

UM PROGRAMA COMPUTACIONAL PARA O ESTUDO DE ENROLAMENTOS DE MÁQUINAS CA E DE SEUS CAMPOS MAGNÉTICOS ASSOCIADOS

J. Johnny Rocha E., Eng^o.

Bernardo P. de Alvarenga, Est.

Departamento de Engenharia Elétrica
Universidade de Brasília
Caixa Postal 153041
70910 - Brasília - DF - Brasil

RESUMO

O estudo, a visualização e a compreensão dos fenômenos eletromagnéticos inerentes a máquinas elétricas, apresentam deficiências quando são utilizados apenas o quadro-negro e um laboratório como instrumentos de ensino. Entretanto, com o intuito de incrementar o processo de aprendizado, foi desenvolvido um programa computacional que mostra uma simulação gráfica da forma espacial de onda do campo magnético produzido pelo enrolamento de uma máquina.

O programa permite ao próprio usuário projetar enrolamentos a partir de alguns parâmetros (tais como número de ranhuras, número de fases, número de camadas, etc). Em seguida, com a introdução da corrente elétrica no enrolamento, o programa fornece os seguintes efeitos: a forma de onda do campo magnético associado a uma espira; a forma de onda do campo associado a uma fase; e a forma de onda do campo girante produzido pelo enrolamento.

Desta forma pode-se visualizar e verificar a eficiência de um enrolamento e a sua influência sobre a forma de onda do campo magnético associado à máquina.

ABSTRACT

The study, visualization and comprehension of electromagnetic phenomena inherent to electrical machinery are deficient when only a black board and laboratory are used as teaching instruments. Therefore to enhance the learning process, a computer program has been developed which shows a graphic simulation of the magnetic field's spatial wave shape as produced by a machine's winding.

The program allows users to design, on their own, windings from a series of parameters (e.g. number of slots, number of phases, number of layers, etc). After that, with the introduction of the electrical current to the winding, the program can show the following effects: the wave shape of the magnetic field produced by one turn; the field produced by one phase; and the rotating field produced by the entire winding of the machine.

With these results we are able to visualize and verify the efficiency of the winding and its influence upon the wave shape of a machine's magnetic field.

INTRODUÇÃO

A experiência que se tem como aluno e professor mostra como é trabalhoso adquirir uma percepção espacial dos fenômenos

eletromagnéticos associados a uma máquina elétrica polifásica. Esse é o caso particular do campo magnético girante produzido no estator das máquinas síncronas e de indução. Em geral, o ensino ou aprendizado destes conceitos defronta-se com o fato de que nem todas as pessoas têm a mesma facilidade para desenvolver uma imagem espacial dos campos magnéticos associados a enrolamentos, sejam estes excitados por correntes monofásicas ou polifásicas.

A metodologia tradicional de abordagem do assunto é apoiada em algebrismo fasorial e/ou trigonométrico. Apesar destes métodos serem de grande valia no tratamento rigoroso dos processos eletromagnéticos internos a uma máquina, não contribuem em muito para a percepção física e espacial das equações com que se descrevem os mesmos.

As dificuldades acima descritas, a maneira como é tratada a matéria na bibliografia clássica, e as facilidades computacionais ora existentes levam a se pensar num meio de analisar espacialmente o campo magnético produzido por um enrolamento. Tendo em mente tal idéia, foi desenvolvido um programa de computador para utilização em micros de 16 bits que permite construir, gradativamente, a partir de uma espira, qualquer enrolamento e simular o campo associado.

Este trabalho se propõe, inicialmente, a mostrar um algoritmo para construir enrolamentos; em seguida, abordar a maneira de se calcular o fluxo magnético produzido por uma corrente circulando numa espira; a partir disso, calcular o campo magnético gerado num conjunto de espiras.

ENROLAMENTOS DE MÁQUINAS POLIFÁSICAS [2]

Para que se obtenha um campo magnético periódico senoidal, é preciso pensar na periodização da disposição espacial do conjunto de condutores de uma máquina. A partir dessa idéia e admitindo o tratamento de um enrolamento estatórico, far-se-á com que correntes de direções opostas circulem periodicamente ao longo dos seus condutores.

O trabalho tratará sempre de um enrolamento simétrico, ou seja, um enrolamento em que o número de fases m determina fasores simétricos de tensões e correntes m -fásicas, defasadas no espaço de um ângulo de $2\pi/m$. Se analisará estatores compostos por duas camadas de bobinas ou barras condutoras.

