

“ESTUDIO DE LA DESCARGA ELÉCTRICA SUFRIDO POR EL ARQUITECTO AMILCAR ENRIQUEZ”

Douglas Moya

Departamento de Física
Escuela Politécnica Nacional.

RESUMEN

Se relata la forma en que se tomaron los datos del escenario físico del accidente y la entrevista personal a la víctima del mismo. Se procede a considerar los procesos físicos tales como el efecto punta eléctrico, la amplificación paramétrica debida a una capacidad no lineal cuya señal de bombeo era la de 60 Hz de la línea de alta tensión de 13.3 KV, los cuales llevaron a construir un modelo electromecánico que explica los altos niveles de corriente y voltaje que quemaron los brazos del accidentado.

1. ANTECEDENTES

Después que recibí la solicitud del CIEEPI para investigar este problema mediante oficio N° 2005-09-0891 del 22 de septiembre del 2005, me acerqué donde el licenciado Carlos Morán para ver la posibilidad de que el CIEEPI financie el proyecto, a lo que contestó que no existen fondos disponibles en el presupuesto del CIEEPI para financiar este tipo de cosas. Es necesario aclarar que no pedí dinero por mis servicios profesionales sino para manejar la logística del proyecto.

El 28 de septiembre de 2005 visité el sitio del accidente, ocurrido en la ciudad de Salcedo, el cual se localizaba en las calles 24 de mayo y Ana Paredes. Allí me enteré que ese mismo lugar había sido ya visitado por un grupo técnico

con algunos días de anticipación y con las mismas intenciones, liderado por el Ing. Fernando Echeverría.

Tomé toda la información que consideré pertinente para reconstruir los hechos.

Luego me entrevisté con el accidentado quien aún se hallaba en un trauma psicológico. No quedó claro, dada su confusión, si se sujetó con una o dos manos a las barras de hierro de la construcción. Algunos testigos del accidente dijeron que se había cogido con una sola mano y con la otra había sujetado la línea de alta tensión. Otros afirmaban que no llegó a tocar el cable. Personalmente regresé al sitio para verificar si había tocado el cable o no. El cable estaba limpio y no había resto alguno de haber sido topado.

Es necesario indicar que la empresa eléctrica había alejado a la línea de alta tensión mediante soportes de madera respecto de la locación en la que el accidente se dio.

2. EFECTO PUNTA

El momento del accidente estaban fundiendo la losa. Este dato es necesario subrayar pues la mezcla debido a efectos de fricción seguramente tenía una carga electrostática. El sitio sobre el cual estaba parado el arquitecto no estaba eléctricamente neutro.

Esto lleva a plantear el siguiente modelito de la Fig. 1.

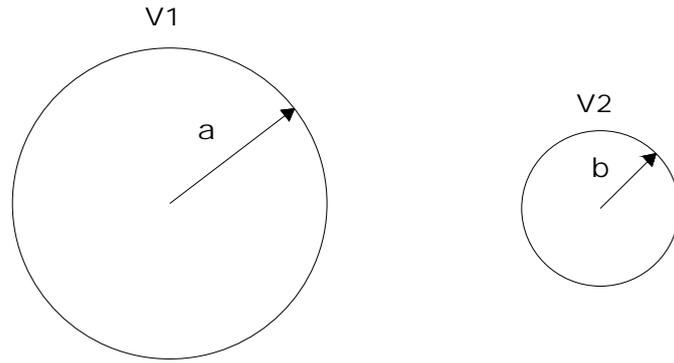


Fig. 1. Esferas conductoras a distinto potencial

En él se representa dos esferas conductoras con potenciales.

$$V_1 = \frac{Q_1}{4\pi \epsilon_0 a} \quad (1)$$

$$V_2 = \frac{Q_2}{4\pi \epsilon_0 b} \quad (2)$$

con $V_1 \neq V_2$

Si unimos a ambas esferas mediante un conductor, ambas llegan a tener el mismo potencial V_0 .

$$V_0 = \frac{q_1}{4\pi \epsilon_0 a} = \frac{q_2}{4\pi \epsilon_0 b} \quad (3)$$

De la cual

$$q_1 = 4\pi \epsilon_0 a V_0 \quad (4)$$

$$q_2 = 4\pi \epsilon_0 b V_0 \quad (5)$$

Y los campos eléctricos en cada una de ellas y sobre su superficie serán

$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi \epsilon_0 a^2} = \frac{4\pi \epsilon_0 a V_0}{4\pi \epsilon_0 a^2} = \frac{V_0}{a} \quad (6)$$

$$E_2 = \frac{V_0}{b} \quad (7)$$

que nos lleva a $E_2 = E_1 \frac{a}{b}$ (8)

Si $a =$ Radio de la tierra y b una punta, $a \gg b$ y

$$E_2 \gg E_1 \quad (9)$$

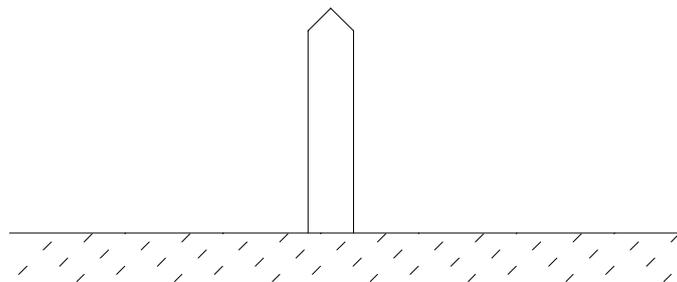


Fig. 2 Configuración de pararrayos por efecto punta.

