

# RECHAZO DE PERTURBACIONES DEL TIPO MULTIPLICATIVO EN SISTEMAS QUE EMPLEAN ACTUADORES CONMUTADOS

J.A. Solsona  
Becario CONICET

R.J. Mantz  
Investigador CICpBA

Laboratorio de Electrónica Industrial, Control e Instrumentación (LEICI), Fac. de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata, CC 91, 1900 - La Plata, Argentina.

## RESUMEN

En el presente trabajo se presenta una estrategia de control feed forward para rechazar perturbaciones no lineales del tipo multiplicativo en sistemas de control comandados por potencia media. El trabajo se orienta al problema del control de temperatura. Aplicación ésta, donde la estrategia propuesta puede involucrar notables mejoras frente a otras técnicas clásicas debido al retardo que suelen presentar los sistemas térmicos.

## ABSTRACT

This work presents a feedforward control strategy to reject multiplicative perturbations. The problem of temperature control is dealt. In this application, performance can be clearly improved when feedforward strategy is used.

## INTRODUCCION

Estrategias de control feedforward, complementando estrategias de lazo cerrado, han sido empleadas durante muchos años para rechazar perturbaciones en una gran variedad de aplicaciones industriales. Sin embargo, a nuestro entender, la compensación feedforward no ha sido aún lo suficientemente explotada. Es nuestro objetivo demostrar que ésta puede ser utilizada con éxito y fácil implementación en sistemas que emplean actuadores conmutados.

El presente trabajo hace hincapié en el control de temperatura de hornos eléctricos. Sin embargo, la mayoría de las ideas propuestas son de aplicación general a sistemas que emplean actuadores conmutados.

En un sistema de control de temperatura por accionamiento eléctrico existen básicamente dos perturbaciones, las cuales, al ser medibles, pueden ser corregidas a través de una estrategia de control feedforward. Estas perturbaciones presentan características muy disímiles. Una de ellas, la temperatura ambiente, es una clásica perturbación aditiva la cual puede corregirse mediante una compensación feedforward convencional. La otra, la variación de la tensión de alimentación (tensión de red), modifica, en forma no lineal, la ganancia de lazo abierto y por consiguiente afecta las características dinámicas y de regulación.

Muchos sistemas de control de temperatura presentan a lazo abierto una función de transferencia que puede ser aproximada por unos pocos polos dominantes y un retardo puro. Cuando este retardo es significativo, se observa que, debido al atraso de fase introducido por el retardo, el sistema a lazo cerrado es sensible a la oscilación. Muchas veces, esto impide que puedan conseguirse las características deseadas de regulación y de rechazo a perturbaciones. Reducción del error de estado estacionario y rechazo de perturbaciones de muy baja frecuencia pueden conseguirse con una acción integral. Sin embargo, esto incrementa el atraso de fase, lo cual restringe aún más la posibilidad de obtener la necesaria función de transferencia de lazo abierto para rechazar perturbaciones con contenido armónico de mayor frecuencia.

Dos estrategias, entre otras, pueden ser empleadas para mejorar la regulación: controles predictivos, y empleo de estrategias feedforward complementando de técnicas de lazo cerrado.

## ACCIONAMIENTO DE POTENCIA

Cuando el nivel de potencia eléctrica que se suministra al elemento calefactor es considerable se emplean actuadores no lineales, generalmente dispositivos electrónicos, trabajando en dos estados (conducción y corte). Esto es debido a razones de rendimiento y a la necesidad de no sobredimensionar el actuador.

Dentro de las posibles formas de trabajo del actuador, las más simples son las de un accionamiento del tipo "todo o nada" y "bang-bang". Lamentablemente cualquiera de éstas conduce a un ciclo límite y por consiguiente sólo se emplean en aplicaciones donde se requiere escasa precisión.

