

# ESTRATIFICAÇÃO DO SOLO QUANTO À RESISTIVIDADE

## A SUBJETIVIDADE DOS MÉTODOS

LUCIANO MARTINS NETO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

### RESUMO

O objetivo é ressaltar a subjetividade existente em todos os métodos convencionais para a estratificação do solo em camadas horizontais, partindo-se da curva experimental da resistividade aparente do solo em função das distâncias medidas, baseando-se nos métodos de "Wenner" ou "Schlumberger". Através de exemplos práticos, será mostrada tal subjetividade, e apresentados os problemas gerados na precisão das grandezas que quantificam a estratificação do solo. Finalmente é apresentada uma solução para controlar a subjetividade, procurando-se aferir os métodos de estratificação.

### INTRODUÇÃO

Em Engenharia Elétrica o conhecimento do comportamento do solo quanto à sua resistividade elétrica é muito importante nos projetos de aterramentos elétricos. Observando-se as fórmulas que possibilitam os cálculos da resistência e dos potenciais de passo de um aterramento elétrico, verifica-se sempre uma forte dependência destas grandezas com relação à resistividade do solo, no qual se irá efetuar o aterramento. Procurando analisar a resistividade do solo, percebe-se que existem variações desta grandeza, com a profundidade, tipo de solo, umidade, e uma série de outros fatores, e desta forma se faz necessário adotar um modelo que represente a resistividade do solo e suas variações, dentro de uma determinada precisão aceitável. O modelo mais adotado na prática é supor o solo estratificado em camadas horizontais, e cada uma com resistividade constante. Evidentemente que, nem sempre é possível adotar tal modelo, dentro de uma precisão aceitável, porém na grande maioria dos casos práticos, isto é possível. Para se determinar o número de camadas, a espessura e resistividade de cada uma, adota-se um processo de estratificação, cujo ponto de partida é uma curva levantada experimentalmente da resistividade aparente do solo em função das distâncias, baseando-se em um determinado método, que pode ser o de "Wenner" ou de "Schlumberger". Ambos os métodos levam a uma curva experimental, citada anteriormente, através da injeção de corrente elétrica no solo, e medição da referida corrente e potenciais elétricos em certos pontos do mesmo. Um método difere-se do outro apenas no que se refere aos pontos de corrente e potencial, bem como das distâncias a serem medidas. Quanto ao processo de estratificação, que corresponde ao fato de ter-se a curva experimental e obter-se o número, espessura e resistividade das camadas, este pode ser gráfico ou analítico. Ambos os processos possuem um grau de subjetividade que "à priori" é desconhecido, e este é o problema que será aqui focado. O grau de subjetividade aparece, porque nos processos gráficos tem-se uma série de ajustes da curva experimental com curvas padronizadas, e estes ajustes são bastante críticos, varian-

do de pessoa para pessoa, e muitas vezes com desvios relativamente altos. Quanto aos processos analíticos, adotam-se fórmulas e critérios aproximados, cujas incertezas não são conhecidas, porém na maioria dos casos levam a erros inaceitáveis, como será mostrado posteriormente.

### I. COMPORTAMENTO DO SOLO QUANTO À RESISTIVIDADE ELÉTRICA - EQUACIONAMENTO DE UM MODELO

Supondo-se um solo qualquer, pode-se obter o potencial ( $V$ ) em um ponto deste, devido a injeção de uma corrente elétrica em um determinado ponto 0, através da equação de "Laplace", (I.1).

$$\nabla^2 V = 0 \quad (I.1)$$

Em coordenadas cilíndricas, a equação (I.1) torna-se (I.2).

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} = 0 \quad (I.2),$$

onde o sistema de coordenadas adotado tem origem no ponto "0" de injeção de corrente, e corresponde ao plano XY coincidente com a superfície do solo, o eixo z tem o seu semi eixo positivo para dentro do solo e  $r$  e  $\phi$  são as coordenadas de posição no plano XY. Como a distribuição de potencial, devido à injeção de corrente elétrica I no ponto "0", é simétrica com relação ao eixo "z", conclui-se pela condição da equação (I.3).

$$\frac{\partial V}{\partial \phi} = 0 \quad (I.3)$$

Portanto, substituindo-se a equação (I.3) em (I.2), vem:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (I.4).$$

A equação (I.4) tem, como solução geral contínua a equação (I.5).

$$V = \int_0^{\infty} [A(m) e^{-mz} + B(m) e^{mz}] J_0(mr) dm \quad (I.5).$$

Onde:

- m - variável auxiliar de integração
- A(m), B(m) - funções de m que dependem das condições de contorno
- $J_0(mr)$  - função de Bessel de primeira classe e ordem zero.

