

Pablo Peñafiel, ING.  
 Gloria Tuquerres, ING.  
 ESCUELA POLITECNICA NACIONAL

RESUMEN

Utilizando trabajos anteriores de Síntesis (3,5) y Análisis(2,4,6,7) de redes eléctricas, se ha desarrollado un conjunto de subrutinas que cubre estos dos temas. Las subrutinas pueden ser ejecutadas en un computador personal. Se ha usado la hoja de cálculo electrónica 123 para las operaciones de ingreso de datos y presentación de resultados.

Se realiza síntesis de redes canónicas L-C para las configuraciones Foster y Cauer. Los datos de entrada que necesitan las subrutinas son polos, ceros y condición de impedancia a determinada frecuencia. El análisis de redes evalúa la respuesta de frecuencia de voltaje de nodo, voltaje de rama, corriente de rama y potencia compleja en cada elemento; se analiza también sensibilidad monoparamétrica y tolerancia.

1. SINTESIS DE REDES L-C

De acuerdo a las singularidades internas como externas se presentan cuatro expresiones para la función impedancia de entrada(1,4) (ecuaciones 1 a 4).

$$X(w) = jwH \frac{(w_2^2 - w^2)(w_4^2 - w^2) \dots (w_{N-1}^2 - w^2)}{(w_1^2 - w^2)(w_3^2 - w^2) \dots (w_N^2 - w^2)} \quad \text{ec. 1}$$

$$X(w) = jwH \frac{(w_2^2 - w^2)(w_4^2 - w^2) \dots (w_N^2 - w^2)}{(w_1^2 - w^2)(w_3^2 - w^2) \dots (w_{N-1}^2 - w^2)} \quad \text{ec. 2}$$

$$X(w) = \frac{H}{jw} \frac{(w_1^2 - w^2)(w_3^2 - w^2) \dots (w_{N-1}^2 - w^2)}{(w_2^2 - w^2)(w_4^2 - w^2) \dots (w_N^2 - w^2)} \quad \text{ec. 3}$$

$$X(w) = \frac{H}{jw} \frac{(w_1^2 - w^2)(w_3^2 - w^2) \dots (w_N^2 - w^2)}{(w_2^2 - w^2)(w_4^2 - w^2) \dots (w_{N-1}^2 - w^2)} \quad \text{ec. 4}$$

- donde: H → Constante real que queda unívocamente determinada al especificar todas las singularidades internas y el valor de la impedancia de entrada a una frecuencia dada.
- w<sub>i</sub> → Singularidad interna con i = 1,2,...,N. Se cumple w<sub>1</sub> < w<sub>2</sub> < ... w<sub>1</sub> ... < w<sub>N</sub>
- N → Número de singularidades internas.

En la figura 1 se presenta cada función impedancia de entrada con sus respectivas redes Foster y Cauer.

Conocidas las singularidades internas y la impedancia de entrada a determinada frecuencia, se dispone de las condiciones necesarias para estructurar redes Foster y Cauer.

En el programa de síntesis se utiliza la expansión en fracciones parciales de las ecuaciones 1 a 4 para redes Foster y la división en fracciones continuas para redes Cauer.

Como ejemplo de síntesis de redes se considera dos ceros a las frecuencias de 11 MHz y 21 MHz, y dos polos a las frecuencias de 15 MHz y 27 MHz; con una impedancia de 50 Ohmios a la frecuencia de 7 MHz.

Los datos para la síntesis son ingresados con ayuda de la hoja electrónica 123 con el siguiente formato:

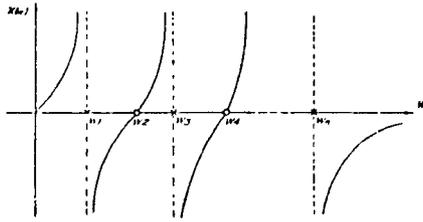


Gráfico de  $X(\omega)$  cuando existe un cero en  $\omega = 0$  y un cero en  $\omega \rightarrow \infty$ .