De este sencillo análisis se basan los pararrayos. Diremos sin más que el aire próximo a la punta está al borde o en un proceso de ruptura dieléctrica.

El aire en las inmediaciones de la punta sigue la ley de un potencial multipolar [1]

$$V = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A_n P_n(\cos \theta)}{r^{n+1}} \quad (10)$$

$$\text{lo cual, dado que } \vec{E} = -\nabla V \quad (11)$$

nos permite toparnos con campos eléctricos cercanos a la punta

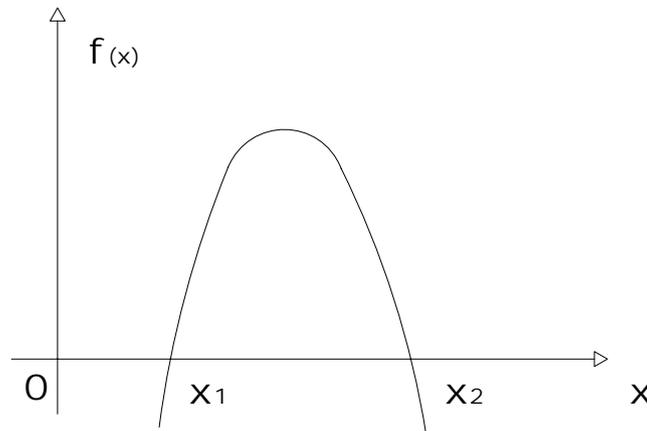


Fig. 3 Barrera de potencial de espesor finito

Sea una partícula descrita por la ecuación de onda

$$\frac{d^2 \varphi}{dx^2} - f(x) \varphi = 0 \quad (12)$$

donde $f(x)$ es positiva para $x_1 < x < x_2$. En este rango de x se prueba la solución

$$\varphi = \exp[\alpha(x)] \quad (13)$$

sustituyendo en (12) se obtiene la ecuación

$$\alpha''(x) + [\alpha'(x)]^2 - f(x) = 0 \quad (14)$$

realmente enormes ($\sim 10^9$ Volt/m). Es por ello que a las puntas se les considera como singularidades matemáticas en $r = 0$.

3. EMISIÓN DE CAMPO

En los conductores los electrones pueden modelarse como partículas ondulatorias atrapadas en un pozo de potencial de espesor infinito.

¿Pero que sucede si la barra de potencial tiene un espesor finito? Hay una probabilidad diferente de cero de que atraviesen la barrera.

Ahora se supone que α es una función lentamente variable de x , de modo que

$$\alpha''(x) \ll [\alpha'(x)]^2 \quad (15)$$

así (13) tiene la solución aproximada en $x_1 < x < x_2$

$$\alpha(x) = \pm \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{f(u)} du \quad (16)$$

se toma el signo negativo, ya que interesa una onda que se propaga de izquierda a derecha. Por lo tanto, la transparencia de la barrera es

$$T_b = \varphi\varphi^* \Big|_{x=x_2} = \exp \left\{ -2 \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{f(x)} dx \right\} \quad (17)$$

donde $V(x)$ es la energía potencial y E es la energía del electrón.

Entonces

$$T_b = \exp \left\{ -2 \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{1/2} \int_{x_1}^{x_2} [V(x) - E]^{1/2} dx \right\} \quad (19)$$

en el caso de una barrera de potencial $V(x)$

$$f(x) = \frac{2m}{\hbar^2} (V(x) - E) \quad (18)$$

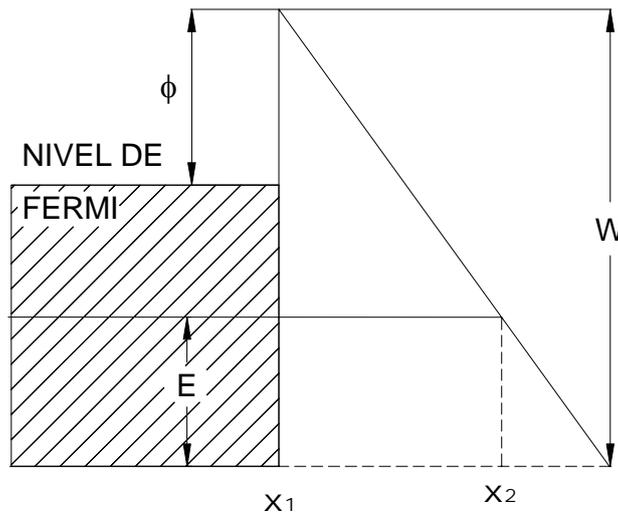


Fig. 4 Barrera de potencial para emisión de campo desde una punta metálica, $W = E_f + \phi$. Se indican los límites de integración x_1 y x_2 , para una energía E .

A intensidades de campo del orden de 10^9 Volt/m, la barrera de potencial en la superficie se hace muy delgada. Entonces los electrones tienen una probabilidad finita de atravesar la barrera y ser emitidos. Este fenómeno se llama "efecto túnel".

esa dirección es $E = \frac{1}{2} m V_x^2$. La energía potencial sin fuerza imagen es

$$\begin{aligned} V(x) &= 0 \quad \text{si } x < 0; \\ V(x) &= W - eE_0 x \quad \text{si } x > 0 \end{aligned} \quad (20)$$

Calcularemos la emisión de campo a la temperatura absoluta $T = 0$. En la Fig. 4 se muestra la barrera de potencial para un metal en el que se ha despreciado las fuerzas de imagen. Si el eje x es perpendicular a la superficie, la energía cinética del electrón que se mueve en

donde E_0 es la intensidad de campo.

