

# ANÁLISIS DE LAS CONDICIONES DE OPERACIÓN DE TURBINAS GR ≠ 0 TIPO FRANCIS, UN ENFOQUE TEÓRICO

Ubidia Guerra Lenin  
rubidia@uio.satnet.net  
Escuela Politécnica Nacional

## Resumen

El desempeño de una turbina de Grado de Reacción GR ≠ 0, tipo Francis para diferentes condiciones de operación, es descrito a través de un sistema de ocho ecuaciones integro – diferenciales que toman en cuenta modelos de intercambio de energía, de cantidad de movimiento y sus correspondientes modelos de transitorios en el fluido, sistemas de control, ecuaciones de lubricación hidrodinámica.

En este trabajo se investiga las condiciones de operación para diferentes variaciones de caudal y R.P.M. que son simuladas en computador digital a través de la solución de modelos matemáticos de intercambio de energía en el rotor y las condiciones energéticas del fluido a la salida de la turbina.

Las corridas realizadas para una instalación típica, para turbinas con diferentes ángulos de entrada del alabe y variaciones de caudal y RPM, integrando en el análisis las condiciones de cavitación, nos permite tener una visión integral de los fenómenos suscitados.

El análisis de las condiciones de operación, tal como se considera en este trabajo, se desarrolla en escenarios bastante complejos que consideran lo que podríamos llamar condiciones permanentes y no permanentes.

Estas condiciones se caracterizan por una serie de eventos y fenómenos que tienen que ser considerados de una manera integral, pues todos ellos se hallan relacionados y son causas y efectos de unos y otros. Es así por ejemplo que variaciones de carga inducen, a través de las acciones correctivas de los sistemas de control, condiciones de transitorios en la tubería de presión que a su vez afectan al intercambio de energía en el rodete configurando, estados energéticos en el fluido de salida favorables al fenómeno de cavitación.

Por su parte tanto las variaciones de flujo debido a las acciones de control anotadas, como de las revoluciones, producen fluctuaciones importantes en la fuerzas hidrodinámicas que nacen por el cambio de cantidad de movimiento del fluido que

experimenta en el rotor y de las fuerzas debidas a la lubricación hidrodinámica que se producen en los patines de los cojinetes de empuje axiales, todo lo cual puede producir, bajo ciertas consideraciones problemas de estabilidad en el comportamiento dinámico de los sistemas rotantes.

El análisis de las condiciones de operación se determina entonces por el conjunto de ecuaciones que definen el escenario anotado, que al ser resueltas nos permiten determinar el comportamiento dinámico del sistema.

Tales ecuaciones son:

a.- Ecuaciones del fenómeno transitorio<sup>1</sup> en la tubería que está definido por:

$$L \frac{du}{dt} = g(H - h) - \frac{1}{2} f_m \frac{L}{d} u |u|$$

$$\frac{\pi d^2}{4} u = \frac{\pi d^2}{4} \frac{dh}{dt} + Q_v$$

$$Q_v = k \left( 1 - \frac{t}{tc} \right) (h - h^*)^{\frac{1}{2}}$$

$$h^* = \frac{\bar{w} \cdot \iint \bar{r} \times \bar{V} \rho \bar{V} \cdot d\bar{A}}{\rho Q_v}$$

donde :

u= velocidad del agua en la tubería  
D= diámetro de la torre de equilibrio  
H= altura del reservorio  
Qv= flujo a través de la turbina  
h= altura en la torre de equilibrio  
ρ= densidad del fluido  
L= longitud de la tubería  
fm= factor de fricción  
d= diámetro de la tubería  
k= constante de válvula  
tc= tiempo de cierre de la válvula

b.- El sistema de control, representado por la correspondiente función de transferencia

