

**SISTEMA DE LENTES DE EINZEL
PARA ESPECTROSCOPIA DE MASAS
POR TIEMPO DE VUELO**

Ing. Douglas Moya
DPTO. DE FISICA
FACULTAD DE CIENCIAS

Abstract

This paper presents the analysis and design of a system of Einzel electrostatic lenses, used on a flying time mass spectrometer. The equations for the ion optics and results from their numeric solution are also included.

Resumen

Se realiza el análisis de un sistema de lentes electrostáticas de Einzel en un espectrómetro de masas de tiempo de vuelo, y se procede a realizar su estudio físico-matemático con el objeto de llegar a ecuaciones de diseño. También se plantean las ecuaciones de la óptica de iones y su solución numérica.

Propósito de las lentes de Einzel

Cuando se procede a ionizar y a expulsar moléculas desde una muestra para luego ser discriminadas y detectadas por su masa en cualquier sistema espectroscópico, se requiere de un sistema óptico de iones que las encauce hacia el elemento o sistema de medida, como por ejemplo, un multiplicador de electrones.

El haz de iones emitido desde la muestra se puede considerar que emerge de una fuente puntual, y en lo posible, debe ser colimado en un haz paralelo compuesto de partículas monoenergéticas.

Las lentes de Einzel cumplen esa función, si su polarización y configuración física son tales que su foco óptico-electrostático coincide con la fuente de iones.

Descripción física de las lentes

En la figura 1 se encuentra un corte de el sistema de lentes que nos ocupa. Son placas de simetría cilíndrica separadas a manera de un condensador compuesto por dos en paralelo. La placa central se conecta a dos en paralelo. La placa central se conecta a un potencial V_0 y las exteriores a tierra (cero voltios). Se indica el rayo iónico y su foco F.

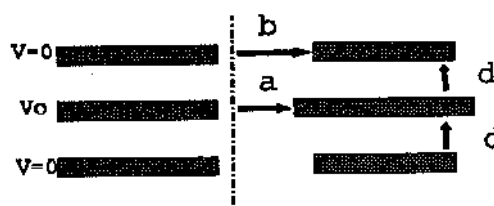


Fig. 1 Lentes de Einzel

Análisis del sistema

La configuración de campo se encontrará por una transformación conforme de Schwarz-Christoffel, pues imaginaremos a las lentes como un polígono en el plano Z. Remitámonos a la figura 2.

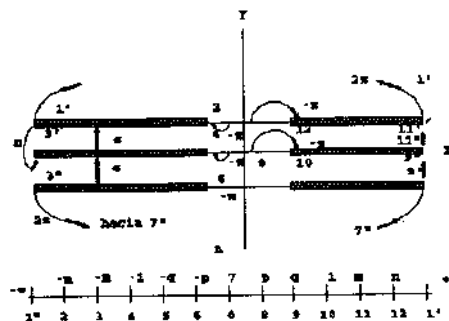


Fig. 2 Transformación de Schwarz-Christoffel de la lente.

Sea

$$z = x + iy \quad (1)$$

un punto dentro del plano del polígono, y

$$\zeta = \xi + i\eta \quad (2)$$

un punto dentro del semiplano

Se define la transformación de Cristoffel-Schwarz por

$$z = A \int_0^{\zeta} \frac{-\beta_1}{(t-\xi_1)^{\alpha_1}} \frac{-\beta_2}{(t-\xi_2)^{\alpha_2}} \dots \frac{-\beta_n}{(t-\xi_n)^{\alpha_n}} dt + B \quad (3)$$

Con A y B números complejos $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ y

$\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ son números reales; los primeros comprendidos entre $0 - \pi$ y π y los segundos entre $-\infty$ y $+\infty$

El significado de B es inmediato, corresponde a $\zeta = 0$; es decir al origen del semiplano.

Se puede demostrar que la fórmula (3) transforma la parte superior del plano ζ limitada por el eje real y el semicírculo positivo de radio infinito en un polígono de n vértices en el plano Z.

Si el polígono posee puntos en el infinito se curva el dominio por arcos de círculo o de rectas en el infinito.

De (3) el número complejo A fija las dimensiones y la orientación del polígono.

