

ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE SISTEMAS DE CONTROL NO-LINEALES UTILIZANDO LA FUNCIÓN DESCRIPTIVA

ING. PABLO AMADOR ECHEVERRÍA ZUMARRAGA
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

ING. MARCO BARRABAN BEDOYA
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

RESUMEN

El presente trabajo desarrolla un programa que permite el análisis de estabilidad de Sistemas de Control No-lineales, utilizando el Método de la Función Descriptiva.

El análisis de estabilidad mediante la Función Descriptiva, permite determinar los efectos de las no-linealidades sobre los Sistemas de Control o anticipar los efectos de modificar los componentes lineales o no-lineales dentro del lazo de realimentación del sistema de control. El programa de análisis proporciona información gráfica concerniente a la estabilidad y sugiere maneras de mejorar las características de respuesta del sistema, en caso de ser necesario.

La Función Descriptiva es un método poderoso para analizar y diseñar sistemas de control cuasi-lineales, y para determinar sus puntos de inestabilidad o Ciclos Límite. Este método tiene la ventaja de que puede ser aplicado a sistemas de cualquier orden.

ABSTRACT

This paper develops a program that permits the analysis of stability of Nonlinear Control Systems, utilizing the Describing Function Method.

The analysis of stability by means of The Describing Function, permits to determine the effects of the nonlinearities on the Control System or to anticipate the effects of modifying the linear or nonlinear components inside of the feedback loop of the control system. The program of analysis gives graphical information concerning to the stability and suggests manners to improve the characteristics of the system response, if it is necessary.

The Describing Function is an useful method for analysing and designing quasi-linear control systems and to determine theirs points of instability or Limit Cycles. This method has the advantage that it can be applied to systems of any order.

I. INTRODUCCION

Dentro del campo de Control No-lineal se han desarrollado dos técnicas para el estudio de Sistemas de Control; la una desarrolla

su teoría en el dominio de la frecuencia y la otra que fundamenta su desarrollo teórico en el dominio del tiempo. En ninguno de estos dos campos, la teoría de Control No-lineal es completa y se la continúa desarrollando.

Este trabajo trata de unificar el estudio de los sistemas no-lineales con ayuda de un computador y se involucra muchas no-linealidades para que permitan el análisis de estabilidad de la mayoría de los sistemas de control existentes, mediante el método de la Función Descriptiva desarrollado en el dominio de la frecuencia.

Se debe mencionar que en nuestro medio no existen programas en esta área y que utilicen este método gráfico y analítico para el análisis de estabilidad de los sistemas de control no-lineales.

Debido a que la mayoría de los sistemas que se encuentran en la práctica son no-lineales, existe la necesidad de estudiar técnicas de análisis de sistemas de control no-lineales. Se trata de generalizar un método para el análisis de los mismos y que estén sometidos a elementos que presentan no-linealidades por aproximación de segmentos lineales (piece-wise nonlinearities) mediante el uso de la Función Descriptiva.

II Fundamentos Teóricos

No existe un método general para tratar a todos los sistemas no-lineales, puesto que las ecuaciones diferenciales no-lineales no tienen un sólo método general de solución. Además, el análisis de estos sistemas debe tomar en cuenta la existencia de ciclos límite, saltos de resonancia, histéresis y otros fenómenos propios de los sistemas no-lineales.

El método de la Función Descriptiva es aplicable a sistemas cuasi-lineales de cualquier orden. Toma una señal sinusoidal como la señal de entrada al sistema y asume que la única componente significativa de la señal de salida, es la componente fundamental de la señal de salida.

Este método permite estudiar la estabilidad de muchos sistemas de control no-lineales desde un punto de vista del dominio de la frecuencia, pero no da información respecto a las características de la respuesta transitoria.

Los métodos de respuesta de frecuencia se basan en dos condiciones:

- 1.- Que el sistema pueda ser separado en dos secciones, una lineal y la otra no lineal.
- 2.- Que las secciones lineales que siguen a cada sección no lineal, tengan un comportamiento de filtro pasabajos que atenúa los armónicos de mayor grado que la componente fundamental.

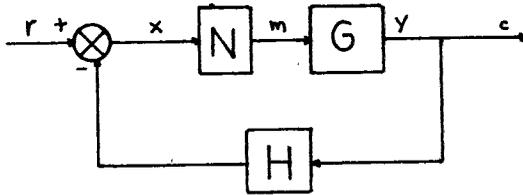


Fig. 1 Diagrama de bloques de un sistema no lineal general

II.1 METODO DE LA FUNCION DESCRIPTIVA

La función descriptiva se usa para representar una no linealidad por medio de una función de transferencia lineal aproximadamente equivalente. Su definición se basa en la aplicación de una entrada sinusoidal a una no linealidad.

La Función Descriptiva se define, como la relación compleja de la componente armónica fundamental de la señal de salida de un componente no lineal a la señal de entrada sinusoidal.

$$N(E, \omega) = Y/X \angle \phi$$

Si no se incluye ningún elemento que almacena energía en la parte no lineal, la Función Descriptiva \$N\$ sólo es función de la amplitud de la señal de entrada al bloque no lineal. Si existen elementos que almacenan energía, entonces \$N\$ será función tanto de la amplitud como de la frecuencia de entrada. \$N\$ tiene comúnmente la forma de un número complejo, que indica la relación de amplitud y de fase existentes entre la señal de entrada y la componente fundamental de la señal de salida del elemento no lineal.

