

DETECCIÓN DE ENFERMEDADES DEL CORAZÓN UTILIZANDO LA TRANSFORMADA DE ONDILLAS

Ing. Antonio Alexander Franco Crespo

Resumen

El presente trabajo utiliza la transformada de ondillas para analizar electrocardiogramas (ECG) digitalizados y presenta los resultados de comparar ECGs que corresponden a personas enfermas con sanas, para emitir criterios de diagnóstico de hipertrofias ventriculares.

La transformada de ondillas provee una buena resolución en tiempo y en frecuencia a diferencia de la transformada de Fourier. Esta característica es muy importante en el análisis de señales biomédicas, que tienen características complejas en el tiempo y la frecuencia.

La transformada de ondillas (o wavelet transform en inglés) es una nueva herramienta que pasa los datos o funciones u operadores originales a diferentes componentes de frecuencia y estudia cada componente con una resolución ligada a esta escala.

Palabras claves: Ondillas, Wavelet, Análisis Multirresolución, Electrocardiograma.

Abstract

This paper uses the wavelet transform to analyze digital electrocardiograms and shows the results of comparing electrocardiograms of normal people with sick people. The goal is to give diagnostic criteria of ventricular hypertrophies.

The wavelet transform is a powerful alternative to the Fourier transform because it provides a good resolution of time-frequency. It is very important for analyzing biomedical signals which have complex characteristics of time and frequency.

The wavelet transform is a new tool that cuts up data or functions or operators into different frequency components, and then studies each component with a resolution matched to its scale.

Correspondencia a: Antonio A. Franco Crespo, Quito, San Carlos, Bloque Calpi Dept. #201, afca_ec@yahoo.com.

Introducción

Corazón y Electrocardiograma

El corazón es el órgano central en la circulación en el hombre, se contrae setenta u ochenta veces por minuto, mediante el acortamiento de las fibras musculares. Estas contracciones están provocadas por un sistema nervioso autónomo, regulado por el sistema vegetativo. [1]

Durante el ciclo cardiaco, las fibras musculares del corazón se polarizan y despolarizan eléctricamente produciendo diferencias de potencial del orden de los milivoltios. Un electrocardiógrafo es un aparato que registra las corrientes eléctricas emanadas del músculo cardiaco, a estos registros gráficos se los llama electrocardiogramas. [2]

El electrocardiograma es una prueba de laboratorio que ayuda al diagnóstico de las enfermedades del corazón, sin embargo, no se puede tener una seguridad absoluta si no se lo relaciona con otros datos clínicos.

Con los avances de la electrocardiografía, ha aumentado enormemente la precisión del diagnóstico electrocardiográfico. El ECG tiene un valor especial en las siguientes situaciones clínicas: Hipertrofia auricular y ventricular, infarto al miocardio, arritmias, pericarditis. [3]

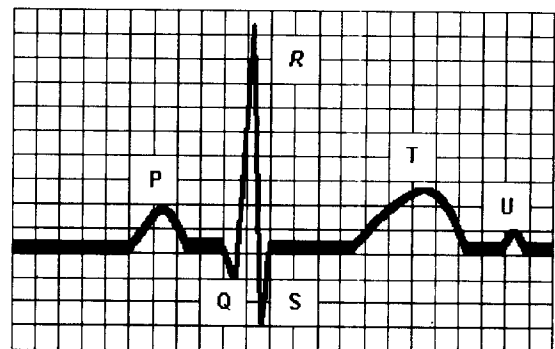


FIGURA 1: Electrocardiograma normal.

El electrocardiograma normal está constituido por una onda P, un complejo QRS, y una onda T. El complejo QRS en realidad incluye tres ondas separadas, la Q, la R y la S.

El papel electrocardiográfico contiene líneas horizontales y verticales a intervalos de 1mm. Se observa una línea más gruesa cada 5 mm. El tiempo se mide en las líneas horizontales: 1 mm = 0.04 segundos; 5 mm = 0.2 segundos. El voltaje se mide en las líneas verticales y se expresa en milímetros (10 mm = 1 mV).

Cuando se desea determinar el grado y tipo de lesión ocurrida en ventrículos o aurículas, tiene gran importancia cuáles son las derivaciones empleadas, ya que las anomalías del músculo cardíaco cambian mucho el trazado electrocardiográfico en algunas derivaciones y pueden no afectar en absoluto otras.

