

# DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UN SISTEMA SERVO INCREMENTAL CON ESTRUCTURA VARIABLE BASADO EN MICROPROCESADOR

HUGO BANDA, DR.  
CARLOS G. VALDIVIESO PADILLA, ING  
ESCUELA POLITECNICA NACIONAL

## RESUMEN

Este artículo describe el análisis, el diseño y la construcción como equipo de laboratorio de un Sistema Servo Incremental Basado en Microprocesador, con el propósito de estudiar el control digital de la posición en tiempo real. Se aplica el fundamento de la Teoría de Control de Estructura Variable para comprobar que una respuesta rápida sin sobre-impulso y una buena precisión en estado estable puede ser obtenida fácilmente. El sistema desarrollado contiene: un motor dc de imán permanente, un micro-controlador (INTEL 8751H), un codificador incremental y un conversor dc-dc tipo puente modulado por ancho de pulso.

## ABSTRACT

This paper describes the analysis, design and construction of a Microprocessor-Based Incremental Servo System to enable the study of the position digital control in real time. The system applies the principle of Variable Structure Control Theory to prove that a fast response without overshoot and steady-state accuracy can be easily obtained. The system comprises a permanent magnet dc motor, a microcontroller (INTEL 8751H), an incremental encoder and a pulse-width-modulated (PWM) full-bridge converter.

## INTRODUCCION

Hoy en día los microprocesadores son encontrados en numerosas aplicaciones industriales, debido a la disponibilidad de estos elementos a un costo relativamente bajo. Esto ha creado un gran interés en el diseño de sistemas de control basados en microprocesadores, especialmente dentro de sistemas de control en tiempo real.

Entonces nace la necesidad de que un laboratorio de

control con microprocesadores esté orientado a familiarizar a los estudiantes en el diseño de sistemas de control en tiempo real. Para cumplir con este fin el presente trabajo tiene como objetivo primordial el de contribuir a un mayor entendimiento de los conceptos teóricos de los sistemas de control en este campo.

El algoritmo de control implementado en el microprocesador fue desarrollado en base a los principios de la Teoría de Control de los Sistemas de Estructura Variable (SEV), con el fin de comprobar sus ventajas con respecto a dos puntos de interés, que son: a) resolución del conflicto entre precisión estática y dinámica y, b) insensibilidad a las variaciones en parámetros de la planta y a perturbaciones externas. [1]. El análisis de la respuesta del sistema con la técnica SEV se complementó con la simulación digital del mismo en lenguaje "C". Los resultados experimentales y simulados son presentados con propósitos de comparación y estudio.

## FUNDAMENTOS TEORICOS ACERCA DE LOS SISTEMAS DE ESTRUCTURA VARIABLE (SEV).

Los Sistemas de Estructura Variable consisten de un grupo de subsistemas continuos acompañados de una lógica de conmutación apropiada. La filosofía básica para abordar la técnica de estructura variable se explica al compararla con el diseño de un regulador de estado lineal para sistemas de entrada simple:

$$\dot{x} = Ax + bu$$

En el diseño del regulador de estado lineal, la estructura de la realimentación de estado es dada por:

$$u = k^T x$$

donde los parámetros constantes son seleccionados de acuerdo a varios procedimientos de diseño, tales como la ubicación de los valores propios o mediante minimización cuadrática. En sistemas de estructura variable, el control puede cambiar su estructura, es decir, conmuta en cualquier instante desde uno a otro miembro de un grupo de posibles funciones continuas de estado. El problema del diseño de estructura variable es entonces el seleccionar los parámetros de cada una de las estructuras y definir la lógica de conmutación. Una de las ventajas adicionales de la introducción de esta técnica es la posibilidad de combinar propiedades útiles de cada una de las estructuras. Esto se ilustra mediante dos ejemplos muy simples. En el primer ejemplo se considera el siguiente sistema de segundo orden:

$$\ddot{x} = -\Psi x$$

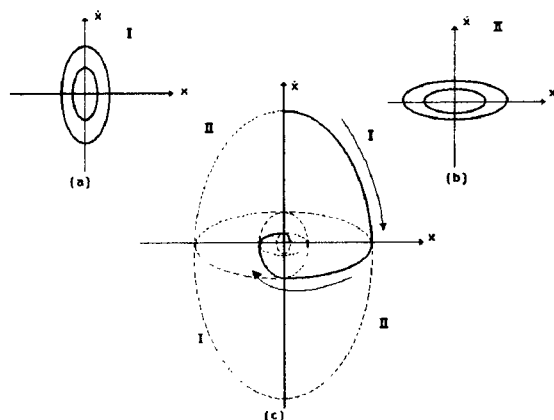
el cual tiene dos estructuras definidas por :

$$\Psi = \alpha_1^2 \text{ y } \psi = \alpha_2^2 \text{ donde: } \alpha_1^2 > \alpha_2^2$$

