AMORTIGUACION DE VIBRACIONES EOLICAS EN LINEAS DE TRANSMISION AEREAS

JULIO MONTENEGRO
UNIVERSIDAD SIMON BOLIVAR
CARACAS - VENEZUELA

RAMON VILLASANA
UNIVERSIDAD SIMON BOLIVAR
CARACAS - VENEZUELA

RESUMEN

En este artículo se presenta una justificación en el uso de mecanismos para amortiguación de oscilaciones en líneas de transmisión aérea. Con un análisis mecánico sobre el conductor se pone en evidencia que el problema está en la amplitud de la oscilación, y que una forma de reducir el efecto del viento es colocar amortiguadores, calculados para las condiciones imperantes en la zona. Se presenta una justificación de la posición del amortiguador basada en consideraciones energéticas, lo cual se considera un aporte significativo en el área, si se contrapone a la teoría de vibraciones mecánicas usada convencionalmente en estos casos. Se muestra un ejemplo numérico en el que se calcula la expectativa de vida de una línea de transmisión bajo condiciones ideales, de modo de ilustrar una metodología de trabajo.

ABSTRACT

The goal of this paper is to justify the use of Damping Controlling Devices on Overhead Transmission Lines. A mechanical analysis of conductors puts on evidence that the main problem is the amplitude of the oscilation. The study confirms that one way to reduce the wind effect over the conductors, is to equip the line with those controlling devices. A numerical example is included to expose the calculation methodology in this cases.

1. INTRODUCCION

Al diseñar una línea de transmisión aérea, es necesario hacerlo con una proyección de operatividad superior a los 25 años, además, se debe considerar que el equipo va a operar bajo condiciones ambientales, y bajo el efecto de factores como el viento que reducen drasticamente su vida útil.

Existen varios fenómenos asociados al viento que han demostrado reducir la vida útil de los conductores; son varias las formas en que afecta, pero en general, son las vibraciones , las que deforman, debilitan y finalmente lo rompen. Los tipos de vibraciones que se presentan por el viento dependen de la incidencia, velocidad y de la geometría de los conductores. Se tiene asi que para vientos leves, se producen oscilaciones transversales, sobre un plano perpendicular a la dirección del viento. Para vientos más fuertes las oscilaciones hacen que el vano recto se desplace de su posición, y tenga un movimiento en forma de péndulo que puedan causar que el conductor entre en contacto con otra fase, con tierra, a través de un árbol, techo, o una cerca y producir una falla. Hay otro tipo de oscilacion, conocida como galopeo que se presenta al acumularse hielo en la superficie del conductor, modificando su sección transversal. La forma que adquieren los depósitos depende de la velocidad, temperatura (generalmente bajo cero) y ángulo de incidencia del viento. Como es de suponerse, este fenómeno no es típico de nuestras latitudes y no se hace necesario su estudio.

2. VIBRACIONES EOLICAS

Supóngase una cuerda tensa y fija en sus dos extremos, sometida a una corriente transversal de un fluido cualquiera. Este fluído esta constituído microscopicamente por moléculas que tienen cierta energía cinética debida a su entropía y a la velocidad del fluido mismo. Al encontrar un elemento perturbador de la dirección del desplazamiento, estas moléculas chocan alterando su cantidad de movimiento ($P = m * V$). Al variar la velocidad hay una transferencia de energía desde las moléculas hacia la cuerda, que se manifiesta en esta última, en forma de vibración.

La forma cuantitativa de estudiar el fenómeno consiste en medir una constante que depende de la geometría del elemento donde incide la perturbación, y de otros parámetros, e indica la relación de transferencia de energía. Este número, obtenido estadisticamente, se conoce como el número de Reynolds [3] :

$$R = \frac{V * d}{S} \qquad (2.1)$$

donde :
V : velocidad del fluido [m/s]
d : diámetro del cilindro [m]
S : viscosidad cinemática del fluido

aplicado en forma particular al caso en estudio, en el cual la perturbación la produce un conductor cilíndrico. Existe otra relación entre la velocidad del fluido y la frecuencia de la vibración que se produce sobre el conductor, la cual viene dada por :

$$f = Cs * \frac{Vv}{d} \ [Hz] \qquad (2.2)$$

donde :
Vv : velocidad del viento [m/s]
d : diámetro del cilindro [m]
Cs : constante de Strouhal