Para polígonos cerrados con n vértices se tiene

$$\sum_{i=1}^n \beta_i = 2\pi \quad (4)$$

Ahora se puede escoger los puntos ξ_i del eje real haciéndolo corresponder cada uno con un vértice del polígono.

De ellos se pueden escoger arbitrariamente tres puntos ξ_i del eje real.

Sea

$$\zeta = g(z)$$

donde

$$\xi + i\eta = h(x,y) + ik(x,y)$$

Así

$$\xi = h(x,y) \text{ y } \eta = K(x,y)$$

en el eje real $\eta = 0$ de donde la ecuación de contorno en el dominio Z es

$$K(x,y) = 0$$

Ahora hagamos la transformación

$$g(z) = \frac{a\zeta + b}{c\zeta + d}$$

con a,b,c reales. El eje real $\eta = 0$ corresponde siempre a $K(x,y) = 0$ y resta

$$h(x,y) = \frac{a\xi + b}{c\xi + d}$$

Se dispone así de tres puntos arbitrarios

$$(x_i, y_i) \text{ con tres valores } \xi_i \text{ del eje real.}$$

Si el semi-círculo al infinito del plano ζ corresponde a un arco de círculo al infinito del plano Z no se dispone más que de dos puntos arbitrarios sobre el eje real puesto que $C = 0$.

Así usaremos esa posibilidad de escoger valores de tres

$$\xi_i, \text{ por ejemplo } 0, 1, -1. \text{ Los otros valores de } \xi_i$$

son determinados por la posición de los puntos del polígono. Esto es posible por métodos numéricos iterativos.

Cuando el polígono tiene un punto (o muchos puntos) en el infinito se simplifican las fórmulas en hacerlos corresponder al semicírculo infinito del plano ζ . Si el polígono presenta un plano de simetría se obtiene una

transformación simple haciéndolo corresponder $\xi = 0$

a un punto de simetría sobre el eje y localizando los

$$\xi_i \text{ dispuestos simétricamente en torno a } \xi = 0$$

para la disposición de los Z_i dispuestos simétricamente en relación al eje de simetría.

Para los vértices de ángulos nulos, cuando de

$$\beta_i = \pi \alpha_i \quad (5)$$

$\alpha_i = 0$, siendo ese el ángulo interno al polígono, se tienen dos rectas paralelas. Busquemos la separación D_p entre las rectas.

Dentro del plano ζ podemos definir

$$t - \xi_p \neq (\xi_p - \xi_i) \quad (6)$$

para todos los índices i , salvo para $i = p$. En coordenadas polares

$$t - \xi_p = \rho e^{i\varphi} \quad (7)$$

con una circunferencia infinitesimal de centro en ξ_p se ve que

$$dt = i\rho e^{i\varphi} d\varphi \quad (8)$$

Como $\alpha_p = 0$, la integral (3) que se puede escribir

$$z = A \int \prod_{j=1}^n (t - \xi_j)^{\alpha_j - 1} dt + \dots + B \quad (9)$$

tomada a lo largo de la circunferencia da

$$Z = i A \prod_{i \neq p} (\xi_p - \xi_i)^{\alpha_i - 1} \dots \times \int_0^\rho (\rho e^{i\varphi})^{\alpha_p - 1} \rho e^{i\varphi} d\varphi + B \quad (10)$$

$$Z = i A \varphi \prod_{i \neq p} (\xi_p - \xi_i)^{\alpha_i - 1} + \dots + B \quad (11)$$

Puesto que el argumento de Z es constante y como la semicircunferencia cae perpendicularmente al eje real, el punto Z describe una recta perpendicular a las dos rectas paralelas. Cuando pasa de $Z_p^{(+)}$ a $Z_p^{(-)}$ el ángulo ϕ varía de π a 0, de allí

$$Z_p^{(+)} - Z_p^{(-)} = -i \pi A \dots \times \prod_{i \neq p} (\xi_p - \xi_i)^{\alpha_i - 1} \quad (12)$$