Una sustancial mejora, desde el punto de vista de la estabilidad, puede alcanzarse utilizando alguna de las siguientes técnicas: control de fase o control por ciclo entero

Cabe aclarar, que en estas estrategias, al igual que en las de "todo o nada" o "bang-bang", instantáneamente sólo se entrega o la potencia máxima o la mínima disponible. Esto permite asegurar máximo rendimiento del actuador. Sin embargo a diferencia de lo que sucede en el caso de las estrategias del tipo "todo o nada" o "bang-bang", en el control de fase o por ciclos enteros, el período de

tiempo durante los cuales se entrega (o no) potencia son despreciables frente a la dinámica propia del sistema. Luego, un análisis "en media" puede realizarse, estableciéndose a partir de éste un comportamiento cuasi-lineal del actuador.

El control de fase presenta los conocidos problemas de interferencias en equipos cercanos y sólo es empleado si el sistema térmico en consideración presenta dinámica rápida y se requiere buena precisión.

La técnica de control por ciclos enteros, la más empleada, puede ser interpretada como una estrategia de control del tipo PWM (modulación de ancho de pulso). Efectivamente, en el control por ciclos enteros se decide cada  $T_0 = nT$  seg. (donde  $n$  es un número entero de ciclos, y  $T$  el período de la señal de alimentación) que cantidad  $m$  de los  $n$  ciclos son aplicados al elemento calefactor. Puede decirse que se entrega una potencia media máxima (media con respecto al período  $T$  de la señal de alimentación) durante  $m$  ciclos de línea, y potencia cero o potencia mínima en los restantes  $n-m$  ciclos. En la medida que el sistema térmico presente una apreciable inercia térmica, la temperatura de salida responde a la potencia media calculada en el período  $T_0$ . Si se considera el comportamiento "en media" del sistema con respecto a  $T_0$ , puede lograrse que la potencia eléctrica media que se entrega al calefactor varíe en forma cuasi-lineal con el error para valores comprendidos entre cero y su valor máximo.

Resulta obvio que, a diferencia de lo que ocurre en control de fase, no puede obtenerse una variación continua pura de la potencia media, ya que sólo es posible entregar un número entero de ciclos de la señal de red por cada período  $T_0$ . Es decir, que la potencia media varía de a pasos de amplitud  $V_p^2/2nR_c$ .

De hecho, el control por ciclos enteros responde a un esquema como el indicado en la figura 1, donde la llave  $L$  representa un dispositivo que sólo puede tomar los estados de conducción y corte. La llave es comandada a través del signo de la señal  $e'(t)$ , quedando habilitada para permutar de estado en los instantes en que la alimentación de red pasa por cero.

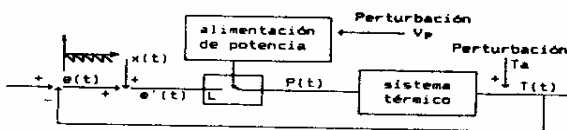


FIGURA 1

Luego, en el control por ciclos enteros, el actuador no lineal (llave electrónica) conmuta en función de la señal  $e'(t)$ , es decir, en función del error  $e(t)$  contaminado por una señal periódica  $x(t)$  de período  $T_0$  pequeño con respecto a la dinámica del error. Visto de

esta manera puede emplearse la teoría de la no linealidad equivalente para interpretar el problema de la estabilización. A tal efecto, considérese que la señal  $x(t)$  es de forma triangular, y además que su frecuencia es elevada como para considerar que el error permanece constante durante un período  $T_0$  de la señal  $x(t)$ . Luego, la señal  $e'(t)$  puede aproximarse por:

$$e'(t) \cong E_i + x(t) \quad (1)$$

donde  $E_i$ , supuesto constante, es el valor que toma la señal  $e(t)$  en el intervalo de tiempo genérico  $[t_i, t_i + T_0]$ .

A partir de esta expresión, es posible calcular el valor medio de la variable de salida del actuador no lineal para cada ciclo de la señal  $x(t)$ . Si el sistema excitado por este actuador es lo suficientemente pasabajos, sólo el valor medio afectará su salida. En la figura 2 puede observarse tanto la excitación como la salida del actuador (de máximo esfuerzo) algunos ciclos de la onda triangular.

