

**PROCEDIMIENTOS DE CONTROL DINAMICO DE UN SISTEMA DE ACCESO  
MULTIPLE ALEATORIO A MONO-CANAL PARA TRANSMISION DE DATOS**

LOJAN BOLIVAR ING.  
ELCO CIA LTDA.

SILVA LUIS ING.  
ESCUELA POLITECNICA NACIONAL

**RESUMEN:** En el presente trabajo se presenta la teoría básica de funcionamiento de un sistema de comunicación por acceso aleatorio, se estudia la estabilidad del mismo y su optimización usando procedimientos de control dinámico.

**INTRODUCCION:** En los sistemas de comunicación por división de frecuencia o de tiempo, se asignan intervalos para cada usuario, en el sistema de acceso aleatorio un canal es compartido por un gran número de usuarios, usando cualquiera de ellos la velocidad completa del canal.

El mensaje a transmitir es dividido en paquetes. La presencia de dos paquetes ingresando simultáneamente al canal produce la colisión de los mismos. Se detecta error por medio del chequeo de paridad.

El sistema funciona adecuadamente para usuarios que no tienen un flujo de información a tiempo completo, sino ocasionalmente.

**1.- ANALISIS DEL SISTEMA ASINCRONO:**

Se considera que cada terminal genera paquetes de igual duración en cualquier instante de tiempo. sea  $N$  = Número de terminales del sistema.

$G_i$  = Tráfico del terminal  $i$  con colisiones.  
 $S_i$  = Utilización del canal, se refiere a los paquetes recibidos exitosamente.

La utilización del canal se expresa de la siguiente manera:

$$S_i = G_i \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N (1 - 2G_j) \quad \text{Ec. 1.1.}$$

que representa la probabilidad que transmita el terminal  $i$  y que no transmita ninguno de los otros terminales, para que el paquete lleve exitosamente a su destino.

El valor 2 presente en la ecuación se refiere al hecho que en un canal asíncrono puede haber colisión en el intervalo  $2\tau$ , como se puede apreciar en la figura 1.1.

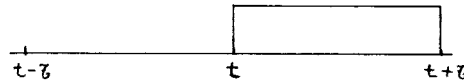


Fig. 1.1. Generación de paquetes en el tiempo para un sistema asíncrono.

Si todos los terminales tienen tráfico de mensajes iguales tenemos:

$$S = S_i * N$$

$$G = G_i * N$$

$S$  es la utilización total del canal.  
 $G$  es el tráfico total del canal.

La ecuación 1.1. se transforma a:

$$S = G(1 - 2G/N)^N \quad \text{Ec 1.2.}$$

Cuando el número de terminales  $N$  es grande tenemos:

$$S = G e^{-2G} \quad \text{Ec 1.3.}$$

Esta ecuación relaciona la utilización con el tráfico del canal para un canal asíncrono.

**2.- ANALISIS DEL SISTEMA SINCRONO:**

Para el sistema síncrono se sincroniza la generación de paquetes a intervalos fijos de tiempo, como se aprecia en la figura siguiente:

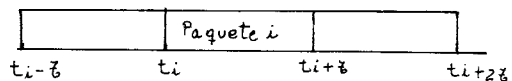


Fig. 2.1. Generación de paquetes en el tiempo para un canal síncrono.

En el sistema síncrono mejora la utilización del canal al doble que en el asíncrono pues solo puede haber colisión de paquetes durante el intervalo  $\tau$ .

Seguimos el mismo desarrollo para obtener la Ecuación 1.3. Para el sistema síncrono la fórmula queda:

$$S = G e^{-G} \quad \text{Ec. 2.1.}$$

Las ecuaciones 1.3 y 2.1 pueden ser representadas gráficamente así:

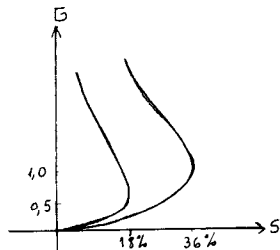


Fig. 2.2. Utilización vs tráfico del canal para los sistemas síncrono y asíncrono.