Al tomar registros electrocardiográficos se utilizan posiciones estándar para colocar los electrodos. Los sistemas convencionales de electrodo, denominados generalmente derivaciones electrocardiográficas son:

- Derivaciones estándar de extremidades:
Derivaciones I, II y III
- Derivaciones precordiales (Torácicas): V1, V2, V3, V4, V5 y V6.
- Derivaciones unipolares aumentadas de miembros: aV_R, aV_L y aV_F. [1]

Transformada de Ondillas

Definimos un espacio $L^2(\mathcal{R})$ como el espacio de las funciones de cuadrado integrable, es decir las funciones tales que

$$\|f\|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt < +\infty$$

A este espacio se lo llama espacio de Hilbert con su producto escalar definido como

$$\langle f, g \rangle = \int f(t) \overline{g(t)} dt$$

La transformada de Fourier de una función f está definida por

$$\hat{f}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

Donde t corresponde a la variable tiempo y ω a la variable frecuencia.

En este contexto se define a la transformada de ondillas de una función $f \in L^2(\mathcal{R})$ como

$$Tf(a,b) = \langle f, \psi_{a,b} \rangle = \frac{1}{\sqrt{a}} \int f(t) \overline{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt \quad [4]$$

Donde $\psi_{a,b}$ tiene el mismo rol que $e^{j\omega t}$ en la definición de la transformada de Fourier. La existencia de una transformada inversa depende de la función ψ , más precisamente, si ψ es tal que

$$C_{\psi} = \int \frac{|\psi(\omega)|^2}{|\omega|} < +\infty$$

El análisis de ondillas puede ser definido como una alternativa al análisis de Fourier con ventana. En este, lo importante es medir la frecuencia local contenida en un pedazo de una señal, mientras que en las ondillas se comparten diferentes representaciones de la señal con diferentes resoluciones.

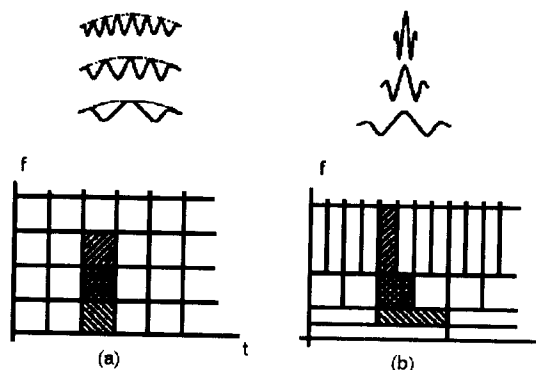


FIGURA 2: Funciones que forman bases ortogonales y su correspondencia en el plano tiempo-frecuencia. (a) Transformada de Fourier. (b) Transformada de ondillas.

La base de un análisis de Fourier con ventana es la utilización de funciones seno y coseno multiplicadas por una ventana deslizante. En el análisis de ondillas, la ventana es oscilatoria y es llamada ondilla madre. Las ondillas proveen una herramienta que permite la localización tiempo-frecuencia. [5]

La diferencia entre la transformada de ondillas y la de Fourier con ventana está principalmente, en que la transformada de ondillas tiene mayor capacidad para hacer una ampliación en amplitud sobre gráficas de fenómenos de corta duración y alta frecuencia, como presentan los transitorios.

Las ondillas que forman bases ortonormales utilizan un vasto rango de escalas para el análisis de una señal, la descomponen con ayuda de un grupo de canales de frecuencia, de ancho de banda constante, sobre una escala logarítmica. La transformada de ondillas actúa como un microscopio matemático que permite analizar las diferentes partes de la señal ajustando el foco. [6]

Las funciones $\psi_{a,b}$ son llamadas ondillas y tienen la forma de

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad a > 0, b \in \mathfrak{R} \quad (1)$$

con la transformada de ondillas definida por

$$Tf(a,b) = \langle f, \psi_{a,b} \rangle = \frac{1}{\sqrt{a}} \int f(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (2)$$

Para generar las ondillas, que son las funciones generadoras del análisis de ondillas, a la ondilla madre, se la traslada y dilata arbitrariamente