El análisis concierne sólo a la componente fundamental de la forma de onda de la salida, ya que todos los demás armónicos, subarmónicos y componente DC no son tomados en cuenta. Esta es una suposición razonable, puesto que los términos armónicos son pequeños comparados con el término de la fundamental. Además, un sistema de control con realimentación usualmente da una atenuación adicional a los términos armónicos, debido a su inherente acción de filtrado.

El análisis de la Función Descriptiva asume que, existe un sólo elemento no lineal en el lazo de realimentación del sistema de control. En caso de tener más de una no linealidad en el sistema, se debe considerar a todas las no linealidades en una sola y obtener una no linealidad equivalente.

Para el cálculo de la Función Descriptiva de un elemento a lineal dado, se debe conocer la componente armónica fundamental de la señal de salida. Si la entrada al elemento no lineal es una señal sinusoidal de la forma:

$$x(t) = E \cdot \text{sen } \omega t$$

la salida \$Y(t)\$ expresada en series de Fourier es:

$$Y(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos n\omega t + B_n \text{sen } n\omega t)$$

$$Y(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} Y_n \text{sen}(n\omega t + \phi_n)$$

donde

$$A_0 = 1/\pi \int_0^{2\pi} Y(t) d(\omega t)$$

$$A_n = 1/\pi \int_0^{2\pi} Y(t) \cdot \cos(n\omega t) d(\omega t)$$

$$B_n = 1/\pi \int_0^{2\pi} Y(t) \cdot \text{sen}(n\omega t) d(\omega t)$$

$$Y_n = (A_n^2 + B_n^2)^{1/2}$$

$$\phi_n = \text{Tan}^{-1}(B_n / A_n)$$

Si la no linealidad es simétrica, \$A_0 = 0\$ y la componente armónica fundamental de la señal de salida es:

$$Y(t) = A_1 \cdot \cos \omega t + B_1 \cdot \text{sen } \omega t$$

$$Y(t) = Y_1 \cdot \text{sen}(\omega t + \beta_1)$$

luego la Función Descriptiva queda expresada por:

$$N(E, \omega) = Y/X \angle \beta_1$$

$$N(E, \omega) = (A_1^2 + B_1^2)^{1/2} \text{Tan}^{-1}(B_1/A_1)$$

$$N(E, \omega) = Y/X \cdot e^{j\beta_1}$$

$$N(E, \omega) = B_1 + j \cdot A_1$$

viéndose claramente que \$N(E, \omega)\$ es una magnitud compleja

II.2 FUNCION DESCRIPTIVA GENERAL PARA NO LINEALIDADES POR APROXIMACION DE SEGMENTOS LINEALES.

El fundamento de este desarrollo radica en que la salida del componente no lineal para una entrada sinusoidal, tendrá una amplitud y un retardo de fase dependientes de la amplitud de la señal de entrada. Así, para una entrada \$x = E \cdot \text{sen } \theta\$, la salida es:

$$m = N(E, \omega) \cdot x + f_d(x) \quad (1)$$

donde \$f_d(x)\$ representa la componente de distorsión debido a los armónicos de mayor orden que la fundamental y a los subarmónicos.

La salida \$m\$ puede ser representada por series de Fourier como:

$$m = h_0 + h_1 \cdot \text{sen } \theta + h_2 \cdot \cos \theta + h_3 \cdot \text{sen } 2\theta + h_4 \cdot \cos 2\theta + \dots \quad (2)$$

Puesto que los armónicos de mayor orden y la componente constante pueden ser despreciados, la salida aproximada será:

$$m = h_1 \sin \theta + h_2 \cos \theta \quad (3)$$

o en forma polar:

$$m = h \sin (\theta + \phi) \quad (4)$$

Los coeficientes normalizados de Fourier se los halla de la manera usual.

$$g(E) = B_n(E) \quad \text{y} \quad b(E) = A_n(E) \quad (5)$$

$$B_n(E) = 1/\pi E \int_0^{2\pi} f(E \cdot \sin \theta) \cdot \sin \theta \, d\theta \quad (6)$$

$$A_n(E) = 1/\pi E \int_0^{2\pi} f(E \cdot \sin \theta) \cdot \cos \theta \, d\theta \quad (7)$$

Luego la función Descriptiva en coordenadas cartesianas es:

$$N(E, w) = g(E) + j \cdot b(E) \quad (8)$$

y en forma polar es:

$$N = |N| \cdot e^{j\phi} \quad (9)$$

$$\text{con } |N| = (h_1^2 + h_2^2) / E \quad (10)$$

$$\text{y } \phi = \tan^{-1}(h_2/h_1) \quad (11)$$

Para no linealidades simétricas univaluadas (single-valued nonlinearities) o sin histéresis, no existirá retardo de fase en la componente armónica fundamental y b(E) será cero. En el caso de alinealidades con histéresis o multivaluadas (multi-valued nonlinearities) existirá un ángulo de fase asociado a la Función Descriptiva.

Una forma equivalente para la ecuación (8) se la encuentra aplicando la forma exponencial a las ecuaciones (6) y (7) es:

$$N(E, w) = \frac{j}{\pi E} \int_0^{2\pi} f(E \cdot \sin \phi) \cdot e^{-j\phi} \, d\phi \quad (12)$$

Es posible analizar una no linealidad general para obtener una Función Descriptiva que incluya a todas las no linealidades más frecuentes y a varias otras.