De la figura 2.2. se puede apreciar que se puede obtener una utilización máxima del 36% para el canal síncrono.

### 3.- PROBABILIDADES DE TRANSICION UTILIZANDO EL MODELO DE MARKOV:

El modelo de MARKOV basado en las definiciones de estado y de transición es el que mejor nos sirve para analizar el comportamiento del sistema.

En este caso la variable de estado  $X(t)$  nos indica el número de terminales bloqueados al tiempo  $t$ . las probabilidades de transición  $P_{ij}$  representan:

$$P_{ij} = \text{Prob} (X(t+1) = j / X(t) = i) \quad \text{Ec. 3.1.}$$

Esta fórmula nos da la probabilidad de tener  $j$  terminales bloqueados al tiempo  $(t+1)$  dado que hubieran  $i$  terminales bloqueados al tiempo  $t$ .

Las ecuaciones de las probabilidades de transición son:

$$a) P_{ij} = 0 \quad \text{para } j \leq i-2 \quad \text{Ec. 3.2.}$$

$$b) P_{i,i-1} = (1-P_0)^{N-i} Pr(1-Pr)^{i-1} \quad \text{Ec. 3.3.}$$

$$c) P_{i,i} = (1-P_0)^{N-i} [1 - iPr(1-Pr)^{i-1}] + (N-i)P_0(1-P_0)^{N-i-1} (1-Pr)^i \quad \text{Ec. 3.4.}$$

$$d) P_{i,i+1} = (N-i) P_0 (1-P_0)^{N-i-1} [1 - (1-Pr)]^i \quad \text{Ec. 3.5}$$

$$e) P_{ij} = P_0^{j-i} (1-P_0)^{N-j} \binom{N-i}{j-i} \quad \text{Ec. 3.6}$$

### 4.- PROBABILIDADES EN ESTADO ESTACIONARIO:

Cuando  $t$  tiende al infinito las probabilidades de permanencia en un estado no varían y se notan  $U_i$ .

Para encontrar dichas probabilidades se usan las siguientes ecuaciones:

$$[U_0, U_1, U_2, \dots, U_N] = [U_0, U_1, U_2, \dots, U_N] [P_{ij}] \quad \text{Ec. 4.1}$$

$$\sum_{i=0}^N U_i = 1 \quad \text{Ec. 4.2.}$$

### 5.- EVALUACION DE FUNCIONAMIENTO:

Debemos definir algunas variables:

$Pr$  = Probabilidad de retransmisión

$P_0$  = Probabilidad de transmisión

$K$  = # de intervalos de retransmisión

$$Pr = \frac{1}{R + (K+1)/2} \quad \text{Ec. 5.1.}$$

$C_e$  = Caudal de entrada

$$C_e = (N-i)P_0 \quad \text{Ec. 5.2.}$$

Si graficamos  $C_e$  en función de  $i$  se obtiene la denominada "Recta de carga del canal"

$C_s$  = Caudal de salida

$$C_s = (1-Pr)^i (N-i) P_0 (1-P_0)^{N-i-1} + iPr(1-Pr)^{i-1} (1-P_0)^{N-i} \quad \text{Ec. 5.3.}$$

Para un modelo de población infinita, es decir en el límite  $N$  tiende a infinito y  $P_0$  tiende a cero, y tenemos:

$$C_e = NP_0$$

La ecuación 5.3. queda:

$$C_s = (1-Pr)^i C_e e^{-C_e} + iPr(1-Pr)^{i-1} e^{-C_e} \quad \text{Ec. 5.4.}$$

Para Caudal de salida = Caudal de entrada, podemos obtener los denominados contornos de equilibrio, a partir de la ecuación 5.4.

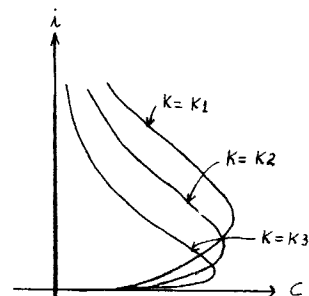


Fig. 5.1. Contornos de equilibrio.