El valor de la constante de Strouhal para el caso de conductores en el aire (dentro del rango de valores típicos) es de 0.185 [1]; con esto se obtiene una expresión para la frecuencia de vibración del conductor :

$$f = 0.185 * \frac{Vv}{d} \ [Hz] \qquad (2.3)$$

3. FATIGA

Cualquier material sometido a vibración o deformaciones sufre un deterioro por cada ciclo de trabajo. Debido a los esfuerzos, la red cristalina se va rompiendo parcialmente con cada ciclo, y cada ruptura sucesiva produce su debilitamiento. Este fenómeno se conoce como fatiga, y una forma de expresarla numericamente es considerando el máximo esfuerzo que podria soportar la pieza después de haber sido sometida a un número determinado de ciclos de trabajo.

4. VIDA UTIL

Hay que recordar que el conductor está rigidamente unido a la cadena de aisladores y por esto la amplitud en este punto se supone cero. Si el conductor vibra alternadamente, es de suponer que tiene cierta amplitud que implica un doblamiento en el contacto con las mordazas y en cada uno de los ciclos se produce un debilitamiento que reduce la tenacidad del conductor, tanto que finalmente termina por romperlo. Esta resistencia a la ruptura se representa en gráficas que comparan la carga máxima que soporta el conductor despues de ser sometido a un número determinado de ciclos[1]. Cuando el punto a considerar está por debajo de la tensión de tiro del conductor, este simplemente se rompe, o al menos tiene una altísima probabilidad de hacerlo.

Para calcular la vida útil de un conductor es necesario conocer los parámetros que definen la frecuencia y amplitud de su vibración; estos valores , junto con las gráficas de fatiga, permiten hacer una estimación del número de años que puede soportar una línea en condiciones típicas. Un método que considera la acumulación de daño a lo largo del tiempo fué desarrollado por V.N. Rikh y presentado en la reunión de la CIGRE en 1980 [1], este método contempla la sumatoria de daños parciales que dependen de la relación entre el número de ciclos acumulados en un año y el máximo permisible para una tensión dada del conductor. La vida en años (V) viene expresada por la siguiente ecuación :

$$V = \frac{1}{\dfrac{\Sigma(n1)}{Ns1} + \dfrac{\Sigma(n2)}{Ns2} + \cdots + \dfrac{\Sigma(ni)}{Nsi}} \quad [\text{años}] \qquad (4.1)$$

donde :

$\Sigma(ni)$: número total de ciclos a determinada condicion de esfuerzo, en un año.

Nsi : número máximo de ciclos, limite de seguridad, para la misma condición. Se calcula según el valor del esfuerzo σa (ver apéndice A) :

$$Ns = (45,92 / \sigma a)^{5,0} \quad \text{si } \sigma a >= 1,59 \text{ Kg/mm2}$$
$$(28,84 / \sigma a)^{5,952} \quad \text{si } \sigma a < 1,59 \text{ Kg/mm2}$$

y es aplicable para todas las condiciones que puedan darse a lo largo de un año.

5. ANALISIS MECANICO

En este análisis se harán ciertas consideraciones con la finalidad de simplificar el planteamiento del problema :

1o - se considera el conductor completamente horizontal, es decir, la fuerza de gravedad sobre su masa es despreciable al compararla con la tensión de tiro T.

2o - el conductor es inextensible,por lo que mantiene su longitud constante, ademas su tensión longitudinal no varía.

3o - las oscilaciones transversales son despreciables frente a la longitud del vano L.

Existen otras limitantes inherentes al conductor:

La constitución de éste en grupos de hilos trenzados hacen que el comportamiento interno de un conductor difiera un poco del que se esperaría si se considerara como una cuerda macisa, inextensible e indeformable. La principal diferencia está en que su respuesta no es la misma para diferentes rangos de frecuencia de vibración. Debido a pérdidas internas por roce entre los hilos, deformación y otros factores, a partir de 30 - 35 Hz, la amplitud de la vibración es fuertemente atenuada por el autoamortiguamiento del conductor, esto hace que solo sea necesario considerar velocidades de viento en el rango entre 0 y 10 m/s, que son las que producen vibraciones con frecuencias peligrosas [1].