La forma de la no linealidad general que se analiza se muestra en la fig. 2, la cual requiere de 10 diferentes integrales para evaluar correctamente los segmentos de su figura.

$$N(E) = j/\pi E \left[\int_{\theta_1}^{\theta_2} n_1(E \cdot \sin \theta - a) e^{-j\theta} \, d\theta + \int_{\theta_3}^{\theta_4} n_2(E \cdot \sin \theta - k_2) e^{-j\theta} \, d\theta + \int_{\theta_5}^{\theta_6} n_1(E \cdot \sin \theta - a) e^{-j\theta} \, d\theta + \int_{\theta_7}^{\theta_8} n_2(E \cdot \sin \theta - k_2) e^{-j\theta} \, d\theta + \int_{\theta_9}^{\theta_{10}} n_1(E \cdot \sin \theta - d) e^{-j\theta} \, d\theta + \int_{\theta_{11}}^{\theta_{12}} n_1(E \cdot \sin \theta + a) e^{-j\theta} \, d\theta + \int_{\theta_{13}}^{\theta_{14}} n_2(E \cdot \sin \theta + k_2) e^{-j\theta} \, d\theta + \int_{\theta_{15}}^{\theta_{16}} n_1(E \cdot \sin \theta + a) e^{-j\theta} \, d\theta + \int_{\theta_{17}}^{\theta_{18}} n_2(E \cdot \sin \theta + k_2) e^{-j\theta} \, d\theta + \int_{\theta_{19}}^{\theta_{20}} n_1(E \cdot \sin \theta + d) e^{-j\theta} \, d\theta \right] \quad (13)$$

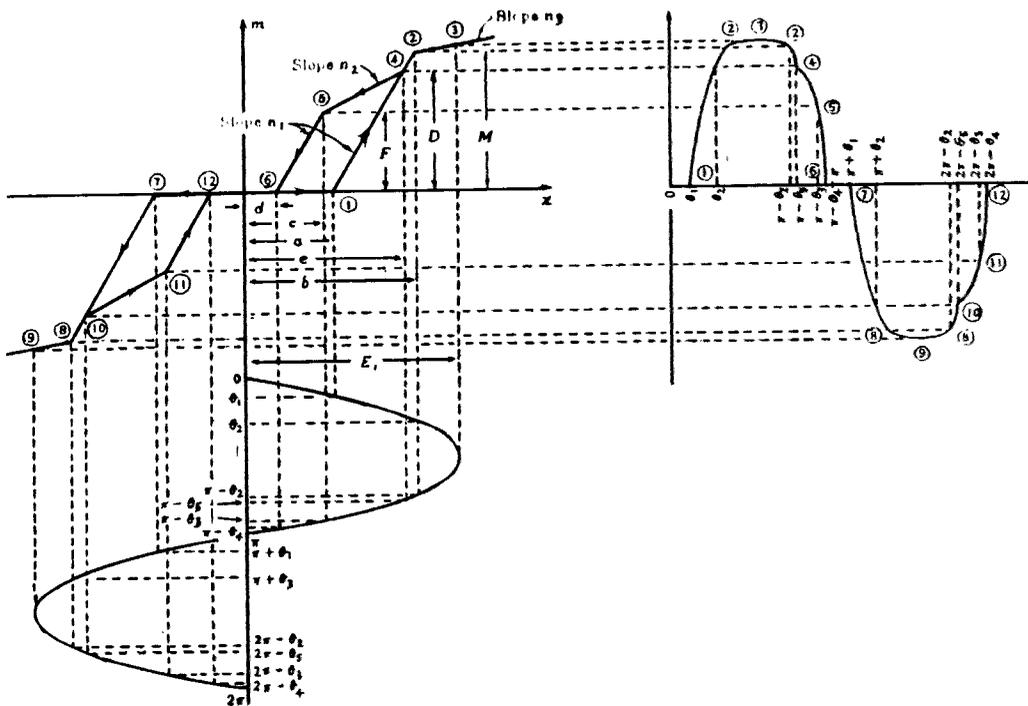


Fig. 2 Nolinealidad General

donde k_2 y k_3 son definidos como:

$$k_2 = (D.c - F.e)/(D - E) \quad (14)$$

$$k_3 = b - (b/n_3) \quad (15)$$

$$\theta_1 = \text{sen}^{-1} (a/E) \quad (16)$$

$$\theta_2 = \text{sen}^{-1} (b/E) \quad (17)$$

$$\theta_3 = \text{sen}^{-1} (c/E) \quad (18)$$

$$\theta_4 = \text{sen}^{-1} (d/E) \quad (19)$$

$$\theta_5 = \text{sen}^{-1} (e/E) \quad (20)$$

Se debe notar que θ_1 , θ_2 , θ_3 , θ_4 y θ_5 han sido definidos de tal forma que todos ellos se localicen en el primer cuadrante.

Evaluando cada una de las integrales separadamente y combinando los resultados, luego separando parte real e imaginaria, se llega a:

$$\text{Re}(N(E,w)) = g(E) \quad (21)$$

$$g(E) = (n_1/\pi E)(E(-\theta_1 + 2\theta_2 + \theta_3 - \theta_4 - \theta_5) + E/2(\text{sen } 2\theta_1 - 2\text{sen } 2\theta_2 - \text{sen } 2\theta_3 + \text{sen } 2\theta_4 + 2\text{sen } 2\theta_5) + 2a(-\cos \theta_1 + 2\cos \theta_2 - \cos \theta_3) + 2d(\cos \theta_3 - \cos \theta_4) + (n_2/\pi E)(E(\theta_5 - \theta_3) + E/2(\text{sen } 2\theta_3 - \text{sen } 2\theta_5) + 2k_2(\cos \theta_5 - \cos \theta_3)) + (n_3/\pi E)(E(\pi - 2\theta_2) + E \text{sen } 2\theta_2 - 4k_3 \cos \theta_2) \quad (22)$$