<sup>1</sup>, Applied Numerical Methods, Brice Carnahan, H.A. Luther, James O, Wilkes, JHON WILWY & SONS

$$\frac{n(s)}{-Td(s)} = F\{s, [a_i], [k_j]\}$$

s = variable compleja  
 [a<sub>i</sub>] = constantes que dependen de las curvas estáticas de funcionamiento de la turbina, condiciones b..e.p  
 [k<sub>j</sub>] = constantes asociadas al sistema de control  
 n(s) = variaciones de RPM desde el equilibrio  
 Td(s) = torque de perturbación

desde la cual se determina, a través de los modelos del flujo controlado, las variaciones del caudal Q, desde el equilibrio, para configurar la variable Qv del modelo anterior. Debe anotarse que dependiendo del punto de operación en condiciones estables, las constantes o parámetros asociados a la función de transferencia varían.

c.- El intercambio de energía entre el fluido y el rodete de la turbina que está expresado por las ecuaciones:

$$Pot = \dot{W}_{ejes} = \bar{w} \cdot \iint_{At} \bar{r} \times \bar{V} \rho \bar{V} \cdot d\bar{A}$$

$$\dot{Q} - \dot{W} = \iint_A \left( \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} V^2 + gz + u \right) \rho \bar{V} \cdot d\bar{A}$$

$$\dot{W} = \dot{W}_{ejes} + \dot{W}_{perd}$$

donde, At = área del volumen de control de la turbina y A = área del volumen de control del sistema o instalación completa.

d.- Las fuerzas de tipo hidrodinámico generadas por el cambio de cantidad de movimiento del flujo a través de la turbina, las fuerzas producidas por la lubricación hidrodinámica en el cojinete de empuje y la correspondiente ecuación de la segunda ley de Newton, que son expresadas por las ecuaciones:

$$\bar{F}_{preshidro} = \iint_{A_{apoin}} Pd\bar{A}$$

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\rho}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial x} h^3 \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\rho}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial y} h^3 \right) + \rho [(w(t) - w(0))] + \left( \frac{U_2 + U_1}{2} \right) \frac{\partial(\rho h)}{\partial x} + \left( \frac{V_2 + V_1}{2} \right) \frac{\partial(\rho h)}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial t} (\rho h) = 0$$

$$\bar{F}_{flujos} = \iint_{At} \bar{V} \rho \bar{V} d\bar{A}$$

$$\sum \bar{F} = m \frac{d^2 y}{dt^2} = \bar{F}_{preshidro} + \bar{F}_{flujos} + mg\bar{k} - \bar{F}_{visc}$$

La solución integrada de este set de ecuaciones son las que nos permite describir de manera adecuada el funcionamiento de las turbinas bajo diferentes consideraciones de operación.

En el presente trabajo se resuelve solamente el intercambio de energía y sus mecanismos en el rodete de la turbina tipo Francis, bajo diferentes condiciones de operación y se realiza una investigación de la influencia del mismo en las condiciones asociadas al problema de la cavitación y eficiencia en el intercambio de energía.

### 1. Intercambio de Energía en un Rodete de Turbina con GR ≠ 0

Para el volumen de control de la turbina de la figura, la potencia intercambiada es:

$$Pot = \bar{T} \cdot \bar{\omega} = \bar{w} \cdot \iint_A \bar{r} \times \bar{V} \rho \bar{V} \cdot d\bar{A} \quad (1.1)$$

de la cual se determina que el intercambio de energía por unidad de masa es:

$$Ht = U_1 V_{u1} - U_2 V_{u2} = \frac{Pot}{\dot{m}} \quad (1.2)$$

la ecuación 1.2 puede re escrita ser como:

$$Ht = \frac{1}{2} (U_1^2 - U_2^2) + \frac{1}{2} (V_1^2 - V_2^2) + \frac{1}{2} (V_{r2}^2 - V_{r1}^2) \quad (1.3)$$

según los triángulos de velocidades a la entrada y salida del rodete.

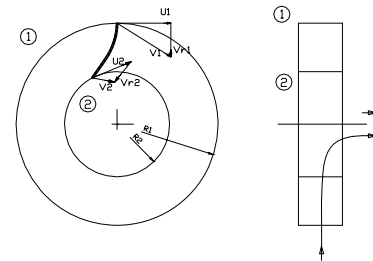


Fig. 1.1 Modelo de Rodete

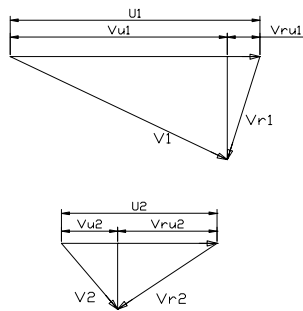


Fig. 1.2 Triángulos de Velocidades  
El máximo intercambio de energía por unidad de masa se produce cuando  $V_{u2} = 0$ , es decir:

$$Ht = U_1 V_{u1} \quad (1.4)$$

lo que implica que la velocidad de salida  $\bar{V}_2$  es radial, hecho que minimiza el rechazo de energía  $V_2^2 / 2$  desde la turbina.