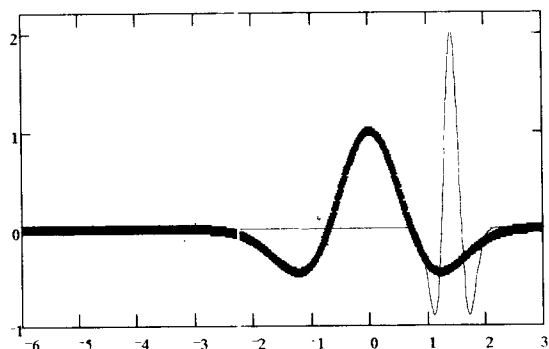


FIGURA 4: Unas pocas ondillas de la ondilla madre $\psi(t) = (1-2t^2)e^{-t^2} = \psi_{1,0}(t)$. De izquierda a derecha, $\psi_{(3/2),-2}(t)$, $\psi_{1,0}(t)$, $\psi_{(1/4),\sqrt{2}}$.

Cuando “a” cambia, la función $\psi_{a,0}(s) = |a|^{-1/2} \psi(s/a)$ cubre diferentes rangos de frecuencia, valores grandes del parámetro de escalamiento |a| corresponden a pequeñas frecuencias o a escalas grandes, mientras que pequeños valores de |a| corresponden a altas frecuencias o a escalas finas de $\psi_{a,0}$. Cambiando el parámetro b, el centro de localización de tiempo se mueve, cada $\psi_{a,b}(s)$ está localizada alrededor de $s = b$.

En contraste las $\psi_{a,b}$ tienen “anchos de tiempo” adaptados a sus frecuencias: altas frecuencias corresponden a $\psi_{a,b}$ muy delgadas, mientras que las bajas frecuencia a $\psi_{a,b}$ muy anchas.

Para algunos casos especiales de ψ , a y b, las $\psi_{m,n}$ constituyen bases ortonormales para $L^2(\mathfrak{R})$. En particular, si se escoge ψ como en (3), existe ψ con buenas propiedades de localización en tiempo-frecuencia y (1) se convierte en

$$\psi_{m,n}(t) = 2^{-m/2} \psi(2^{-m}t-n) \quad (3) \quad [7]$$

que constituye una base ortonormal para $L^2(\mathfrak{R})$.

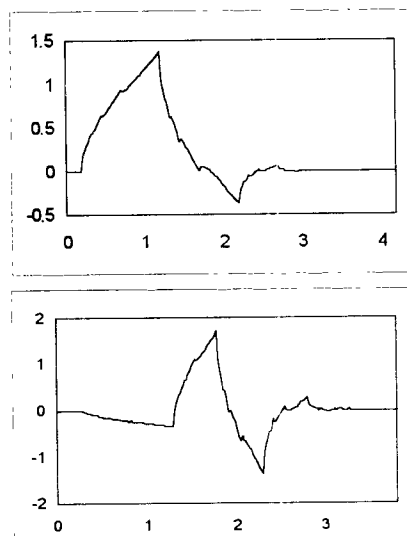


FIGURA 5: En la parte superior la función ϕ , mientras que abajo la función ψ de orden 2 de Daubechies

Multirresolución y Ondillas

La mejor definición para la descomposición en canales de frecuencia es una representación intermedia entre una espacial y una transformada de Fourier con ventana. El análisis multirresolución es un método que se adapta bien para el procesamiento de imágenes.

Lo que se presenta a continuación es válido para el caso unidimensional (Por ejemplo, cualquier función del tiempo, como una señal de sonido).

El análisis multirresolución consta de una secuencia de subespacios cerrados $V_j, j \in \mathbb{Z}$ de $L^2(\mathfrak{R})$ que satisfacen [8]

$$V_j \subset V_{j+1} \quad \forall j \in \mathbb{Z} \quad (4)$$

$$\bigcup_{j \in \mathbb{Z}} V_j = L^2(\mathfrak{R}) \quad (5)$$

$$\bigcap_{j \in \mathbb{Z}} V_j = \{0\} \quad (6)$$

$$f(t) \in V_j \leftrightarrow f(2t) \in V_{j+1} \quad \forall j \in \mathbb{Z} \quad (7)$$

Debe existir una función $\varphi \in V_0$ tal que (8)
 $\{\varphi_{0,n}, n \in \mathbb{Z}\}$ sea una base ortonormal para V_0 .

A la función $\varphi \in L^2(\mathfrak{R})$ se la llama función de escalamiento y tiene la forma

$$\varphi_{j,n}(t) = 2^{-j/2} \varphi(2^{-j}t - n) \quad \forall j, n \in \mathbb{Z} \quad (9)$$

De (8) y (9) se puede concluir que $\{\varphi_{0,n}; n \in \mathbb{Z}\}$ es una base ortonormal para $V_j, \forall j \in \mathbb{Z}$.

