APLICACION DEL METODO ADIABATICO CON UN MODELO PARTICULAR DE N($\vec{r}$)

PALMA ROCIO, Fís.
Profesor
Escuela Politécnica Nacional

LOPEZ ERICSON

Escuela Politécnica Nacional

RESUMEN

El problema de la determinación de la trayectoria de una onda de radio corta, en general puede dividirse en dos etapas: en la primera, es necesario elegir un modelo adecuado para la concentración electrónica N($\vec{r}$) y la segunda en disponer de un método para la determinación de las principales características de propagación. En general la aproximación del método en gran parte depende de la mayor o menor exactitud con la que el modelo de N($\vec{r}$) elegido describe las propiedades de la ionósfera.

En el presente trabajo se describe un modelo analítico para N($\vec{r}$) que aunque basado en consideraciones físicas muy generales permite tomar en cuenta variaciones tridimensionales de la ionósfera. Por otro lado se detallan cada uno de los pasos que requiere la aplicación del método adiabático para el cálculo de las principales características de propagación.

INTRODUCCION

Las exigencias mínimas que deben satisfacer los modelos analíticos para la concentración electrónica ionosférica, son:

1. Reflejar con la mayor fidelidad posible las variaciones latitudinales y longitudinales de los parámetros de la ionósfera conocidos de los experimentos.

2. Abarcar un intervalo de alturas entre 50 y 500 Km. (describir las capas D, E, y F). La primera es necesaria para calcular la atenuación de las ondas.

3. Expresarse a través de funciones contínuas junto con sus primeras derivadas lo más simples posibles ya que ingresarán como parte de programas más complejos.

La ionósfera es un objeto físico muy complicado, que no puede ser analizado en forma aislada sino como un conjunto con la termósfera y protonósfera. Es en general un medio no-uniforme y no-homogéneo en el que los procesos de transporte horizontal son tan importantes como la de transporte vertical que, como se ha demostrado son los responsables de la llamada anomalía ecuatorial [3]. La mayor parte de los estudios existentes, en general, están realizados para las latitudes medias donde el comportamiento de la ionósfera es más homogéneo que en la zona ecuatorial [4].

El presente trabajo puede ser considerado como un primer paso en un estudio que se está realizando y que permitirá elaborar un modelo adecuado para la ionósfera ecuatorial. Aquí se hace énfasis sólo en las variaciones más generales de la concentración ionosférica.

El modelo se lo utiliza en las expresiones obtenidas con ayuda del método adiabático para el cálculo de la trayectoria, tiempo de retardo de grupo, atenuación, etc, poniendo énfasis en la secuencia de las distintas etapas del cálculo.

I.- MODELIZACION DE LA CONCENTRACION ELECTRONICA EN LA IONOSFERA

1.1. Modelo de Chapman

El presente modelo toma como base los trabajos realizados por CHAPMAN [1] con su intento de dar en buena aproximación una descripción formal de la concentración electrónica con la ionósfera. Sobre esta base, se toma en cuenta diversos aspectos de dependencia parametral que conllevan a la determinación de relaciones para la concentración electrónica en función de la altura y del tiempo, en contraste a la relación de CHAPMAN que da la concentración con dependencia exclusiva de la altura.

CHAPMAN considera con buena aproximación que la atmósfera puede ser tratada como un gas ideal, bajo esta hipótesis, se da la dependencia exponencial decreciente con la altura de la presión y de la densidad de masa.

$$\rho_i=\rho_{oi}\ \exp(-h/H_i)$$

$$P_i=P_{oi}\ \exp(-h/H_i) \qquad (1)$$

ρ_{oi}= densidad de masa del i-ésima constituyente a h=0.

P_{oi}= presión del i-ésima constituyente de la atmósfera a h=0.

H_i = escala de altura del i-ésima constituyente.

Entre los mecanismos por medio de los cuales se produce la ionización atmosférica tenemos:

- Fotoionización de partículas neutras
- Fotoseparación de electrones de iones negativos.
- Electrón separado de iones por colisión de partículas pesadas.
- Transferencia de carga.
- Intercambio de ión-átomo.
- Proceso de pérdida de electrón.
- Ataque a una partícula neutra.