e

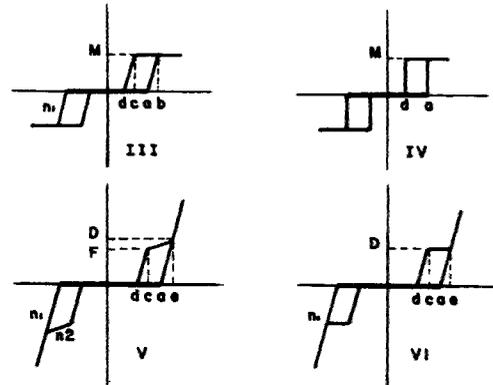
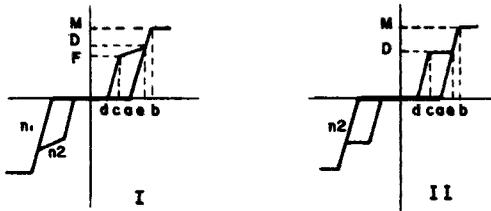
$$\text{Im}g(N(E,w)) = b(E) \quad (23)$$

$$b(E) = (n_1/\pi E)(E/2(\cos 2\theta_1 + \cos 2\theta_3 - \cos 2\theta_4 - \cos 2\theta_5) + 2a(\text{sen } \theta_1 - \text{sen } \theta_3) + 2d(\text{sen } \theta_3 - \text{sen } \theta_4) + (n_2/\pi E)(E/2(-\cos 2\theta_3 + \cos 2\theta_5) + 2k_2(\text{sen } \theta_5 - \text{sen } \theta_3)) \quad (24)$$

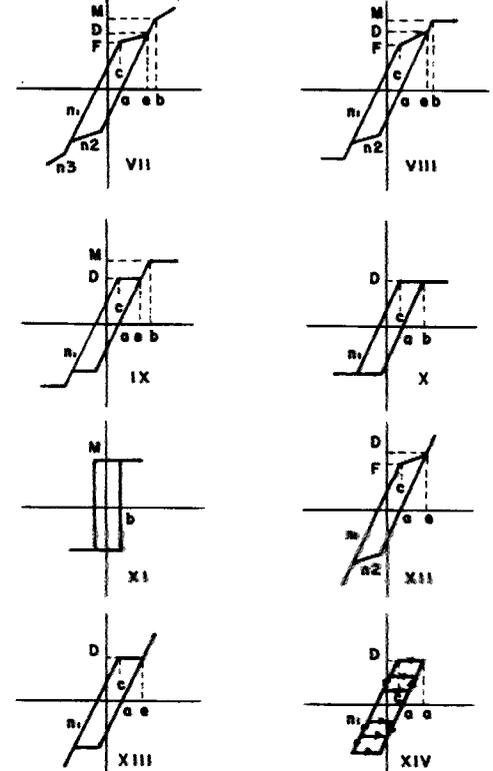
Las ecuaciones (22) y (24) determinan la Función Descriptiva para la no linealidad más general. De la misma forma se obtienen las Funciones Descriptivas para las 23 no linealidades siguientes que se derivan de la anterior y que se las ha clasificado en cuatro grupos según tengan o no características de histéresis y de zona muerta.

GRUPO I

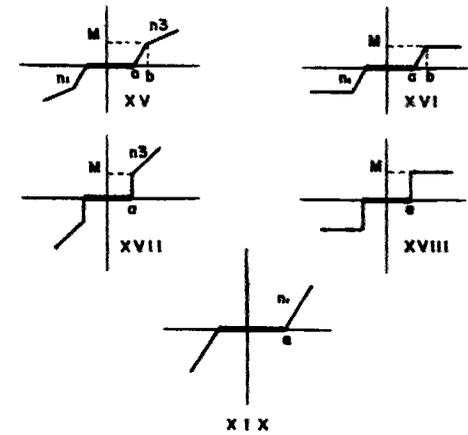
No linealidades con Histéresis y Zona Muerta



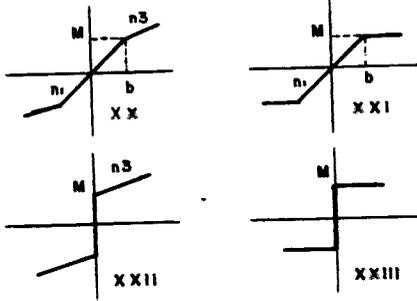
GRUPO II
No linealidades con Histéresis



GRUPO III
No linealidades con Zona Muerta



Nolinealidades sin Histeresis ni Zona Muerta



11.3 ESTABILIDAD UTILIZANDO LA FUNCION DESCRIPTIVA

La Función Descriptiva de la nolinealidad aplicada al sistema de control de la fig. 2 es N y se la usa para determinar la estabilidad del sistema. Esta permitirá determinar la amplitud y frecuencia de oscilación de los ciclos límites, si es que existen, mediante la graficación de la Función Descriptiva.

La respuesta de lazo cerrado para el sistema ilustrado en la fig. 2 es:

$$\frac{C(j\omega)}{R(j\omega)} = \frac{N(E, \omega) \cdot G(j\omega)}{1 + N(E, \omega) \cdot G(j\omega) \cdot H(j\omega)} \quad (25)$$

La estabilidad se determina por la ecuación característica:

$$1 + N(E, \omega) \cdot G(j\omega) \cdot H(j\omega) = 0 \quad (26)$$

reescribiéndola,

$$G(j\omega) \cdot H(j\omega) = -1 / N(E, \omega) \quad (27)$$

para realimentación unitaria $H(j\omega) = 1$, entonces se tiene:

$$G(j\omega) = -1 / N(E, \omega) \quad (28)$$

Para el diagrama polar inverso se tiene:

$$-N(E, \omega) = 1 / G(j\omega) \quad (29)$$

Si se satisfacen las ecuaciones (28) y (29) la salida del sistema presenta un ciclo límite. Situación que corresponde a la intersección de las curvas $G(j\omega)$ o $G(j\omega) \cdot H(j\omega)$ con $-1/N(E, \omega)$.