De allí

$$x_1 = 0 \quad x_2 = \frac{W - E}{eE_0} \quad (21)$$

Dado que

$$\int_{x_1}^{x_2} (W - E - eE_0 x)^{1/2} dx = \frac{2}{3} \frac{(W - E)^{3/2}}{eE_0} \quad (22)$$

El coeficiente de transmisión T_b es

$$T_b = \exp\left\{-\frac{4}{3}\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{1/2} \frac{(W-E)^{3/2}}{eE_0}\right\} \quad (23)$$

donde E puede expresarse como $E = p_x^2/(2m)$, donde p_x es la componente del impulso en la dirección x.

Se recuerda ahora que la densidad de portadores con impulso entre p_x y $p_x + dp_x$, p_y y $p_y + dp_y$, p_z y $p_z + dp_z$ es

$$\frac{2}{h^3} dp_x dp_y dp_z$$

Por consiguiente el número de portadores que llega a la superficie (por metro cuadrado y por segundo) es

$$v_x \left(\frac{2}{h^3}\right) dp_x dp_y dp_z \quad v_x > 0$$

Por lo tanto, la densidad de corriente es

$$J = \left(\frac{2e}{mh^3}\right) \int p_x T_b(p_x) dp_x dp_y dp_z \quad (24)$$

donde la integración debe incluir a todos los electrones para los cuales

$$p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 \leq 2mE_f = p_0^2 \quad (25)$$

E_f es la energía de Fermi. Efectuando la integración respecto a y y la dirección z , se obtiene

$$J = \left(\frac{2\pi e}{mh^3}\right) \int_0^{p_0} T_b(p_x) p_x (p_0^2 - p_x^2) dp_x \quad (26)$$

Se introduce la nueva variable

$$\theta = p_0 - p_x \quad (27)$$

Dado que $T(p_0 - \theta)$ disminuye muy rápidamente al aumentar θ , se puede escribir con buena aproximación

$$\left. \begin{aligned} p_0^2 - p_x^2 &= 2p_0\theta & p_x &\approx p_0 \\ (W-E)^{3/2} &= \left[\phi + \frac{p_0^2 - p_x^2}{2m}\right]^{3/2} \\ &= \phi^{3/2} + \frac{3}{2}\left(\frac{\phi^{1/2}}{m}\right)p_0\theta \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Finalmente, el límite superior de integración puede ser extendido al infinito sin error notable. Se obtiene así

$$J = \frac{4\pi e p_0^2}{mh^3} \exp\left\{-\frac{4}{3}\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{1/2} \frac{\phi^{3/2}}{eE_0}\right\} \int_0^\infty \left[-2\left(\frac{2m}{\hbar}\right)^{1/2} \frac{\phi^{1/2}}{meE_0} p_0\theta\right] \theta d\theta \quad (29)$$

y finalmente

$$J = \frac{e^3 E_0^2}{8\pi\hbar\phi} \exp\left[-\frac{4}{3}\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{1/2} \frac{\phi^{3/2}}{eE_0}\right] \quad (30)$$

Si se toma en cuenta la fuerza imagen el potencial se escribirá como

$$\begin{aligned} V(x) &= 0 \quad \text{si } x < 0 \\ V(x) &= W - qE_0x - \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 x} \quad \text{si } x > 0 \end{aligned} \quad (31)$$

el único efecto que esto produce en la ecuación (30) es que queda multiplicada por un factor $v(y)$, llamada función elíptica de Nordheim, donde

$$y = \frac{1}{\phi} \left(\frac{e^3 E_0}{4\pi\epsilon_0}\right)^{1/2} \quad (32)$$

usando unidades MKS, estas ecuaciones se escriben como

$$J = \frac{1,54 \times 10^{-6} E_0^2}{\phi'} \exp \left[-\frac{6,83 \times 10^9 \phi'^{3/2} \nu(y)}{E_0} \right] \quad (33)$$

con E_0 en Volts/m y ϕ' en voltios

$$y = 3,79 \times 10^{-5} \frac{E_0^{1/2}}{\phi'} \quad (34)$$

la función $\nu(y)$ varía lentamente desde $\nu(y)=1$ para $y=0$ hasta $\nu(y)=0$ para $y=1$. Es permisible poner $\nu(y)=1$ a menos que se desee gran exactitud.

El gráfico de J/E_0^2 en función de $1/E_0$ es, aproximadamente una línea recta. La función de trabajo ϕ' se puede determinar desde la pendiente de esta línea.

En investigaciones en puntas finas se han observado densidades de corriente de hasta 10^{12} Amp/m² para el radio de un micrón. Para radios de mayor tamaño, del orden de los milímetros $I \approx 10^6$ Amperios.

4. AMPLIFICACIÓN PARAMÉTRICA

De lo visto anteriormente el accidentado estuvo sometido a campos eléctricos de enorme magnitud.

En tales campos se presentan efectos no lineales que pueden disparar efectos catastróficos.