Esto nos permite analizar el funcionamiento del canal. Para lo cual se escoge un contorno de equilibrio, y se grafica la recta de carga, así:

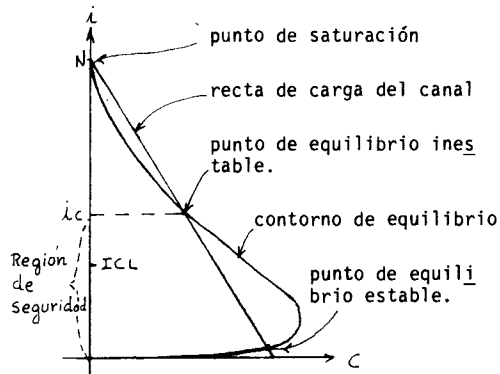


Fig. 5.2. Gráfico de la recta de carga del canal y de los puntos de equilibrio estable e inestable.

El punto de saturación es aquel en el cual todos los terminales están en el modo de bloqueo. Cuando la recta de carga intercepta el contorno de equilibrio en dos puntos se dice que el canal es inestable.

El punto para el valor  $i$  más pequeño se denomina punto de equilibrio estable.

El otro punto, para  $i$  mayor, se denomina punto de equilibrio inestable.

Debe evitarse que el canal llegue al punto de equilibrio inestable, pues a partir de este punto el canal degenera y se dirige con facilidad al punto de saturación.

Se define la región de seguridad como el conjunto de valores para los cuales el número de terminales bloqueados ( $i$ ) es menor que el punto de equilibrio inestable.

#### 6.- TIEMPO DE SALIDA POR PRIMERA VEZ (FET)

Para evaluar el funcionamiento de un canal inestable se define la variable aleatoria  $T_i$ .

$T_i$  = Número de transiciones por las cuales pasa el canal antes de salir de la región de seguridad por primera vez, empezando desde el estado  $i$ .

$$T_i = 1 + \sum_{k=0}^{i_c} P_{ik} T_k \quad \text{Ec. 6.1.}$$

$$i = 0, 1, \dots, i_c$$

La ecuación 6.1. representa un conjunto de  $i_c + 1$  ecuaciones simultáneas lineales y para encontrar el valor de la variable  $T_i$  se usa el algoritmo propuesto en el apéndice A.

#### 6.1. Resultados al aplicar el tiempo de salida por primera vez.

Usando el algoritmo propuesto y desarrollando un programa de computación se calcula el tiempo de salida de la región de seguridad.

Para calcular el FET se considera que el canal parte del estado  $i=0$ , o sea, cero terminales bloqueados.

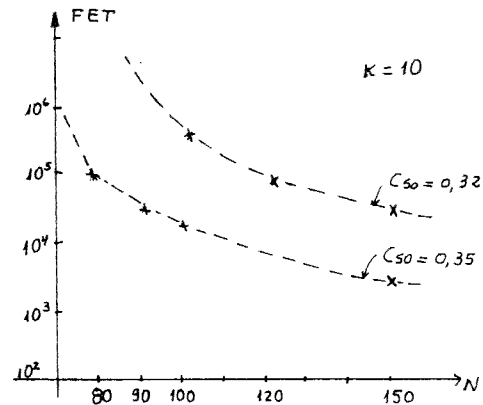


Fig. 6.1. FET vs número de terminales  $N$

Los resultados obtenidos para el tiempo de salida por primera vez nos dicen que es posible el funcionamiento del canal en forma inestable sin necesidad de un control externo.

Se escoge un número de terminales no muy grandes, un valor apropiado de  $K$ , y se puede obtener un valor aceptable para el FET.

Por ejemplo para  $N=220$   $P_0=0,00126$ ,  $P_r=0,05714$  y  $K=10$  se obtiene un valor del FET de  $1,9 \times 10^6$  intervalos de tiempo, lo que quiere decir que el canal se bloqueará luego de aproximadamente 12 horas de funcionamiento.