La distancia D_p es el módulo de ésta cantidad:

$$D_p = |Z_p^{(+)} - Z_p^{(-)}| \quad (13)$$

Ahora en el diagrama de la figura (2) las rectas 3' y 3'' son paralelas, de modo que encontraremos los ángulos y los puntos ξ_i de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \beta_2 &= -\pi & \xi_2 &= -n \\ \beta_3 &= \pi & \xi_3 &= -m \\ \beta_4 &= -\pi & \xi_4 &= -1 \\ \beta_5 &= \pi & \xi_5 &= -q \\ \beta_6 &= -\pi & \xi_6 &= -p \\ \beta_7 &= 2\pi & \xi_7 &= 0 \\ \beta_8 &= -\pi & \xi_8 &= p \\ \beta_9 &= \pi & \xi_9 &= q \\ \beta_{10} &= -\pi & \xi_{10} &= 1 \\ \beta_{11} &= \pi & \xi_{11} &= m \\ \beta_{12} &= -\pi & \xi_{12} &= n \end{aligned} \quad (14)$$

Así desde (3) encontramos que la transformación es

$$Z = A x \dots \dots \times \int_0^1 \frac{(t^2 - n^2)(t^2 - 1)(t^2 - p^2) dt}{t^2(t^2 - m^2)(t^2 - q^2)} \quad (15)$$

y escogemos t_0 para centrar nuestra figura.

Evaluaremos la integral por fracciones parciales. Llamando al subintegrando F

$$F = 1 + \frac{t^4(q^2 + m^2 - n^2 - p^2 - 1)}{t^2(t^2 - m^2)(t^2 - q^2)} + \frac{t^2(n^2 + p^2) - 1}{t^2(t^2 - m^2)(t^2 - q^2)} \quad (16)$$

en donde, por lo anteriormente dicho, escogemos

$$\begin{aligned} mq &= 1 \\ np &= 1 \end{aligned} \quad (17)$$

llamando f a la fracción restante, ésta se puede escribir

$$f = \frac{at + b}{t^2} + \frac{c}{t - m} + \frac{d}{t + m} + \frac{f}{t - q} + \frac{h}{t + q} \quad (18)$$

que conjuntamente con (16) nos lleva al sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} a + c + d + f + h &= 0 \\ b + mc - mdgf - qh &= \\ = q^2 + m^2 - n^2 - p^2 - 1 \\ a(m^2 + q^2) + q^2c + q^2d + \\ + m^2f + m^2h &= 0 \\ a &= 0 \\ b &= -1 \end{aligned} \tag{19}$$

Cuyas soluciones son

$$\begin{aligned} a &= 0 & b &= -1 \\ c = d = f = h &= \frac{Q^2}{2(m+q)} \end{aligned} \tag{20}$$

con

$$Q = q^2 + m^2 - n^2 - p^2 \tag{21}$$

Que las transformaremos más convenientemente así

$$\begin{aligned} \frac{Q^2}{2(m+q)} &= \frac{(q^2 - n^2)}{2(m+q)} + \\ + \frac{(m^2 - p^2)}{2(m+q)} &= \\ = \frac{(1 - q^2p^2)(p^2 - q^2)}{2qp^2(1 + q^2)} \end{aligned}$$

donde hemos usado (17).

De modo que Z toma la forma

$$\begin{aligned} Z &= A \left[\xi + \frac{1}{\xi} \right] + \\ + \frac{(1 - p^2q^2)(p^2 - q^2)}{2qp^2(1 + q^2)} x \dots & \\ \times \text{Log} \frac{(\xi - m)(\xi - q)}{(\xi + m)(\xi + q)} & \end{aligned} \tag{23}$$

La distancia de separación entre las placas se calcula usando (12), puesto que

$$\begin{aligned} id = Z_1 - Z_3 & \\ = -i\pi A \prod_{i=2}^{12} (\xi_i - \xi_i)^{-\frac{\beta_i}{\pi}} & \end{aligned} \tag{24}$$

y las relaciones (14)

$$\begin{aligned} id &= -i\pi A (-m+n)^{-1} (-m+1)^1 \\ &(-m+q)^{-1} (-m+p)^1 (-m)^2 \\ (-m-p)^{-1} (-m-q)^{-1} (-m-1)^{-1} x \dots \\ \dots x (-m-m)^{-1} (-m-n)^1 & \\ d &= \pi A \frac{(n^2 - m^2)(1 - m^2)(p^2 - m^2)}{2m^3(q^2 - m^2)} \end{aligned} \tag{25}$$

usando las relaciones (17)

$$\begin{aligned} d &= \frac{\pi A}{2} x \dots \\ \dots x \frac{(q^2 - p^2)(1 - p^2q^2)}{p^2q(1 + q^2)} & \end{aligned} \tag{26}$$