A este ciclo límite se lo determina por un valor de Amplitud en la curva $-1/N(E, \omega)$ y por un valor de frecuencia en la curva $G(j\omega)$ o $G(j\omega) \cdot H(j\omega)$ obtenidos del punto de intersección.

Este ciclo límite u oscilación mantenida puede ser estable o inestable. Es estable si una perturbación en amplitud o frecuencia ocurre y la oscilación luego desaparece, regresando el sistema a su estado original. Si la oscilación continúa, incrementándose indefinidamente o disminuye a cero, el ciclo límite es inestable.

Un sistema de control no debe presentar comportamiento de ciclo límite, aunque en determinadas aplicaciones puede ser aceptable o permitido tener un ciclo límite estable de pequeña amplitud.

III PROGRAMAS DE ANALISIS

El paquete está compuesto de programas que permiten el ingreso y evaluación de datos, la graficación de las funciones Descriptiva y de Transferencia, así como la impresión de los resultados gráficos y analíticos que permiten el análisis de estabilidad.

III.1 Ingreso y evaluación de datos

Los programas NO.LINEAL y TPC permiten escoger la nolinealidad a la cual está sometida el sistema y realizar el ingreso de sus parámetros, para a continuación realizar la evaluación de la Función Descriptiva correspondiente.

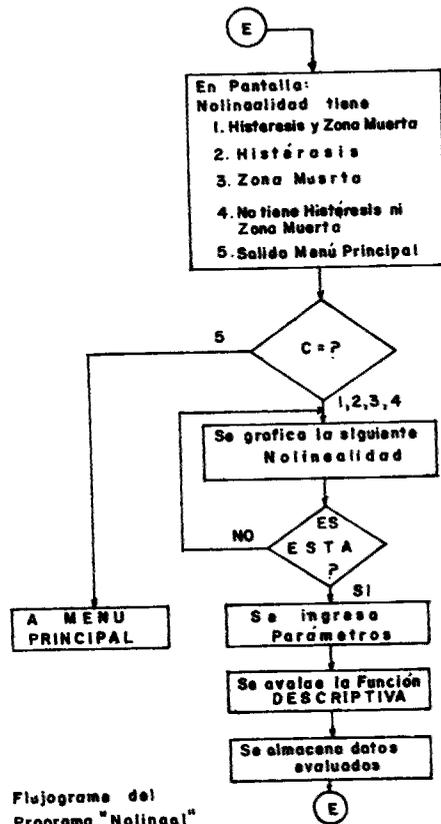
Los programas GS y FT permiten ingresar los datos de la planta lineal en forma de polinomios y evaluar la Función de Transferencia.

III.2 Gráficos

Los programas de gráficos permiten visualizar en pantalla la Función Descriptiva y de Transferencia, tanto individualmente como conjuntamente en los gráficos de estabilidad directo e inverso.

III.3 Impresión

Los programas de impresión permiten imprimir los datos de la nolinealidad y de la planta lineal. Los valores calculados de las Funciones Descriptiva y de Transferencia, así como los valores de amplitud y frecuencia de los ciclos límites encontrados. También se puede imprimir todos los gráficos obtenidos.



Flujograma del Programa "Nolineal"

IV RESULTADOS

Se presenta ejemplos de los resultados obtenidos en el presente trabajo.

Ejemplo 1

Se toma una planta lineal de tercer orden:

$$G(s) = 500 / S(1 + 0.1S)(1 + 0.001S)$$

controlada por un elemento no lineal que tiene características ON-OFF como se ve en la fig. (3). La señal de entrada es sinusoidal de la forma $x = E \cdot \text{sen } \omega$ con amplitud $E = 25$.

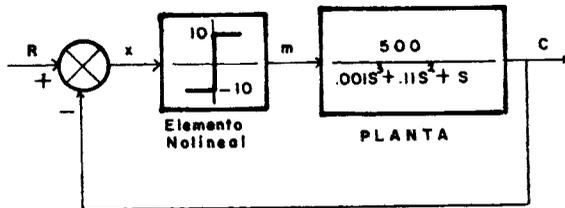


Fig. 3 Sistema No lineal

Como se ve en los gráficos (4) y (5) el sistema es inestable y presenta un ciclo límite en el punto $-4.5 + j0$ del plano complejo a la frecuencia $\omega = 31.5$ cuando la amplitud $E = 58$, para el diagrama de estabilidad directo $G(j\omega) = -1/N$. Para el diagrama de estabilidad inverso $-N = 1/G(j\omega)$ el ciclo límite se localiza en el punto $-0.2 + j0$ del plano complejo con los mismos valores de amplitud y frecuencia de oscilación.

Por medio de un ajuste iterativo de la ganancia del sistema, se obtiene un compensador proporcional $K = 1/50$ con el cual se estabiliza el sistema y se elimina el ciclo límite, como se ve en las gráficas (6) y (7).