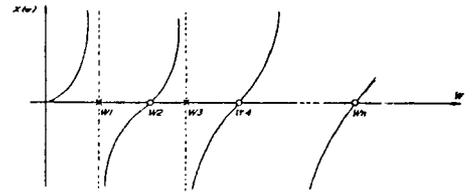
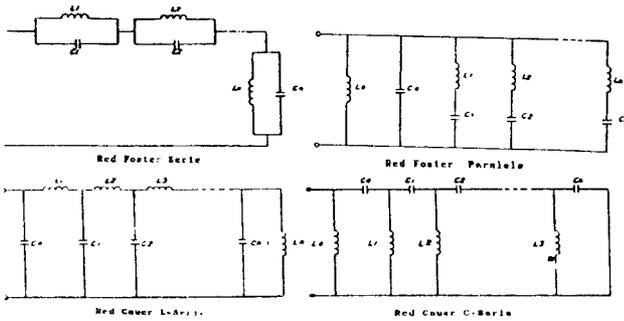
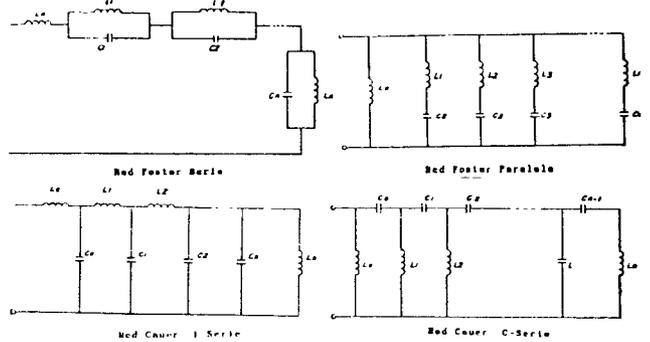


Gráfico de  $X(\omega)$  cuando existe un cero en  $\omega = 0$  y un polo en  $\omega \rightarrow \infty$ .



Redes Foster y Cauer cuando existe un cero en  $\omega = 0$  y un cero en  $\omega \rightarrow \infty$ .



Redes Foster y Cauer cuando existe un cero en  $\omega = 0$  y un polo en  $\omega \rightarrow \infty$ .

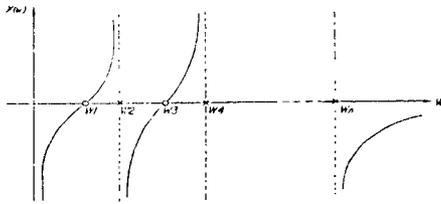


Gráfico de  $X(\omega)$  cuando existe un polo en  $\omega = 0$  y un cero en  $\omega \rightarrow \infty$ .

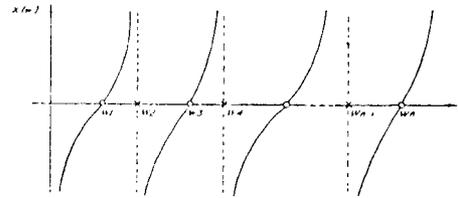
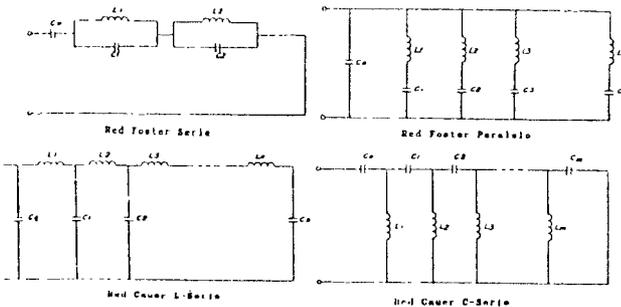
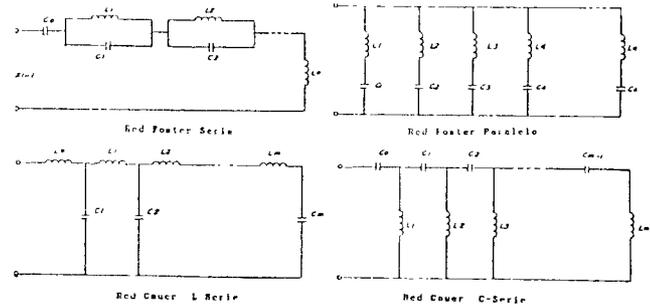


Gráfico de  $X(\omega)$  cuando existe un polo en  $\omega = 0$  y un polo en  $\omega \rightarrow \infty$ .



Redes Foster y Cauer cuando existe un polo en  $\omega = 0$  y un cero en  $\omega \rightarrow \infty$ .



