

**MODELACION DE TRANSFORMADORES EN EL ANALISIS DE
SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA**

Gabriel Argüello Ríos
Instituto Ecuatoriano de Electrificación
Escuela Politécnica Nacional

RESUMEN

En los análisis de sistemas de potencia, el transformador, al igual que los demás elementos (generadores, líneas, cargas), es representado por sus correspondientes equivalentes de secuencia, obtenidos de la conversión del modelo trifásico del transformador en componentes de fase (a,b,c) al modelo desacoplado de secuencias en componentes simétricas (0,1,2). El equivalente de secuencia positiva y negativa en p.u. simplemente une las barras de alta y baja tensión a través de la reactancia de cortocircuito, en tanto que el de secuencia cero depende de la conexión de los devanados primario y secundario del transformador.

Aunque lo señalado anteriormente es muy conocido y convencional, se presenta aquí algunas situaciones particulares que se encuentran en el análisis de sistemas eléctricos, especialmente en condiciones operativas normales de estado estable, en las que se requiere una modelación especial de los transformadores; tal el caso de transformadores de tres devanados (primario-secundario-terciario) con posicionador de derivaciones o taps para control de voltaje en uno o más devanados.

El objetivo de este artículo es justamente presentar los diferentes modelos que se tienen para los transformadores con taps para configuraciones especiales que pueden darse en el sistema de potencia. La mayoría de estos modelos han sido producto de los análisis efectuados en los cursos regulares de Operación de Sistemas de Potencia en la Escuela Politécnica Nacional.

1. INTRODUCCION

Los transformadores, elementos esenciales en el proceso de transmisión de potencia en corriente alterna, vienen en capacidades desde unos pocos KVA para redes de distribución hasta grandes capacidades en MVA en las redes de generación-transmisión. Aquí nos referiremos básicamente a los de estas últimas redes.

Los transformadores trifásicos pueden conformarse por los denominados "bancos" de transformadores monofásicos o por una sola unidad trifásica embebida en un mismo núcleo; las conexiones del primario y secundario pueden tener las diferentes combinaciones estrella-triángulo. Generalmente los transformadores tienen un tercer devanado de baja tensión y capacidad denominado terciario que sirve como fuente para servicios en las subestaciones o como elemento a través del cual se inyecta la compensación reactiva al sistema de potencia. En el Sistema Nacional Interconectado del Ecuador (SNI) todos los transformadores, a excepción de los de generación, tienen devanado terciario a 13.8KV.

Aunque la transferencia de potencia a diferentes niveles de voltaje es la función principal del transformador, prácticamente todo transformador está provisto con control de derivaciones o taps, con el objeto de efectuar control de voltaje en el secundario. Los taps pueden cambiarse de posición, en unos casos, solo cuando el transformador está desenergizado, en otros pueden cambiarse con carga. Con el objeto de tener mejores posibilidades de control, algunos transformadores tienen cambiadores de taps en los dos devanados (primario y secundario), uno generalmente a ser posicionado con carga y el otro sin carga.

Cuando el transformador tiene la posibilidad de control anterior, se constituye en un elemento eficiente de control de potencia reactiva y por tanto permite mantener un perfil de voltaje adecuado para variaciones más o menos apreciables antes de que se requiera un medio adicional de compensación reactiva. Existen también transformadores que tienen posicionadores de taps para modificar la diferencia angular entre las tensiones primaria y secundaria con el objeto de controlar el flujo de potencia activa; sin embargo éstos no son utilizados todavía en el SNI razón por la cual nos referimos únicamente a los anteriores.

Para analizar el sistema eléctrico, o una parte de la red, es necesario modelar convenientemente el transformador para las diferentes alternativas y configuraciones que se han señalado, fundamentalmente el comportamiento y efecto del control de taps durante las condiciones operativas normales del sistema eléctrico.

El sistema eléctrico de potencia trifásico consiste en la interconexión de generadores, transformadores, líneas de transmisión y carga. Los análisis del sistema trifásico se ven grandemente simplificados cuando se lo transforma a sus redes de secuencia, las cuales permiten representar al sistema como redes monofásicas desacopladas. La secuencia positiva es suficiente para el análisis de condiciones de estado estable balanceadas; en condiciones desbalanceadas se representa la red mediante la interconexión de las tres secuencias, interconexión que se da en función del tipo de desbalance o falla, así por ejemplo, para la falla monofásica se obtiene el clásico equivalente de las tres secuencias en serie.

