

# CONTROL OPTIMO CON CRITERIO CUADRATICO

Ing. J. Alberto Delgado R.  
Bogotá - COLOMBIA

## RESUMEN

En el presente trabajo, se resuelve con propósitos pedagógicos un sencillo problema de control óptimo. El proceso a controlar es de segundo orden, y el criterio a optimizar es del tipo cuadrático con ponderación en el error de salida y en la acción. Se efectúan varios diseños y progresivamente se incrementa el orden de la representación de estado global.

## INTRODUCCION

El artículo en la sección 1, plantea el problema y los diseños requeridos. En la sección 2, se organizan las expresiones matemáticas a implementar en el programa de control.

En la sección 3, obtenemos la representación de estado discreta del sistema original (2x2), y se optimiza el criterio.

En la sección 4, se adiciona un integrador con el propósito de lograr un error en régimen estacionario nulo. La representación de estado es de (3x3).

En el apartado 5, se desea que la planta responda de acuerdo a un modelo de referencia de segundo orden, por tanto la representación global de estado será (5x5).

Finalmente, en la sección 6, se considera una perturbación de primer orden a la salida, ello implica un sistema con seis variables de estado.

## PROBLEMA

Dado el proceso,

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{10}{(1+40s)^2}$$

se desea controlarlo con computador, utilizando la teoría de control óptimo.

El periodo de muestreo T es de 15 unidades de tiempo y el criterio a minimizar es,

$$J = \sum_{i=0}^{\infty} (e_i^2 Q + R u_i^2)$$

Donde,  $e_i = z_i - Y_i$

El comportamiento deseado es de la forma,

$$H(s) = \frac{W(s)}{Z(s)} = \frac{1}{400s^2 + 20s + 1}$$

La referencia  $Z = 10$  y  $Q = R = 10$ .

Adicionalmente, se introduce una perturbación medible tipo escalón de magnitud dos en la salida, así  $Y(t) =$  perturbación + salida del proceso.

### 1.1 DISEÑOS

1.1.1 Sistema de segundo orden. Discretizar el proceso, obtener el control óptimo y la salida para los casos :

1.1.1.1 Escalón  $Z = 10$ , sin perturbación

1.1.1.2 Escalón  $Z = 10$ , y perturbación  $\gamma = 2$ .

1.1.2 sistema de tercer orden. Adicionar al sistema anterior un integrador, con objeto de hacer cero el error en régimen estacionario. Graficar el control óptimo y la salida para los casos :

1.1.2.1 Escalón  $Z = 10$ , sin perturbación

1.1.2.2 Escalón  $Z = 10$ , y perturbación  $\gamma = 2$ .

1.1.3 Sistema de quinto orden. Ahora, al caso precedente adicionar el modelo de referencia. Hallar el control óptimo y la salida para :

1.1.3.1 Escalón  $Z = 10$ , sin perturbación

1.1.3.2 Escalón  $Z = 10$ , y perturbación  $\gamma = 2$ .

1.1.4 Sistema de sexto orden. Finalmente, al sistema anterior se le adiciona la dinámica de la perturbación con objeto de compensarla desde el instante de su ocurrencia. Hallar el control óptimo y la salida para :

1.1.4.1 Escalón  $Z = 10$ , y perturbación  $\gamma = 2$ .

## 2. EXPRESIONES PARA EL CONTROL OPTIMAL

Sea el sistema lineal e invariante en el tiempo,

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(k+1) &= \mathbf{A}\mathbf{X}(k) + \mathbf{B}\mathbf{U}(k) + \mathbf{F} \\ \mathbf{Y}(k) &= \mathbf{C}\mathbf{X}(k) \end{aligned} \quad (1)$$

y el criterio a minimizar,

$$J = \sum_{i=0}^{\infty} [\mathbf{e}^T(k) \mathbf{Q} \mathbf{e}(k) + \mathbf{U}^T(k) \mathbf{R} \mathbf{U}(k)] \quad (2)$$

Con,

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(k) &= \mathbf{z}(k) - \mathbf{y}(k) \\ \mathbf{z}(k) &: \text{referencia} \end{aligned}$$