Partindo do número total de ranhuras Z do enrolamento e do número total de pólos da máquina $2p$, define-se passo polar τ como sendo o número de ranhuras ocupadas por cada pólo. Desse modo, verifica-se que:

$$\tau = \frac{Z}{2p} \quad (1)$$

Então, como se quer um enrolamento periódico, a estrutura de condutores determinada em τ ranhuras deverá se repetir nas τ ranhuras seguintes, com o cuidado de que a repetição se produza invertendo o sentido das correntes. O período do campo magnético gerado será dado, portanto, por 2τ .

Uma indagação que ocorre nesse ponto é a seguinte: se o estator possui um total de duas camadas, como serão alocados os condutores das m fases para que o período da força magneto-motriz (FMM) seja igual a 2τ ? Para se encontrar a resposta é necessário que se determine o número de ranhuras por pólo e fase q , dado pela relação:

$$q = \frac{Z}{2pm} \quad (2)$$

Esse valor determina que sob um pólo existirão q ranhuras para a primeira fase, q ranhuras para a segunda fase, e assim por diante até a m -ésima fase. O presente trabalho se restringirá aos casos em que o valor de q é um número inteiro. Desta forma, se tratarão independentemente, de enrolamentos concentrados ($q = 1$) ou distribuídos ($q > 1$).

Para a construção da segunda camada, os condutores são colocados de forma que uma bobina que entra na n -ésima ranhura da primeira camada deve sair na segunda camada a uma distância de y ranhuras, contadas a partir de n . O número y é chamado de passo da bobina. Quando se tem um valor de $y = \tau$ o enrolamento será dito de passo diametral. Se $y < \tau$, se dirá enrolamento de passo fracionário. Com a determinação do passo da bobina, pode-se então construir o enrolamento de duas camadas. Na prática, a instalação dos condutores nas ranhuras das duas camadas pode ser feita de forma ondulada ou imbricada. Porém, a maneira como está montado o enrolamento não influi na forma de onda do campo, desde que se assumam as mesmas condições de projeto.

Das considerações feitas nos parágrafos anteriores, foi elaborado um algoritmo que servirá para a construção do enrolamento. Daqui para a frente, se passará a estudar o campo criado a partir do enrolamento desenhado com a ajuda de um computador.

FORÇA MAGNETO-MOTRIZ DO ENROLAMENTO [1]

Na figura 1.a, vê-se uma bobina no estator de uma máquina. Através dessa bobina, faz-se passar uma corrente elétrica senoidal que gera um campo magnético estacionário (pulsante) ao seu redor. O desenho foi elaborado num instante de tempo $t = t_0$, no qual a corrente é constante.

Pela lei de Ampère:

$$N i = \oint \mathcal{H} dl, \quad (3)$$

onde:

- i é a corrente através dos condutores da bobina. Ela depende do tempo e do espaço na forma $i = i(t, x)$ (x é a variável independente ao longo da circunferência do estator);
- N é o número de espiras da bobina;
- \mathcal{H} é o vetor intensidade de campo magnético produzido pela corrente i ; e

- dl é o intervalo infinitesimal de integração num caminho ao redor da bobina.

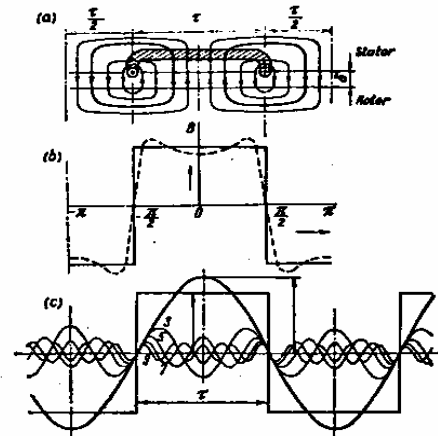


Figura 1. a) Bobina inserida no estator de uma máquina com entreferro de espessura δ ; b) Curva da densidade de campo magnético levantada empiricamente (tracejada) e aproximação admitida para cálculos computacionais; c) Decomposição da curva do campo em série de Fourier.