El diagrama de fase consiste de familias de elipses [Fig. 1(a) y Fig. 1 (b)], siendo estructuras estables. La estabilidad asintótica es conseguida si la estructura del sistema está cambiando sobre los ejes coordenados con la lógica de conmutación:

$$\Psi = \begin{cases} \alpha_1^2, & \text{si } x\dot{x} > 0 \\ \alpha_2^2, & \text{si } x\dot{x} < 0 \end{cases}$$

El diagrama de fase resultante es el mostrado en la Fig. 1 (c)



**Fig. 1** SEV asintóticamente estable consistente de dos estructuras estables

En el segundo ejemplo, se considera el sistema

$$\ddot{x} - \xi\dot{x} + \psi x = 0, \quad \xi > 0$$

donde la estructura lineal corresponde a una realimentación negativa y positiva cuando:

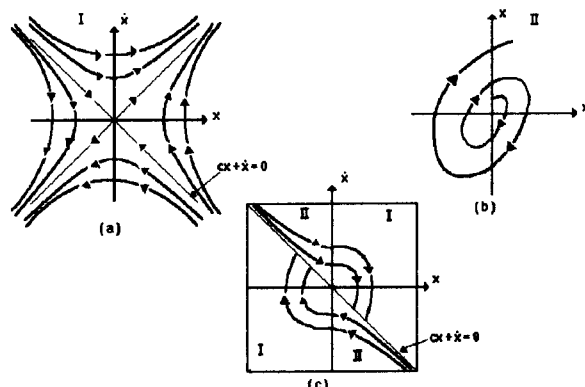
$$\begin{aligned} \psi &= +\alpha \text{ realimentación negativa} \\ \psi &= -\alpha \text{ realimentación positiva} \end{aligned}$$

siendo  $\alpha > 0$ . Ambas estructuras son inestables [ Fig. 2 (a) y Fig. 2 (b) ]. Se nota que el movimiento converge hacia el origen solamente a lo largo del vector propio estable de la estructura con  $\psi = -\alpha$  . Si la conmutación ocurre sobre esta línea y sobre  $x = 0$  con la ley de conmutación:

$$\psi = \begin{cases} +\alpha, & \text{si } x\dot{x} > 0 \\ -\alpha, & \text{si } x\dot{x} < 0 \end{cases} \text{ donde } s = c x + \dot{x}$$

$$c = \lambda = -\frac{\xi}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\xi^2}{4} + \alpha\right)}$$

la estructura será asintóticamente estable [Fig. 2 (c)].



**Fig. 2** SEV asintóticamente estable consistente de dos estructuras inestables.

En los ejemplos mencionados, nuevas propiedades del sistema son obtenidas por componer una trayectoria deseada a partir de las partes de trayectorias de estructuras diferentes.

Reconsideremos el segundo ejemplo, usando :

$$0 < c < \lambda \quad \text{en vez de } c = \lambda$$

Se observa en la Fig. 3 que las trayectorias de fase están dirigidas hacia la línea de conmutación:

$$s = cx + \dot{x} = 0$$

Una vez sobre esta línea el estado permanece sobre ella. El movimiento a lo largo de esta línea que no es una trayectoria de alguna de las estructuras es llamado el modo deslizamiento.

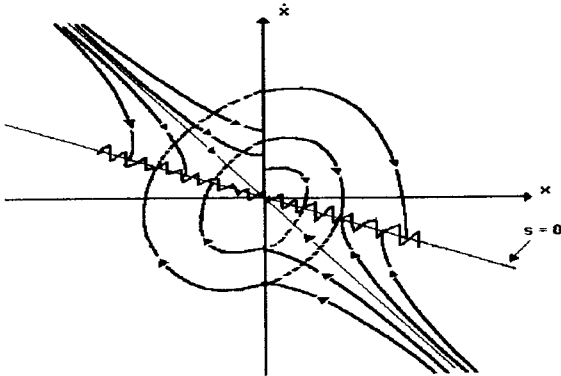


Fig. 3 Modo deslizamiento en un SEV de segundo orden

La ecuación:

$$s = cx + \dot{x} = 0$$

determina el comportamiento del sistema en el modo deslizamiento. Es útil notar que el comportamiento depende del parámetro  $c$ . Esta invarianza con respecto a los parámetros de la planta y a perturbaciones, es de extrema importancia cuando se controla planta variantes en el tiempo o cuando se trata de controlar problemas de rechazo de perturbaciones.

## DESCRIPCION DEL SISTEMA

En la Fig. 4 se presenta el diagrama de bloques del Sistema Servo Incremental construido. Estos bloques son:

- 1) Un motor d.c de imán permanente
- 2) El micro-computador constituido por el micro-controlador Intel 8751H, el teclado y el display.
- 3) El amplificador lineal de potencia tipo puente modulado por ancho de pulso (PWM) con sus respectivas unidades de disparo.
- 4) El sensor de posición constituido por el reductor de velocidad, el codificador incremental y el circuito de procesamiento de la señal de realimentación.