2. MODELOS EQUIVALENTES DE SECUENCIA DEL TRANSFORMADOR

Normalmente el transformador trifásico es modelado para análisis eléctricos en términos de sus componentes simétricas obtenidas a partir de:

$$Z_{012} = T_s^{-1} \cdot Z_{abc} \cdot T_s \quad (1)$$

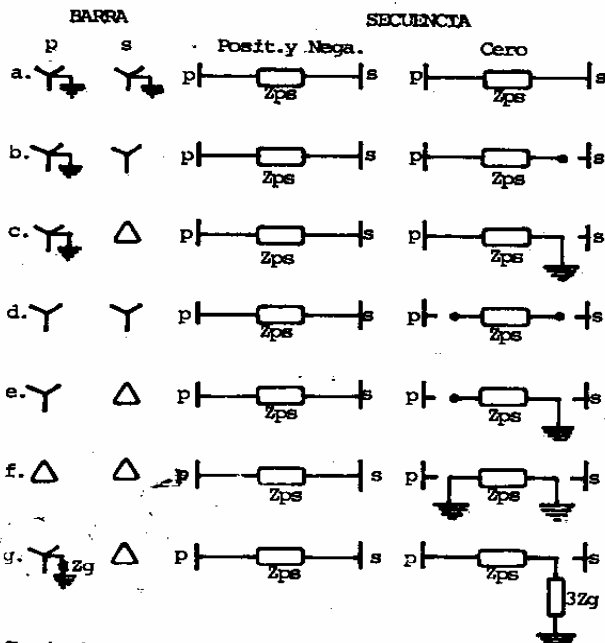
- donde: - Z_{abc} es la matriz de impedancias en términos de componentes de fase con una estructura de acoplamientos magnéticos.
- T_s la matriz de transformación a componentes simétricas
 - Z_{012} , la matriz de impedancias de secuencia que no tiene acoplamientos magnéticos (matriz diagonal).

Las impedancias de secuencia coinciden con la impedancia de cortocircuito del transformador. El modelo de secuencia cero tiene características especiales que depende de la conexión de los devanados primario y secundario del transformador.

La tabla I siguiente resume los modelos de componentes simétricas para las conexiones más comunes de los transformadores de dos devanados.

TABLA I

MODELOS DE COMPONENTES SIMÉTRICAS DE TRANSFORMADORES DE DOS DEVANADOS (p-s)



En todos los casos Z_{ps} es la impedancia de cortocircuito del transformador en p.u. Las impedancias de magnetización conectadas en derivación a la barra de referencia son estrictamente parte del núcleo, pero debido a su valor muy alto no se las toma en cuenta para análisis de sistemas eléctricos.

Algunas consideraciones y precisiones es necesario realizar a los modelos de secuencia establecidos en los muy conocidos equivalentes de la Tabla I.

El que la impedancia de secuencia cero iguale a las impedancias de secuencia positiva y negativa es cierto únicamente para un banco de tres transfor-

madores monofásicos. Para un transformador trifásico de tipo núcleo o acorazado, la impedancia de secuencia cero es menor que las impedancias de secuencia positiva y negativa.

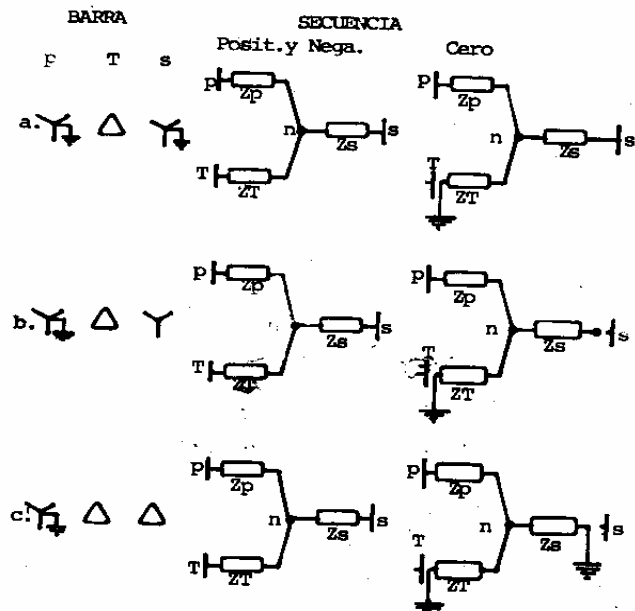
- Las impedancias de secuencia positiva y negativa son menores para un transformador en núcleo común que para el correspondiente banco trifásico equivalente.
- Las impedancias de secuencia no son iguales en un transformador trifásico de núcleo común.
- Existe un inherente desplazamiento de fase en las impedancias de transferencia en las secuencias positiva y negativa para las conexiones $Y-\Delta$. Los voltajes de secuencia positiva y negativa se defasan en direcciones opuestas y el nivel de defasaje depende de la designación o nomenclatura de las fases en el primario y secundario, pudiendo ocurrir defasajes de 30° , 90° , etc. Sin embargo, este desplazamiento de fase es generalmente ignorado en los estudios eléctricos debido a que las magnitudes de voltaje y los flujos de potencia se mantienen o no se ven alterados por el defasaje.