El valor medio de  $P(t)$ , en el intervalo  $[t_i, t_i + T_0]$ , resulta:

$$P_m(t_i) = \frac{1}{T} \int_0^{T_0 - \tau} P_{max} dt = P_{max} \left(1 - \frac{\tau}{T_0}\right) \quad (2)$$

donde:

$$\tau = T_0 \left(1 - \frac{E_i}{X}\right) \quad (3)$$

$$P_{max} = \frac{V_p^2}{2R_c} = \frac{V_{ef}^2}{R_c}$$

por consiguiente la componente  $P_m(t)$ , es decir la ley temporal con que varía la componente media de la señal  $P(t)$ , y a la cual se debe el cambio de la variable de salida del sistema es:

$$\begin{aligned} P_m(t) &= 0 && \text{si } E_i \leq 0 \\ P_m(t) &= \frac{P_{max}}{X} E_i && \text{si } 0 \leq E_i \leq X \\ P_m(t) &= P_{max} && \text{si } E_i \geq X \end{aligned} \quad (4)$$

Luego, el comportamiento del sistema bajo control, excitado como se indica en la figura 2, no difiere mayormente del correspondiente al mismo sistema excitado a través de un actuador con una zona lineal y saturación. La no linealidad de este supuesto actuador se designa no-linealidad equivalente de un controlador de máximo esfuerzo cuando se contamina la señal de entrada con una onda triangular de alta frecuencia. Es importante destacar que la ganancia de la no-linealidad equivalente en su zona lineal depende en forma inversa de la amplitud  $X$  de la señal contaminante.

Para visualizar la influencia de la amplitud de la señal  $x(t)$  sobre la no-linealidad equivalente puede emplearse un esquema como el indicado en la figura 3.

Las fotografías 1 y 2 muestran la no-linealidad equivalente para los casos en que la amplitud  $X$  de la señal  $x(t)$  es  $2V_p$  y  $4V_p$  respectivamente.

La cuasilinealización obtenida reduce la ganancia de lazo, lo cual potencialmente implica: a) una posible estabilización del sistema, y b) si el sistema es tipo cero, la presencia de error de estado estacionario, lo cual puede requerir incluir una acción integral.

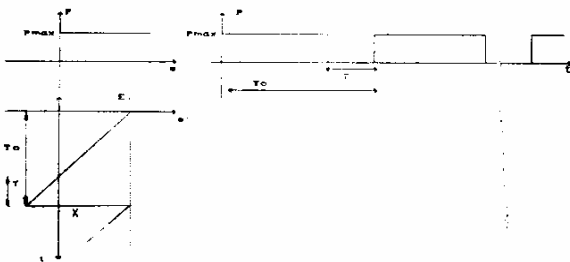


FIGURA 2

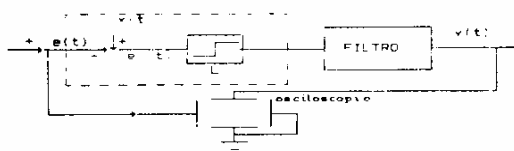
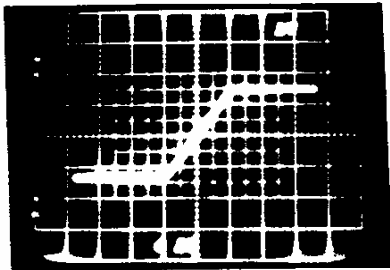
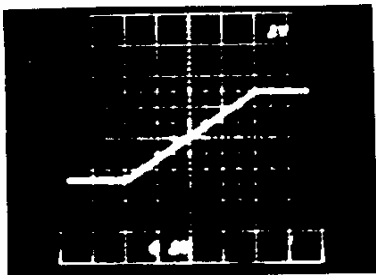