Sendo a espessura do entreferro dada por δ , e admitindo que o material do estator e do rotor tenha permeabilidade magnética infinita ($\mu = \infty$), a integral da equação (3) calculada ao longo de uma das linhas de fluxo da figura 1.a resulta:

$$\mathcal{H} = \frac{Ni}{2\delta} \quad (4)$$

A densidade de campo magnético ao longo do gap será portanto:

$$\mathcal{B} = \mathcal{B}(t, x) = \mu_0 \frac{Ni}{2\delta}, \quad (5)$$

onde μ_0 é a permeabilidade magnética do ar.

Pode-se reescrever a equação (5) de forma a definir uma nova grandeza:

$$\mathcal{B} = \frac{\mu_0}{\delta} \frac{Ni}{2} = \frac{\mu_0}{\delta} \mathcal{F} \quad (6)$$

$$\text{onde } \mathcal{F} \triangleq \frac{Ni}{2} \quad (7)$$

\mathcal{F} é interpretado como a energia dispendida para que as linhas de fluxo atravessem uma vez o entreferro. Denomina-se \mathcal{F} de força magneto-motriz (FMM).

Da equação (6), infere-se que as grandezas \mathcal{B} e \mathcal{F} diferem apenas por uma constante multiplicativa. Desse modo, optar-se-á por trabalhar com o campo \mathcal{B} .

A experiência mostra que a forma de onda do campo $\mathcal{B}(t, x)$ é a curva tracejada mostrada na figura 1.b. Essa forma de onda sugere uma aproximação da curva por uma onda quadrada que pode ser decomposta em sua série trigonométrica de Fourier, como se mostra na figura 1.c.

Para uma bobina que compõe o enrolamento de um estator m -fásico, o período espacial da densidade de campo magnético \mathcal{B} é dado por 2τ . Sendo assim, tomando a primeira fase como referência, a série de Fourier de \mathcal{B} é determinada por:

$$B(t, x) = Nt \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \sin \left[\frac{(2n+1)\pi}{2} \right] \cos \left[\frac{(2n+1)\pi}{\tau} x \right] \quad (8)$$

O campo B deve apresentar a mesma dependência do tempo que a corrente i apresenta. Portanto, para um conjunto de fasores de corrente simétricos defasados no tempo em ângulos de $2\pi/m$, podemos escrever:

$$i_k = I_k \cos [\omega t - k2\pi/m] \quad (9)$$

onde:

- . i_k é a corrente da k -ésima fase;
- . I_k é o valor máximo da corrente da k -ésima fase; e
- . k varia de 0 a $m-1$.

O campo obtido assim tem equação geral dada por:

$$B_k(t, x) = \frac{4}{\pi} NI_k \cos [\omega t - 2k\pi/m] \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \sin \left[\frac{(2n+1)\pi}{2} \right] \cos \left[\frac{(2n+1)\pi}{\tau} x - 2n\pi/m \right] \quad (10)$$

Onde B_k é o campo da k -ésima fase.

A equação (8) será utilizada pelo programa desenvolvido como uma fórmula recursiva para o cálculo da FMM total no interior de uma máquina.

Basicamente, o programa calcula a FMM de cada bobina de uma fase em um período polar 2τ e depois soma estas FMM's, levando em consideração a posição espacial relativa das bobinas. Após esses passos, o programa toma a FMM calculada para uma fase e a desloca no espaço, determinando um conjunto de m curvas defasadas de um ângulo dado por $2\pi/m$. Feito isso, multiplica as curvas obtidas pelas correntes m -fásicas dadas por (9), de onde se encontram m ondas estacionárias pulsantes ao longo da circunferência do estator (equação 10). A soma dessas m ondas será o campo magnético girante no interior da máquina.

A equação (8) também se justifica para o caso em que o enrolamento tenha o passo fracionário ($y < \tau$), pois, quando foi determinado que o valor do número de bobinas por pólo e fase q deveria ser inteiro, estava-se, na verdade, admitindo que se poderia calcular a densidade de campo magnético para uma bobina que entrasse na n -ésima ranhura e voltasse pela $(n+y)$ -ésima ranhura.