El control optimal está dado por,

$$\mathbf{U}^*(k) = -\mathbf{L}\mathbf{X}(k) + \boldsymbol{\mu} \quad (3)$$

Donde,

$$\begin{aligned} \mathbf{L} &= [\mathbf{R} + \mathbf{B}^T \mathbf{K} \mathbf{B}]^{-1} [\mathbf{B}^T \mathbf{K} \mathbf{A}] \\ \boldsymbol{\mu} &= -[\mathbf{R} + \mathbf{B}^T \mathbf{K} \mathbf{B}]^{-1} \mathbf{B}^T [\mathbf{g} + \mathbf{K} \mathbf{F}] \end{aligned} \quad (4)$$

Con la matriz  $\mathbf{K}$  y el vector  $\mathbf{g}$  soluciones en régimen de,

$$\begin{aligned} \mathbf{K}(k) &= \mathbf{A}^T \mathbf{K}(k+1) \mathbf{A} - \mathbf{A}^T \mathbf{K}(k+1) \mathbf{B} [\mathbf{R} + \mathbf{B}^T \mathbf{K}(k+1) \mathbf{B}]^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{K}(k+1) \mathbf{A} \\ &+ \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\mathbf{g}(k) = [\mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{L}]^T \mathbf{g}(k+1) + [\mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{L}]^T \mathbf{K} \mathbf{F} - \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{Z} \quad (6)$$

El procedimiento a seguir para lograr la solución es,

- (i) Hallar para cada caso, la representación de estado (1)
- (ii) Obtener el valor de  $\mathbf{K}$  en régimen de (5)
- (iii) Calcular  $\mathbf{g}$  en régimen con (6)
- (iv) Hallar  $\mathbf{L}$  y  $\boldsymbol{\mu}$  en (4)
- (v) Aplicar el control óptimo (3) y graficarlo
- (vi) Graficar la respuesta del proceso

## 3. DISEÑO BASICO, SISTEMA 2x2

En las derivaciones que siguen, es preciso suponer que el vector de estado se estima con el observador adecuado y por tanto se tiene  $\mathbf{X}(k)$  disponible para aplicar el control óptimo (3).

## 3.1 Diagrama de Bloques

En la Fig 1 se observa el diagrama con el proceso discreto, el observador y las ganancias.

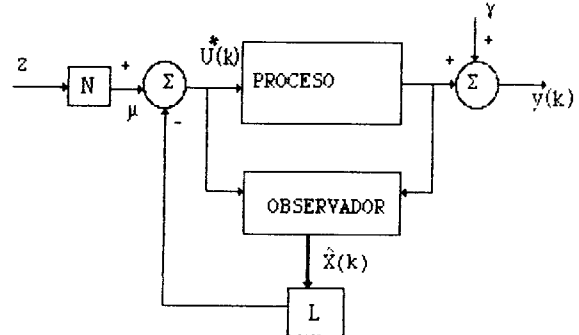


Fig. 1.- Diseño básico con control óptimo,  $N = \mu/Z$  ( $Z=10$ ).

Los valores de  $\boldsymbol{\mu}$  y  $\mathbf{L}$  son calculados por el computador que realiza el control óptimo, en base a las fórmulas (3) - (6).

## 3.2 Discretización y Representación Matricial

El proceso discreto de la Fig 1 se relaciona con el proceso continuo de la forma,

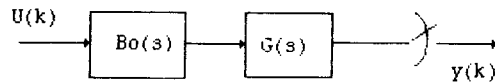


Fig 2.- Bloqueador de orden cero  $B_o(s)$  y proceso

El bloqueador permite obtener  $G(z)$  así,

$$G(z) = Z[B_o(s)G(s)] = \frac{z-1}{z} Z\left(\frac{G(s)}{s}\right) \quad (7)$$

Sustituyendo  $G(s)$  tenemos,

$$G(z) = \frac{z-1}{z} Z\left[\frac{10}{s(1+40s)^2}\right] \quad (8)$$

Descomponiendo en fracciones parciales y tomando la transformada  $Z$  de (8) logramos,

$$G(z) = \frac{0.55z + 0.43}{z^2 - 1.374z + 0.472} \quad (9)$$

y en representación de estado,

$$\begin{bmatrix} X_1(k+1) \\ X_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.374 & 1 \\ -0.472 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(k) \\ X_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.55 \\ 0.43 \end{bmatrix} U(k)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(k) \\ X_2(k) \end{bmatrix} \quad (10)$$