## CONTROL DE POSICION EN BASE AL CONCEPTO DE SISTEMAS DE CONTROL DE ESTRUCTURA VARIABLE

Como el período de muestreo utilizado ( $5ms$ ) es muy pequeño con respecto a la constante de tiempo de la

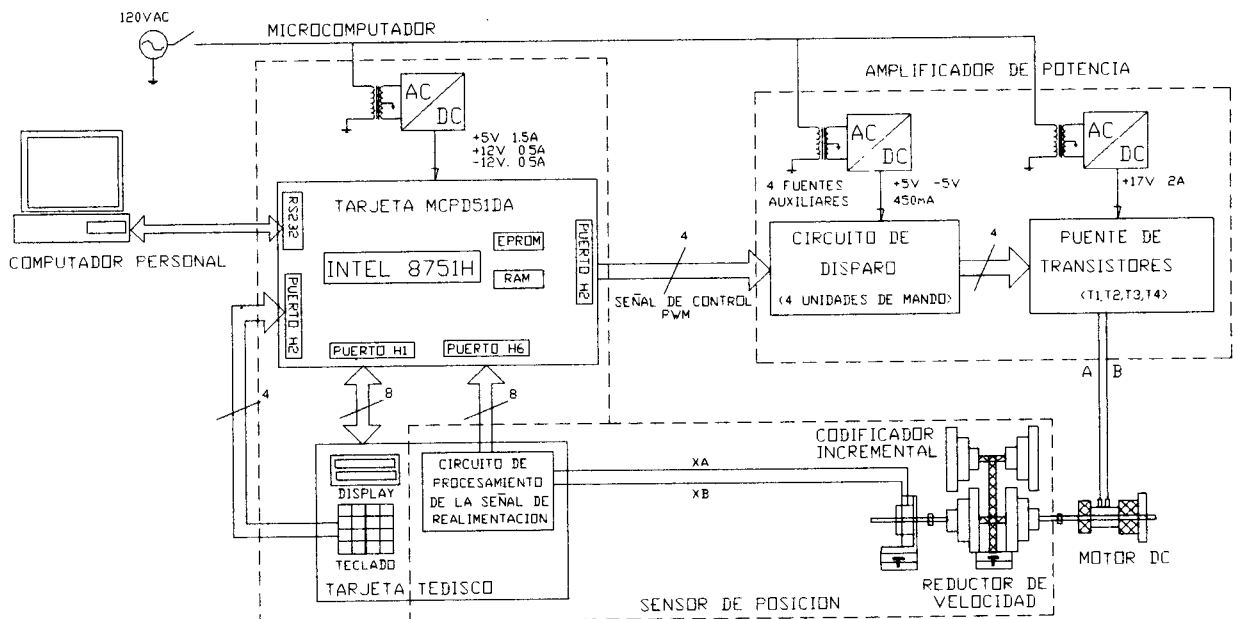


Fig. 4. Diagrama de bloques del Sistema Servo Incremental

planta (87ms), el modelo matemático en tiempo continuo representado por el diagrama de bloques de la Fig. 5 es suficiente para analizar la respuesta del sistema con la técnica de estructura variable. La función de transferencia del motor se aproxima a una de primer orden donde  $k = 20.70 \text{ rad/sec/v}$  y la del amplificador por una ganancia constante  $Ka$ .

Donde:

- $a_1$ : ganancia de lazo de posición
- $a_2$ : ganancia de lazo de velocidad
- $\Psi_1$  y  $\Psi_2$ : mecanismos de conmutación y,
- $c_1$ : pendiente de la línea de conmutación

Todos los parámetros son asumidos a ser positivos, a menos que se indique lo contrario. Si el comando de entrada  $r$  es una función paso, según ref. [2] se tiene que:

$$e = r - x_1 \quad \text{para } t > 0 \quad (1)$$

$$\dot{e} = \frac{de}{dt} = -\frac{dx_1}{dt} \quad (2)$$

$$\ddot{e} = \frac{d^2e}{dt^2} = -\frac{d^2x_1}{dt^2} \quad (3)$$

Donde  $x_1$  = salida de posición. La ecuación de error del sistema será:

$$\tau \ddot{e} + (1 + k k_a a_2 \Psi_2) \dot{e} + k k_a a_1 \Psi_1 e = 0 \quad (4)$$

La estructura del sistema cambia cuando el punto representativo en el plano de error ( $e, \dot{e}$ ) cruza a través de la línea de conmutación tal como  $\dot{e} + c_1 e = 0$  ( $0 < c_1 < \infty$ ).

$\Psi_1$  y  $\Psi_2$  son los mecanismos de conmutación que son realizados por el microprocesador y por simplicidad tienen las siguientes características:

$$\Psi_1 = \begin{cases} 1, & \text{si } e\sigma \geq 0 \\ -1, & \text{si } e\sigma < 0 \end{cases} \quad (5)$$

$$\Psi_2 = \begin{cases} 1, & \text{si } \dot{e}\sigma \geq 0 \\ -1, & \text{si } \dot{e}\sigma < 0 \end{cases} \quad (6)$$

donde  $\sigma = \dot{e} + c_1 e$  y  $\sigma = 0$  actúa como la línea de conmutación.