Estas consideraciones que tienen más bien el sentido de puntualizar aspectos conceptuales, no afectan a los resultados utilizando los modelos aproximados que se utilizan convencionalmente.

La Tabla II siguiente resume los modelos de componentes simétricas para las conexiones más comunes de los transformadores de tres devanados.

TABLA II

MODELO DE COMPONENTES SIMÉTRICAS DE TRANSFORMADORES DE TRES DEVANADOS (p-s-T)



siendo:

$$\begin{aligned} Z_p &= 1/2 (Z_{ps} + Z_{pT} - Z_s) \\ Z_s &= 1/2 (Z_{ps} + Z_{sT} - Z_p) \quad (2) \\ Z_T &= 1/2 (Z_{pT} + Z_{sT} - Z_p) \end{aligned}$$

En la ecuación (2) $Z_{ps} = Z_p + Z_s$; $Z_{pT} = Z_p + Z_T$ y $Z_{sT} = Z_s + Z_T$ son las impedancias de cortocircuito de los devanados correspondientes, manteniendo el tercero en circuito abierto.

El punto n del equivalente del transformador en la Tabla II es ficticio. Para el devanado de mayor capacidad, la impedancia propia (Z_p o Z_s) es muy pequeña y aún puede ser negativa.

Nótese que si no existe el devanado terciario, $Z_T \rightarrow \infty$ y, los correspondientes equivalentes se reducen a los de la Tabla I. Por otro lado la presencia del devanado terciario ocasiona camino de circulación para la corriente de secuencia cero; reduciendo la impedancia del transformador.

En el SNI todos los transformadores de generación tienen la conexión $\Delta - Y_n(p-s)$, en cambio todos los del sistema de transmisión hasta los puntos de entrega a las Empresas Eléctricas son $\Delta - \Delta - Y_n(p-T-s)$.

3. MODELOS DEL TRANSFORMADOR CON CAMBIO DE TAPS

La modelación de los transformadores con cambio de taps se la efectúa únicamente para análisis en condiciones operativas normales, esto es solo en su equivalente de secuencia positiva, situación en la cual es importante el mantener un perfil adecuado de magnitudes de voltaje en el sistema y en la que los transformadores con desviaciones o cambiadores de taps tienen un papel muy importante. En los estudios de fallas, la modelación de estas derivaciones no tienen mayor efecto y por tanto son despreciadas.

3.1 MODELO DEL TRANSFORMADOR CON TAPS

Los transformadores de dos devanados (p-s) que tienen cambiadores de taps en uno de ellos para control de voltaje en el secundario, tienen el muy conocido modelo equivalente siguiente:

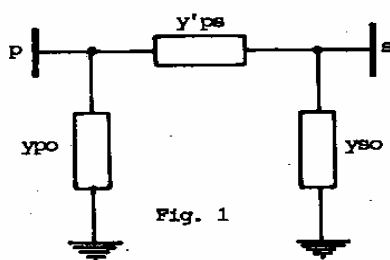


Fig. 1

$$\begin{aligned} y'ps &= y_{ps} \cdot t_p \\ y_{po} &= y_{ps} \cdot t_p (t_p - 1) \\ y_{so} &= y_{ps} \cdot (1 - t_p) \end{aligned} \quad (3)$$

donde: y_{ps} es la admitancia de cortocircuito del transformador ($1/Z_{ps}$); t_p es la posición de tap en el lado primario, con la convención de que para $t_p > 1.0$ se sube el voltaje del secundario. Para $t_p = 1.0$, $y_{po} = y_{so} = 0$, $y'ps = y_{ps}$, y el modelo se reduce al equivalente simple del transformador.