Si denotamos como P_j al operador proyección ortogonal sobre V_j , esta proyección está dada por

$$P_j f = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \langle f, \varphi_{j,k} \rangle \varphi_{j,k} \quad (10)$$

De estos se obtienen los coeficientes

$$c_{j,k} = \langle f, \varphi_{j,k} \rangle \quad j, k \in \mathbb{Z}$$

que se los puede describir en la secuencia

$$c_j = \{c_{j,k} = \langle f, \varphi_{j,k} \rangle : k \in \mathbb{Z}\}$$

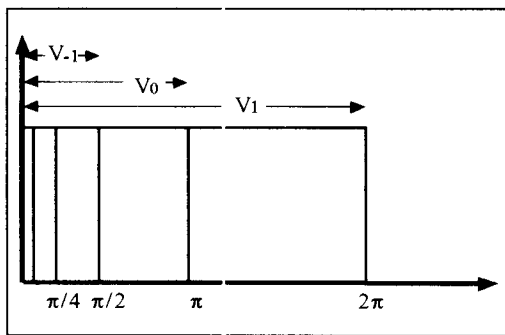


FIGURA 6: División en V_j espacios del espectro. Note que $V_0 \subset V_1$

El principio básico del análisis multiresolución es que con la existencia de subespacios cerrados que cumplen con las restricciones impuestas (4 a 8), debe existir una base ortonormal $\{\psi_{j,k} : j, k \in \mathbb{Z}\}$ de $L^2(\mathfrak{R})$, con $\psi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j}t - n)$ tal que para toda $f \in L^2(\mathfrak{R})$ se cumpla [9], [10]

$$P_{j+1} f = P_j f + \sum_{k \in \mathbb{Z}} \langle f, \psi_{j,k} \rangle \psi_{j,k} \quad (11)$$

Es común definir en la expresión anterior

$$d_{j,k} = \langle f, \psi_{j,k} \rangle$$

Además, para todo $j \in \mathbb{Z}$ se puede definir W_j como el complemento ortogonal de V_j en V_{j+1} de tal manera que

$$V_{j+1} = V_j \oplus W_j \quad (12)$$

donde \oplus indica suma vectorial. Además

$$W_j \perp W_i \quad \text{si } j \neq i$$

Al ser W_j subespacios ortogonales se tiene

$$L^2(\mathfrak{R}) = \bigoplus_{j \in \mathbb{Z}} W_j$$

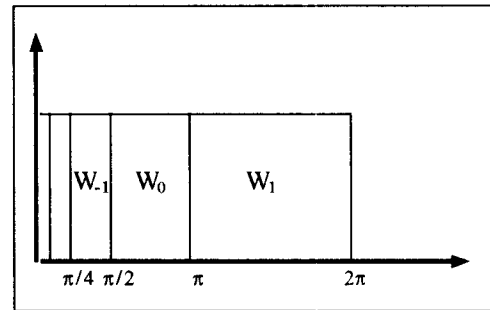


FIGURA 7: División en W_j espacios

Si se denota la proyección de f sobre W_m como $Q_m f$, se tiene que

$$Q_j f = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \langle f, \psi_{j,k} \rangle \psi_{j,k}$$

de (11) se concluye que

$$P_{j+1} f = P_j f + Q_j f \quad (13)$$

Donde $Q_m f$ representa los detalles que necesitan ser añadidos para pasar de un nivel de aproximación m al siguiente nivel más fino de aproximación $m+1$.

Los subespacios V_j pueden ser interpretados como los espacios donde se obtiene una aproximación de la imagen al nivel j -ésimo, donde

$$\lim_{j \rightarrow \infty} P_j f = f \quad \text{y} \quad \lim_{j \rightarrow -\infty} P_j f = 0.$$

Los detalles que aparecen en V_j son guardados en los subespacios W_{j-1} con lo cual se cumple que $V_j = V_{j-1} \oplus W_{j-1}$.

En muchas aplicaciones numéricas la función f está dada como una secuencia finita de muestras, en este caso las muestras pueden ser interpretadas como los coeficientes $c_{j,k}$ de la proyección sobre un subespacio V_j asociado. En este tipo de transformada partimos de la resolución más fina (la función f) y encontramos resoluciones más burdas o toscas (hacia cero). El número de niveles de aproximación estará determinado por la aplicación dada.