Si por consideraciones de operación el caudal varía a valores superiores o inferiores del de máximo intercambio de energía, la energía rechazada  $V_2^2 / 2$  crece, por lo que se afecta la eficiencia del intercambio de energía definida como:

$$\varepsilon = \frac{U_1 V_{u1} - U_2 V_{u2}}{U_1 V_{u1} - U_2 V_{u2} + \frac{V_2^2}{2}} \quad (1.5)$$

## 2. El Intercambio de Energía para Diferentes Condiciones de Operación de una Turbina Francis

Para poder analizar el intercambio de energía bajo diferentes condiciones de operación, se desarrollaron modelos de intercambio de energía para turbinas tipo Francis, los que son resueltos en computador digital, para una instalación típica.

La modelación incluye la posibilidad de simular turbinas con diferentes ángulos de entrada de los alabes, es decir iguales, mayores o menores a 90 grados, para diferentes condiciones de instalación.

Para propósitos de este trabajo se consideran variaciones de caudal y revoluciones separadamente. Los resultados obtenidos para variaciones del caudal son:

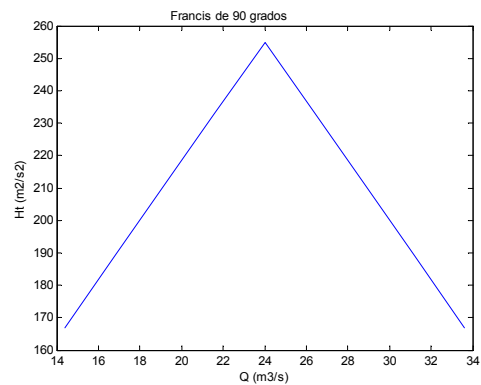


Fig. 2.1 Energía unitaria vs Q (90°)

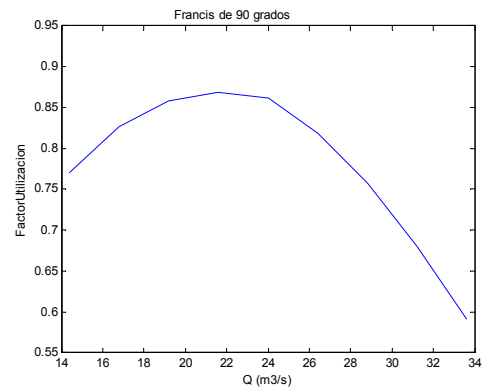


Fig. 2.2 Factor Util. vs Q (90°)

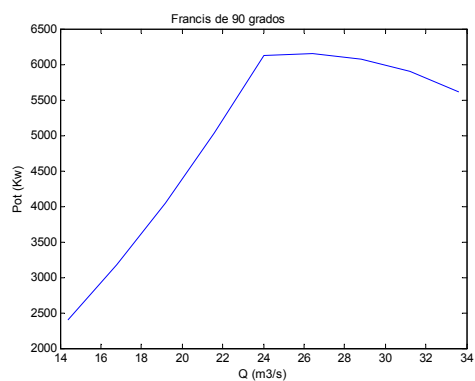


Fig. 2.3 Potencia vs Q (90°)

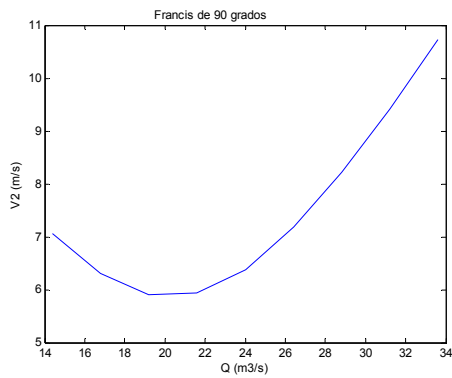


Fig. 2.4  $V_2$  vs  $Q$  (90°)