Con esta ecuación (23) se escribe más simplemente

$$\begin{aligned} Z &= A \left[\xi + \frac{1}{\xi} \right] - \frac{d}{\pi} x \dots \\ \dots x \text{Log} \frac{(\xi - m)(\xi - q)}{(\xi + m)(\xi + q)} & \end{aligned} \tag{27}$$

la distancia c se puede calcular de

$$Z_n - Z_{-n} = 2c \tag{28}$$

sobre la recta $\eta = 0$ así.

$$Z_n = A \left[\eta + \frac{1}{\eta} \right] - \frac{d}{\pi} \text{Log} \frac{(n-m)(n-q)}{(n+m)(n+q)} \tag{29}$$

que lleva a

$$\begin{aligned} C &= A \left[p + \frac{1}{p} \right] - \frac{d}{\pi} x \dots \\ \dots x \text{Log} \frac{(q-p)(1-pq)}{(q+p)(1+pq)} & \end{aligned}$$

y para la dimensión a

$$Z_1 - Z_{-1} = 2a$$

$$\begin{aligned} Z_1 &= 2A - \frac{d}{\pi} \text{Log} \frac{(1-q)^2}{(1+q)^2} \\ Z_{-1} &= 2A - \frac{d}{\pi} \text{Log} \frac{(1+q)^2}{(1-q)^2} \end{aligned}$$

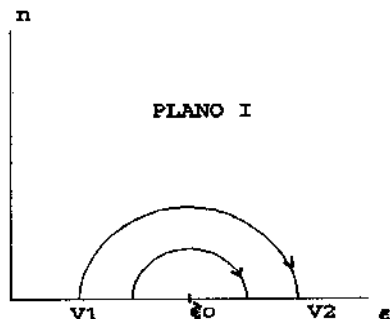
y

$$a = 2A - \frac{2d}{\pi} \text{Log} \frac{1-q}{1+q} \tag{30}$$

Quedando como incógnitas A, p y q una vez fijadas las dimensiones a, d y c. Las ecuaciones (26), (29) y (30) permiten calcularlos, pero es necesario hacerlo por métodos numéricos pues conforman un sistema de ecuaciones trascendentes.

Optica de iones

De la figura 3 vemos que el potencial complejo de dos láminas colineales sometidas a potenciales distintos es



$$\omega = V_2 + \frac{i}{\pi}(V_2 - V_1) x... \quad (31)$$

$$...x \text{Log} (\zeta - \zeta_0)$$

Remitiéndonos a la figura 2 el potencial complejo será

$$\omega = -\frac{i V_0}{\pi} x... \quad (32)$$

$$...x \text{Log} \left[\frac{(\zeta + m)(\zeta - q)}{(\zeta - m)(\zeta + q)} \right]$$

Como

$$\omega = V - iF \quad (33)$$

Con V el potencial y F el flujo de campo.

Escribiendo (32) en forma polar y separando la parte real e imaginaria encontramos que el potencial es

$$V = \frac{V_0}{\pi} \left\{ \text{tag}^{-1} \frac{\eta}{\xi + m} + \text{tag}^{-1} \frac{\eta}{\xi - q} + \right. \quad (34)$$

$$\left. - \text{tag}^{-1} \frac{\eta}{\xi - m} - \text{tag}^{-1} \frac{\eta}{\xi + q} \right\}$$

puesto que $\zeta = \xi + i\eta$

El flujo eléctrico está definido por

$$F = \frac{V_0}{\pi} x... \quad (35)$$

$$...x \text{Log} \frac{[(\xi + m)^2 + \eta^2][(\xi - q)^2 + \eta^2]}{(\xi - m)^2 + \eta^2][(\xi + q)^2 + \eta^2]}$$