EXEMPLO DE UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA

Para um melhor entendimento do que foi descrito até aqui, seja a construção de um bobinado trifásico ($m = 3$), com $Z = 48$ ranhuras, número de pólos $2p = 4$, composto por duas camadas. O enrolamento será construído da seguinte maneira:

a) Determina-se o valor do passo polar pela equação (1):

$$\tau = \frac{Z}{2p} = \frac{48}{4} = 12 \text{ ranhuras};$$

b) Calcula-se o número de ranhuras por pólo e fase da equação (2):

$$q = \frac{Z}{2pm} = \frac{48}{4 \times 3} = 4 \text{ ranhuras};$$

c) Com esses dados, toma-se as primeiras 12 ranhuras como o primeiro passo polar (τ). Nesse conjunto, tem-se 4 ranhuras para cada fase;

d) A fase A tomará as 4 primeiras ranhuras (figura 2). Admitindo que essas 4 ranhuras tenham correntes positivas entrando no plano da figura 2, o próximo grupo de bobinas da fase A estará a um intervalo de τ ranhuras, contadas a partir da primeira. Nesse grupo, as correntes devem estar saindo do plano da figura;

Estator - fase A

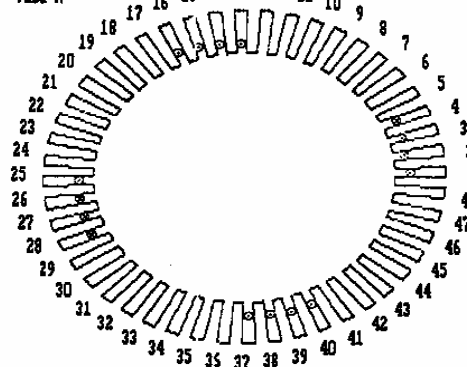


Figura 2. Colocação dos condutores nas ranhuras da primeira camada.

e) O número de períodos do campo para uma fase é $Z/2\tau = 2$ ranhuras. Isso indica a repetição exata do que foi descrito até agora para os passos polares seguintes (o campo magnético e, portanto, a estrutura do enrolamento se repetem duas vezes ao longo do estator, neste exemplo). Pela observação da figura 2, a fase A ocupa as ranhuras de números 1, 2, 3 e 4; 13, 14, 15 e 16; 25, 26, 27 e 28; e 37, 38, 39 e 40;

f) Como o período do enrolamento é $2\tau = 24$, as fases B e C repetem a estrutura determinada para a fase A em um intervalo de $2\tau/m = 8$ ranhuras da fase A para a fase B, e 8 ranhuras da fase B para a fase C. Pela figura 3, a fase B ocupa, então, as ranhuras 9, 10, 11 e 12; 21, 22, 23 e 24; 33, 34, 35 e 36; e 45, 46, 47 e 48. A fase C preencherá as ranhuras restantes. Deve-se observar sempre que as correntes em grupos de bobinas adjacentes têm sentidos opostos, para que se garanta a existência do campo girante.

g) Cada bobina de uma fase deve ser colocada de modo que seus condutores entrem na n -ésima ranhura da primeira camada e voltem pela $(n+y)$ -ésima ranhura da segunda camada. A figura 4 mostra o resultado obtido para a fase A, para os casos em que y varia desde 12 ($y = \tau$) até 8 ranhuras.

Terminado o desenho do estator, passa-se à obtenção do campo $B(t, x)$ para a fase A. Pela equação (8) determina-se que a curva do campo para uma espira em um instante $t = t_0$ é da forma mostrada na figura 5, com n variando de 0 a 4, produzindo os harmônicos de ordem 1, 3, 5, 7 e 9.

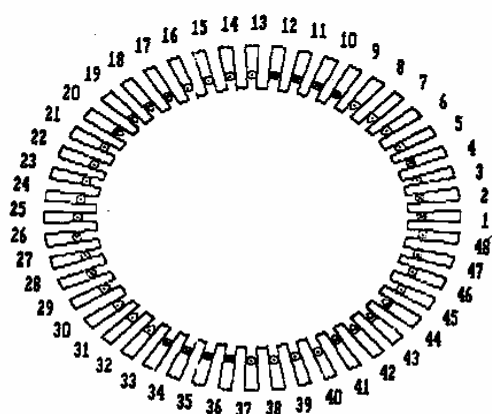


Figura 3. Disposição dos condutores de todas as fases ao longo da primeira camada (○ fase A; □ fase B; △ fase C).