CHAPMAN asume con su modelo:

a) Existencia de procesos simples de ionización (Fotoionización)

b) La atmósfera es considerada isotérmica

c) La atmósfera es plana y estratificada

d) H=constante (escala de altura)

H, es considerada como unidad básica de altura con trabajos con la atmósfera y la ionósfera

$$(H = \frac{KT}{mg})$$

La variación de la concentración electrónica con el tiempo, se describe por:

$$\frac{dN(e)}{dt} = q - \alpha\, N(e)\, N(I^{+}) \quad (2)$$

$N(e)$ = concentración electrónica

$N(I^{+})$ = concentración iónica (+)

q = velocidad de producción de electrones

α = coeficiente de recombinación

En la relación (2), se considera que el proceso de pérdida de electrones, es proporcional al producto de la concentración iónica por la concentración electrónica, con este factor de recombinación se ve disminuída la rata de producción por fotoionización. Considerando la concentración iónica igual a la concentración electrónica, se tiene una ecuación no lineal muy simple para la variación de la concentración:

$$\frac{dN}{dt} = q - \alpha N^2 \quad (3)$$

Tomando un estrato de espesor dh, a una altura h sobre la superficie, considerando la pérdida de intensidad (dI) de un rayo solar de sección transversal unitaria, que pasa a través del estrato formando un ángulo æ con la vertical (ángulo Zenith Solar), sin tomar en cuenta procesos refractorios; se tiene para la masa del gas interceptado por el rayo a través del estrato y para la intensidad incidente con el estrato.

$$dm = dh\, \mathrm{Sec}\, æ \cdot \rho_o \exp(-h/H)$$
$$I = I_\infty \exp(-A\, \rho_o H \mathrm{Sec}\, æ \cdot \exp(-h/H)) \quad (4)$$

h = altura

A = coeficiente de absorción del estrato

ρ_o= densidad de masa inicial

I_∞= intensidad de radiación incidente sobre la atmósfera.

æ = ángulo Zenith Solar

De (4) se deduce inmediatamente que el porcentaje de producción de electrones está dado por:

$$q = q_m \exp\,[1-x-\exp(-x)]$$

$$q_m = \frac{\tau\, I_\infty\, \mathrm{Cos}æ}{He} \quad ; \quad \tau = \text{constante} \quad (5)$$

$$x = \frac{h-h_m}{H}$$

h_m = altura para la cual se tiene un q máximo
q_m = porcentaje de producción máximo

Suponiendo la atmósfera en equilibrio (dN/dt=0) y considerando el coeficiente de recombinación constante, se tiene para el análisis de CHAPMAN una concentración electrónica.

$$N = N_m \exp[1-x-\exp(-x)]/2 \quad (6)$$

Si $x = Z - \ln \mathrm{Sec}æ$

$$N_o \exp(1-Z-\mathrm{Sec}\, æ \exp(-Z))/2$$

$$N_m = N_o(\mathrm{Cos}æ)^{1/2}$$

N_o = concentración electrónica máxima cuando æ=0

N_m = concentración electrónica máxima

Aproximando (6) con serie de Taylor

$$N \approx N_m\, (1 - \frac{x^2}{4}) \quad (7)$$

(7) representa la forma cuadrática característica para la concentración con dependencia exclusiva de la altura.

Determinemos a continuación ciertas relaciones que proporcionen la dependencia simultánea de la concentración con la altura y el tiempo.

Para ello efectuemos consideraciones más fuertes con el modelo CHAPMAN.