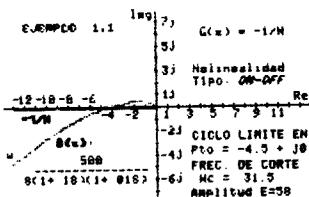


Fig. 4 Sistema Inestable

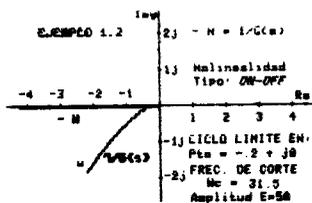


Fig. 5 Diagrama de Estabilidad Inverso

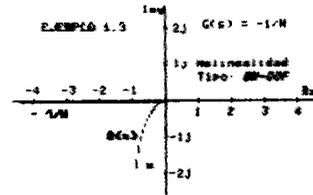


Fig. 6 Sistema Compensado Estable

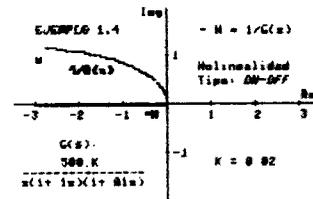


Fig. 7 Estabilidad en Plano Inverso

Ejemplo 2

Se toma la misma planta lineal y se la analiza frente a un elemento no lineal ON-OFF con Zona Muerta como se ve en la figura (8).

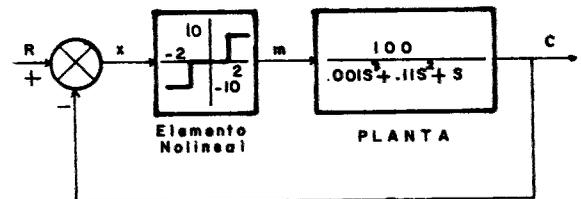


Fig. 8 Sistema con No linealidad ON-OFF con Zona Muerta

El mínimo valor de la señal sinusoidal de entrada para que exista una solución real es $E = 2$ ya que si $E < a$ el elemento a lineal no actúa y el sistema permanece sin accionarse.

Según la amplitud de la señal sinusoidal de entrada E aumenta, $-1/N$ se aproxima a cero alcanzando un valor mínimo y luego vuelve hacia $-\infty$. En las figuras (9) y (10) se ve las gráficas de estabilidad tanto con el diagrama Polar Directo como Inverso y que determinan un sistema inestable con dos ciclos límite que producen oscilaciones en el mismo punto $(-0.9 + j0)$ del plano complejo y a la misma frecuencia $\omega_c = 31.2$ pero en dos amplitudes diferentes $E = 2$ y $E = 11.3$. Igualmente ocurre en el plano inverso en el punto $(-1.1 + j0)$ a la misma frecuencia y amplitudes. Compensando el sistema con una constante $K = 1/10$ se elimina los ciclos límite estabilizando el sistema.

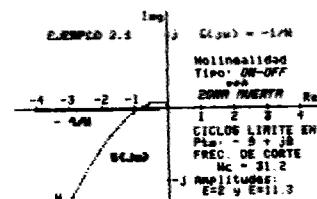
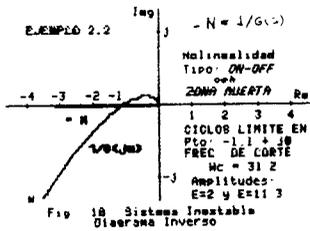


Fig. 9 Sistema con Ciclos Limite



Ejemplo 3

Aplicando una no linealidad de Zona Muerta al mismo sistema en estudio, como se ve en la fig. (11), se observa que para señales menores al valor de Zona Muerta $b = 1$, no existe función Descriptiva puesto que para estos valores el elemento no lineal no se activa y el sistema permanece sin actuar.

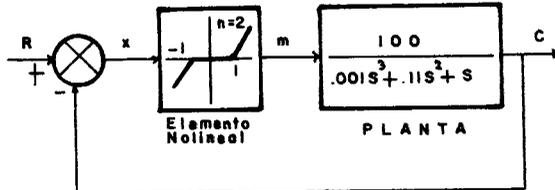


Fig. 11 Sistema No lineal con Zona Muerta

En las figuras (12) y (13) se ve que en el punto $(-0.9 + j0)$ ocurre un ciclo límite a la frecuencia $\omega_c = 31.1$ cuando la amplitud de la señal de entrada es $E = 2.6$ y que da características de inestabilidad al sistema. Igualmente se ve en el diagrama de estabilidad inverso que el ciclo límite ocurre en el punto $(-1.06 + j0)$ a las mismas frecuencia y amplitud que el diagrama directo de estabilidad.

En este ejemplo para estabilizar el sistema, se ha reemplazado el elemento no lineal por otro similar pero con diferentes parámetros. Tomando un nuevo elemento con un valor de la pendiente $n = 0.5$, menor que la pendiente original $n = 2$, se evita el ciclo límite como se ve en las figuras (14) y (15).

De esta manera se ve que para estabilizar un sistema no lineal se puede modificar la planta (Función de Transferencia) o se puede modificar el elemento no lineal (Función Descriptiva).

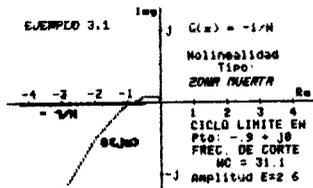


Fig. 12 Sistema No lineal con Zona Muerta

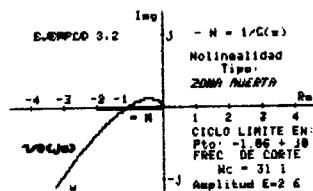


Fig. 13 Sistema No lineal Diagrama de Estabilidad Inverso

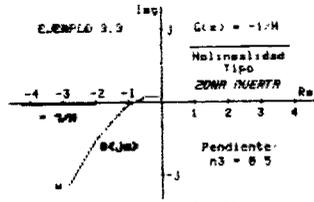


Fig. 14 Sistema Estable con Ciclo Limite por variación de la pendiente de la No linealidad

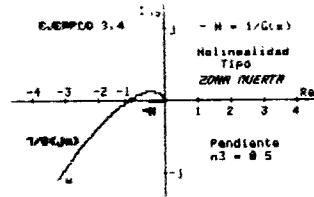


Fig. 15 Grafica de Estabilidad Inversa

Ejemplo 4

Se tomará ahora una planta de segundo orden:

$$G(s) = 10 / (0.8s^2 + 2.4s + 1)$$

a la cual se aplica un elemento no lineal ON-OFF con Histéresis como en la figura (16). Se observará el efecto de la Histéresis en la amplitud y frecuencia del ciclo límite de este sistema en estudio.