FIGURA 3



FOTOGRAFIA 1



FOTOGRAFIA 2

## CORRECCION FEEDFORWARD DE LAS PERTURBACIONES

En la figura 1 se muestra un esquema de control de un sistema térmico con accionamiento eléctrico. También se indican las perturbaciones más comunes, tensión de alimentación y temperatura ambiente. Mientras que la variación de temperatura ambiente puede considerarse como una clásica perturbación aditiva, la variación de la tensión de alimentación modifica la ganancia de lazo, cambiando las propiedades dinámicas y de regulación del sistema de lazo cerrado. Como ha sido expresado, si el sistema presenta un retardo, estas perturbaciones no siempre pueden ser reducidas en la forma deseada por la sola acción de una estrategia de lazo cerrado. De ser este el caso, y teniendo presente que ambas son medibles, compensaciones feedforward pueden ser implementadas.

### Acción feedforward cuando se emplea control por ciclos enteros.

De acuerdo a la discusión previa dentro de una banda del error es posible definir una función de transferencia lineal entre la temperatura ( $temp(t)$ ) y la señal de entrada al actuador  $e(t)$ :

$$\frac{Temp(s)}{E(s)} = \frac{P_m(s)}{E(s)} \frac{Temp(s)}{P_m(s)} \quad (5)$$

donde  $P_m(s)$  es la transformada de Laplace de la potencia media con respecto a  $T_0$ .

Despreciando la dinámica del actuador frente a la del resto del sistema, la transferencia  $P_m(s)/E(s)$  se reduce a una ganancia:

$$\frac{P_m(s)}{E(s)} = K = \frac{P_{max}}{X}; \quad P_{max} = \frac{V_p^2}{R_c} \quad (6)$$

Luego, para una tensión de alimentación sinusoidal de amplitud  $V_p$ , la ganancia  $K$  se reduce a:

$$K = \frac{V_p^2}{2 R_c X} \quad (7)$$

Si  $V_p$  es fija la ganancia resulta constante. Sin embargo, variaciones de la tensión de red se traducen en una perturbación sobre el valor de esta ganancia. La figura 4 indica cómo se modifica la ganancia  $K$  cuando cambia  $V_p$ . Si la ganancia de lazo abierto no puede hacerse lo suficientemente grande, debido al retardo, esta perturbación no será bien rechazada.

A partir de la expresión (7) se puede extrapolar que si la amplitud  $X$  de la onda de sierra varía de acuerdo a una ley proporcional al cuadrado de la tensión de pico  $V_p$ :

$$X = k V_p^2 \quad (8)$$

una corrección instantánea de la

perturbación debida a la tensión de línea es posible. Efectivamente, la ganancia, en la zona lineal de la no linealidad equivalente es inversamente proporcional a la amplitud del diente de sierra, es decir que si este es construido de amplitud proporcional al cuadrado del valor pico de la señal de alimentación, una compensación feedforward sumamente efectiva puede conseguirse (figura 5).

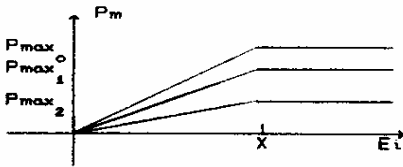


FIGURA 4

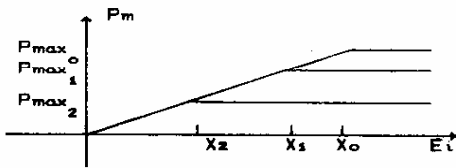


FIGURA 5

EJEMPLO: En la figura 6 se muestra el diagrama en bloques de un sistema de lazo cerrado utilizado para controlar la temperatura de un horno eléctrico, mediante el empleo de un actuador on-off y una señal contaminante de alta frecuencia de tipo diente de sierra. El horno ha sido modelado por un polo y un retardo. En cascada se ha conectado un controlador PI para anular el error de estado estacionario a un set-point fijo (en realidad existirá un error residual debido a la conmutación del actuador).