Supondo-se um solo estratificado em camadas horizontais, com resistividades constantes e conhecidas, e espessuras determinadas, é possível aplicar na equação (I.5), as condições de contorno correspondentes, e portanto determinar as funções A(m) e B(m). De posse destas funções é possível manipular a equação (I.5), de forma a obter a equação (I.6).

$$V = \frac{\rho_1 \cdot I}{2\pi} \int_0^{\infty} N_n(m) J_0(mr) dm \quad (I.6)$$

Onde:

$N(m)$  - é a função determinada através do conhecimento de  $A(m)$  e  $B(m)$ , e que basicamente depende do número de camadas, das resistividades e espessuras de cada camada.

$\rho_1$  - Resistividade da primeira camada.

O trabalho de determinação da função  $N(m)$  deve-se inicialmente pela idéia de "J.J. Thonson", ref. 1, mais tarde desenvolvida por "Sabba Stefanescu - 1930", ref. 1, e calculada à partir do algoritmo apresentado por "Sunde", ref.2.

Com base na equação (I.6), é possível aplicar o método de "Wenner", ou de "Schlumberger" para se obter a equação teórica da resistividade aparente em função das distâncias, equação esta que corresponde à curva experimental levantada inicialmente.

O método de "Wenner" na sua forma original corresponde à injeção de corrente entre dois pontos do solo, e a medição desta juntamente com a tensão ( $\Delta V$ ) entre dois pontos intermediários, como indica a figura I.1, sendo "a" variável.

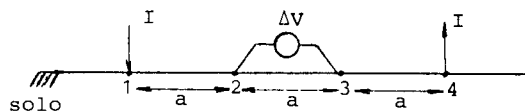


Fig. I.1. - Método de "Wenner".

Utilizando-se a equação (I.6) para obter os potenciais nos pontos 2 e 3 devido à entrada de corrente no ponto 1 e saída no ponto 2, pode-se obter a tensão  $\Delta V$  como indica a equação (I.7).

$$\Delta V = \frac{\rho_1 I}{\pi} \int_0^{\infty} N_m(m) \cdot [J(am) - J(2am)] dm \quad (I.7)$$

Se o solo for homogêneo, isto é, resistividade ( $\rho$ ) constante em todos os seus pontos, a equação (I.7) torna-se (I.8) onde  $\Delta V$  e  $I$  variam com relação à "a" de tal forma a manter " $\rho$ " constante.

$$\Delta V = \frac{\rho I}{2\pi a} \quad (I.8)$$

Para o solo não homogêneo e estratificado conforme o modelo já mencionado, pode-se definir a resistividade aparente ( $\rho_a$ ) do solo, equação (I.9) baseando-se na equação (I.8).

$$\rho_a = 2\pi a \cdot \frac{\Delta V}{I} \quad (I.9)$$

Substituindo-se a equação (I.7) em (I.9), vem a equação (I.10).

$$\rho_a = 2\rho_1 a \int_0^{\infty} N_n(m) [J(am) - J(2am)] dm \quad (I.10)$$

De forma análoga, pode-se obter a expressão da resistividade aparente do solo para o método de "Schlumberger", o que resulta na equação (I.11).

$$\rho_a = \rho_1 \cdot a^2 \int_0^{\infty} N_n(m) J_1(ma) dm \quad (I.11)$$

onde  $J_1(ma)$  é a função de Bessel de primeira classe e ordem 1.

As equações (I.10) e (I.11) mostram o comportamento do solo, quanto à resistividade, para o modelo de estratificação em camadas horizontais.

## II. A SUBJETIVIDADE DOS PROCESSOS DE ESTRATIFICAÇÃO

Para exemplificar a subjetividade que existe no momento em que se deseja estratificar o solo, em camadas horizontais, à partir da curva experimental da resistividade aparente em função das distâncias (métodos de Wenner ou Schlumberger), foram entregues à diversas pessoas uma curva experimental, e estas por um único processo, gráfico no caso, realizaram a estratificação do solo.

A curva experimental está representada pelos valores medidos e indicados na tabela II.1.

$\rho_a (\Omega \times m)$	230	270	345	410	253	100
a (m)	2	4	8	16	32	64

Tabela II.1. - Curva experimental.

Os resultados das estratificações feitas pelas diversas pessoas encontram-se condensados na tabela II.2.