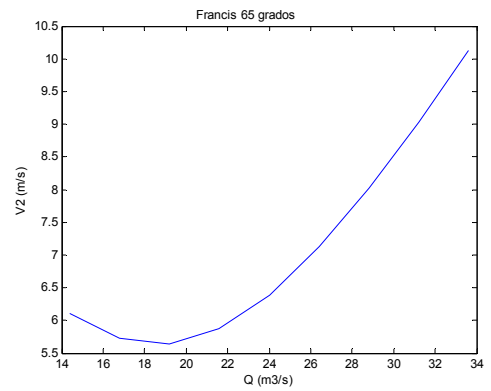


Fig. 2.8  $V_2$  vs  $Q$  (65°)

Los resultados obtenidos para variaciones de las R.P.M. manteniendo el ángulo de entrada del agua constante<sup>2</sup> son:

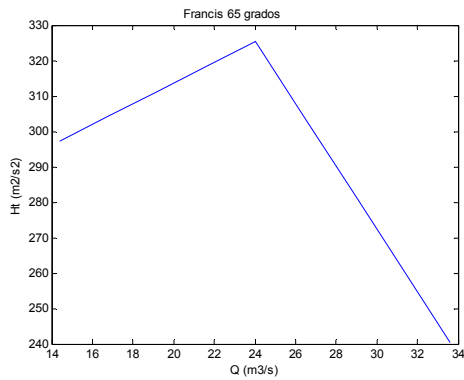


Fig. 2.5 Energía unidad masa vs  $Q$  (65°)

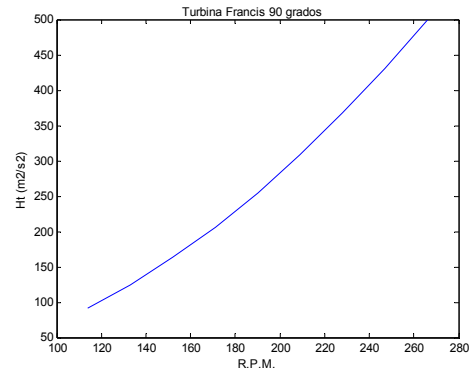


Fig. 2.9 Energía unidad masa vs RPM (90°)

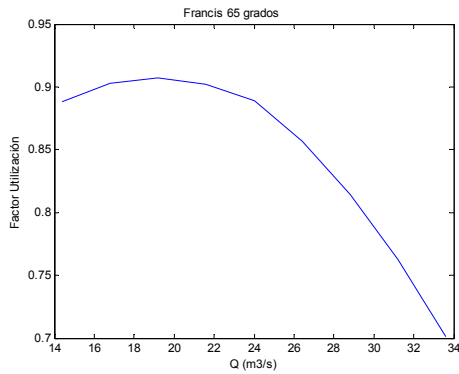


Fig. 2.6 Factor Util. vs  $Q$  (65°)

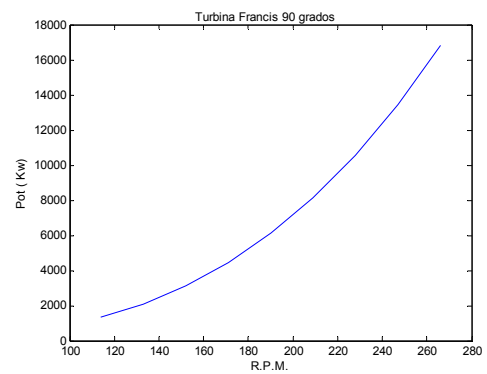


Fig. 2.10 Potencia vs RPM (90°)