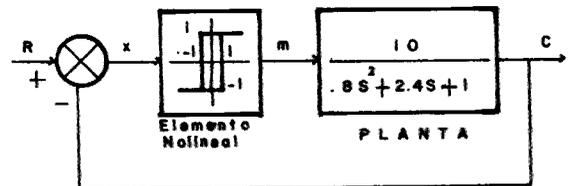


Fig. 16 Sistema con No linealidad ON-OFF con Histéresis

En las figuras (17) a (22) se muestran los gráficos de $-1/N(E,w)$ y de $-N(E,w)$ para tres valores diferentes de Histéresis, representados conjuntamente con los lugares geométricos de $G(jw)$ y de $1/G(jw)$. Los gráficos de $-1/N(E,w)$ son líneas rectas paralelas al eje real que se distancian del mismo según el valor de histéresis aumenta; y los de $-N(E,w)$ son curvas que tienden a un semicírculo pegado al eje imaginario, también según se aumenta el valor de histéresis.

TABLA 1

Amplitud	Frecuencia	Histéresis
E = 0.4	$\omega_c = 5.9$	si b = 0.2
E = 0.91	$\omega_c = 3.8$	si b = 0.6
E = 1.3	$\omega_c = 3.0$	si b = 1.0

De la tabla 1 se puede ver que incrementando el valor de histéresis se reduce la frecuencia de las oscilaciones, pero se incrementa la amplitud de la misma. Como en los casos anteriores, la amplitud y frecuencia de las oscilaciones o ciclos límite son las mismas tanto para: $-1/N(E,w) = G(jw).H(jw)$ como para $-N(E,w) = 1/G(jw).H(jw)$.

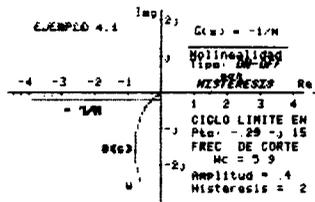


Fig. 17 Diagrama de $-1/N$ y $G(j\omega)$ para Sistema de la Figura 5.15

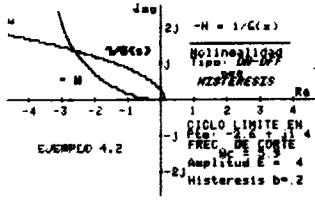


Fig. 18 Diagrama de $-1/N$ y $1/G(s)$ para Sistema de la Figura 5.15

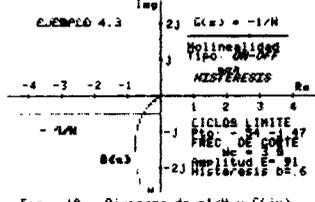


Fig. 19 Diagrama de $-1/N$ y $G(j\omega)$ para histeresis b = 6

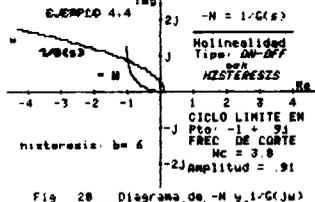


Fig. 20 Diagrama de $-1/N$ y $1/G(j\omega)$ para histeresis b = 6

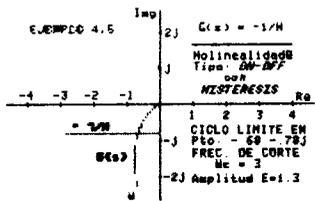


Fig. 21 Diagrama de $-1/N$ y $G(j\omega)$ para histeresis b = 1

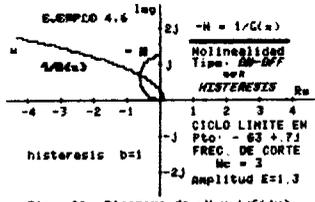


Fig. 22 Diagrama de $-1/N$ y $1/G(j\omega)$ para histeresis b = 1

Ejemplo 5

Para este ejemplo se considera una nolinealidad tipo Backlash con una planta

$$G(s) = 1.5 / (s^2 + s)$$

Para estabilizar estos sistemas no lineales, se puede usar varias formas como: reducir la ganancia del sistema, añadir una red de adelanto de fase o introducir un elemento de realimentación. También es posible variar los parámetros de la nolinealidad (cambiar de elemento no lineal) para obtener la estabilidad del sistema.

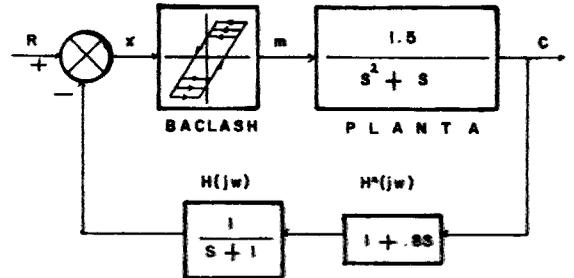


Fig. 23 Sistema No lineal Estabilizado

Las figuras (24) y (25) indican la ubicación del ciclo límite en el plano complejo en el punto $(-1.8 - j 1.19)$ con frecuencia $\omega_c = 0.537$ y amplitud de oscilación $E = 1.8$ para el diagrama de estabilidad directo y en el punto $(-0.38 + j 0.25)$ para el diagrama inverso.

