

CONTROL DE MÍNIMA VARIANZA

Ing. Edison Yépez Rojas
Ingeniería en Electrónica y Control
Escuela Politécnica Nacional, 1996.

Ing. Patricio Burbano R.
MSc. Systems and Control
Profesor Principal E.P.N.

RESUMEN

Se estudia el fundamento teórico y se desarrolla el software que permite realizar el control de sistemas no determinísticos utilizando el algoritmo de mínima varianza generalizado. El software desarrollado permite controlar sistemas afectados por perturbaciones aleatorias a nivel de simulación, como de tiempo real. En tiempo real, se controlan prototipos circuitales de plantas a las cuales se les agrega ruido correlacionado generado desde el computador.

ABSTRACT

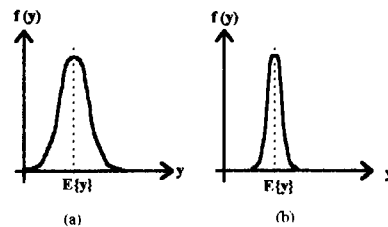
Theoretical foundations are studied and software are developed to control non deterministic systems using generalized minimal control variance algorithm. The developed software allows to control systems with random perturbances at simulation level and circuit prototypes of plants at real time.

1. INTRODUCCIÓN

En la práctica, muchos de los sistemas industriales son no determinísticos, es decir, sistemas que son afectados por *ruido en la planta*, presencia de *perturbaciones aleatorias e incertidumbre en las mediciones*.

Al incluir variables aleatorias, el control determinístico no permite el manejo de este tipo de sistemas. Es por esta razón que se utiliza el *control estocástico*. En sistemas estocásticos se toma en cuenta las perturbaciones y ruido en la planta, y la dinámica de las mediciones. En este caso no se puede realizar el mismo análisis matemático que para sistemas determinísticos, ya que ahora se deben utilizar métodos estadísticos en el diseño del control.

Dentro del control estocástico se considera el *control de mínima varianza*, en el cual se hace un tratamiento estadístico del sistema con el fin de que los valores obtenidos a la salida tengan la mínima varianza posible respecto a un valor esperado en la misma. Esto se debe al hecho de que en el control determinístico se tiene que la salida es un valor fijo, en cambio en el control estocástico la salida del sistema es un conjunto de valores agrupados en torno a un valor esperado de salida. Lo que se busca entonces es minimizar la desviación de los posibles valores de salida alrededor del valor esperado; esto implica minimizar la distribución de los posibles valores de la salida como se muestra en la figura 1.



$E\{y\}$ = Valor esperada de la salida y .

Figura 1.. Curvas de distribución de los posibles valores de la salida y . (a) Sin control de mínima varianza. (b) Con control de mínima varianza.

El problema del control estocástico en este caso se refiere a un problema de mínima varianza de la salida.

Como se controla un proceso estocástico, no se conoce la variable de salida, por lo que es fundamental realizar la predicción de la misma, de allí que el control de mínima varianza vaya íntimamente ligado al problema de predicción. El mejor predictor es aquel que minimiza la varianza del error de predicción. Se consideran procesos estocásticos, estacionarios, gaussianos, con densidad de espectro racional y de tiempo discreto.

Correspondencia a: Edison Yépez Rojas
Casilla 17-02-5355

E-Mail: eyopez@unisig.epn.edu.ec

En la actualidad se están implementando técnicas modernas de control para sistemas industriales con complejos y sofisticados esquemas, por lo que bien vale la pena profundizar en el desarrollo práctico del control estocástico.

Se desarrolló un paquete computacional implementado en Visual Basic, el mismo que permite realizar el control de sistemas no determinísticos utilizando un algoritmo generalizado de mínima varianza.

El control se lo hace a nivel de simulación y de tiempo real. Para el caso de tiempo real el control se lo realiza sobre prototipos circuitales que simulan el comportamiento de plantas.

2. ALGORITMO DE PREDICCIÓN Y DE MÍNIMA VARIANZA

2.1 Predicción

Un predictor admisible para $v(t+k)$ (donde t es la variable tiempo en el dominio discreto y k es un número entero mayor o igual a cero) es cualquier función de todas las observaciones pasadas. Por lo tanto para predecir $v(t+k)$ se pueden usar todas las observaciones $v(t), v(t-1), v(t-2), \dots$

El proceso estocástico se lo define por medio de ecuaciones de diferencias.

Para determinar el predictor de "k" pasos hacia adelante se definirá el sistema de la manera que se muestra en la figura 2.