Consecuentemente, la combinación de la línea de conmutación y los dos ejes ( $e = 0, \dot{e} = 0$ ) dividen el plano de error ( $e, \dot{e}$ ) en seis regiones (mostradas en la Fig. 6) de la siguiente manera:

- Región I:  $e \geq 0, \dot{e} \geq 0, \sigma > 0$
- Región II:  $e > 0, \dot{e} < 0, \sigma \geq 0$
- Región III:  $e > 0, \dot{e} < 0, \sigma < 0$
- Región IV:  $e \leq 0, \dot{e} \leq 0, \sigma < 0$
- Región V:  $e < 0, \dot{e} > 0, \sigma < 0$
- Región VI:  $e < 0, \dot{e} > 0, \sigma > 0$

(7)

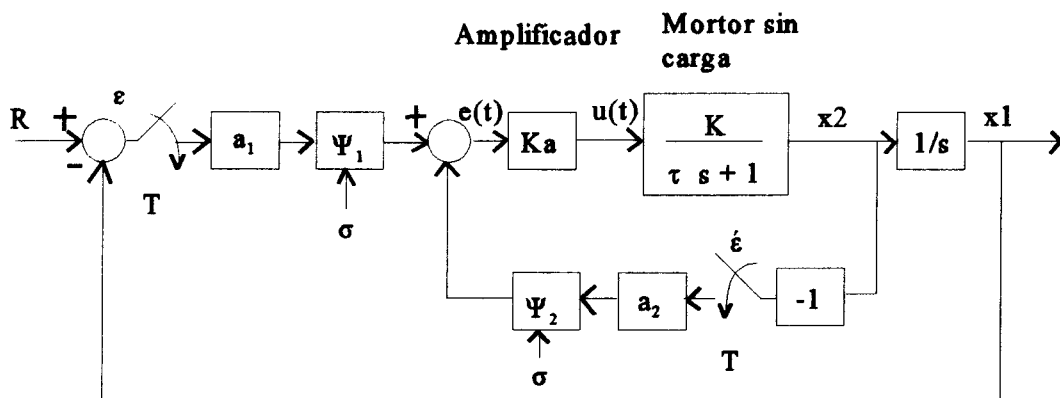


Fig. 5 Diagrama de bloques del sistema de control de estructura variable para entrada paso.

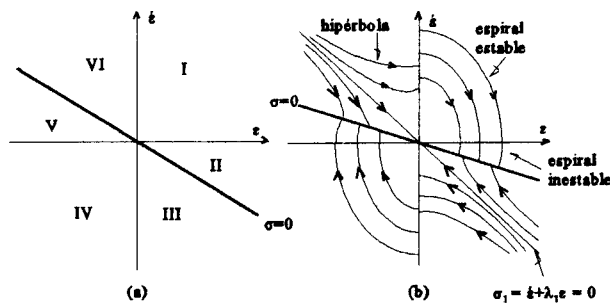


Fig. 6 (a) Seis regiones en el plano de fase. (b) Trayectorias de fase

El movimiento libre del sistema en cada región es descrito por las ecuaciones diferenciales de segundo orden de la siguiente manera:

i) Región I, IV:  $\Psi_1 = 1$  y  $\Psi_2 = 1$

$$\ddot{\epsilon} + \frac{1}{\tau}(1 + kk_a a_2)\dot{\epsilon} + \frac{1}{\tau}kk_a a_1 \epsilon = 0 \quad (8)$$

En estas regiones se desea tener una estructura espiral estable, para lograr esto la siguiente desigualdad debe ser satisfecha:

$$(1 + kk_a a_2)^2 < 4kk_a a_1 \tau \quad (9)$$

ii) Región II, V:  $\Psi_1 = 1$  y  $\Psi_2 = -1$

En estas regiones se desea una estructura espiral

$$\ddot{\epsilon} + \frac{1}{\tau}(1 - kk_a a_2)\dot{\epsilon} + \frac{1}{\tau}kk_a a_1 \epsilon = 0 \quad (10)$$

inestable para mejorar la velocidad de respuesta, por lo tanto se debe cumplir:

$$(1 - kk_a a_2)^2 < 4kk_a a_1 \tau, \quad (1 - kk_a a_2) < 0 \quad (11)$$

iii) Región III, VI:  $\Psi_1 = -1$  y  $\Psi_2 = 1$

$$\ddot{\epsilon} + \frac{1}{\tau}(1 + kk_a a_2)\dot{\epsilon} - \frac{1}{\tau}kk_a a_1 \epsilon = 0 \quad (12)$$

En estas regiones las raíces de la ecuación característica son reales con signo contrario,  $-\lambda_1 < 0 < +\lambda_2$ . Las trayectorias de fase son hipérbolas con dos asíntotas:

$$\sigma_1 = \dot{\epsilon} + \lambda_1 \epsilon = 0, \quad \sigma_2 = \dot{\epsilon} - \lambda_2 \epsilon = 0.$$