Partimos de un sistema que posea una característica de carga no lineal (El sistema conformado por el arquitecto y su celular) y lo exponemos a tensión continua V_0 (por el efecto punta de las barras del hierro), una señal de bombeo ΔV_p y una pequeña señal de entrada V_i . Se tiene entonces

$$Q = f(V_0 + \Delta V_p + \Delta V_i) \quad (35)$$

Se efectúa ahora un desarrollo de Taylor de Q entorno ΔV_i y se obtiene

$$Q = f(V_0 + \Delta V_p) + \left. \frac{dQ}{dV} \right|_{\Delta V_i=0} \Delta V_i \quad (36)$$

o

$$Q = Q(V_0 + \Delta V_p) + C(V_0 + \Delta V_p) \Delta V_i \quad (37)$$

descartando términos mayores a ΔV_i . La mezcla es realizada por la capacitancia no lineal o pequeña señal

$$C(t) = C(V_0 + \Delta V_p) = \left. \frac{dQ}{dV} \right|_{V=V_0+\Delta V_p} \quad (38)$$

Si $\Delta V_p = v_{io} \cos \omega_p t$ (que representa la señal de 60 Hz de la línea) y la salida es cortocircuitada, las señales significantes están en el rango de la carga

$$\begin{aligned} \Delta Q = & C_0 v_{io} \cos(\omega_i t + \varphi_i) + \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} C_n v_{io} \cos\{(n\omega_p + \omega_i)t + \varphi_i\} + \\ & + C_n v_{io} \cos\{(n\omega_p - \omega_i)t - \varphi_i\} \end{aligned} \quad (39)$$

y las corrientes significantes son obtenidas por derivación respecto al tiempo

$$\begin{aligned} i(t) = & -\omega_i C_0 v_{io} \text{sen}(\omega_i t + \varphi_i) - \\ & - \sum_{n=1}^{\infty} (n\omega_p + \omega_i) C_n v_{io} \{ \text{sen}(n\omega_p + \omega_i)t + \varphi_i \} - \\ & - \sum_{n=1}^{\infty} (n\omega_p - \omega_i) C_n v_{io} \{ \text{sen}(n\omega_p - \omega_i)t - \varphi_i \} \end{aligned} \quad (40)$$

así el dispositivo alineal representa una capacidad C_0 a la entrada y las transferencias de señal desde la frecuencia angular ω_i a las frecuencias angulares $n\omega_p + \omega_i$ y $|n\omega_p - \omega_i|$ representada por la capacidad C_n .

Hay tres posibilidades

1. $n\omega_p + \omega_i = \omega_0$ o $n\omega_p = \omega_0 - \omega_i$. En ese caso la salida de la corriente significativa es $-\omega_0 C_n \text{sen}(\omega_0 t + \varphi_i)$, de modo que no hay inversión de fase en el proceso de mezclado.
2. $n\omega_p - \omega_i = -\omega_0$ o $n\omega_p = \omega_i - \omega_0$. En ese caso la salida de la corriente significativa es $-\omega_0 C_n \text{sen}(\omega_0 t + \varphi_i)$, de modo que también en ese caso no hay inversión de fase.
3. $n\omega_p - \omega_i = \omega_0$ o $n\omega_p = \omega_0 + \omega_i$. La corriente de salida significativa es $-\omega_0 C_n \text{sen}(\omega_0 t - \varphi_i)$, de modo que hay inversión de fase en el proceso de mezcla.

Ahora se cortocircuita la entrada y se aplica una pequeña señal $V_0 = v_{00} \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ a la salida. Se obtiene una corriente de salida que entre al dispositivo.

$$-\omega_0 C_0 v_{00} \text{sen}(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (41)$$

y una corriente de entrada significativa

$$-\omega_i C_n v_{00} \text{sen}(\omega_i t \pm \varphi_0) \quad (42)$$

que sale del dispositivo. EL signo positivo rige si $|\omega_0 - \omega_i| = n\omega_p$ mientras que el negativo rige si $\omega_0 + \omega_i = n\omega_p$. Hay pues, una inversión de fase de la corriente en el último caso, como antes.

Cambiando la notación a compleja, se tiene

$$\left. \begin{aligned} i_i &= j\omega_i C_0 v_i - j\omega_i C_n v_0 \\ i_0 &= -j\omega_0 C_n v_i + j\omega_0 C_0 v_0 \end{aligned} \right\} \text{ si } |\omega_0 - \omega_i| = n\omega_p \quad (43)$$

si el asterisco denota el complejo conjugado

$$\left. \begin{aligned} i_i &= j\omega_i C_0 v_i - j\omega_i C_n v_0^* \\ i_0 &= -j\omega_0 C_n v_i^* + j\omega_0 C_0 v_0 \end{aligned} \right\} \text{ si } \omega_0 + \omega_i = n\omega_p \quad (44)$$

Estas ecuaciones toman en cuenta la posibilidad de una inversión de fase en el proceso de mezcla. Es posible, nuevamente, la notación compleja en (43) y en (44) dado que una señal compleja se refiere a su amplitud y su fase