Redes Foster y Cauer cuando existe un polo en  $\omega = 0$  y un polo en  $\omega \rightarrow \infty$ .

Fig. 1

Funciones Impedancia de entrada con sus respectivas redes Canónicas Foster y Cauer.

SINTESIS DE REDES FOSTER Y CAUER

INGRESO DE DATOS: Todas las frecuencias en [MHz].  
La condicion de impedancia se expresa en ohmios.

Cond. de imp.:	-50	7	Frecuencia
polo1 :			cero1
polo2 :			cero2
polo3 :			cero3
polo4 :			cero4
polo5 :	15	11	cero5
polo6 :	27	21	cero6

Realizada la síntesis de redes los resultados de las configuraciones Foster Serie, Foster paralelo, Cauer L-Serie y Cauer C-Serie se presentan en la tabla 1 y la topología de sus redes en la figura 2.

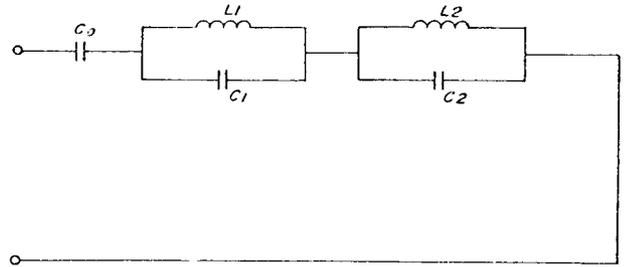
RESULTADOS DE SINTESIS

ELEMENTO	F-S	F-P	C-C	C-L
L0				
C0	329.64	107.24	329.64	107.24
L1	207.96	1195.38	362.38	602.57
C1	541.35	175.13	219.14	150.30
L2	154.42	1215.05	85.1	1841.45
C2	225.01	47.27	578.65	72.10
L3				
C3				
L4				
C4				
L5				
C5				
L6				
C6				
L7				
C7				

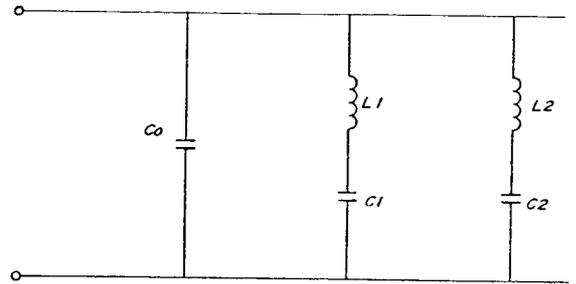
NOMENCLATURA

- F-S RED FOSTER SERIE
- F-P RED FOSTER PARALELO
- RED CAUER C-SERIE
- RED CAUER L-SERIE
- L Inductancias [nanohenrios]
- C Capacitores [picofaradios]

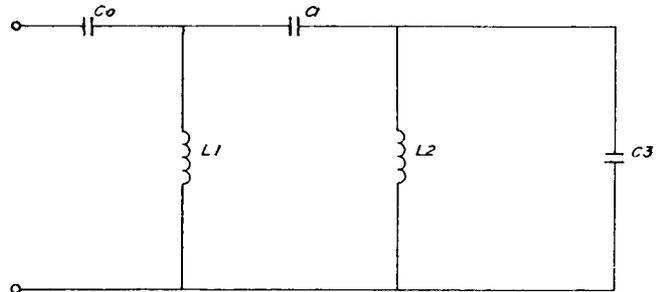
TABLA 1. Resultados de Síntesis de redes.



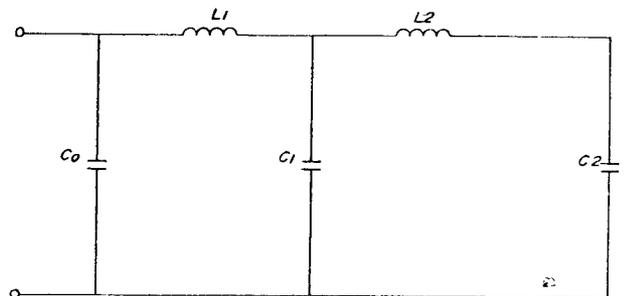
RED FOSTER SERIE



RED FOSTER PARALELO



RED CAUER C-SERIE



RED CAUER L-SERIE

FIGURA 2. Redes Foster y Cauer para los datos de la tabla 1.