Estator - fase A

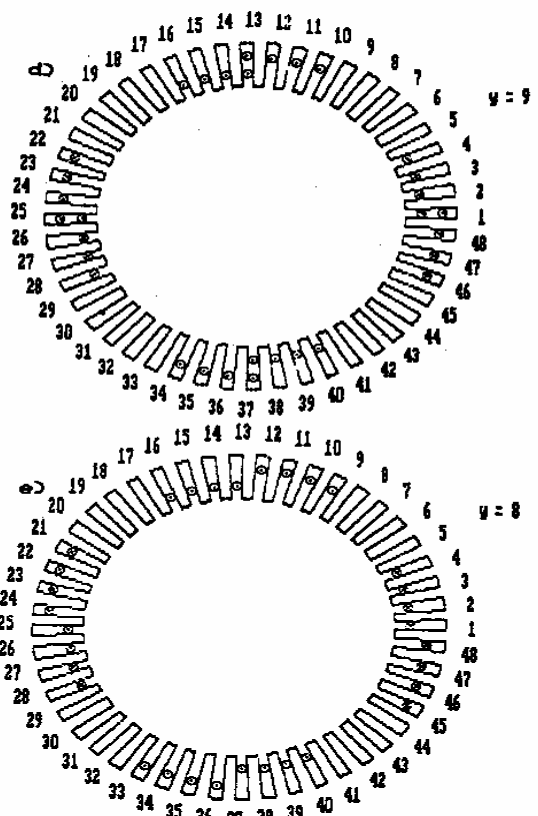
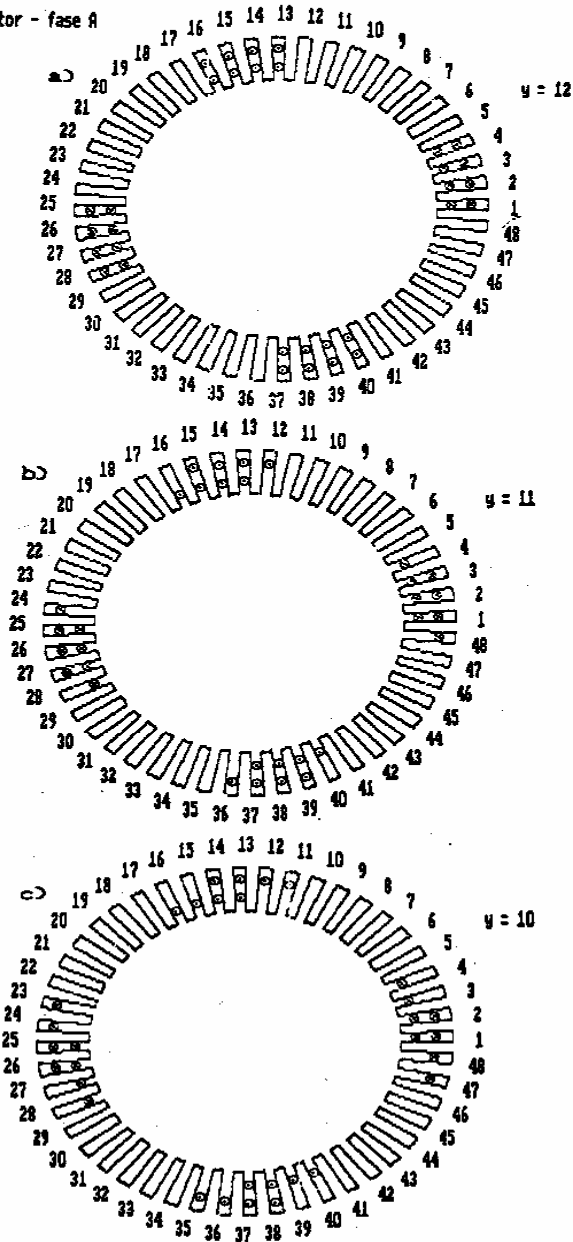


Figura 4. Fase A de um enrolamento trifásico para diferentes passos da bobina ($Z = 48$, $m = 3$, $2p = 4$, $q = 4$, $r = 12$).

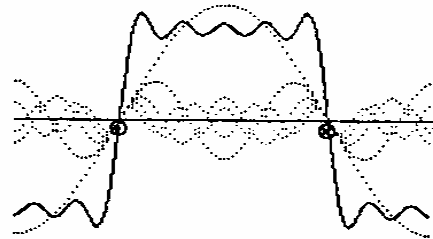


Figura 5. Série de Fourier do campo de uma única espira (soma dos harmônicos em linha cheia; harmônicos até $n = 4$ em linha pontilhada).

Tomando as curvas de campo geradas por cada uma das bobinas da fase A num intervalo de 2π ranhuras, obtém-se um período de 3 total para a fase A (considerando um tempo $t = t_0$ constante). A figura 6 mostra o resultado apresentado pelo programa (utilizando a equação 8), considerando os casos onde o passo da bobina varia desde 12 até 8 ranhuras.