1.2. Obtención del modelo tridimensional

Primera Aproximación

Partimos de la ecuación no lineal (3) que describe la variación de la concentración en el tiempo; se sigue considerando a α como constante. Para resolver esta ecuación, se emplea el método de aproximaciones sucesivas, el intervalo de integración, se toma necesariamente en [6.1;t] debido a la presencia de Sec æ en (5) al hacer el cambio de variable

$$x = Z - \ln \mathrm{Sec}æ$$

Es lógico considerar la rotación de la tierra al determinar la dependencia del ángulo æ con el tiempo; entonces æ toma una dependencia lineal con t.

$$æ = A + Bt \qquad \left[\begin{array}{ll} \text{si} & \\ æ = \pi/2 & t = 6h \\ æ = -\pi/2 & t = 18h \end{array}\right.$$

$$æ = \pi(12-t)/12 \quad (8)$$

Mediante el método sugerido para resolver la ecuación no lineal, tenemos en segunda aproximación sucesiva y luego de transformaciones necesarias:

$$\begin{aligned} N \approx\ & N_o' + q_o(5/2-4Z+2Z^2)[1/10 + N_o'(t-6,1)/5 - \\ & \alpha N_o'^2(t-6,1)^2/10] + q_o(1+Z^2)/2[(t-6,1) + \\ & + N_o'(t-6,1)^2] + N_o'(t-6,1) - \alpha N_o'(t-6,1)^2 + \\ & + 12 q_o(5/2-4Z+2Z^2) \ln \mathrm{Tag}(3\pi/4 - \pi/24\, t)/\pi \end{aligned} \quad (9)$$

para q_o se obtiene:

$$q_o = \frac{N_o - 6{,}9 N_o' + 34{,}8 \alpha N_o'^3}{(3,2) + 18{,}6 N_o' - 3{,}5 \alpha N_o'^2} \quad (10)$$

N_o'= concentración electrónica inicial (N_o'=N(6,1))

* Recalquemos que el análisis de la concentración electrónica se lo hace considerando fenómenos de producción de electrones por fotoionización, por tanto durante la presencia de radiación solar. (En nuestro medio de 6 a 18 horas).

Segunda Aproximación

Se resuelve la ecuación diferencial (3), considerando al coeficiente de recombinación dependiente del tiempo. Usamos el método de aproximaciones sucesivas.

(a) Capas altas de la Ionósfera (capa F)

Se considera que la dependencia exponencial

$$e^{-2Z} \rightarrow 0 \quad \text{(grandes alturas)}$$

Siguiendo el procedimiento descrito se tiene para la concentración en la capa F.

$$N = C' - \frac{q_o^2}{qN_o'}(5-6Z+2Z^2)(t-6)^2 \qquad (11)$$

$$C' = C - N_o'$$

$$C,\ C' = \text{constantes}$$

Estas constantes se escogen de tal manera que al trasladar la curva representada por (11), sea compatible con los datos experimentados. La forma (11) para la concentración da una dependencia cuadrática respecto a la altura y al tiempo, lo cual es muy aceptable.

Pongamos a (11) en forma más explícita:

En este marco, se encuentra para q_o

$$q_o = \left(\frac{N_o'}{90}(N-N_o)\right)^{1/2}$$

$$h_o \approx 250\text{Km}$$

$$N_o \approx 4.10^5$$

$$N_o' \approx 3.10^5$$

$$Z \approx 6{,}66.10^{-3}h - 1{,}5$$

$$N = C - 3.10^5 - 555{,}5(5-6Z+2Z^2)(t-6)^2 \qquad (12)$$

(b) Capas bajas de la Ionósfera (capas D, E)
Para este caso el término e^{-2Z} que aparece en el análisis no se considera despreciable, con ello aseguramos el tratamiento a alturas bajas.

Se determina entonces en primer lugar las formas explícitas que toma el coeficiente de recombinación α.