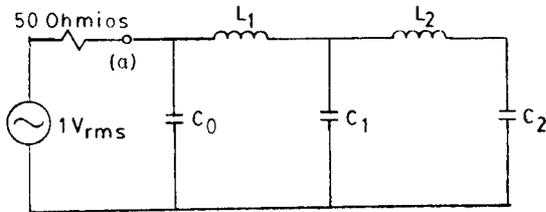
2. ANALISIS DE REDES

El algoritmo empleado es el análisis nodal<sup>(1, 2, 5)</sup>, que determina el voltaje en los nodos.

**A. Respuesta de frecuencia**

Se presenta la respuesta de frecuencia para una red Foster, una red Cauer o una red que presente cualquier topología, donde la variable independiente es siempre " $\omega$ " ( $\omega=2\pi*f$ ), pero la variable dependiente puede ser módulo, fase, parte real o parte imaginaria de voltaje de nodo, voltaje de rama, corriente de rama o potencia compleja.

Para la respuesta de frecuencia de las redes Foster y Cauer, se considera que los condensadores e inductores presentan pérdidas. Estas pérdidas están representadas por una resistencia en paralelo con el elemento, además también se asume que la red utiliza una fuente de 1 Voltio con resistencia interna de 50 Ohmios en paralelo con la misma.



*Red Cauer L-Serie conectada en paralelo con la fuente de voltaje.*

El ingreso de datos para el análisis de la red Cauer L-Serie se presenta en la tabla 2, donde se considera un factor de calidad de 400 para los capacitores y de 150 para las bobinas a la frecuencia de 15 MHz.