Esto es aceptable puesto que se puede restablecer normalmente la operación del canal en tiempo de descanso, mediante un reset, luego de que ha llegado a su punto de saturación.

**7.- PROCEDIMIENTO DE CONTROL DINAMICO:**

Evitar que el canal salga de su región de seguridad es el problema a tratarse. Debemos encontrar un valor crítico de *i* denominado punto de control límite (ICL) a partir del cual se debe aplicar uno de los siguientes procedimientos de control:

**7.1. PROCEDIMIENTO DE CONTROL DE ENTRADA**

Este procedimiento de control corresponde a:

*a* = {acepta, rechaza}

Así, en algún estado del canal, las posibles acciones son:

Acepta (acción = *a*) o rechaza (acción = *r*) todos los nuevos paquetes que arriban en un intervalo de tiempo corriente.

**7.2. PROCEDIMIENTO DE CONTROL DE RETRANSMISION:**

Bajo este procedimiento el espacio de acción es:

*a* = {*Po*, *Pc*}

Aquí *Po* y *Pc* son valores de operación y control de la probabilidad de retransmisión *Pr*.

**7.3. PROCEDIMIENTO DE CONTROL DE ENTRADA Y DE RETRANSMISION:**

Es un combinación de los dos procedimientos anteriores.

El espacio de acción es:

*a* = {(acepta, *Po*), (acepta, *Pc*), (rechaza, *Po*), (rechaza, *Pc*)}

**7.4. PROCESOS DE DECISION :**

Dado un procedimiento de control y una línea de carga del canal, se debe determinar la política de control óptima.

D. Howard propone una política óptima con un pequeño número de iteraciones.

Las ecuaciones a resolver son:

$$g+Vi = Ci + \sum_{j=0}^N Pij Vj \quad \text{Ec. 7.4.1.}$$

$$i = 0, 1, 2, \dots, N$$

$$\text{Costo } (i) = Ci + \sum_{j=1}^N Pij Vj \quad \text{Ec. 7.4.2.}$$

*Vi* son valores relativos.

Se usa *V0* = 0.

Dado que *Pij* = 0 para *j* ≤ *i* - 2 se usa el algoritmo presentado en el apéndice B.

A partir de este algoritmo se desarrolla en un programa que nos da los siguientes resultados:

N	PBO	K	PBR	ICL (1)	ICL (2)	ICL (3)	ICL (4)
150	0,00243	10	0,05714	13	19	19	-
150	0,00246	20	0,04444	18	24	24	-
150	0,00249	30	0,03636	22	29	29	-
150	0,00256	40	0,03077	26	34	33	33

N	COSTO (1)	COSTO (2)	COSTO (3)	ICL (OPTIMO)
150	0,3403958	0,3428226	-	19
150	0,3435456	0,3445855	-	24
150	0,3449287	0,3456137	-	29
150	0,3489570	0,3494244	0,3494247	33

El programa nos permite obtener el valor óptimo de ICL a partir del cual se puede aplicar un procedimiento de control.

Hallar este valor nos permite optimizar el funcionamiento del canal obteniendo el mejor valor de costo o utilización y el mejor retardo.

**8.- LA HISTORIA DEL CANAL:**

Para poder aplicar un procedimiento de control adecuado es necesario que cada usuario conozca el estado instantáneo del canal.

Se necesita conocer si un intervalo está libre o no, para lo cual se requiere un registro de *W* bits de información.

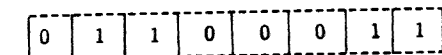


Fig. 8.1 Registro de *W* bits.

Un canal libre puede ser representado por un "1".

Un canal ocupado puede ser representado por un "0".

Si W es demasiado largo perdemos información del comportamiento dinámico del canal.

Si W es demasiado pequeño se cometen grandes errores al calcular el estado del canal.

Conociendo el estado instantáneo del canal y el valor del control límite el usuario puede aplicar el procedimiento de control preestablecido.