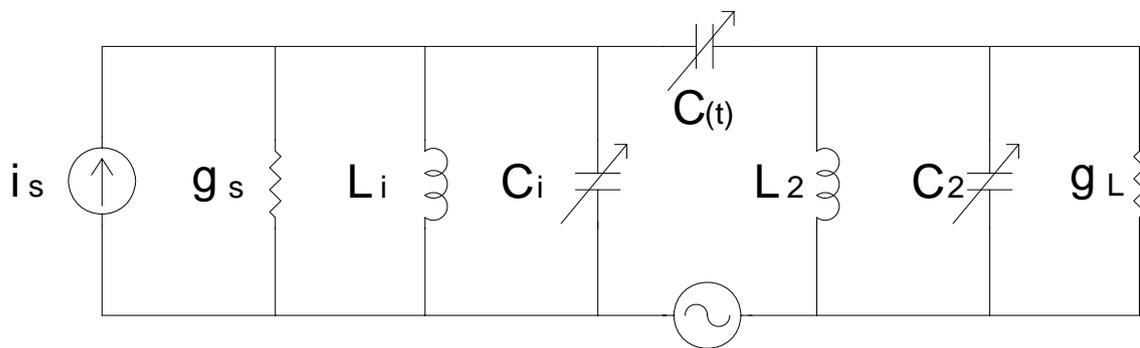


Fig. 5 Mezclador o capacidad con entrada y salida sintonizadas

Además, en cada línea de las ecuaciones 43 y 44 todas las señales complejas son de la misma frecuencia.

El circuito de entrada más la capacidad C_0 está sintonizado a la frecuencia ω_i ,

mientras que el circuito de salida más la capacidad C_0 esta sintonizado a ω_0 .

Se considera primero el caso $|\omega_0 - \omega_i| = n\omega_p$ y se sustituye en la ecuación (43)

$$i_i = i_s - v_i \left(g_s + \frac{1}{j\omega_i L_i} + j\omega_i C_i \right) \quad (45)$$

$$i_0 = -v_0 \left(g_L + \frac{1}{j\omega_0 L_2} + j\omega_0 C_2 \right) \quad (46)$$

esto da

$$i_s = v_i \left(g_s + \frac{1}{j\omega_i L_i} + j\omega_i C_0 \right) - j\omega_i C_i v_0$$

$$i_s = g_s v_i - j\omega_i C_i v_0 \quad (47)$$

$$0 = -j\omega_0 C_1 v_i + v_0 \left(g_L + \frac{1}{j\omega_0 L_2} + j\omega_0 C_2 + j\omega_0 C_0 \right)$$

$$0 = -j\omega_0 C_1 v_i + g_L v_0 \quad (48)$$

debido a la condición de sintonización $\omega_0^2 L_2 (C_2 + C_0) = \omega_i^2 L_i (C_i + C_0) = 1$

Resolviendo para v_0 se tiene

$$v_0 = \frac{j\omega_0 C_1}{g_s g_L + \omega_0 \omega_i C_1^2} i_s \quad (49)$$

La ganancia de potencia es, pues,

$$G = 4g_s g_L \left| \frac{v_0}{i_s} \right|^2 = \frac{4g_s g_L \omega_0^2 C_1^2}{(g_s g_L + \omega_0 \omega_i C_1^2)^2} \quad (50)$$

que tiene el valor óptimo $G_{m\acute{a}x} = \frac{\omega_0}{\omega_i}$ si

$$g_s g_L = \omega_0 \omega_i C_1^2 \quad (51)$$

Así el circuito tiene una considerable ganancia de potencia si

$$\omega_0 \gg \omega_i$$

En la figura 6 se representa un esquema del escenario geométrico en el que se produjo el accidente.

Las barras de hierro terminan en punta de un grosor del orden de 1 mm, que según lo estudiado en las inmediaciones de la atmósfera entorno al hierro en esa zona, se ioniza el aire. Entre las cuatro barras se halla presente, entonces, una mezcla de atmósfera y de iones que van desde la línea de alta tensión de 13.3 KV y las barras quienes constituyen una estructura de pararrayos.

Se halla presente también una inductancia que va desde el cable de 13.3 KV y las barras de hierro, que participaron en un circuito muy similar al de la Fig.5 en el accidente. Del mismo circuito g_s y g_L representarían la conductancia de los brazos y C_i y C_2 constituyen las capacidades que mira el cable a lo largo de los brazos del accidentado.

La frecuencia de bombeo es ω_p y (51) justifica el uso de las relaciones de Manley-Rowe como efecto mariposa que desencadena la descarga.

La señal i_s de la Fig. 5 es la que se amplifica y es la que precipita el arco que quemó los brazos del Arquitecto Enríquez, a quien se lo ha representado como el capacitor no lineal.