Para velocidades de viento superiores a los 10 m/s, los efectos de turbulencia en el aire alrededor del conductor hacen que no se produzcan vibraciones de gran amplitud, por lo tanto son despreciables y no se toman en cuenta.

En este trabajo se estudia inicialmente el caso de una cuerda (conductor) vibrando sin amortiguadores, luego, se estudia el efecto que produce la incorporación de estos al sistema. Partiendo de las suposiciones anteriores se plantea el movimiento de la siguiente forma. Supóngase un conductor de longitud L, con una tensión T, con densidad lineal de masa μ, y que en un instante ($t = to$), un diferencial de masa tiene la siguiente posición :

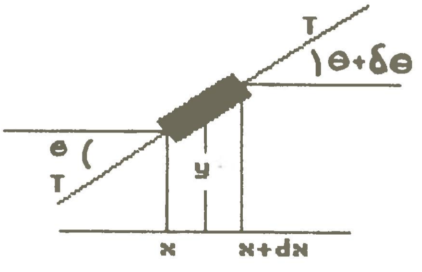

figura 1

$$\Sigma(fy) = T * \text{Sen}(\theta + \delta\theta) - T * \text{Sen}(\theta)$$
$$\Sigma(fx) = T * \text{Cos}(\theta + \delta\theta) - T * \text{Cos}(\theta)$$

Debido a las consideraciones hechas, se pueden simplificar estas relaciones llegando a las siguientes igualdades [4] :

$$Fy = T * \delta\theta$$
$$Fx = 0$$

La fuerza resultante en el eje Y produce una aceleración sobre el diferencial de masa de la cuerda igual a d^2y/dt^2; entonces la ecuación aproximada del

1 Se conocen con el nombre de curvas de Wohler y se obtienen experimentalmente para cada conductor y condición de operación.

movimiento de la partícula es :

$$T * \delta\theta = (\mu\ \delta x)\ \frac{d^2y}{dt^2} \qquad (5.1)$$

siendo $\delta\theta$ la pendiente de la cuerda, y representa la relación de crecimiento de Y respecto a X :

$$\delta\theta = \mathrm{Tan}(\theta) = \frac{dy}{dx}$$

derivando esta expresión respecto a x, se tiene :

$$\mathrm{Sec}^2(\theta) * \delta\theta = \frac{d^2y}{dx^2} * \delta x$$

$$\delta\theta = \frac{d^2y}{dx^2} * \delta x \qquad (\mathrm{Sec}^2(\theta) \approx 1)$$

sustituyendo en **(5.1)** :

$$T * \frac{d^2y}{dx^2} * \delta x = \mu * \delta x * \frac{d^2y}{dt^2}$$

$$\boxed{\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\mu}{T} * \frac{d^2y}{dt^2}}$$

la solución de esta ecuación es del tipo :

$$Yn(x,t) = An*Sen\left(\frac{n\pi x}{L}\right)*Cos(Wn*t) \qquad (5.2)$$

$$Wn = \frac{n\ \pi}{L} * \left[\frac{T}{\mu}\right]^{1/2} \qquad (5.3)$$

donde n es un número entero que describe los modos normales de vibración de la cuerda. Al tomar en cuenta las condiciones de borde para resolver la ecuación diferencial del movimiento de la cuerda, se fijan las posiciones de sus dos extremos para todo valor de t :

$$Yn(x=0,t) = Yn(x=L,t) = 0$$

A partir de aquí, se deduce que las frecuencias estacionarias que se pueden producir en el conductor solo dependen del tiro y de su peso específico [4], debido a esto se consideran solo las velocidades de viento que las producen, ya que es en estas en las que se alcanza mayor amplitud de oscilación, y por lo tanto, mayor esfuerzo para el conductor.

6. ANALISIS ENERGETICO

Al introducir los amortiguadores y su efecto, se puede hacer un análisis energético de las oscilaciones, considerando que la forma de onda del conductor no se altera apreciablemente, es decir, se mantiene la forma sinusoidal de la vibración.