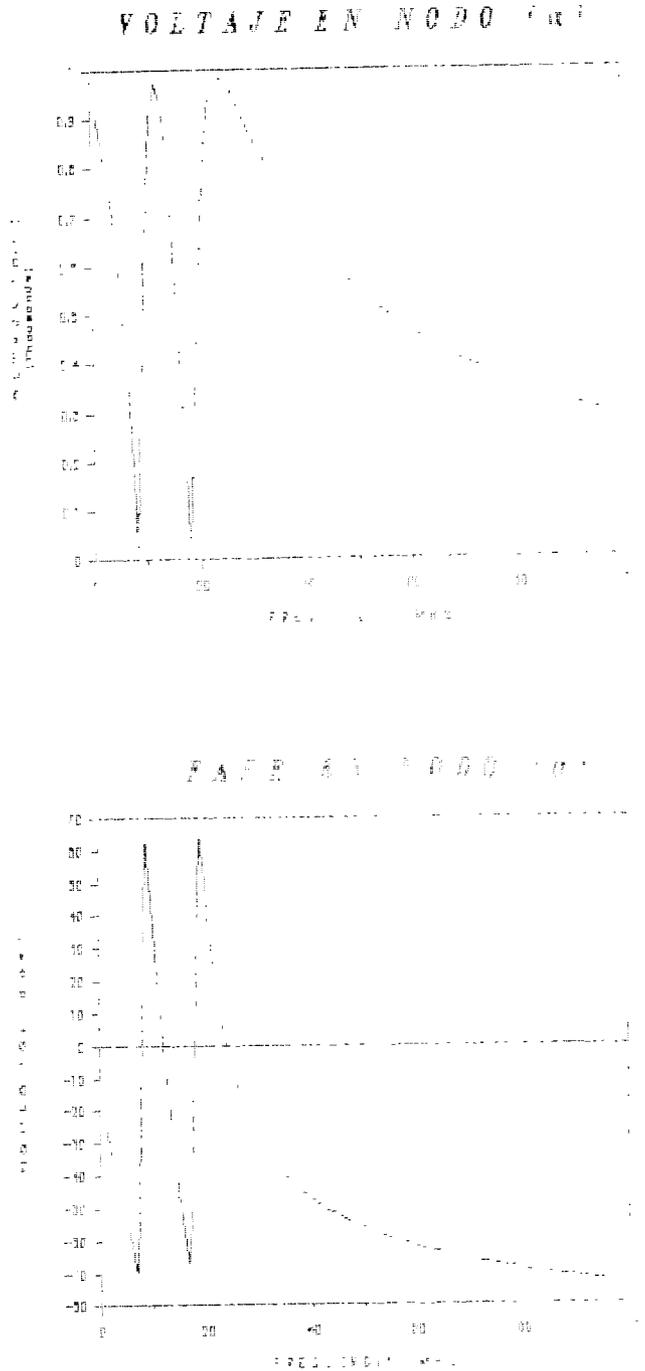
**ANALISIS DE REDES FOSTER Y CAUER**

ELEMENTO	VALOR	PERDIDAS
L0		
C0	107.24	39577
L1	602.57	8519
C1	150.3	28238
L2	1841.45	26033
C2	72.1	58864
L3		

L [nH] C [pF]  
 FMIN 5 [MHz] FMAX 30 [MHz]  
 OPCION V. Nodo No. 1

**TABLA 2.** Ingreso de datos para análisis de redes Foster y Cauer.

Para la red Cauer L-Serie de la tabla 2, la respuesta de frecuencia de la magnitud de voltaje y de fase en el nodo a se presenta en la figura 3.



**FIGURA 3.** Respuesta de frecuencia para la red Cauer L-Serie de la tabla 2.

A más de la respuesta de frecuencia se necesita disponer de una tabla de resul-

tados, de lo que también se puede disponer con el programa; como ejemplo de esto se presenta el cálculo de potencia para la red Cauer L-Serie en la tabla 3.

ANALISIS DE POTENCIA PARA REDES LC

Potencia activa [ mW ]	-	Pp
Potencia reactiva [ mVAR ]	--	Pq
Frecuencia [MHz]	--	F

F ( MHz )	Pp ( mW )	Pq ( mW )
5	60.70	2428.12
7.7778	31.94	1987.51
10.555	1.31	110.52
13.333	49.20	5247.50
16.111	71.743	9246.93
18.888	23.280	3517.991
21.666	3.5417	613.8995
24.444	61.946	12113.915
27.222	81.666	17785.079
30	74.676	17922.293

TABLA 3. Resultados de Potencia para la Red Cauer L-Serie de la figura 2.

La respuesta de frecuencia se calcula también para cualquier configuración de red en este caso se considera la red de la figura 4, que es una red tipo Foster Serie que realiza el acoplamiento entre la carga (detector) y la fuente de voltaje; los datos de entrada se presentan en la tabla 4, las pérdidas de los elementos han sido medidos a 50 MHz.

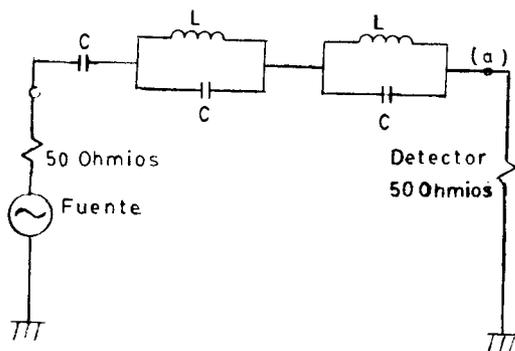


FIGURA 4. Red eléctrica con fuente de voltaje en serie.

No	ELEMENTO RAMA	NODO		VALOR	ANGULO (GRADOS)
		DESDE	HASTA		
1	1	1	0	1	0
2	3	1	0	50	0
3	5	2	1	27	-12
4	3	3	1	29.284	3
5	4	4	2	0.0978	-6
6	3	5	2	7.804	3
7	5	6	2	27	-12
8	3	7	2	29.284	3
9	4	8	3	0.268	-6
10	3	9	3	34.617	3
11	5	10	3	39	-12
12	3	11	3	323.75	3
13	3	12	4	50	0
14					
15					

No. Nodos 4  
No. Ramas 12

INGRESO DE DATOS

1. FUENTE DE VOLTAJE (V)
2. FUENTE DE CORRIENTE (A)
3. RESISTENCIA (OHMIOS)
4. INDUCTANCIA (HENRIOS)
5. CAPACITANCIA (FARADIOS)
6. CONDUCTANCIA (MHOS)

PREFIJOS:

PICO 12	KILO 3
NANO 9	MEGA 6
MICRO 6	GIGA 9
MILI 3	TERA 12

TABLA 4. Ingreso de datos para el análisis de la red de la figura 4.