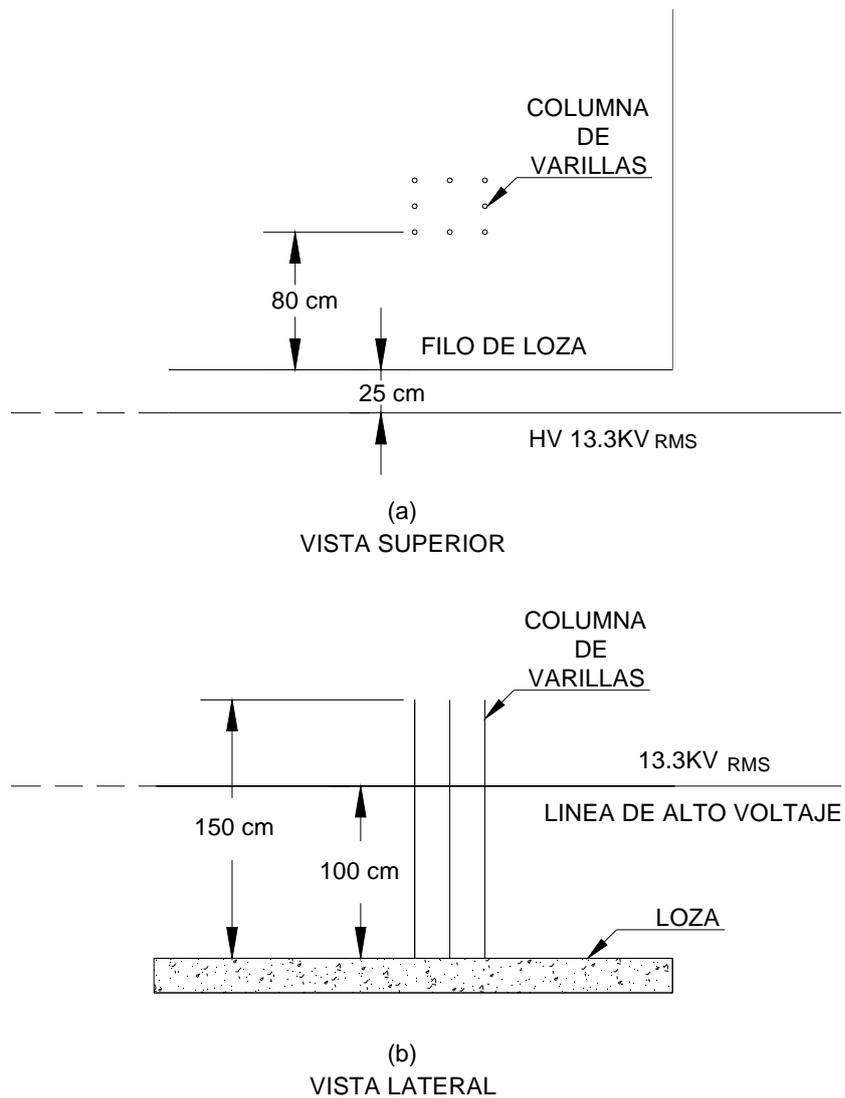


Fig. 6 Esquema de la geometría en sitio de accidente

5. SISTEMA ELECTROMECAÁNICO

Cuando un cuerpo de constante dieléctrica ϵ se introduce en un campo eléctrico, como se indica en la figura

que representa un condensador de placas planas. Supondremos que no existe fricción entre el dieléctrico (celular) y la placa inferior.

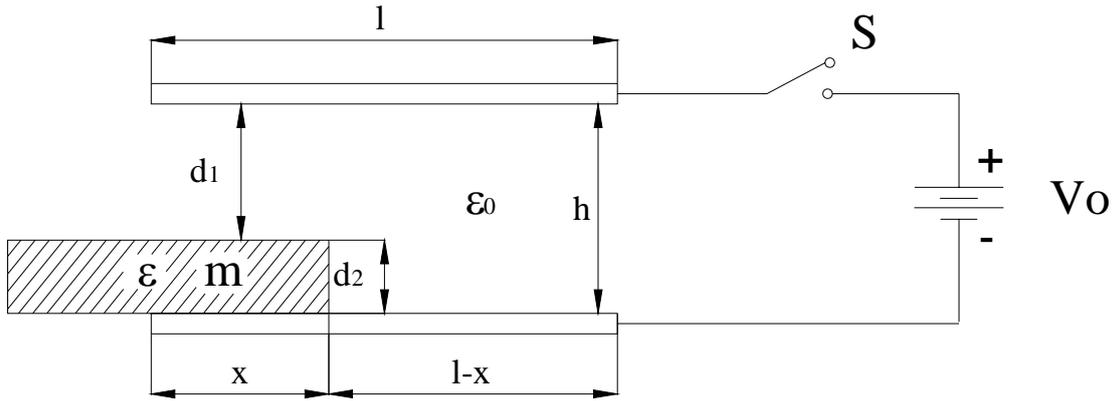


Fig. 7 Sistema Electromecánico

Despreciamos los defectos de los bordes y asumimos que las placas del condensador son cuadradas, lo mismo con respecto a la pastilla dieléctrica de espesor d_2 .

El sistema electromecánico anterior puede representarse por el circuito equivalente que se indica a continuación, donde S es un interruptor. A $t = 0$ se cierra S y $t < 0$ los condensadores están descargados.

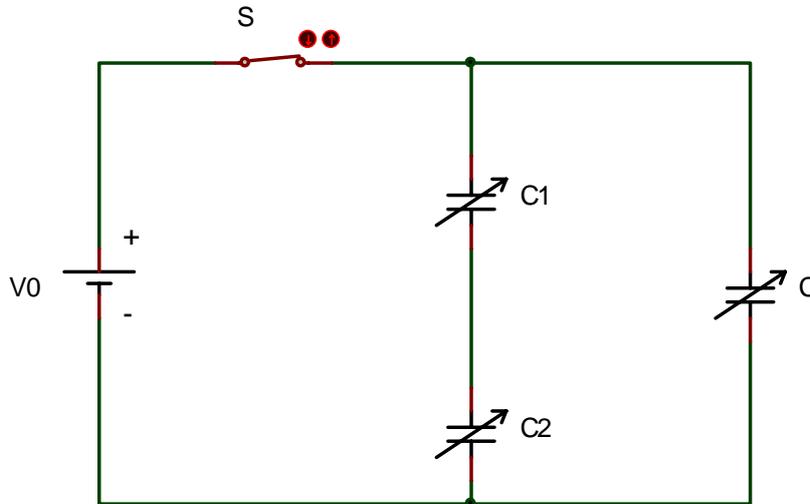


Fig. 8 Circuito equivalente del sistema de fig. 7

La capacidad que ve la fuente es

$$C_T = C + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \quad (52)$$

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 x l}{d_1} \quad C_2 = \frac{\epsilon x l}{d_2} \quad (53)$$

