso se puede recursivamente encontrar los parámetros  $a_k$  de la siguiente manera Para  $k=K$  es suficiente escoger  $m$  puntos  $V_K^1, \dots, V_K^m$  y entonces resolver el conjunto de  $m$  ecuaciones en  $m$  incógnitas  $a_{1K}, \dots, a_{mK}$

$$h(V_{1K}^i, a_{1K}, \dots, a_{mK}) = \bar{J}_K[V_K^i], i=1, \dots, m$$

para esto se debe escoger los  $V_K^i$  de tal manera que

estas ecuaciones sean independientes.

Supóngase que  $a_{k+1}, \dots, a_K$  se han encontrado entonces se escoge  $V_k^1, \dots, V_k^m$  y se resuelve las siguientes ecuaciones para  $a_{1k}, \dots, a_{mk}$

$$h(V_k^i, a_{1k}, \dots, a_{mk}) = \min_{Q_k} \{ C_k(V_k^i, Q_k) + E [h(f_k(V_k^i, Q_k), a_{1k+1}, \dots, a_{mk+1})] \} \quad (8)$$

Por tanto si la relación (7) se cumple para todo  $k=1, \dots, K$  y si el número de parámetros desconocidos,  $m$ , no es muy grande, entonces la solución del problema de Programación Dinámica puede ser viable aún si la dimensión del espacio de estado es muy grande.

Supóngase ahora que (7) no se cumple exactamente sino solamente aproximadamente entonces se puede utilizar un procedimiento recursivo denominado método de iteración de parámetros.

Supóngase que  $a_{k+1}, \dots, a_K$  se han encontrado entonces se escoge  $V_k^1, \dots, V_k^M$  ( $M > m$ ) y se calcula los  $a_{1k}, \dots, a_{mk}$  los cuales minimicen la norma  $L^2$  de  $(e_1, \dots, e_m)$  dada por

$$e_k^1 = \min_{Q_k} \{ C_k(V_k^i, Q_k) + E [h(f_k(V_k^i, Q_k), a_{1k+1}, \dots, a_{mk+1})] - h(V_k^i, a_{1k}, \dots, a_{mk}) \} \quad (9)$$

A diferencia del caso de representación exacta el conjunto de vectores  $a_k$  definidos por el procedimiento anterior dependerá en algún modo del número y localización de los puntos  $V_k^i, i=1, \dots, M, k=1, \dots, K$ .

#### MÉTODO DE SOLUCION

**Paso 0** Dar una estimación de los parámetros  $a_k^j, k=1, \dots, K$  y  $j=1$

**Paso 1** Escoger  $V_k^i, i=1, \dots, M$  y hacer  $k=1$

**Paso 2** Calcular  $Q_k^i$  con la relación (8)

**Paso 3** Calcular  $V_{k+1}^i = f_k(V_k^i, Q_k^i, A_k^i)$

Si es el último período vaya al Paso 4, sino sea  $k=k+1$  y vaya al Paso 2.

**Paso 4** Sea  $a_k^{j+1} = a_k^j$  y  $k=K$

**Paso 5** Determinar  $a_k^{j+1}$  minimizando la norma definida por la ecuación (9)

**Paso 6** Si  $k=1$  vaya al Paso 7 sino  $k=k-1$  y vaya al paso 5.

**Paso 7** Si el criterio de convergencia es satisfecho parar, sino  $j=j+1$  y vaya al Paso 1.

#### COSTOS DE PRODUCCION

En la formulación general del problema de operación a largo plazo se supone conocido el costo de operación  $c_k(Q_k)$ . Este costo debe ser calculado antes de emplear cualquier método de los citados anteriormente para obtener la estrategia óptima de operación. En esta sección se van a citar algunos de los métodos que son utilizados para la obtención de este costo.