### 3.3 Control Optimo

En este nivel, se procede a obtener (3) con las matrices (10) y adicionalmente,

$$F = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad Z = 10$$

Los valores de  $K$ ,  $L$  y  $\mu$  en régimen son,

$$K = \begin{bmatrix} 26.93 & 13.28 \\ 13.28 & 11.02 \end{bmatrix}, \quad L = [0.851 \ 0.775], \quad \mu = 6.10$$

y el control óptimo es,

$$U^* = -0.851X_1(k) - 0.775X_2(k) + 6.102 \quad (11)$$

### 3.4 Graficas

En la Fig. 3(a) se observa la evolución de (11) partiendo de  $X(0) = X(0) = 0$ . En 3(b), aparece la salida del sistema sin perturbación. En régimen tenemos un error de 0.1229 y esto implica que el criterio tiene valor infinito.

En la Fig. 4(a), tenemos el comportamiento del control óptimo (11), cuando se aplica una perturbación tipo escalon de magnitud  $\gamma = 3$  en el instante de muestreo  $k=15$ .

El gráfico 4(b), indica la evolución de la salida, en este caso el error en estado estacionario es 4.28 y el criterio tendrá valor infinito.

Es claro, que este diseño básico presenta dos grandes inconvenientes

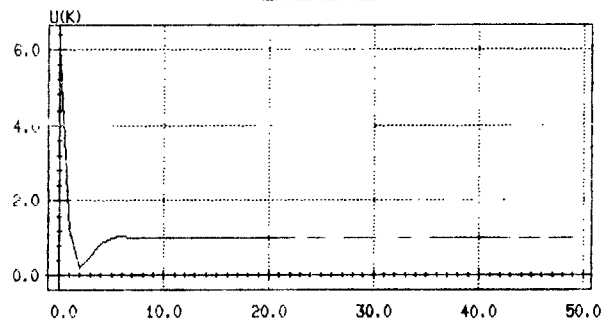
El error en régimen es infinito y no permite minimizar el criterio

No es factible compensar la perturbación y esto lo hace

sensible a ruido

## OPTIMIZACION CUADRATICA

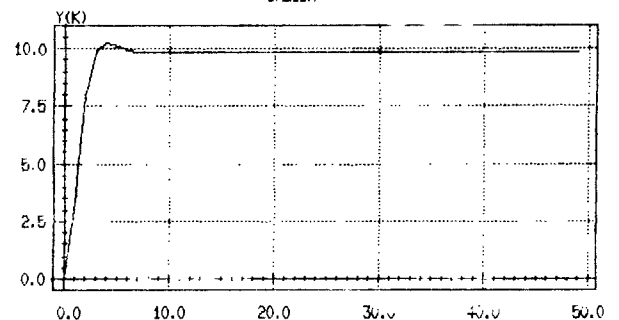
### LEY DE CONTROL



(a)

## OPTIMIZACION CUADRATICA

### SALIDA



(b)

Fig. 3(a) Control óptimo (11); (b) Salida del sistema (10). No hay perturbación.

## 4. DISEÑO BASICO CON INTEGRADOR, SISTEMA 3x3.

Sobre el diseño básico anterior, se procede a adicionar un integrador, con objeto de reducir a cero el error en régimen estacionario y controlar mejor la perturbación.

### 4.1 Representación Matricial

La ecuación de diferencias correspondiente al integrador es,

$$V(k+1) = V(k) + e(k)$$

$$\text{Con, } e(k) = Z(k) - Y(k)$$

Por tanto, la representación de estado es,

$$\begin{bmatrix} X_1(k+1) \\ X_2(k+1) \\ V(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.374 & 1 & 0 \\ -0.472 & 0 & 0 \\ -1.00 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(k) \\ X_2(k) \\ V(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.55 \\ 0.43 \\ 0.00 \end{bmatrix} U(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} Z(k) \quad (12)$$

$$Y(k) = \begin{bmatrix} Y(k) \\ V(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(k) \\ X_2(k) \\ V(k) \end{bmatrix}$$

Además,

$$R = 10; Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix} \text{ y } Z = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix}$$

#### 4.2 Control Óptimo

Utilizando las matrices en (12) se calculan los valores de  $K$ ,  $L$  y  $\mu$  en régimen aplicando (4), (5) y (6). De esta forma se logra,

$$K = \begin{bmatrix} 90.70 & 32.43 & -36.00 \\ 32.43 & 18.14 & -9.05 \\ -36.0 & -9.05 & 32.71 \end{bmatrix}; L = [1.771 \ 1.138 \ -0.422]$$

$$\mu = 13.814$$

El control óptimo es,

$$U^*(k) = -1.771X_1(k) - 1.138X_2(k) + 0.422V(k) + 13.814 \quad (13)$$

#### 4.3 Gráficas

En la Fig. 5(a) aparece la evolución de (13), nuevamente  $V(0)=X_1(0)=X_2(0)=0$ . Es interesante notar la rapidez de la acción para llevar la salida al valor de la referencia.