Pessoa	Resistividade ( $\Omega \times m$ )				Espessura (m)		
	1ª	2ª	3ª	4ª	1ª	2ª	3ª
A	215	547	41	-	3,5	21,7	-
B	205	410	520	40	2,0	2,0	24,0
C	207	405	510	68	2,5	1,5	20,5
D	203	411	520	58	2,1	1,7	22,0

Tabela II.2. - Resultados da estratificação por camadas.

Outros casos se seguem, utilizando-se outros processos gráficos de estratificação. A apresentação segue o mesmo modo do caso já citado, isto é na primeira tabela encontra-se a curva experimental e nas outras as estratificações feitas pelas diversas pessoas. O último caso mostra uma estratificação feita por processo analítico, porém variando-se os critérios que necessariamente devem ser adotados.

$\rho_a (\Omega \times m)$	950	904	760	437	380	430	494	291	192
a (m)	2	4	8	16	21	32	43	54	64

Tabela II.3. - Curva experimental.

Pessoa	Resistividade ( $\Omega \times m$ )					Espessura (m)			
	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	1ª	2ª	3ª	4ª
A	1000	666	35	750	27	4,0	10,0	0,5	29,5
B	980	645	70	750	35	3,9	8,0	2,0	29,0
C	950	630	22	650	30	4,0	6,0	7,0	26,0

Tabela II.4. - Resultados da estratificação por camadas.

$\rho_a$ ( $\Omega$ xm)	880	850	774	413	290	410
a (m)	2	4	8	16	32	64

Tabela II.5. - Curva experimental.

Pessoa	Resistividade ( $\Omega$ xm)				Espessura (m)		
	1ª	2ª	3ª	4ª	1ª	2ª	3ª
A	900	510	75	750	5,0	5,5	19,0
B	900	510	60	980	5,0	5,0	22,0
C	900	510	50	1000	5,0	5,5	21,0

Tabela II.6. - Resultados da estratificação por camadas.

$\rho_a$ ( $\Omega$ xm)	218	273	284	176	63	6
a (m)	1,0	2,0	4,0	8,0	16,0	32,0

Tabela II.7. - Curva experimental.

Critério	Resistividade ( $\Omega$ xm)			Espessura (m)	
	1ª	2ª	3ª	1ª	2ª
1ª	200	306	27	0,8	5,6
2ª	200	412	35	1,2	6,1

Tabela II.8. - Resultados da estratificação por camadas.

Observando-se os resultados obtidos, percebe-se os desvios nas diversas soluções, inclusive a variação destes desvios em função da curva experimental analisada. Nota-se que se a curva é relativamente bem comportada, estes desvios estão dentro de uma faixa relativamente pequena, porém, o caso é exatamente contrário, se a curva apresenta diversas variações. Isto é perfeitamente compreensível, uma vez que, ao ajustar a curva experimental às curvas padronizadas, observa-se uma certa facilidade na curva bem comportada, e uma série de dúvidas, naquela não comportada. No caso dos processos analíticos, o problema está nos critérios a serem adotados, por exemplo na localização de um ponto de inflexão da curva experimental, e também nas fórmulas aproximadas utilizadas, uma vez que estas apresentam erros pequenos em certos casos, porém grandes em outros.

### III. CONCLUSÕES FINAIS

Um grande problema que uma empresa que trabalha com aterramentos elétricos, enfrenta no momento de efetuar uma estratificação de solo, e que, devido ao fato de ser geralmente apenas uma pessoa encarregada de fazer a estratificação, a subjetividade não aparece, embora exista. Este problema é bastante sério, pois a incerteza nos valores obtidos na estratificação não fica evidente, e o mais grave é que não se percebe esse fato.

Para mostrar os erros cometidos nas estratificações feitas no item II deste trabalho, foram aplicados os valores das estratificações (nº de camadas, resistividade e espessura das mesmas) na equação (I.10), gerando-se assim os valores teóricos da resistividade aparente, para cada valores da distância "a", e estes foram comparados com os valores da curva experimental, que são os resultados verdadeiros. Para se resolver a equação (I.10), a função  $N_p(m)$  foi decomposta em um polinômio, onde pode-se controlar o erro numérico, dentro de uma faixa coerente com os erros cometidos nas medições necessárias ao levantamento da curva experimental

De posse do polinômio foi possível separar a única integração em uma somatória de integrais, cada uma com uma solução analítica definida.