Tenemos:

Para grandes alturas

$$\alpha = \frac{q_o}{N_o'^2} e^{(1-Z)} \qquad (13)$$

bajas alturas

$$\alpha \approx \frac{1}{N_o'^3}\left[N_o' A \pm A^2(t-6)\right] \qquad (14)$$

$$A = q_o e^{1-Z}$$

(14) nos permite obtener para la concentració electrónica a bajas alturas

$$N \approx N_o' + (-12/\pi \cdot \ln Tag(3\pi/4 - \pi t/24)/\pi + 1/10)q_o(5/2 - 4Z + 2Z^2) - q_o^{2\prime}(5-6Z+2Z^2)(t-6{,}1)^2/2N_o' \qquad (15)$$

La relación (15) para la capa E es:

$N_o \approx 10^5$; $N_o' = 2.10^4$; $h_o \approx 100$ Km ; $H=70$

$$N \approx 2 \cdot 10^4 + [1/10 - 12/\pi \ln Tag(3\pi/4 - \pi/24t)]4260(5/2 - 4Z + 2Z^2) - 453{,}7(5-6Z+2Z^2)(t-6{,}1)^2$$

$$Z = 0{,}0143h - 1{,}423$$

* Estas relaciones graficamos en la página A.

En los gráficos 1 y 2 se muestra la concentración de las capas D, E para distintas alturas en función del tiempo $t = 6$-21 h. como se puede apreciar existe un crecimiento contínuo de la concentración hasta aproximadamente las 10h30 para luego decrecer, lo que está de acuerdo con los datos experimentales (los valores negativos de la concentración carecen de sentido físico).

En los gráficos 3, 4 y 5 tenemos las variaciones de la concentración como función de la altura para distintos tiempos $t = 7$, 12 y 15 h. Aquí también se puede apreciar la existencia de un valor máximo que se desplaza en el tiempo entre los 50 y 150 Km. Lo que así mismo está en concordancia con los datos existentes.

En los gráficos 6, 7 y 8 se muestran las mismas variaciones, pero para la capa F. De acuerdo con los datos experimentales a horas tempranas y en el ocaso el máximo de la capa F está en alturas mayores que al medio día. Como se puede ver en los gráficos máximo no se desplaza en el tiempo, constituyéndose en una limitación del modelo.

II. APLICACION DEL METODO DEL INVARIANTE ADIABATICO

En [2] se detallan los fundamentos teóricos del método adiabático para el cálculo de las principales características de propagación. Resumiendo en él se establece que si las variaciones de la composición ionosférica en la dirección horizontal son lentas comparadas con las variaciones verticales, entonces se puede definir una integral I para un rayo que permanece constante en los límites de un canal y que permite con gran aproximación encontrar sus características de propagación: trayectoria, atenuación, etc. I se denomina invariante adiabática y su existencia refleja el hecho de que en esta aproximación no existe interacción entre los modos de oscilación por lo que dichos modos se conservan.

De acuerdo con la definición

$$I = 4/R_o \int_{z_{min}}^{z_{max}} (E(\theta) - U(z,\theta))^{1/2}\, dz \qquad (16)$$

R_o radio de la tierra

z_{min}, z_{max} puntos de reflexión de la onda

$$U(z,\theta)= -1- \frac{N(z,\theta)e^2}{m\epsilon_o\omega^2} - \frac{2z}{R_o} \qquad (17)$$

Esta expresión para $U(z,\theta)$ es válida para

$$\omega >> \omega_B = \frac{eB}{m} \qquad y$$

$\omega >> \nu$ - ν - frecuencia de colisiones.
Su rango de aplicabilidad sería $f \gtrsim 10$ MHZ.

El rayo, a lo largo de la trayectoria conserva el valor de su invariante inicial I_o, que está definido a través de las coordenadas geográficas y el ángulo de emisión. Entonces

$$I_o=4/R_o \int_{o}^{z_{máx}} (-Cos^2\alpha_o+1-N(z,\theta)e^2/m\epsilon_o w^2-2z/R_o)^{1/2}dz \qquad (18)$$

$z_{máx}$ depende del canal por el que se desearía realizar la trasmisión.