En la gráfica 5(b), vemos la dinámica de la salida para el control (13), se aprecia que debido al integrador el error en régimen es nulo. Sin embargo, una respuesta tan rápida produce gran overshoot.

La Fig. 6(a), señala el control (13) cuando se introduce una perturbación tipo escalón de magnitud  $\gamma=2$  en la salida del proceso y el muestreo  $k = 15$ .

La Fig. 6(b), muestra la salida del proceso. El integrador actúa como compensador de la perturbación y la elimina en 8 muestreos. Además, este reduce las oscilaciones incrementando el overshoot.

Se concluye, al completar el diseño básico con un integrador,

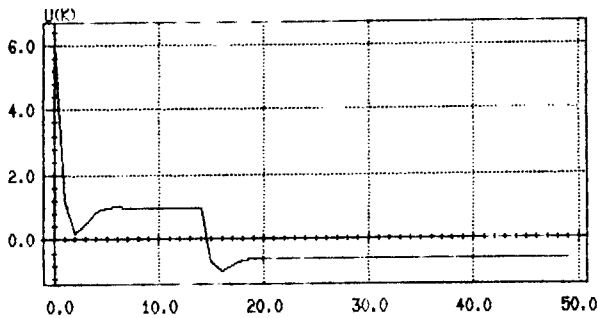
El overshoot a la salida del sistema es considerable, 50% del valor final de  $y(k)$ .

El control óptimo tiene variaciones casi instantáneas, lo cual es difícil de implementar en un proceso real.

El error en régimen es cero, esto implica que el criterio es finito y el mínimo posible.

### OPTIMIZACION CUADRATICA

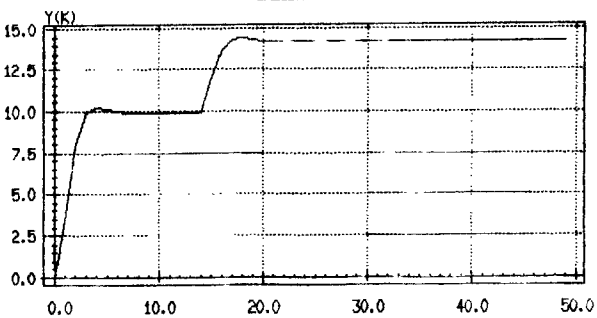
LEY DE CONTROL



(a)

### OPTIMIZACION CUADRATICA

SALIDA



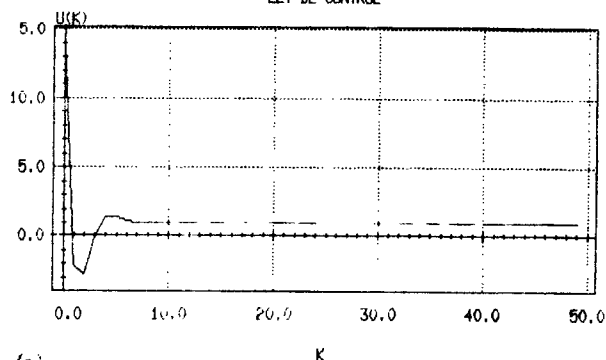
(b)

Fig. 4(a) Control óptimo (11); (b) Salida del sistema (10). En esta gráfica se presenta una perturbación tipo escalón de magnitud  $\gamma=2$  en la salida y en el instante  $k=15$ .

El vector de salida ahora contiene la variable de estado  $X_1(k)$ , como en (10), y el estado del integrador.