As tabelas de (III.1) a (III.4), mostram os valores verdadeiros da curva (experimental) e em seguida os valores teóricos da mesma curva, para os diversos casos de estratificação, juntamente com o desvio porcentual de cada resultado.

a (m)	2	4	8	16	32	64
$\rho_a$ ( $\Omega$ x m)	230	270	345	410	253	100
Experimental						
$\rho_a$ ( $\Omega$ x m)	226	264	343	401	328	140
A	-1,9	-2,1	-0,4	-2,1	+29,7	+40,0
$\rho_a$ ( $\Omega$ x m)	234	296	377	421	344	151
B	+2,0	+9,8	+9,4	+2,8	+35,9	+50,9
$\rho_a$ ( $\Omega$ x m)	226	276	354	398	319	152
C	-1,9	+2,2	+2,7	-3,0	+26,3	+52,3
$\rho_a$ ( $\Omega$ x m)	230	291	373	416	334	153
D	+0,2	+7,9	+8,2	+1,4	+31,9	+52,8

Tabela III.1. - Comparações de resultados.

a (m)	2	4	8	16	21	32	43	54	64
$\rho_a$ ( $\Omega$ xm)	950	904	760	437	380	430	494	291	192
experimental									
$\rho_a$ ( $\Omega$ xm)	985	924	782	627	581	521	466	404	345
A	+3,6	+2,2	+2,9	+43,5	+52,8	+21,1	-5,6	+38,7	+79,8
$\rho_a$ ( $\Omega$ xm)	963	894	728	532	480	439	412	373	331
B	+1,3	-1,0	-4,2	+21,6	+26,3	+2,2	-16,6	+28,2	+72,6
$\rho_a$ ( $\Omega$ xm)	932	855	625	281	182	122	126	137	143
C	-1,9	-5,5	-17,8	-35,8	-52,0	-71,5	-74,4	-53,0	-25,3

Tabela III.2. - Comparações de resultados.

a (m)	2	4	8	16	32	64
$\rho_a$ ( $\Omega$ x m)	880	850	774	413	290	410
experimental						
$\rho_a$ ( $\Omega$ x m)	888	827	624	309	168	239
A	+0,9	-2,7	-19,4	-25,0	-42,0	-41,5
$\rho_a$ ( $\Omega$ x m)	887	823	607	275	130	192
B	+0,8	-3,1	-21,5	-33,4	-55,2	-53,0
$\rho_a$ ( $\Omega$ x m)	887	825	615	281	120	172
C	+0,8	-2,9	-20,6	-31,9	-58,6	-57,9

Tabela III.3. - Comparações de resultados.

a (m)	1,0	2,0	4,0	8,0	16,0	32,0
$\rho_a$ ( $\Omega$ x m)	218	273	284	176	63	6
experimental						
$\rho_a$ ( $\Omega$ x m)	224	254	259	189	74	31
1ª	+2,8	-6,9	-8,7	+7,3	+18,1	+422,4
$\rho_a$ ( $\Omega$ x m)	219	262	308	272	133	47
2ª	+0,3	-3,8	+8,3	+54,4	+111,4	+690,9

Tabela III.4. - Comparações de resultados.

Observa-se então, que além da subjetividade dos processos de estratificação, as incertezas nos resultados, são bastante preocupantes pois têm uma faixa de variação, que pode assumir valores elevados.

Do exposto conclui-se que há necessidade de

se ter uma forma qualquer de avaliação do erro que se comete ao proceder à uma estratificação do solo, independente do processo adotado, caso contrário corre-se o risco de se estar projetando um sistema de aterramento elétrico em um solo hipotético, totalmente diferente do real.

#### AGRADECIMENTOS

Agradeço aos professores Antonio Eduardo Costa Pereira, Sérgio de Mello Schneider, Virley de Oliveira Souza e Júlio César Portella Silveira pela valiosa contribuição dada na parte computacional deste trabalho.

#### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Prospección Geoelectrica - Editorial Orellana, E. Paraninfo
2. Earth Conduction Effects in Transmission Systems - Sunde, E.D. - Dover Publications Inc., N.Y.
3. Earth Resistances - TAGG, G. F.
4. Manual do Turbo C - Borland International Inc.

#### BIOGRAFIA

LUCIANO MARTINS NETO nascido em Botucatu - São Paulo - Brasil, em 1948. Formado em Engenharia Elétrica pela Escola de Engenharia de Lins - Brasil, mestre - 1976 e Doutor - 1980 pela Escola de Engenharia de São Carlos - USP - Brasil. Atualmente é professor titular no Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Uberlândia - Minas Gerais - Brasil, atuando nas áreas de Máquinas e Aterramentos Elétricos.