3.2 MODELO DEL TRANSFORMADOR CON TAPS EN LOS DOS DEVANADOS

Algunos transformadores tiene posicionador de taps tanto en el primario como en el secundario, generalmente uno de ellos solo puede cambiarse de posición sin carga. Cuando la posición de taps en los dos devanados es diferente a la nominal, el modelo que describe el comportamiento del transformador es:

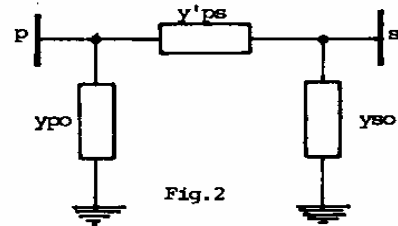


Fig. 2

$$\begin{aligned} y'ps &= y_{ps} \cdot t_p \cdot t_s \\ y_{po} &= y_{ps} \cdot t_p (t_p - t_s) \\ y_{so} &= y_{ps} \cdot t_s (t_s - t_p) \end{aligned} \quad (4)$$

Nótese que cuando $t_s = 1.0$ el modelo dado por las ecuaciones (4) se reduce al anterior, dado por las ecuaciones (3).

3.3 MODELO DEL TRANSFORMADOR DE TRES DEVANADOS CON TAPS

A continuación se presenta el modelo general de un transformador de tres devanados (p-T-s) bajo la consideración que en los tres exista posicionador de taps. Es conocido que a lo más se tienen cambiadores de taps en dos de ellos, modelo del cual puede obtenerse fácilmente como caso particular de este modelo general.

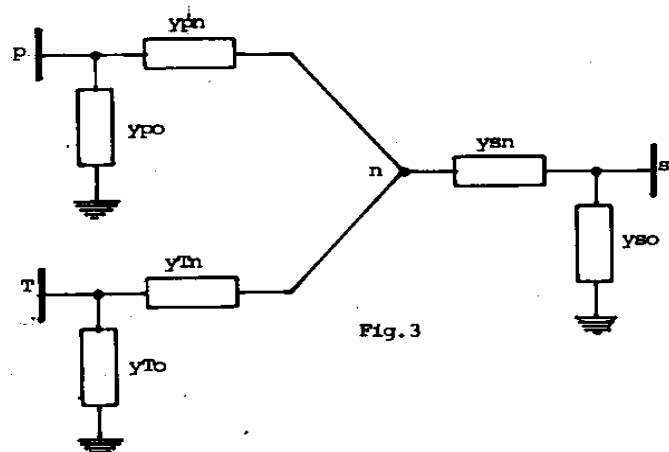


Fig. 3

en el cual:

$$\begin{aligned} y_{pn} &= y_p \cdot t_p \cdot \alpha \\ y_{sn} &= y_s \cdot t_s \cdot \alpha \\ y_{Tn} &= y_T \cdot t_T \cdot \alpha \\ y_{po} &= y_p \cdot t_p \cdot (t_p - \alpha) \\ y_{so} &= y_s \cdot t_s \cdot (t_s - \alpha) \\ y_{To} &= y_T \cdot t_T \cdot (t_T - \alpha) \end{aligned} \quad (5)$$

siendo:

$$\alpha = \frac{y_p \cdot t_p + y_s \cdot t_s + y_T \cdot t_T}{y_p + y_s + y_T}$$

Este es el modelo general del cual pueden derivarse todos los modelos posibles de los transformadores con o sin taps, así:

- a. Si $t_p = t_s = t_T = 1.0$, entonces $\alpha = 1.0$;
 $y_{po} = y_{so} = y_{To} = 0$
 $y_{pn} = y_p = 1/Z_p$
 $y_{sn} = y_s = 1/Z_s$
 $y_{Tn} = y_T = 1/Z_T$

efectivamente se reduce al modelo del transformador de tres devanados dado en la Tabla II y por las ecuaciones (2).