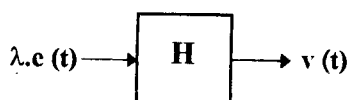


Figura 2 Diagrama de bloques del proceso estocástico a predecir.

De acuerdo al teorema de factorización espectral de los procesos de tiempo discreto, se puede representar a la función de transferencia "H" como el cociente entre dos polinomios "A" y "C" tales que :

$$H(z) = \frac{C(z)}{A(z)} \quad (1)$$

Los coeficientes de A y de C se los define de la siguiente manera :

$$A(z) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n} \quad (2)$$

$$C(z) = 1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + \dots + c_n z^{-n} \quad (3)$$

Expresando las ecuaciones anteriores utilizando la Transformada Z, el proceso estocástico puede ser representado como :

$$A(z^{-1}) \cdot v(z) = \lambda \cdot C(z^{-1}) \cdot e(z) \quad (4)$$

donde λ es un escalar cualquiera. En este caso se considera un proceso normal de ruido "e" (1, 0). El valor $[\lambda \cdot e(t)]$ modifica la desviación de e (t) al valor λ y produce una varianza λ^2 .

Para determinar al mejor predictor se construye una función $\hat{v}(t+k/t)$ de $v(t), v(t-1), v(t-2), \dots$, tal que el :

$$E [v(t+k) - \hat{v}(t+k/t)]^2 = \text{Valor esperado del error de predicción,} \quad (5)$$

sea lo más pequeño posible. Donde $\hat{v}(t+k/t)$ es el valor estimado de la salida "k" pasos adelante, en base de $v(t), v(t-1), v(t-2), \dots$, que es justamente el predictor.

Para encontrar una expresión para el predictor se considera que al tiempo t las salidas $v(t), v(t-1), v(t-2), \dots$ han sido observadas y se desea predecir $v(t+k)$. Utilizando el criterio de la ecuación 5 se obtiene :

$$v(z+k) = \lambda \cdot \frac{C(z^{-1})}{A(z^{-1})} \cdot e(z+k) \quad (6)$$

El término a la derecha de la ecuación 6 es una combinación lineal de $e(t+k), e(t+k-1), \dots, e(t+1), e(t), e(t-1), \dots$. Las variables aleatorias $e(t), e(t-1), \dots$ pueden calcularse de los datos observados. Las variables aleatorias $e(t+1), \dots, e(t+k)$ son independientes de las observaciones.

Así, el miembro derecho consiste de términos que pueden ser calculados directamente de las observaciones, y de términos que son independientes de las observaciones. Para separar estos grupos de términos se definen los polinomios "F" y "G" tales que :

$$\lambda \cdot \frac{C(z^{-1})}{A(z^{-1})} \cdot e(z+k) = \lambda \cdot \left[F(z^{-1}) \cdot e(z+k) + z^{-k} \cdot \frac{G(z^{-1})}{A(z^{-1})} \cdot e(z+k) \right] \quad (7)$$

siendo F y G de orden $k-1$ y $n-1$ respectivamente, así :

$$F(z) = 1 + f_1 z^{-1} + \dots + f_{k-1} z^{-(k-1)} \quad (8)$$

$$G(z) = g_0 + g_1 z^{-1} + \dots + g_{n-1} z^{-(n-1)} \quad (9)$$

La ecuación 6 puede reescribirse como :

$$y(z+k) = \lambda \cdot F(z^{-1}) \cdot e(z+k) + \lambda \cdot \frac{G(z^{-1})}{A(z^{-1})} \cdot e(z) \quad (10)$$

Para obtener el predictor se debe determinar los coeficientes de los polinomios $F(z)$ y $G(z)$. Los mismos que se obtienen resolviendo la siguiente ecuación :

$$C(z^{-1}) = A(z^{-1}) \cdot F(z^{-1}) + z^k G(z^{-1}) \quad (11)$$

Si A y C son dos polinomios arbitrarios en z^{-1} , existen dos únicos polinomios F y G los cuales satisfacen la ecuación 11.

2.2 Mínima varianza

El sistema a ser controlado se muestra en la figura 3. Donde A , B y C son polinomios de la siguiente forma :

$$A(z) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n} \quad (12)$$

$$B(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n} \quad (13)$$

$$C(z) = 1 + c_1 z^{-1} + \dots + c_n z^{-n} \quad (14)$$

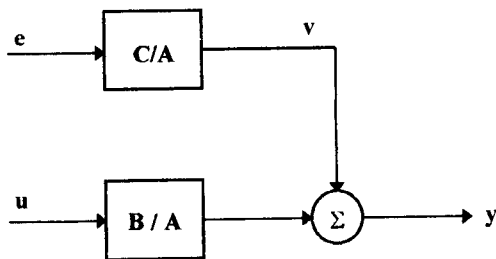


Figura 3. Diagrama de bloques del sistema B/A y del proceso estocástico que lo afecta C/A.