Tomando en (16) $I = I_o$ obtenemos $E = E(\theta,I_o)$

Por otro lado cada uno de los canales ionoeféricos se caracterizan por su invariante máximo I_{mi}, que al contrario del invariante del rayo, varía a lo largo de la trayectoria en dependencia de θ y

$$I_{mi} = 4/R_o \int_{z_{min}}^{z_{máx}} (U_m-U(z,\theta))^{1/2}\, dz \qquad (19)$$

U_m valor del potencial en el máximo

El rayo se propagará por un canal definido mientras $I_o<I_m$, de lo contrario traspasa los límites del canal y durante este proceso su invariante adiabática sufre un salto.

$$I_o(\theta_s+0) - I_o(\theta_s-0) = \pm I_{mj}$$

$$I_o(\theta_s-0) = I_{mi} \qquad (20)$$

$$j = i \pm 1 \ , \ i = 1,2,3$$

El proceso para calcular la trayectoria es por lo general un poco diferente del proceso que se siguió para las definiciones. Así, con el modelo escogido para la concentración electrónica se obtiene I_{mi}, luego suponiendo que la trayectoria se realiza por los círculos mayores se realizó un gráfico de $I_{mi}=I_{mi}(\theta,\psi)$ de este gráfico empleando la condición de que $I_o<I_{mi}$ se define el invariante inicial I_o adecuado para que la señal llegue a su destino.Para una emisión realizada desde $\theta=30°$, tiempo local 12 h. y una recepción en $\theta=-30°$, el gráfico que se obtiene permite predecir que el enlace podrá ser realizado con un invariante inicial $I_o \leq 13$. (Ver gráfico 11).

Así aplicando este método con nuestro modelo tendríamos los siguientes resultados para la capa D y E.

$$\epsilon \approx 1+5A-6AZ+2-Z^2$$

$$A=e^2Cos\theta q_o{}^2(t-6.1)^2/2m\epsilon_o\omega^2N_o' \qquad (21)$$

$$U(z,\theta)=-\epsilon-2z/R_o$$

Para la trayectoria del rayo

$$\theta=\theta_o+\int_{z_o}^{z} dz/(E(\theta)-U(z,\theta))^{1/2} * \ 1\ /R_o \qquad (22)$$

La atenuación:

$$\Gamma= \int N(z,\theta)dz/(E(\theta)-U(z,\theta))^{1/2} * e\ /\ {}^2m \qquad (23)$$

aquí se ha considerado la frecuencia de colisiones una constante 10^3-10^4 (seg.$^{-1}$), aunque en realidad es una función de r. El tiempo de retardo del grupo :

$$t \approx \int ((1+2z/R_o)/(-E(\theta))^{1/2})d\theta \qquad (24)$$

CONCLUSIONES

Basándose en el modelo de CHAPMAN se obtuvo un modelo tridimensional para N(r), se lo comparó con datos experimentales, comprobandose que a grandes rasgos el modelo si describe el comportamiento de la ionósfera.

Por otro lado se describieron las etapas de aplicación del método adiabático para el cálculo de las principales características de propagación.

BIBLIOGRAFIA

[1] Kelso John Morris "Radio Ray Propagation in the Ionosphere." McGraw Hill. New York. 1964

[2] A.B Gurevich E.E. Tsedilino " Svergdalnee rasproctranenie korotkij radiobolṅ" Edit Nauka Moscú 1979.

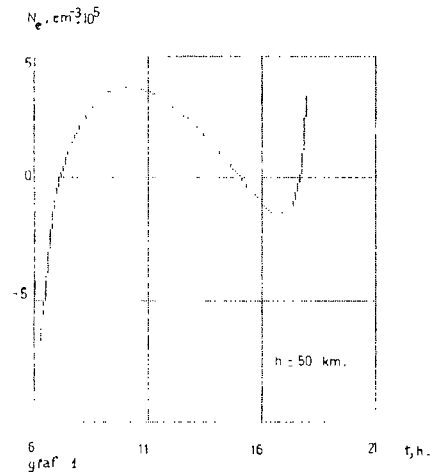
[3] A.A. Namgaladse I. N. Korenkov " Globalnaia prognosticheckaia model vozmyshenoi ionosferi. Poctanobka zadach." Edit Nauka Moscú 1985.