- b. Si no existe terciario y además $t_s = 1.0$, el modelo se reduce al equivalente simple de un transformador con cambio de taps dado por las ecuaciones (3), ya que:

si $y_T = 0$ entonces $y_{Tn} = y_{To} = 0$

$$\alpha = \frac{y_p \cdot t_p + y_s}{y_p + y_s}$$

para lo cual $y'_{ps} = \frac{y_{pn} \cdot y_{sn}}{y_{pn} + y_{sn}} = y_{ps} \cdot t_p$

$$\text{siendo } y_{ps} = \frac{y_p \cdot y_s}{y_p + y_s} = \frac{1}{Z_{ps}}$$

$$y_{po} = y_{ps} \cdot t_p \cdot (t_p - 1)$$

$$y_{so} = y_{ps} \cdot (1 - t_p)$$

- c. Si no existe terciario, pero existe posicionador de taps en el primario y secundario, el modelo se reduce al del establecido por el conjunto de ecuaciones (4), ya que:

$$y_T = y_{Tn} = y_{To} = 0 \quad \alpha = \frac{y_p \cdot t_p + y_s \cdot t_s}{y_p + y_s}$$

$$\begin{aligned} y'_{ps} &= \frac{y_{pn} \cdot y_{sn}}{y_{pn} + y_{sn}} = \frac{y_p \cdot y_s \cdot t_p \cdot t_s}{y_p + y_s} \\ &= y_{ps} \cdot t_p \cdot t_s \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_{po} &= \frac{y_p \cdot y_s}{y_p + y_s} \cdot t_p \cdot (t_p - t_s) = \\ &= y_{ps} \cdot t_p \cdot (t_p - t_s) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_{so} &= \frac{y_p \cdot y_s}{y_p + y_s} \cdot t_s \cdot (t_s - t_p) = \\ &= y_{ps} \cdot t_s \cdot (t_s - t_p) \end{aligned}$$

- d. Si el transformador tiene taps en dos devanados, por ejemplo p y s ($t_T = 1.0$), el modelo es similar al de la fig: 3 con los siguientes valores de admitancia.

$$\begin{aligned} y_{pn} &= y_p \cdot t_p \cdot \alpha \\ y_{sn} &= y_s \cdot t_s \cdot \alpha \\ y_{Tn} &= y_T \cdot \alpha \\ y_{po} &= y_p \cdot t_p \cdot (t_p - \alpha) \\ y_{so} &= y_s \cdot t_s \cdot (t_s - \alpha) \\ y_{To} &= y_T \cdot (1 - \alpha) \\ \alpha &= \frac{y_p \cdot t_p + y_s \cdot t_s + y_T}{y_p + y_s + y_T} \end{aligned}$$

- e. Si el transformador tiene taps en un solo devanado, por ejemplo p ($t_s = t_T = 1.0$) entonces:

$$\begin{aligned} y_{pn} &= y_p \cdot t_p \cdot \alpha \\ y_{sn} &= y_s \cdot \alpha \\ y_{Tn} &= y_T \cdot \alpha \\ y_{po} &= y_p \cdot t_p \cdot (t_p - \alpha) \\ y_{so} &= y_s \cdot (1 - \alpha) \\ y_{To} &= y_T \cdot (1 - \alpha) \\ \alpha &= \frac{y_p \cdot t_p + y_s + y_T}{y_p + y_s + y_T} \end{aligned}$$

3.4 TRANSFORMADORES EN PARALELO

Si un conjunto de transformadores se encuentran en paralelo y tienen admitancias y posición de taps diferentes, una representación del transformador equivalente es el indicado en la fig.4.

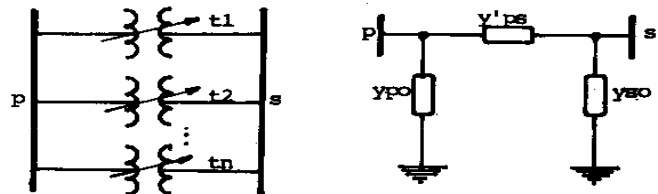


Fig. 4

$$\begin{aligned} y'_{ps} &= y_{ps} \cdot t_p \\ y_{po} &= y_{ps} \cdot t_p \cdot (t_p - 1) \end{aligned}$$

relaciones en las que y_{ps} y t_p son la admitancia y el tap del transformador equivalente, obtenidos a partir de:

$$\begin{aligned} t_p &= \frac{\sum y_i \cdot t_i^2}{\sum y_i \cdot t_i} \\ y_{ps} &= \frac{(\sum y_i \cdot t_i)^2}{\sum y_i \cdot t_i^2} \end{aligned} \quad (6)$$

además, $y_{so} = \sum y_i (1 - t_i)$

En las relaciones (6), y_1 es la admitancia de cortocircuito entre las barras p de cada transformador y t_1 su correspondiente posición del tap en el lado primario.