Cambiando la nomenclatura de $c_{j,k}$ por una más conocida, $c_j[k]$, y a partir de los coeficientes $c_j[n]$ de V_j se obtienen los coeficientes $c_{j-1}[k]$ del subespacio de menor resolución V_{j-1} mediante [8]

$$c_{j-1}[k] = \sqrt{2} \sum_{n \in \mathbb{Z}} h[n] c_j[2k - n] \quad (14)$$

Los términos que no están contenidos en c_{j-1} , los cuales contienen los detalles del paso de V_j a V_{j-1} , están contenidos en W_{j-1} y se los calcula a través de

$$d_{j-1}[k] = \sqrt{2} \sum_{n \in \mathbb{Z}} g[n] c_j[2k - n] \quad (15)$$

donde

$$g[n] = (-1)^n h[n - 1] \quad (16) \quad [11]$$

Es posible notar que si existen N términos pertenecientes a la secuencia c_j , la siguiente resolución (que sería menos fina), tendría solo $\frac{1}{2}N$ términos aproximadamente.

Las secuencias $\{h[n]: n \in \mathbb{Z}\}$ y $\{g[n]: n \in \mathbb{Z}\}$ tienen solo N términos diferentes de cero y dependen del tipo de ondilla que se esté usando.

La respuesta de frecuencia de $H(z)$,

$$H(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(n) e^{-jn\omega}, \text{ tiene la forma de un filtro}$$

pasa bajos y la de $G(z)$ de un filtro pasa altos. A estas secuencias se las llama coeficientes filtro y pertenecen al grupo de los filtros FIR (finite impulse response), y de los CQ² (conjugados en cuadratura) por ser simétricos con respecto a la mitad de banda, $\pi/2$.

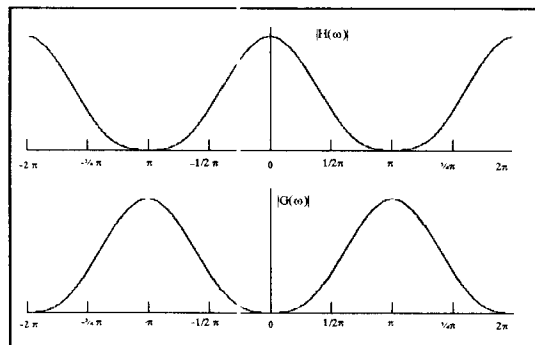


FIGURA 8: Respuesta de frecuencia de los filtros conjugados correspondientes a Daubechies orden 2.

Métodos [11]

Como herramienta para detectar enfermedades del corazón se utilizó un software que permite aplicar la transformada de ondillas a electrocardiogramas digitalizados. Se comparó ECGs que corresponden a personas sanas con ECGs de individuos que presenten algún tipo de enfermedad plenamente identificada.

Como es evidente, el primer paso a seguir es el de digitalizar los electrocardiogramas [12] para que puedan ser analizados por la computadora. El método empleado, primero digitaliza los ECGs con la ayuda de un escáner de alta resolución que obtiene gráficos en blanco y negro (no se utiliza color porque la gama de colores resultantes dificulta el siguiente paso). Luego se usa un programa realizado en VisualBasic [13] que permite distinguir en un archivo, del tipo BMP o JPG, de que color es un punto que se encuentra en una determinada coordenada.

Este software en realidad es bastante simple, lo que hace es barrer el dibujo columna a columna, cuando encuentra el primer punto de color negro se guarda su localización y se salta a la siguiente columna.

Para pasar las coordenadas a su valor real, son necesarios los valores de dos puntos cualquiera del electrocardiograma original, lo más sencillo es escoger al primer punto y al máximo en amplitud del dibujo y luego pedir su valor de altura. Entonces se puede aplicar la fórmula

$$\text{Dato}(x) = \text{VIR} + (\text{Dato}(x) - \text{VID}) * (\text{AlturaReal} / \text{AlturaDibujo})$$

Donde

$\text{Dato}(x)$ es el dato a ser cambiado de escala

$$\text{AlturaDibujo} = \text{Valor Máximo dibujo (VMD)} - \text{Valor Inicial dibujo (VID)}$$

$$\text{AlturaReal} = \text{Valor Máximo real (VMR)} - \text{Valor Inicial real (VIR)}$$

Finalmente a estos datos se los almacena en un archivo de texto de extensión dat.