En donde, $v(t)$ corresponde al proceso estocástico analizado en el numeral anterior, y B/A el proceso a ser controlado que es un sistema muestreado, lineal, dinámico e invariante en el tiempo de orden n -ésimo con una entrada u y una salida y . Utilizando el Teorema de superposición y utilizando la ecuación 6 se puede describir al sistema de la figura 3 de la siguiente manera :

$$y(z+k) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} u(z) + \lambda \cdot \frac{C(z^{-1})}{A(z^{-1})} e(z+k) \quad (15)$$

El último término de la ecuación 15 puede ser escrito utilizando la ecuación 10 de la siguiente manera :

$$y(t+k) = \lambda \cdot F(q^{-1}) \cdot e(t+k) + \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} \cdot u(t) + \lambda \cdot \frac{G(q^{-1})}{A(q^{-1})} \cdot e(t) \quad (16)$$

Trabajando con la ecuación 16 y con la ecuación 11 se obtiene la ecuación siguiente :

$$y(t+k) = \lambda \cdot F(q^{-1}) \cdot e(t+k) + \frac{C(q^{-1})}{C(q^{-1})} \cdot y(t) + \frac{B(q^{-1}) \cdot F(q^{-1})}{C(q^{-1})} \cdot u(t) \quad (17)$$

Ahora siendo $u(t)$ una función arbitraria de $y(t)$, y $(t-1), \dots$ y $u(t-1), u(t-2), \dots$ Entonces :

$$E\{y^2(t+k)\} = E\left\{\lambda \cdot F(q^{-1}) \cdot e(t+k)\right\}^2 + E\left\{\frac{C(q^{-1})}{C(q^{-1})} \cdot y(t) + \frac{B(q^{-1}) \cdot F(q^{-1})}{C(q^{-1})} \cdot u(t)\right\}^2 \quad (18)$$

Los términos cruzados se anulan debido a que $e(t+1), e(t+1), \dots, e(t+k)$ son independientes de $y(t), y(t-1), \dots$ y de $u(t-1), u(t-2), \dots$ Por lo tanto :

$$E\{y^2(t+k)\} \geq \lambda^2 \cdot [1 + f_1^2 + f_2^2 + \dots + f_k^2] \quad (19)$$

donde la igualdad se obtiene para

$$B(q^{-1}) \cdot F(q^{-1}) \cdot u(t) + G(q^{-1}) \cdot y(t) = 0 \quad (20)$$

ecuación que permite calcular la ley de control deseada. Entonces :

$$u(t) = - \frac{G(q^{-1})}{B(q^{-1}) \cdot F(q^{-1})} \cdot y(t) \quad (21)$$

El error de regulación del sistema óptimo es de media variable y orden k , de la figura 3, con $u = 0$:

$$y(t) = \lambda \cdot F(q^{-1}) \cdot e(t) \quad (22)$$

$$y(t) = \lambda \cdot [e(t) + f_1 \cdot e(t-1) + \dots + f_{k-1} \cdot e(t-k+1)]$$

3. CONTROL DE MÍNIMA VARIANZA GENERALIZADO

En el algoritmo básico desarrollado en el numeral anterior, la variable manipulada $u(t)$ no fue ponderada de manera que, en muchos casos se tendrán cambios excesivos en la entrada. Para evitar esta situación se introduce un término r que tiene como misión el ponderar las variaciones de la variable de entrada $u(t)$. Debido a esto el criterio a minimizar cambia, de la siguiente manera

$$E\{y^2(t+k) + ru^2(t)\} \quad (23)$$

Como resultado de la introducción del término adicional "r" en la entrada, la varianza de la variable controlada ya no es la mínima posible, en su lugar es la varianza de la combinación obtenida la que es minimizada, en cuyo caso se llega a un controlador de mínima varianza generalizado.

3.1 Para procesos sin tiempo muerto

El proceso a ser controlado está descrito por la función de transferencia $G_p(z)$:

$$G_p(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b_0 + b_1 \cdot z^{-1} + \dots + b_n \cdot z^{-n}}{1 + a_1 \cdot z^{-1} + \dots + a_n \cdot z^{-n}} \quad (24)$$

y por el proceso estocástico

$$G_B(z) = \frac{V(z)}{E(z)} = \lambda \cdot \frac{C(z)}{D(z)} = \frac{1 + c_1 \cdot z^{-1} + \dots + c_n \cdot z^{-n}}{1 + d_1 \cdot z^{-1} + \dots + d_n \cdot z^{-n}} \quad (25)$$

donde $e(t)$ es una secuencia de variables aleatorias independientes normalmente distribuidas (0, 1).