Salienta-se que, ao se observar as formas de onda das curvas da figura 6, já se pode dizer algo a respeito da redução do passo da bobina e sua influência sobre a forma de onda da densidade de campo magnético.

No passo seguinte, o programa calcula os campos das fases B e C defasadas no espaço em ângulos de $\pm 2\pi/3$ da fase A. Então, acrescenta a variação senoidal com o tempo fornecida pelas correntes determinadas por (9).

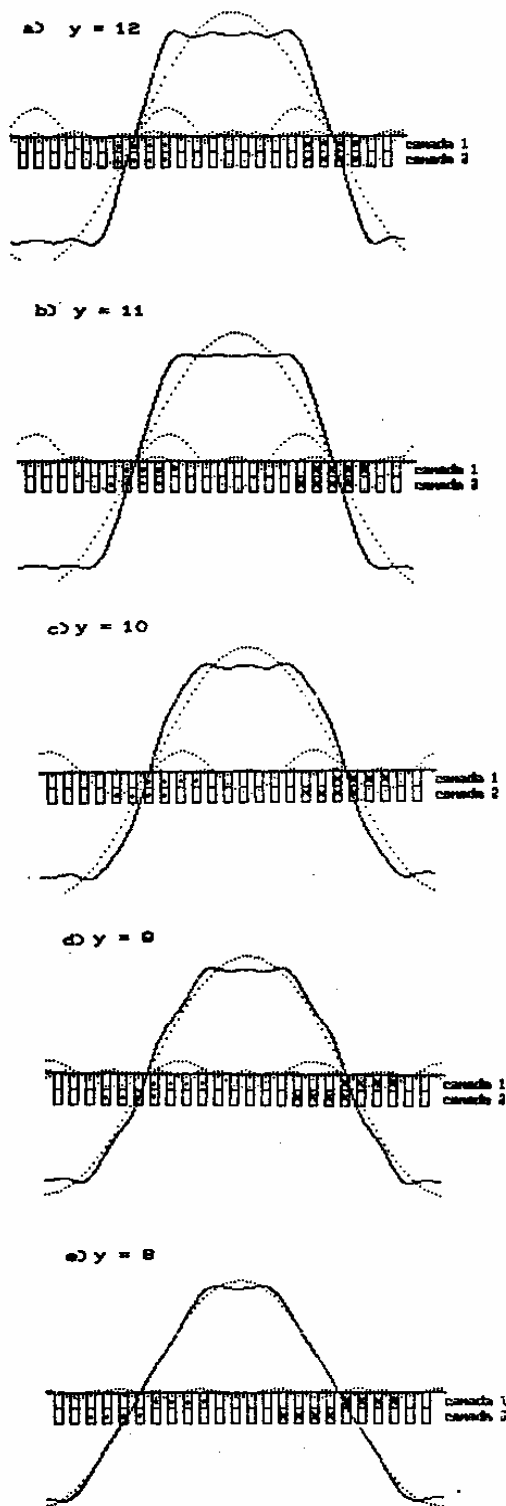


Figura 6. Força Magneto-Motriz total (linha cheia) calculada para a fase A e harmônicos superiores (linhas pontilhadas) até ordem 4 ($n = 4$).

Assim, observa-se na figura 7 o resultado fornecido pelo programa para os diversos passos da bobina considerados e em diferentes instantes de tempo.