Una alternativa al escáner es la de una mesa de digitalización (la cual existe en la Facultad de Sistemas de la EPN), el inconveniente es que esta herramienta reconoce los trazos gruesos y no la alta frecuencia.

Una vez que se han digitalizado los electrocardiogramas puede aplicarse la transformada de ondillas a esta serie de datos, que es una función discreta del tiempo. Los algoritmos utilizados son los que fueron presentados anteriormente

$$c_{j-1}[k] = \sqrt{2} \sum_{n \in \mathbb{Z}} h[n] c_j[2k - n] \quad (14)$$

$$d_{j-1}[k] = \sqrt{2} \sum_{n \in \mathbb{Z}} g[n] c_j[2k - n] \quad (15)$$

El software WAVELET, que aplica la transformada de ondillas a una función discreta del tiempo, es descrito en detalle en [11].

Resultados

Mejores Bases

En [11] se utilizaron seis tipos diferentes de ondillas, cada una con sus respectivos coeficientes filtro y respuesta de frecuencia

Haar, Daubechies orden 2, Daubechies orden 8, B-Spline orden 2, Coiflet orden 2, Coiflet orden 6.

En la búsqueda de criterios para el diagnóstico de enfermedades cardiacas se aplicó la transformada de ondillas a ECGs y como base se utilizó a la ondilla de Daubechies de orden 2.

Se sabe que cada nueva componente de frecuencia tiene la mitad de puntos que su predecesora, es decir, si N es el número de muestras originales y j el número de componente de frecuencia, cada subespacio W_j tendrá $\frac{N}{2^j}$ puntos.

Subespacio	Número de puntos	Ancho de banda
V_0	10.000	[5 KHz - 0]
V_{-1}	5.000	[2.50 KHz - 0]
V_{-2}	2.500	[1.25 KHz - 0]
V_{-3}	1.250	[625.00 Hz - 0]
V_{-4}	625	[312.50 Hz - 0]
V_{-5}	312	[156.25 Hz - 0]
V_{-6}	156	[78.13 Hz - 0]
V_{-7}	78	[39.06 Hz - 0]
V_{-8}	39	[19.53 Hz - 0]
V_{-9}	19	[9.53 Hz - 0]

Tabla 1: Subespacios V_j y su respectiva respuesta de frecuencia y número de muestras.

Los ECGs digitalizados están formados, aproximadamente, por 10.000 muestras (lo que corresponde a un ancho de banda de 5 KHz). El número de muestras de sus componentes de frecuencia y de sus diferentes resoluciones se puede observar en las tablas 1 y 2.

Subespacio	No. de puntos	Ancho de banda
V_0	10.000	[5 KHz - 0]
W_{-1}	5.000	[5 KHz - 2.5 KHz]
W_{-2}	2.500	[2.5 KHz - 1.25 KHz]
W_{-3}	1.250	[1.25 KHz - 625 Hz]
W_{-4}	625	[625 Hz - 312.5 Hz]
W_{-5}	312	[312.5 Hz - 156.25 Hz]
W_{-6}	156	[156.25 Hz - 78.13 Hz]
W_{-7}	78	[78.13 Hz - 39.06 Hz]
W_{-8}	39	[39.06 Hz - 19.53 Hz]
W_{-9}	19	[19.53 Hz - 9.53 Hz]

Tabla 2: Subespacios W_j y su respectiva respuesta de frecuencia y número de muestras.

Entre más alto es el orden de un tipo de ondilla, mejor es la respuesta de frecuencia, pero es necesario un mayor número de coeficientes filtro para lograr aquello.

El problema de tener un número alto de coeficientes filtro, es que el algoritmo usado supone que las señales son simétricas con respecto a cero, y cuando no lo son (como es el caso de los ECGs), se produce distorsión en los primeros puntos de la función discreta. En las componentes de más baja frecuencia (V_{-5} , V_{-6} , V_{-7} , ...) la distorsión se amplifica, lo que ocasiona que no se pueda distinguir claramente la información.

Identificación de Hipertrofias

De la gran cantidad de enfermedades del corazón se escogió a las hipertrofias ventriculares, ya que para el diagnóstico de estas, el estudio de los electrocardiogramas tiene una importancia especial.

Las componentes de frecuencia mostradas fueron encontradas con los coeficientes filtro de la ondilla de Daubechies de orden 2.