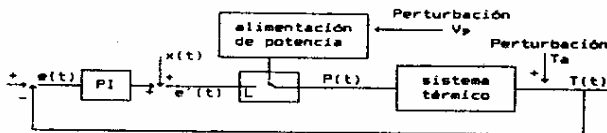


FIGURA 6

Los valores de los parámetros del horno, del controlador PI y de la señal contaminante están dados por: ganancia de la planta  $K_d=1000$ , constante de tiempo de la planta  $\tau=60$  seg., retardo de la planta  $t_r=1.8$  seg., constante integral del controlador  $K_i=0.05$ , constante de proporcionalidad del controlador  $K_p=1$ , amplitud del diente de sierra sin perturbaciones 200, período de la señal diente de sierra  $t_{per}=0.3$  seg., y temperatura ambiente  $T_a=50^\circ\text{C}$ .

En la figura 7.a, se muestra la respuesta del sistema para el sistema

regulando a temperatura de referencia de  $600^\circ\text{C}$ , cuando se produce una perturbación en la tensión de alimentación (del orden del 20%), que se traduce en media como una variación en escalón de la ganancia de la planta, figura 7.b, de valor  $\delta K_d=-.4K_d$  en el instante  $t=10$  seg. En la figura 7.c se grafica la respuesta del sistema si se realiza una compensación del tipo feedforward como la propuesta sobre la amplitud del diente de sierra, modificándola según la expresión:

$$X+\delta X = X (1+\delta K_d/K_d) \quad (9)$$

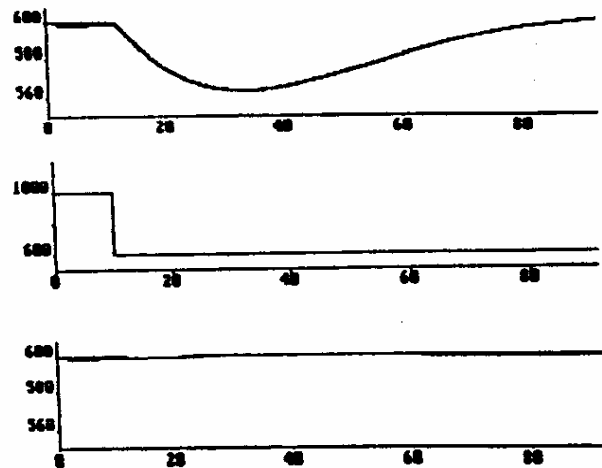


FIGURA 7

- a) temperatura ante una perturbación de tensión del 20%
- b) variación de la ganancia de lazo abierto
- c) temperatura con el sistema compensado

#### Corrección feedforward cuando se emplea control de fase

Las ideas de compensación feedforward expresadas en la sección previa, pueden ser extendidas al caso de control de fase.

Como en el caso de control por ciclos enteros, el control de fase puede ser interpretado como una estrategia de control del tipo PWM donde la altura del pulso, cuyo ancho es modulado, no es constante.

Suponiendo control de fase de onda completa, resulta  $T_0=T/\omega$  (siendo  $\omega$  la pulsación de red).

En el presente caso, no existe una relación lineal entre el ciclo de trabajo y la potencia media que se entrega a la carga. Esto es debido a la altura variable del pulso (medio ciclo de senoide). Es decir, no existe relación lineal entre el

ángulo de disparo y la potencia media en la carga. Efectivamente:

$$P_m = \frac{2}{\pi R_c} \int_{\alpha}^{\pi} V_p^2 \sin^2 \omega t \, d\omega t =$$

$$= \frac{P_{max}}{2\pi} (2\pi - 2\alpha + \sin 2\alpha) \quad (10)$$

La expresión (10) pone de manifiesto que si se modifica la tensión de alimentación, esto se traduce en una perturbación de la ganancia de lazo. Además pone en evidencia la relación no lineal entre el ángulo de disparo  $\alpha$  y la potencia media. Esto sugiere la posibilidad y conveniencia de:

1) al igual que en el caso de control por ciclos enteros, modificar la amplitud de la onda contaminadora  $x(t)$  a los efectos de rechazar la perturbación, y además, 2) elegir la forma de la señal  $x(t)$ , de manera tal que la no linealidad equivalente a la que da origen, compense la relación no lineal (10). De conseguirse este punto la ganancia de lazo resulta lineal en una banda de trabajo, lo cual redundará en importantes ventajas.