## OPTIMIZACION CUADRATICA

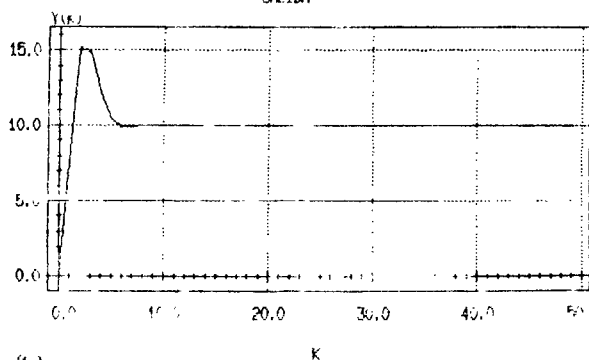
LEY DE CONTROL



(a)

## OPTIMIZACION CUADRATICA

SALIDA



(b)

Fig. 5(a) Control óptimo (13); (b) Evolución de la salida del sistema (12). No hay perturbación.

### 5. DISEÑO BASICO CON INTEGRADOR Y MODELO DE REFERENCIA, SISTEMA 5x5.

Con el propósito de reducir el overshoot en la salida del sistema y tener una ley de control más suave, se procede a introducir un modelo de referencia de segundo orden, como se mencionó en 1

#### 5.1 Discretización y Representación Matricial

El modelo de referencia continuo se caracteriza por la función de transferencia,

$$H(s) = \frac{W(s)}{Z(s)} = \frac{1}{400s^2 + 20s + 1}$$

Asumiendo una estructura similar a la Fig.1, para obtener H(z) tenemos,

$$H(z) = \frac{z-1}{z} Z \left[ \frac{1}{(400s^2 + 20s + 1)s} \right] \quad (14)$$

Realizando en (14) una expansión en fracciones parciales, y tomando transformada Z se logra,

$$H(z) = \frac{0.212z + 0.165}{z^2 - 1.095z + 0.472} \quad (15)$$

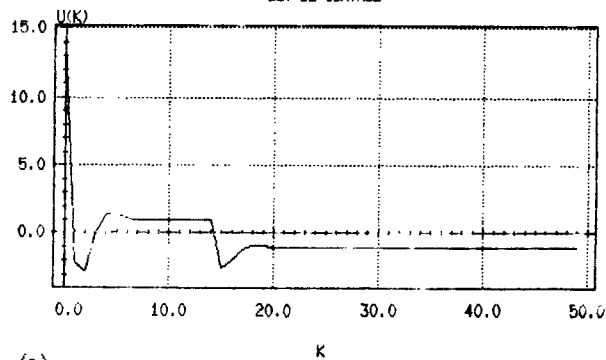
La representación de estado para (15) es,

$$\begin{bmatrix} S_1(k+1) \\ S_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.095 & 1 \\ -0.472 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1(k) \\ S_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.212 \\ 0.165 \end{bmatrix} Z(k)$$

$$W(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1(k) \\ S_2(k) \end{bmatrix}$$

## OPTIMIZACION CUADRATICA

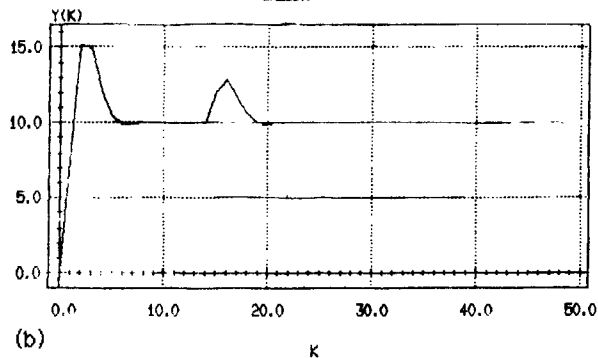
LEY DE CONTROL



(a)

## OPTIMIZACION CUADRATICA

SALIDA



(b)

Fig. 6(a) Control óptimo (13); (b) Salida del sistema (12), se introduce una perturbación tipo escalón de magnitud y=2 en la salida del proceso y en la muestra k=15.