Para el sistema teórico bajo consideración,  $\sigma = \dot{\epsilon} + c_1 \epsilon = 0$  actúa como línea de conmutación ( $c_1 < \lambda_1$ ). En el instante cuando el punto representativo, se mueve en la Región II (o V), a través de esta línea de conmutación, la estructura del sistema conmuta instantáneamente de la espiral a la hipérbola y luego de regreso conmuta de

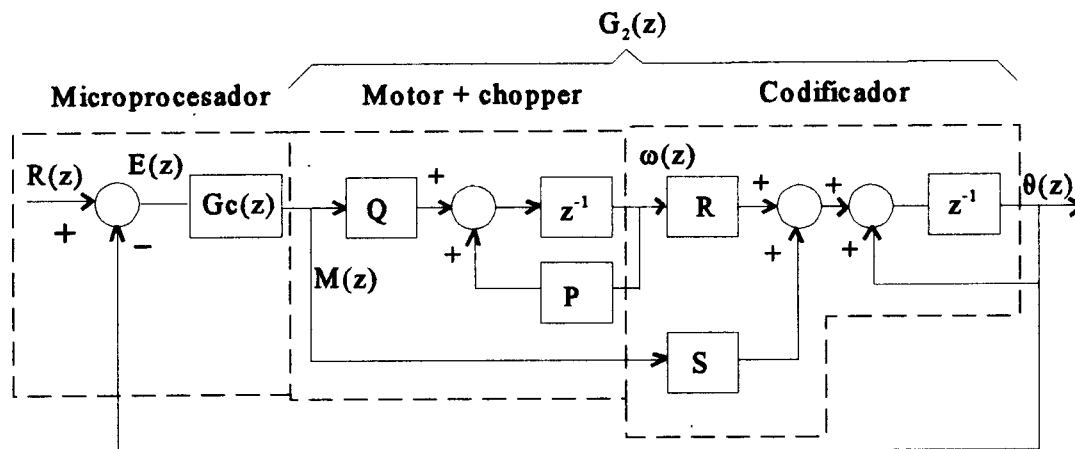


Fig. 7 Modelo matemático en tiempo discreto del control de posición de lazo cerrado del sistema servo incremental.

la hipérbolica a la espiral. En este modo la estructura conmuta de aquí para allá a una frecuencia infinita, y el punto representativo ejecuta oscilaciones infinitesimales alrededor de la línea de conmutación. Esto es porque las trayectorias de fase en espiral e hipérbolica son estructuras que tienen direcciones opuestas en la venciencia de la línea de conmutación. Finalmente, el punto representativo se mueve a lo largo de la línea de conmutación hacia el origen como se muestra en la Fig. 6. Este modo de operación es comúnmente referido como modo deslizamiento.

### OBTENCION DE LAS ECUACIONES DE DIFERENCIAS PARA LA SIMULACION

En la Fig. 7 se presenta el modelo en tiempo discreto utilizando la transformada  $z$ . La función de transferencia de la velocidad del motor dc  $\omega$  sobre el voltaje de armadura  $V_a$  es asumida como de primer orden. El amplificador transistorizado tipo puente modulado por ancho de pulso (PWM) o chopper es modelado como un retenedor de orden cero porque el voltaje medio de armadura es mantenido en un valor constante para un periodo de muestreo  $T$ . Su función de transferencia está dada por la ecuación:

$$G_h = K_a \left( \frac{1 - e^{-Ts}}{s} \right) \quad (13)$$

El circuito de procesamiento para sensar la señal de posición en base al codificador incremental es modelado como un integrador.

Donde:

$$P = \exp(-T/\tau) \quad (14)$$

$$Q = Ka * k * (1-P) \quad (15)$$

$$R = \tau * (1-P) \quad (16)$$

$$S = Ka * k * (T-R) \quad (17)$$

La función de transferencia en tiempo discreto del conjunto amplificador-motor-codificador  $G_2(z)$  es:

$$G_2(z) = \frac{\theta(z)}{M(z)} = \frac{Sz - PS + RQ}{z^2 - (1+P)z + P} \quad (18)$$

Las ecuaciones a partir del modelo son:

$$\theta[k] = (1+P) * \theta[k-1] - P * \theta[k-2] + S * m[k-1] + (RQ - PS) * m[k-2] \quad (19)$$

$$\omega[k] = (1/T) * (\theta[k] - \theta[k-1]) \quad (20)$$

$$e[k] = r[k] - \theta[k] \quad (21)$$

$$\dot{e}[k] = -\omega[k] \quad (22)$$

$$\sigma[k] = \dot{e}[k] + c_1 e[k] \quad (23)$$

$$m[k] = a_1 \Psi_1 e[k] + a_2 \Psi_2 \dot{e}[k] \quad (24)$$

### PROGRAMA DE CONTROL CON LA TECNICA DE ESTRUCTURA VARIABLE

El programa de control implementado en base a la teoría de los sistemas de estructura variable es representado en el diagrama de flujo de la Fig. 8. En la inicialización, los parámetros de control tales como la ganancia del lazo de velocidad  $a_2$ , la ganancia del lazo de posición  $a_1$ , la constante  $c_1$  para la línea de conmutación, y la referencia  $r(t)$  son insertados en la RAM. Después de eso, el programa de control arranca. Un timer da una señal de interrupción cada 5 ms al microprocesador para muestrear las señales de posición y de velocidad desde el codificador incremental. Esta señal de realimentación es comparada con la señal de comando  $r(t)$ . La señal de error es luego usada para hacer las decisiones de conmutación. Finalmente la señal de control  $m(t)$  es procesada para generar la señal PWM que actúa sobre el amplificador de potencia tipo puente. El tamaño del programa de control es de aproximadamente de 500 bytes.