**COSTOS DE PRODUCCION DETERMINISTICOS**

El problema consiste en colocar las unidades de generación en la curva Potencia-Energía denominada curva parabólica de tal manera de minimizar los costos de operación. Esta curva es obtenida por la integración acumulada de la curva cronológica de demanda eléctrica a partir de cero hasta una potencia cualquiera. Esta curva tiene una representación no lineal, lo que determina que sea necesario linealizarla, figura 5, dando

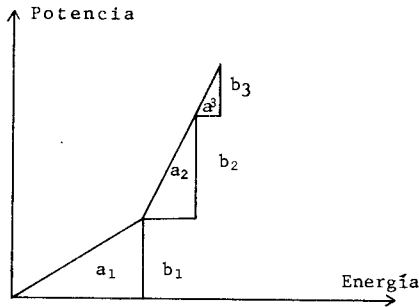


Figura 5. Curva Parabólica Linealizada como resultado  $j$  segmentos lineales, que pueden considerarse como hipotenusas de triángulos rectangulares cuya tangente está dada por  $a_j$  y cuya potencia asociada al segmento  $j$ -ésimo es  $b_j$ . Sean  $x_{ij}$  la potencia de la unidad de generación  $i$ ,  $d_{i2}$  es la disponibilidad de energía de la unidad de generación  $i$ ,  $C_i$  el costo unitario de operación de la unidad de generación  $i$ . De manera de formalizar el problema sean:  $I = \{1, \dots, m\}$  y  $J = \{1, \dots, n\}$  los conjuntos de unidades y segmentos lineales respectivamente. El problema para encontrar el costo de producción puede ser planteado como uno de programación lineal

$$\min \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} a_j C_i x_{ij} = \min \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij}$$

$$\text{suje to a: } \sum_{i \in I} x_{ij} \geq b_j, \quad j \in J$$

$$\sum_{j \in J} a_j x_{ij} \leq d_{i1}, \quad i \in I$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij} \leq d_{i2}, \quad i \in I$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad i \in I, j \in J$$

Entre los algoritmos que han sido propuestos para la solución del problema están: el método de Programación Lineal, Nikltshek et Al, 1979, Guerra W.1982, Nina G.1984, estos modelos no utilizan para su solución la estructura particular del problema, empleando tan solo el algoritmo del Simplex; el algoritmo heurístico de Herrman D., 1984, en el cual las unidades de generación son colocadas en la curva parabólica consecutivamente, según el orden prioritario de los costos unitarios de operación de las diferentes unidades, el algoritmo de ajuste multiplicativo dual heurístico de Nina G., 1987, que se desarrolla en el dual del problema y en base de los costos unitarios de operación produce una secuencia monótona que converge.

**COSTOS DE PRODUCCION PROBABILISTICOS**

El problema en este caso consiste en colocar las unidades de generación en la curva acumulada de Potencia considerada como una distribución de probabilidades expresada en términos de horas que la demanda

se espera que iguale o exceda el valor en el eje horizontal  $P_n(x)$  versus  $x$ . Donde  $P_n(x)$  es la probabilidad de necesitar  $x$  MW o más y  $P_n(x)=1$  para  $x \leq 0$ .

En las unidades de generación se considera la probabilidad de salida forzada. De esta manera si hay una unidad de capacidad  $c$  MW disponible se representará como  $q$  a la probabilidad que  $c$  MW no estén disponibles y  $p=1-q$  la probabilidad de su disponibilidad.

Entonces después que esta unidad ha sido considerada para alimentar la demanda de probabilidad de necesitar  $x$  MW o más será  $P'_n(x)$ . Dado que la ocurrencia de las demandas y las fallas forzadas de las unidades son eventos estadísticamente independientes, la nueva distribución de probabilidad es una combinación de eventos mutuamente exclusivas, esto es

$$P_n(x) = q P_n(x) + p P_n(x+c)$$

Esta expresión representa dos eventos combinados donde  $x$  MW o más permanecen para ser servidos por el sistema de generación.

Este es un algoritmo recursivo y debe ser usado en secuencia para realizar la convolución de cada unidad con la distribución de la demanda no servida. El proceso debe ser repetido hasta que todas las unidades hayan sido consideradas restando solamente una distribución final de las demandas no servidas.

**CONCLUSIONES**

En este trabajo han sido presentados los procedimientos computacionales usados actualmente en la planificación de la producción a largo plazo. Este problema caracterizado como estocástico, de gran porte y no lineal tiene como su mayor dificultad el formidable esfuerzo computacional que debe ser empleado para su solución, por lo que los métodos presentados, todos tratan de reducir al mínimo esta dificultad.