En cada oscilación hay un intercambio de energía cinética y potencial que alterna su valor máximo con el doble de la frecuencia de vibración de la cuerda. El momento de mayor interés es cuando la amplitud es máxima, o cuando toda la energía de la onda es potencial :

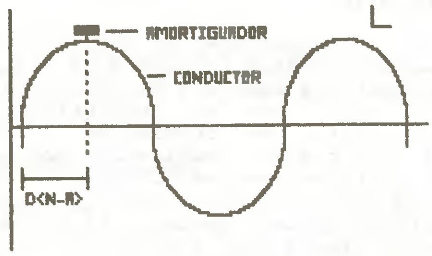

figura 2

La energía acumulada es el trabajo para desplazar la masa de la cuerda hasta su valor máximo segun la ecuación (5.2). En el caso de la cuerda sin amortiguadores, la amplitud de sus oscilaciones depende de la energía contenida en la onda, y esta a su vez depende de la energía que le introduce el viento. Como puede verse, el valor de la energía total es fijo, depende solo de factores inherentes a la geometría de la cuerda. Teniendo en cuenta esto, La energía potencial máxima de cada punto de la cuerda es :

$$Ep = T' * Y(x,t = to)$$

donde T' es una tensión cualquiera en la dirección del eje Y, y Y(x,t = to) es el desplazamiento máximo a la distancia x del origen. La energía potencial **[<Ep> = m * a * d]** es constante ya que sus parámetros también lo son (recordar las consideraciones hechas en el análisis mecánico). Si se varía la masa, varía la amplitud para mantener constante el producto, por lo tanto la adición de una masa produce vibraciones con la misma frecuencia, pero de una amplitud menor. Si se coloca una masa puntual M en Xo, el balance de energía es :

$$Ep1 = Ep2$$

$$m * a * d = (m + M) * a * Y(x=xo,t=to)$$

$$Y(xo,to) = \left[\frac{m}{m + M}\right] * d \qquad (6.1)$$

Se observa en esta relación que el nuevo valor de amplitud dependerá de la relación entre m y M, y será una fracción del valor original. Haciendo tender M a un valor muy grande, respecto a m, resultaría en una atenuación total de la vibración, pero esto equivale a trasladar el inicio de la oscilación a la posición donde este M, y perdería sentido la compensación.

Eliminar las vibraciones por completo es indeseable, aunque lo importante es reducir su amplitud, que como se ve a mas adelante es lo que produce la fatiga en el conductor.

7. CALCULO DEL AMORTIGUADOR

Se deben definir al menos dos parámetros para incluir

a el cálculo de la posición se recurre a forma de onda del conductor, y con ella se halla la posición desde la mordaza, o punto fijo de sustentación, hasta los primeros antinodos o puntos de máxima amplitud. La frecuencia angular de la onda es, segun la ecuación **(5.3)** :

$$f_n = W_n / 2 * \pi = \frac{n}{2L}\left[\frac{T}{\mu}\right]^{1/2} \qquad \textbf{(7.1)}$$

así, la longitud de onda del modo n-ésimo es :

$$Lambda\_n = 2 * L / n$$

Facilmente se deduce que : a) n, número de modo, es tambien el número de antinodos. b) la distancia entre nodo y nodo es :

$$d\langle n-n\rangle = L / n$$

c) la distancia de un nodo al antinodo adyacente es :

$$d\langle n-a\rangle = \frac{[\,L / n\,]}{2}$$

teniendo esto, solo es necesario conocer la frecuencia de oscilación para determinar cual es el modo normal. Según la ecuación (2.3), la frecuencia está en función de la velocidad del viento, y viene dada por :

$$f = 0{,}185 * V_v / d \qquad \textbf{(7.2)}$$

además, está condicionada a ser uno de los valores posibles, determinados por **(7.1)** :

$$f_n = \frac{n}{2L}\left[\frac{T}{\mu}\right]^{1/2}$$

igualando las expresiones (7.1) y (7.2), se tiene :

$$\frac{0{,}185\, V_v}{d} = \frac{n}{2L}\left[\frac{T}{\mu}\right]^{1/2}$$

De aquí se obtiene una relación que indica el modo normal en el cual oscila el conductor en función de la velocidad del viento.

$$n = \frac{V_v * L}{2{,}70 * d}\left[\frac{\mu}{T}\right]^{1/2} \qquad \textbf{(7.3)}$$

A partir de la relación **(7.3)** se puede obtener la distancia desde la mordaza, al primer antinodo del n-ésimo modo de oscilación; y es allí en donde se colocaría el amortiguador :

$$d\langle n-a\rangle = \frac{L}{2n} = \frac{1{,}35\, d}{V_v}\left[\frac{T}{\mu}\right]^{1/2} \qquad \textbf{(7.4)}$$

Usualmente, en lugar de calcular amortiguadores para una sola velocidad de viento, se hace para las 2 ó 3 velocidades más frecuentes de la zona de instalación de la línea, por lo que se colocan 2 y hasta 3 amortiguadores. Rara vez se instala más de un amortiguador en vanos que no sobrepasan los 400m, ya que la energía que acumulan se puede equilibrar satisfactoriamente con uno solo.