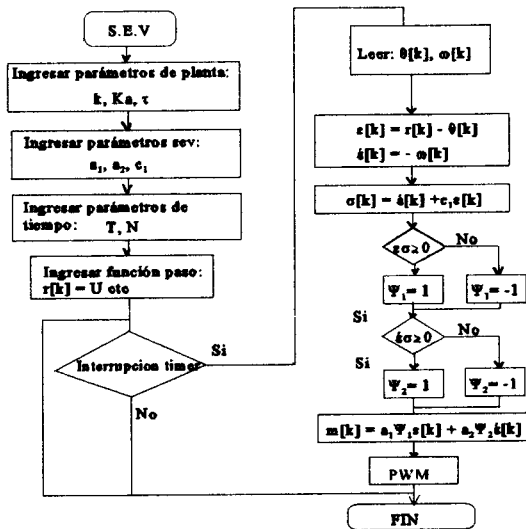


Fig. 8 Diagrama de flujo del algoritmo utilizado para el control de posición del sistema en base a la teoría de los sistemas de estructura variable .

### DISCUSION Y ANALISIS DE LOS RESULTADOS

El análisis del sistema servo incremental se lo hizo en el dominio del tiempo, en donde las características del sistema están representadas por las respuestas transitorias y de estado estable cuando se aplica la función paso escalón, por lo que se usan los conceptos de porcentaje de sobrepaso, tiempo de subida y tiempo de establecimiento para evaluar el desempeño del sistema. Como es un método de tanteo y ajuste de parámetros, para facilitar el análisis, se estableció un modelo matemático del sistema con el fin de realizar la simulación digital del control de posición para determinados valores de las ganancias del compensador y de esta manera tener una idea clara del tipo de respuesta que se iba a obtener experimentalmente. Se realizaron distintas pruebas variando para ello los siguientes parámetros:

- a) período de muestreo (ts)
- b) ganancia del actuador (Ka)
- c) relación del reductor (N) y
- d) constantes del controlador.

Los resultados de estas pruebas se presentan en mayor detalle en la referencia [3].

Las Fig. 9, 10 y 11 muestran los resultados obtenidos por simulación, cuando las constantes del controlador SEV son:

$$a2 = 1, a1 = 30 \text{ y } c1 = 10.$$

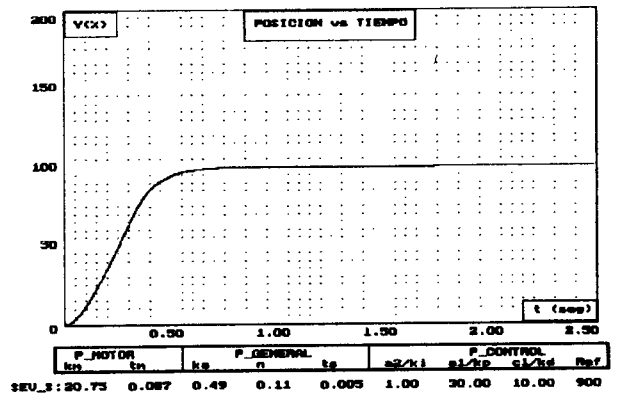


Fig. 9

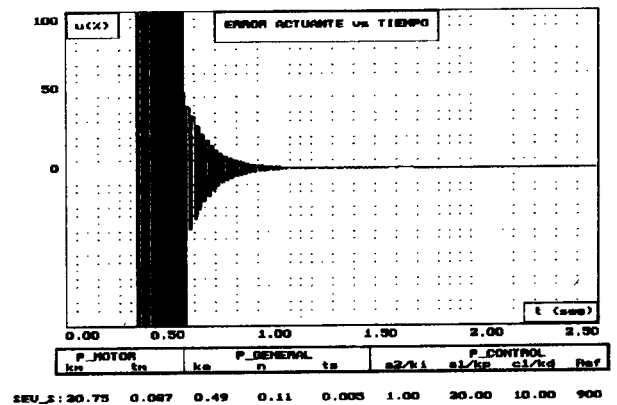


Fig. 10

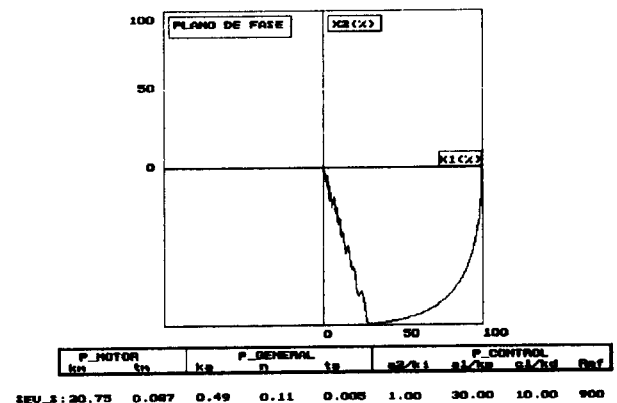


Fig. 11

Se puede observar que la respuesta de posición de la Fig. 9 es sobre amortiguada debido a que se tiene una operación en modo deslizamiento en el cual el sistema está gobernado por la ecuación de diferencia de primer orden:  $s = c1e + \dot{e} = 0$ . Esto puede verse claramente en el plano de fase de la Fig. 11 donde el estado del sistema se desplaza a lo largo de una recta cuya pendiente está dada por  $-c1$ .

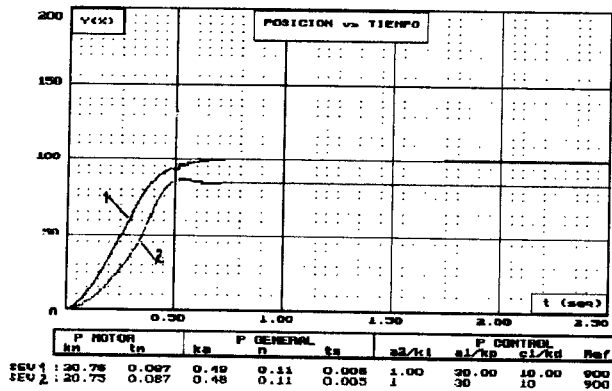


Fig 12

La Fig. 12 presenta las respuestas simulada (curva 1) y experimental (curva 2) para las mismas condiciones. Se observa que la respuesta real es similar a la obtenida por simulación, pero con un error de posición en estado estable. Esto se debe a que en la simulación digital, el modelo matemático propuesto considera a todos los elementos del sistema lineales y aproxima la función de transferencia del motor a una de primer orden, razón por la que se tiene un sistema de orden uno donde el error de posición en estado estable para una entrada paso es cero. También se realizaron varias pruebas cambiando cada una de las constantes SEV del controlador para observar su efecto sobre la estabilidad del sistema.

De estas pruebas, se determinó que el error en estado estable disminuye a medida que aumenta la ganancia de posición  $a1$  al mantenerse las ganancias  $a2$  y  $c1$  fijos, sin que esta variación afecte la estabilidad de la respuesta de posición, siendo siempre sobre amortiguada. Esto no ocurre al aumentar  $c1$ , obteniéndose una respuesta subamortiguada (ver Fig. 13). La variación de la ganancia  $a2$  no tiene mayor incidencia en la estabilidad de la respuesta.

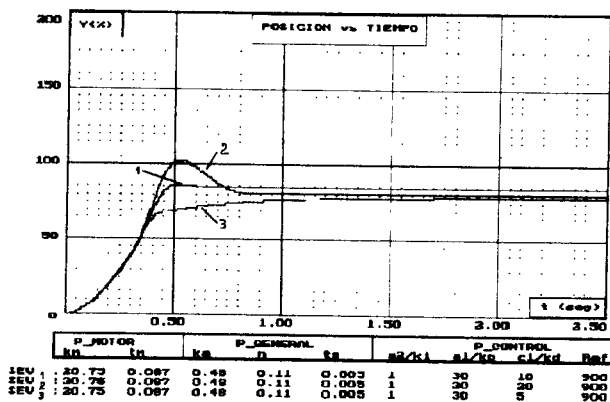


Fig. 13  $c1$  variable,  $a2$  y  $a1$  fijos

En la Fig. 14 se presentan las respuestas de posición simulada (curva 2) y real (curva 1) para una entrada paso con nuevos valores de ganancias SEV. Con estos valores se logra reducir significativamente el error en estado estable al 5% aumentando  $a1$  y  $a2$ , con un sobre impulso del 7% y un tiempo de establecimiento de 70 mseg aproximadamente.