El problema ahora es diseñar un controlador el cual minimice el criterio

$$E\{y^2(t+1) + r u^2(t)\} \quad (26)$$

El controlador debe generar una señal $u(t)$ tal que, los errores introducidos por el proceso de ruido $v(t)$ sean minimizados de acuerdo a la ecuación 26.

Para este caso se asume que la señal de referencia $w(t) = 0$, es decir, $e_r(t) = -y(t)$.

De la figura 4 se encuentra la ecuación de diferencias que describe al sistema :

$$A(z) \cdot D(z) \cdot z \cdot Y(z) = B(z) \cdot D(z) \cdot z \cdot U(z) + \lambda \cdot A(z) \cdot C(z) \cdot z \cdot E(z) \quad (27)$$

Trabajando con la ecuación 27 y con el criterio de la ecuación 26, se obtienen los resultados que se muestran en la tabla 1.

Cuando r tiende a cero, es decir, para G_{RMV2} y G_{RMV4} , se tiene que $Y(z)$ tiende a $\lambda \cdot E(z)$; es decir, la variable controlada se vuelve estadísticamente independiente (ruido blanco), con varianza $\sigma_y^2 = \lambda^2 \cdot \sigma_e^2$.

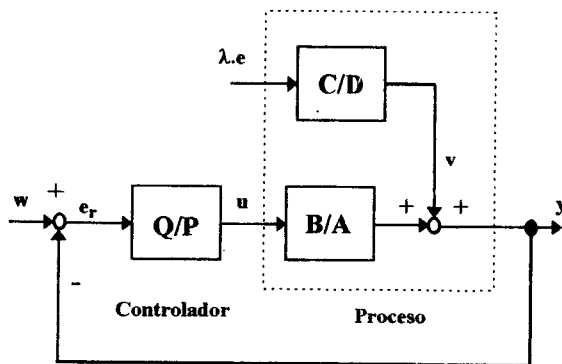


Figura 4 . Control de procesos sin tiempo muerto con controladores de mínima varianza .

La más pequeña ponderación r de la entrada del proceso, da la varianza más pequeña de la variable controlada $y(t)$; y, la variable controlada $y(t)$ converge a la señal de ruido blanco $\lambda \cdot e(t)$. La mínima varianza la cual puede ser obtenida por un controlador de mínima varianza es por lo tanto :

$$\min \text{var} [y(t)] = \lambda^2 \quad (28)$$

3.2 Para procesos con tiempo muerto

El proceso a ser controlado puede ser descrito por la función de transferencia con tiempo muerto $G_p(z)$:

$$G_p(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{B(z)}{A(z)} \cdot z^{-d} = \frac{b_1 \cdot z^{-1} + \dots + b_n \cdot z^{-n}}{1 + a_1 \cdot z^{-1} + \dots + a_n \cdot z^{-n}} \cdot z^{-d} \quad (29)$$

Como la entrada $u(t)$ para procesos con tiempo muerto "d" puede influenciar la variable controlada $y(t+d+1)$ el criterio de minimización para este caso es el siguiente ($k = d+1$) :

$$E\{y^2(t+d+1) + r \cdot u^2(t)\} \quad (30)$$

Controlador	Casos	G_R	Peligro de inestabilidad para	Inestabilidad para
G_{RMV1}		$\frac{z \cdot A \cdot [C - D]}{z \cdot B \cdot D + \frac{r}{b_1} \cdot A \cdot C}$	$A^* = 0$	$C^* = 0$
G_{RMV2}	$r = 0$	$\frac{z \cdot A \cdot [C - D]}{z \cdot B \cdot D}$	$A^* = 0$ $B^* = 0$	$C^* = 0$ $B^* = 0$
G_{RMV3}	$A = D$	$\frac{z \cdot [C - A]}{z \cdot B + \frac{r}{b_1} \cdot C}$	-	$C^* = 0$
G_{RMV4}	$A = D$ $r = 0$	$\frac{z \cdot [C - A]}{z \cdot B}$	$B^* = 0$	$C^* = 0$ $B^* = 0$

Tabla 1. Características de estabilidad de los controladores de mínima varianza ($A^* = 0$ significa que los ceros de A están sobre o fuera del círculo unitario).