Bajo la suposición, de que el período  $T_0$  de la onda contaminante  $x(t)$  es chico frente a la dinámica del error, puede suponerse que la señal  $e(t)$  toma un valor constante  $E_i$  en el intervalo de tiempo  $[t_i, t_i + T_0]$ . Luego, en dicho intervalo:

$$e'(t) = E_i + x(t) \quad (11)$$

La llave de potencia permuta de estado cuando  $e'(t)$  es igual a cero, es decir cuando se verifica:

$$x(t') = x(\alpha/\omega) = -E_i \quad (12)$$

Como se procura que la potencia media sobre la carga sea proporcional al error, debe cumplirse:

$$x(t') = -E_i = -K \cdot P_m \quad (13)$$

expresión que debe verificarse para todo  $t'$  dentro del intervalo  $[nT_0, (n+1)T_0]$ , luego:

$$x(t) = x(nT_0 + t) =$$

$$= -K \frac{V_p^2}{2\pi R_c} (\pi - \omega t + \frac{1}{2} \sin 2\omega t) \quad (14)$$

La expresión (14) indica la ley temporal de la señal periódica  $x(t)$  para que la no linealidad equivalente compense la no linealidad de la expresión (10). Por otra parte si esta señal se genera directamente a partir de la tensión  $V_p$ , una compensación instantánea para perturbaciones de tensión de alimentación es asegurada.

### CONCLUSIONES

Se ha presentado una estrategia de control feed forward para rechazar perturbaciones no lineales del tipo multiplicativo. Si bien las ideas básicas de la compensación propuesta pueden ser extendidas a distintas aplicaciones [7], en este trabajo se ha hecho hincapié en el control de sistemas térmicos con retardo, donde las ventajas de su aplicación pueden

ser significativas. Concretamente, se ha demostrado como las perturbaciones multiplicativas debidas a alteraciones en los valores nominales de las fuentes de alimentación de energía pueden ser rechazadas a partir de la modificación de la amplitud de la señal que define el ciclo de trabajo de las llaves involucradas en el control.

### REFERENCIAS

- [1] J. E. Marshall. "Control of time-delay systems". IEE Control Engineering Series 10. Peter Peregrinus LTD. London. 1979.
- [2] D. P. Atherton. "Stability of nonlinear systems". John Wiley and Sons. 1984.
- [3] O. I. Elgerd. "Control Systems Theory". Mc. Graw Hill. pp.322-332, 1967.
- [4] J. E. Gibson. "Nonlinear automatic control". Mc Graw Hill, pp.402-420.
- [5] G. Zames y N. A. Shneydor. "Dither in Nonlinear Systems". IEEE Trans. on Automatic Control, Vol AC-21, No 5, pp.660-667, 1976
- [6] "SCR Manual Fifth Edition", General Electric, 1972.
- [7] E. Tacconi y R. Mantz. "Linearization and feedforward compensation for switching systems". IEEE Trans. on Industrial Electronics. vol. 37, N. 6, pp 581-584. Dec. 1990.

### BIOGRAFÍAS

SOLSONA, Jorge A. Se graduó de Ingeniero en Electrónica en la Universidad Nacional de La Plata (UNLP), Argentina, en 1986, trabajando desde entonces en el Laboratorio de Electrónica Industrial, Control e Instrumentación (LEICI) de la Facultad de Ingeniería de la UNLP. Es miembro del CONICET y docente de la UNLP. Su área de interés es el Control Automático.

MANTZ, Ricardo Julián. Es graduado en Ingeniería en Telecomunicaciones en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata (Argentina). Desde su graduación es integrante del Laboratorio de Electrónica Industrial, Control e Instrumentación (LEICI) de la Fac. de Ing. de la U.N.L.P.. Su especialización es en el área del Control Automático. Es Investigador Adjunto de la Comisión de Investigaciones Científicas de la Prov. de Bs. As. y Profesor de la Fac. de Ing. de la U.N.L.P.