Se usa la adición de un elemento de realimentación de la forma:

$$H^*(j\omega) = 1 + b j \omega$$

para estabilizar el sistema. Un valor de $b = 0.8$ elimina el ciclo límite como se ve en las figuras (26) y (27); quedando el sistema con una realimentación total: $H_1 = 1 + 0.8s / 1 + s$, como se mira en la fig. (23).

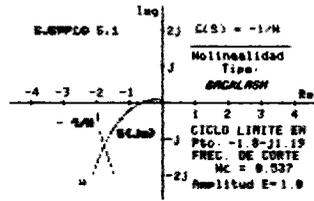


Fig. 24 Sistema no lineal con Nolinealidad tipo Backlash

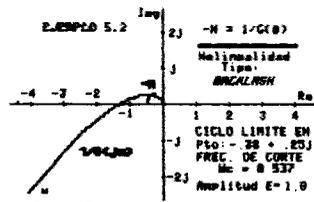


Fig. 25 Diagrama de Estabilidad Inversa

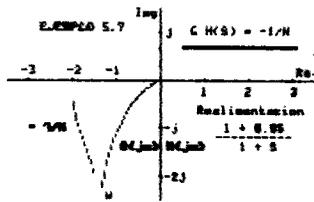


Fig. 26 Sistema No lineal Estable por medio de un elemento de realimentación

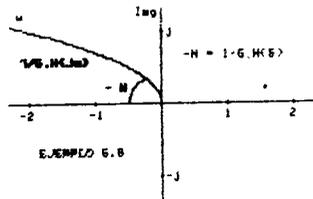


Fig. 27 Diagrama Inverso de Sistema No-lineal estabilizado por un elemento de realimentación

V CONCLUSIONES

Se ha desarrollado un programa que permite el análisis de estabilidad de sistemas de control no lineales de cualquier orden, mediante el uso de la Función Descriptiva. El cual da información gráfica y analítica sobre los ciclos límite, que son los que determinan la inestabilidad del sistema no lineal.

Los sistemas no lineales que se estudian, están sometidos a no linealidades por aproximación de segmentos lineales (piece-wise nonlinearities).

El método de la Función Descriptiva, permite modificar los componentes lineales o no lineales del sistema para lograr los efectos deseados en el sistema de control no lineal.

REFERENCIAS

- (1) ECHEVERRIA ZUMARRAGA, PABLO .- "Análisis de Sistemas de Control No-lineales utilizando la Función Descriptiva".- Tesis de Grado, E.P.N. Quito, Abril de 1990.
- (2) COSGRIFF, Robert; Nonlinear Control Systems, Mc Graw Hill, New York, 1958.
- (3) ELDGGERD, Olle; Control Systems Theory. Mc Graw Hill, New York, 1967.
- (4) GIBSON, John; Nonlinear Automatic Control, Mc Graw Hill, New York, 1963.
- (5) MURPHY, Gordon; Control Engineering. Van Nostrand Company Inc., New York, 1959.
- (6) OGATA, Katsuhiko; Modern Control Engineering, Prentice Hall International, New York, 1974.
- (7) SHINNERS, Stanly; Control System Design, John Wiley & Sons Inc., New York, 1966.
- (8) BROCKET, R., WILLEMS, J.W.; "Frequency Domain Stability Criteria", JACC Preprint, IEEE Transaction, Julio 1965.
- (9) JOHNSON, E.C.; "Sinusoidal Analysis of Feedback Control Systems Containing Nonlinear Elements", Trans. AIEE, vol. 71, parte II, 1952.
- (10) KLOTTER, K.; "An Extension of the Conventional Concept of the Describing Function", Proc. Symposium on Nonlinear Circuit Analysis, Brooklyn Polytechnic Institute, 1956.

(11) KOCHENBURGER, R.; "Frequency Response Method for Analysis of Relay Servomechanism", Trans. AIEE, vol 69, 1950.

(12) LOWE, Eugene; "Nonlinear Systems", T-AC, Octubre 1974.

(13) McALLISTER, A.S.; "A Graphical Method for finding the Frequency Response of Nonlinear Closed-loop Systems", Trans. AIEE, vol. 80, parte II, 1961.

(14) SARTI, E., TAKAHASHI Y.; "An Extension of The Describing Function Method", J. Basic Eng., Trans. ASME, 88, N° 2, Series B, Junio 1966.

(15) SRIDHAR, R.; "A General Method for Deriving the Describing Functions for a Certain Class of Nonlinearities", IRE Trans. on Automatic Control, vol. AC 5, 1960.

(16) SILBERBERG, M.Y.; "The Describing Function of an element with Friction". Trans. AIEE, vol. 75, part 2, 1956.

(17) THOMSON, J.; "Piecewise Linear Control of Nonlinear System", vol. 1 IEC-23, Febrero 1976.

BIOGRAFIA



Pablo Amador Echeverría Zumarraga nació en Ibarra el 21 de Septiembre de 1959. Realizó sus estudios superiores en la Escuela Politécnica Nacional y se graduó de Ingeniero en Electrónica y Control el Mayo de 1990.

Trabajó para MATELEC en 1986 a 1988. En 1989 trabajó para SAE Cia. Ltda.

Actualmente trabaja en la Empresa Eléctrica Quito S.A. en la Dirección de mantenimiento.