Para el caso particular en que los transformadores sean idénticos ($y_1=y_2.. = y$), al modelo se reduce a:

$$t_p = \frac{\sum t_i^2}{\sum t_i}$$

$$y_{ps} = \frac{y(\sum t_i)^2}{\sum t_i^2} \quad (7)$$

$$y_{so} = y \cdot I(1 - t_i)$$

nótese que en las relaciones (6) y (7) $y_{so} = y_{ps} \cdot (1 - t_p)$

3.5 TRANSFORMADORES EN SISTEMAS RADIALES

Una configuración típica que involucra transformadores en redes radiales es la que se indica en la fig. 5 siguiente:

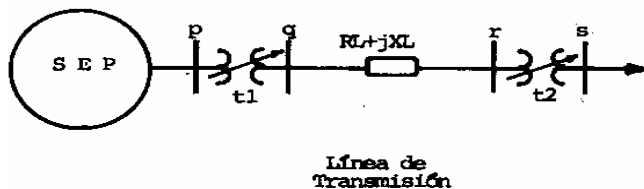


Fig. 5

En la cual sea:

$$y_1 = y_{pq} \quad t_1 = t_p$$

$$y_L = (RL + jXL)^{-1} \quad t_2 = t_r$$

$$y_2 = y_{rs}$$

La red anterior puede analizarse con el siguiente equivalente entre las barras p y s .

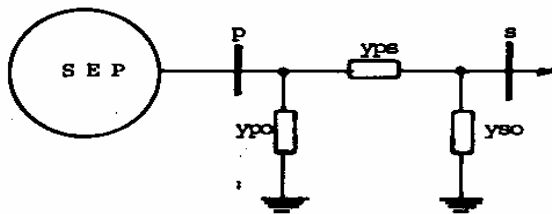


Fig. 6

Para el cual:

$$y_{ps} = \frac{y_1 \cdot y_2 \cdot y_L \cdot t_1 \cdot t_2}{y_1 \cdot y_2 \cdot t_1^2 + y_2 \cdot y_L \cdot t_2^2 + y_1 \cdot y_L}$$

$$y_{po} = y_{ps} \cdot (t_1 t_2 - 1) \quad (8)$$

$$y_{so} = y_{ps} \left(\frac{1}{t_1 t_2} - 1 \right)$$

3.6 TRANSFORMADORES EN SERIE

Si dos transformadores con posicionador de taps se encuentran en serie se puede determinar el transformador equivalente como un caso particular del caso anterior; es decir para cuando la impedancia de la línea sea cero ($y_L \rightarrow \infty$), entonces:

$$y_{ps} = \frac{y_1 \cdot y_2 \cdot t_1 \cdot t_2}{y_1 + y_2 \cdot t_2^2}$$

$$y_{po} = y_{ps}(t_1 t_2 - 1) \quad (9)$$

$$y_{so} = y_{ps} \left(\frac{1}{t_1 t_2} - 1 \right)$$

4. CONCLUSION

Se ha presentado modelos equivalentes de transformadores que son utilizados normalmente en los análisis de sistemas eléctricos de potencia, particularizando en forma especial aquellos modelos de transformadores con cambio de taps que en determinadas circunstancias presentan dificultades en su representación, tal el caso de los transformadores de tres devanados con posicionador de taps en uno o más devanados.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Power System Modelling, Proc. IEEE, July 1974. M.S. CHEN, W.E. DILLON.
- [2] Electric Power Systems, III Edition; B.M. WEEDY, 1979.
- [3] Computer Modelling of Electrical Power Systems. J. ARRILLAGA, C.P. ARNOLD, B.J. HARKER, 1983.
- [4] Electric Energy Systems Theory, I; Edition; O.I. ELGERD, 1982.
- [5] Elements of Power System Analysis. IV Edition, W.D. STEVENSON.
- [6] Análisis y Control de Sistemas Eléctricos de Potencia. G. ARGUELLO, 1988.

GABRIEL ARGUELLO R.
Ingeniero Eléctrico, Escuela Politécnica Nacional, 1974.
Master of Electrical Engineering, University of Idaho, 1975.

Trabaja en INECEL desde 1974 en diversas áreas de análisis de sistemas de potencia, despacho de carga y actualmente en el desarrollo del Centro Nacional de Control de Energía para la Supervisión y Control del Sistema Nacional Interconectado, en el que su área de especialización es la de análisis de sistemas de potencia para operación en tiempo real.

Desde 1983 es profesor de la Facultad de Ingeniería Eléctrica de la Escuela Politécnica Nacional.