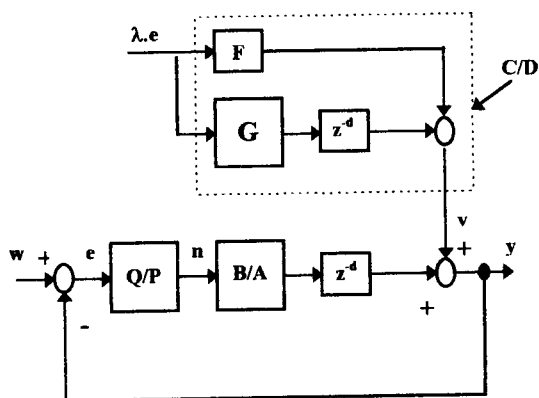


Figura 5. Control de procesos con tiempo muerto con controladores de mínima varianza.

De la figura 5 se encuentra la ecuación de que describe el sistema :

$$z^{d+1} \cdot Y(z) = \frac{B(z)}{A(z)} \cdot z \cdot U(z) + \lambda \cdot \frac{C(z)}{D(z)} \cdot z^{d+1} \cdot E(z) \quad (31)$$

Trabajando con la ecuación 31, 11 y con el criterio de la ecuación 30, se obtienen los resultados que se muestran en la tabla 2.

Para $r = 0$, es decir, para los controladores G_{RMV2d} y G_{RMV4d} se tiene :

$$\frac{Y(z)}{\lambda \cdot E(z)} = F(z) \quad (32)$$

Y $Y(z)$ es por lo tanto un proceso de media móvil.

$$y(t) = [e(t) + f_1 \cdot e(t-1) + \dots + f_d \cdot e(t-d)] \cdot \lambda \quad (33)$$

y la mínima varianza de $y(t)$ es

$$\text{var}[y(t)] = E\{y^2(t)\} = [1 + f_1^2 + \dots + f_d^2] \cdot \lambda^2 \quad (34)$$

De la anterior ecuación se puede concluir que; a mayor tiempo muerto, mayor es la varianza de la variable controlada.

3.3 Controlador de mínima varianza sin offset

Para evitar offsets de la variable controlada ya sea para perturbaciones externas constantes o para cambios constantes en el valor de la señal de referencia, el controlador debe satisfacer la siguiente condición :

$$\lim_{z \rightarrow 1} G_R(z) = \infty \quad (35)$$

Controlador	Casos	G_R	Peligro de inestabilidad para	Inestabilidad para
G_{RMV1d}		$-\frac{A \cdot G}{z \cdot B \cdot D \cdot F + \frac{r}{b_1} \cdot A \cdot C}$	$A^- = 0$	$C^- = 0$
G_{RMV2d}	$r = 0$	$-\frac{A \cdot G}{z \cdot B \cdot D \cdot F}$	$A^- = 0$ $B^- = 0$	$C^- = 0$ $B^- = 0$
G_{RMV3d}	$A = D$	$-\frac{G}{z \cdot B \cdot F + \frac{r}{b_1} \cdot C}$	-	$C^- = 0$
G_{RMV4d}	$A = D$ $r = 0$	$-\frac{G}{z \cdot B \cdot F}$	$B^- = 0$	$C^- = 0$ $B^- = 0$

Tabla 2. Características de estabilidad de los controladores de mínima varianza con tiempo muerto ($A^- = 0$ significa que los ceros de A están sobre o fuera del círculo unitario).

Como este no es el caso de los controladores de mínima varianza que se obtuvieron en las dos secciones anteriores, es decir, para procesos de acción proporcional, es conveniente modificar los controladores.

Existen varios métodos para realizar estas modificaciones, sin embargo se escoge el método de *minimización del error de control*, ya que es el que más se ajusta a los requerimientos del desarrollo que se ha venido haciendo de los controladores de mínima varianza.

Los controladores de mínima varianza de los numerales anteriores se obtuvieron de la asunción de que la variable de referencia $w(t) = 0$, y por lo tanto $y(t) = e(t)$. Ahora el criterio de minimización se modifica de manera que se toma en cuenta a la variable de referencia $w(t)$ de la siguiente manera:

$$E \left\{ \left[y(t+d+1) - w(t) \right]^2 + r \cdot \left[u(t) - u_w(t) \right]^2 \right\} \quad (36)$$