Evaluemos el valor del potencial en el punto (0,0). El flujo allí es cero pues el lente se reduce como polígono a una recta con simetría respecto de ese punto, que es

$$\xi = 0$$

Desde (27)

$$X = A \left[\xi + \frac{\xi}{\xi^2 + \eta^2} \right] - \frac{d}{2\pi} x... \quad (36)$$

$$...x \text{Log} \frac{[(\xi - m)^2 + \eta^2][(\xi - q)^2 + \eta^2]}{[(\xi + m)^2 + \eta^2][(\xi + q)^2 + \eta^2]}$$

$$y = A \left[\eta - \frac{\eta}{\xi^2 + \eta^2} \right] - \frac{d}{\pi} x... \quad (37)$$

$$...x (\alpha + \beta + \gamma + \lambda)$$

con

$$\text{tag } \alpha = \frac{\eta}{\xi - m}; \text{tag } \beta = \frac{\eta}{\xi - q} \quad (38)$$

$$\text{tag } \gamma = \frac{\eta}{\xi + m}; \text{tag } \lambda = \frac{\eta}{\xi + q}$$

$$\text{cotg } \frac{\pi V}{2V_0} = \frac{2q}{1 - q^2} \quad (39)$$

$$\text{tag} \left[\frac{\pi}{2} - \frac{\pi V}{2V_0} \right] = \frac{2q}{1 - q^2} \quad (40)$$

que lleva a [1]

$$V(0,0) = V_0 \left[1 - \frac{2}{\pi} \text{tag}^{-1} \frac{2q}{1 - q^2} \right] \quad (41)$$

De la ecuación (27) obtenemos

$$\frac{dz}{d\zeta} = A \left[1 - \frac{1}{\zeta^2} \right] \quad (42)$$

$$\frac{d}{\pi} \left(\frac{1}{\zeta - m} - \frac{1}{\zeta + m} + \dots \right)$$

$$\dots + \frac{1}{\zeta + q} - \frac{1}{\zeta + q}$$

con

$$\zeta = \xi + i\eta$$

separando partes reales e imaginarias llegamos a

$$\begin{aligned} dx &= f_1(\xi, \eta) d\xi + \dots \\ &\dots + f_2(\xi, \eta) d\eta \\ dy &= -f_2(\xi, \eta) d\xi + \dots \\ &\dots + f_1(\xi, \eta) d\eta \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} f_1 &= \left[1 - \frac{\xi^2 - \eta^2}{(\xi^2 + \eta^2)^2} \right] A + \\ &- \frac{d}{d\xi} \left\{ \frac{\xi - m}{(\xi - m)^2 + \eta^2} + \dots \right. \\ &- \frac{\xi + m}{(\xi + m)^2 + \eta^2} + \dots \\ &+ \left. \frac{\xi - q}{(\xi - q)^2 + \eta^2} + \dots \right. \\ &- \left. \frac{\xi + q}{(\xi + q)^2 + \eta^2} \right\} \\ f_2 &= \left[-\frac{2\xi\eta}{(\xi^2 + \eta^2)^2} \right] A - \\ &- \frac{d\eta}{d\xi} \left\{ \frac{1}{(\xi - m)^2 + \eta^2} - \right. \\ &- \frac{1}{(\xi + m)^2 + \eta^2} + \\ &+ \frac{1}{(\xi - q)^2 + \eta^2} + \\ &- \left. \frac{1}{(\xi + q)^2 + \eta^2} \right\} \end{aligned} \quad (44)$$

de la ecuación (43) encontramos x e y y la velocidad de la partícula es

$$v^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 = (f_1^2 + f_2^2) \dot{\xi}^2 + \dots \quad (46)$$

De modo que si el ión tiene masa m ; y carga q , su energía cinética y potencial será

$$T = \frac{1}{2} m (\dot{\xi}^2 + \dot{\eta}^2) \dots \quad (47)$$

$$\begin{aligned} U &= -\frac{q V_o}{\pi} \left\{ \text{tag}^{-1} \frac{\eta}{\xi + m} + \dots \right. \\ &\dots + \text{tag}^{-1} \frac{\eta}{\xi - q} + \\ &- \text{tag}^{-1} \frac{\eta}{\xi - m} + \dots \\ &\left. \dots - \text{tag}^{-1} \frac{\eta}{\xi + q} \right\} \end{aligned} \quad (48)$$