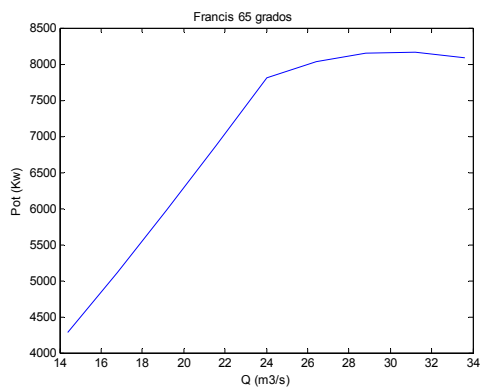


Fig. 2.7 Potencia vs  $Q$  (65°)

<sup>2</sup> Se mantienen las condiciones de semejanza y continuidad en el flujo

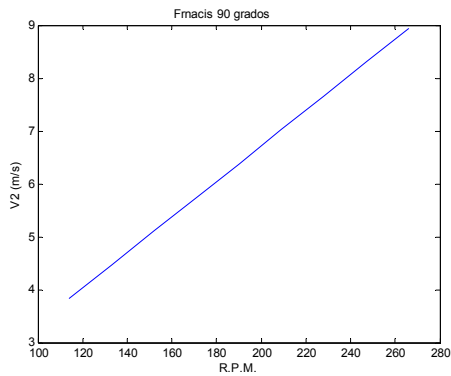


Fig. 2.11  $V_2$  vs RPM ( $90^\circ$ )

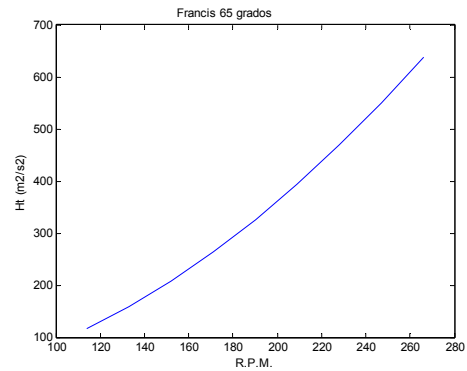


Fig. 2.14 Potencia vs RPM ( $65^\circ$ )

### 3. Las Condiciones de Operación y el Fenómeno de la Cavitación

A la salida de las turbinas de reacción se tiene presiones,  $h_2$ , medias bajas, cuyos valores son superiores a la presión de vapor del agua a esas condiciones; sin embargo de ello, debido al movimiento complejo del fluido se tienen en ciertos puntos presiones bajas,  $h_m$ , con valores que generan problemas de cavitación cuando estos llegan a valores cercanos a las presiones de vapor. Se generan entonces un sin número de problemas asociado a este fenómeno como es bajo rendimiento, deterioro del material del rodete por el colapso violento de las burbujas o cavidades del vapor, etc.

Los parámetros que definen las condiciones mínimas para evitar la generación del problema de la cavitación en instalaciones de este tipo de turbinas son los coeficientes de Thoma  $\sigma$  de planta y la Velocidad Específica  $ns$  de la máquina, los que, para turbinas semejantes generan la relación dada en la Fig. 3.1<sup>3</sup>,

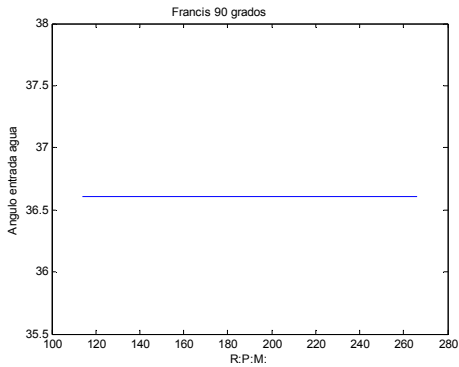


Fig. 2.12 Ang. Vel ent. vs RPM ( $90^\circ$ )