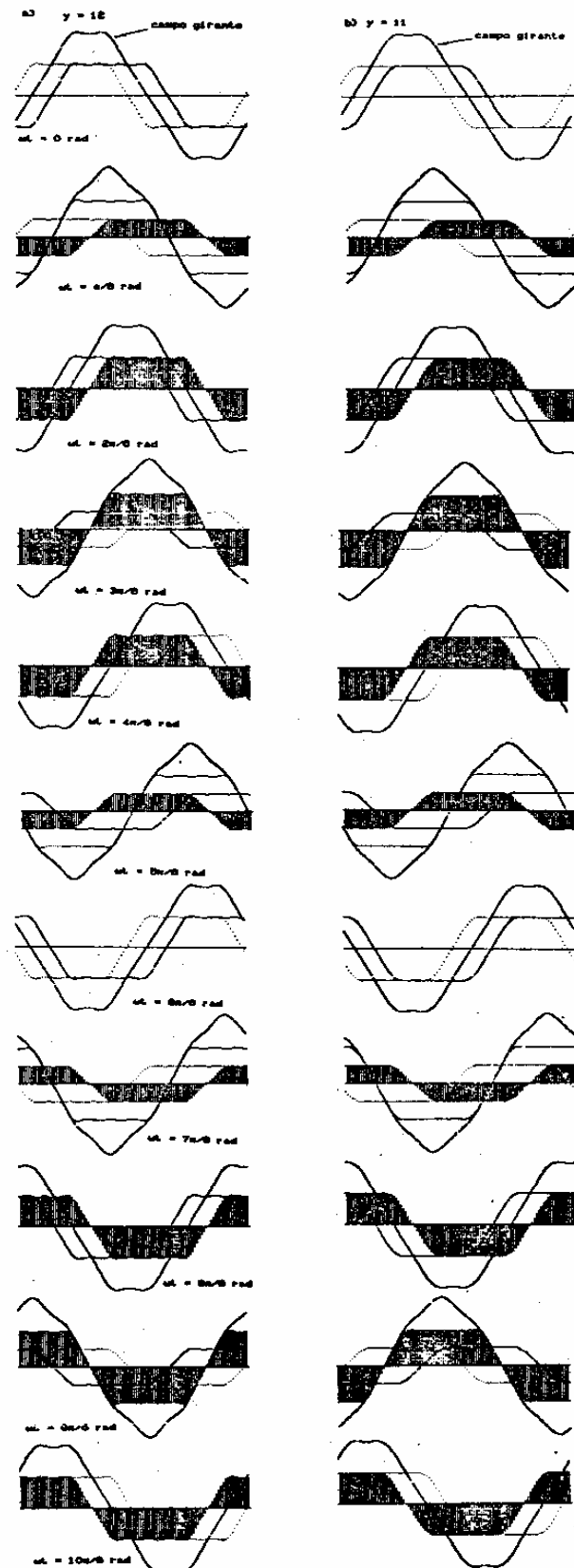


Figura 7. Campo magnético girante no interior da máquina, para diferentes passos da bobina (||||| fase A; — fase B; fase C).