Veamos ahora la importancia de la reducción de la amplitud en las oscilaciones.

8. SOLICITACIONES DINAMICAS DEL CONDUCTOR

Como se señaló al principio, el conductor al vibrar debe adoptar la forma de una sinusoide. Este doblamiento hace que en los puntos de sujección se produzcan esfuerzos que fatigan el material. En realidad, la forma que adopta el conductor cerca de este punto responde mejor al comportamiento de una barra rígida sometida a un momento y en lugar de describir una sinusoide se aproxima más a la curva de la figura 3 :

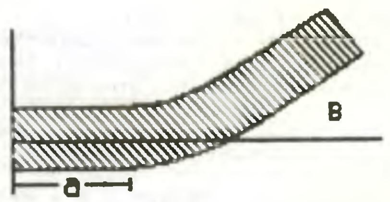

figura 3

Sea "B" el ángulo indicado y "a", la longitud hasta la cual el conductor se desvía del comportamiento sinusoidal. Puede demostrarse [2] siguiendo un análisis mecánico del fenómeno que la solicitación dinámica alterna en la superficie de los conductores viene dada por una de las siguientes expresiones :

a. $\sigma a = d / 2 * (T / EI)^{1/2} * B$

b. $\sigma a = d * \pi * (\mu / EI)^{1/2} * f * Y_{max}$

c. $\sigma a = d / 4 * P^4 / (e^{-px} - 1 + px) * Y_b$

donde : $p = (T / EI)^{1/2}$
EI : rigidez estructural

el valor obtenido está expresado en strains si se trabaja en sistema M.K.S.

De estas tres relaciones las mas apropiadas son la (a) y la (b), y entre estas dos, se prefiere utilizar la (b) por ser la que mas resultados experimentales coincidentes tiene [2].

Hay una aclaratoria respecto a la ecuación (c). Yb es la amplitud pico-pico medida a 3,5 pulgadas (89 mm) de la mordaza en el último punto de contacto con el metal. Esta amplitud se conoce como "**BENDING AMPLITUDE**" y fue propuesta como posicion estandar para la medición [3]. Así la fórmula se evalúa para x = 0.089.

La rigidez estructural es un parámetro introducido para el cálculo de la solicitación dinámica del conductor sometido a vibraciones. Existen dos posibilidades : a) considerar el conductor como hilos que actúan independientemente (EImin) ó b) considerar el conductor actuando como una unidad (EImax). El caso mas favorable para el diseño de los amortiguadores es el primero, ya que el problema se concentra en la capa exterior del conductor y así se calcula un valor mejor posicionado. Por otra parte, el EImax es mas favorable para estudiar la deformación del arco sinusoidal cerca de la mordaza, o para calcular la longitud de estos arcos. Experiencias acumuladas en este particular recomiendan utilizar la mitad de EImax, valor con el cual se han obtenido valores mas coincidentes con las mediciones experimentales [1]. La metodología de cálculo para ambos casos es la siguiente :

$$EImin = na*Ea*\frac{\pi * da^4}{64} + nb*Eb*\frac{\pi * db^4}{64} \qquad (8.1)$$

donde

a,b : material de los hilos
ni : número de hilos del conductor i
di : diámetro del conductor i [m]
Ei : módulo de elasticidad o de Young

También se puede hacer el cálculo, utilizando la siguiente expresión :

$$EImax = \Sigma(n*\pi*di^2 / 8*(di^2 / 8 + R^2)*Ei) \qquad (8.2)$$

donde

i :índice de la sumatoria para el número total de capas
n :número de hilos de la capa
d :diámetro de los hilos de cada capa
E :módulo de elasticidad respectivo
R :radio desde el centro del conductor al centro de la capa

el resultado final es la sumatoria de los efectos de cada capa.