[4] I.O. Korenkov. N I Tepenishina" Isledovanie chustviletnostielectronoi concentratstii k functsiam ionisasii E y F1 oblactiaj ionosferi." Edit. Nauka Moscú 1985.

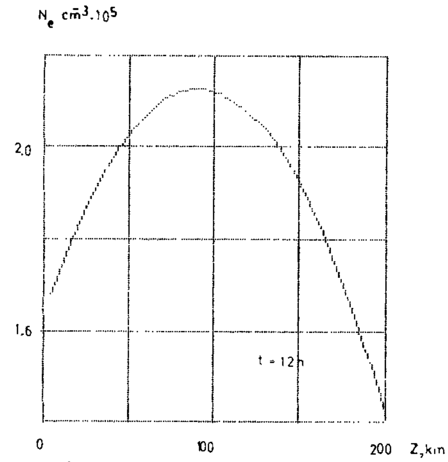
BIOGRAFIAS

LOPEZ ERICSON Nació en Quito, el 6 de Junio de 1965. Estudiante de la Facultad de Ciencias de la Escuela Politécnica Nacional.

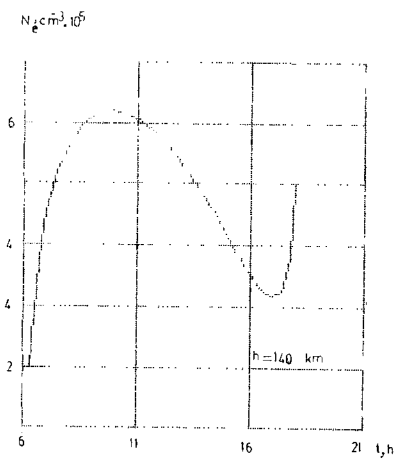
PALMA ROCIO Nació en Quito el 5 de Marzo de 1954, obtuvo el título de Físico en la Universidad de Lomonosov. Moscú 1981. Fue profesor en el Departamento de Telecomunicaciones de la Facultad de Ingeniería Eléctrica de la Escuela Politécnica Nacional desde 1982 hasta 1986. Actualmente es profesor del Departamento de Física de la Facultad de Ciencias.