Cuando se analizan las componentes de frecuencia de un ECG, sus detalles se amplifican, facilitando el diagnóstico de enfermedades. Al analizar las diferentes componentes de frecuencia por separado se tiene la ventaja de aislar diferente información, lo

que convierte a la transformada de ondillas en una herramienta poderosa en el análisis de señales biomédicas.

A los criterios de diagnóstico de las hipertrofias ventriculares, el presente trabajo añade las siguientes diferencias entre el ECG que corresponde a una persona enferma y a una sana.

Hipertrofia Ventricular Izquierda Severa

V1: Se observa que la onda T tiene mayor amplitud, además en la componente 8, el complejo QRS es de mayor amplitud que en el sano. Los complejos QRS son similares en las demás componentes.

V5: La onda R es de mayor amplitud desde la componente 5, desde la 7 se nota que la onda T está invertida en el enfermo.

V6: La onda Q es más pequeña que en el ECG normal, en la componente 6 y 8 la onda R es mayor y en la componente 8 la onda T está invertida.

aVL: Las mismas conclusiones que para la derivación V6.

Hipertrofia Ventricular Izquierda

V1: Desde la componente 5 la onda S es mucho más grande que en el ECG sano, en las componentes 7 y 8 la onda R tiene mayor amplitud.

V5: Desde la sexta componente la onda R es más pequeña en el ECG sano, en general el complejo QRS es de diferente dimensión. La onda T es de mayor amplitud.

V6: La onda R es muy diferente desde la componente 7. La onda T es grande.

aVL: La onda R es casi inexistente, las ondas P, Q, T están muy desarrolladas e irregulares.

Hipertrofia Ventricular Derecha

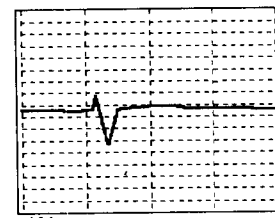
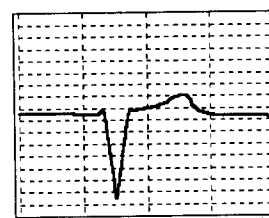
V1: La séptima componente es menor en amplitud que las otras, se ve a las ondas P y R más grandes y a la onda S más pequeña en el enfermo.

V2: La octava componente es menor en amplitud que cualquiera de las otras. No se observa la onda T, y la onda S es más pequeña en el enfermo.

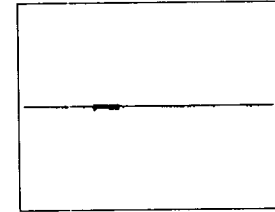
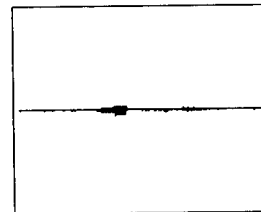
V3: La onda S es de mayor amplitud en las componentes 6 y 7 la onda T es pequeña al contrario de la onda P que es más grande que en el ECG sano.

ECG enfermo

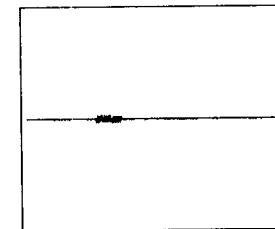
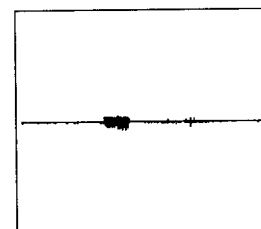
ECG normal



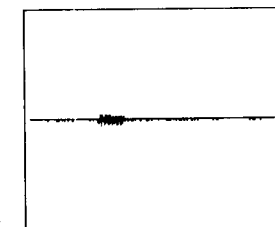
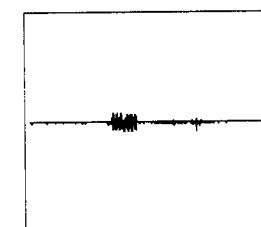
YMax = 4.24



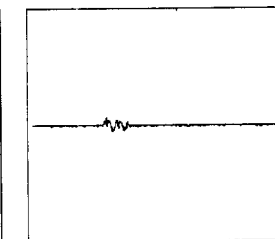
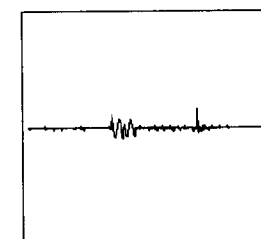
YMax = 1.50