En el apéndice B se muestra un ejemplo de cálculo con la finalidad de mostrar al lector la metodología utilizada en la estimación de la vida útil del conductor y el efecto positivo que introduce la incorporación de amortiguadores al conductor, tanto en la reducción de la amplitud de oscilación como en la prolongación de vida.

RESUMEN Y COMENTARIOS FINALES

Es importante resaltar el elemento que determina el grado de daño en los conductores. Como se señaló anteriormente, la amplitud de las vibraciones es el factor a considerar para el estudio del desgaste de los hilos de la periferia. Es necesario conocer las condiciones de viento predominantes en la zona de instalación, las características del conductor, etc., pero, el problema principal en un estudio de este tipo es la heterogeneidad y la variabilidad de los factores que intervienen. La abrasión por efectos no eólicos, radiación solar y otros.

El cálculo de la vida útil para el conductor instalado, según lo sugerido por los autores da como resultado una buena estimación de vida que demuestra la importancia de tomar en consideración mecanismos de supresión de oscilaciones.

BIBLIOGRAFIA

[1] "CONDUCTOR VIBRATIONS AND THEIR CONTROL ON FIRST INDIAN 400KV LINES".
V.N. Rikh CIGRE 22 - 02 / 1980.

[2] "EPRI TRANSMISSION LINE REFERENCE BOOK"
EPRI Research Project 792.pp.57 - 58.

[3] "STANDARIZATION OF CONDUCTOR VIBRATION MEASUREMENTS"
IEEE Commitee Report
IEEE Transactions Papers. PAS - 85#1. pp. 10 - 20. 1966.

[4] "VIBRACIONES Y ONDAS"
A.P. French
Editorial REVERTE, S.A. 1974.

APENDICE A

El strain es una unidad que indica la relación de deformación del material sometido a un esfuerzo :

$$1 \text{ strain} = \frac{\delta L}{L}$$

δL : elongación producida por el esfuerzo
L : longitud antes de aplicar el esfuerzo

Tipicamente se utiliza el µstrain (10^{-6}) debido al orden de magnitud característico de este valor.

NOTA: σa (µstrains) * 10^6 * E = σa [Kg/mm²], donde E es el módulo de elasticidad del material en [Kg/mm²].

APENDICE B

METODOLOGIA DE CALCULO

Se presenta un ejemplo de cálculo en la estimación de vida útil, utilizando un conductor ACSR MULTILAYER (DRAKE CONDUCTOR) 26/7, con las siguientes caracteristicas :

modulo de elasticidad del aluminio :
$Ea = 6,895 * 10^{10}$ N/m²

modulo de elasticidad del acero :
$Es = 20,68 * 10^{10}$ N/m²

modulo de elasticidad total :
$Ec = 8000$ kg/mm²

diámetro hilos de aluminio :
$da = 4,44 * 10^{-3}$ m

diámetro hilos de acero :
$ds = 3,45 * 10^{-3}$ m

na = 26 (hilos de aluminio)

ns = 7 (hilos de acero)

diámetro exterior del conductor :
dc = 28,14 mm

densidad lineal del conductor :
μ = 1,524 kg/m

Tr = 14176 kg (tension de ruptura)

$Lv = 350$ m (longitud del vano medio)

Inicialmente hay que calcular la rigidez estructural del conductor :

$$EImin = \frac{7*20,68*10^{10}*\pi*(3,45 * 10^{-3})^{4}}{64} + \frac{26*6.895*10^{10}*\pi*(4,44 * 10^{-3})^{4}}{64}$$

$$\boxed{EImin = 44.27 \ [Nm^{2}]}$$

Elmax : capas : **ACERO**

$n1 = 1 \quad r = 0$

$n2 = 6 \quad r = 3,45 * 10^{-3}$

ALUMINIO

$n3 = 10 \quad r = 7,395 * 10^{-3}$

$n4 = 16 \quad r = 11.895 * 10^{-3}$

utilizando la relacion (**22**) se calcula el valor :

$$EImax = 1613.6 \ Nm^{2}$$

y como se señaló antes, se tomará la mitad de este valor :

$$\boxed{EImax = 806.8 \ [Nm^{2}]}$$

Teniendo este parametro, se calcula el valor de solicitación dinámica en función de la frecuencia y de la amplitud máxima de la oscilación. Como se recomendó antes se utilizará la ecuación (**17**) en los cálculos