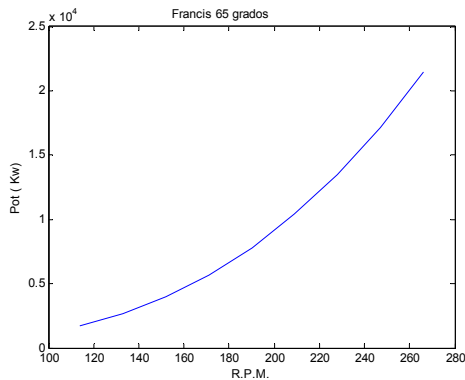
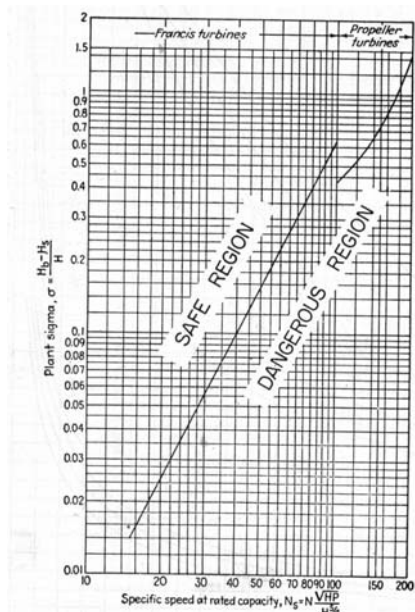


Fig. 2.13 Energía unidad masa vs RPM ( $65^\circ$ )

<sup>3</sup> Tomado del manual HANDBOOK of APPLIED HYDRAULICS, Calvin Victor Davis, McGRAW-HILL BOOK COMPANY, Inc.



$$\sigma = \frac{h_a - z_2}{H}$$

$$ns = \frac{n \cdot \sqrt{HP}}{H^{3/4}}$$

Fig. 3.1 Condiciones de Cavitación

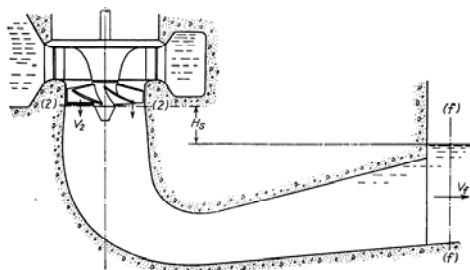


Fig. 3.2 Presiones medias de la planta  
La relación entre estos parámetros garantiza que para valores<sup>4</sup> de  $h_2 = h_{2bep}$  no se tendrá cavitación en la máquina.

Para diferentes condiciones de operación de la planta, se tienen diferentes valores de presión media a la salida según la ecuación de la energía planteada entre la salida de la turbina y la descarga a la atmósfera. De acuerdo con la Fig. 3.2 se obtiene:

<sup>4</sup>  $h_{2bep}$  presión a la salida para máximo intercambio de energía

$$\frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + g \cdot z_2 = \frac{P_0}{\rho} + \frac{V_0^2}{2} + g \cdot z_0$$

3.1)  $h_2 = ha - \frac{V_2^2}{2g} - H_s$ , para la cual  $V_2$  se obtiene de resolver

$$H = U_1 V_{u1} - U_2 V_{u2}$$

para diferentes caudales y R.P.M.

notándose que  $V_2$  varía según las condiciones de operación de la máquina.

Para las condiciones de máximo intercambio de energía se tendrá un valor  $h_{2bep}$  que garantice la no existencia de cavitación, valores menores crearan condiciones propensas a la cavitación.

Los análisis que se desarrolla en este trabajo es para una instalación típica de las características siguientes<sup>5</sup>:

Pot= 10000 HP, H=100 ft., Hs=10 ft, instalada a nivel del mar con una temperatura ambiente de 80 °F.

Para estas condiciones se determina, de acuerdo con la Fig. 3.1 que:

$$\sigma = \frac{h_a - z_2}{H} = 0.228$$

$$ns = 60 = n \frac{\sqrt{HP}}{H^{3/4}}$$

$$n = 189.5$$

Para la turbina correspondiente se obtienen los siguientes resultados:

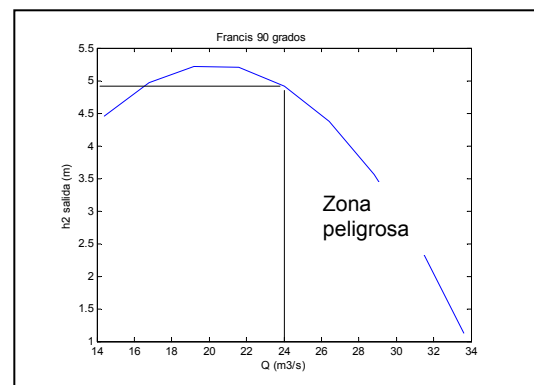


Fig. 3.3 Presión salida vs Q (90°)