De tal forma que la varianza alrededor del punto de operación $[w(t); u_w(t)]$ diferente de cero es minimizada. En la ecuación 36 se tiene que:

$$u_w(t) = \frac{A(1)}{B(1)} \cdot w(t) = \frac{1}{K_p} \cdot w(t) \quad (37)$$

El valor de $u(t)$ para $y(t) = w(t)$, se presenta para el caso de offset cero. Partiendo de los resultados obtenidos en los numerales anteriores se llega al

controlador de mínima varianza modificado, en el cual la variable de control $u(t)$ es:

$$U(z) = - \frac{A(z) \cdot G(z)}{z \cdot B(z) \cdot D(z) \cdot F(z) + \frac{r}{b_1} \cdot A(z) \cdot C(z)} \cdot Y(z) + \frac{A(z) \cdot C(z)}{z \cdot B(z) \cdot D(z) \cdot F(z) + \frac{r}{b_1} \cdot A(z) \cdot C(z)} \cdot \left(1 + \frac{r}{b_1} \cdot \frac{1}{K_p} \right) \cdot W(z) \quad (38)$$

4. PROGRAMA PARA EL CONTROL DE MÍNIMA VARIANZA

El programa *Control de Mínima Varianza* fue escrito en lenguaje *Visual Basic 3.0*, por lo que el ambiente de trabajo es de *Windows*; es decir, en base a pantallas y cajas de diálogo.

Los requerimientos de hardware y software para este programa son:

- Cualquier computadora compatible con IBM con un procesador 80286 o superior.
- Un monitor EGA, VGA, 8514, Hercules, o compatible.
- Un megabyte de memoria RAM.
- Un mouse.
- Microsoft MS - DOS 3.1 o superior.
- Windows 3.0 o versiones superiores.

4.1 Programa principal

El programa para el control de mínima varianza está estructurado de la siguiente manera :

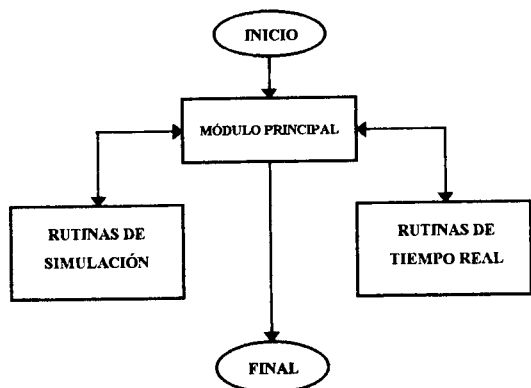


Figura 6 Esquema generalizado de la estructura del programa.

4.2 Rutinas para la simulación y tiempo real

En los modos de simulación y tiempo real el programa está estructurado de una pantalla principal desde la cual se llaman a otras pantallas auxiliares que sirven para cargar datos, para el ingreso de datos nuevos, para guardar datos, para visualizar resultados y para invocar herramientas auxiliares.

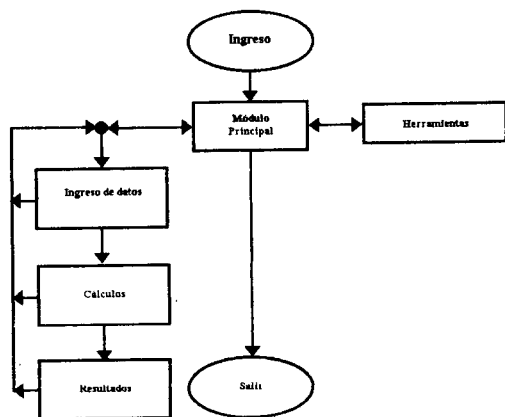


Figura 7 . Esquema de la estructura de funcionamiento de los modos de simulación y tiempo real.

4.3 Librería para utilización de la DAS - 128

La librería para la adquisición de datos permite acceder a cualquier entrada o salida analógica de la tarjeta DAS - 128. Esta librería es una DLL; es decir, una Data Link Library. Es utilizada para

medir los valores de la salida de la planta y para enviar los valores de las señales de control y del proceso de ruido.

5. RESULTADOS

5.1 Resultados de simulación

Para comprobar el funcionamiento del programa *Control de Mínima Varianza*, se ha seleccionado un ejemplo muy representativo con el fin de mostrar la utilización de este paquete computacional. El ejemplo se ha analizado para un período de muestreo de 0.5 segundos.

Sea la planta con función de transferencia :

$$Gp(z) = \frac{z^{-1} + 0.5 \cdot z^{-2}}{1 - 1.7 \cdot z^{-1} + 0.7 \cdot z^{-2}} = \frac{z + 0.5}{(z - 1) \cdot (z - 0.7)} \quad (39)$$

Con la respuesta en el tiempo mostrada en la figura 8 (sin considerar el proceso de ruido).