Para el sistema global, la representación de estado se extiende ,

$$\begin{bmatrix} X_1(k+1) \\ X_2(k+1) \\ V(k+1) \\ S_1(k+1) \\ S_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.374 & 1 & 0 & 0.000 & 0 \\ -0.472 & 0 & 0 & 0.000 & 0 \\ -1.000 & 0 & 1 & 1.000 & 0 \\ 0.000 & 0 & 0 & 1.095 & 1 \\ 0.000 & 0 & 0 & -0.472 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(k) \\ X_2(k) \\ V(k) \\ S_1(k) \\ S_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.55 \\ 0.43 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \end{bmatrix} U(k) + \begin{bmatrix} 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 2.12 \\ 1.65 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y(k) \\ V(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(k) \\ X_2(k) \\ V(k) \\ S_1(k) \\ S_2(k) \end{bmatrix} \quad (16)$$

Con,

$$R=10; Q=\begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}; Z=\begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix}$$

## 5.2 Control Optimo

Nuevamente, se incluyen las matrices (16) en las fórmulas (3), (4) y (6) para obtener,

$$K = \begin{bmatrix} 90.70 & 32.43 & -36.00 & -74.04 & -41.54 \\ 32.43 & 18.14 & -9.06 & -23.35 & -16.33 \\ -36.00 & -9.06 & 32.71 & 40.60 & 19.18 \\ -74.04 & -23.35 & 40.60 & 87.77 & 52.83 \\ -41.54 & -16.33 & 19.18 & 52.83 & 41.87 \end{bmatrix}$$

$$L = [1.771 \quad 1.138 \quad -0.422 \quad -1.162 \quad -0.905]$$

$$\mu = 4.975$$

Por tanto el control óptimo es,

$$\hat{U}(k) = -1.771X_1(k) - 1.138X_2(k) + 0.422V(k) + 1.162S_1(k) + 0.905S_2(k) + 4.975 \quad (17)$$

## 5.3 Gráficas

En la Fig. 7(a), se aprecia el control óptimo, las condiciones iniciales son  $X_1(0)=X_2(0)=V(0)=S_1(0)=S_2(0)=0$ . Esta ley de control es más suave que (13).

La salida del sistema presenta menor overshoot, Fig. 7(b), además su comportamiento sigue el modelo de referencia y el error en régimen es nulo.

Cuando aplicamos la perturbación tipo escalón de magnitud  $\gamma=2$  en la salida del proceso y en la muestra  $k=15$ , se elimina en 5 muestreos. No obstante, la Fig. 8(a, b) nos permite ver cómo la acción cambia abruptamente al detectar el sistema la perturbación.

## 6. DISEÑO BASICO CON INTEGRADOR, MODELO DE REFERENCIA Y DINAMICA DE LA PERTURBACION, SISTEMA 6x6

En los casos anteriores vimos que la perturbacion produce comportamientos tipo escalón en la ley de control. Para compensar la perturbación , sin exigir fuertes cambios en el  $U^*(k)$ , se considera su dinamica desde el inicio del diseño.

### 6.1 Representación Matricial

La perturbación obedece la dinámica,

$$P(k+1) = \alpha P(k) + \beta \gamma$$

$$T(k) = \delta P(k)$$

Donde,  $\gamma=2$ ,  $\alpha=0$ ,  $\delta=1.0$  y  $\beta=1.0$ .

La representación global de estado es,

$$\begin{bmatrix} X_1(k+1) \\ X_2(k+1) \\ V(k+1) \\ S_1(k+1) \\ S_2(k+1) \\ P(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.374 & 1 & 0 & 0.000 & 0 & 0 \\ -0.472 & 0 & 0 & 0.000 & 0 & 0 \\ -1.000 & 0 & 1 & 1.000 & 0 & -1 \\ 0.000 & 0 & 0 & 1.095 & 1 & 0 \\ 0.000 & 0 & 0 & -0.472 & 0 & 0 \\ 0.000 & 0 & 0 & 0.000 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(k) \\ X_2(k) \\ V(k) \\ S_1(k) \\ S_2(k) \\ P(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.55 \\ 0.43 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \end{bmatrix} U(k) + \begin{bmatrix} 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 2.12 \\ 1.65 \\ 0.00 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.55 \\ 0.43 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \end{bmatrix} U(k) + \begin{bmatrix} 0.00 \\ 0.00 \\ 2.12 \\ 1.65 \\ 2.00 \end{bmatrix} Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(k) \\ X_2(k) \\ V(k) \\ S_1(k) \\ S_2(k) \\ P(k) \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$K = \begin{bmatrix} 90.70 & 32.43 & -36.00 & -74.04 & -41.54 & 46.00 \\ 32.43 & 18.14 & -9.05 & -23.35 & -16.33 & 9.05 \\ -36.00 & -9.05 & 32.71 & 40.60 & 19.18 & -22.71 \\ -74.04 & -23.35 & 40.60 & 87.77 & 52.82 & -40.60 \\ -41.54 & -16.33 & 19.18 & 52.82 & 41.86 & -19.18 \\ 46.00 & 9.05 & -22.71 & -40.60 & -19.18 & 32.71 \end{bmatrix}$$