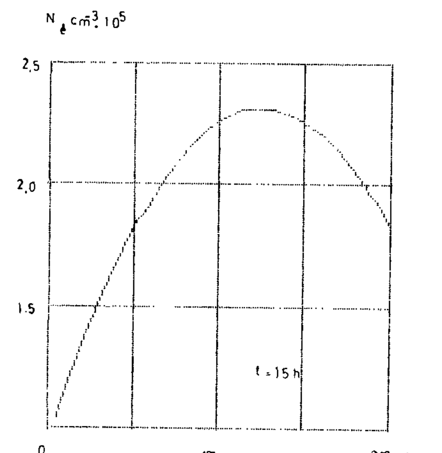
graf 1



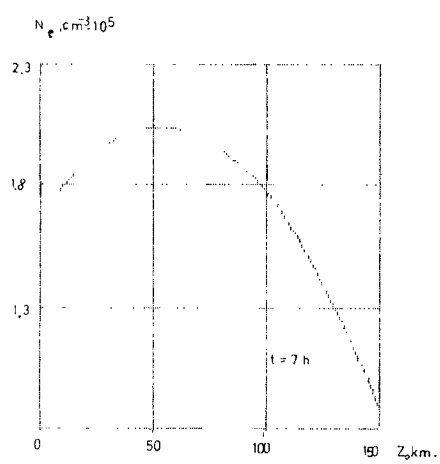
graf. 4



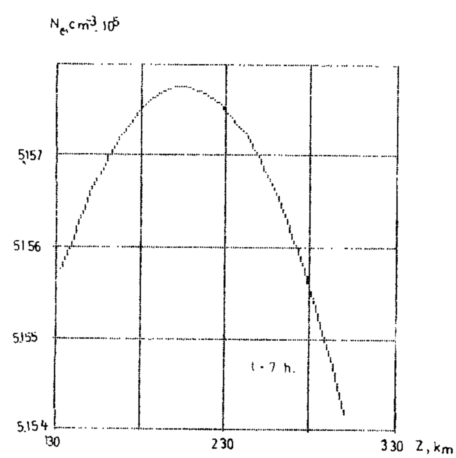
graf 2



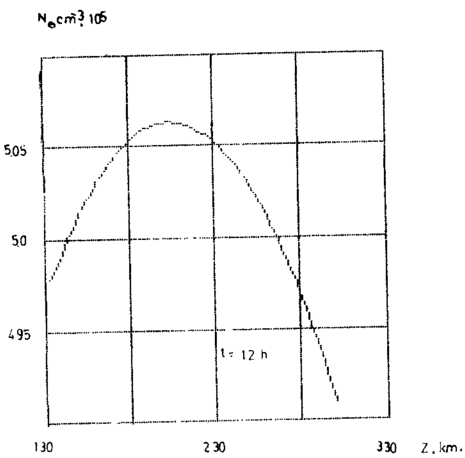
graf. 5



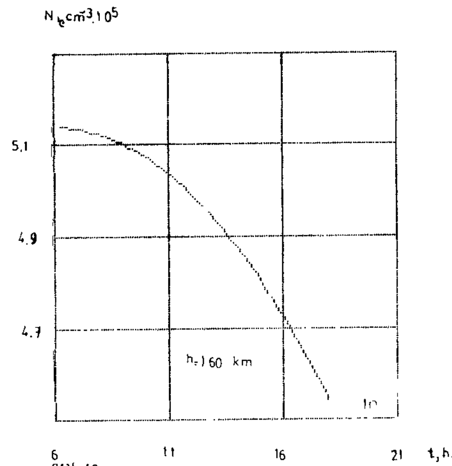
graf. 3



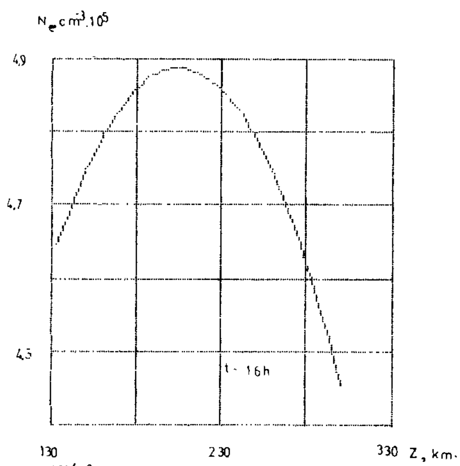
graf. 6



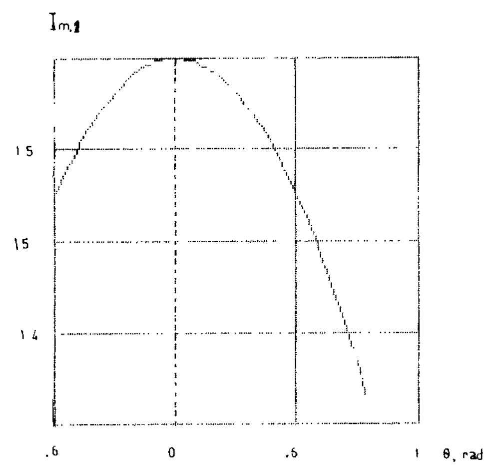
graf 7



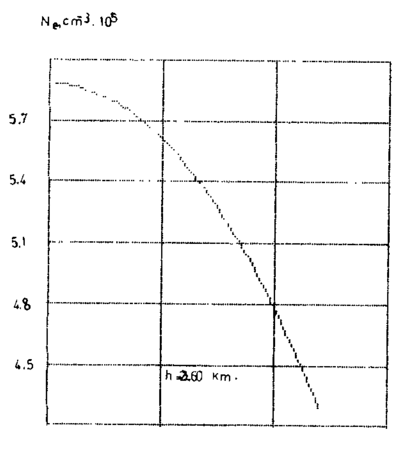
graf. 10



graf 8



graf. 11



graf. 9