La respuesta de frecuencia de magnitud de voltaje para el detector de 50 Ohmios se presenta en la figura 5.

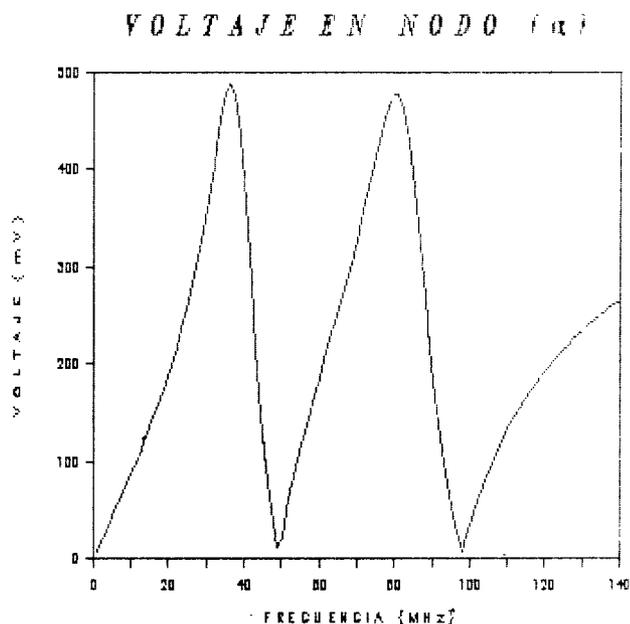


FIGURA 5. Respuesta de frecuencia para el detector de la figura 4.

**B. Cálculo de Sensitividad y Tolerancia**

Se calcula la sensitividad monoparamétrica<sup>(4)</sup> de Vn(voltaje de nodo) con respecto a los los elementos de la red, la subrutina considera únicamente la sensitividad para inductores y capacitores la misma que se define como el cambio de voltaje en los nodos para una variación del 1 % en el valor de todos los elementos<sup>(1,4)</sup> reactivos.

El cálculo de sensitividad para la red Cauer L-Serie de la figura 2 se presenta en la tabla 5.

FRECUENCIA (MHz)		10	
Voltaje en Nodos (mV)		Sensitividad (mV)	
Magnitud(mV)	Fase(Grados)	Magnitud(mV)	Fase(Grados)
<b>NODO</b>	<b>1</b>	<b>1.- CAPACITOR = 107.238</b>	
257.0482039	-71.1842499		Pico-faradio
		0.222601301	-52.368488306
<b>NODO</b>	<b>2</b>	<b>0.787623947 -55.496492104</b>	
909.5064535	-74.3122401	1.654982033	-56.369469615
		<b>2.- INDUCTOR = 602.566</b>	
		Nano-henrios	
<b>NODO</b>	<b>3</b>	<b>5.631195629 -61.086100861</b>	
1911.0855888	-75.1852179	6.29068702	48.614164675
		13.218202804	47.741188796
		<b>3.- CAPACITOR = 150.298</b>	
		Pico-faradio	
		3.905831127	-58.624482285
		4.161320459	-13.060817657
		8.743906626	-13.933798009
		<b>4.- INDUCTOR = 1841.450</b>	
		Nano-henrios	
		4.336839604	-61.955563497
		4.620543319	-16.391902901
		18.190694143	75.644495867
		<b>5.- CAPACITOR = 72.101</b>	
		Pico-faradio	
		8.272739724	-60.37043836
		8.81387834	-14.80677583
		20.037325048	50.350672249

*TABLA 5. Resultados de sensitividad para la red Cauer L-Serie de la figura 2.*

Conocida la sensitividad se puede calcular también la variación de voltaje en los nodos. Tabla 6.

Nodo	VARIACIONES DE VOLTAJE (mV)	
	Variación Magnitud (Mili-voltios)	Variación Angulo (Grados)
<b>1. CAPACITOR [pF]</b>		
1	0.21	107.24
2	0.75	0.02
3	1.57	0.02
<b>2. INDUCTOR [nH]</b>		
1	5.54	602.57
2	-3.42	0.22
3	-7.18	0.33
<b>3. CAPACITOR [pF]</b>		
1	3.81	150.30
2	2.00	0.19
3	4.21	0.23
<b>4. INDUCTOR [nH]</b>		
1	4.28	1841.45
2	2.45	0.15
3	-15.88	0.25
<b>5. CAPACITOR [pF]</b>		
1	8.13	72.10
2	4.47	0.34
3	-11.65	0.48

*TABLA 6. Resultados de Variaciones de Voltaje para la red Cauer L-Serie de la figura 2.*

En el análisis de circuitos es necesario conocer también la variación de el voltaje en los nodos debido a la variación finita de un elemento, a esto se denomina tolerancia<sup>(1,4)</sup>.