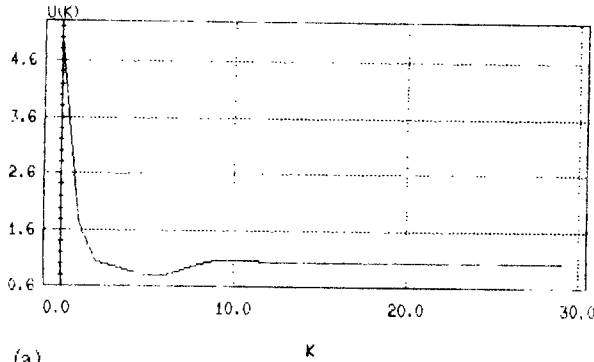
Con,

$$R=10; Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}; Z = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$L = [1.771 \ 1.138 \ -0.422 \ -1.162 \ -0.905 \ 0.422]$$

$$\mu = 3.055$$

### OPTIMIZACION CUADRATICA LEY DE CONTROL



(a)

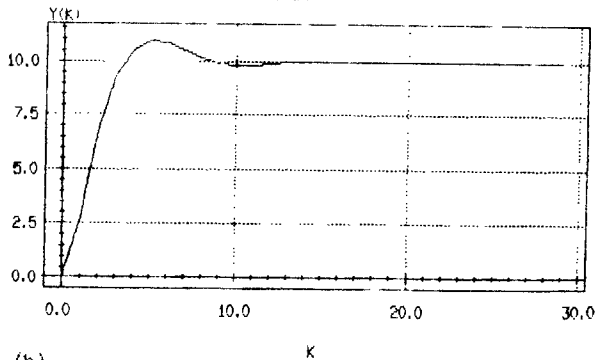
El control óptimo es,

$$U^*(k) = -1.771X_1(k) - 1.138X_2(k) + 0.422V(k) + 1.162S_1(k) + 0.905S_2(k) - 0.422P(k) + 3.055 \quad (19)$$

### 6.3 Gráficas

La Fig. 9(a) nos muestra la evolución del control óptimo (19), con  $X_1(0)=X_2(0)=V(0)=S_1(0)=S_2(0)=P(0)=2$ . En este caso introducimos la perturbación desde  $k=0$ . Como se esperaba los cambios del control  $U^*(k)$  son más suaves.

### OPTIMIZACION CUADRATICA SALIDA



(b)

En la Fig. 9(b), la salida del sistema  $y(k)$  sigue el segundo orden del modelo de referencia y el error en régimen es nulo.

Con la estructura global (18) se han logrado los siguientes aspectos:

La respuesta del sistema  $y(k)$  obedece el segundo orden del modelo de referencia.

El error en régimen es nulo, lo cual permite minimizar el criterio  $J$

La ley de control es implementable, es decir su evolución es suave.

Fig. 7(a) Ley de control óptimo (17); (b) salida del sistema (16), no hay perturbación.

### 6.2 Control Óptimo

### 7. CONCLUSIONES

Con las matrices (18) y aplicando las fórmulas (3), (4), (5) y (6) tenemos,

(1) La matriz  $Q$  permite ponderar el error así,

$$Q = \begin{bmatrix} Q_e & 0 \\ 0 & Q_v \end{bmatrix}, \text{ Donde } Q_v = Q_e = 10$$

Como,

$$e = Z - Y = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} y(k) \\ v(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 - y(k) \\ -v(k) \end{bmatrix}$$

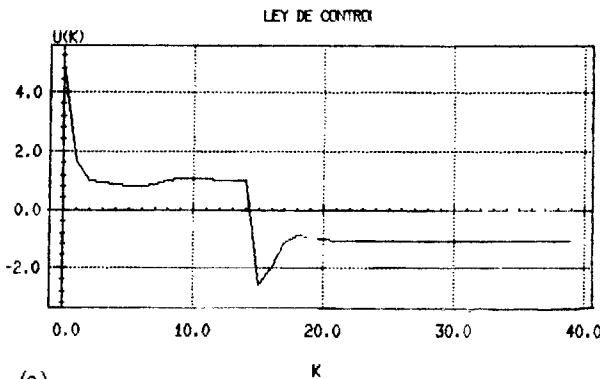
Entonces,

$$e^T Q e = \begin{bmatrix} 10 - y(k) & -v(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_e & 0 \\ 0 & Q_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 - y(k) \\ -v(k) \end{bmatrix}$$