Su lagrangiano:

$$L = T - U \quad (49)$$

lleva a

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2} m (\dot{\xi}^2 + \dot{\eta}^2) + \frac{q V_o}{\pi} \times \\ &\times \left\{ \text{tag}^{-1} \frac{\eta}{\xi + m} + \text{tag}^{-1} \frac{\eta}{\xi - q} + \right. \\ &- \left. \text{tag}^{-1} \frac{\eta}{\xi - m} - \text{tag}^{-1} \frac{\eta}{\xi + q} \right\} \end{aligned} \quad (50)$$

que nos lleva al sistema de ecuaciones de Lagrange:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\xi}} - \frac{\partial L}{\partial \xi} &= 0 \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\eta}} - \frac{\partial L}{\partial \eta} &= 0 \end{aligned} \quad (51)$$

Las que definen las ecuaciones del movimiento del ión son las definidas por (52) y (53)

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dt} [m(\dot{\xi}^2 + \dot{\eta}^2)] + \dots \\ &\frac{q V_o \eta}{\pi} \left\{ \frac{1}{(\xi + m)^2 + \eta^2} + \dots \right. \\ &\dots + \frac{1}{(\xi - q)^2 + \eta^2} + \dots \\ &- \frac{1}{(\xi - m)^2 + \eta^2} + \dots \\ &- \left. \frac{1}{(\xi + q)^2 + \eta^2} \right\} \\ &- m_1 \left(f_1 \frac{\partial f_1}{\partial \xi} + \dots \right. \\ &\left. \dots + f_2 \frac{\partial f_2}{\partial \xi} (\dot{\xi}^2 + \dot{\eta}^2) \right) = 0 \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{d}{dt} [m_1 (f_1^2 + f_2^2) \dot{\eta}] + \dots \\
 & \dots - \frac{qV_0}{x} \left\{ \frac{\xi - m}{(\xi + m)^2 + \eta^2} + \dots \right. \\
 & \quad \dots + \frac{(\xi - q)}{(\xi - q)^2 + \eta^2} + \dots \\
 & \quad \dots - \frac{(\xi - m)}{(\xi - m)^2 + \eta^2} + \dots \\
 & \quad \left. \dots - \frac{(\xi + q)}{(\xi + q)^2 + \eta^2} \right\} + \\
 & -m_1 \left[f_1 \frac{\partial f_1}{\partial \eta} + f_2 \frac{\partial f_2}{\partial \eta} \right] (\dot{\xi}^2 + \dot{\eta}^2) = 0
 \end{aligned} \tag{53}$$

Nótese que se ha supuesto un ión positivo.

Para calcular la distancia focal asumo que sobre la lente incide un haz de iones positivos paralelos al eje y, los cuales, luego de pasar por ella convergerán en un punto en el que $x = 0$, tal punto $(0, -Y_0)$ es el foco.

En el proceso físico real, la fuente de partículas debe colocarse en el foco para que éstas, después de la lente emerjan paralelas con las mismas condiciones mecánicas hacia el detector.

El sistema (53) se completa con las condiciones iniciales

$$y(0) = y_0 \quad x(0) = 0 \quad y \quad x = e < a$$

con $y = L \gg d$.

Con las ecuaciones,

$$\begin{aligned}
 0 &= f_1 \dot{\xi} + f_2 \dot{\eta} \\
 -Y_0 &= -f_2 \dot{\xi} + f_1
 \end{aligned} \tag{54}$$

así como la (36) y (39) podemos resolver (52) (53) por métodos numéricos. Puesto que las soluciones las requerimos en el plano Z, nos valemos de (36) y (39) para observar su evolución real.