En la tabla 7 se presenta el cálculo de Tolerancia para una variación de 5 % del inductor de 28.29 Nano-Henrios.

TOLERANCIA					
FRECUENCIA (MHz)		10			
ELEMENTO		INDUCTOR 28.29 [NANO-HENRIOS]			
VARIACION ( % )		5 %			
VOLTAJES DE NODO [mV]		TOLERANCIA			
NODO	MAG	FASE	NODO	MAG	FASE
1	195.73	78.13	1	1.67	0.09
2	230.52	78.24	2	-0.08	0.10
3	278.37	-78.35	3	-0.09	0.10

*TABLA 7. Cálculo de Tolerancia para la red Cauer L-Serie de la figura 2.*

Conocidos los valores de sensibilidad y tolerancia se puede determinar aquellos elementos que deben ser escogidos con la mayor precisión en el circuito que se estudia.

### 3. CONCLUSIONES

La implementación de subrutinas de síntesis y análisis de redes ha permitido desarrollar un programa sencillo para ser usado en un computador personal constituyéndose de esta manera en una herramienta de apoyo en el estudio de temas relacionados con síntesis de redes, acoplamiento de impedancias, amplificadores, y análisis en general de circuitos eléctricos.

El programa de prueba de las subrutinas tiene una estructura simple. Para la obtención de resultados en pantalla o en la impresora, como también para la realización de gráficos, los menús se han desarrollado en base a macros del LOTUS con programación estructurada.

El programa ha sido desarrollado para alta frecuencia, sin embargo solo con cambiar los límites de frecuencia y dimensión de variables se puede utilizar en cualquier zona del espectro de frecuencia.

### 4. BIBLIOGRAFIA

1.- TUQUERRES, Gloria, Estudio y Programas para síntesis y análisis de redes LC para aplicaciones en Alta Frecuencia, Tesis EPN, 1987.

2.- VAN VALKENBURG M.E., Network Analysis, 1976. Limusa.

3.- VAN VALKENBURG M.E., Introduction to modern network synthesis, 1960. Wiley International Edition.

4.- MORALES, Héctor, Análisis de Tolerancia y Sensibilidad en redes utilizando el computador digital, 1980. EPN

5.- CALAHORRANO, Washington, Programa digital para la síntesis de Foster y Cauer de redes canónicas de dos tipos de elementos: L-C, L-R, R-C, 1983. EPN.

6.- RODRIGUEZ, Elizabeth, Programa digital para análisis de circuitos eléctricos lineales en el dominio de la frecuencia, 1983. EPN.

7.- KUO, Franklin F., Network Analysis and Synthesis, Second Edition. Wiley International Edition.

8.- POSNER, John - HILL, Jeff ..., LOTUS USER'S MANUAL, LOTUS Development Corporation, 1983.



PEÑAFIEL, PABLO. Nació en Riobamba, el 21 de Mayo de 1959. Realizó sus estudios secundarios en el Colegio Cardenal Spellman, obteniendo el título de Bachiller en 1976. Se graduó en la Escuela Politécnica Nacional como Ingeniero en Electrónica y Telecomunicaciones en 1982. Actualmente desempeña el cargo de Profesor Agregado II con las cátedras de Teoría Electromagnética y Antenas. Su experiencia profesional está orientada al área de Telecomunicaciones.



TUQUERRES, GLORIA. Nació en San Pablo del Lago, Otavalo, el 28 de Abril de 1961. Obtuvo su título de bachiller en Humanidades Modernas en el Colegio 24 de Mayo (1979). Se graduó de Ingeniero en Electrónica y Telecomunicaciones en la Escuela Politécnica Nacional (1987). Actualmente desempeña el cargo de Profesor Asistente con la cátedra de Líneas de Transmisión y los laboratorios de Líneas de Transmisión, y Transmisores y Receptores.