<sup>5</sup> Idem 1

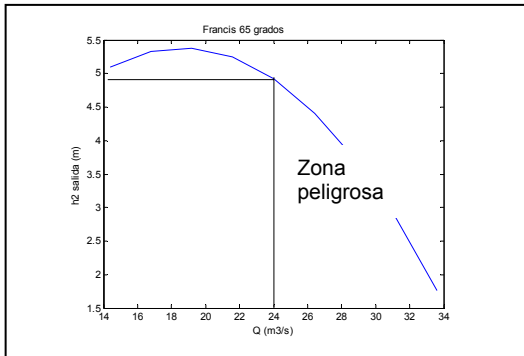


Fig. 3.4 Presión salida vs. Q (65°)

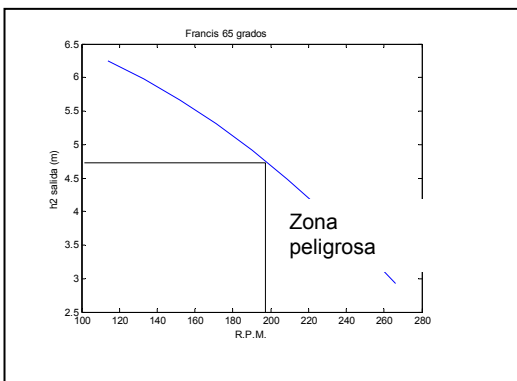


Fig. 3.5 Presión salida vs R.P.M. ( 90°)

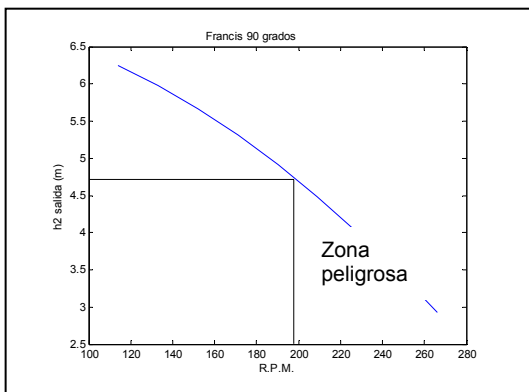


Fig. 3.6 Presión salida vs R:P:M: ( 65°)

#### 4. Conclusiones

- Los modelos planteados nos permiten determinar que el factor de utilización de las turbinas aumenta cuando disminuye el flujo desde el punto de máximo intercambio de energía, y disminuye cuando este aumenta desde el mismo punto, tanto para turbinas normales como rápidas, lo cual se explica a través de la variación de la velocidad  $V_2$  y de la energía cinética correspondiente rechazada por la

máquina, a la salida del rodete, según las Fig. 2.4 y 2.8.

- Se observa que existe variaciones importantes en las constantes de linealización, para la modelación del intercambio de energía en el rodete, tal como se observa en las Fig. 2.3 y 2.7 para turbinas normales y rápidas, factor, que se supone, afecta de manera importante en la función de transferencia y por lo tanto en el desempeño de la turbina para diferentes condiciones permanentes de funcionamiento.
- Las variaciones de la velocidad  $V_2$  a la salida del rodete que, a su vez, es determinada por el intercambio de energía en el rodete, determina las condiciones de presión a la salida y que constituye conjuntamente con el coeficiente de Thoma  $\sigma$  de planta y la velocidad específica  $ns$  de la turbina los parámetros que permiten establecer las condiciones de cavitación en la máquina. Se observa, según las simulaciones realizadas, que el incremento del caudal y las revoluciones, sobre los de máximo intercambio de energía, generan condiciones altamente favorables al problema de la cavitación, tal como se observa en las Fig. 3.3, 3.4, 3.5 y 3.6.

#### Ubidia, Lenin

Ingeniero Mecánico, EPN 1974, Master of Science, University of Idaho, 1975, Curso de Postgrado en Sistemas Energéticos, University of Florida 1985. Profesor de Turbomaquinaria, Fluidos, Control y Sistemas Energéticos.