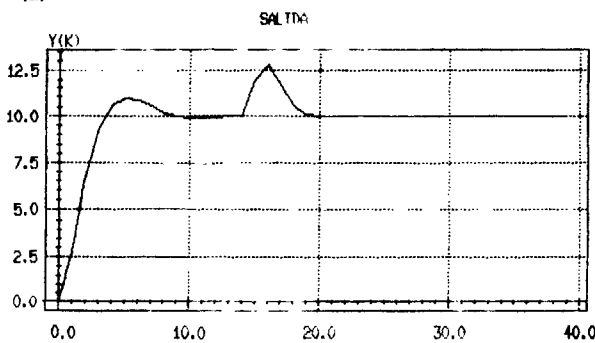
Por tanto,

$$e^T(k) Q(k) e(k) = Q_e [10 - y(k)]^2 + Q_v v^2(k)$$

En varias simulaciones con el sistema (3x3), fue posible manejar el overshoot disminuyendo el peso de la variable del integrador. Un  $Q_v$  menor produce reducción en el overshoot, aunque el valor del criterio aumenta.



(a)

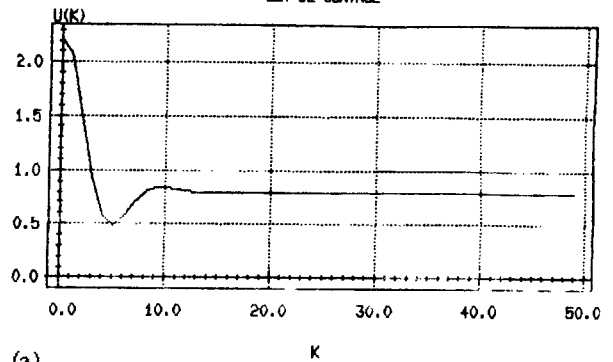


(b)

Fig. 8(a) Ley de control óptimo (17); (b) Salida del sistema (16). Se introduce una perturbación  $\gamma=2$  a la salida  $y$  en  $k=15$ .

## OPTIMIZACION CUADRATICA

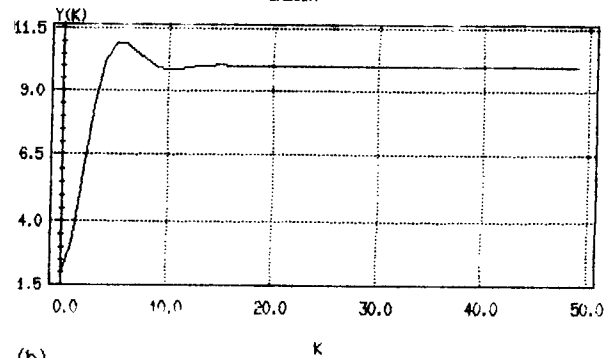
LEY DE CONTROL



(a)

## OPTIMIZACION CUADRATICA

SALIDA



(b)

Fig. 9(a) Ley de control óptimo (19); (b) Salida del sistema (18). La perturbación  $\gamma=2$  se introduce desde  $k=0$ .

(ii) El escalar  $R$  que da peso a la acción, permite manejar el tiempo en que la salida  $y(k)$  alcanza la referencia.

(iii) La introducción de un modelo de referencia, facilita lograr dinámicas más reales del proceso y minimizar el criterio.

(iv) El compensar la perturbación desde el diseño es muy ventajoso, puesto que el control y la salida del proceso no presentan cambios abruptos.





### **DATOS BIOGRAFICOS**

J. Alberto Delgado R., finaliza estudios secundarios (1979) en el área de Electricidad y Electrónica. Posteriormente (1986) obtiene el título de Ingeniero Eléctrico en la Universidad de los Andes.

Durante los años 1986 - 1988 realiza estudios de posgrado en la misma institución, trabajando en las áreas de control y tratamiento de señales.

El Ing. Delgado ha participado en varios congresos de ingeniería a nivel nacional e internacional.