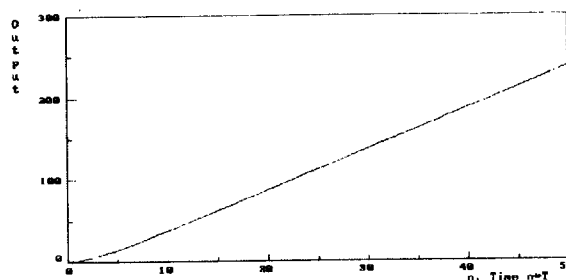


Figura 8. Respuesta en el tiempo en lazo abierto de la planta del ejemplo.

Y el proceso de ruido con la función de transferencia :

$$Gr(z) = \frac{1 + 1.5 \cdot z^{-1} + 0.9 \cdot z^{-2}}{1 - 1.7 \cdot z^{-1} + 0.7 \cdot z^{-2}} \quad (40)$$

$$= \frac{(z + 0.75 + j0.58) \cdot (z + 0.75 - j0.58)}{(z - 1) \cdot (z - 0.7)}$$

La figura 9 muestra el ruido blanco de entrada y la figura 10 la salida del proceso de ruido.

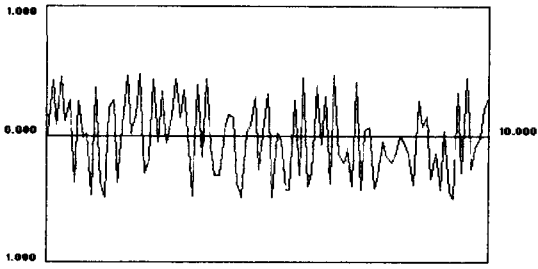


Figura 9. Ruido blanco de entrada al proceso de ruido del ejemplo .

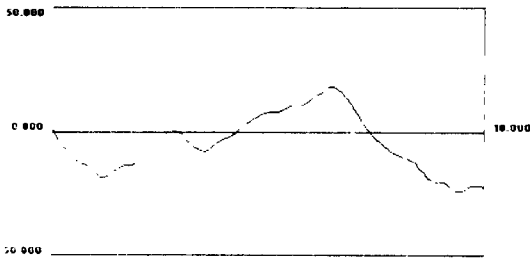


Figura 10. Salida del proceso de ruido del ejemplo .

Para este sistema se realizó la prueba de seguimiento para retardo $d = 2$, con el factor de ponderación igual a cero y la varianza del ruido igual a 1.5. Los resultados de este ejemplo se encuentran impresos en las siguientes figuras.

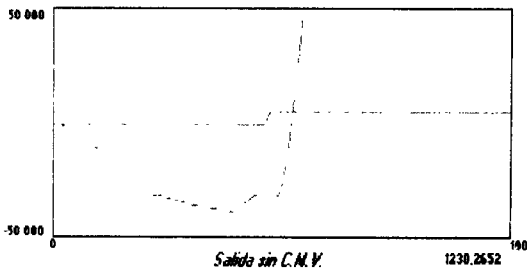


Figura 11. Salida sin CMV, para $d=2$.

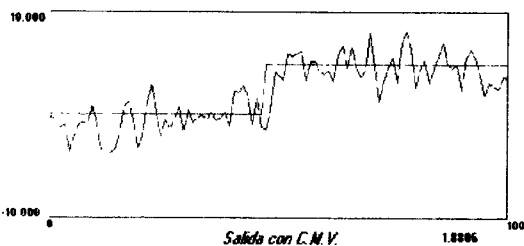


Figura 12. Salida con CMV, para $d=2$.

6. CONCLUSIONES

El controlador de mínima varianza obtenido no solo mejora la varianza de la salida, sino que también mejora la respuesta en el tiempo de la planta, como se puede observar en los resultados.

Se mejora el tiempo de establecimiento, el mismo que depende del retardo de la planta. Para sistemas controlados con tiempo muerto, se puede observar que el tiempo de establecimiento es aproximadamente igual al retardo d por el período de muestreo, siendo más rápida la respuesta que para la planta sin control. Cuando se trabaja en tiempo real, la respuesta transitoria de la salida controlada es más lenta que para simulación, aunque mejor al caso de la salida sin control en tiempo real.

El error en estado estable es eliminado con la utilización del algoritmo del numeral 3.3.

La varianza mínima de la salida aumenta con el retardo de la planta. A mayor retardo, mayor será la varianza de la salida. La varianza aumenta al incrementarse el retardo debido a que, para sistemas con tiempo muerto se debe predecir los valores futuros de la salida del proceso de ruido con el fin de calcular la señal de control óptima. Al aumentar el retardo se debe predecir un mayor número de pasos hacia adelante, teniéndose resultados menos aceptables.