Hay también problemas adicionales que deben ser resueltos para lograr una solución satisfactoria al problema del largo plazo como son el pronóstico de la demanda, de las afluencias y disponibilidades, y la determinación de una función objetiva adecuada.

Finalmente estos procedimientos que están relacionados principalmente con la decisión de usar la energía hidroeléctrica actualmente o usarla para el futuro debe ser visto como una entrada a los problemas del medio y corto plazo que también deben ser resueltos utilizando otras asunciones en su formulación y solución.

**BIBLIOGRAFIA**

- 1 Pereira M.V.F., Optimal Scheduling of Hydrothermal Systems-An Overview, IFAC International Symposium on Planning and Operation of Electric Energy Systems, Rio de Janeiro, 1985.
- 2 Loucks D., Stedinger J, Haith D., Water Resource Systems Planning and Analysis, Prentice Hall, 1981.
- 3 Pronovost G, Hydro-Thermal Resources and Production Planning, curso Avançado de Operação de Sistemas Hidrotérmicos, Rio de Janeiro, 1980.
- 4 Arvanitidis N., Rosing J, Composite Representation of a Multireservoir Hydroelectric Power System, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1970.

- [5] Gonzaga C., Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos, Notas de Aula, COPPE-UFRJ, 1979.
- [6] Davis R.E. Stochastic Dynamic Programming for Multi-Reservoir Hydro Optimization, Technical Memorandum No.15 Systems Control Inc. Palo Alto, California, 1972.
- [7] Sherkat V.R. Campo R., Moslehi K., Co. E., Stochastic Long-Term Hydrothermal Optimization for a Multi reservoir System, Paper 85WMO75-7, presented at the IEEE Winter Power Meeting, New York, 1985.
- [8] Turgeon A, Optimal Operation of Multi Reservoir Systems with Stochastic Inflows, Water Resources Research, Vol.16, No.2, 1980.
- [9] Duran H., Puech C., Diaz J., Sánchez G., Optimal Operation of Multireservoir Systems using an Agregation-Decomposition. Approach, paper 85WMO21-1 presented at the IEEE Winter Power Meeting, New York, 1985.
- [10] Eseland, o., Hegge J., Kylling E, Nes J, The Extended Power Pool Model-Operation Planning of a Multi-River and Multi-Reservoir Hydro Dominated Power Production System A Hierarchical Approach, 1982, CIERE Meeting, Paris 1982.
- [11] Ararípe Neto T, Pereira M.V.F, Kelman J., A Risk-Constrained Stochastic Dynamic Programming Approach to the Operation Planning of Hydrothermal Systems, paper 84M543-5, presented at the IEEE Summer Power Meeting, Seattle, 1984.
- [12] Gal.S., Optimal Management of a Multireservoir Water Supply System, Water Resources Research, Vol.15, No.4, 1979.
- [13] Niklitschek V., Rodriguez C., Amado S., Alocação de Usina na Curva de Carga, V. Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Eléctrica, Recife, Brasil 1979.
- [14] Guerra W., Alocação de Usinas na Curva de Carga-Energía, Tesis Coppe, enero 1982.
- [15] Nina G., Un Sistema Integrado para la Planificación de la Operación, V Jornadas en Ingeniería Eléctrica y Electrónica, Quito-Junio 1984.
- [16] Nina G., Un método de Ajuste Dual Heurístico para el Problema de Despacho de Carga en la Curva Parabólica, Primer Encuentro Nacional de Física, Matemática, Informática y sus Aplicaciones, Quito, Diciembre 1987.
- [17] Wood A., Wollenberg B., Power Generation Operation and Control, John Wiley & Sons, Inc.1984.
- [18] Pillajo R., Herman, Modelo de Definiciones de Secuencias de Instalaciones de Generación Eléctrica-DSIE, Revista Técnica, AIDI, 1984.
- [19] Nina G., Introducción a la Programación Lineal y Dinámica, ESPE, 1982.



NINA, GALO. Graduado de Ingeniero Eléctrico, especialización Potencia en Marzo de 1979 en la ESPOL. Master en Ciencias en la U.F.R.J Brasil en Ingeniería de Sistemas (Optimización). Desde Mayo de 1981 trabaja en el Departamento de Planificación Operativa de la DOSNI-INECEL. En la Facultad de Post-Grado en Ingeniería de Sistemas de la Politécnica del Ejército.