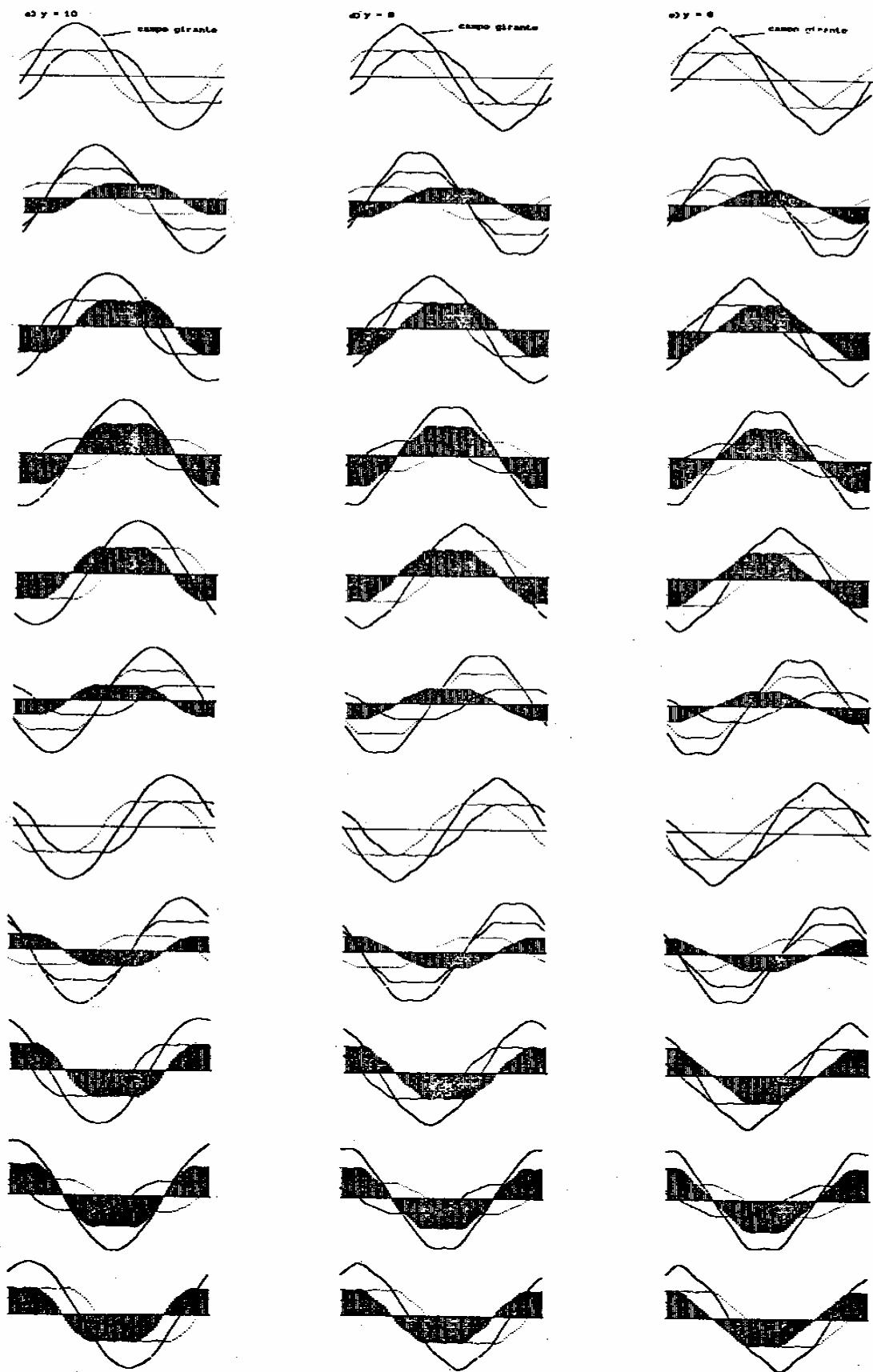


Figura 7. Continuação.

CONCLUSÃO

Os resultados obtidos acima fornecem uma idéia clara da influência da geometria espacial do enrolamento sobre a força magneto-motriz gerada. Isto pode ser verificado pela evolução das curvas dos campos magnéticos nas seqüências da figura 7, onde pode-se observar:

a) O somatório dos campos pulsantes estacionários de todas as fases fornece um campo que se desloca no espaço, ao longo da circunferência do estator;

b) Os terceiros harmônicos de todas as fases se anulam mutuamente;

c) O quinto harmônico das m fases produz uma deformação na crista da onda do campo girante;

d) À medida que se reduz o passo da bobina, pode-se polir a forma de onda do campo, ou seja, reduz-se a influência dos harmônicos superiores. Salienta-se que há um limite no encurtamento do passo da bobina, no qual se consegue o polimento ótimo da onda.

Torna-se evidente, com os resultados encontrados, que o programa conseguiu seus propósitos de ensino. Ainda é útil notar que esta ferramenta pode ser usada tanto no projeto quanto na pesquisa na área de máquinas elétricas polifásicas.


Os autores consideram importante o desenvolvimento de programas computacionais que visem uma melhoria no ensino e aprendizado de fenômenos eletromagnéticos aplicados a máquinas, e se sentiriam contentes em poderem trocar experiências com outros colegas. Desta forma, se põem à disposição dos que queiram manter contato.

REFERÊNCIAS

- [1] Kostenko, Mikhail P. & Piotrovski, Liudvig M.; Electrical Machines, Vol. 2; Mir Publishers; Moscow; 1977.
- [2] Ivanov-Smolenski, A. V.; Máquinas Elétricas, Tomo 1; Editorial Mir; Moscú; 1984.


BIOGRAFIAS

Bernardo P. de Alvarenga



Nasceu em Uberaba - Minas Gerais - Brasil - em 20 de dezembro de 1966. Terminou seu curso de Segundo Grau em dezembro de 1983 na Escola Industrial de Taguatinga - Brasília. Atualmente, é estudante da Universidade de Brasília - Brasil - onde cursa o quinto ano de Engenharia Elétrica.

J. Johnny Rocha E.



Nasceu em Cochabamba - Bolívia - em 2 de fevereiro de 1959; obteve o título de Engenheiro Eletricista na Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul - Brasil - em julho de 1982; o título de Mestre em Engenharia Elétrica na Universidade Federal de Santa Catarina - Brasil - em julho de 1985.

Entre 1983 e 1985 trabalhou como professor na Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. A partir de julho de 1985 vem trabalhando como professor na Universidade de Brasília - Brasil - lecionando e pesquisando na área de máquinas Elétricas.