El control de mínima varianza no elimina las perturbaciones aleatorias, sino que las minimiza; siendo la varianza mínima posible la varianza del ruido blanco de entrada al proceso de ruido (λ^2). En el caso de tener ruido correlacionado, el algoritmo de mínima varianza permite reducir la varianza de la salida al mínimo del ruido blanco.

Para la implementación práctica, la modelación matemática del ruido blanco debería hacerse con los polinomios A y D iguales, ya que para este caso no existen restricciones respecto a la ubicación de polos y ceros de la planta, por lo tanto del tipo de sistema; y además el orden de los polinomios numerador y denominador del controlador son más bajos que para el caso en que los polinomios A y D sean diferentes, lo cual hace que las ecuaciones de diferencias para la implementación del control sean más fáciles de manejar.

En tiempo real, la respuesta transitoria de las plantas implementadas no es tan satisfactoria como en simulación. Debido a que en simulación

se calcula la salida de la planta a nivel de software, en cambio en tiempo real es el prototipo de la planta el que proporciona la salida.

En tiempo real, los valores de las señales de salida controlada y del control son limitados por el voltaje de trabajo de la tarjeta DAS - 128 el cual es de cero a diez voltios. Esto implica que al estar limitada la señal de control no se obtenga la forma de onda de control requerida por la planta para su óptimo funcionamiento, ocasionando una respuesta transitoria más lenta de la que se tiene en simulación.

7. BIBLIOGRAFÍA

1. YÉPEZ EDISON, "Control de Mínima Varianza", Escuela Politécnica Nacional, 1996.
2. ISERMANN ROLF, "Digital Control Systems", Editorial Springer - Verlag, Alemania, 1981.
3. ÅSTRÖM KARL J., "Introduction to Stochastic Control Theory", Editorial Academic Press, U.S.A., 1970.
4. WARWICK K. Y REES D., "Industrial Digital Control Systems", Editorial Peter Peregrinus Ltd., Inglaterra, 1988.
5. DAVIS H.M.A. Y VINTER R.B., "Stochastic Modelling and Control", Editorial Chapman and Hall, Inglaterra, 1984.
6. HARRIS C.J. Y BILLINGS S.A., "Self - Tuning and Adaptive Control : Theory and Applications", Editorial Peter Peregrinus Ltd., Inglaterra, 1981.
7. GELB ARTHUR, "Applied Optimal Estimation", Editorial The M.I.T. Press, U.S.A., 1974.
8. BENDAT S. JULIUS Y PIERSOL G. ALLAN, "Random Data: Analysis and Measurement Procedures", Editorial Wiley - Interscience, U.S.A., 1971.
9. MICROSOFT VISUAL BASIC Version 3.0, "Programmer's Guide", Microsoft Corporation, U.S.A., 1993.
10. MICROSOFT VISUAL BASIC Version 3.0, "Lenguaje Reference", Microsoft Corporation, U.S.A., 1993.
11. HINOJOSA RAZA MIGUEL, "Control computarizado de temperatura de un caldero asociado a un intercambiador de calor", Escuela Politécnica Nacional - Universidad

Andina Simón Bolívar Subsele Ecuador, 1995.

12. CEVALLOS FAUSTO, "Diseño y construcción de una tarjeta de adquisición de datos para computadores personales", Escuela Politécnica Nacional, 1992.
13. ZÁRATE MORA BYRON, "Identificación paramétrica discreta", Escuela Politécnica Nacional, 1996.

8. BIOGRAFÍA DE LOS AUTORES



YÉPEZ ROJAS, EDISON
Nació en Cali (Valle del Cauca) - Colombia el 5 de julio de 1970, obtuvo su título de Bachiller Técnico Industrial en Electrónica en el Instituto Superior Central Técnico en Quito, cursó sus estudios superiores en la Escuela Politécnica Nacional, obteniendo el título de Ingeniero en Electrónica y Control en 1996. Su área de investigación es el desarrollo de software para control.



BURBANO ROMERO, CARLOS PATRICIO
Nació en Quito el 9 de octubre de 1951. Cursó sus estudios superiores en la Escuela Politécnica Nacional obteniendo el título de Ingeniero en Electrónica y Telecomunicaciones en 1974. Realizó su postgrado en Control y Sistemas en el UMIST en la Universidad de Manchester en 1983. Actualmente es Profesor Principal de la FIE y su campo de investigación está orientado al control digital, multivariable y adaptivo.