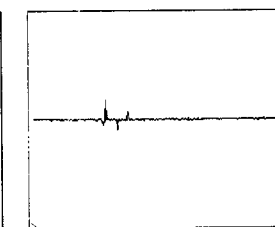
YMax = 1.50



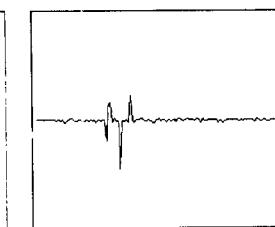
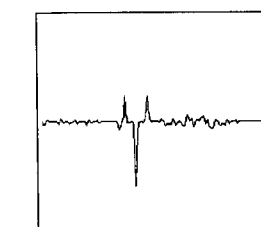
YMax = 1.50



YMax = 1.50



YMax = 1.50



YMax = 1.50

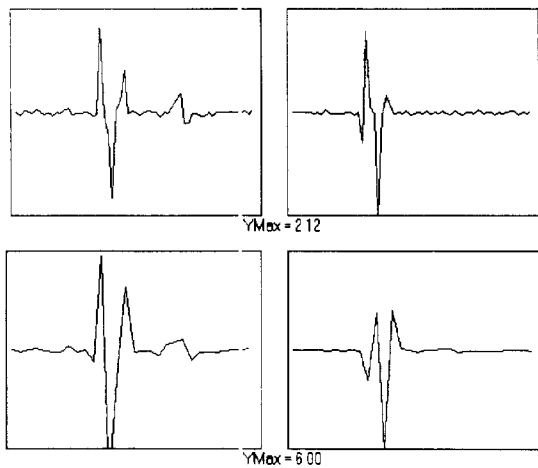


FIGURA 9: Hipertrofia ventricular izquierda severa Derivación V1. Se muestra sus componentes, ordenadas de mayor a menor frecuencia.

Referencias

[¹] Testut y Latarje, "Anatomía humana", Tomo 2, Editorial Salvat, Barcelona, 1979.

[²] Rosebaum y Elizari, "Fronteras de la Electrofisiología cardíaca", Editorial Intermédica, Buenos Aires, 1985.

[³] Goldman, "Principios de Electrocardiografía clínica", Editorial el Manual Moderno, México, 1981, Séptima edición.

[⁴] Cohen Albert y Kovacevic Jelena, "Wavelets: the mathematical background", IEEE Proceedings, Vol. 84 N. 4, Abril 96, Pags. 514 - 522.

[⁵] Daubechies Ingrid, "Ten lectures on wavelets", Society for industrial and applied mathematics (SIAM), Pennsylvania, 1992.

[⁶] Akay Metin, "Wavelet applications in medicine", IEEE Spectrum, Mayo 1997, Pags 50 - 56.

[⁷] Meyer Yves, "Wavelets: Algorithms and applications", (SIAM), Philadelphia, 1993.

[⁸] Hernández Eugenio y Weiss Guido, "A first course on wavelets", CRC Press, New York, 1996.

[⁹] Mallat Stephane, "A theory for multiresolution signal decomposition: The wavelet representation", IEEE Transactions on pattern analysis and Machine Intelligence, Vol II, N. 7, Julio 1989.

[¹⁰] Mallat Stephane, "Multifrequency channel decompositions of images and wavelet models", IEEE Transactions on acoustics, speech and signal processing, Vol 37, N. 12, Diciembre 1989, Pags. 2091 - 2110.

[¹¹] Franco Antonio, "Aplicación de ondillas a la detección de enfermedades del corazón", Escuela Politécnica Nacional, Tesis, Septiembre 1999.

[¹²] Conway Neville, "An atlas of cardiology, electrocardiograms and chest x-rays", Wolfe medical Publications, Barcelona, 1990.

[¹³] Microsoft, "Manual del programador Visual Basic 4.0", Microsoft Corporation, 1995. Versión en español.

Biografía



Antonio A. Franco Crespo, nacido en Quito el 12 de septiembre de 1974. Se graduó de Bachiller en Humanidades Modernas en el colegio Benalcázar. Obtuvo el título de Ingeniero en Electrónica y Telecomunicaciones en 1999 en la Escuela Politécnica Nacional. Actualmente es Vicepresidente Nacional de FEPE (Federación de Estudiantes Politécnicos del Ecuador) y miembro del CONUEP (Consejo Nacional de Universidades y Escuelas Politécnicas).