$$C = \frac{\epsilon_0 l(l-x)}{d_1 + d_2} \quad (54)$$

y

$$C_T = \frac{\epsilon_0 l(l-x)}{d_1 + d_2} + \frac{\epsilon_0 \epsilon x^2 l^2}{d_1 d_2 \left(\frac{\epsilon_0 x l}{d_1} + \frac{\epsilon x l}{d_2} \right)} \quad (55)$$

Simplificando C_T

$$C_T = \frac{\epsilon_0 l(l-x)}{d_1 + d_2} + \frac{\epsilon_0 \epsilon xl}{\epsilon_0 d_2 + \epsilon d_1} \quad (56)$$

la energía potencial es

$$U = \frac{q^2}{2C_T} \quad (57)$$

y la energía cinética $T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$ (58)

donde m es la masa del dieléctrico (el celular)

El Lagrangiano $L = T - U$ (59)

La función de disipación de Rayleigh

$$F = -\dot{q}V_0 \quad (60)$$

las ecuaciones del sistema son

$$\frac{\partial L}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \quad (61)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q} - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = \frac{\partial F}{\partial \dot{q}} \quad (62)$$

que nos lleva al siguiente sistema de ecuaciones diferenciales.

$$\frac{q}{\frac{\epsilon_0 l(l-x)}{d_1 + d_2} + \frac{\epsilon_0 \epsilon xl}{\epsilon_0 d_2 + \epsilon d_1}} = V_0 \quad (63)$$

$$\frac{q^2 \left[\frac{\epsilon_0 \epsilon l}{\epsilon_0 d_2 + \epsilon d_1} - \frac{\epsilon_0 l}{d_1 + d_2} \right]}{2 \left[\frac{\epsilon_0 l(l-x)}{d_1 + d_2} + \frac{\epsilon_0 \epsilon xl}{\epsilon_0 d_2 + \epsilon d_1} \right]^2} = m \ddot{x} \quad (64)$$

Elevando al cuadrado la ecuación (63) y dividiendo para (64) obtenemos

$$\frac{m \ddot{x}}{V_0^2} = \frac{1}{2} \left[\frac{\epsilon_0 \epsilon l}{\epsilon_0 d_2 + \epsilon d_1} - \frac{\epsilon_0 l}{d_1 + d_2} \right] = cons.$$

$$\ddot{x} = \frac{V_0^2}{2m} \left[\frac{\epsilon_0 \epsilon l}{\epsilon_0 d_2 + \epsilon d_1} - \frac{\epsilon_0 l}{d_1 + d_2} \right] = cons. = a \quad (65)$$

la barra dieléctrica es absorbida con aceleración constante. En ese caso

$$x = \frac{1}{2} at^2 \text{ y } q = f(t^2)$$

$$q = V_0 \left[\frac{\epsilon_0 l(l-x)}{d_1 + d_2} + \frac{\epsilon_0 \epsilon xl}{\epsilon_0 d_2 + \epsilon d_1} \right] \quad (66)$$

si $t = 0$ $x = 0$

$$q_1 = \frac{V_0 \epsilon_0 l^2}{d_1 + d_2} \quad (67)$$

en condiciones estacionarias $x = l$ y

$$q_2 = \frac{\epsilon_0 \epsilon l^2 V_0}{\epsilon_0 d_2 + \epsilon d_1} \quad (68)$$

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{(d_1 + d_2) \epsilon}{\epsilon_0 d_2 + \epsilon d_1} = \frac{d_1 + d_2}{\frac{\epsilon_0}{\epsilon} d_2 + d_1} \quad (69)$$

como $\epsilon \gg \epsilon_0$ para los ferro eléctricos en alta frecuencia

$$\frac{q_2}{q_1} = 1 + \frac{d_2}{d_1} > 1 \quad (70)$$

y tenemos la configuración de un amplificador paramétrico.

La corriente será

$$i = \dot{q} = V_0 \dot{x} \left[\frac{\epsilon_0 \epsilon l}{\epsilon_0 d_2 + \epsilon d_1} - \frac{\epsilon_0 l}{d_1 + d_2} \right] + q_1 \delta(t) \quad (71)$$

$$i = \frac{V_0^3}{2m} \left[\frac{\epsilon_0 \epsilon l}{\epsilon_0 d_2 + \epsilon d_1} - \frac{\epsilon_0 l}{d_1 + d_2} \right]^2 t + q_1 \delta(t) \quad (72)$$

así que la corriente crece linealmente en el intervalo de ir desde q_1 a q_2 y la carga la hace de forma cuadrática. Luego de ese intervalo la corriente se hace cero. $q_1 \delta(t)$ Representa la corriente del transitorio al cerrar el interruptor **S**.