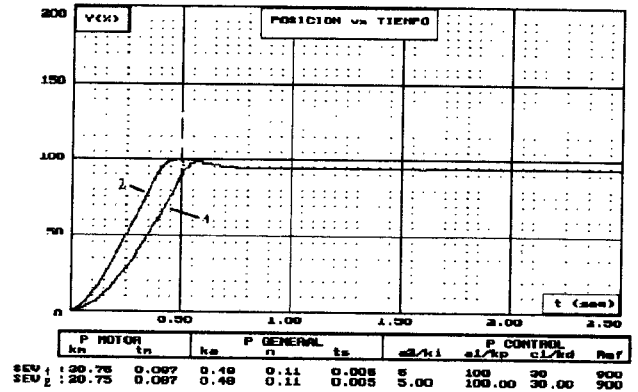


Fig 14

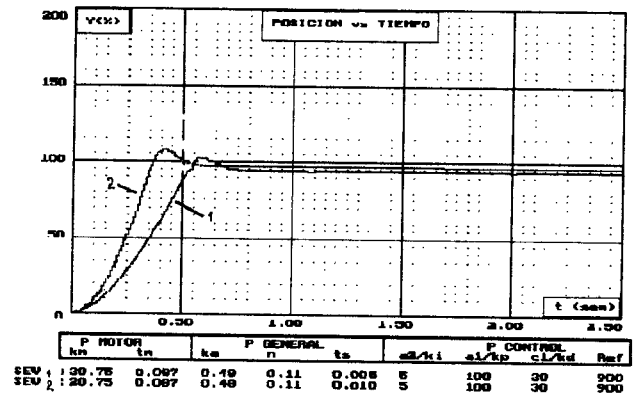


Fig. 15

En la Fig. 15 se ve el efecto de variar el período de muestreo sobre la estabilidad de la respuesta de posición en tiempo real cuando los demás parámetros del sistema se mantienen fijos incluyendo las ganancias SEV, se puede observar que el error en estado estable disminuye del 5% al 2.5% aproximadamente, que no existe un mayor efecto sobre el impulso y que el tiempo de establecimiento disminuye de 70 mseg a 55 mseg aproximadamente.

## CONCLUSIONES

- Con la implementación de la técnica de estructura variable en el sistema servo incremental se puede obtener un sistema con una alta velocidad de repuesta, una buena precisión de estado estable y un bajo sobre



## BIOGRAFIA

impulso para ciertas especificaciones de funcionamiento. Además si las constantes  $a1$ ,  $a2$  y  $c1$  se escogen de tal manera que tengamos una operación en el modo deslizamiento donde el movimiento es descrito por la ecuación de primer orden  $\dot{e} + c1e = 0$ , la respuesta no tendrá sobre impulso, es decir será sobre amortiguada.

- Las ganancias  $a1$  y  $a2$  pueden ser muy grandes para los sistemas de estructura variable con el propósito de disminuir el error en estado estable, sin que esto afecte la estabilidad del sistema. Un valor grande de  $c1$  hace que la respuesta sea más rápida, pero conforme aumenta la respuesta tiende a ser subamortiguada.

- Para disminuir el tiempo de retardo introducido por la ejecución de los algoritmos de control en el microprocesador, se consideró valores enteros de dos bytes con signo para las operaciones suma, resta y multiplicación, perdiéndose precisión en los cálculos matemáticos, pero que no tiene mayor incidencia en la funcionalidad del algoritmo, como puede comprobarse en las respuestas obtenidas.

- Los conceptos teóricos aplicados en la presente trabajo están de acuerdo con los resultados obtenidos de la experiencia y abre la necesidad de estudiar otras técnicas de control en tiempo real con la utilización de un microprocesador. Como los sistemas de estructura variable presentan la característica de ser invariantes en el tiempo, se recomienda completar el estudio en esta característica para analizar las ventajas en tener un control de tipo adaptivo.

## REFERENCIAS

- [1] Vadim I. Utkin, "Variable structure systems with sliding modes", IEEE Trans. Auto. Cont., vol. AC-22, no. 2, pp 212-222, Apr. 1977.
- [2] Shih-Chang Lin and Song-Jau Tsai, "A microprocessor-based incremental servo system with variable structure", IEEE Trans. on industrial electronics, vol IE-31, no. 4, pp 313-316, Nov. 1984.
- [3] Valdivieso Padilla Carlos, "Diseño y Construcción de un Sistema Servo Incremental con Estructura Variable Basado en Microprocesador", Tesis de Grado, Escuela Politécnica Nacional, Quito, Agosto 1996.

**BANDA GAMBOA, Hugo.** Nació en Quito, el 7 de julio de 1950. Obtuvo su título de Ingeniero en Electrónica y Telecomunicaciones en la Escuela Politécnica Nacional. En 1979 la Univesidad de Bradford, Inglaterra, le otorgó el título de Msc. en Electrónica de Potencia y en 1990, la Universidad de Dundee, Escocia, le confirió el título de PhD en Ciencias de la Computación, especialización Inteligencia Artificial.

Sus principales actividades comprenden consultoría en informática y electrónica, así como desarrollo de aplicaciones de inteligencia artificial en la industria y la medicina.

Actualmente se desempeña como profesor principal en al Facultad de Ingeniería de Sistemas de la EPN, donde dirige la Unidad de Inteligencia Artificial y Sistemas de Información Geográfica (UNISIG).

e-mail: hbanda@server.epn.edu.ec.

http: //unisig.epn.edu.ec.

**VALDIVIESO PADILLA, Carlos.** Nació en Ambato, el 2 de febrero de 1967. Obtuvo el Título de Ingeniero en Electrónica y Control, en la Escuela Politécnica Nacional en Agosto de 1996. Actualmente trabaja en la empresa Winkel s.a de la cual es socio accionista, desempeñando el cargo de gerente técnico.

Teléfono: 593-2-236583

Fax: 593-2-257024