Resultados

Se tomó como datos para las lentes los siguientes valores en metros $a = 0.01$, $C = 0.02$ y $d = 0.01$ y por medio del programa MATHCAD se encontró el siguiente juego de parámetros que las caracterizan:

- A = 0.29524
- p = 0.2358
- q = 0.31099

Se efectuaron 5 cálculos para 5 casos posibles obteniéndose los resultados que se indican en la figura 4. Cada curva representa una trayectoria posible para un ión cargado con +e con una energía de arranque de 0.5 eV, y una masa de 1000 UMA. Dos de ellas se las localizó en la posición inicial de

$$x_0 = 0.08m \quad y \quad y_0 = 0m$$

con ángulos de +50° y -50°, interconectándose las dos en el punto 0'. En el diagrama se las identifica como 4 y 5. Las otras tres se les localizó en

$$x_0 = 0.08m \quad y \quad y_0 = 0.02m$$

saliendo desde el punto A y todas ellas se cruzaron en el mismo punto A', de modo que podemos afirmar que si OA es el objeto, su imagen será 0' A'.

En la figura también se muestra la configuración de los lentes, a la que se le han colocado los potenciales de 0v, 50V y -2000 V. La distancia OA = 0.002 m y 0'A' = 0,0008 m.

Para la solución numérica se empleó un programa escrito en lenguaje C, ejecutándose en una computadora BELTRON XT compatible con la IBM.

Para el cálculo se usó el potencial desarrollado en el anexo.

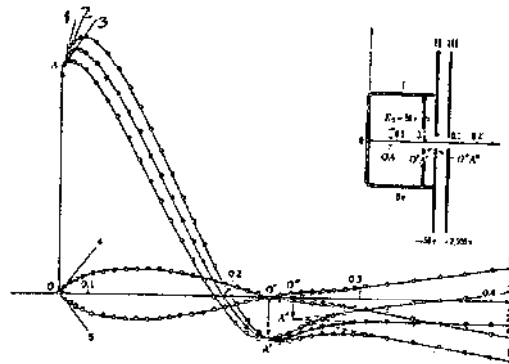


Fig. 4 Resultados Numéricos

Conclusiones

Los resultados teóricos están de acuerdo con otra información disponible [1], [2] sobre el mismo tema.

Reconocimientos

Agradezco a los señores Víctor Mejía y Pablo Palacios, estudiantes del Departamento de Física de la Facultad de Ciencias de la Escuela Politécnica Nacional, por la realización del programa de Computo y el cálculo de los parámetros de las lentes así como a la señora Jeanny Revelo por el levantamiento del texto.

Bibliografía

- [1] Durand. *Electrostatique, Tome II. Problèmes Généraux conducteurs*. Masson et Cie, Editeurs. 120, Boul. Saint-Germain, Paris--VI^e 1966.
- [2] Mc Dowell C A. (Editor). *Mass Spectrometry. Department of Chemistry. University of British Columbia*. Mc Graw-Hill, Series in Advanced Chemistry, 1963.
- [3] Landau, Lifshitz. *Mecánica Clásica. Curso de Física Teórica, Volumen I*. Edit. REVERTE S.A.

Douglas Moya Alvarez



Nació en Quito, Ecuador, en 1951. En 1974 obtuvo el título de Ingeniero en Electrónica y Telecomunicaciones en la Escuela Politécnica Nacional.

Realizó cursos de postgrado en la U. N. de Colombia y en el I. N. T. de Francia. Ha realizado trabajos y publicaciones en electrónica, instrumentación, electrodinámica, estado sólido, fundamentos de la Mecánica Cuántica e Historia y Filosofía de las Ciencias.

Actualmente colabora en el desarrollo de un sistema de espectroscopía de masas y coordina el proyecto de instrumentación del Dpto. de Física de la EPN. Se desempeña como profesor principal en la EPN.