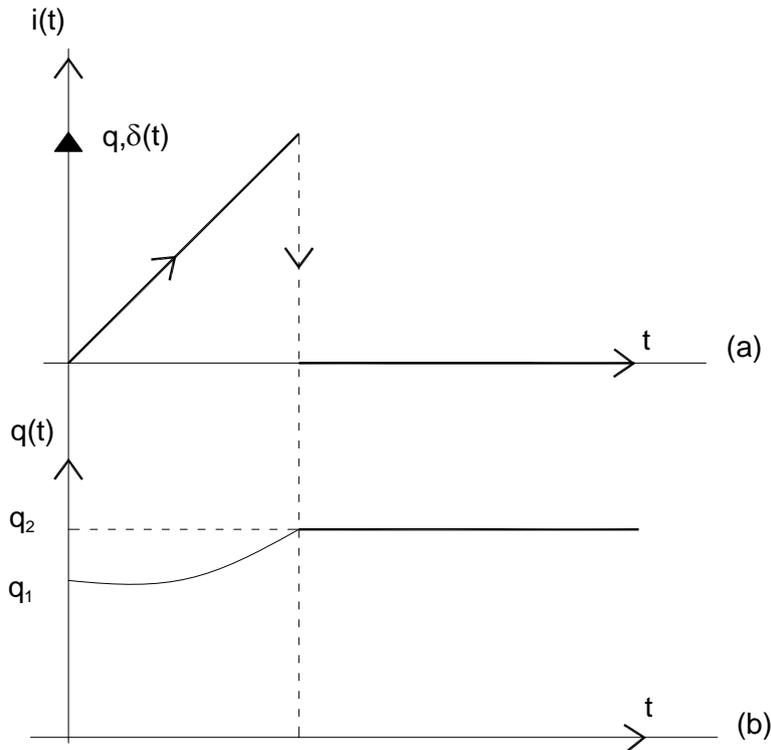


Fig. 9 Evolución de la corriente y la carga del sistema

Considerando que $l \gg d_1 + d_2$ y $\epsilon \gg \epsilon_0$ para la antena ferroeléctrica del celular a baja frecuencia, (72) puede escribirse como

$$i = \frac{V_0^3}{2m} \left(\frac{\epsilon_0 l}{d_1} \right)^2 t, \quad t > 0 \quad (73)$$

y tomando datos de $V_0 = 13KV$,
 $d_1 = 10^{-3}m$ y $m = 0.1Kg$ como la masa del celular

$$i = \frac{2.197 * 10^{12}}{0.2} * (8.85 * 10^{-12} * 10^3)^2 t$$

$$i = \frac{2.197 * 10^{12}}{0.2} * 7.83 * 10^{-17} t$$

$$i = 8.6 * 10^{-4} t \text{ Amp.} \quad (74)$$

valor de corriente que no explica la magnitud del daño sufrido por la victima del accidente.

6. MODELO DE AMPLIFICADOR PARAMÉTRICO

Según la ecuación (66), la capacidad diferencial es

$$q = \frac{dq}{dV_0} = \frac{\epsilon_0 l(l-x)}{d_1 + d_2} + \frac{\epsilon_0 \epsilon x l}{\epsilon_0 d_2 + \epsilon d_1} \quad (75)$$

en realidad \ddot{x} tiene una dependencia cuadrática de $\text{sen}\omega t$, con $\omega = 2\pi f$ y $f = 60\text{Hz}$. Esta será tomada en cuenta como una frecuencia de bombeo.

Podemos generalizar el problema y decir que $C(t)$ puede escribirse en forma de Fourier.

$$C(t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \cos n\omega_p t \quad (76)$$

y usaremos la teoría de Manley-Rowe de conservación de la potencia (1), (4)

$$\frac{P_{10}}{\omega_1} + \frac{P_{11}}{\omega_1 + \omega_2} = 0 \quad (77)$$

de donde

$$-\frac{P_{11}}{P_{10}} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{\omega_1} = 1 + \frac{\omega_2}{\omega_1} \quad (78)$$

donde ω_2 es la frecuencia de microondas del celular y ω_1 los 60 Hz de la línea de transmisión de alto Voltaje.

En este caso, la amplificación de la corriente será

$$\frac{i_1}{i_2} = \sqrt{1 + \frac{\omega_2}{\omega_1}} \approx \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} = \sqrt{\frac{10^9 \text{ Hz}}{60 \text{ Hz}}} = 4.082 * 10^3$$

y la corriente (74) debe multiplicarse por este factor

$$i = 3.51t \text{ Amp.} \quad (79)$$

y esta corriente si es capaz de originar daño

7. COMENTARIOS Y CONCLUSIONES

- El considerar a un dieléctrico, de simplificado modelo electromecánico, no explica el accidente.
- Es necesario introducir las relaciones de Manley-Rowe de un amplificador paramétrico en el rango de las microondas (la presencia del celular) para encontrar corrientes que pueden originar daño.
- El celular sufre una aceleración de 7 m/seg²

BIBLIOGRAFÍA

- 1). M. J. Howea y D.V. Morgan. Microwave devices. John Wiley and Sons Ltda.. 1976
- 2). Douglas Moya. Sistemas Electromecánicos. EPN 1997
- 3). Douglas Moya. Elementos Semiconductores usados en micro-ondas. II Jornadas de Ing. Eléctrica. EPN 1982.
- 4). Aldert Vander Ziel. Electrónica física del estado sólido. Pág. 299-305. PHI internacional, 1972