#### VENTAJAS:

- Facilidad de conectar un gran número de usuarios.
- No requiere un red exclusiva física.
- Los usuarios pueden ser móviles.
- Pueden incorporarse nuevos usuarios con solo asignarles un código de identificación
- Resulta muy económico.

#### CONCLUSIONES:

Es posible mejorar la utilización de un canal de acceso aleatorio, utilizando los procedimientos de control descritos.

La teoría presentada es importante en el estudio de sistemas de comunicación con acceso aleatorio. Una técnica para mejorar la utilización del canal consiste en usar detección de portadora.

#### APENDICE A (1)

El algoritmo usado para encontrar el primer tiempo de salida se detalla a continuación:

1) Se define:

ic= número de terminales bloqueados en el punto de equilibrio inestable

$$E(ic) = 1$$

$$F(ic) = 0$$

$$E(ic-1) = (1 - P(ic, ic)) / P(ic, ic-1)$$

$$F(ic-1) = -1/P(ic, ic-1)$$

2) Para  $i=ic-1, ic-2, \dots, 1$ , se resuelve sucesivamente:

$$E(i-1) = [1/P(i, i-1)] [E(i) - \sum_{j=i}^{ic} P(i, j) \cdot E(j)]$$

$$F(i-1) = [1/P(i, i-1)] \cdot [F(i) - 1 - \sum_{j=i}^{ic} P(i, j) \cdot F(j)]$$

3) Sea;

$$T(ic) = \frac{F(0) - 1 - \sum_{j=0}^{ic} P(0, j) \cdot F(j)}{\sum_{j=0}^{ic} P(0, j) \cdot E(j) - E(0)}$$

$$T(i) = E(i) \cdot T(ic) + F(i) \text{ para } i=0, 1, 2, \dots, ic-1$$

#### APENDICE B (2)

1) Se define:

$$B(N-1) = 1/P(N, N-1)$$

$$D(N-1) = -C(N) / P(N, N-1)$$

2) Para  $i= N-1, n-2, \dots, 2$  se resuelve recursivamente.

$$B(i-1) = [B(i) + 1 - \sum_{j=i}^{N-1} P(i, j) \cdot B(j)] / P(i, i-1)$$

$$D(i-1) = [D(i) - C(i) - \sum_{j=i}^{N-1} P(i, j) \cdot D(j)] / P(i, i-1)$$

3) Se define:

$$U(N) = -[B(1) + 1 - \sum_{j=1}^{N-1} P(1, j) \cdot B(j)] / P(1, 0)$$

$$W(N) = -[D(1) - C(1) - \sum_{j=1}^{N-1} P(1, j) \cdot D(j)] / P(1, 0)$$

$$U(i) = U(N) + B(i)$$

$$W(i) = W(N) + B(i) \quad i=1, 2, \dots, N-1$$

4)

$$g = \frac{C_0 + \sum_{j=1}^N P(0, j) W(j)}{1 - \sum_{j=1}^N P(0, j) U(j)}$$

$$V(i) = U(i) \cdot g + W(i) \quad i=1, 2, \dots, N$$

#### BIBLIOGRAFIA:

- 1) IEE TRANSACTIONS ON COMMUNICATIONS, Packet Switching in a Multiaccess Broadcast Channel: Performance Evaluation, KLEINROCK Leonard, Vol Com-23, No 4, Abril 1975, P.421
- 2) IEE TRANSACTION ON COMMUNICATIONS, Packet Switching in a Multiaccess Broadcast Channel: Dynamic Control Procedures, KLEINROCK and LAM, Vol Com-23, No9, Sept 1975, P896
- 3) SILVA ESPINOSA Luis, Introducción al Sistema de Acceso Múltiple Aleatorio para Transmisión de Datos, Aseta, 1981.
- 4) LOJAN GUALAN Bolívar, "Procedimientos de Control Dinámico de un Sistema de Acceso Múltiple Aleatorio a Monocanal para Transmisión de Datos", Tesis de Grado, E.P.N., Feb 1988, Quito.