ANEXO

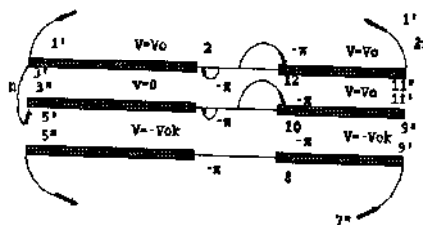


Fig. 5 Caso general

Para el lado izquierdo

$$\omega_1 = V_2 + \frac{i}{\pi}(V_2 - V_1) \text{Log}(\xi - \xi_1) \quad (A1)$$

$$\xi_1 = -m$$

$$V_1 = V_0$$

$$V_2 = 0$$

$$\omega_1 = -i \frac{V_0}{\pi} \text{Log}(\xi + m) \quad (A2)$$

Entre 3 y 5: $V = 0$ y $w = 0$

Entre 5 y 9, que es el caso

$$\frac{V_2 \rightarrow V_1 \leftarrow V_2}{\xi_1 \quad \xi_k}$$

$$\omega_0 = \frac{i}{\pi}(V_2 - V_1)x \dots$$

$$x \text{Log} \left[\frac{\xi - \xi_k}{\xi - \xi_1} \right] \quad (A3)$$

$$V_1 = -V_0, \quad V_2 = 0$$

$$\xi_k = q, \quad \xi_1 = -q$$

$$\omega_c = \frac{i}{\pi}(0 - (-V)) \text{Log} \left[\frac{\xi - q}{\xi + q} \right] \quad (\text{A4})$$

$$\omega_c = \frac{iV_o}{\pi} \text{Log} \left[\frac{\xi - q}{\xi + q} \right] \quad (\text{A5})$$

Para el derecho: $11 \rightarrow \infty$

$$\omega_D = V_2 + \frac{i}{\pi}(V_2 - V_1) \text{Log} (\xi - \xi_{11}) \quad (\text{A6})$$

Como

$$\begin{aligned} \xi_{11} &= m \\ V_1 &= 0 \\ V_2 &= V_o \end{aligned}$$

entonces

$$\omega_D = V_o + \frac{iV_o}{\pi} \text{Log} (\xi - m) \quad (\text{A7})$$

Así que el potencial complejo total es

$$\begin{aligned} \omega_D &= V_o + \text{Log} (\xi + m) + \\ &+ \frac{iV_o}{\pi} \text{Log} \left[\frac{\xi - q}{\xi + q} \right] + V_o + \\ &+ \frac{iV_o}{\pi} x \text{Log} (\xi - m) \quad (\text{A8}) \\ \omega &= \frac{iV_o}{\pi} \text{Log} \frac{(\xi - q)(\xi - m)}{(\xi + m)(\xi + q)} + \end{aligned}$$

Así que el potencial es

$$\begin{aligned} V &= \frac{V_o}{\pi} \left\{ \text{tag}^{-1} \frac{\eta}{(\xi + m)^2 + \eta^2} + \dots \right. \\ &\quad \left. \text{tag}^{-1} \frac{\eta}{(\xi + q)^2 + \eta^2} + \right. \\ &\quad \left. - \text{tag}^{-1} \frac{\eta}{(\xi - q)^2 + \eta^2} + \right. \\ &\quad \left. - \text{tag}^{-1} \frac{\eta}{(\xi - m)^2 + \eta^2} \right\} + V_o \quad (\text{A9}) \end{aligned}$$

En ésta expresión del potencial el que debe considerarse es el lagrangiano (49) para elevar a las ecuaciones del movimiento de iones.

Para el caso de que la lámina inferior esté conectada a un potencial $-V_o$ con K un parámetro controlable; el potencial complejo es

$$\begin{aligned} \omega &= i \frac{KV_o}{\pi} \text{Log} (\xi + m) + \dots \\ &+ i \frac{KV_o}{\pi} \text{Log} \left[\frac{\xi - q}{(\xi + q)} \right] + \dots \quad (\text{A10}) \\ &+ V_o + i \frac{V_o}{\pi} \text{Log} (\xi - m) \end{aligned}$$

así que

$$\begin{aligned} \omega &= iK V_o \text{Log} \frac{(\xi - q)}{(\xi + q)} + i \frac{V_o}{\pi} x \dots \quad (\text{A11}) \\ &x \text{Log} \left[\frac{\xi - m}{\xi + m} \right] + V_o \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} V &= \frac{V_o}{\pi} \left\{ \text{tag}^{-1} \frac{\eta}{\xi + q} + \text{tag}^{-1} \frac{\eta}{\xi + m} \right\} + \\ &- \frac{V_o}{\pi} \left\{ K \text{tag}^{-1} \frac{\eta}{\xi - q} + \text{tag}^{-1} \frac{\eta}{\xi - m} \right\} + V_o \quad (\text{A12}) \end{aligned}$$

Que es el caso más general.