$$\sigma a = \pi * d * (\mu / EI)^{1/2} * f * Ymax$$

$$\sigma a = 3.14*28.14*10^{-3}*(1.524/806.8)^{1/2}*f*Ymax$$

$$\sigma a = 0.00384 * f * Ymax$$

tomando como amplitud máxima base 1mm se tiene :

$$\boxed{\sigma a = 3.842 * f \ [\mu strain]}$$

Las frecuencias de vibración son las producidas por vientos inferiores a los 10 m/seg y los modos normales son :

$$fn = \frac{n}{2 L} \left[\frac{T}{\mu} \right]^{1/2}$$

$n = 1 : \quad f1 = 0,00116 * T^{1/2}$

$n = 2 : \quad f2 = 0.00231 * T^{1/2}$

$n = 3 : \quad f3 = 0,00347 * T^{1/2}$

.

.

$n = k : \quad fk = k * f1$

Con una tension del 25% de la de ruptura se obtienen frecuencias que van desde el primer modo normal hasta el modo número 954. El límite superior viene dado por las velocidades de viento a inferiores a 10 m/s (considerables), y se obtienen utilizando la relación (3). Algunas frecuencias son:

.

.

f25 =1,722 Hz corresponde a Vv=0.262 m/seg

.

.

f100 =6,889 Hz corresponde a Vv=1,048 m/seg

.

.

f250=17,223 Hz corresponde a Vv=2,620 m/seg

.

.

f900=62,001 Hz corresponde a Vv=9,431 m/seg

.

.

Teniendo las frecuencias estáticas probables, se calculan las solicitaciones dinámicas para cada una :

.

.

$\sigma a25 = 3.482 * 1,722$ Hz $= 6,616$ µstrain

.

.

$\sigma a100 = 3.482 * 6.889$ Hz $= 26,47$ µstrain

.

.

$\sigma a250 = 3,482 * 17.223$ Hz $= 66,17$ µstrain

.

.

$\sigma a900 = 3.482 * 62.001$ Hz $= 238,2$ µstrain

Supongamos por simplicidad que la vibración dura 1 hora al año en cada una de estas frecuencias (la forma correcta de hacerlo es obtener un registro de las velocidades de viento típicas de la zona). En estas condiciones la contribución de ciclos durante una hora es :

.

.

N25 = f25 * 3600 seg = 6199 ciclos

.

.

N100 = f100 * 3600 seg = 24800 ciclos

.

.

N250 = f250 * 3600 seg = 62000 ciclos

.

.

N900 = f900 * 3600 seg = 223200 ciclos

.

Segun la relación (**4**) para la estimación de vida del conductor se debe obtener el número máximo de ciclos para cada condición. Primero se deben transformar los microstrains a las unidades adecuadas utilizando el módulo de elasticidad del conductor :

.

.

$\sigma a25 = 6,616$ µstrain*8000 $= 0,0529$ kg/mm²

.

.

$\sigma a100 = 26,47$ µstrain*8000 $= 0,2118$ kg/mm²

.

.

$\sigma a250 = 66,17$ µstrain*8000 $= 0.5294$ kg/mm²

.

.

$\sigma a900 = 238,2$ µstrain*8000 $= 1.9056$ kg/mm²

.

.

Número limite de ciclos para cada frecuencia segun (**5**) :

.

.

$Ns25 = (28,84/0,0529)^{5,952} = 1.$[illegible]$*10^{16}$ ciclos

$$Ns100=(28.84/0.2118)^{5.952}=5.035*10^{12} \text{ ciclos}$$

$$Ns250=(28.84/0.5294)^{5.952}=2.157*10^{10} \text{ ciclos}$$

$$Ns900=(45.92/1.9056)^{5} = 8.126*10^{6} \text{ ciclos}$$

El número de años es la sumatoria de cada una de las contribuciones :

$$V = \frac{1}{..+\dfrac{6199}{1,94*10^{16}}+.+\dfrac{24800}{5.035*10^{12}}+..+\dfrac{62000}{2.157*10^{10}}+.+\dfrac{223200}{8.126*10^{6}}+..}$$

Esto da como resultado :

$$V = 0.20386 \text{ años}$$

Como puede apreciarse el cálculo es sencillo pero bastante laborioso. Es aconsejable contar con un programa de computación que realice los cálculos, recibiendo como entradas parámetros similares a los utilizados en este ejemplo.